



شنبه  
۱۴۰۲/۱۲/۰۵



گروه آموزشی ماز

## دوره جمع بندی دوپینگ ماز

گروه آزمایشی علوم تجربی  
پاسخنامه آزمون تعیین سطح

| دروس       | گزینشگران                | ویراستاران                                     |
|------------|--------------------------|------------------------------------------------|
| زیست شناسی | شایان تاکی               | ارسلان پهلوسای<br>معصومه فرهادی - زینب علی پور |
| فیزیک      | سجاد صادقی زاده          | مروارید شاه حسینی                              |
| شیمی       | فرشاد هادیان فرد         | سجاد سیف اللهی<br>محمد داوود آبادی فراهانی     |
| ریاضی      | جواد نظری - محدثه شیخعلی | سجاد احمدی - رضا قانع                          |

سؤالات آزمون تعیین سطح برگزیده سؤالات کنکور و آزمون های برگزار شده ماز است و سایر آزمون های دوپینگ تألیفی و حاوی سؤالات جدید خواهد بود.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

۱- در نزدیکی حفره دهانی انسان، اندام‌های لوله‌ای شکل و طولی وجود دارند که با این حفره در ارتباط هستند. کدام مورد، ویژگی‌های قطورترین لوله قابل مشاهده را نشان می‌دهد؟

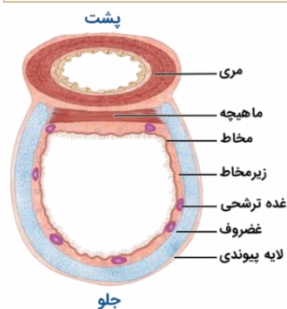
- (۱) به واسطه داشتن اتصال با پرده صفاق، در جای خود ثابت شده است.
- (۲) در داخلی‌ترین لایه دیواره خود و لایه متصل به آن، دارای یاخته‌های ترشح‌کننده است.
- (۳) فاقد غضروف بوده و ماهیچه صاف آن در تماس با همین نوع ماهیچه در لوله مجاور قرار دارند.
- (۴) در بافت پوششی دیواره خود، فقط یاخته‌های استوانه‌ای مژک‌داری دارد که بر روی غشای پایه مستقر هستند.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - ترکیبی - ۱۰۰۳)

تعبیر:

قطورترین لوله قابل مشاهده در این ساختار = نای  
اندام‌های لوله‌ای شکل و طولی که در نزدیکی حفره دهانی انسان، با این حفره در ارتباط هستند = نای + مری

پاسخ تشریحی:



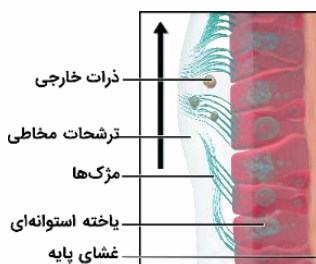
برخی یاخته‌های موجود در لایه مخاط، در ترشح ماده مخاطی نقش دارند. غدد ترشحاتی پراکنده نیز در ساختار زیرمخاط (لایه متصل به مخاط) مشاهده می‌شود. در نتیجه در هر دوی این لایه‌ها، یاخته‌های ترشحاتی وجود دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ هیچ بخشی از نای در ساختار صفاق قرار نمی‌گیرد! صفاق اندام‌های درون شکم را از خارج به یکدیگر متصل می‌کند. نای در ساختار قفسه سینه مشاهده می‌شود.

۳ نای در سمتی که با مری در تماس است، فاقد غضروف می‌باشد. دقت داشته باشید که ماهیچه‌های نای و مری در تماس مستقیم با یکدیگر نیستند و لایه خارجی این دو اندام در حد فاصل این دو ماهیچه قرار گرفته است.

۴ همان‌طور که در شکل مخاط نای مشخص است، گروهی از یاخته‌های پوششی مخاط نای فاقد مژک هستند، اما بر روی غشای پایه قرار دارند.



### گروه آموزشی ماز

۲- با توجه به اطلاعات کتاب درسی، کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر نامناسب است؟

«نوعی یاخته جانوری دارای توانایی انجام تقسیم کاستمان (میوز) که برای هر سه جایگاه ژنی A, B و C روی فام‌تن (کروموزوم) شماره یک خود دارای ژن نمود (ژنوتیپ) ناخالص است ( $\frac{AbC}{aBc}$ )، می‌تواند در یک‌بار تقسیم میوز ..... نوع گامت تولید کند و گامتی با ژن نمود ..... طی این تقسیم قابل تولید است.»

aBc - دو (۴)

aBC - چهار (۳)

abc - دو (۲)

Abc - یک (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

با توجه به صورت سؤال، یک فام‌تن با ژنوتیپ AbC و یک فام‌تن هم‌تا با ژنوتیپ aBc داریم. برای اینکه ترکیب دگره‌ای abc مشاهده شود، باید نوترکیبی بین B و b اتفاق بیفتد، بدون اینکه دیگر جایگاه‌ها دچار نوترکیبی شوند. در نظر داشته باشید که اگر نوترکیبی رخ دهد، ۴ نوع گامت قابل مشاهده است، نه ۲ نوع!

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در گامت‌زایی در زنان، در نهایت فقط یک نوع گامت ایجاد می‌شود. اگر نوترکیبی بین دو دگره C و c اتفاق بیفتد، دو ترکیب دگره‌ای جدید می‌تواند ایجاد شود: Abc - aBC

۳ اگر نوترکیبی بین دو دگره C و c اتفاق بیفتد، در نهایت چهار گامت (مثلاً در مسیر زامه‌زایی) ایجاد می‌شود: ۱- AbC ۲- aBc (گامت‌هایی که نوترکیب نیستند) ۳- Abc ۴- aBc (گامت‌های نوترکیب)

۴ اگر نوترکیبی اتفاق نیفتد، در نهایت دو نوع گامت ایجاد می‌شود: ۱- AbC ۲- aBc

### گروه آموزشی ماز

- ۳- در خصوص مراحل ترجمه ژن اکسی‌توسین در باخته‌های عصبی هیپوتالاموس، چند مورد درست است؟
- الف: همواره پس از اتصال توالی UAC به توالی AUG، ابتدا ساختار رناتن (ریبوزوم) کامل می‌شود.
- ب: همواره پس از خروج رنای ناقل (tRNA) از جایگاه E رناتن (ریبوزوم)، tRNAی بعدی در جایگاه A مستقر می‌شود.
- ج: همواره پس از استقرار رنای ناقل (tRNA) در جایگاه A رناتن (ریبوزوم)، tRNAی جایگاه P بدون آمینواسید می‌شود.
- د: همواره پس از شکستن پیوند بین آمینواسید و رنای ناقل (tRNA)، پیوند پپتیدی در جایگاه A رناتن (ریبوزوم) تشکیل می‌شود.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(سخت - مفهومی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۱



فقط مورد (ج) درست است.



**الف:** در مرحله آغاز ترجمه، پس از آن که رنای ناقل حامل متیونین (دارای آنتی کدون UAC) به کدون آغاز (کدون AUG) متصل شد، زیرواحد بزرگ ریبوزوم به زیرواحد کوچک آن اضافه شده و ساختار ریبوزوم کامل می‌شود. دقت داشته باشید که در مرحله طولی شدن نیز ممکن است کدون AUG در جایگاه A قرار بگیرد و tRNAی حامل متیونین وارد جایگاه A شود.

**ب:** در مرحله طولی شدن، رنای ناقل از جایگاه E ریبوزوم خارج می‌شود. اگر پس از خارج شدن رنای ناقل، کدون پایان در جایگاه A قرار گرفته باشد، دیگر tRNA در جایگاه A مستقر نمی‌شود و عوامل آزادکننده در جایگاه A قرار می‌گیرند.

**ج و د:** زمانی که رنای ناقل در جایگاه A ریبوزوم مستقر می‌شود، آمینواسید (یا زنجیره آمینواسیدی) از رنای ناقل در جایگاه P جدا می‌شود و پیوند پپتیدی در جایگاه A ریبوزوم تشکیل می‌شود. در این زمان، رنای ناقل قابل مشاهده در جایگاه P، بدون آمینواسید است و به جایگاه E می‌رود و از ریبوزوم خارج می‌شود (درستی ج). دقت داشته باشید که در مرحله پایان ترجمه نیز پیوند بین رنای ناقل و آمینواسید شکسته می‌شود ولی دیگر پیوند پپتیدی تشکیل نمی‌شود (نادرستی مورد د).

### گروه آموزشی ماز

- ۴- با توجه به مطالب کتاب درسی، کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟

«در ..... افرادی که به دلیل نوعی بیماری چشمی .....»

- ۱) همه - اجسام را فقط در فاصله معینی به خوبی می‌بینند، اندازه کره چشم غیرطبیعی است
- ۲) بعضی از - سطح قرنیه آن‌ها کاملاً کروی و صاف نیست، پرتوهای نور به طور نامنظم به هم می‌رسند
- ۳) همه - همگرایی عدسی آن‌ها کاهش پیدا کرده است، از عدسی‌های ویژه می‌توان برای اصلاح عیب چشم استفاده کرد
- ۴) بعضی از - نیاز به استفاده از عینک برای دیدن واضح اشیاء دارند، پرتوهای نور روی یک نقطه شبکیه متمرکز نمی‌شوند

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

**ترجمه صورت سؤال** ← نزدیک‌بینی، دوربینی، آستیگماتیسم و پیرچشمی، بیماری‌های چشمی هستند که در کتاب درسی مطرح شده‌اند.



افرادی که به دلیل نوعی بیماری چشمی اجسام را فقط در فاصله معینی به خوبی می‌بینند = افراد مبتلا به نزدیک‌بینی یا دوربینی

افرادی که به دلیل نوعی بیماری چشمی سطح قرنیه آن‌ها کاملاً کروی و صاف نیست = افراد مبتلا به آستیگماتیسم

افرادی که به دلیل نوعی بیماری چشمی همگرایی عدسی آن‌ها کاهش پیدا کرده است = بعضی از افراد مبتلا به دوربینی + افراد مبتلا به پیرچشمی

افرادی که به دلیل نوعی بیماری چشمی نیاز به استفاده از عینک برای دیدن واضح اشیاء دارند = افراد مبتلا به نزدیک‌بینی، دوربینی، آستیگماتیسم و پیرچشمی



عدسی محدب، میزان همگرایی نور را افزایش می‌دهد و بنابراین، می‌تواند برای اصلاح عیب چشم کسانی که میزان همگرایی عدسی آن‌ها کاهش پیدا کرده است، مورد استفاده قرار بگیرد.



- ۱) نزدیک‌بینی و دوربینی، می‌تواند به دلیل تغییر در اندازه طبیعی کره چشم یا تغییر در میزان همگرایی عدسی رخ دهد.
- ۲) در همه افراد مبتلا به آستیگماتیسم، پرتوهای نوری به طور نامنظم به هم می‌رسند.
- ۴) در همه بیماری‌های چشمی ذکر شده در کتاب درسی، پرتوهای نور روی یک نقطه شبکیه متمرکز نمی‌شوند.

### گروه آموزشی ماز

۵- در فردی که هنگام پایین آوردن دست، قسمتی از دست وی به جسم داغی برخورد می‌کند، کدام رخداد قابل انتظار است؟

- ۱) نوع سیناپسی (همایه‌ای) که در میان نورون‌های رابط و حرکتی قرار دارد، متفاوت است.
- ۲) انتشار یون‌های کلسیم به شبکه آندوپلاسمی تارهای ماهیچه سه سر بازو افزایش می‌یابد.
- ۳) نفوذپذیری غشای بعضی از یاخته‌های عصبی حرکتی مرتبط با ماهیچه‌های بازو تغییر می‌کند.
- ۴) بیشترین تعداد پل اتصال اکتین و میوزین در تارهای قرمز ماهیچه دو سر بازو تشکیل می‌شود.

(سخت - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

ترجمه صورت سؤال ← برخورد دست به جسم داغ باعث بروز انعکاس عقب‌کشیدن دست می‌شود.

پاسخ تشریحی:

در انعکاس عقب‌کشیدن دست، دو نوع یاخته عصبی رابط در ماده خاکستری نخاع وجود دارند: ۱- یاخته عصبی رابط که با یاخته عصبی حرکتی ماهیچه دو سر بازو سیناپس تحریکی تشکیل می‌دهد و ۲- یاخته عصبی رابط که با یاخته عصبی حرکتی ماهیچه سه سر بازو سیناپس مهاری تشکیل می‌دهد. در نتیجه، نوع سیناپسی که در میان نورون‌های رابط و حرکتی شکل می‌گیرد، با یکدیگر متفاوت است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) یون‌های کلسیم با انتشار تسهیل‌شده از شبکه آندوپلاسمی تارهای ماهیچه‌ای خارج شده و با انتقال فعال به شبکه آندوپلاسمی وارد می‌شوند.

۳) در انعکاس عقب‌کشیدن دست، یاخته‌های عصبی حرکتی ماهیچه دو سر بازو، تحریک می‌شوند و یاخته‌های عصبی حرکتی ماهیچه سه سر بازو، مهار می‌شوند. دقت داشته باشید که هم در تحریک یاخته عصبی و هم در مهار یاخته عصبی، نفوذپذیری غشای یاخته و اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو سوی غشای یاخته، تغییر می‌کند.

۴) انعکاس، پاسخ سریع و غیرارادی ماهیچه‌ها در پاسخ به محرک‌هاست. با توجه به اینکه تارهای ماهیچه‌ای قرمز، مسئول انقباض‌های کند هستند و تارهای ماهیچه‌ای سفید در انقباضات سریع نقش دارند، می‌توان متوجه شد که در پاسخ انعکاسی، انقباض ماهیچه به‌طور عمده ناشی از انقباض تارهای ماهیچه‌ای نوع تند (سفید) است.

### گروه آموزشی ماز

۶- درباره انتخاب رشته الگوی مناسب توسط آنزیم‌های رنابسپاراز ۲، کدام موارد زیر درست هستند؟

- الف: اگر دو ژن متوالی یک دنا، رشته الگوی یکسانی داشته باشند، به‌طور حتم، در حد فاصل دو راه‌انداز آن‌ها یک ژن مشاهده می‌شود.
- ب: اگر دو ژن متوالی یک دنا، تحت کنترل یک راه‌انداز قرار داشته باشند، به‌طور حتم، رشته رمزگذار آن دو ژن نیز یکسان است.
- ج: اگر دو ژن متوالی یک دنا، در مجاورت هم قرار داشته باشند، به‌طور حتم، جهت رونویسی متفاوتی از یکدیگر خواهند داشت.
- د: اگر دو ژن متوالی یک دنا، رشته الگوی متفاوتی داشته باشند، به‌طور حتم، راه‌انداز آن دو ژن در مجاور یکدیگر قرار دارد.

۱) «الف»، «ب» و «ج»

۲) «الف»، «ب» و «د»

۳) «ج» و «د»

۴) «الف» و «ج»

(سخت - مفهومی - ۱۲۰۲)

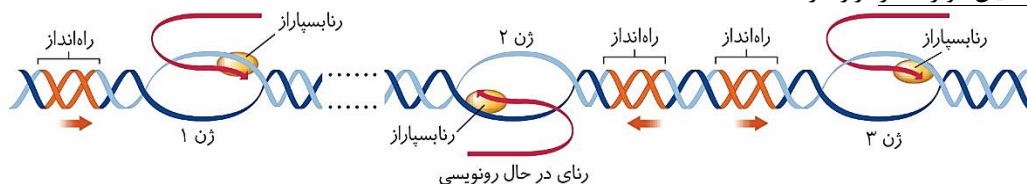
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

موارد (الف) و (ج) صحیح می‌باشند. در نظر داشته باشید که یاخته عنوان شده در صورت سؤال، نوعی یاخته یوکاریوتی می‌باشد، چراکه رنابسپاراز ۲ تنها در یوکاریوت‌ها قابل مشاهده می‌باشد.

بررسی موارد:

الف: مطابق شکل زیر، اگر دو ژن متوالی یک دنا، رشته الگوی یکسانی داشته باشند، قطعاً هر یک از ژن‌ها دارای یک راه‌انداز قبل از خود هستند که در این حالت، یکی از ژن‌ها میان دو راه‌انداز قرار دارد.



ب: این اتفاق هیچگاه در یک یاخته یوکاریوتی رخ نمی‌دهد. در یاخته‌های یوکاریوتی هر ژن دارای یک راه‌انداز اختصاصی است.

ج: مطابق شکل بالا، در صورت قرارگیری دو ژن مجاور در کنار یکدیگر، این دو ژن رشته الگو و جهت رونویسی متفاوتی خواهند داشت.

د: اگر دو ژن متوالی رشته الگوی متفاوتی داشته باشند ممکن است راه‌انداز دو ژن در مجاورت یکدیگر باشند و یا ممکن است آن دو ژن در مجاورت یکدیگر قرار داشته باشند.

### گروه آموزشی ماز

- ۷- با توجه به جانوران مطرح‌شده در فصل پنجم کتاب زیست‌شناسی پایه دهم، کدام مورد در ارتباط با همه جانورانی که محلول نمک بسیار غلیظ را به فضایی غیر از کلیه ترشح می‌کنند، درست است؟
- (۱) نیازی به نوشیدن مقدار زیادی آب ندارند.
- (۲) کلیه آن‌ها تعدادی از یون‌ها را دفع می‌کند.
- (۳) کلیه آن‌ها توانایی زیادی در بازجذب آب دارد.
- (۴) حفظ فشار در سامانه گردش مواد آن‌ها آسان شده است.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۵)

#### تعبیر صورت سؤال:

جانورانی که محلول نمک بسیار غلیظ را به فضایی غیر از کلیه ترشح می‌کنند = ماهیان غضروفی (ماهیان غضروفی مثل کوسه‌ها و سفره‌ماهی‌ها که ساکن آب شور هستند، علاوه بر کلیه‌ها، دارای غدد راست‌روده‌ای هستند که محلول نمک بسیار غلیظ را به روده ترشح می‌کنند) + برخی خزندگان و پرندگان دریایی و بیابانی که آب دریا یا غذای نمک‌دار مصرف می‌کنند.

#### پایخ تشریحی:

همه مهره‌داران کلیه دارند. در جانوران صورت سؤال، یون‌ها مواد دفعی هستند که باید دفع شوند، قطعاً کلیه که وظیفه دفع مواد دفعی را بر عهده دارد، مقداری از یون‌ها را دفع می‌کند.

#### بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) در ماهیان آب شور فشار اسمزی مایعات بدن کمتر از فشار اسمزی محیط است؛ بنابراین آب، تمایل به خروج از بدن دارد. در نتیجه، ماهیان غضروفی مقدار زیادی آب می‌نوشند.
- ۳) کلیه در خزندگان و پرندگان توانمندی زیادی در بازجذب آب دارد، نه ماهی‌ها!
- ۴) قلب چهارحفره‌ای با دیواره بین‌بطنی کامل، حفظ فشار در سامانه گردش مواد مضاعف در پرندگان و برخی خزندگان مانند کروکودیل را آسان می‌سازد. این ویژگی در ارتباط با ماهی‌های غضروفی و برخی دیگر از خزندگان نادرست است.

#### گروه آموزشی ماز

- ۸- با در نظر گرفتن همه بیماری‌های مطرح‌شده در فصل سوم کتاب درسی دوازدهم، در صورت ازدواج هر زن و مرد سالمی که فقط یکی از آن‌ها دارای یک نوع دگره (الل) برای همه صفات است، تولد کدام فرزند در همه حالات غیرممکن است؟
- (۱) دختری سالم و دارای ژن نمود (ژنوتیپ) خالص
- (۲) پسری مبتلا به هر دو بیماری
- (۳) دختری که ناقل فقط یک بیماری است
- (۴) دختری دارای ژن نمود (ژنوتیپ) ناخالص برای همه صفات

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۳)

#### پایخ تشریحی:

در فصل سوم کتاب درسی، بیماری‌های هموفیلی (وابسته به X نهفته) و فنیل‌کتونوری (مستقل از جنس نهفته) مطرح شده‌اند. الل‌های فنیل‌کتونوری را با F (سالم و بارز) و f (بیماری‌زا و نهفته) نشان می‌دهد. پدر و مادر از نظر فنیل‌کتونوری سالم هستند و هر دو الل F را دارند. یکی از آن‌ها نیز فقط یک نوع الل (ژنوتیپ خالص) دارد و ژنوتیپش به صورت FF است. در نتیجه، الل F به همه فرزندان منتقل می‌شود و هیچ‌کدام از فرزندان دارای ژنوتیپ ff (مبتلا به فنیل‌کتونوری) نخواهند بود.

#### بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) و ۳) اگر ژنوتیپ پدر به صورت  $X^HYFF$  و مادر  $X^HX^hFf$  باشد، امکان تولد دختری دارای ژنوتیپ  $X^HX^hFF$  وجود دارد که سالم است و ژنوتیپ خالص دارد. در این حالت، امکان تولد دختری با ژنوتیپ  $X^HX^hFF$  یا  $X^HX^hFf$  نیز وجود دارد که ناقل فقط یک بیماری است. اگر دختر ژنوتیپ  $X^HX^hFf$  نیز داشته باشد، برای همه صفات دارای ژنوتیپ ناخالص است.

#### گروه آموزشی ماز

- ۹- با توجه به اطلاعات کتاب درسی، در گروهی از جانوران مایع خارج‌شده از انتهای باز رگ‌ها در انتقال گازهای تنفسی به یاخته‌های بدن فاقد نقش است. کدام ویژگی، درباره دستگاه عصبی این جانوران صادق نیست؟

- (۱) عصب‌های حرکت‌دهنده شاخک‌های آنها، توسط گره‌های ابتدایی موجود در طناب عصبی شکمی کنترل می‌شوند.
- (۲) طول‌ترین عصب موجود در بدن این جانوران، از گره عصبی موجود در نیمه جلویی بدن منشأ می‌گیرد.
- (۳) دو رشته تشکیل‌دهنده طناب عصبی شکمی آنها، در بخش‌هایی از بدن به یکدیگر اتصال دارند.
- (۴) هر گره موجود در هر بند از بدن آنها، فعالیت ماهیچه‌های آن بند را تنظیم می‌کند.

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - ترکیبی - ۱۱۰۱)

#### تعبیر:

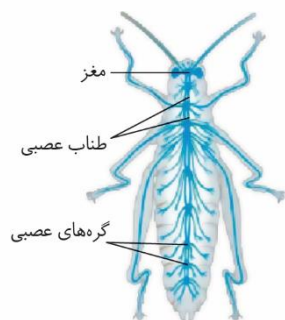
مایع خارج‌شده از انتهای باز رگ‌ها = همولنف

جانورانی که همولنف آن نقشی در انتقال گازهای تنفسی آن ندارد = حشرات

پاسخ تشریحی:

در شاخک‌های حشرات نیز عصب وجود دارد که این عصب‌ها از مغز حشرات منشأ می‌گیرند، نه از طناب عصبی شکمی آن‌ها!

بررسی سایر گزینه‌ها:



۲) **طول‌ترین** عصب حشرات، درون پای‌های عقبی آن‌ها قرار دارد. که این عصب‌ها از گره عصبی موجود در نیمه جلویی بدن منشأ می‌گیرند.

۳) **طناب عصبی** شکمی این جانوران از **دو** رشته تشکیل شده است که این دو رشته در قسمت‌هایی از بدن به یکدیگر اتصال دارند.

۴) **هر** بند از بدن حشرات، یک گره عصبی دارد. **هر** گره، فعالیت ماهیچه‌های آن بند را تنظیم می‌کند.

### گروه آموزشی ماز

۱۰- نوعی گیاه نهان‌دانه دیپلوئید (۲n)، توانایی انجام خودلقاحی درون ساختارهای اختصاصی خود جهت تولید مثل جنسی را دارد. کدام عبارت درباره این ساختار اختصاصی به‌طور حتم درست است؟

- ۱) یاخته‌های موجود در خارجی‌ترین حلقه آن، مقادیر زیادی از سبزینه را درون کلروپلاست‌های خود ذخیره می‌کنند.
- ۲) برچه‌های موجود در داخلی‌ترین حلقه آن، شرایط لازم برای رسیدن دو یاخته جنسی به یکدیگر را فراهم می‌کنند.
- ۳) همه یاخته‌های حاصل از میوز موجود در ساختار پرچم‌ها، توانایی جداسازی کروماتیدهای خواهری خود را دارند.
- ۴) همه حلقه‌های موجود در این ساختار، بر روی مرکزی یکسان با ظاهر وسیع و حالتی فرو رفته قرار گرفته‌اند.

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - ترکیبی - ۱۱۰۸)

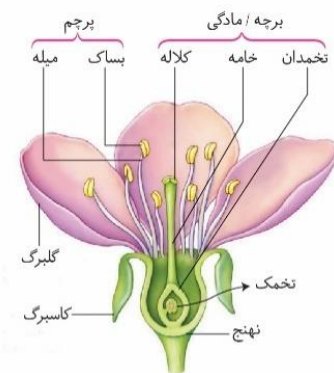
تعبیر:

نوعی گیاه نهان‌دانه (۲n)، دارای توانایی انجام خودلقاحی = گل دوجنسی  
ساختارهای اختصاصی نهان‌دانگان جهت تولید مثل جنسی = گل

پاسخ تشریحی:

گلی که توانایی خودلقاحی داشته باشد، یعنی دارای هر دو حلقه پرچم و مادگی است و هر دو نوع یاخته جنسی نر و ماده را تولید می‌کند. در واقع این گل، قطعاً نوعی گل دوجنسی محسوب می‌شود. در صورتی که این گل سایر حلقه‌ها را نیز داشته باشد، گل **کامل** و اگر فاقد حتی یکی از حلقه‌های گلبرگ یا کاسبرگ باشد، گلی **ناکامل** محسوب می‌شود. پس در این سؤال، تنها با **قاطعیت** می‌توان گفت که این گل دوجنسی است اما **نمی‌توان** در مورد کامل یا ناکامل بودن آن اظهار نظر کرد. در پرچم و درون بساک، یاخته‌های هاپلوئیدی در نتیجه تقسیم میوز تولید می‌شوند که به آن‌ها **گرده نارس** گفته می‌شود، **همه** این یاخته‌ها توانایی انجام میتوز و تولید دانه گرده رسیده را دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:



۱) در یک گل کامل، **خارجی‌ترین** حلقه گل کاسبرگ است و با توجه به شکل مقابل، کاسبرگ‌ها سبزرنگ بوده و دارای کلروپلاست هستند اما نمی‌توان گفت که گل‌ها **همواره** در خارجی‌ترین حلقه خود دارای کاسبرگ هستند؛ زیرا ممکن است این گل **فاقد** کاسبرگ باشد.

۲) مادگی گل از یک یا تعدادی **برچه** ساخته شده است. در واقع برچه واحد سازنده مادگی است. پس یک گل **ممکن است** تنها یک برچه داشته باشد.

۴) حلقه‌های گل روی بخشی به نام **نهج** قرار دارند. **نهج** وسیع و **ممکن است** صاف، برآمده یا گود باشد.

### گروه آموزشی ماز

۱۱- کدام مورد در ارتباط با قارچ‌ریشه‌ای به‌عنوان یکی از معمول‌ترین سازگاری‌ها برای جذب آب و مواد مغذی، **نادرست** است؟

- ۱) بیشتر در تأمین فسفات موردنیاز گیاه نقش دارد.
- ۲) رشته‌های ظریف آن در سطح ریشه و درون آن قرار دارند.
- ۳) در تأمین مواد معدنی موردنیاز همه گیاهان دانه‌دار مؤثر است.
- ۴) پیکر رشته‌ای و بسیار ظریف آن، سطح جذب زیادی را فراهم می‌کند.

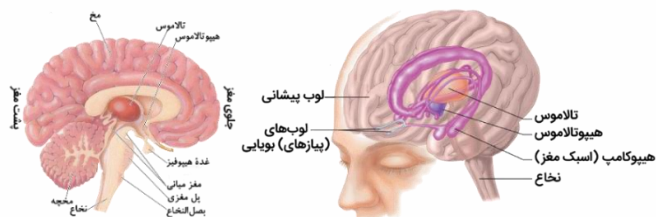


یکی از معمول‌ترین سازگاری‌ها برای جذب آب و مواد مغذی، همزیستی ریشه گیاهان با انواعی از قارچ‌ها است که به آن قارچ‌ریشه‌ای گفته می‌شود. حدود ۹۰ درصد (نه همه) گیاهان دانه‌دار با قارچ‌ها همزیستی دارند (نادرستی گزینه ۳). این قارچ‌ها در سطح ریشه زندگی می‌کنند و رشته‌های ظریفی به درون ریشه می‌فرستند که تبادل مواد را با آن انجام می‌دهند (درستی گزینه ۲). در قارچ‌ریشه‌ای، قارچ، مواد آلی را از ریشه گیاه می‌گیرد و برای گیاه، مواد معدنی و به خصوص فسفات فراهم می‌کند (درستی گزینه ۱). پیکر رشته‌ای و بسیار ظریف قارچ‌ها، نسبت به ریشه گیاه با سطح بیشتری از خاک در تماس است و می‌تواند مواد معدنی بیشتری را جذب کند (درستی گزینه ۴).

### گروه آموزشی ماز

۱۲- کدام عبارت، درباره قسمت‌های مختلف مغز انسان درست است؟

- (۱) ساختاری که پیام‌های گیرنده‌های بویایی را دریافت می‌کند، به بالاترین بخش از سامانه لیمبیک متصل است.
- (۲) قسمتی از ساقه مغز که نسبت به بخش‌های دیگر آن برجستگی بیشتری دارد، در تنظیم تنفس و بلع نقش دارد.
- (۳) بطنی از مغز که در مقابل مرکز هماهنگی حرکات بدن قرار دارد، از طریق یک مجرا با بطن مجاور تالاموس‌ها مرتبط می‌شود.
- (۴) رابط‌های سفیدرنگی که ارتباط بین دو نیمکره مخ را برقرار می‌کنند، در تماس با سطح زیرین مرکز پردازش اولیه اطلاعات حسی قرار دارند.



در مقابل مخچه، بطن چهارم مغزی قرار دارد. همانطور که در شکل مشخص است، مجرایی از این بطن به سمت بالا حرکت کرده و با بطن اطراف تالاموس در ارتباط قرار می‌گیرد.



- ۱) پیازهای بویایی می‌توانند پیام‌های گیرنده بویایی را دریافت کنند و از طریق رشته‌ای نازک به بخشی از سامانه لیمبیک متصل هستند اما همانطور که در شکل مشخص است، این بخش بالاترین بخش لیمبیک نیست.
- ۲) همانطور که در شکل مشخص است، پل مغزی نسبت به سایر قسمت‌های ساقه مغز، برجسته‌تر است. پل مغزی در تنظیم تنفس نقش دارد اما تنظیم بلع توسط بصل النخاع انجام می‌شود.
- ۴) همانطور که در شکل مشخص است، رابط‌های سفید رنگی که دو نیمکره مخ را به یکدیگر متصل می‌کنند، در بالای تالاموس (مرکز پردازش اولیه اطلاعات حسی) قرار دارد.

### گروه آموزشی ماز

۱۳- به‌طور معمول، کدام مورد در خصوص عواملی که بدون از بین رفتن افراد جمعیت باعث برهم‌زدن تعادل جمعیت می‌شوند، درست است؟

«عاملی که برای اولین بار، در ..... سطح سازمان‌یابی حیات امکان وقوع پیدا می‌کند، همواره .....»

- (۱) هفتمین - میزان آسیب‌پذیری جمعیت را در برابر تغییرات شرایط محیطی، کاهش می‌دهد
- (۲) ششمین - برای بروز تأثیر خود روی جمعیت، نیازمند انتخاب شدن موجوداتی با ویژگی‌های خاص است
- (۳) نخستین - به دلیل غنی‌تر کردن خزانه ژن، شانس بقای جمعیت را در شرایط محیطی جدید افزایش می‌دهد
- (۴) هشتمین - در صورت رخ دادن به شکل پیوسته و دوسویه، باعث افزایش شباهت خزانه ژن دو جمعیت می‌شود



هفتمین سطح سازمان‌یابی حیات = اجتماع  
عاملی که برای اولین بار، در هفتمین سطح سازمان‌یابی حیات امکان وقوع پیدا می‌کند = شارش ژن  
ششمین سطح سازمان‌یابی حیات = جمعیت  
عاملی که برای اولین بار، در ششمین سطح سازمان‌یابی حیات امکان وقوع پیدا می‌کند = آمیزش غیر تصادفی  
نخستین سطح سازمان‌یابی حیات = یاخته  
عاملی که برای اولین بار، در نخستین سطح سازمان‌یابی حیات امکان وقوع پیدا می‌کند = جهش  
هشتمین سطح سازمان‌یابی حیات = بوم‌سازگان  
عاملی که برای اولین بار، در هشتمین سطح سازمان‌یابی حیات امکان وقوع پیدا می‌کند = انتخاب طبیعی

سطح جمعیت، اولین سطحی است که آمیزش جنسی و آمیزش غیر تصادفی می‌تواند در آن اتفاق بیفتد. (دقت کنید که برای این سؤال نیاز نیست بکرزایی را در نظر بگیرید، چرا که در صورت سؤال عبارت «به‌طور معمول» داریم و به دنبال استثنائات نمی‌گردیم.)  
در آمیزش غیر تصادفی، آمیزش‌ها به رخ‌نمود یا ژن‌نمود بستگی دارند و فراوانی نسبی ژن‌نمودها تغییر می‌کند؛ برای مثال جانوران جفت خود را براساس ویژگی‌های ظاهری و رفتاری انتخاب می‌کنند.

### بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) جمعیت‌های گوناگونی که با هم تعامل دارند، یک اجتماع را به‌وجود می‌آورند. بنابراین شارش ژن که بین دو جمعیت مختلف رخ می‌دهد، برای اولین بار در سطح اجتماع ممکن است انجام شود.
- شارش ژن می‌تواند باعث افزایش تنوع دگرها در جمعیت مقصد شود و شانس این جمعیت را برای بقا افزایش دهد اما در صورتی که به دلیل مهاجرت باعث ناپدید شدن انواعی از دگرها در جمعیت مبدأ شود، تنوع دگرها کاهش پیدا کرده و ممکن است شانس بقای این جمعیت در شرایط متغیر محیطی، کاهش یابد.
- ۳) جهش، با افزودن دگرهای جدید، خزانه ژن را غنی‌تر می‌کند و گوناگونی را افزایش می‌دهد. بسیاری از جهش‌ها تأثیری فوری بر رخ‌نمود ندارند و بنابراین ممکن است تشخیص داده نشوند، اما با تغییر شرایط محیط ممکن است (نه لزوماً) دگره جدید، سازگارتر از دگره یا دگره‌های قبلی عمل کند. یعنی ممکن است دگره‌های جدید سازگاری کمتری داشته باشند و شانس بقای جمعیت کاهش یافته باشد.
- ۴) عوامل زنده (اجتماع) و غیرزنده محیط و تأثیرهایی که بر هم می‌گذارند، بوم‌سازگان را می‌سازند. تأثیر محیط را اولین بار در بوم‌سازگان شاهد هستیم. فرایندی را که در آن افراد سازگارتر با محیط انتخاب می‌شوند، یعنی آن‌هایی که شانس بیشتری برای زنده ماندن و تولیدمثل دارند، انتخاب طبیعی می‌نامند. بنابراین فرایندی که اولین بار در سطح بوم‌سازگان و با در نظر گرفتن محیط، قابلیت بروز پیدا می‌کند، انتخاب طبیعی است.
- بخش دوم این گزینه در مورد شارش ژن درست است، نه انتخاب طبیعی. اگر بین دو جمعیت، شارش ژن به‌طور پیوسته و دوسویه ادامه یابد، سرانجام خزانه ژن دو جمعیت به هم شبیه می‌شود. البته در نظر داشته باشید که صورت سؤال، عواملی را مدنظر دارد که موجب کاهش تعداد افراد جمعیت نشوند. انتقاب طبیعی می‌تواند موجب کاهش این تعداد گردد.

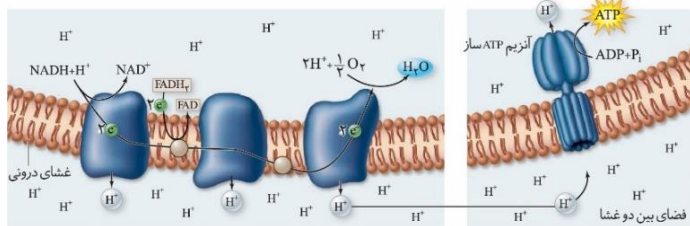
### گروه آموزشی ماز

- ۱۴- در ارتباط با زنجیره انتقال الکترون در راکیزه (میتوکندری) یک یاخته پوششی کبد، کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟  
«الکترون‌های  $NADH$  و  $FADH_2$  پس از عبور از ..... جزء از زنجیره انتقال الکترون به مولکولی منتقل می‌شوند که .....»  
(۱) سه - بخشی برجسته به سمت بخش درونی اندامک دارد  
(۲) دو - در نزدیکی سطح داخلی غشای درونی قرار گرفته است  
(۳) چهار - الکترون‌های پرانرژی را از مولکولی پروتئینی دریافت می‌کند  
(۴) یک - با سر آبدوست فسفولیپیدهای هر دو لایه غشا در تماس است

(سخت - مفهومی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

### پایخ تشریحی



الکترون‌های  $NADH$  به اولین جزء زنجیره و الکترون‌های  $FADH_2$  به دومین جزء زنجیره منتقل می‌شوند. بنابراین، الکترون‌های  $NADH$  پس از گذر از چهار جزء زنجیره، به پروتئین پنجم منتقل می‌شوند و الکترون‌های  $FADH_2$  پس از گذر از چهار جزء، به اکسیژن مولکولی انتقال می‌یابد. هر دوی این مولکول‌ها، الکترون پرانرژی را از جزئی پروتئینی در زنجیره دریافت می‌کنند.

### بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) الکترون‌های  $FADH_2$  پس از عبور از سه جزء زنجیره به آخرین پروتئین زنجیره منتقل می‌شوند که بخشی برجسته به سمت بخش درونی میتوکندری دارد. این گزینه درباره الکترون‌های  $NADH$  صادق نیست.
- ۲) الکترون‌های  $FADH_2$  پس از عبور از دو جزء، به چهارمین جزء زنجیره منتقل می‌شوند که در نزدیکی سطح خارجی (نه داخلی) غشای درونی میتوکندری قرار گرفته است.
- ۴) الکترون‌های  $NADH$  پس از عبور از یک جزء به دومین جزء زنجیره منتقل می‌شوند که در قسمت میانی غشا قرار دارد و با هر دو لایه فسفولیپیدی غشا در تماس نیست.

### گروه آموزشی ماز

۱۵- کدام مورد در ارتباط با بدن انسان درست است؟

- ۱) بخشی از کولون که طول بیشتری نسبت به سایر قسمت‌ها دارد، در سمت راست بدن قرار دارد.
- ۲) یکی از مجاری لنفی که مقدار بیشتری لنف را حمل می‌کند، به سیاهرگ زیر ترقوه‌ای چپ متصل است.
- ۳) نیمه‌ای از دیافراگم که فاصله بیشتری تا مثانه دارد، در مجاورت محل اتصال مری به معده قرار دارد.
- ۴) یکی از میزنای‌ها که ادرار را در مسافت بیشتری جابه‌جا می‌کند، فاصله بیشتری تا آئورت شکمی دارد.

(سخت - ترکیبی - ۱۰۰۵)

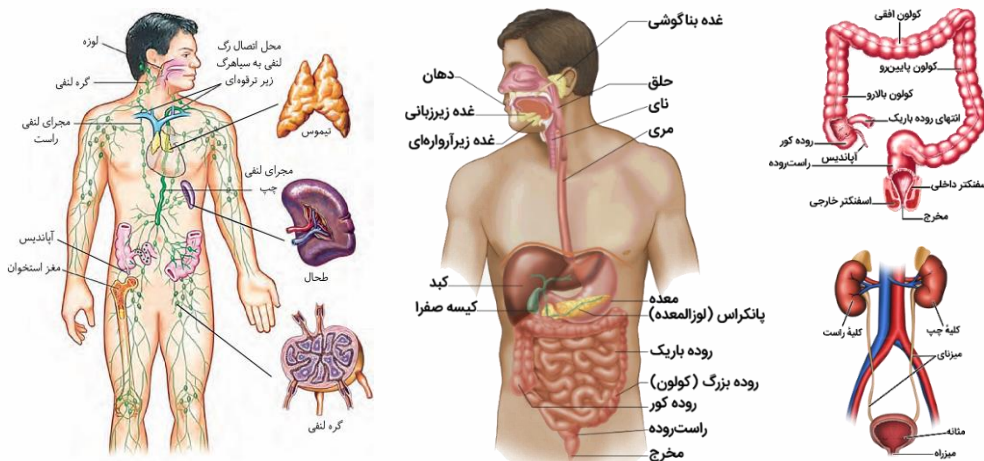
پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

مجرای لنفی چپ نسبت به مجرای لنفی راست، قطورتر و طولی‌تر است. مجرای لنفی چپ به سیاهرگ زیر ترقوه‌ای چپ متصل است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) کولون پایین‌رو نسبت به کولون بالا‌رو و کولون افقی طول بیشتری دارد. کولون پایین‌رو در سمت چپ بدن قرار دارد.
- ۳) نیمه راست دیافراگم نسبت به نیمه چپ آن، بالاتر است و فاصله بیشتری تا مثانه دارد؛ اما محل اتصال مری به معده، در سمت چپ بدن است.
- ۴) کلیه چپ نسبت به کلیه راست، بالاتر است و میزنای متصل به آن، طول بیشتری دارد. در ناحیه شکم، سرخرگ آئورت به سمت چپ بدن متمایل است و بنابراین، به میزنای چپ نزدیک‌تر است.



گروه آموزشی ماز

۱۶- چند مورد درباره وقایعی که در فاصله بین بارداری تا زایمان در یک زن بالغ رخ می‌دهد، نادرست است؟

- الف: قبل از شروع شکل‌گیری اندام‌های اصلی بدن جنین، جوانه‌های دست و پا ظاهر می‌شوند.
- ب: هم‌زمان با تشکیل سیاهرگ‌های بند ناف، نمو محل اصلی گوارش و جذب غذا نیز آغاز می‌شود.
- ج: در هفته دوم بعد از لقاح، تمایز جفت هم‌زمان با تشکیل لایه‌های زاینده جنینی به پایان می‌رسد.
- د: هم‌زمان با تشکیل پرده‌های محافظت‌کننده در اطراف جنین، بلاستوسیست در جدار رحم قرار می‌گیرد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(سخت - مفهومی - ۱۱۰۷)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

هر چهار مورد این سؤال، نادرست هستند.

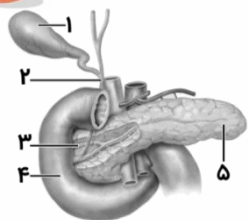
بررسی موارد:

**الف و ب:** در انتهای ماه اول اندام‌های اصلی شروع به تشکیل شدن می‌کنند و ضربان قلب آغاز می‌شود. ابتدا رگ‌های خونی و روده شروع به نمو می‌کنند و سپس جوانه‌های دست و پا ظاهر می‌شوند (نادرستی مورد الف). دقت داشته باشید که در بند ناف، فقط یک سیاهرگ (نه سیاهرگ‌ها) وجود دارد (نادرستی مورد ب).

**ج:** هم‌زمان با تشکیل جفت (هفته دوم بعد از لقاح) یاخته‌های توده درونی لایه‌های زاینده را تشکیل می‌دهند. تمایز جفت از هفته دوم بعد از لقاح شروع می‌شود اما تا هفته دهم ادامه دارد.

**د:** تشکیل پرده‌های محافظت‌کننده جنینی شامل زه کیسه (آمینون) و زه شامه (کورین)، پس از جایگزینی صورت می‌گیرد. جایگزینی شامل قرارگیری توده بلاستوسیست در حفره ایجادشده در ساختار جدار رحم است.

گروه آموزشی ماز



۱۷- با توجه به شکل مقابل که بخشی از دستگاه‌های بدن یک انسان سالم را نشان می‌دهد، کدام عبارت درست است؟

- ۱) در بخش «۱» همانند بخش «۵»، آنزیم‌هایی وجود دارند که یون بیکربنات را تولید می‌کنند.
- ۲) درون بخش «۳» همانند بخش «۲»، ترکیباتی غیرآنزیمی وجود دارند که به ریز شدن چربی‌ها کمک می‌کنند.
- ۳) در بخش «۵» همانند بخش «۴»، پیک‌های شیمیایی تولید می‌شوند که در یاخته‌های بخش «۵» گیرنده دارند.
- ۴) درون بخش «۴» همانند بخش «۱»، مولکول‌های زیستی وجود دارند که انرژی فعال‌سازی واکنش‌ها را کاهش می‌دهند.

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

**نام‌گذاری شکل سؤال** ← شکل نشان‌دهنده «پانکراس» است و بخش‌های مشخص شده در شکل، به ترتیب عبارت‌اند از: ۱- کیسه صفرا، ۲- مجرای صفرا، ۳- مجرای پانکراس (مجرای که با مجرای صفرا مشترک نیست و فقط حاوی ترشحات پانکراس است)، ۴- دوازدهه و ۵- پانکراس.

پاسخ تشریحی:

در پانکراس، هورمون‌های انسولین و گلوکاگون تولید می‌شوند. انسولین می‌تواند بر روی یاخته‌های پانکراس اثر بگذارد و باعث ورود گلوکز به یاخته‌ها شود. سکرترین نیز که از دوازدهه ترشح می‌شود، باعث تحریک تولید بیکربنات توسط پانکراس می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) صفرا همانند شیره پانکراس دارای بیکربنات است اما صفرا توسط کیسه صفرا ساخته نمی‌شود، بلکه تولید صفرا در کبد انجام می‌شود.
- ۲) صفرا می‌تواند با همکاری حرکات روده باریک، موجب ریز شدن چربی‌ها شود. پانکراس دارای دو مجرا است که یکی از آن‌ها، به‌صورت مشترک با مجرای صفرا به دوازدهه می‌ریزد اما مجرای دیگر (بخش «۳» در شکل)، فقط حامل ترشحات پانکراس است.
- ۴) در صفرا آنزیم وجود ندارد.

### گروه آموزشی ماز

۱۸- کدام مورد درباره همه پروتئین‌های تک‌رشته‌ای که در سیتوپلاسم نوعی یاخته عصبی انسان ساخته می‌شوند، درست است؟

- ۱) در زنجیره پلی‌پپتیدی آن‌ها، فقط الگوی صفحه‌ای یا مارپیچی تشکیل می‌شود.
- ۲) بلافاصله پس از تشکیل ساختار نهایی پروتئین، فعالیت زیستی خود را آغاز می‌کنند.
- ۳) فقط در یکی از ساختارهای خود، بین گروه آمین و کربوکسیل پیوند برقرار می‌کنند.
- ۴) در نتیجه تآخوردگی الگوهایی از پیوندهای هیدروژنی، ساختاری متصل به هم شکل می‌گیرد.

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴



ساختار دوم پروتئین‌ها به‌صورت الگوهایی از پیوندهای هیدروژنی است و دو نمونه معروف آن‌ها، ساختار مارپیج و ساختار صفحه‌ای است. در ساختار سوم، تآخوردگی بیشتر صفحات و مارپیج‌ها رخ می‌دهد و پروتئین‌ها به شکل‌های متفاوتی درمی‌آیند. ساختار سوم پروتئین‌ها، ساختار تآخورده و متصل به هم است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) همانطور که در شکل مشخص است، یک زنجیره پلی‌پپتیدی می‌تواند به‌طور هم‌زمان دارای ساختار صفحه‌ای و مارپیچی باشد.
- ۲) گروهی از پروتئین‌ها به‌صورت غیرفعال ساخته می‌شوند و پس از تغییر کردن، فعال می‌شوند. مثل پروتئین‌های معده و پانکراس.
- ۳) در ساختار اول پروتئین‌ها، بین گروه آمین و کربوکسیل پیوند پپتیدی تشکیل می‌شود. در ساختار دوم پروتئین‌ها نیز بین گروه کربوکسیل و آمین، پیوند هیدروژنی تشکیل می‌شود.

### گروه آموزشی ماز

۱۹- درخصوص فرایندهای تنظیم رونویسی ژن‌های مربوط به تجزیه دی‌ساکاریدها در باکتری اشرشیا کلائی، کدام مورد درباره شکل زیر به‌طور حتم درست است؟



۲

- ۱) اگر بخش «۱» و «۲» به نوعی پروتئین متصل باشند، فرآورده‌های ژن برای تجزیه لاکتوز قابل‌استفاده هستند.
- ۲) بلافاصله بعد از عبور بخش «۴» از بخش «۳»، نوعی مولکول رنای پیک (mRNA) در سیتوپلاسم آزاد می‌شود.
- ۳) اگر بخش «۴» از همه توالی‌های تنظیم‌کننده رونویسی عبور کند، بخش «۲» محلی برای اتصال به مهارکننده دارد.
- ۴) اگر بخش «۳» حاوی اطلاعات لازم برای تجزیه مالتوز باشد، رنایسپاراز (RNA پلی‌مراز) می‌تواند به بخش «۱» متصل شود.

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مفهومی - ۱۲۰۲)

**نام‌گذاری شکل سؤال** ← شکل مربوط به تنظیم منفی یا مثبت رونویسی در باکتری اشرشیا کلائی است. اگر شکل مربوط به تنظیم منفی رونویسی ژن‌های مربوط به تجزیه لاکتوز باشد، بخش‌های مشخص شده در شکل، به ترتیب عبارت‌اند از: ۱- راه‌انداز، ۲- اپراتور، ۳- اولین ژن و ۴- آنزیم رِنا بسپاراز (RNA پلی‌مراز). اگر شکل مربوط به تنظیم مثبت رونویسی ژن‌های مربوط به تجزیه مالتوز باشد، بخش‌های مشخص شده در شکل، به ترتیب عبارت‌اند از: ۱- جایگاه اتصال فعال‌کننده، ۲- راه‌انداز، ۳- اولین ژن و ۴- آنزیم رِنا بسپاراز (RNA پلی‌مراز).

پاسخ تشریحی:

در تنظیم مثبت رونویسی، رِنا بسپاراز فقط از راه‌انداز عبور می‌کند اما در تنظیم منفی رونویسی، رِنا بسپاراز هم از راه‌انداز و هم از اپراتور عبور می‌کند. در تنظیم منفی رونویسی، مهارکننده می‌تواند به اپراتور متصل شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) در تنظیم منفی رونویسی، رِنا بسپاراز به راه‌انداز و مهارکننده به اپراتور متصل می‌شود. در تنظیم مثبت رونویسی، رِنا بسپاراز به راه‌انداز و فعال‌کننده به جایگاه خود متصل می‌شود. بنابراین، حالت ذکر شده در این گزینه، هم می‌تواند مربوط به تنظیم منفی رونویسی باشد و هم تنظیم مثبت رونویسی.
- ۲) در تنظیم منفی و مثبت رونویسی، یک mRNA چند ژنی ساخته می‌شود. بنابراین، آزاد شدن رِنا پی‌ک در سیتوپلاسم، پس از پایان رونویسی هر سه ژن انجام می‌شود.
- ۴) در تنظیم مثبت رونویسی، رِنا بسپاراز به راه‌انداز متصل می‌شود و نمی‌تواند به جایگاه اتصال فعال‌کننده متصل شود.

### گروه آموزشی ماز

۲۰- در خصوص مراحل تشکیل ادرار در کلیه‌های یک انسان سالم، کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟

«در نخستین مرحله تشکیل ادرار ..... هر مرحله‌ای از فرایند تشکیل ادرار که .....»

- ۱) برخلاف - باعث کاهش غلظت گلوکز در ادرار می‌شود، یاخسته‌های موجود در بخش قشری کلیه نقش دارند
- ۲) همانند - در بخش لوله‌ای نفرون انجام می‌شود، جابه‌جایی مواد فقط با مصرف انرژی زیستی صورت می‌گیرد
- ۳) برخلاف - در تنظیم pH خون نقش مهمی دارد، همهٔ موادی که وارد نفرون می‌شوند، از دیوارهٔ مویرگ عبور کرده‌اند
- ۴) همانند - دقیقاً در جهت مخالف مرحله‌ای دیگر در بخش لوله‌ای نفرون انجام می‌شود، بخشی از مواد دفعی خون وارد نفرون می‌شود

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مفهومی - ۱۰۰۵)

**ترجمه صورت سؤال** ← نخستین مرحله تشکیل ادرار، مرحلهٔ تراوش است.

تعبیر:

مرحله‌ای از فرایند تشکیل ادرار که باعث کاهش غلظت گلوکز در ادرار می‌شود = بازجذب  
مرحله‌ای از فرایند تشکیل ادرار که در بخش لوله‌ای نفرون (بعد از کپسول بومن) انجام می‌شود = بازجذب + ترشح  
مرحله‌ای از فرایند تشکیل ادرار که تنظیم pH خون نقش مهمی دارد = ترشح (+ بازجذب)  
مرحله‌ای از فرایند تشکیل ادرار که دقیقاً در جهت مخالف مرحله‌ای دیگر انجام می‌شود = بازجذب + ترشح

پاسخ تشریحی:

در فرایند تراوش، همهٔ موادی که می‌خواهند وارد فضای درون نفرون شوند، از دیوارهٔ مویرگ‌های گلومرول عبور می‌کنند. اما در ترشح، موادی که لازم است دفع شوند از مویرگ‌های دور لوله‌ای یا خود یاخسته‌های نفرون به درون نفرون ترشح می‌شوند. تکلیف بازجذب هم که روشن است! در بازجذب مواد از نفرون خارج می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) کپسول بومن در بخش قشری کلیه قرار دارد و فرایند تراوش، در بخش قشری انجام می‌شود. قسمت‌هایی از بخش‌های لوله‌ای نفرون‌ها نیز در بخش قشری کلیه قرار دارند و بنابراین، بخشی از فرایند ترشح و بازجذب نیز در بخش قشری انجام می‌شود.
- ۲) ترشح و بازجذب در بیشتر موارد به صورت فعال انجام می‌شوند اما می‌توانند به صورت غیرفعال و بدون مصرف انرژی زیستی نیز انجام شوند.
- ۴) ترشح باعث ورود مواد دفعی به نفرون می‌شود اما بازجذب، مواد مفید را از نفرون به خون برمی‌گرداند.

### گروه آموزشی ماز

۲۱- در ارتباط با دستگاه درون‌ریز بدن پسری که در دوران بلوغ به سر می‌برد، کدام مورد به طور حتم صحیح است؟

- ۱) هر هورمونی که مستقیماً باعث رشد استخوان‌ها می‌شود، تنظیم ترشح آن وابسته به هیپوتالاموس است.
- ۲) هر هورمونی که غیرجنسی بوده و در تنظیم دستگاه تولیدمثل نقش دارد، در زنان نیز در تنظیم دستگاه تولیدمثل مؤثر است.
- ۳) هر هورمونی که باعث روییدن مو در صورت و قسمت‌های دیگر بدن می‌شود، توسط غده‌ای خارج از حفرهٔ شکمی نیز به خون وارد می‌شود.
- ۴) هر هورمونی که به گیرندهٔ خود در یاخسته‌های سرتولی متصل می‌شود، از بزرگ‌ترین بخش غده‌ای در کف استخوان مجموعه ترشح شده است.

(سخت - ترکیبی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

تعبیر:

در دستگاه درون‌ریز بدن، هر هورمونی که مستقیماً باعث رشد استخوان‌ها می‌شود = هورمون رشد + هورمون تستوسترون  
در دستگاه درون‌ریز بدن، هر هورمونی که غیرجنسی است و در تنظیم دستگاه تولیدمثل نقش دارد = هورمون پرولاکتین + هورمون LH + هورمون FSH + هورمون‌های آزادکننده و مهارکننده FSH و LH  
در دستگاه درون‌ریز بدن، هر هورمونی که باعث روییدن مو در صورت و قسمت‌های دیگر بدن می‌شود = هورمون تستوسترون  
در دستگاه درون‌ریز بدن، هر هورمونی که به گیرنده خود در یاخته‌های سرتولی متصل می‌شود = هورمون FSH + هورمون‌های تیروئیدی

پاسخ تشریحی:

هورمون رشد توسط بخش پیشین غده هیپوفیز و در پاسخ به نوعی هورمون آزادکننده هیپوتالاموس ترشح می‌شود. هورمون تستوسترون تحت تأثیر هورمون LH از یاخته‌های بینابینی ترشح می‌شود و ترشح هورمون LH نیز وابسته به نوعی هورمون آزادکننده هیپوتالاموس است. دقت داشته باشید که مقداری هورمون تستوسترون نیز از بخشی قشری غده فوق کلیه تحت تأثیر هورمون محرک فوق کلیه ترشح می‌شود و ترشح هورمون محرک غده فوق کلیه نیز وابسته به ترشح نوعی هورمون آزادکننده هیپوتالاموس است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) هورمون پرولاکتین در مردان (نه زنان) در تنظیم دستگاه تولیدمثل نقش دارد.

۳) غده بر عده جنسی، غده فوق کلیه (در حفره شکمی) نیز هم در زنان و هم در مردان، مقداری هورمون جنسی زنانه و مردانه ترشح می‌کند.

۴) هورمون FSH توسط هیپوفیز (غده‌ای در استخوان کف جمجمه) ترشح می‌شود اما هورمون‌های تیروئیدی، از غده تیروئید (در ناحیه گردن) ترشح می‌شود.

### گروه آموزشی ماز

۲۲- در خصوص تولیدمثل جنسی در جانوران، چند مورد برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟

«در صورت تولیدمثل جنسی از طریق .....، اگر زاده‌ای تولید شود که ژن نمود (ژنوتیپ) ..... دارد، در این صورت ژن نمود (ژنوتیپ) جانور تولیدکننده تخمک ..... باشد.»

ب: لقاح در کرم کبد - aaBb - نمی‌تواند AABb

الف: بکرزایی در زنبور عسل - Ab - نمی‌تواند Aabb

د: بکرزایی در مار - AABB - می‌تواند AaBb

ج: لقاح در کرم خاکی - aaBB - می‌تواند aabb

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(سخت - ترکیبی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

موارد (ب) و (د)، درست هستند.

بررسی موارد:

الف: اگر زنبور عسل ملکه دارای ژنوتیپ Aabb باشد، می‌تواند تخمکی با ژنوتیپ Ab تولید کند که طی فرایند بکرزایی، جانوری نر با ژنوتیپ Ab را به‌وجود می‌آورد.

ب: در کرم کبد، اسپرم‌های هر فرد تخمک‌های همان فرد را بارور می‌کنند. جانوری که ژنوتیپ AABB دارد، نمی‌تواند گامت‌های دارای ژنوتیپ a تولید کند و بنابراین، هیچ‌کدام از زاده‌هایش نمی‌توانند ژنوتیپ aa داشته باشند.

ج: در کرم خاکی، لقاح دوطرفی انجام می‌شود و تعیین ژنوتیپ زاده‌ها مشابه با تعیین ژنوتیپ زاده‌ها در فرایندهای معمولی لقاح است. جانور دارای ژنوتیپ aabb، گامت ab تولید می‌کند و پس از لقاح، همه زاده‌ها حداقل یک ال b را خواهند داشت و نمی‌توانند ژنوتیپ BB داشته باشند.

د: در بکرزایی مادر ماده، تخمک یک نسخه از کروموزوم‌های خود را می‌سازد و خود را بارور می‌سازد. جانور ماده دارای ژنوتیپ AaBb می‌تواند تخمکی با ژنوتیپ AB تولید کند که طی بکرزایی، یاخته تخمی با ژنوتیپ AABB به‌وجود می‌آورد.

### گروه آموزشی ماز

۲۳- کدام ویژگی، گروهی از تارهای یک ماهیچه که انقباضات آهسته دارند را از تارهایی که مسئول انجام انقباضات سریع هستند، متمایز می‌سازد؟

۱) در افراد کم‌تحرك فراوانی بیشتری دارند.

۲) به‌سرعت انرژی خود را از دست می‌دهند و خسته می‌شوند.

۳) مقدار زیادی پروتئین تک‌زنجیره‌ای ذخیره‌کننده اکسیژن دارند.

۴) بیشتر انرژی لازم برای انقباض‌های طولانی را از تجزیه کامل گلوکز به‌دست می‌آورند.

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

**ترجمه صورت سؤال** ← تارهای ماهیچه‌ای نوع کُند (قرمز)، انقباضات آهسته دارند. اما تارهای ماهیچه‌ای نوع تند (سفید)، مسئول انجام انقباضات سریع هستند.

پاسخ تشریحی:

در تارهای ماهیچه‌ای قرمز نسبت به تارهای ماهیچه‌ای سفید، مقدار میوگلوبین (نوعی پروتئین تک‌زنجیره‌ای که اکسیژن را ذخیره می‌کند)، **بیشتر** است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) در افراد کم‌تحرك، فراوانی تارهای ماهیچه‌ای تند **بیشتر** است.
- ۲) تارهای ماهیچه‌ای تند، به **سرعت** انرژی خود را از دست می‌دهند و خسته می‌شوند.
- ۴) در صورت وجود اکسیژن، تجزیه گلوکز می‌تواند تا چند دقیقه انرژی لازم برای ساخت ATP را فراهم کند. برای انقباض **طولانی‌تر**، ماهیچه‌ها از اسیدهای چرب استفاده می‌کنند.

### گروه آموزشی ماز

۲۴- رنگ در نوعی ذرت، صفتی با سه جایگاه ژنی است که هر کدام دو دگره (الل) دارند. برای نشان دادن ژن‌ها در این سه جایگاه، از حروف بزرگ و کوچک A, B و C استفاده می‌کنیم. برحسب نوع ترکیب دگره‌ها، رنگ‌های مختلفی ایجاد می‌شود. دگره‌های بارز، رنگ قرمز و دگره‌های نهفته رنگ سفید را به‌وجود می‌آورند. در صورت آمیزش ذرت‌های سفید با ذرت‌های دارای رخ‌نمود (فنوتیپ) متفاوت که در همه جایگاه‌های ژنی خود خالص هستند، کدام حالت در میان زاده‌ها قابل مشاهده نیست؟

- ۱) زاده‌ای که رخ‌نمود (فنوتیپ) آن حد واسط رخ‌نمود والدین محسوب می‌شود.
- ۲) زاده‌ای که همه انواع دگره (الل)‌های این صفت را در ژن‌نمود (ژنوتیپ) خود دارد.
- ۳) زاده‌ای که شباهت رخ‌نمود (فنوتیپ) آن به یکی از والدین بیشتر از والد دیگر است.
- ۴) زاده‌ای که فراوانی رخ‌نمود (فنوتیپ) آن با فراوانی رخ‌نمود یکی از والدین یکسان است.

(سخت - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

**ترجمه صورت سؤال** ← ذرت‌های دارای ژنوتیپ‌های AaBBCC, AABbCC, AABbCc, aaBBCC, AAbbCc, Aabbcc و aabbCC، در همه جایگاه‌های ژنی خود خالص هستند. ذرت‌های سفید نیز دارای ژنوتیپ aabbcc می‌باشند.

پاسخ تشریحی:

برای پاسخگویی به این سؤال، به جدول زیر دقت کنید:

| ژنوتیپ والد ۱ | ژنوتیپ والد ۲ | ژنوتیپ زاده‌ها | تعداد الل‌های بارز والدین | تعداد الل‌های بارز زاده‌ها | اختلاف تعداد الل‌های بارز والدین و زاده‌ها |
|---------------|---------------|----------------|---------------------------|----------------------------|--------------------------------------------|
| aabbcc        | AABBCC        | AaBbCc         | صفر و ۶                   | ۳                          | ۳                                          |
| aabbcc        | AABbCc        | AaBbcc         | صفر و ۴                   | ۲                          | ۲                                          |
| aabbcc        | AAbbCC        | AabbCc         | صفر و ۴                   | ۲                          | ۲                                          |
| aabbcc        | aaBBCC        | aaBbCc         | صفر و ۴                   | ۲                          | ۲                                          |
| aabbcc        | AAbbCc        | Aabbcc         | صفر و ۲                   | ۱                          | ۱                                          |
| aabbcc        | aaBBcc        | aaBbcc         | صفر و ۲                   | ۱                          | ۱                                          |
| aabbcc        | aabbCC        | aabbCc         | صفر و ۲                   | ۱                          | ۱                                          |

همانطور که در جدول مشخص است، در **همه** حالات، فنوتیپ زاده‌ها حد واسطی از فنوتیپ والدین است (درستی گزینه ۱) و میزان شباهت فنوتیپ زاده‌ها به فنوتیپ هر یک از والدین، **یکسان** است (نادرستی گزینه ۳).

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۲) در صورتی که والد دوم دارای ژنوتیپ AABBCC باشد، زاده‌ها دارای ژنوتیپ AaBbCc خواهند بود و در ژنوتیپ آن‌ها، **همه** انواع الل‌های صفت رنگ ذرت دیده می‌شود.
- ۴) با توجه به متقارن بودن منحنی فراوانی فنوتیپ‌های رنگ ذرت، فراوانی بعضی از فنوتیپ‌ها یکسان است: ۱- ذرت‌های دارای صفر یا ۶ الل بارز، ۲- ذرت‌های دارای ۱ یا ۵ الل بارز و ۳- ذرت‌های دارای ۲ یا ۴ الل بارز. در صورتی که والد دوم دارای ۴ الل بارز (ژنوتیپ AABbCC, AAbbCC یا aaBBCC) باشد، زاده‌ها دارای دو الل بارز خواهند بود و فراوانی فنوتیپ آن‌ها با والد دارای ۴ الل بارز **یکسان** است.

### گروه آموزشی ماز

۲۵- کدام مورد درخصوص سامانه بافت آوندی گیاه گوجه‌فرنگی، صحیح است؟

- ۱) هر یاخته آوندی که فاقد دیواره عرضی است، به‌طور حتم کوتاه می‌باشد و لوله‌ای پیوسته را تشکیل می‌دهد.
- ۲) هر یاخته دارای پروتوپلاست و دیواره نخستین، به‌طور حتم دنا (DNA) های خطی را در یک هسته نگه می‌دارد.
- ۳) هر یاخته آوندی که دیواره عرضی دارد، به‌طور حتم برای ترابری مواد در گیاه نیاز به کمک یاخته‌های همراه دارد.
- ۴) هر یاخته دارای دیواره پسین چوبی‌شده، به‌طور حتم در تشکیل لوله‌ای برای جابه‌جایی شیره خام نقش اصلی را دارد.

(سخت - مفهومی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۱

تعبیر:

هر یاخته آوندی که فاقد دیواره عرضی است = عناصر آوندی  
 هر یاخته دارای پروتوپلاست و دیواره نخستین در سامانه بافت آوندی = یاخته‌های پارانشیمی + یاخته‌های آوند آبکش + یاخته‌های همراه  
 هر یاخته آوندی که دیواره عرضی دارد = تراکئیدها + یاخته‌های آوند آبکش  
 هر یاخته دارای دیواره پسین چوبی‌شده در سامانه بافت آوندی = یاخته‌های فیبر + یاخته‌های آوند چوبی

پاسخ تشریحی:

عناصر آوندی، یاخته‌های کوتاهی هستند که در آن‌ها، دیواره عرضی از بین رفته و لوله پیوسته‌ای تشکیل شده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۲) یاخته‌های آوند آبکش، فاقد هسته هستند.
- ۳) یاخته‌های آوند آبکش، برای ترابری شیره پرورده نیاز به کمک یاخته‌های همراه دارند. این عبارت درباره تراکئیدها صادق نیست.
- ۴) یاخته‌های آوند چوب در تشکیل لوله‌های جابه‌جاکننده شیره خام نقش دارند. این گزینه درباره یاخته‌های فیبر نادرست است.

### گروه آموزشی ماز

۲۶- با توجه به مطالب کتاب درسی، کدام مورد، برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟

«ماهیچه ..... از طریق نوعی بافت پیوندی رشته‌ای به استخوانی متصل است که .....»

- ۱) دو سر بازو - در ساعد دست قرار دارد و پهنای بیشتری در قسمت مجاور با مچ نسبت به سمت دیگر خود دارد
- ۲) سه سر بازو - در سطح پشتی بدن قرار دارد و فقط برای اتصال به یکی از ماهیچه‌های بازو جایگاهی مخصوص دارد
- ۳) چهار سر ران - فقط در ناحیه‌ای در نزدیکی سر خود توسط بافت پیوندی رشته‌ای مربوط به ماهیچه پوشانده می‌شود
- ۴) پشت بازو - هنگام بالا بردن یک وزنه، نیروی ناشی از انقباض ماهیچه پشت بازو را دریافت کرده و به سمت استخوان بازو کشیده می‌شود

(سخت - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

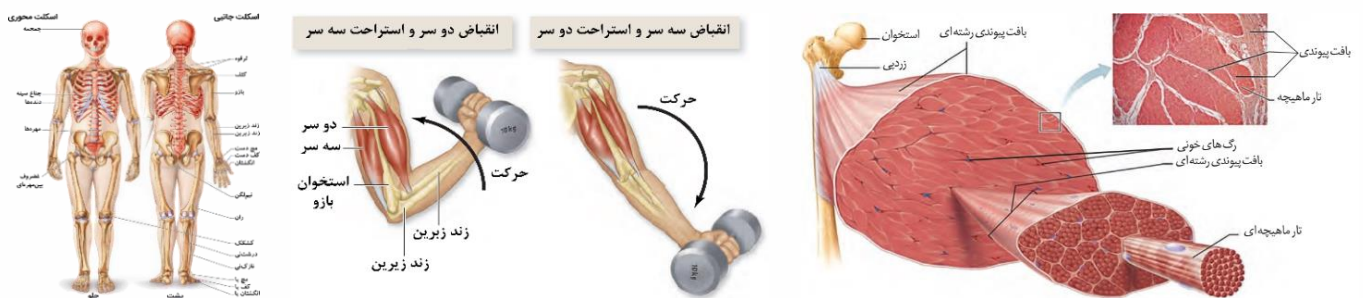
ترجمه صورت سؤال - دسته تارهای ماهیچه‌ای با غلافی از بافت پیوندی رشته‌ای محکم احاطه شده‌اند. این غلاف‌های پیوندی در انتها، به‌صورت طناب یا نواری محکم به نام زردپی درمی‌آیند.

تعبیر:

استخوانی که ماهیچه دو سر بازو از طریق زردپی به آن متصل است = استخوان زند زیرین + استخوان کتف  
 استخوانی که ماهیچه سه سر بازو از طریق زردپی به آن متصل است = استخوان زند زیرین + استخوان بازو + استخوان کتف  
 استخوانی که ماهیچه چهار سر ران از طریق زردپی به آن متصل است = استخوان ران  
 استخوانی که ماهیچه پشت بازو از طریق زردپی به آن متصل است = استخوان زند زیرین + استخوان بازو + استخوان کتف

پاسخ تشریحی:

همانطور که در شکل اسکلت انسان مشخص است، قسمت پایینی و مجاور با مچ دست استخوان زند زیرین نسبت به قسمت بالایی آن، پهنای بیشتری دارد.



بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۲) همانطور که در شکل مشخص است، هم ماهیچه دو سر بازو و هم ماهیچه سه سر بازو، به استخوان کتف متصل هستند.

۳- همانطور که در شکل مشخص است، علاوه بر قسمتی در ناحیه سر استخوان ران، قسمتی از تنه استخوان ران نیز توسط بافت پیوندی مربوط به ماهیچه چهار سر ران پوشانده شده است.

۴- ماهیچه جلوی بازو (نه پشت بازو) در بالا بردن ساعد دست و کشیدن استخوان‌های ساعد به سمت بازو هنگام بالا بردن وزنه نقش دارد.

### گروه آموزشی ماز

۲۷- با توجه به اطلاعات کتاب درسی، چند مورد برای تکمیل عبارت زیر نامناسب است؟

«واکنش ..... به‌طور حتم واکنشی می‌باشد که طی فرایند تنفس یاخته‌ای در جاندار انجام شده است.»

الف: تولید کربن دی‌اکسید در یاخته‌های میانبرگ گیاه لوبیا

ب: تولید نوعی ترکیب چهار کربنی در یاخته میانبرگ گیاه ذرت

ج: تبدیل ترکیب سه کربنی تک‌فسفاته به نوعی ترکیب سه کربنی دیگر در گیاه آذولا

د: تجزیه ترکیب شش کربنی دوفسفاته به دو ترکیب سه کربنی تک‌فسفاته در گیاه کاکتوس

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

(سخت - ترکیبی - ۱۳۰۵)

پاسخ: گزینه ۱

**ترجمه صورت سؤال** ← بعضی از واکنش‌هایی که در تنفس یاخته‌ای انجام می‌شوند، از نظر ویژگی‌های واکنش‌دهنده یا فراورده می‌توانند مشابه واکنش‌های دیگر مثل واکنش‌های فتوسنتز یا تنفس نوری باشند. برای مثال، تبدیل ترکیب سه کربنی تک‌فسفاته به نوعی ترکیب سه کربنی دیگر، هم در مرحله سوم گلیکولیز مشاهده می‌شود و هم در چرخه کالوین. اما گروهی از واکنش‌ها نیز منحصرأً مربوط به تنفس یاخته‌ای هستند. مثلاً تبدیل ترکیب شش کربنی به ترکیب شش کربنی دیگر، فقط در مرحله اول گلیکولیز مشاهده می‌شود. بنابراین، در این سؤال باید به دنبال واکنشی باشیم که فقط در تنفس یاخته‌ای مشاهده می‌شود.

پاسخ تشریحی

هر چهار مورد این سؤال، نادرست هستند.

بررسی موارد

**الف:** تولید کربن دی‌اکسید در یاخته‌های میانبرگ می‌تواند مربوط به واکنش‌های تنفس یاخته‌ای (اکسایش پیرووات، چرخه کربس) و یا تنفس نوری باشد.

**ب:** تولید نوعی ترکیب چهار کربنی در یاخته‌های میانبرگ ذرت هم در تنفس یاخته‌ای (در چرخه کربس) و هم در مرحله اول تثبیت کربن دیده می‌شود.

**ج:** تبدیل ترکیب سه کربنی تک‌فسفاته به نوعی ترکیب سه کربنی دیگر، هم در مرحله سوم گلیکولیز مشاهده می‌شود و هم در چرخه کالوین.

**د:** تجزیه ترکیب شش کربنی دوفسفاته به دو ترکیب سه کربنی تک‌فسفاته می‌تواند بیانگر تجزیه فروکتوز دوفسفاته در مرحله دوم گلیکولیز یا تجزیه ترکیب شش کربنی ناپایدار در چرخه کالوین باشد.

### گروه آموزشی ماز

۲۸- طی فرایند اسپرم‌زایی در یک مرد بالغ، هنگام تقسیم نوعی اسپرماتوسیت در لوله‌های اسپرم‌ساز، جدا نشدن فام‌تن (کروموزوم)ها رخ می‌دهد. در

صورت لقاح اسپرم‌های حاصل از این فرایند با تخمک‌هایی که تک‌لاد (هاپلوئید) و دارای ۲۳ فام‌تن (کروموزوم) هستند، با در نظر گرفتن همه حالات،

کدام مورد دور از انتظار است؟

۱) نیمی از یاخته‌های تخم حاصل، ۴۶ فام‌تن (کروموزوم) داشته باشند.

۲) نیمی از یاخته‌های تخم غیرطبیعی، کم‌تر از ۴۶ فام‌تن (کروموزوم) داشته باشند.

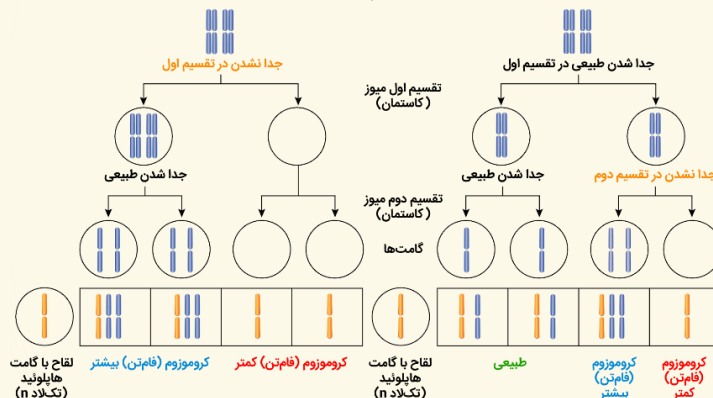
۳) در حداقل نیمی از یاخته‌های تخم حاصل، ۴۶ فام‌تن (کروموزوم) یا بیشتر مشاهده شود.

۴) تعداد یاخته‌های تخم دارای فام‌تن (کروموزوم) بیشتر برابر با تعداد یاخته‌های تخم دارای فام‌تن کمتر باشد.

(سخت - مفهومی - ۱۳۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

**ترجمه صورت سؤال** ← در لوله‌های اسپرم‌ساز، اسپرماتوسیت‌های اولیه و اسپرماتوسیت‌های ثانویه وجود دارند. اسپرماتوسیت‌های اولیه، تقسیم میوز ۱ را انجام می‌دهند و اسپرماتوسیت‌های ثانویه، تقسیم میوز ۲ را انجام می‌دهند. بنابراین، جدا نشدن کروموزوم‌ها هنگام تقسیم اسپرماتوسیت اولیه، معادل با جدا نشدن کروموزوم‌ها در تقسیم اول میوز است و جدا نشدن کروموزوم‌ها هنگام تقسیم اسپرماتوسیت ثانویه، معادل با جدا نشدن کروموزوم‌ها در تقسیم دوم میوز است.



پایخ تشریحی

در صورتی که جدا نشدن کروموزوم‌ها در تقسیم میوز ۱ رخ دهد، همه گامت‌های حاصل و در نتیجه، یاخته‌های تخم حاصل از لقاح آن‌ها، غیرطبیعی خواهند بود و یاخته تخم طبیعی ایجاد نمی‌شود (نادرستی گزینه ۱). در این حالت، **نیمی** از یاخته‌های تخم بیش از ۴۶ کروموزوم دارند. اما در صورتی که جدا نشدن کروموزوم‌ها در تقسیم میوز ۲ رخ دهد، **نیمی** از گامت‌ها طبیعی هستند و می‌توانند یاخته تخم طبیعی (دارای ۴۶ کروموزوم) تشکیل دهند. یکی دیگر از گامت‌ها نیز تعداد کروموزوم **بیشتر** دارد و می‌تواند یاخته‌ای تخم با بیش از ۴۶ کروموزوم تشکیل دهد. پس در هر دو حالت، حداقل **نیمی** از یاخته‌های تخم، ۴۶ کروموزوم یا بیشتر را دارند (درستی گزینه ۳).

برای حل این سؤال در نظر داشته باشید که باید هر گزینه را برای هر دو حالت (ایجاد جهش در میوز ۱ + ایجاد جهش در میوز ۲) بررسی کنید. گزینه‌ای که در ارتباط با یکی از این مراحل نیز غلط باشد، گزینه پاسخ خواهد بود. در این سؤال، گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ در ارتباط با هر دو حالت جهش صحیح هستند ولی گزینه ۱ در ارتباط با ایجاد جهش در میوز ۱ صحیح نیست و پاسخ می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ و ۴ چه جدا نشدن کروموزوم‌ها در میوز ۱ رخ دهد و چه در میوز ۲، **نیمی** از گامت‌های غیرطبیعی دارای کروموزوم بیشتر هستند و **نیمی** دیگر، کروموزوم کمتر دارند.

گروه آموزشی ماز

۲۹- با توجه به مطلب کتاب درسی، کدام گزینه، برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟

«در انسان، ..... گویچه‌های سفید دانه‌داری که ..... دارند، برخلاف .....»

- ۱) همه - دانه‌های روشن - یاخته‌های ترشح‌کننده اینترفرون نوع دو، می‌توانند باکتری‌ها را با بیگانه‌خواری نابود کنند
- ۲) فقط بعضی از - هسته دو قسمتی - یاخته‌های ارائه‌کننده آنتی‌ژن، انواعی از ترکیبات را در دانه‌های تیره نگه‌داری می‌کنند
- ۳) همه - هسته چند قسمتی - یاخته‌های ایجادکننده علائم حساسیت، می‌توانند با تراگذاری (دیپدز) از منافذ مویرگ‌ها عبور کنند
- ۴) فقط بعضی از - دانه‌های درشت - یاخته‌های سازنده پروتئین Y شکل، حاصل تقسیم یاخته‌های بنیادی میلوئیدی مغز استخوان هستند

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی - ۱۱۰۵)

تعبیر:

گویچه‌های سفید دانه‌داری که دانه‌های روشن دارند = نوتروفیل + ائوزینوفیل  
 یاخته‌های ترشح‌کننده اینترفرون نوع دو = یاخته کشنده طبیعی + لنفوسیت T  
 گویچه‌های سفید دانه‌داری که هسته دو قسمتی دارند = بازوفیل + ائوزینوفیل  
 یاخته‌های ارائه‌کننده آنتی‌ژن = یاخته دارینه‌ای (دندریتی)  
 گویچه‌های سفید دانه‌داری که هسته چند قسمتی دارند = نوتروفیل  
 یاخته‌های ایجادکننده علائم حساسیت = ماستوسیت + بازوفیل  
 گویچه‌های سفید دانه‌داری که دانه‌های درشت دارند = بازوفیل + ائوزینوفیل  
 یاخته‌های سازنده پروتئین Y شکل = لنفوسیت B + پادتن‌ساز + لنفوسیت B خاطره

پایخ تشریحی

بازوفیل‌ها دانه‌های تیره و ائوزینوفیل‌ها، دانه‌های روشن دارند اما یاخته‌های دندریتی، فاقد دانه می‌باشند.

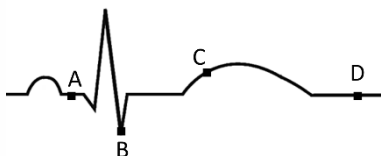
بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) نوتروفیل‌ها برخلاف یاخته‌های کشنده طبیعی و لنفوسیت T، توانایی بیگانه‌خواری را دارند اما ائوزینوفیل‌ها قادر به بیگانه‌خواری نیستند.
- ۳) نوتروفیل‌ها می‌توانند با دیپدز از دیواره مویرگ‌های خونی عبور کنند. ماستوسیت‌ها فاقد توانایی دیپدز هستند اما بازوفیل‌ها نیز قادر به دیپدز هستند.
- ۴) همه (نه بعضی از) گویچه‌های سفید دانه‌دار، حاصل تقسیم یاخته‌های بنیادی میلوئیدی هستند.

گروه آموزشی ماز

۳۰- با توجه به منحنی نوار قلب زیر، کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟

«در نقطه ..... برخلاف نقطه .....»



- ۱) A - B، صدایی گنگ و طولانی در اثر بسته شدن دریچه‌های کوچک تر قلب شنیده می‌شود
- ۲) D - C، دریچه‌های دهلیزی-بطنی قلب برخلاف دریچه‌های سینی باز می‌باشند
- ۳) B - D، با انقباض دهلیزها خون به درون بطن‌ها سرازیر می‌شود
- ۴) D - B، فشار خون درون بطن‌ها بیشتر از دهلیزها است

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۴)

تعبیر نقاط مشخص شده: A = انقباض دهلیزی / B, C = انقباض بطنی / D = استراحت عمومی

پاسخ تشریحی

در هنگام انقباض دهلیز، فشار خون دهلیز از بطن بیشتر می‌شود (نقطه A) و در هنگام انقباض بطن، فشار خون بطن از دهلیز بیشتر می‌شود (نقاط B و C). همچنین با توجه به اینکه خون از جای پرفشار به جای کم‌فشار حرکت می‌کند می‌توان دریافت که در نقطه D فشار خون دهلیز از بطن بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ در نقطه B صدای طولانی و گنگ در اثر بسته شدن دریچه‌های دهلیزی بطنی شنیده می‌شود که این دریچه‌ها بزرگتر از دیگر دریچه‌های قلبی هستند.
- ۲ در نقطه C دریچه‌های سینی و در نقطه D دریچه‌های دهلیزی بطنی باز می‌باشند. دریچه‌های دهلیزی بطنی، دریچه‌های عقب‌تر و دریچه‌های سینی، دریچه‌های جلویی هستند. پس این مورد به صورت برعکس ذکر شده است.
- ۳ در نقطه D انقباض ماهیچه قلبی نداریم، زیرا مرحله استراحت عمومی است و تحریکی نیز در قلب دیده نمی‌شود. نقطه B نیز در مرحله انقباض بطنی قرار دارد. می‌دانید که هنگام انقباض بطن‌ها، دریچه‌های دهلیزی بطنی بسته هستند و خونی وارد بطن‌ها نمی‌شود.

گروه آموزشی ماز

۳۱- کدام عبارت، درباره پژوهش‌های مرتبط با کشف ساختار و ماهیت ماده وراثتی درست است؟

- ۱) آزمایش‌های گریفیت و ایوری اثبات کردند که دنا (DNA) می‌تواند به یاخته دیگری منتقل شود.
- ۲) در آزمایش اول و سوم ایوری و همکارانش، انتقال صفت فقط در بعضی از محیط‌های کشت رخ می‌دهد.
- ۳) واتسون و کریک برخلاف چارگاف، به وجود پیوند هیدروژنی بین بازهای آلی گوانین و سیتوزین پی بردند.
- ۴) ویلکینز و فرانکلین همانند واتسون و کریک، به ساختار دو رشته‌ای و مارپیچی مولکول دنا (DNA) پی بردند.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی

مشاهدات چارگاف روی دناهای جانداران نشان داد که مقدار آدنین در دنا با مقدار تیمین برابر است و مقدار گوانین در آن با مقدار سیتوزین برابری می‌کند. اما چارگاف نتوانست دلیل این برابری را متوجه شود. واتسون و کریک توانستند با ارائه مدل مولکولی خود برای دنا، توضیح دهند که به دلیل وجود رابطه مکملی اختصاصی بین جفت‌بازهای «A و T» و «C و G»، مقدار این بازها در دنا برابر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ از نتایج آزمایش‌های گریفیت مشخص شد که ماده وراثتی می‌تواند به یاخته دیگری منتقل شود ولی ماهیت این ماده و چگونگی انتقال آن مشخص نشد. در واقع، گریفیت نمی‌دانست که ماده وراثتی همان دنا است و در نتیجه، نمی‌دانست که دنا می‌تواند به یاخته دیگری منتقل شود.
- ۲ در آزمایش اول ایوری، فقط پروتئین‌ها در عصاره استخراج‌شده از باکتری‌های کشته‌شده پوشینه‌دار تخریب شدند و در نتیجه، در تمامی محیط‌های کشت مورد استفاده در این مرحله، انتقال صفت انجام شد؛ چون در همه محیط‌های کشت، دنا باکتری‌های کشته‌شده پوشینه‌دار وجود داشت.
- ۴ ویلکینز و فرانکلین توانستند به ساختار مارپیچی دنا پی ببرند و همچنین متوجه شدند که دنا بیش از یک رشته دارد اما این که دنا دو رشته‌ای است، توسط واتسون و کریک مشخص شد.

گروه آموزشی ماز

۳۲- کدام مورد یا موارد، ویژگی مشترک یاخته‌هایی در انسان را بیان می‌کند که توانایی لقاح با اسپرم را دارند؟

- الف: بخش عمده‌ای از سیتوپلاسم یاخته سازنده خود را دریافت کرده است.
- ب: در صورت آغاز شدن فرایند لقاح، می‌تواند تقسیم دوم میوز را تکمیل کند.
- ج: یک مجموعه فام‌تن (کروموزوم) دو فامینکی (کروماتیدی) در هسته خود دارد.
- د: پس از لقاح، توده یاخته‌ای منظمی را با تقسیمات میتوزی متوالی ایجاد می‌کند.

۱) «ب» و «ج»      ۲) «الف» و «ب»      ۳) «ب»، «ج» و «د»      ۴) «ج»

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۷)

ترجمه صورت سؤال - اووسیت ثانویه و اولین جسم قطبی، یاخته‌هایی هستند که می‌توانند در لقاح با اسپرم شرکت کنند.

پاسخ تشریحی

موارد (ب) و (ج)، درست هستند.

بررسی موارد:

الف: تقسیم سیتوپلاسم اووسیت اولیه به‌طور نامساوی انجام می‌شود و اووسیت ثانویه نسبت به جسم قطبی، سیتوپلاسم بیشتری دریافت می‌کند.  
ب: اووسیت ثانویه و اولین جسم قطبی، می‌توانند پس از آغاز فرایند لقاح، تقسیم میوز دوم را انجام دهند.

- ج: اووسیت ثانویه و اولین جسم قطبی، هاپلوئید هستند و یک مجموعه کروموزوم مضاعف دارند.  
د: به‌ندرت ممکن است اسپرم با جسم قطبی نیز لقاح یابد و تودهٔ یاخته‌ای بی‌شکلی (نامنظم) را ایجاد کند که پس از مدتی از بدن دفع می‌شود.

### گروه آموزشی ماز

۳۳- درخصوص انواع تنظیم‌کننده‌های رشد در گیاهان، کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر مناسب است؟

«افزایش مقدار نوعی هورمون گیاهی و کاهش مقدار نوعی هورمون دیگر می‌تواند منجر به ..... شود؛ این دو هورمون، به ترتیب در ..... نقش دارند.»

- ۱) تمایز تودهٔ تمایزنیافته به ساقه - «تحریک تقسیم یاخته‌ای» و «حفظ اندام‌های گیاهی»
- ۲) خروج ریشهٔ رویانی از دانه - «درشت‌شدن میوه‌های بدون دانه» و «بسته‌شدن روزنه‌های آبی در لبهٔ برگ»
- ۳) تولید آنزیم تجزیه‌کنندهٔ دیوارهٔ یاخته‌ای در قاعدهٔ برگ - «جلوگیری از رشد جوانهٔ جانبی» و «رسیدگی میوه»
- ۴) کاهش رشد جوانهٔ جانبی تحت تأثیر پدیدهٔ چیرگی رأسی - «افزایش ابعاد دیوارهٔ یاخته‌ای» و «تشکیل پرتقال بدون دانه»

(سخت - مفهومی - ۱۱۰۹)

پاسخ: گزینه ۱



در محیط کشتی که مقدار سیتوکینین زیاد و مقدار اکسین کم باشد، تودهٔ تمایزنیافتهٔ یاخته به ساقه تمایز پیدا می‌کند. سیتوکینین می‌تواند باعث تحریک تقسیم یاخته‌ای شود. هورمون‌های محرک رشد از جمله اکسین نیز در حفظ اندام‌ها نقش دارند.



- ۲) افزایش جیبرلین و کاهش آبسیزیک‌اسید، می‌تواند باعث خروج ریشهٔ رویانی از دانهٔ گیاه شود. جیبرلین می‌تواند باعث درشت‌شدن میوه‌ها شود. آبسیزیک‌اسید باعث بسته‌شدن روزنه‌های هوایی گیاه می‌شود اما روزنه‌هایی که در انتها یا لبهٔ برگ بعضی از گیاهان علفی قرار دارند، روزنه‌های آبی هستند. روزنه‌های آبی، همیشه باز هستند و بسته نمی‌شوند.
- ۳) افزایش اتیلن و کاهش اکسین در برگ می‌تواند منجر به تولید آنزیم تجزیه‌کنندهٔ دیوارهٔ یاخته‌ای شود. اتیلن همراه با اکسین در بروز پدیدهٔ چیرگی رأسی و جلوگیری از رشد جوانهٔ جانبی نقش دارد. اما اکسین نقشی در رسیدگی میوه ندارد.
- ۴) افزایش اکسین و کاهش سیتوکینین، می‌تواند باعث بروز پدیدهٔ چیرگی رأسی شود. اکسین باعث رشد طولی یاخته می‌شود اما سیتوکینین نقشی در تشکیل میوه‌های بدون دانه ندارد.

### گروه آموزشی ماز

۳۴- درخصوص جهش‌هایی که یک یا چند نوکلئوتید را در برمی‌گیرند، کدام مورد درست است؟

- ۱) هر زمانی که جهش جانشینی باعث تغییر در طول پلی‌پپتید شود، جهشی بی‌معنا رخ داده است.
- ۲) هر زمانی که جهش در ژن منجر به تغییر چارچوب خواندن نشود، جهش جانشینی رخ داده است.
- ۳) هر زمانی که جهش بر نوعی توالی بین‌ژنی تأثیر بگذارد، تغییری در مقدار رونویسی یک ژن رخ می‌دهد.
- ۴) هر زمانی که جهش در رمز آمینواسیدها بر توالی پلی‌پپتید بی‌تأثیر باشد، جهشی خاموش رخ داده است.

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

تعبیر صورت سؤال: جهش‌های کوچک



اگر جهش جانشینی در رمز یک آمینواسید باعث تبدیل آن رمز به رمز دیگری برای همان آمینواسید شود، جهش خاموش رخ داده است و این جهش، تأثیری بر توالی آمینواسیدی پلی‌پپتید ندارد.



- ۱) در جهش بی‌معنا، رمز یک آمینواسید به رمز پایان ترجمه تبدیل می‌شود و طول پلی‌پپتید کاهش می‌یابد؛ البته جهش جانشینی می‌تواند باعث تبدیل رمز پایان ترجمه به رمز یک آمینواسید شود که در این صورت، طول پلی‌پپتید افزایش می‌یابد و این جهش، جهش بی‌معنا محسوب نمی‌شود.
- ۲) جهش‌های اضافه و حذف ممکن است باعث تغییر چارچوب خواندن شوند اما جهش‌های جانشینی، هیچ‌گاه نمی‌توانند باعث تغییر چارچوب خواندن شوند. دقت داشته باشید که در جهش‌های اضافه و حذف نیز اگر تعداد نوکلئوتیدهای اضافه یا حذف‌شده مضربی از سه باشد، چارچوب خواندن تغییر نمی‌کند.
- ۳) توالی‌های تنظیمی، بخشی از توالی‌های بین‌ژنی هستند که اگر جهش در آن‌ها رخ دهد، مقدار رونویسی ژن تغییر می‌کند؛ اما جهش در سایر قسمت‌های توالی‌های بین‌ژنی، تأثیری بر مقدار رونویسی ندارد.

### گروه آموزشی ماز

۳۵- با توجه به مطالب کتاب درسی، در خصوص همه افرادی که به دلیل اختلال در عملکرد بخشی از دستگاه درون‌ریز، حجم آب بیشتری در ادرار آن‌ها وجود دارد، کدام مورد درست است؟

- (۱) فعالیت ترشحي بعضی از یاخته‌های دستگاه درون‌ریز آن‌ها کاهش پیدا کرده است.
- (۲) حجم مایع تراوش‌شده از کلافک (گلوپورول)، در آن‌ها افزایش پیدا می‌کند.
- (۳) فعالیت نوعی مرکز عصبی در هیپوتالاموس آن‌ها افزایش پیدا می‌کند.
- (۴) در فضای درون لگنجه کلیه‌های آن‌ها، مقداری گلوکز یافت می‌شود.

(سخت - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

**ترجمه صورت سؤال** ← هورمون ضد ادراری و آلدوسترون، هورمون‌هایی هستند که می‌توانند بازجذب آب را در کلیه‌ها افزایش دهند و بنابراین، اختلال در ترشح این هورمون‌ها می‌تواند منجر به افزایش دفع آب از طریق ادرار شود. همچنین در افراد مبتلا به دیابت شیرین (نوع یک و دو)، دفع آب از طریق ادرار افزایش می‌یابد. در نظر داشته باشید که پرولاکتین نیز در تنظیم میزان آب بدن نقش دارد ولی کتاب درسی نقش مستقیمی بر میزان ادرار در بدن برای آن قائل نیست.

پایخ تشریحی

هیپوتالاموس در تنظیم تشنگی نقش دارد و به دنبال افزایش حجم آب دفع‌شده از طریق ادرار، مرکز تشنگی در هیپوتالاموس تحریک می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ در دیابت نوع دو، اختلالی در ترشح هورمون انسولین وجود ندارد و علت بروز بیماری، عدم پاسخ گیرنده‌های انسولین به این هورمون است.
- ۲ افزایش حجم ادرار به دلیل اختلال در ترشح هورمون ضد ادراری و آلدوسترون، ناشی از کاهش میزان بازجذب آب در کلیه‌ها (نه افزایش میزان تراوش آب) است.
- ۴ در دیابت شیرین، مقداری گلوکز نیز از طریق ادرار دفع می‌شود و بنابراین، در لگنچه می‌توان گلوکز مشاهده کرد. اما در اختلال ترشح هورمون ضد ادراری و آلدوسترون، گلوکز از طریق ادرار دفع نمی‌شود.

#### گروه آموزشی ماز

۳۶- در ارتباط با تولیدمثل در جانوران، کدام موارد زیر نادرست هستند؟

- الف: در همه جانورانی که لقاح در بدن آن‌ها انجام می‌شود، یاخته جنسی فاقد تاژک در اندام تولیدمثلی تولید می‌شود.
- ب: در همه جانورانی که رفتارهای تولیدمثلی انجام می‌شود، دستگاه تولیدمثل با اندام‌های تخصص یافته برای لقاح وجود دارد.
- ج: در همه جانورانی که لایه محافظت‌کننده از تخم به عنوان غذای جنین مورد استفاده قرار می‌گیرد، اندوخته غذایی تخمک زیاد است.
- د: در همه جانورانی که روی تخم‌ها می‌خوابند، دفع مواد زائد نیتروژن دار توسط کلیه‌هایی با توانمندی زیاد در بازجذب آب انجام می‌شود.

(۱) «الف» و «د» (۲) «ب» و «د» (۳) «الف»، «ج» و «د» (۴) «الف»، «ب»، «ج» و «د»

(سخت - مفهومی - ۱۱۰۷)

پاسخ: گزینه ۴

پایخ تشریحی

هر چهار مورد این سؤال، نادرست هستند.

بررسی موارد:

- الف:** در اسبک‌ماهی نر، لقاح در بدن آن انجام می‌شود و می‌تواند اسپرم (یاخته جنسی تاژکدار) تولید کند و اندام تولیدمثلی ماده ندارد.
- ب:** رفتار رقص عروسی در ماهی‌ها، نوعی رفتار تولیدمثلی است. ماهی‌ها، لقاح خارجی دارند اما دستگاه تولیدمثل با اندام‌های تخصص یافته در لقاح داخلی وجود دارد.
- ج و د:** در جانورانی که لقاح خارجی دارند، لایه ژله‌ای و چسبناک محافظت‌کننده از تخم، می‌تواند به عنوان غذای اولیه جنین نیز مورد استفاده قرار بگیرد. ماهی‌ها و دوزیستان، جانورانی هستند که لقاح خارجی دارند اما اندوخته غذایی تخمک آن‌ها اندک است. پرندگان و پلاتی‌پوس (نوعی پستاندار تخم‌گذار) روی تخم‌های خود می‌خوابند. کلیه‌های دارای توانمندی زیاد در بازجذب آب، در پرندگان و خزندگان (نه پستانداران) وجود دارد.

#### گروه آموزشی ماز

۳۷- در بستره سبز دیسه (کلروپلاست) یاخته‌های میانبرگ یک گیاه C<sub>۳</sub>، کدام مورد به‌طور حتم رخ می‌دهد؟

- (۱) آبکافت (هیدرولیز) نوعی نوکلئوتید سه‌فسفاته قبل از تولید یک قند با تعداد کربن برابر با مولکول سازنده خود
- (۲) فعالیت آنزیم تجزیه‌کننده ترکیب شش کربنی قبل از کاهش عدد اکسایش اتم کربن در ترکیب اسیدی
- (۳) خروج قندهای سه کربنی از چرخه برای ساخته شدن گلوکز پس از تولید قند پنج کربنی فسفات‌دار
- (۴) تولید دو اسید سه کربنی تک‌فسفاته و پایدار پس از ترکیب شدن قند پنج کربنی و ماده معدنی



**ATP**، نوعی نوکلئوتید سه‌فسفات است که می‌تواند در صورت لزوم، طی واکنش آبکافت تجزیه‌شده و به ADP و فسفات تبدیل شود. در چرخه کالوین، در واکنش تبدیل اسید سه‌کربنی به قند سه‌کربنی و همچنین واکنش تبدیل ریبولوز فسفات (قند پنج‌کربنی تک‌فسفات) به ریبولوز بیس فسفات (قند پنج‌کربنی دو فسفات)، ATP تجزیه می‌شود.

### بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۲) در چرخه کالوین، اسید سه‌کربنی الکترون‌های **NADPH** را دریافت کرده و کاهش پیدا می‌کند. اسید سه‌کربنی، حاصل تجزیه ترکیب شش‌کربنی **ناپایدار** است. دقت داشته باشید که این ترکیب شش‌کربنی به دلیل ناپایدار بودن خود بلافاصله تجزیه می‌شود و این واکنش، نیازی به فعالیت آنزیم ندارد. در واقع، آنزیم تجزیه‌کننده ترکیب شش‌کربنی در چرخه کالوین وجود ندارد و تجزیه این مولکول به صورت **خودبه‌خودی** انجام می‌شود.
- ۳) در چرخه کالوین، ابتدا تعدادی از قندهای سه‌کربنی ساخته‌شده از چرخه خارج می‌شوند و برای ساخت گلوکز و ترکیبات آلی دیگر مصرف می‌شوند و سپس قندهای سه‌کربنی باقیمانده برای تولید ریبولوز فسفات (قند پنج‌کربنی تک‌فسفات) مورد استفاده قرار می‌گیرند.
- ۴) ریبولوز بیس فسفات، نوعی قند پنج‌کربنی است که در بستره کلروپلاست می‌تواند با اکسیژن (در نتیجه فعالیت اکسیژنازی آنزیم روبیسکو در تنفس نوری) یا کربن‌دی‌اکسید (در نتیجه فعالیت کربوکسیلازی آنزیم روبیسکو در فتوسنتز) ترکیب شده و به ترتیب، به ترکیب پنج‌کربنی یا شش‌کربنی ناپایدار تبدیل شود. ترکیب شش‌کربنی ناپایدار به دو اسید سه‌کربنی تجزیه می‌شود اما در نتیجه تجزیه ترکیب پنج‌کربنی ناپایدار، یک اسید سه‌کربنی و یک ترکیب دوکربنی تولید می‌شود.

### گروه آموزشی ماز

۳۸- پس از ورود محتویات لوله گوارش به بخش کیسه‌ای شکل آن، کدام اتفاق زودتر رخ می‌دهد؟

- ۱) آغاز انقباض‌ها هم‌زمان با افزایش چین‌خوردگی‌های دیواره رخ می‌دهد.
- ۲) پروتئین‌های کیموس به زنجیره‌های آمینواسیدی کوچک‌تر تجزیه می‌شوند.
- ۳) ترشحات گروهی از یاخته‌های غدد دیواره باعث قلیایی شدن سد حفاظتی می‌شود.
- ۴) نوعی ماده شیمیایی موجود در خون می‌تواند به پروتئین‌های سطحی دو نوع یاخته متصل شود.

**ترجمه صورت سؤال** ← بخش کیسه‌ای شکل لوله گوارش، معده است. پس این سؤال درباره وقایع پس از ورود غذا به معده هست.



در بخش‌های مختلف معده و روده، یاخته‌هایی وجود دارند که هورمون می‌سازند. این هورمون‌ها به خون می‌ریزند و همراه با دستگاه عصبی، فعالیت‌های دستگاه گوارش را تنظیم می‌کنند. **گاسترین** از معده ترشح و باعث افزایش ترشح **اسید معده** و **پپسینوژن** می‌شود. **اسید معده** توسط یاخته‌های کناری و **پپسینوژن** توسط یاخته‌های اصلی ساخته می‌شود. بنابراین، در سطح یاخته‌های اصلی و کناری معده، پروتئین‌های گیرنده هورمون گاسترین وجود دارد.

### بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) با ورود غذا به معده، معده **انقباض** می‌یابد و انقباض‌های معده، آغاز می‌شوند. دقت داشته باشید که چین‌خوردگی‌های دیواره معده با پر شدن معده باز می‌شوند تا غذای بلع‌شده در آن انبار شود. بنابراین، پس از ورود غذا به معده، چین‌خوردگی‌های دیواره کاهش می‌یابد.
- ۲) آنزیم **پپسین** در معده، پروتئین‌ها را به مولکول‌های کوچک‌تر (**نه آمینواسید**) تجزیه می‌کند. دقت داشته باشید که در پایان گوارش در معده (**نه بلافاصله پس از ورود غذا به معده**) مخلوط حاصل از گوارش **کیموس** نام دارد.

**حواستون باشه که:** پس از اینکه غذا وارد معده شد و توی معده با شیره‌های گوارشی مخلوط شد، مخلوطی به‌وجود میاد که بهش می‌گن کیموس. پس تا قبل از پایان گوارش در معده و ترکیب شدن غذا با شیره معده، ما چیزی به نام کیموس نداریم. یعنی توی دهان، حلق و مری، کیموس دیده نمی‌شه و بلافاصله پس از ورود غذا به معده هم هنوز کیموس تشکیل نشده.

- ۳) یاخته‌های پوششی سطحی مخاط معده و **برخی** از یاخته‌های غده‌های آن (یاخته‌های ترشح‌کننده ماده مخاطی)، ماده مخاطی فراوان ترشح می‌کنند که به شکل لایه ژله‌ای چسبناکی، مخاط معده را می‌پوشاند. یاخته‌های پوششی سطحی (**نه یاخته‌های ترشح‌کننده ماده مخاطی**)، بی‌کربنات ( $\text{HCO}_3^-$ ) نیز ترشح می‌کنند که لایه ژله‌ای حفاظتی را قلیایی می‌کند.

**حواستون باشه که:** یاخته‌های پوششی سطحی جزء یاخته‌های حفره معده (**نه غده معده**) هستن و توی معده، فقط این یاخته‌ها می‌تونن بی‌کربنات ترشح کنن.

### گروه آموزشی ماز

۳۹- چند مورد در ارتباط با دستگاه لنفی در بدن یک انسان سالم، درست است؟

الف: در دست و پا برخلاف قفسه سینه، اندام لنفی مشاهده نمی‌شود.

ب: در از بین بردن میکروب‌های بیماری‌زا و یاخته‌های سرطانی نقش دارد.

ج: بعضی از اجزای تشکیل‌دهنده هر بخش سازنده خون، در لنف مشاهده می‌شوند.

د: تصفیه مواد نشت پیدا کرده از مویرگ‌ها و انتقال چربی‌های جذب‌شده به خون، جزء وظایف آن است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳



تعبیر:

بخش‌های سازنده خون = خوناب (پلاسما) + بخش یاخته‌ای خون



پاسخ تشریحی:

فقط مورد (الف) نادرست است.



بررسی موارد:

**الف:** لوزه‌ها، تیموس، طحال، آپاندیس و مغز استخوان، اندام‌های لنفی هستند. تیموس در قفسه سینه قرار دارد. مغز استخوان نیز در استخوان‌های مختلف بدن، مانند استخوان ران در پا مشاهده می‌شود.

**ب و د:** کار اصلی دستگاه لنفی، تصفیه و بازگرداندن آب و مواد دیگری است که از مویرگ‌ها به فضای میان‌بافتی نشت پیدا می‌کنند و به مویرگ‌ها بر نمی‌گردند. کار دیگر دستگاه لنفی، انتقال چربی‌های جذب‌شده از دیواره روده باریک به خون و همچنین از بین بردن میکروب‌های بیماری‌زا و یاخته‌های سرطانی است (درستی مورد ب و د).

**ج:** لنف، مایعی تشکیل شده از مواد متفاوت و گویچه‌های سفید است. گویچه‌های سفید، جزء بخش یاخته‌ای خون هستند؛ همچنین بخشی از خوناب (پلاسما) که از مویرگ‌ها نشت پیدا کرده است، در تشکیل لنف نقش دارد.

### گروه آموزشی ماز

۴۰- با در نظر گرفتن ارتباط میان گیاهان تنباکو و آکاسیا با حشرات، کدام مورد نادرست است؟

(۱) نوزاد کرمی‌شکل تغذیه‌کننده از برگ گیاه تنباکو، از سرعت رشد کمتری نسبت به نوزاد زنبور برخوردار است.

(۲) بلافاصله پس از جلب زنبور وحشی به ترکیبات رهاشده از گیاه تنباکو، نوزاد کرمی‌شکل حشره می‌میرد.

(۳) همراه با باز شدن گل در گیاه آکاسیا، امکان تولید اتیلن در نواحی نزدیک به گل افزایش خواهد یافت.

(۴) گیاه آکاسیا با انواعی از حشرات، روابط هم‌زیستی سازنده و یا مخربی برقرار می‌نماید.

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۹)

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی:

پس از جلب زنبور، تخم‌گذاری توسط آن انجام می‌شود و پس از خروج نوزادان زنبور از تخم، رابطه انگلی جدیدی بین آن‌ها و نوزاد کرمی‌شکل ایجاد می‌شود و نوزاد کرمی‌شکل حشره می‌میرد. بنابراین استفاده از عبارت «بلافاصله» درست نیست.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) مطابق شکل، سرعت رشد لاروهای زنبور بیشتر از نوزاد



کرمی‌شکل حشره است. چرا که طی همان مدت‌زمانی که نوزاد کرمی‌شکل خیلی رشد نکرده است، تخم‌گذاری انجام شده و نوزادان از تخم خارج شده و تغذیه خود را انجام می‌دهند.

۳) وقتی گل‌های آکاسیا باز می‌شوند، نوعی ترکیب شیمیایی تولید و منتشر می‌کنند که با فراری دادن مورچه‌ها مانع از حمله آن‌ها به زنبورهای گرده‌افشان می‌شود. مورچه‌ها از گیاه آکاسیا حفاظت می‌کنند بنابراین با فرار کردن آن‌ها امکان آسیب بیشتر به گیاه وجود دارد. بافت‌های آسیب‌دیده گیاهان نیز اتیلن تولید می‌کنند.

۴) گیاه آکاسیا هم با مورچه هم‌زیستی دارد و هم با زنبور! رابطه هم‌زیستی آکاسیا با زنبورهای گرده‌افشان سازنده است. رابطه هم‌زیستی با مورچه‌ها تا زمانی که گل‌های آکاسیا باز نشده‌اند نیز یک رابطه سازنده است. هنگام باز شدن گل‌های آکاسیا مورچه‌ها فرار می‌کنند؛ بنابراین در این حالت، رابطه هم‌زیستی برای مورچه‌ها مخرب است.

### گروه آموزشی ماز

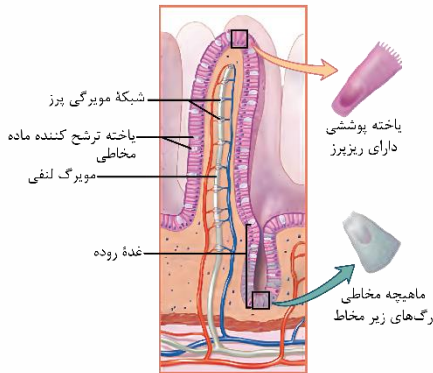
۴۱- کدام عبارت، دربارهٔ لولهٔ گوارش انسان درست است؟

- (۱) همهٔ یاخته‌هایی که چین‌های میکروسکوپی در غشای خود دارند، در غدد روده قرار گرفته‌اند.
- (۲) همهٔ چین‌هایی که به‌صورت طولی در انبار کردن مواد نقش دارند، در تماس با لایهٔ ژله‌ای و قلیایی قرار می‌گیرند.
- (۳) همهٔ یاخته‌هایی از روده که در تماس با ویتامین B<sub>۱۲</sub> قرار می‌گیرند، این ویتامین را وارد شبکهٔ مویرگی پرز می‌کنند.
- (۴) همهٔ موادی که توسط یاخته‌های پوششی پرز روده جذب می‌شوند، ابتدا توسط یک سیاهرگ به سیاهرگ باب کبدی می‌روند.

(سخت - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

پایخ تشریحی



در روده، چین‌های حلقوی و در معده، چین‌های طولی با هدف انبار کردن مواد مغذی وجود دارند. در معده، لایهٔ ژله‌ای و قلیایی در محافظت از مخاط دیده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) همانطور که در شکل مشخص است، بعضی از یاخته‌های دارای ریزپرز (چین‌های میکروسکوپی غشا)، در غدد روده قرار دارند و بعضی دیگر، در خارج از غدد روده قرار گرفته‌اند. نظرتون دربارهٔ چین‌های میکروسکوپی در یافته‌کناری معده پیه؟ من آله طراح کنکور بورم بهش فکر می‌کردم!!

۳) به ویتامین B<sub>۱۲</sub> تولیدشده در رودهٔ بزرگ فکر کنید! رودهٔ بزرگ پرز ندارد!

۴) مواد حاصل از گوارش چربی‌ها و ویتامین‌های محلول در چربی که توسط یاخته‌های پوششی پرز روده جذب می‌شوند، وارد رگ‌های لنفی می‌شوند و برخلاف مواد واردشده توسط رگ‌های خونی، ابتدا از سیاهرگ باب کبدی عبور نمی‌کنند.

گروه آموزشی ماز

۴۲- در چشم یک انسان سالم، پس از برخورد نور به شبکه کدما اتفاق قبل از سایرین رخ می‌دهد؟

- (۱) واکنش‌هایی به راه می‌افتند که منجر به ایجاد پیام عصبی بینایی می‌شوند.
- (۲) مادهٔ حساس به نور در بخش دندریت‌مانند گیرنده‌های نوری تجزیه می‌شود.
- (۳) فعالیت آنزیم‌های مصرف‌کنندهٔ ویتامین A در گیرنده‌های نوری افزایش می‌یابد.
- (۴) شکل سه‌بعدی گروهی از کانال‌های دریچه‌دار در غشای گیرنده‌های نوری تغییر می‌کند.

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

پایخ تشریحی

با برخورد نور به شبکه، مادهٔ حساس به نور درون گیرنده‌های نوری تجزیه می‌شود (درستی گزینه ۲) و واکنش‌هایی را به راه می‌اندازد (نادرستی گزینه ۱) که به ایجاد پیام عصبی منجر می‌شود (نادرستی گزینه ۴). سپس، مادهٔ حساس به نور باید مجدداً تولید شود و ویتامین A برای ساخت مادهٔ حساس به نور لازم است (نادرستی گزینه ۳).

گروه آموزشی ماز

۴۳- با توجه به اطلاعات کتاب درسی، کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر نامناسب است؟

«در فردی که با هدف لاغری، بخشی از معدهٔ وی با عمل جراحی برداشته شده است، ممکن است .....»

- (۱) مقدار تخریب یاخته‌های خونی در کبد و صحال کاهش پیدا کند
- (۲) نابودسازی میکروب‌های واردشده به مجاری تنفسی به‌مقدار کمتری انجام شود
- (۳) تقسیم طبیعی یاخته‌های بنیادی میلوئیدی در مغز استخوان با اختلال مواجه شود
- (۴) محل شروع تجزیهٔ پروتئین‌های غذا به آمینواسیدها نسبت به قبل از عمل جراحی، متفاوت باشد

(سخت - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

پایخ تشریحی

پروتئین‌های معده، پروتئین‌های غذا را به پلی‌پپتیدهای کوچک‌تر تجزیه می‌کنند ولی توانایی تبدیل پروتئین‌ها به آمینواسیدها را ندارند. تجزیهٔ پروتئین‌ها به آمینواسیدها در رودهٔ باریک و توسط پروتئازهای پانکراس و رودهٔ باریک انجام می‌شود. بنابراین، چه معده سالم باشد و چه آسیب‌دیده باشد، تجزیهٔ پروتئین‌ها به آمینواسیدها در رودهٔ باریک انجام می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در صورت آسیب‌دیدن معده یا برداشته‌شدن قسمتی از معده، تولید عامل داخلی معده کاهش می‌یابد. با توجه به اینکه عامل داخلی معده برای جذب ویتامین B<sub>۱۲</sub> در رودهٔ باریک لازم است، آسیب‌دیدن معده باعث می‌شود که جذب ویتامین B<sub>۱۲</sub> در رودهٔ باریک کاهش یابد. این موضوع باعث ایجاد نوعی کم‌خونی خطرناک در بدن می‌شود. در پی ایجاد این نوع کم‌خونی، میزان تولید گلبول‌های قرمز و در نتیجه تخریب آن ممکن است کاهش یابد.

۲ ترشحات مخاطی، ناخالصی‌های هوا را ضمن عبور به دام می‌اندازد. مژک‌ها با حرکت ضربانی خود، ترشحات مخاطی و ناخالصی‌های به دام افتاده در آن را به‌سوی حلق می‌رانند. در آنجا یا به دستگاه گوارش وارد شده، شیرۀ معده آن‌ها را نابود می‌کند یا به خارج از بدن هدایت می‌شوند. با برداشته شدن قسمتی از معده، میزان تولید شیرۀ معده نیز کاهش می‌یابد و در نتیجه، مقدار کمتری از میکروب‌های وارد شده به مجاری تنفسی توسط شیرۀ معده نابود می‌شوند.

۳ ویتامین B<sub>۱۲</sub> برای عملکرد صحیح فولیک‌اسید مورد نیاز است. فولیک‌اسید نیز برای تقسیم طبیعی یاخته‌ها لازم است. در نتیجه، کمبود ویتامین B<sub>۱۲</sub> منجر به اختلال در تقسیم طبیعی یاخته‌ها می‌شود.

### گروه آموزشی ماز

۴۴- فرایندهایی در دنیای حیات وجود دارد که با ساختن ماده‌آلی، انرژی را در آن‌ها ذخیره می‌کند. کدام مورد درباره‌ی جاندارانی که می‌توانند این فرایندها را انجام دهند، به‌طور حتم درست است؟

- (۱) جانداري که با کمک سبزینه a نور را جذب می‌کند برخلاف باکتری‌های گوگردی ارغوانی، نواحی خاصی در راه‌انداز برای اتصال عوامل رونویسی دارد.
- (۲) باکتری‌های شیمیوسنتزکننده همانند جانداري که تثبیت کربن را در فاضلاب‌ها انجام می‌دهد، همانندسازی را در نقاط مختلفی از دنیای خود آغاز می‌کند.
- (۳) جانداري که گازی بی‌رنگ با بوی شبیه تخم‌مرغ گندیده را مصرف می‌کند، همانند جانداري که آمونیم را به نیترات تبدیل می‌کند، دنیای حلقوی در فام‌تن اصلی خود دارد.
- (۴) جانداري که الکترون لازم برای تثبیت کربن را از ترکیبی به‌جز آب تأمین می‌کند، برخلاف جانداري که اکسیژن تولید می‌کند، ژن لازم برای ساخت باکتروکلروفیل را رونویسی می‌کند.

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - ترکیبی - ۱۲۰۶)

ترجمه صورت سؤال - فتوسنتز و شیمیوسنتز، فرایندهایی هستند که در دنیای حیات وجود دارند و طی آن‌ها، با ساختن ماده‌آلی، انرژی را در آن‌ها ذخیره می‌شود.

تعبیر:

جانداري که تثبیت کربن را در فاضلاب‌ها انجام می‌دهد = باکتری‌های گوگردی  
 جانداري که گازی بی‌رنگ با بوی شبیه تخم‌مرغ گندیده را مصرف می‌کند = باکتری‌های گوگردی  
 جانداري که از رنگیزه‌های ارغوانی برای جذب نور استفاده می‌کند = باکتری‌های گوگردی ارغوانی  
 جانداري که اکسیژن تولید می‌کند = باکتری‌های فتوسنتزکننده اکسیژن‌زا (نظیر سیانوباکتری‌ها) + گیاهان فتوسنتزکننده + آغازیان فتوسنتزکننده  
 جانداري که الکترون لازم برای تثبیت کربن را از ترکیبی به‌جز آب تأمین می‌کند = باکتری‌های فتوسنتزکننده غیراکسیژن‌زا (نظیر باکتری‌های گوگردی) + باکتری‌های شیمیوسنتزکننده  
 جانداري که با کمک سبزینه a نور را جذب می‌کند = بعضی از باکتری‌های فتوسنتزکننده اکسیژن‌زا (نظیر سیانوباکتری‌ها) + گیاهان فتوسنتزکننده + آغازیان فتوسنتزکننده  
 جانداري که آمونیم را به نیترات تبدیل می‌کند = باکتری‌های نیترات‌ساز (نوعی باکتری شیمیوسنتزکننده)

پاسخ تشریحی:

در باکتری‌ها، فام‌تن (کروموزوم) اصلی دارای دنیای حلقوی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ در باکتری‌ها، نظیر سیانوباکتری‌ها عوامل رونویسی وجود ندارند.
- ۲ در اغلب باکتری‌ها، فقط یک جایگاه آغاز همانندسازی در دنا وجود دارد.
- ۴ در باکتری‌های شیمیوسنتزکننده، باکتروکلروفیل وجود ندارد.

### گروه آموزشی ماز

۴۵- همه یاخته‌هایی که با تغییر طول عمر رِنای پیک، قادر به تنظیم بیان ژن‌های سازنده این نوع از رِنایا هستند، در چه مشخصه‌ای مشترک هستند؟

- (۱) با اتصال رِنایای کوچک به قسمت‌هایی از رِنایای پیک تولید شده، میزان ساخت یک پلی‌پپتید را کاهش می‌دهند.
- (۲) با افزایش تعداد رِناسپارازهای فعال بر روی یک ژن خاص، افزایش نیاز یاخته به محصول آن ژن را تأمین می‌کنند.
- (۳) دو رِنای ساخته‌شده توسط دو نوع رِناسپاراز مختلف به روش‌های متفاوتی اثر خود در پروتئین‌سازی را اعمال می‌کنند.
- (۴) در نتیجه تشکیل ساختار تجمعی رِنان‌ها بر روی رِنایا در حال ساخت، تولید پروتئین‌ها در یاخته را افزایش می‌دهند.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۲)

ترجمه صورت سؤال: یاخته‌های یوکاریوتی و پروکاریوتی

پاسخ تشریحی:

به‌طور کلی میزان رونویسی یک ژن به مقدار نیاز یاخته به فرآورده‌های آن بستگی دارد. بعضی ژن‌ها، مانند ژن‌های سازنده رِنای رِنانتی در یاخته‌های تازه تقسیم‌شده بسیار فعال‌اند؛ زیرا باید تعداد زیادی از این نوع رِنایا را بسازند. در این نوع ژن‌ها، هم‌زمان تعداد زیادی رِناسپاراز از ژن رونویسی می‌کنند. این اتفاق در یاخته‌های یوکاریوتی و پروکاریوتی رخ می‌دهد.

- ۱ در یوکاریوت‌ها تنظیم بیان ژن می‌تواند پیش از رونویسی یا پس از آن هم انجام شود. اتصال بعضی رناهای کوچک مکمل به رنای پیک مثالی از تنظیم بیان ژن پس از رونویسی است. با اتصال این رناها، از کار رناتن جلوگیری می‌شود. در نتیجه، عمل ترجمه متوقف و رنای ساخته شده پس از مدتی تجزیه می‌شود.
- ۳ یاخته‌های پروکاریوتی تنها یک نوع آنزیم رنابسپاراز دارند.
- ۴ ساختار تجمعی رناتن‌ها در هر دو نوع یاخته‌های یوکاریوتی و پروکاریوتی قابل مشاهده است اما هم‌زمان بودن رونویسی و ترجمه تنها در پروکاریوت‌ها رخ می‌دهد.

گروه آموزشی ماز

۴۶- یکای ظرفیت خازن (فاراد) برحسب یکاهای اصلی در کدام گزینه به درستی آمده است؟

$$\frac{A^2 \cdot s^4}{kg^2 \cdot m^4} \quad (۴)$$

$$\frac{A^2 \cdot s^2}{kg^2 \cdot m^4} \quad (۳)$$

$$\frac{A^2 \cdot s^4}{kg \cdot m^2} \quad (۲)$$

$$\frac{A^2 \cdot s^2}{kg \cdot m^2} \quad (۱)$$

(آسان - مفهومی / ترکیبی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

### کمیت‌های اصلی

کمیت‌های اصلی در فیزیک عبارتند از: طول، جرم، زمان، دما، مقدار ماده، شدت جریان الکتریکی و شدت روشنایی و یکاهای اصلی عبارتند از: متر (m)، کیلوگرم (kg)، ثانیه (s)، کلوین (K)، مول (mol)، آمپر (A) و کندلا (cd) یا شمع. برای این‌که یکای کمیت‌های فرعی را برحسب یکاهای اصلی به دست آوریم باید فرمول مناسبی که کمیت‌های فرعی را به کمیت‌های اصلی مرتبط می‌سازد به کار ببریم. مثال: یکای فرعی کمیت‌های نیرو، فشار، کار و توان را برحسب یکاهای اصلی به دست آورید:

$$F = ma \rightarrow \text{نیوتون: } N = kg \frac{m}{s^2}$$

$$P = \frac{F}{A} \rightarrow \text{پاسکال: } Pa = \frac{N}{m^2} = \frac{kg \frac{m}{s^2}}{m^2} \rightarrow Pa = \frac{kg}{m \times s^2}$$

$$W = F \times d \rightarrow \text{ژول: } J = N \cdot m = kg \frac{m}{s^2} \cdot m \rightarrow J = kg \frac{m^2}{s^2}$$

$$P = \frac{W}{t} \rightarrow \text{وات: } W = \frac{J}{s} = \frac{kg \frac{m^2}{s^2}}{s} \rightarrow W = kg \frac{m^2}{s^3}$$



برای به دست آوردن فاراد برحسب یکاهای اصلی از فرمول انرژی خازن  $U = \frac{q^2}{2C}$  کمک می‌گیریم:

$$\text{ژول} = \frac{(کولن)^2}{\text{فاراد}} \rightarrow \text{فاراد} = \frac{(کولن)^2}{\text{ژول}} = \frac{(A \times s)^2}{kg \frac{m^2}{s^2}}$$

$$\rightarrow F = \text{فاراد} = \frac{A^2 \times s^2}{kg \times m^2} = \frac{A^2 \times s^4}{kg \times m^2}$$

### گروه آموزشی ماز

۴۷- متحرکی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و معادله مکان-زمان آن در SI به صورت  $x = -t^2 + 10t + x_0$  است. اگر مدت زمانی که متحرک در مکان‌های

مثبت در خلاف جهت محور x حرکت کرده، ۳s باشد، متحرک در چه فاصله‌ای از مبدأ مکان تغییر جهت داده است؟

۹ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

### نمودار مکان-زمان

برای متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و معادله مکان-زمان آن به شکل  $x = f(t)$  است، نکات زیر را به خاطر بسپارید:  
الف: متحرک در لحظه‌ای که علامت شیب نمودار مکان-زمان تغییر می‌کند، تغییر جهت می‌دهد. در این لحظه شیب نمودار  $x = f(t)$  برابر صفر است.  
ب: در بازه زمانی که شیب نمودار مکان-زمان، مثبت است، متحرک در حال حرکت در جهت محور x و چنانچه شیب نمودار، منفی باشد، متحرک در خلاف جهت محور x در حرکت می‌باشد.  
پ: به ازای مقادیری از t که x مثبت می‌شود ( $x > 0$ )، متحرک در قسمت مثبت محور x و به ازای مقادیری از t که x منفی می‌شود ( $x < 0$ )، متحرک در قسمت منفی محور x قرار دارد.

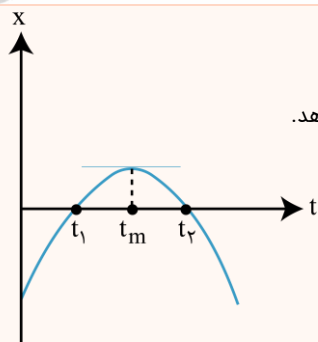
مثال:

با توجه به نمودار روبه‌رو، داریم:

متحرک در لحظه  $t_m$  تغییر جهت می‌دهد. (بند الف)؛ ولی دقت شود بردار مکان متحرک در لحظات  $t_1$  و  $t_2$  تغییر جهت می‌دهد.

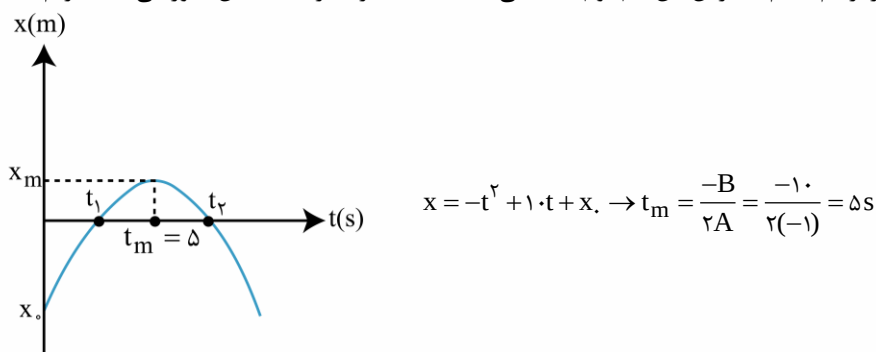
متحرک در بازه  $(0, t_m)$  در جهت محور  $X$  و در بازه زمانی  $(t_m, \infty)$  در خلاف جهت محور  $X$  حرکت می‌کند. (بند ب)

متحرک در بازه زمانی  $(t_1, t_2)$  در قسمت مثبت محور  $X$  و در بازه  $(0, t_1)$  در قسمت منفی محور  $X$  قرار دارد. (بند پ)



پاسخ تشریحی:

برای حل این تست کافی است تا نمودار مکان-زمان آن را رسم کنیم؛ با فرض این که  $t_1$  و  $t_2$  لحظاتی باشند که متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند، داریم:



با کمی دقت در نمودار بالا می‌توان فهمید که در بازه زمانی  $(t_m, t_2)$  جهت حرکت متحرک در جهت منفی محور  $X$  و خود متحرک در قسمت مثبت محور  $X$  قرار دارد، پس:

$$t_2 - t_m = 3s \rightarrow t_2 - 5 = 3 \rightarrow t_2 = 8s$$

متحرک در لحظه  $t_2$  از مبدأ مکان عبور می‌کند؛ بنابراین:

$$t_2 = 8s \rightarrow x = 0 \rightarrow -(8^2) + 10 \times 8 + x_0 = 0 \rightarrow -64 + 80 + x_0 = 0 \rightarrow x_0 = -16m$$

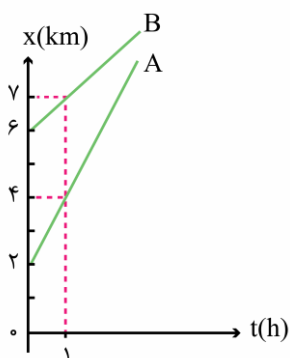
$$x = -t^2 + 10t - 16$$

و در پایان، مکان متحرک در لحظه تغییر جهت، یعنی  $t_m$  برابر است با:

$$t_m = 5s \rightarrow x_m = -(5^2) + 10 \times 5 - 16 = -25 + 50 - 16 = 9m$$

گروه آموزشی ماز

۴۸- نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B که در یک جاده افقی حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. هوا مه گرفته است و افق دید آن‌ها در روبه‌رو و آینه خودرو ۱km است. چند ساعت دو راننده می‌توانند همدیگر را ببینند؟



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

حرکت با سرعت ثابت

حرکتی است که در آن اندازه سرعت (تندی) متحرک و جهت آن در طول مسیر، ثابت است.  
معادله مکان-زمان یک متحرک که با سرعت ثابت حرکت می‌کند، به شکل زیر است:

$$x = vt + x_0$$

مکان اولیه متحرک (m) ←  
← مکان نهایی متحرک (m)  
سرعت متحرک ( $\frac{m}{s}$ )

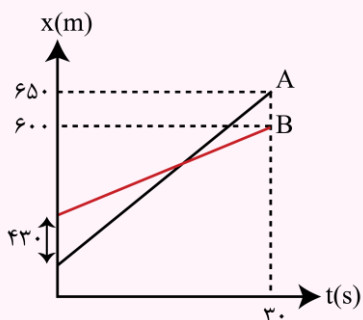
|                                                                                                                        |                      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|
| ۱- سرعت لحظه‌ای و سرعت متوسط باهم برابرند: $v_{av} = v$                                                                | در حرکت با سرعت ثابت |
| ۲- شتاب حرکت، صفر است.                                                                                                 |                      |
| ۳- اندازه جابه‌جایی و مسافت باهم برابرند ( $ d  = L$ )، در نتیجه در این حرکت اندازه سرعت برابر تندی است ( $ v  = s$ ). |                      |
| ۴- مساحت بین نمودار سرعت-زمان با محور زمان در هر بازه زمانی برابر با جابه‌جایی است.                                    |                      |

به نمودارهای مکان-زمان و سرعت-زمان در حرکت با سرعت ثابت توجه کنید:

| نوع حرکت                        | معادله | مکان-زمان | $x = vt + x_0$ | سرعت-زمان | $v = \text{ثابت}$ |
|---------------------------------|--------|-----------|----------------|-----------|-------------------|
| حرکت یکنواخت در جهت محور x      |        |           |                |           |                   |
| حرکت یکنواخت در خلاف جهت محور x |        |           |                |           |                   |

تمرین:

نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B به صورت شکل زیر است. سرعت متحرک A چند متر بر ثانیه بیش‌تر از سرعت متحرک B است؟ (سراسری تجربی ۹۴ - خارج)



- (۱) ۱۲  
(۲) ۱۲/۶  
(۳) ۱۶  
(۴) ۱۶/۳

پاسخ: گزینه ۳

نمودار  $x-t$  هر دو متحرک به صورت یک تابع خطی است؛ بنابراین معادله مکان-زمان آنها به صورت  $x = vt + x_0$  است. در لحظه  $t = 30s$  متحرک A در مکان  $x_A = 650m$  و متحرک B در مکان  $x_B = 600m$  می باشد؛ پس:

$$x_A = v_A t + x_{0,A} \rightarrow 650 = v_A \times 30 + x_{0,A} \rightarrow 650 = 30v_A + x_{0,A} \quad (1)$$

$$x_B = v_B t + x_{0,B} \rightarrow 600 = v_B \times 30 + x_{0,B} \rightarrow 600 = 30v_B + x_{0,B} \quad (2)$$

حال طرفین معادله های (۱) و (۲) را از هم کم می کنیم:

$$650 - 600 = (30v_A + x_{0,A}) - (30v_B + x_{0,B}) \Rightarrow 50 = 30(v_A - v_B) + (x_{0,A} - x_{0,B}) = 30(v_A - v_B) + (-430)$$

$$\Rightarrow 50 = 30(v_A - v_B) - 430 \Rightarrow 50 + 430 = 30(v_A - v_B) \Rightarrow 480 = 30(v_A - v_B) \Rightarrow v_A - v_B = \frac{480}{30} = 16 \frac{m}{s}$$

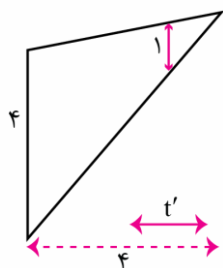
پاسخ تشریحی:

باید مدت زمانی را پیدا کنیم که فاصله دو خودرو از هم کمتر از  $1km$  باشد، می توان معادله حرکت دو خودرو را نوشت و نامعادله  $\Delta x < 1$  را حل کرد. راه حل بهتر شاید استفاده از نمودار باشد.

ابتدا محل رسیدن دو متحرک به یکدیگر را به دست می آوریم:

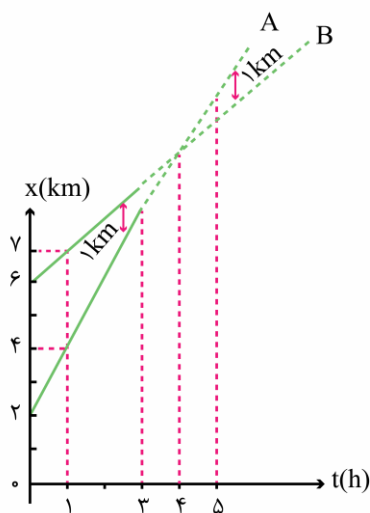
$$\begin{cases} x_A = 2t + 2 \\ x_B = t + 6 \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} 2t + 2 = t + 6 \rightarrow t = 4h$$

با استفاده از تشابه مثلث ها داریم:



$$\frac{4}{4} = \frac{t'}{1} \rightarrow t' = 1h$$

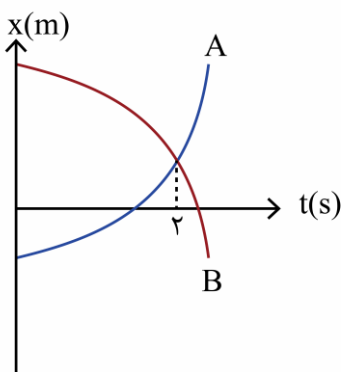
محدوده ای را می خواهیم که فاصله دو نمودار کمتر از  $1km$  باشد؛ بنابراین جواب، بازه زمانی  $(3s, 5s)$  است.



گروه آموزشی ماز

۴۹- نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B که با شتاب های ثابت از حال سکون شروع به حرکت می کنند، مطابق شکل مقابل است. اگر بزرگی سرعت هر یک از دو متحرک در لحظه ای که از کنار هم عبور می کنند،  $4m/s$  باشد، فاصله دو متحرک از یکدیگر در مبدأ زمان چند متر است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۸
- (۳) ۱۲
- (۴) ۱۶





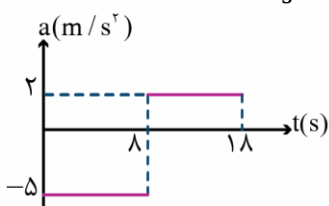
دو متحرک در لحظه  $t = ۲s$  از کنار هم عبور می کنند. سرعت متحرک A در این لحظه مثبت (شیب مثبت) و سرعت متحرک B منفی است (شیب منفی). پس سرعت متحرک A در لحظه  $t = ۲s$ ،  $v_A = ۴m/s$  و سرعت B در همین لحظه  $v_B = -۲m/s$  است. در لحظه  $t = ۲s$  مکان دو متحرک برابر می شود ( $x_A = x_B$ ) و داریم:

$$\Delta x = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)t \rightarrow x - x_0 = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)t \rightarrow x = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)t + x_0, \frac{t=2s}{x_A=x_B} \rightarrow$$

$$\left(\frac{v_A + v_{A0}}{2}\right) \times 2 + x_{A0} = \left(\frac{v_B + v_{B0}}{2}\right) \times 2 + x_{B0} \rightarrow (4+0) + x_{A0} = (-2+0) + x_{B0} \rightarrow x_{B0} - x_{A0} = 8m$$

گروه آموزشی ماز

۵۰- نمودار شتاب-زمان یک متحرک که روی خط راست حرکت می کند و در مبدأ زمان از مکان  $x_0 = -۱۳m$  با سرعت  $۲۰ \frac{m}{s}$  عبور کرده است، مطابق شکل زیر است. چه تعداد از عبارات های زیر در مورد این حرکت صحیح است؟



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

الف: سرعت متوسط در کل حرکت  $۱۰ \frac{m}{s}$  است.

ب: مدت زمان حرکت تندشونده ۴s است.

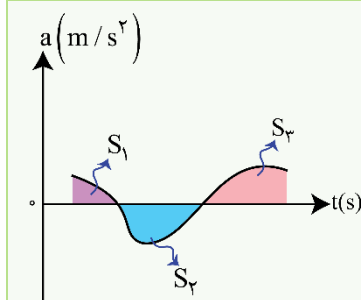
پ: مسافت طی شده در کل حرکت ۱۹۰ متر است.

ت: مدت زمان حرکت متحرک در خلاف جهت محور X، ۱۴ ثانیه است.

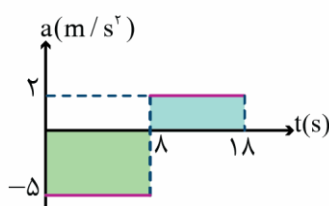


در نمودار شتاب-زمان، سطح زیر نمودار بیانگر تغییرات سرعت متحرک است و مشابه با نمودار سرعت-زمان علامت تغییرات سرعت بالای محور زمان، مثبت و پایین محور زمان، منفی است. پس از تعیین تغییرات سرعت می توان شتاب متوسط را محاسبه کرد.

$$\Delta v = S_1 - S_2 + S_3, a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



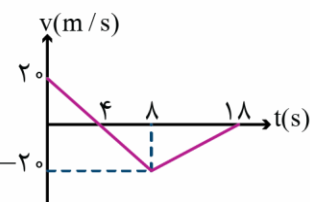
مساحت محصور بین نمودار  $a-t$  و محور  $t$  بیانگر تغییرات سرعت در آن بازه زمانی است؛ بنابراین می توانیم نمودار سرعت-زمان آن را رسم کنیم:



$$\Delta v = -۴۰ \Rightarrow v_A - v_0 = -۴۰ \Rightarrow v_A - ۲۰ = -۴۰ \Rightarrow v_A = -۲۰ \frac{m}{s}$$

$$\Delta v = ۲۰ \Rightarrow v_{18} - v_A = ۲۰ \Rightarrow v_{18} - (-۲۰) = ۲۰$$

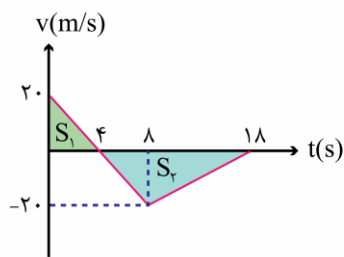
$$\Rightarrow v_{18} + ۲۰ = ۲۰ \Rightarrow v_{18} = ۰$$



با توجه به اطلاعات بالا نمودار سرعت-زمان متحرک را رسم می کنیم:

بررسی موارد:

الف: مساحت زیر نمودار سرعت-زمان و محور t بیانگر جابه‌جایی است. (\*)



$$\Delta x = S_1 - S_2 = \frac{20 \times 4}{2} - \frac{14 \times 20}{2} = 40 - 140 = -100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-100 \text{ m}}{18 \text{ s}}$$

ب: در نمودار سرعت-زمان هر جا نمودار به محور t نزدیک شود، حرکت، کندشونده و هر جا دور شود، حرکت، تندشونده است؛ بنابراین در بازه زمانی  $t = 4\text{s}$  تا  $t = 8\text{s}$ ، یعنی 4 ثانیه حرکت تندشونده است. (✓)

پ: مسافت طی شده برابر مجموع مساحت‌های  $S_1$  و  $S_2$  است. (\*)

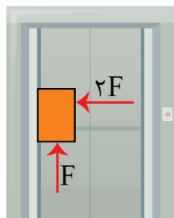
$$l = S_1 + S_2 = 40 + 140 = 180 \text{ m}$$

ت: هر جا نمودار سرعت-زمان زیر محور t باشد، متحرک در خلاف جهت محور x حرکت کرده است؛ پس در بازه زمانی  $t = 4\text{s}$  تا  $t = 18\text{s}$ ، یعنی 14s در خلاف جهت محور x حرکت کرده است. (✓)

گروه آموزشی ماز

۵۱- در شکل زیر، آسانسور با شتاب ثابت به‌طور کندشونده به سمت بالا در حرکت است. اگر اندازه شتاب آسانسور  $\frac{2}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  باشد، کتاب در آستانه لغزش به

سمت پایین و چنانچه اندازه شتاب آسانسور  $\frac{8}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  باشد، کتاب در آستانه لغزش به سمت بالا می‌باشد. ضریب اصطکاک ایستایی بین کتاب و دیوار



آسانسور کدام است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

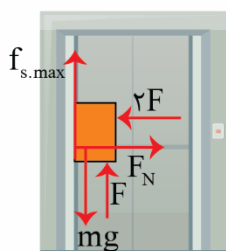
- ۱) ۰/۳
- ۲) ۰/۴
- ۳) ۰/۵
- ۴) ۰/۶

(سخت - محاسباتی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

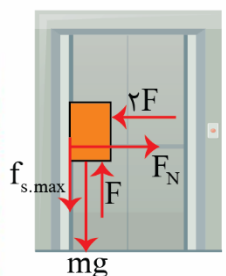


حالت اول: اندازه شتاب آسانسور  $\frac{2}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  و کتاب در آستانه لغزش به سمت پایین است؛ در این حالت اصطکاک در آستانه حرکت وارد بر کتاب به سمت بالا می‌باشد؛ بنابراین:



$$\begin{aligned} \oplus \uparrow \quad F_{\text{net}, x} &= 0 \rightarrow F_N - 2F = 0 \rightarrow F_N = 2F \\ F_{\text{net}, y} &= ma \rightarrow F + f_{s, \text{max}} - mg = ma \\ \rightarrow F + \mu_s F_N - mg &= ma \rightarrow F + \mu_s (2F) = mg + ma \\ \rightarrow (1 + 2\mu_s)F &= m(g + a) \xrightarrow{(a < 0)} (1 + 2\mu_s)F = m(10 - 2) \\ \rightarrow (1 + 2\mu_s)F &= 8m \quad \text{(I)} \end{aligned}$$

حالت دوم: اندازه شتاب آسانسور  $\frac{8}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  و کتاب در آستانه لغزش به سمت بالا می‌باشد، در این حالت نیروی اصطکاک در آستانه حرکت وارد بر کتاب به سمت پایین می‌باشد، در نتیجه:



$$\begin{aligned} \oplus \uparrow \quad F_{\text{net}, x} &= 0 \rightarrow F_N - 2F = 0 \rightarrow F_N = 2F \\ F_{\text{net}, y} &= ma' \rightarrow F - f_{s, \text{max}} - mg = ma' \\ \rightarrow F - \mu_s F_N - mg &= ma' \rightarrow F - \mu_s (2F) = mg + ma' \\ \rightarrow (1 - 2\mu_s)F &= m(g + a') \xrightarrow{(a' < 0)} (1 - 2\mu_s)F = m(10 - 8) \\ \rightarrow (1 - 2\mu_s)F &= 2m \quad \text{(II)} \end{aligned}$$

از تقسیم رابطه (I) بر (II) داریم:

$$\frac{1+2\mu_s}{1-2\mu_s} = 4 \rightarrow 1+2\mu_s = 4-8\mu_s \rightarrow 10\mu_s = 3 \rightarrow \mu_s = 0.3$$

### گروه آموزشی ماز

۵۲- جسمی به جرم  $1\text{ kg}$  را در لحظه  $t=0$  بر روی سطح افقی که ضریب اصطکاک جنبشی آن  $0.4$  است، با تندی  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  پرتاب می‌کنیم. پس از آن که جسم مسافت  $8$  متر را پیمود، نیروی افقی  $\vec{F}$  را در خلاف جهت حرکت بر جسم وارد می‌کنیم. اگر در لحظه  $t=2\text{ s}$  جسم متوقف شود، اندازه نیروی  $\vec{F}$  چند نیوتون است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

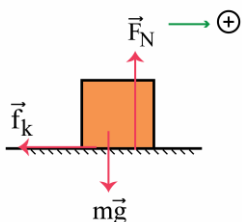
### اصطکاک

کمیتی که در حرکت‌شناسی و دینامیک، مشترک است، شتاب می‌باشد؛ بنابراین برای حل مسائلی که ترکیبی از حرکت‌شناسی و دینامیک است، در ابتدا باید با استفاده از داده‌های یکی مثلاً حرکت‌شناسی، شتاب را محاسبه کرده و سپس با استفاده از آن، خواسته مسئله در دینامیک را محاسبه کنیم و بالعکس.

پاسخ تشریحی

گام اول:

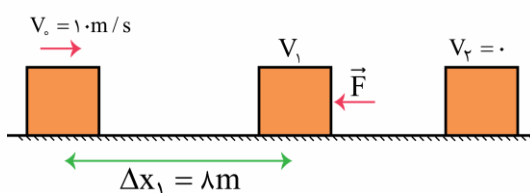
با پرتاب جسم بر روی سطح افقی، تنها نیرویی که در راستای افقی بر آن وارد می‌شود، نیروی اصطکاک جنبشی است، بنابراین شتاب جسم برابر است با:



$$F_{\text{net}_1} = ma_1 \begin{cases} \rightarrow -f_k = ma_1 \rightarrow -\mu_k F_N = ma_1 \rightarrow -\mu_k (mg) = ma_1 \\ \rightarrow a_1 = -\mu_k g = -0.4 \times 10 = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{cases}$$

گام دوم:

مطابق شکل زیر، تندی اولیه جسم،  $v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  و تندی آن پس از پیمودن مسافت  $8\text{ m}$  برابر  $v_1$  است و با اعمال نیروی  $\vec{F}$  در خلاف جهت حرکت آن، در لحظه  $t = 2\text{ s}$  جسم متوقف و سرعت آن صفر می‌شود؛ با فرض این‌که  $a_1$  شتاب در مرحله اول حرکت و  $a_2$  شتاب متحرک پس از اعمال نیروی  $\vec{F}$  باشد، داریم:



$$v_1^2 - v_0^2 = 2a_1 \Delta x_1 \rightarrow v_1^2 - (10)^2 = 2(-4) \times 8 \rightarrow v_1^2 = 100 - 64 = 36 \rightarrow v_1 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

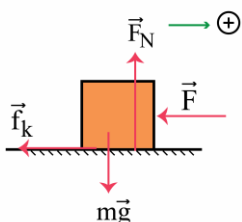
$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 \rightarrow 6 = -4t_1 + 10 \rightarrow 4t_1 = 4 \rightarrow t_1 = 1\text{ s}$$

$$t_1 + t_2 = 2 \rightarrow t_2 = 2 - t_1 = 2 - 1 = 1\text{ s}$$

$$v_2 = a_2 t_2 + v_1 \rightarrow 0 = a_2 \times 1 + 6 \rightarrow a_2 = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گام آخر:

در مرحله دوم از حرکت جسم، دو نیروی  $\vec{F}$  و اصطکاک جنبشی در خلاف جهت حرکت بر آن وارد می‌شود؛ بنابراین مطابق قانون دوم نیوتون داریم:



$$-F - f_k = ma_2 \rightarrow -F - \mu_k mg = ma_2$$

$$\rightarrow -F - 0.4 \times 10 \times 10 = 1 \times (-6)$$

$$\rightarrow -F - 4 = -6 \rightarrow F = 6 - 4 = 2\text{ N}$$

### گروه آموزشی ماز

۵۳- یک سگ فضانورد به جرم  $7/2\text{ kg}$  در یک سفینه که در ارتفاع  $1280\text{ km}$  سطح زمین قرار دارد، همراه با سفینه حرکت می‌کند. وزن سگ فضانورد چند نیوتون است؟ ( $g = 9/8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$  و  $R_e = 6400\text{ km}$  فرض شود).

۵۲ (۴)

۵۱ (۳)

۵۰ (۲)

۴۹ (۱)

محاسبه شتاب گرانشی در اطراف و سطح یک سیاره

جرم سیاره را  $M$  و شعاع آن را  $R$  در نظر می‌گیریم. می‌توان نشان داد برای محاسبه نیروی گرانشی‌ای که سیاره به اجسام مجاور خود وارد می‌کند باید جرم آن را به صورت متمرکز در مرکز آن فرض کنیم. اگر جرم  $m$  در فاصله  $r$  از مرکز سیاره قرار داشته باشد ( $r \geq R$ ):

$$\begin{cases} F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \\ m_1 = M, m_2 = m \end{cases} \rightarrow F = G \frac{Mm}{r^2} = m \left( G \frac{M}{r^2} \right) \rightarrow \frac{F}{m} = G \frac{M}{r^2}$$

$$g = G \frac{M}{r^2} \text{ : شدت جاذبه گرانشی یا شتاب گرانشی در فاصله } r \text{ از مرکز سیاره } (r \geq R)$$

$$r = R \rightarrow \text{ شدت جاذبه گرانشی یا شتاب گرانشی در سطح سیاره } : g = G \frac{M}{R^2}$$



ابتدا شتاب گرانش در ارتفاع  $1280 \text{ km}$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{g_h}{g_e} = \left( \frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \Rightarrow \frac{g_h}{9/8} = \left( \frac{6400}{7680} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{g_h}{9/8} = \left( \frac{5}{6} \right)^2 \Rightarrow \frac{g_h}{9/8} = \frac{25}{36}$$

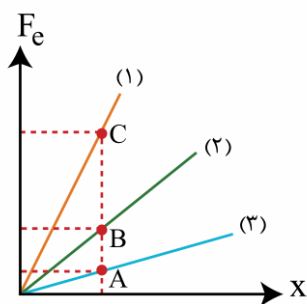
$$\Rightarrow g_h = \frac{25}{36} \times 9/8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

بنابراین وزن سنگ فضاورد در ارتفاع گفته شده برابر خواهد بود با:

$$W = mg_h = 7/2 \times \frac{25}{36} \times 9/8 = 49 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

۵۴- شکل زیر، تغییرات نیروی کشسانی سه فنر را بر حسب تغییر طول آن‌ها نشان می‌دهد. اگر ثابت فنر (۱)، ۳ برابر ثابت فنر (۳) باشد، ثابت فنر (۲) چند برابر ثابت فنر (۳) است؟ (فاصله  $BC$ ، ۲ برابر فاصله  $AB$  است).



$$\frac{5}{4} \quad (1)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

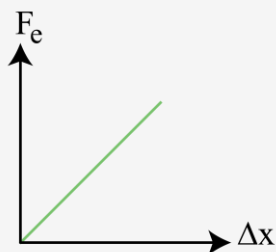
$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$\frac{5}{3} \quad (4)$$

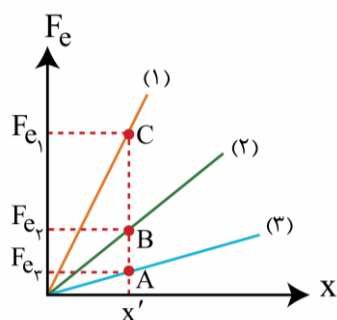
نیروی کشسانی فنر

هرگاه جسمی به یک فنر نیرو وارد کند، فنر نیرویی در خلاف جهت آن به جسم وارد می‌کند تا دوباره به حالت عادی‌اش برگردد، به این نیرو، نیروی کشسانی فنر می‌گویند. در نمودار مقابل، شیب نمودار برابر ثابت فنر ( $k$ ) می‌باشد:

$$|F_e| = k \Delta x$$



مطابق نمودار زیر، با اعمال نیروهای  $F_{e1}$  به فنر (۱)،  $F_{e2}$  به فنر (۲) و  $F_{e3}$  به فنر (۳) تغییر طول فنرها یکسان و برابر  $x'$  می‌شود، بنابراین:



$$\begin{cases} F_{e1} = k_1 x' \\ F_{e2} = k_2 x' \\ F_{e3} = k_3 x' \end{cases}$$

با توجه به اطلاعات داده شده در سؤال داریم:

$$\frac{F_{e1}}{F_{e2}} = \frac{k_1 x'}{k_2 x'} = \frac{k_1}{k_2} = 3 \rightarrow F_{e1} = 3F_{e2} \quad (I)$$

از طرفی اندازه  $BC$ ، ۲ برابر اندازه  $AB$  است، بنابراین:

$$\begin{aligned} \overline{BC} &= 2\overline{AB} \rightarrow F_{e1} - F_{e2} = 2(F_{e2} - F_{e3}) \rightarrow F_{e1} - F_{e2} = 2F_{e2} - 2F_{e3} \\ \rightarrow F_{e1} &= 3F_{e2} - 2F_{e3} \xrightarrow{(I)} 3F_{e2} = 3F_{e2} - 2F_{e3} \rightarrow \Delta F_{e2} = 2F_{e3} \\ \rightarrow \frac{F_{e2}}{F_{e3}} &= \frac{2}{3} \rightarrow \frac{k_2 x'}{k_3 x'} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{k_2}{k_3} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

### گروه آموزشی ماز

۵۵- نوسانگری به جرم  $200\text{ g}$  روی پاره خطی به طول  $20\text{ cm}$  حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. بزرگی شتاب نوسانگر در فاصله  $4$  سانتی متری نقطه بازگشت برابر  $6\pi^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  است. تندی نوسانگر در لحظه عبور از نقطه تعادل و حداکثر نیروی وارد بر نوسانگر در  $SI$  به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده است؟

$$3\pi^2 \text{ و } \frac{\pi\sqrt{6}}{2} \quad (4)$$

$$2\pi^2 \text{ و } \frac{\pi\sqrt{6}}{2} \quad (3)$$

$$3\pi^2 \text{ و } \pi \quad (2)$$

$$2\pi^2 \text{ و } \pi \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۳)

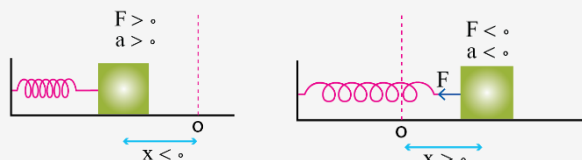
پاسخ: گزینه ۱

### سامانه جرم-فنر

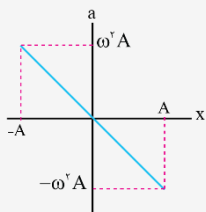
۱- سامانه جرم-فنر را که در حال انجام حرکت هماهنگ ساده است، در نظر می‌گیریم. مطابق شکل‌های زیر، نیرویی که از طرف فنر بر جسمی به جرم  $m$  وارد می‌شود همواره در خلاف جهت جابه‌جایی جسم است. اگر  $x$  مکان نوسان‌کننده در یک لحظه مشخص باشد، نیرویی که از طرف فنر بر آن وارد می‌شود، برابر است با:

$$F = -m\omega^2 x$$

$$a = -\omega^2 x$$

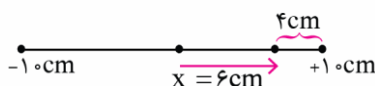


۲- با توجه به رابطه بالا، نمودار شتاب-مکان نوسانگر هماهنگ ساده، خط راستی با شیب منفی است و اندازه شیب آن برابر  $\omega^2$  است:



$$m = 0.2\text{ kg}$$

$$A = 0.1\text{ m}$$



در فاصله  $4\text{ cm}$  تا نقطه بازگشت، بردار مکان  $x = +6\text{ cm}$  می‌باشد.

$$|a| = \omega^2 x \rightarrow 6\pi^2 = \omega^2 \times \frac{6}{100} \rightarrow \omega = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

چون بزرگی شتاب داده شده است، پس نوشتن علامت نیازی نیست.

تندی نوسانگر در لحظه عبور از نقطه تعادل، بیشینه است و از رابطه مقابل به دست می آید:

$$v_m = A\omega$$

$$v_m = 0.1 \times 10 \pi = \pi \frac{m}{s}$$

حداکثر نیروی وارد بر نوسانگر برابر است با:

$$F_m = mA\omega^2$$

$$\rightarrow F_m = 0.1 \times 2 \times 0.1 \times 10 \pi^2$$

$$\rightarrow F_m = 2\pi^2 \text{ (N)}$$

### گروه آموزشی ماز

۵۶- موجی عرضی در یک طناب در حال انتشار است به گونه ای که در یک لحظه، فاصله یک ستیغ از دومین پاستیغ بعد از خود برابر ۴۵ cm و دوره تناوب

چشمه موج ۰.۲ s است. اگر چگالی ماده سازنده طناب  $4 \frac{g}{cm^3}$  و شعاع مقطع آن ۱ cm باشد، بزرگی نیروی کشش این طناب چند نیوتون است؟

( $\pi \approx 3$ )

۲۴ / ۳ (۴)

۲۷ (۳)

۲۴۳ (۲)

۲۷۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

### تندی انتشار موج عرضی در طناب

اگر طنابی را تحت نیروی کشش F قرار داده و موجی در این طناب ایجاد کنیم، می توان نشان داد که تندی انتشار موج عرضی در این طناب از رابطه زیر به دست می آید:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

در این رابطه  $\mu$  را چگالی خطی جرم (جرم واحد طول) طناب می نامیم که بیان می کند طناب در هر یک متر از طول خود چند کیلوگرم جرم دارد. یکای این کمیت در

SI معادل  $\frac{kg}{m}$  است و اگر جرم کل طناب m و طول آن L باشد، می توان نوشت:

$$\mu = \frac{m}{L} \rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\frac{m}{L}}} \rightarrow v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$$



تندی انتشار موج در این رابطه می تواند با روابط دیگر تندی انتشار موج مانند  $\lambda = vT$  یا  $\lambda = \frac{v}{f}$  و یا  $\Delta x = v\Delta t$  ترکیب شود.

در رابطه تندی انتشار موج عرضی در طناب که به صورت  $v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$  بود می توان چنین نوشت:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \xrightarrow{m=\rho V=\rho AL} v = \sqrt{\frac{FL}{\rho AL}} \rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$



طنابی به جرم ۲۰۰ g را کشیده و در آن موجی به بسامد ۴۰ Hz ایجاد می کنیم. اگر طول طناب ۵ / ۰ متر و طول موج ایجاد شده ۲۰ cm باشد، بزرگی نیروی کشش طناب چند نیوتون است؟

۶ / ۴ (۴)

۲۵ / ۶ (۳)

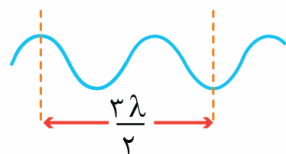
۱۲ / ۸ (۲)

۳ / ۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow v = \lambda f = 0.2 \times 40 = \lambda \frac{m}{s}$$

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \rightarrow \lambda = \sqrt{\frac{F \times 0.5}{0.2}} \rightarrow 64 = \frac{\lambda}{2} F \rightarrow F = 25.6 \text{ N}$$



طبق شکل مقابل، فاصله اولین ستیغ تا دومین پاستیغ بعد از خود، معادل  $\frac{3\lambda}{2}$  است؛ بنابراین:

$$\frac{3\lambda}{2} = 45 \rightarrow \lambda = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$$

$$\lambda = vT \rightarrow 0.3 = v \times 0.2 \rightarrow v = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون می توان نوشت:

$$\begin{cases} v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \rightarrow 15 = \sqrt{\frac{F}{4 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^{-4}}} \rightarrow 225 = \frac{F}{12 \times 10^{-7}} \rightarrow F = 270 \text{ N} \\ A = \pi r^2 = 3 \times (1 \times 10^{-2})^2 = 3 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \\ \rho = 4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 4 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{cases}$$

اگر...

چنانچه از قطر طناب صحبت شود، می توان به جای رابطه  $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$  از رابطه زیر استفاده نمود:

$$\frac{A = \frac{\pi D^2}{4}}{\rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\rho \times \frac{\pi D^2}{4}}} = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}} \rightarrow v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}}$$

که در این رابطه D همان قطر طناب است.

### گروه آموزشی ماز

۵۷- صوت حاصل از یک آتش بازی با شدت  $0.1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$  به شخصی که در فاصله  $200 \text{ m}$  از محل آتش بازی قرار دارد، می رسد. شخص دیگری که در فاصله  $50 \text{ m}$

از محل آتش بازی واقع شده است، صوت حاصل را با چه تراز شدت صوتی بر حسب دسی بل خواهد شنید؟ (از جذب انرژی صوت توسط هوا صرف نظر

$$\text{کنید، } I_2 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, I_1 = 0.1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \text{ , } \log 2 \approx 0.3$$

۱۷۰ (۴)

۲۳۰ (۳)

۱۱۶ (۲)

۱۲۲ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

صوت

شدت صوت عبارت است از انرژی صوتی ای که در هر ثانیه از مساحتی به اندازه  $1 \text{ m}^2$  و عمود بر سطح عبور می کند. اگر شدت صوت را با I نمایش دهیم رابطه آن به صورت زیر است:

$$I = \frac{E}{At} = \frac{P}{A}$$

یکای شدت صوت در SI معادل  $\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$  یا  $\frac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$  است.

نکته:

۱- اگر بخواهیم شدت صوت در فاصله r از منبع صوتی را محاسبه کنیم باید در رابطه فوق  $A = 4\pi r^2$  را جای گذاری نماییم.

۲- شدت صوت به سه عامل بستگی دارد:

الف: با مربع دامنه چشمه صوت رابطه مستقیم دارد.

$$I \propto \frac{A^2 \times f^2}{r^2} \leftarrow$$

ب: با مربع بسامد چشمه صوت رابطه مستقیم دارد.

پ: با مربع فاصله از چشمه صوت رابطه عکس دارد.

۳- تراز شدت صوت را با  $\beta$  نمایش می‌دهیم که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0}$$

در این رابطه  $I$  را شدت صوت مرجع می‌نامیم که معادل با  $10^{-12} \frac{W}{m^2}$  است.

۴- برای محاسبه اختلاف بین دو تراز شدت صوت نیز می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\beta_2 - \beta_1 = (10 \text{ dB}) \log \frac{I_2}{I_1}$$

مثال:

یک منبع صوتی با توان  $600 \text{ mW}$  در فضا صوت تولید می‌کند. در فاصله  $10$  متری از این منبع، تراز شدت صوت رسیده به گوش یک شنونده چند دسی‌بل است؟

$$(I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}, \pi \approx 3, \log 5 \approx 0.7)$$

ابتدا شدت صوت در این فاصله را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{6 \times 10^{-1}}{4 \times 3 \times 10^2} = 5 \times 10^{-4} \frac{W}{m^2}$$

اکنون تراز شدت صوت را محاسبه می‌کنیم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{5 \times 10^{-4}}{10^{-12}} = 10 \log 5 \times 10^8 = 10 (\log 5 + 8 \log 10) = 10 \times (0.7 + 8) = 87 \text{ dB}$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا شدت صوت را در فاصله  $50$  متری از محل آتش‌بازی به دست می‌آوریم:

$$I \propto \frac{1}{r^2} \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \rightarrow \frac{I_2}{0.1} = \left(\frac{20}{50}\right)^2 = 16 \rightarrow I_2 = 0.1 \times 16 = 1.6 \frac{W}{m^2}$$

اکنون تراز شدت صوت را محاسبه می‌کنیم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{1.6 \times 10^{-1}}{10^{-12}} = 10 \log 16 \times 10^{11} = 10 (\log 2^4 + \log 10^{11})$$

$$\Rightarrow \beta = 10 (4 \log 2 + 11 \log 10) = 10 \times (\underbrace{4 \times 0.3 + 11 \times 1}_{12.2}) = 122 \text{ dB}$$

### گروه آموزشی ماز

۵۸- یک آمبولانس ساکن در حال پخش آژیر و دو شنونده  $A$  و  $B$  مطابق شکل زیر، هر دو در حال حرکت به سمت راست هستند. اگر طول موج و بسامد صوت رسیده از آمبولانس به گوش شنونده  $A$  به ترتیب  $f_A$  و  $\lambda_A$  باشد، طول موج و بسامد صوت رسیده از آمبولانس به گوش شنونده  $B$  کدام گزینه می‌تواند باشد؟



(۱) بیش‌تر از  $\lambda_A$  و کم‌تر از  $f_A$

(۲) بیش‌تر از  $f_A$  و  $\lambda_A$

(۳) برابر با  $f_A$  و  $\lambda_A$

(۴) برابر با  $\lambda_A$  و کم‌تر از  $f_A$

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

### اثر دوپلر

هرگاه فاصله شنونده و منبع صوت نسبت به یکدیگر تغییر کند، بسامد صوت شنیده‌شده توسط شنونده ممکن است نسبت به بسامد صوتی که چشمه تولید می‌کند متفاوت شود. این پدیده را اثر دوپلر می‌نامند. اثر دوپلر هم در امواج مکانیکی (صوتی) و هم در امواج الکترومغناطیسی رخ می‌دهد. در زیر، بیش‌تر به بررسی این اثر می‌پردازیم:

۱- چنانچه چشمه صوت و شنونده هر دو ساکن باشند یا هر دو با سرعت ثابت و مساوی در یک جهت حرکت کنند، بسامد و طول موج صوت شنیده‌شده توسط شنونده همان بسامد و طول موج صوتی است که چشمه تولید می‌کند. در این حالت می‌گوییم اثر دوپلر رخ نمی‌دهد.

۲- برای بررسی بسامد ( $f$ ): چه چشمه حرکت کند، چه شنونده و چه هر دو:

الف: اگر به هم نزدیک شوند ← بسامد شنیده‌شده بیش‌تر از بسامد صوت اصلی است.

ب: اگر از هم دور شوند ← بسامد صوت شنیده‌شده کم‌تر از بسامد صوت اصلی است.

۳- برای بررسی طول موج ( $\lambda$ ):

الف: اگر چشمه حرکت کرده و شنونده ساکن باشد:

۱: در جلوی چشمه  $\leftarrow$  طول موج کم‌تر از طول موج اصلی

۲: در عقب چشمه  $\leftarrow$  طول موج بیش‌تر از طول موج اصلی

ب: اگر چشمه ساکن و شنونده در حرکت باشد  $\leftarrow$  در هر دو حالت طول موج رسیده به گوش شنونده همان طول موج صوت اصلی است و حرکت شنونده بر طول موج بی‌اثر است!

پاسخ تشریحی:

در این سؤال با حالتی مواجه هستیم که چشمه، ساکن و شنونده‌ها در حرکت هستند. پس هر دو شنونده طول موجی برابر با طول موج صوت تولیدشده توسط چشمه را شنیده و  $\lambda_B = \lambda_A$  است.

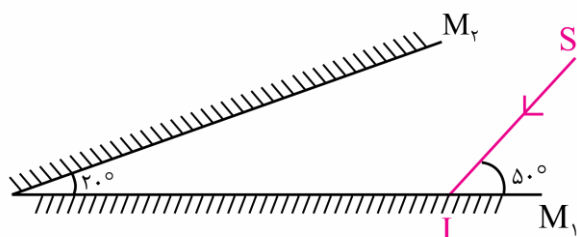
اما چون شنونده A در حال نزدیک شدن به چشمه است، بسامد صوت شنیده شده توسط آن بیش‌تر از بسامد صوت اصلی است و چون شنونده B در حال دور شدن از چشمه است، بسامد صوت شنیده شده توسط آن کم‌تر از بسامد صوت اصلی است. در نتیجه بسامد صوت شنیده شده توسط شنونده B از  $f_A$  کم‌تر است.

اگر...

اگر چشمه صوت در حال حرکت بود، در این صورت طول موج صوت شنیده شده توسط دو شنونده نسبت به طول موج صوت اصلی متفاوت می‌شد و شنونده‌ای که عقب چشمه قرار دارد،  $\lambda$  بلندتر و شنونده‌ای که در جلوی چشمه قرار دارد،  $\lambda$  کوتاه‌تری نسبت به صوت اصلی را خواهد شنید.

### گروه آموزشی ماز

۵۹- مطابق شکل زیر، پرتوی SI بر آینه تخت  $M_1$  تابیده و سپس به آینه تخت  $M_2$  می‌تابد. پرتوی بازتاب نهایی از مجموعه دو آینه، با پرتوی SI زاویه چند درجه می‌سازد؟

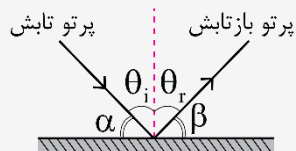


- (۱) صفر
- (۲) ۴۰
- (۳) ۱۴۰
- (۴) ۱۸۰

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

بازتاب



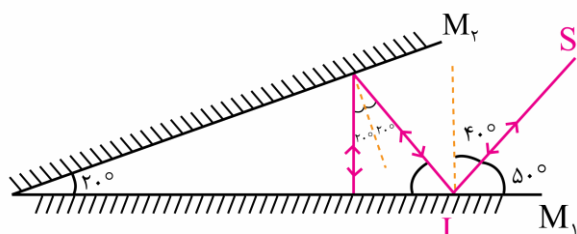
اگر نوری مانند شکل مقابل به یک آینه تخت برخورد کرده و از آن بازتاب کند، به زاویه بین پرتوی تابش و خط عمود بر سطح آینه، زاویه تابش ( $\theta_i$ ) و به زاویه بین پرتوی بازتابش و خط عمود بر سطح آینه، زاویه بازتابش ( $\theta_r$ ) گفته می‌شود.

طبق قانون عمومی بازتاب، همواره این دو زاویه باهم مساوی‌اند ( $\theta_i = \theta_r$ ).

بنابراین متمم‌های این دو زاویه نیز با یکدیگر برابر هستند ( $\alpha = \beta$ ).

✓ چنانچه نوری به یک مجموعه شامل دو آینه متقاطع وارد شده و در بین آن‌ها دچار بازتاب شود؛ به زاویه بین پرتوی بازتاب نهایی (خروجی) از مجموعه آینه‌ها و پرتوی ورودی به مجموعه، زاویه انحراف گفته می‌شود.

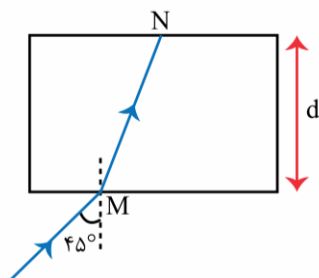
پاسخ تشریحی:



طبق شکل مقابل، پرتوی نور در دومین برخورد به آینه  $M_1$  به صورت عمود بر آن می‌تابد؛ بنابراین روی خودش برمی‌گردد و در همان امتداد پرتوی SI از مجموعه خارج می‌شود؛ بنابراین زاویه پرتوی خروجی و پرتوی SI معادل ۱۸۰ درجه است.

### گروه آموزشی ماز

۶۰- مطابق شکل زیر، یک پرتوی نور تک رنگ از هوا به یک تیغه شفاف متوازی السطوح با ضریب شکست  $\sqrt{2}$  تابیده و مسیر MN را در مدت ۲ نانوثانیه طی می کند. ضخامت تیغه (d) تقریباً چند سانتی متر است؟ ( $\sqrt{3} \approx 1/7$ ،  $\sqrt{2} \approx 1/4$ ،  $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ )



۳۵/۷ (۱)

۴۲ (۲)

۷۱/۴ (۳)

۲۱ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

### شکست موج

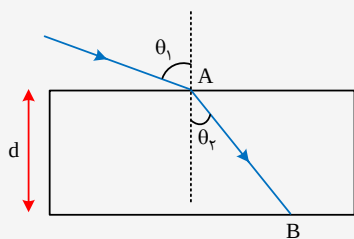
۱- پرتو موج اگر به طور مایل از یک محیط شفاف (با ضریب شکست  $n_1$ ) وارد محیط شفاف دیگری (با ضریب شکست  $n_2$ ) شود، از مسیر خود منحرف می شود. با رابطه زیر می توان زاویه شکست را به دست آورد:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad \text{قانون شکست اسنل}$$

۲- از طرفی تندی انتشار موج در محیط شفاف با توجه به ضریب شکست محیط شفاف به دست می آید:

$$n = \frac{c}{v}$$

که در این رابطه، c برابر با تندی نور در خلأ، v تندی نور در محیط شفاف و n ضریب شکست محیط شفاف می باشد.



$$\begin{cases} n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \\ v = \frac{c}{n} \\ AB = \frac{d}{\cos \theta_2} \end{cases}$$

۳- مطابق شکل مقابل، اگر پرتوی نور تک رنگی از محیط شفاف (۱) با ضریب شکست  $n_1$  وارد تیغه شفاف متوازی السطوح با ضریب شکست  $n_2$  شود، آن گاه داریم:  $(n_2/n_1)$

$$t = \frac{AB}{v} = \frac{nd}{c \cos \theta_2}$$

مدت زمان عبور موج از تیغه شفاف به ضخامت d و ضریب شکست n برابر است با:

### پایخ شریقی

ابتدا زاویه شکست را محاسبه می کنیم:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$1 \times \sin 45^\circ = \sqrt{2} \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$

فاصله MN با توجه به زمان و تندی در تیغه به دست می آید:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 10^8 \frac{m}{s}$$

$$MN = vt = \frac{3 \times 10^8}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-9} = 0.42 \text{ m} = 42 \text{ cm}$$

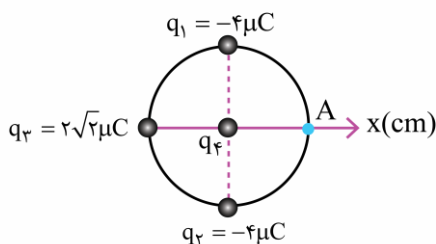
فاصله MN و d نسبت مثلثاتی زاویه ۳۰ دارند:

$$\cos 30^\circ = \frac{d}{MN} \Rightarrow d = MN \cos 30^\circ = 42 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 21 \times 1/7 = 35/7 \text{ cm}$$

گروه آموزشی ماز

۶۱- در شکل زیر، شعاع دایره ۳۰ cm است. اگر بردار میدان الکتریکی خالص حاصل از چهار بار الکتریکی نقطه‌ای  $q_1, q_2, q_3, q_4$  در نقطه A برابر با

$$\vec{E} = 1/\sqrt{5} \times 10^5 \left( \frac{N}{C} \right) \vec{i} \quad \text{باشد، بار } q_4 \text{ چند میکروکولن است؟} \quad \left( k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \right)$$



(۱)  $-3\sqrt{2}$

(۲)  $3\sqrt{2}$

(۳)  $4\sqrt{2}$

(۴)  $-4\sqrt{2}$

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

گام اول:

اندازه  $\vec{E}_3$  در نقطه A را به دست می‌آوریم:

$$E_3 = k \frac{|q_3|}{r_3^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2\sqrt{2} \times 10^{-6}}{(0.6)^2} = 0.5\sqrt{2} \times 10^5 \frac{N}{C}$$

گام دوم:

چون شعاع دایره ۳۰ cm است، فاصله هر یک از بارهای  $q_1$  و  $q_2$  تا نقطه A برابر است با:

$$r_1 = r_2 = \sqrt{30^2 + 30^2} = 30\sqrt{2} \text{ cm}$$

گام سوم:

اندازه  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  را در نقطه A به دست می‌آوریم:

$$E_1 = E_2 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{(30\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 2 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

گام چهارم:

میدان‌های  $\vec{E}_1$ ،  $\vec{E}_2$  و  $\vec{E}_3$  را در شکل مقابل نمایش داده‌ایم. با توجه به این شکل، بردار  $\vec{E}_3$  برابر است با:

$$\vec{E}_3 = +0.5\sqrt{2} \times 10^5 \vec{i} \left( \frac{N}{C} \right)$$

گام پنجم:

با توجه به شکل، برای  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  باید در خلاف جهت محور x باشد، پس:

$$E_{1,2} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2E_1^2} = \sqrt{2}E_1 = 2\sqrt{2} \times 10^5 \frac{N}{C}$$

پس:

$$\vec{E}_{1,2} = -2\sqrt{2} \times 10^5 \vec{i} \left( \frac{N}{C} \right)$$

گام ششم:

با توجه به اصل برهم‌نهی میدان‌های الکتریکی، می‌توان  $\vec{E}_4$  را یافت:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_{1,2} + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 \rightarrow 1/\sqrt{5} \times 10^5 \vec{i} = -2\sqrt{2} \times 10^5 \vec{i} + 0.5\sqrt{2} \times 10^5 \vec{i} + \vec{E}_4 \rightarrow \vec{E}_4 = 3\sqrt{2} \times 10^5 \vec{i} \left( \frac{N}{C} \right)$$

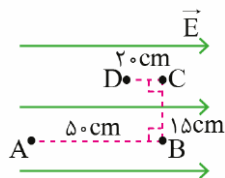
گام آخر:

چون  $\vec{E}_4$  در جهت محور x شد، پس  $q_4$  باید مثبت و اندازه آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E_4 = k \frac{|q_4|}{r_4^2} \rightarrow 3\sqrt{2} \times 10^5 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_4|}{(0.3)^2} \rightarrow |q_4| = 3\sqrt{2} \times 10^{-6} \xrightarrow{q_4 > 0} q_4 = 3\sqrt{2} \mu C$$

گروه آموزشی ماز

۶۲- در شکل زیر، بار الکتریکی  $q = +4 \mu C$  را در میدان الکتریکی یکنواخت  $\vec{E}$  به بزرگی  $4 \times 10^5 \frac{N}{C}$  در مسیر نشان داده شده از نقطه A به نقطه D منتقل می کنیم. تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی این ذره باردار چند میلی ژول خواهد بود؟



(۱) -۳۲۰

(۲) ۳۲۰

(۳) -۴۸۰

(۴) ۴۸۰

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

### تغییر انرژی پتانسیل و پتانسیل الکتریکی:

(۱) تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره‌ای که در میدان الکتریکی یکنواخت حرکت می کند برابر است با:

$$\Delta U_E = -|q|Ed \cos \theta$$

در این رابطه  $|q|$ ، اندازه بار؛  $E$ ، اندازه میدان الکتریکی؛  $d$ ، اندازه جابه جایی ذره و  $\theta$  زاویه بین نیروی الکتریکی و جابه جایی است.

(۲) تغییر پتانسیل الکتریکی در میدان الکتریکی یکنواخت برابر است با:

$$\Delta V = -Ed \cos \alpha$$

### نکته:

در این رابطه منظور از  $\alpha$ ، زاویه بین بردار جابه جایی و بردار میدان الکتریکی است.

(۳) اگر بار مثبت در جهت میدان الکتریکی حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می یابد و برعکس.

اگر بار منفی در جهت میدان الکتریکی حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می یابد و برعکس.

(۴) اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه از میدان الکتریکی برابر است با:

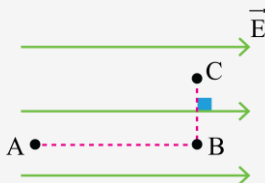
$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \rightarrow V_f - V_i = \frac{U_f - U_i}{q}$$

### تذکر:

در رابطه بالا،  $q$  با علامت در رابطه قرار می گیرد.

(۵) فارغ از نوع باری که در حال جابه جایی است، با حرکت در جهت میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی نقاط میدان کاهش می یابند و برعکس.

(۶) با حرکت در راستای عمود بر میدان الکتریکی، هم انرژی پتانسیل الکتریکی و هم پتانسیل الکتریکی نقاط میدان، ثابت خواهد بود، یعنی در شکل زیر می توان نوشت:



$$A \rightarrow B: V_B < V_A \rightarrow V_B - V_A < 0 \rightarrow \Delta V_E < 0$$

$$B \rightarrow C: V_B = V_C \rightarrow V_C - V_B = 0 \rightarrow \Delta V_E = 0 \rightarrow \Delta U_E = 0$$

(۷) کار انجام شده توسط میدان الکتریکی روی بار  $q$ ، قرینه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی آن بار است، یعنی:

$$\Delta U_E = -W_E$$

### تذکر:

با توجه به رابطه اخیر، در رابطه  $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ ، به جای  $\Delta U_E$  می توان از  $(-W_E)$  استفاده کرد.

### سراسری ریاضی ۹۲:

درون یک میدان الکتریکی یکنواخت، بار الکتریکی  $q = +2 \mu C$  از نقطه A تا نقطه B جابه جا می شود. اگر کار نیروی الکتریکی در این انتقال، برابر  $5 \times 10^{-5} J$  باشد، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار  $q$  چند ژول است و  $V_B - V_A$  برابر با چند ولت است؟

(۱)  $-5 \times 10^{-5}$  و  $-25$  (۲)  $-5 \times 10^{-5}$  و  $+25$  (۳)  $-5 \times 10^{-5}$  و  $-25$  (۴)  $-5 \times 10^{-5}$  و  $+25$

### پاسخ: گزینه ۱

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار  $q$  برابر است با:

$$\Delta U_E = -W_E = -5 \times 10^{-5} J$$

با توجه به رابطه زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه A و B را به دست می آوریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \xrightarrow{q = +2 \times 10^{-6} C} \Delta V = \frac{-5 \times 10^{-5}}{+2 \times 10^{-6}} = -25 V \rightarrow V_B - V_A = -25 V$$

تذکر: اگر در مثال بالا،  $V_A = 4V$  داده می‌شد، می‌توانستیم پتانسیل نقطه B را به صورت زیر حساب کنیم:

$$V_B - V_A = -25 \rightarrow V_B - 4 = -25 \rightarrow V_B = -21V$$



در مسیر BC، جابه‌جایی ذره بر خطوط میدان الکتریکی، عمود است، پس در این مسیر  $\Delta U_E = 0$  است. از طرفی، در مسیر AB، ذره  $50\text{ cm}$  در جهت میدان الکتریکی و در مسیر CD،  $20\text{ cm}$  در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شده است، پس در کل می‌توان فرض کرد، ذره  $50 - 20 = 30\text{ cm}$  در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شده است، در این صورت زاویه نیروی الکتریکی و جابه‌جایی صفر بوده و داریم:

$$\Delta U_E = -|q|Ed \cos \theta = -4 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^5 \times 0.3 \times \cos 0^\circ = -0.48\text{ J} = -48 \times 10^{-3}\text{ J} = -48\text{ mJ}$$

### گروه آموزشی ماز

۶۳- خازن تختی با ظرفیت  $9\mu\text{F}$  را توسط یک باتری شارژ می‌کنیم و سپس آن را از باتری جدا می‌کنیم. اگر  $2\mu\text{C}$  بار الکتریکی را از صفحه منفی خازن به صفحه مثبت آن منتقل کنیم، انرژی ذخیره‌شده در خازن به اندازه  $2\mu\text{J}$  افزایش می‌یابد. قبل از جابه‌جایی بار الکتریکی، اختلاف تعداد پروتون‌ها و

الکترون‌های هر صفحه خازن چقدر بوده است؟ ( $e = 1.6 \times 10^{-19}\text{ C}$ )

$$6/25 \times 10^{12} \quad (4)$$

$$6/25 \times 10^{13} \quad (3)$$

$$5 \times 10^{12} \quad (2)$$

$$5 \times 10^{13} \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۱



اگر بار خازن در ابتدا برابر  $q_1$  بوده باشد، با جابه‌جایی  $2\mu\text{C}$  بار از صفحه منفی به صفحه مثبت، بار خازن برابر  $q_1 + 2\mu\text{C}$  می‌شود. در این صورت انرژی خازن در دو حالت به صورت زیر به دست می‌آید:

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{C} \xrightarrow{C=9\mu\text{F}} U_1 = \frac{q_1^2}{18}$$

$$U_2 = \frac{1}{2} \frac{(q_1 + 2)^2}{C} \xrightarrow{C=9\mu\text{F}} U_2 = \frac{(q_1 + 2)^2}{18}$$

مطابق متن سؤال، انرژی خازن در حالت دوم  $2\mu\text{J}$  بیش‌تر از حالت اول است، بنابراین داریم:

$$U_2 - U_1 = 2 \rightarrow \frac{(q_1 + 2)^2}{18} - \frac{q_1^2}{18} = 2$$

$$\rightarrow (q_1 + 2)^2 - q_1^2 = 36 \rightarrow q_1^2 + 4q_1 + 4 - q_1^2 = 36 \rightarrow 4q_1 + 4 = 36 \rightarrow 4q_1 = 32 \rightarrow q_1 = 8\mu\text{C}$$

$$\rightarrow 4q_1 + 4 = 36 \rightarrow q_1 = 8\mu\text{C}$$

بنابراین بار خازن در ابتدا  $q_1 = 8\mu\text{C}$  بوده است و در نتیجه اختلاف تعداد پروتون‌ها و الکترون‌های هر صفحه برابر است با:

$$q = ne \rightarrow n = \frac{q}{e} = \frac{8 \times 10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} = 5 \times 10^{13}$$

این سؤال براساس یکی از تست‌های کنکور ۱۴۰۰ طرح شده است که در ادامه آن را بررسی می‌کنیم.

### تست کنکور ریاضی ۱۴۰۰

ظرفیت خازنی  $5\text{ mF}$  میکروفراد و بار الکتریکی آن  $q$  است. اگر  $3\text{ mC}$  بار الکتریکی را از صفحه منفی جدا کرده و به صفحه مثبت منتقل کنیم، انرژی ذخیره‌شده در خازن به اندازه  $4/5\text{ J}$  افزایش می‌یابد.  $q$  چند میلی‌کولن است؟

$$12 \quad (4)$$

$$9 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه (۲)

با جدا کردن  $3\text{ mC}$  بار از صفحه منفی و انتقال آن به صفحه مثبت، بار خازن از  $q$  به  $q + 3\text{ mC}$  می‌رسد. انرژی خازن در دو حالت به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \times \frac{q^2}{5} = \frac{q^2}{10}$$

$$U_2 = \frac{1}{2} \frac{(q + 3)^2}{C} = \frac{1}{2} \times \frac{(q + 3)^2}{5} = \frac{(q + 3)^2}{10}$$

مطابق اطلاعات سؤال، انرژی نهایی  $4/5 \text{ J}$  بیش‌تر از انرژی اولیه است؛ بنابراین داریم:

$$U_2 - U_1 = 4/5 \rightarrow \frac{(q+3)^2}{10} - \frac{q^2}{10} = 4/5$$

$$\rightarrow (q+3)^2 - q^2 = 45$$

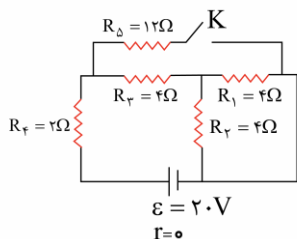
$$\rightarrow (q^2 + 6q + 9) - q^2 = 45$$

$$\rightarrow 6q + 9 = 45 \rightarrow q = 6 \text{ mC}$$

دقت کنید که چون بار برحسب میلی‌کولن است و ظرفیت خازن برحسب میکروفاراد داده شده است، انرژی به‌طور مستقیم برحسب ژول به‌دست می‌آید و نیازی به تبدیل واحد وجود ندارد.

### گروه آموزشی ماز

۶۴- در مدار مقابل، با بستن کلید K، جریان عبوری از مقاومت  $R_3$  چند برابر می‌شود؟



$$\frac{7}{8} \quad (2)$$

$$\frac{4}{5} \quad (4)$$

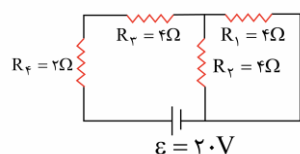
$$\frac{8}{9} \quad (1)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:  
گام اول:



قبل از بستن کلید، مدار به‌صورت شکل مقابل است. در این مدار، مقاومت معادل مدار به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R_1 \parallel R_2 \rightarrow R_{1,2} = \frac{4}{2} = 2\Omega$$

$$R_f, R_3, R_{1,2} \rightarrow \text{متوالی: } R_{eq} = 2 + 4 + 2 = 8\Omega$$

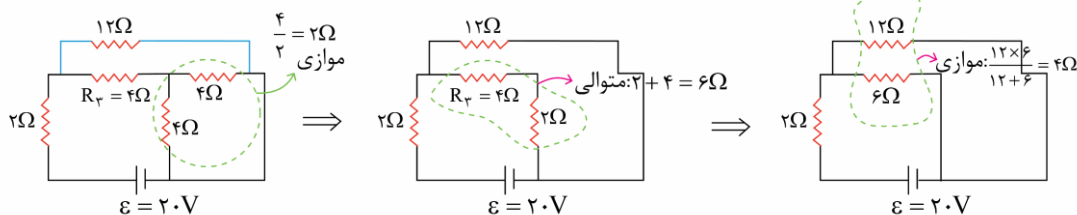
گام دوم:

جریان عبوری از مقاومت  $R_3$  همان جریان کل است، پس:

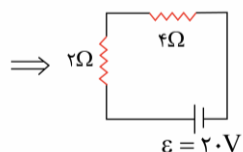
$$I_{R_3} = I_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{20}{8} = 2.5 \text{ A}$$

گام سوم:

در حالت دوم و با بستن کلید، مدار به‌صورت زیر ساده می‌شود:



بنابراین جریان کل مدار برابر است با:

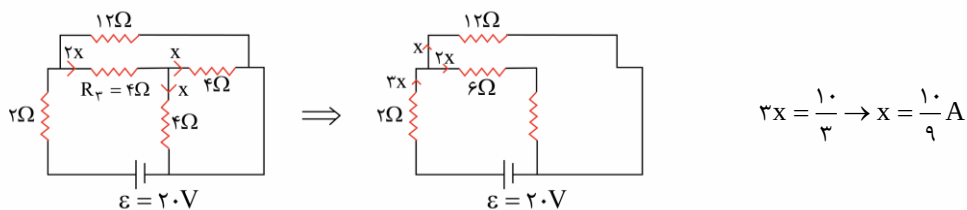


$$\rightarrow R'_{eq} = 2 + 4 = 6\Omega$$

$$I'_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{R'_{eq}} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3} \text{ A}$$

گام چهارم:

جریان کل در حالت دوم  $I' = \frac{1}{3} A$  است، در شکل زیر جریان را بین مقاومت‌ها تقسیم کرده‌ایم، در این مدار، جریان کل  $3x$  شده است، پس می‌توان نوشت:



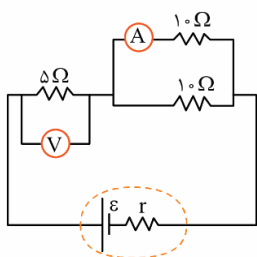
$$3x = \frac{1}{3} \rightarrow x = \frac{1}{9} A$$

گام آخر:

با توجه به شکل بالا (سمت چپ)، جریان عبوری از مقاومت  $R_3$ ،  $2x$  است، پس جریان این مقاومت  $\frac{2}{9} A$  است. پس جریان این مقاومت  $\frac{2}{9} = \frac{8}{27/5}$  برابر خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۶۵- در مدار روبه‌رو، اگر ولت‌سنج آرمانی، مقدار  $40$  ولت را نشان دهد، آمپرسنج آرمانی چند آمپر را اندازه می‌گیرد؟



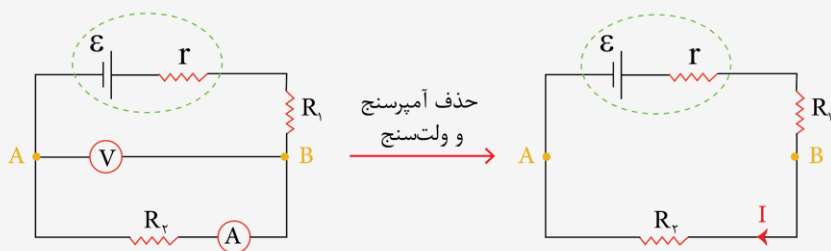
- ۲ (۱)
- ۴ (۲)
- ۸ (۳)
- ۱۶ (۴)

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

ولت‌سنج و آمپرسنج آرمانی

در سؤالاتی که عدد آمپرسنج یا ولت‌سنج آرمانی پرسیده می‌شود، برای راحتی می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم:  
 (۱) آمپرسنج را از مدار حذف کرده و به جای آن سیم قرار می‌دهیم.  
 (۲) ولت‌سنج را از مدار حذف کرده و سیم‌های شاخه آن را پاک می‌کنیم.  
 به عنوان مثال مدار زیر را به صورت مقابل ساده می‌کنیم:



پس از حذف آمپرسنج و ولت‌سنج می‌توانیم مدار ساده‌شده را به راحتی حل کنیم. در این صورت جریان  $I$  همان عدد آمپرسنج است و اختلاف پتانسیل نقاط A و B (دو سر ولت‌سنج) برابر عدد ولت‌سنج می‌باشد.

پاسخ تشریحی:

گام اول:

ولتاژ دو سر مقاومت  $5\Omega$  برابر  $40V$  است، پس جریان آن برابر است با:

$$I = \frac{V}{R} \rightarrow I = \frac{40}{5} = 8 A$$

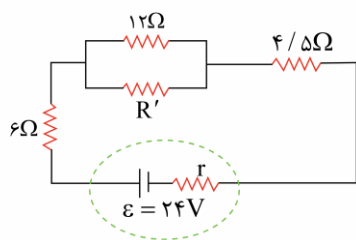
گام آخر:

جریان  $I = 8 A$  بین دو مقاومت موازی  $10\Omega$  تقسیم می‌شود و از هر یک جریان  $4 A$  می‌گذرد؛ بنابراین آمپرسنج جریان  $4 A$  را اندازه می‌گیرد.

گروه آموزشی ماز

۶۶- در مدار مقابل، توان مصرفی مقاومت  $4/5 \Omega$ ، برابر توان مصرفی مقاومت  $R'$  است. اختلاف بیشترین و کمترین مقدار  $R'$  چند اهم است؟

- (۱) ۳۲  
(۲) ۱۶  
(۳) ۳۶  
(۴) ۲۴



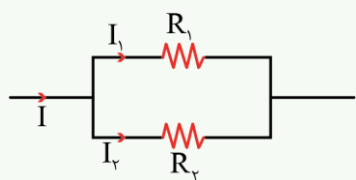
(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

### نکات طلایی:

۱- در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

۲- برای دو مقاومت موازی داریم:



$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I$$

### توان در مدارهای الکتریکی

۱- اگر شکل مقابل یک جز مدار الکتریکی باشد و بار  $q$  در مدت زمان  $t$  تحت اختلاف پتانسیل  $\Delta V$  از پایانه  $a$  به  $b$  منتقل شود، انرژی پتانسیل بار به اندازه  $\Delta U = q\Delta V$  تغییر می‌کند و در نتیجه داریم:

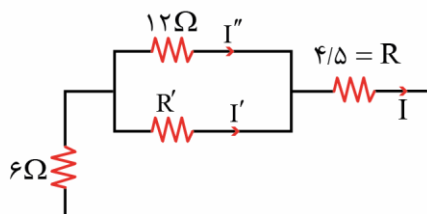


$$P = \frac{\Delta U}{t}, \quad \frac{q\Delta V}{t} = I\Delta V = IV$$

۲- برای محاسبه توان مصرفی در مقاومت‌ها داریم:

$$P_{\text{مصرفی}} = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

### پاسخ تشریحی:



$$I' = \frac{12}{R' + 12} I$$

$$P_R = 2P_{R'} \rightarrow RI^2 = 2R'I'^2 \rightarrow 4/5 I^2 = 2 \times R' \times \left(\frac{12I}{R' + 12}\right)^2$$

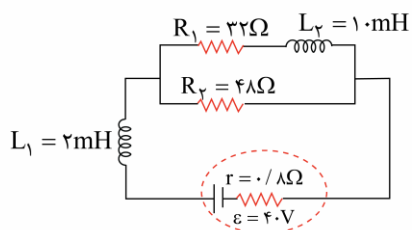
$$\rightarrow 4/5 = 2R' \times \frac{144}{(R' + 12)^2} \rightarrow R' = 36 \Omega \text{ و } 4 \Omega$$

در نتیجه، اختلاف دو مقاومت برابر ۳۲ اهم می‌شود.

### نکته:

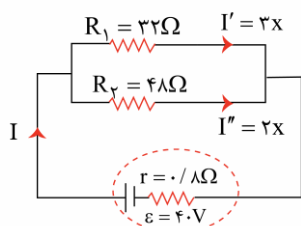
اگر در مسئله، مقاومت  $R'$  را می‌خواست بهترین کار استفاده از گزینه‌ها بود.

### گروه آموزشی ماز



۶۷- در مدار روبه‌رو پس از گذشت زمان‌های طولانی، انرژی ذخیره‌شده در القاگر آرمانی  $L_1$  ..... میلی‌ژول ..... از انرژی ذخیره‌شده در القاگر آرمانی  $L_2$  است.

- (۱) ۳/۲ - بیش‌تر  
(۲) ۳/۲ - کم‌تر  
(۳) ۶/۴ - بیش‌تر  
(۴) ۶/۴ - کم‌تر



ابتدا بدون در نظر گرفتن القاگرهای آرمانی، جریان الکتریکی را در شاخه‌های مدار محاسبه می‌کنیم:

$$R_{eq} = \frac{32 \times 48}{32 + 48} = 19.2 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{40}{0.8 + 19.2} = 2A$$

$$I' + I'' = I \rightarrow 3x + 2x = 2 \rightarrow x = 0.4A$$

$$\rightarrow \begin{cases} I' = 1.2A \\ I'' = 0.8A \end{cases}$$

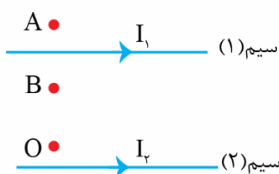
حال که جریان عبوری از القاگرها را داریم، محاسبه انرژی ساده است:

$$U_1 = \frac{1}{2} L_1 I'^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 1.2^2 = 1.44 J$$

$$U_2 = \frac{1}{2} L_2 I''^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times (0.8)^2 = 0.32 J$$

پس انرژی القاگر (۱)، ۱.۴۴ J کم‌تر از القاگر (۲) است.

### گروه آموزشی ماز

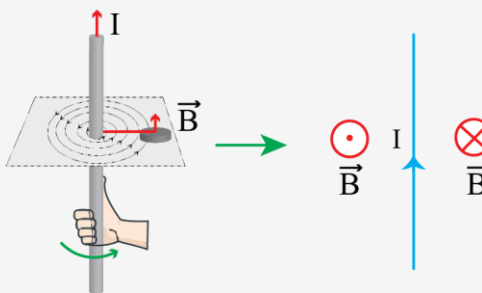


۶۸- مطابق شکل، دو سیم بلند حامل جریان الکتریکی در نزدیکی هم قرار دارند. اگر میدان مغناطیسی خالص در نقطه O صفر شود، جهت میدان مغناطیسی خالص در نقاط A و B به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

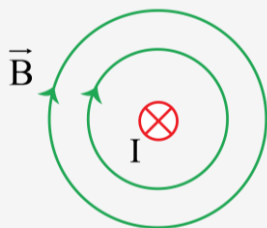
- (۱) درون سو - درون سو
- (۲) درون سو - برون سو
- (۳) برون سو - درون سو
- (۴) برون سو - برون سو

### میدان مغناطیسی

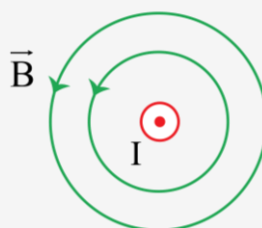
۱- در اطراف سیم راست حامل جریان الکتریکی، میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود. جهت این میدان مطابق با قاعده دست راست تعیین می‌شود. برای این کار کافی است انگشت شست دست راست را در جهت جریان سیم قرار دهیم و چهار انگشت دست راست را حول آن بچرخانیم. در این صورت جهت میدان مغناطیسی در همان جهت چرخش چهار انگشت خواهد بود. به شکل‌های زیر دقت کنید:



میدان مغناطیسی در اطراف سیم بلند و راست حامل جریان الکتریکی به سمت بالا



میدان مغناطیسی در اطراف یک سیم راست حامل جریان الکتریکی درون سو



میدان مغناطیسی در اطراف یک سیم راست حامل جریان الکتریکی برون سو

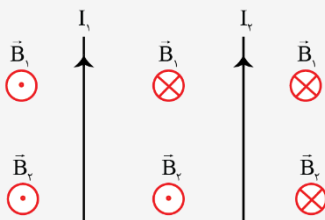
۲- شدت میدان مغناطیسی حاصل از یک سیم راست با جریان سیم رابطه مستقیم و با فاصله از سیم رابطه عکس دارد:

$$B \propto \frac{I}{d}$$

فاصله  $\leftarrow d$

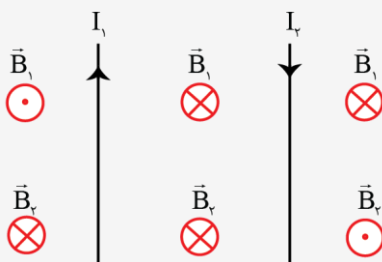
جریان  $\leftarrow I$

۳- اگر دو سیم راست حامل جریان الکتریکی در نزدیکی هم قرار بگیرند، دو حالت زیر امکان پذیر است که هریک از آن‌ها را جداگانه بررسی خواهیم کرد.  
حالت اول: جریان سیم‌ها هم‌جهت باشد:



در این حالت جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌ها مطابق شکل بالاست. همان‌طور که می‌بینید، جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌ها در فاصله بین آن‌ها مخالف هم است و در نتیجه میدان مغناطیسی در فاصله بین دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کمتر می‌تواند صفر باشد. دقت کنید که اگر جریان الکتریکی سیم‌ها برابر باشد، میدان مغناطیسی خالص دقیقاً در وسط فاصله آن‌ها صفر خواهد شد.

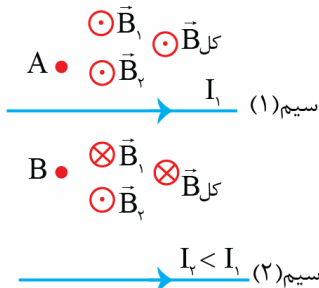
حالت دوم: جریان سیم‌ها در خلاف جهت یکدیگر باشد:



در این حالت جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌ها مطابق شکل بالاست. همان‌طور که می‌بینید، جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌ها در خارج از فاصله بین آن‌ها مخالف هم است و در نتیجه میدان مغناطیسی در خارج از فاصله بین دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کمتر می‌تواند صفر شود. دقت کنید که اگر جریان الکتریکی سیم‌ها برابر باشد، میدان مغناطیسی خالص در هیچ نقطه‌ای صفر نخواهد شد.



با توجه به این‌که محل صفر شدن میدان به سیم (۲) نزدیک‌تر است، می‌توان نتیجه گرفت که جریان سیم (۲) کوچک‌تر از سیم (۱) است. در ادامه جهت میدان مغناطیسی حاصل از هر کدام از سیم را در نقاط A و B با استفاده از قاعده دست راست به دست می‌آید.



دقت کنید که در نقطه B، میدان سیم (۱) بزرگ‌تر از میدان سیم (۲) است، زیرا  $I_1 > I_2$  است و فاصله این نقطه تا سیم (۱) کمتر است. این تست براساس یکی از تست‌های کنکور سراسری رشته ریاضی سال ۱۴۰۰ طرح شده است که در ادامه آن را بررسی می‌کنیم.

### تست کنکور ریاضی ۱۴۰۰:

در شکل زیر، از دو سیم موازی و بلند، جریان‌های الکتریکی عبور می‌کند. اگر میدان مغناطیسی در نقطه A برابر صفر باشد، کدام مورد درست است؟

(۱) \_\_\_\_\_

(۱)  $I_2$  در خلاف جهت  $I_1$  و کوچک‌تر از آن است.

(۲)  $I_2$  در خلاف جهت  $I_1$  و بزرگ‌تر از آن است.

(۳)  $I_2$  هم‌جهت با  $I_1$  و بزرگ‌تر از آن است.

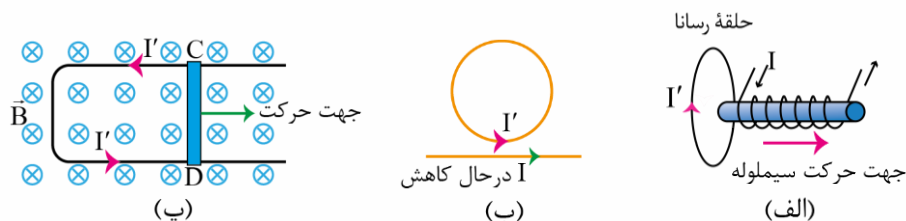
(۴)  $I_2$  هم‌جهت با  $I_1$  و کوچک‌تر از آن است.

(۲) \_\_\_\_\_

### پاسخ: گزینه ۴

چون میدان در فاصله بین دو سیم صفر شده است، جهت جریان‌های دو سیم یکسان است. همچنین چون میدان در نزدیکی سیم (۲) صفر شده است، جریان  $I_2$  کوچک‌تر از  $I_1$  است.

۶۹- در چند مورد از شکل های زیر، جهت جریان القایی ( $I'$ ) در حلقه ها درست رسم شده است؟



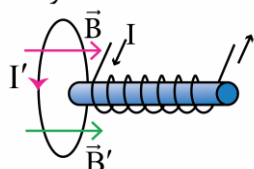
- (۱) صفر  
(۲) ۱  
(۳) ۲  
(۴) ۳

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

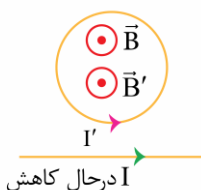
پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

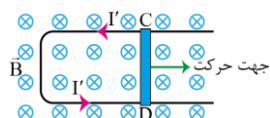
حلقه رسانا



شکل الف: غلط. در اثر دور شدن سیملوله، شار مغناطیسی در محل حلقه کاهش می یابد، در نتیجه میدان القایی ( $B'$ ) در محل حلقه رسانا هم جهت با میدان سیملوله، یعنی به سمت راست می شود، پس جهت جریان القایی در حلقه به سمت پایین می شود.



شکل ب: درست. در اثر کاهش جریان سیم راست، اندازه میدان مغناطیسی آن نیز کاهش یافته، در نتیجه شار مغناطیسی عبوری از حلقه کاهش می یابد، پس میدان القایی ( $B'$ ) در حلقه هم جهت با میدان اصلی، یعنی برون سو است، پس جریان القایی در حلقه پادساعتگرد است.



شکل پ: درست. در اثر حرکت میله رسانا به سمت راست، شار مغناطیسی عبوری از حلقه بسته، افزایش می یابد، در نتیجه میدان القایی ( $B'$ ) در خلاف جهت میدان اصلی، یعنی برون سو است، پس جریان القایی در حلقه پادساعتگرد می شود.

### گروه آموزشی ماز

۷۰- آلیاژی از دو فلز A و B با چگالی های  $\rho_A = 2 \frac{g}{cm^3}$  و  $\rho_B = 4 \frac{g}{cm^3}$  می سازیم، حجم فلز B در آلیاژ، حداقل چند درصد باشد تا اگر آن را در مایعی

به چگالی  $3 \frac{g}{cm^3}$  بیندازیم در مایع فرو رود؟ (از تغییرات حجم در طی اختلاط، صرف نظر کنید).

(۴) ۸۰

(۳) ۶۰

(۲) ۵۰

(۱) ۴۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

اگر جسمی را داخل مایعی بیندازیم، سه حالت زیر ممکن است رخ دهد:

جسم در مایع ته نشین می شود  $\Rightarrow \rho_{\text{جسم}} > \rho_{\text{مایع}}$ : حالت اول

جسم درون مایع غوطه ور می شود  $\Rightarrow \rho_{\text{جسم}} = \rho_{\text{مایع}}$ : حالت دوم

جسم در سطح مایع شناور می ماند  $\Rightarrow \rho_{\text{جسم}} < \rho_{\text{مایع}}$ : حالت سوم

مثال:

اسفنجی مکعب مستطیل شکل به ابعاد ۳ cm، ۴ cm و ۱۰ cm و چگالی  $2 \frac{g}{cm^3}$  را بر روی یک حوض پر از آب قرار می دهیم. این اسفنج حداقل باید چند گرم آب

جذب کند تا در آب حوض فرو رود؟ ( $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$ )

(۴) ۲۴

(۳) ۴۸

(۲) ۹۶

(۱) ۱۲۰

پاسخ: گزینه ۲

آب جذب شده  $m \geq 96g \rightarrow \frac{(0.2 \times 120) + m}{120 \text{ cm}^3} \geq 1 \rightarrow m \geq 96g$  شرط فرو رفتن اسفنج در آب  $\rho_{\text{اسفنج}} \geq \rho_{\text{آب}}$

شرط فرو رفتن آلیاژ در مایع:  $\rho_{\text{آلیاژ}} \geq \rho_{\text{مایع}}$

$$\rightarrow \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B} \geq \rho_{\text{مایع}}$$

$$\rightarrow \frac{2V_A + 4V_B}{V_A + V_B} \geq 3$$

فرض کنیم  $V_A + V_B = 100$  و  $V_B = x$  در نظر گرفته شود، در این صورت مقدار  $x$ ، درصد حجم فلز B را در آلیاژ خواهد داد، همچنین  $V_A = 100 - x$  خواهد بود؛ پس:

$$\frac{2(100 - x) + 4x}{100} \geq 3 \rightarrow 200 - 2x + 4x \geq 300 \rightarrow 2x \geq 100 \rightarrow x \geq 50$$

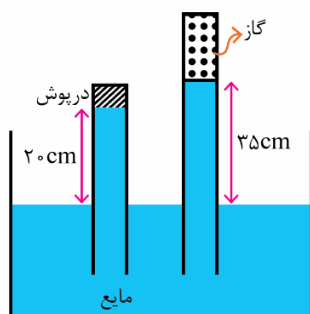
پس حداقل درصد حجم فلز B در آلیاژ باید ۵۰ درصد باشد.



اگر دو مایع  $\rho_1$  و  $\rho_2$  با حجم یکسان را باهم مخلوط کنیم، در آن صورت چگالی مایع مخلوط برابر میانگین آن‌ها خواهد بود:  $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$ ؛ بنابراین در این سؤال برای رسیدن چگالی به  $3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، حجم یکسان از دو مایع نیاز است.

### گروه آموزشی ماز

۷۱- در شکل زیر، مجموعه در حال تعادل است. اگر فشار گاز موجود در لوله سمت راست معادل  $20 \text{ cmHg}$  باشد، فشار وارد بر دریوش در لوله سمت چپ



چند سانتی‌متر جیوه می‌باشد؟ ( $\rho_{\text{مایع}} = 27/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  و  $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ )

۳۵ (۱)

۵۰ (۲)

۲۷/۵ (۳)

۱۰ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



در ظرف‌های مرتبط، چنانچه دو نقطه هم‌تراز و در یک مایع باشند، فشار در آن دو نقطه مساوی است.



سانتی‌متر جیوه، یکایی برای اندازه‌گیری فشار است به طوری که یک سانتی‌متر جیوه معادل است با فشار ستونی از جیوه به ارتفاع ۱ سانتی‌متر! بنابراین:

۱- اگر مایع مورد بررسی جیوه باشد، در هر نقطه، فشار برحسب سانتی‌متر جیوه با عدد ارتفاع جیوه برحسب سانتی‌متر، مساوی است.

۲- اگر مایع مورد بررسی جیوه نیست، برای یافتن فشار آن برحسب سانتی‌متر جیوه، کافی است اطلاعات این مایع را در رابطه‌ای به فرم  $\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}$

قرار دهیم و  $h_{\text{جیوه}}$  را پیدا کنیم. عدد  $h_{\text{جیوه}}$  برحسب سانتی‌متر، همان فشار مایع موردنظر برحسب  $\text{cmHg}$  است.



چنانچه بخواهیم فشار برحسب  $\text{cmHg}$  را برحسب Pa بیان کنیم با فرض این که چگالی جیوه معادل با  $13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  باشد، می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم:

$$\text{cmHg} \xrightarrow{\times 1360} \text{Pa}$$

مثال:



با توجه به شکل مقابل اگر فشار هوا در محل 75 cmHg باشد، فشار در کف ظرف چند سانتی متر جیوه است؟

$$\left( \rho_{\text{مایع}} = 3/4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ و } \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$$

پاسخ:

دربارۀ جیوه، عدد فشار برحسب cmHg با عدد ارتفاع جیوه مساوی است؛ بنابراین:  $P_{\text{جیوه}} = 5 \text{ cmHg}$   
اما باید فشار مایع را برحسب cmHg به دست آوریم:

$$\rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}}$$

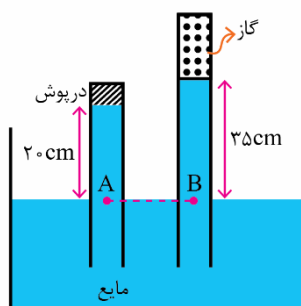
$$\rightarrow 13/6 \times h_{\text{جیوه}} = 3/4 \times 40 \rightarrow h_{\text{جیوه}} = 10 \text{ cm} \rightarrow P_{\text{مایع}} = 10 \text{ cmHg}$$

بنابراین می توان نوشت:

$$P_{\text{کف}} = P_{\text{گاز}} + P_{\text{جیوه}} + P_{\text{مایع}} \Rightarrow P_{\text{کف}} = 75 \text{ cmHg} + 5 \text{ cmHg} + 10 \text{ cmHg} = 90 \text{ cmHg}$$

پاسخ تشریحی:

دو نقطه A و B، نقاطی هم تراز و در یک مایع هستند؛ در نتیجه:



$$P_A = P_B$$

$$\begin{cases} P_A = P_{\text{درپوش}} + P_{\text{مایع}} 20 \text{ cm} \\ P_B = P_{\text{گاز}} + P_{\text{مایع}} 35 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{P_A = P_B} P_{\text{درپوش}} + P_{\text{مایع}} 20 \text{ cm} = P_{\text{گاز}} + P_{\text{مایع}} 35 \text{ cm}$$

$$\rightarrow P_{\text{درپوش}} = P_{\text{گاز}} + \underbrace{P_{\text{مایع}} 35 \text{ cm} - P_{\text{مایع}} 20 \text{ cm}}_{= P_{\text{مایع}} 15 \text{ cm}}$$

اکنون باید فشار ستونی معادل 15 cm از مایع را برحسب cmHg به دست آوریم:

$$\rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} \rightarrow 13/6 \times h_{\text{جیوه}} = 27/2 \times 15 \rightarrow h_{\text{جیوه}} = 30 \text{ cm} \rightarrow P_{\text{مایع}} 15 \text{ cm} = 30 \text{ cmHg}$$

بنابراین:

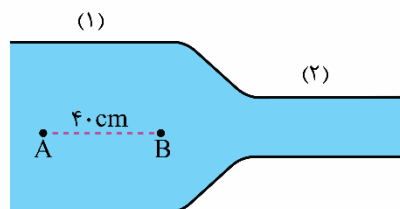
$$P_{\text{درپوش}} = 20 \text{ cmHg} + 30 \text{ cmHg} = 50 \text{ cmHg}$$

اگر...

اگر فشار گاز برحسب پاسکال (Pa) بیان شده بود، می توانستیم طبق نکات گفته شده عدد آن را بر 1360 تقسیم کنیم تا به cmHg تبدیل شود و آن گاه سؤال را حل کنیم.  
البته به روش دیگری هم می شد با سؤال برخورد کرد! آن هم به این صورت که به کمک رابطه  $\rho gh$ ، فشار مایع را هم مثل فشار گاز برحسب Pa به دست بیاوریم و فشار درپوش را کلاً برحسب Pa محاسبه نماییم و در نهایت با تقسیم مقدار آن بر عدد 1360، عدد فشار برحسب cmHg پیدا خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۷۲- در شکل زیر، سطح مقطع لوله در قسمت های (۱) و (۲) به ترتیب  $20 \text{ cm}^2$  و  $5 \text{ cm}^2$  بوده و بخشی از آب، طول AB را در مدت ۵/۰ ثانیه طی می کند. تندی جریان آب در قسمت (۲) چند متر بر ثانیه است؟ (جریان آب درون لوله به طور پیوسته لایه ای و اصطکاک آب با دیواره ها ناچیز است.)



$$0.8/1$$

$$0.8/0$$

$$3/2/2$$

$$0.32/4$$

### معادله پیوستگی

اگر فرض کنیم مایعی در یک لوله در حال حرکت باشد، آهنگ شارش حجمی این مایع به صورت زیر به دست می آید:

$$\text{حجم مایع} = A \times v = \frac{\text{آهنگ شارش حجمی}}{\text{زمان}}$$

که  $A$  و  $v$  به ترتیب سطح مقطع و تندی شاره است.

چنانچه شارۀ تراکم ناپذیر، جریانی لایه ای داشته و فاقد اصطکاک با دیواره لوله باشد، آهنگ شارش حجمی در تمام قسمت های مختلف لوله یکسان و ثابت بوده و طبق معادله ای به نام «معادله پیوستگی» می توان چنین نوشت:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

**نتیجه مهم:** با توجه به معادله پیوستگی، هرچه سطح مقطع لوله کمتر باشد، تندی حرکت شاره بیش تر می شود.

### پاسخ تشریحی:

ابتدا حجم شارهای که فاصله  $A$  تا  $B$  را طی کرده است محاسبه می کنیم تا بتوانیم به کمک آن آهنگ شارش حجمی را به دست آوریم:

$$\text{حجم شاره} = A \times L = 20 \times 40 = 800 \text{ cm}^3$$

$$\text{آهنگ شارش حجمی در قسمت (۱)} = \frac{\text{حجم شاره}}{\text{زمان}} = \frac{800}{0.5} = 1600 \text{ cm}^3/\text{s}$$

می دانیم آهنگ شارش حجمی در دو قسمت لوله باهم مساوی است؛ پس در قسمت دوم لوله نیز آهنگ شارش حجمی معادل  $1600 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$  است و برای این قسمت می توان نوشت:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \rightarrow 1600 = 5 v_2 \rightarrow v_2 = 320 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 3.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### گروه آموزشی ماز

۷۳- دو پمپ  $A$  و  $B$  از دو چاه، آب می کشند. پمپ  $A$  با تندی ثابت،  $20 \text{ kg}$  آب را در مدت نیم ساعت به اندازه  $20$  متر و پمپ  $B$  با تندی ثابت،  $40 \text{ kg}$  آب را در مدت یک ساعت به اندازه  $8$  متر بالا می برد. توان خروجی پمپ  $A$  چند برابر توان خروجی پمپ  $B$  است؟

(۴) ۰/۴

(۳) ۰/۲

(۲) ۵

(۱) ۲/۵

### توان خروجی

توان خروجی هر دستگاه از تقسیم کار آن بر واحد زمان به دست می آید؛ بنابراین می توان نوشت:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W_{\text{دستگاه}}}{\Delta t}$$

برای یافتن کار دستگاه طبق حالات زیر می توان عمل کرد:

۱- اگر دستگاه فقط ارتفاع جسمی را تغییر می دهد (تندی ثابت):  $W_{\text{دستگاه}} = mgh$

۲- اگر دستگاه فقط تندی جسمی را تغییر می دهد (ارتفاع ثابت):  $W_{\text{دستگاه}} = \Delta K = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2)$

۳- اگر دستگاه هم ارتفاع و هم تندی جسم را تغییر می دهد:  $W_{\text{دستگاه}} = mgh + \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2)$

### پاسخ تشریحی:

برای توان خروجی هر پمپ، با توجه به اینکه پمپ ها فقط ارتفاع آب را تغییر می دهند می توان نوشت:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} \rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{h_A}{h_B} \times \frac{\Delta t_B}{\Delta t_A}$$

$$\rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{20}{40} \times \frac{20}{8} \times \frac{1}{0.5} \rightarrow \frac{P_A}{P_B} = 2.5$$

### گروه آموزشی ماز

۷۴- مخلوط ۳۰۰ g آب و ۱۰۰ g یخ در تعادل گرمایی هستند. با انداختن فلزی به جرم ۴ kg و دمای ۱۰۰°C در این مخلوط، آب و یخ ۶۷۲۰۰ J گرما دریافت کرده و هر سه به تعادل گرمایی می‌رسند. گرمای ویژه فلز چند واحد SI است؟

$$(مجموعه، هیچ تبادل گرمایی با محیط ندارد و  $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ ،  $L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ )$$

۱۵۰ (۴)

۲۳۰ (۳)

۱۶۰ (۲)

۲۱۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱



اولاً دقت کنید که در حالت اول، چون مخلوط آب و یخ در تعادل اند، پس دمای هر کدام صفر درجه سلسیوس است. دوماً، با انداختن فلز در مخلوط آب و یخ، چون دمای فلز بیش‌تر است، فلز گرما از دست می‌دهد و این گرما را مخلوط آب و یخ دریافت می‌کنند که طبق گفته سؤال، این گرما ۶۷۲۰۰ J است. حال در گام‌های زیر سؤال را حل می‌کنیم:

گام اول:

گرمای لازم برای ذوب ۱۰۰ g یخ برابر است با:

$$Q = mL_F = 0.1 \times 336000 = 33600 \text{ J}$$

گام آخر:

چون گرمای دریافتی یخ و آب، بیش‌تر از گرمای لازم برای ذوب ۱۰۰ g یخ صفر درجه سلسیوس است، پس تمام یخ، ذوب شده و باقی‌مانده گرمای دریافتی، صرف افزایش دمای آب صفر درجه سلسیوس جدید (۴۰۰ گرم آب)، خواهد شد:

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow 67200 - 33600 = (0.1 + 0.3) \times 4200 \times \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = 20^\circ\text{C} \xrightarrow{\theta_i = 0^\circ\text{C}} \theta_f = 20^\circ\text{C}$$

پس دمای آب (و یخ ذوب‌شده)، بعد از رسیدن به تعادل گرمایی، برابر ۲۰°C می‌شود، این یعنی دمای تعادل ۲۰°C بوده و فلز نیز با از دست دادن ۶۷۲۰۰ J گرما به دمای ۲۰°C خواهد رسید، حال برای فلز می‌توان نوشت:

$$Q_{\text{فلز}} = m_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} \Delta\theta_{\text{فلز}} \xrightarrow{\Delta\theta = \theta_e - \theta_i} -67200 = 4 \times c_{\text{فلز}} \times (20 - 100) \rightarrow c_{\text{فلز}} = 210 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

### گروه آموزشی ماز

۷۵- در ظرف مکعبی شکلی که طول هر ضلع آن ۱۰ cm و ضریب انبساط حجمی آن  $8 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  است تا ارتفاع ۹۶ mm از مایعی به ضریب انبساط حجمی  $5 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$  ریخته‌ایم. دمای مجموعه را حداقل چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا مایع از ظرف سرریز شود؟ (از تبخیر مایع در زمان گرما دادن به مجموعه صرف‌نظر می‌شود.)

۳۷۳ (۴)

۳۲۳ (۳)

۱۰۰ (۲)

۵۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

### انبساط ظاهری مایع‌ها

هرگاه به ظرفی که حاوی مقداری مایع است، گرما دهیم، هم ظرف و هم مایع منبسط می‌شوند و در نتیجه انبساطی که از مایع می‌بینیم واقعی نبوده و یک انبساط ظاهری است که مقدار آن برابر است با:

$$\Delta V_{\text{ظاهری}} = \Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} = V_1 \beta \Delta\theta - V_1 (\alpha \Delta\theta) = V_1 (\beta - \alpha) \Delta\theta$$

بچه‌ها اینجا فرض کرده‌ایم که حجم اولیه مایع و ظرف، یکسان باشد؛ یعنی در ابتدا کل ظرف پر از مایع باشد.

مثال:

ظرفی به حجم  $200 \text{ cm}^3$  را پر از الکل کرده‌ایم. اگر دمای مجموعه را  $100^\circ\text{C}$  افزایش دهیم، چند  $\text{cm}^3$  الکل از ظرف به بیرون می‌ریزد؟

$$\left( \beta_{\text{الکل}} = 2 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{K}} \text{ و } \alpha_{\text{ظرف}} = 4 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} \right)$$

پاسخ:

$$\Delta V_{\text{الکل}} = (V_1 (\beta_{\text{الکل}} - \alpha_{\text{ظرف}}) \Delta T) = (200 \times 10^{-4} - 10 \times 10^{-5}) \times 200 \times 100 = 10 \text{ cm}^3$$

حجم ظرف را با  $V_1$  نشان می‌دهیم:

$$V_1 = 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ cm}^3$$

و حجم مایع داخل ظرف را با  $V_2$ :

$$V_2 = 10 \times 10 \times 9/6 = 960 \text{ cm}^3$$

یعنی  $40 \text{ cm}^3$  از حجم ظرف، خالی از مایع است و در صورتی مایع از ظرف بیرون می‌ریزد که حداقل  $40 \text{ cm}^3$  بیش‌تر از ظرف منبسط شود:

$$\Delta V_{\text{ظرف}} - \Delta V_{\text{مایع}} = 40 \text{ cm}^3$$

$$\rightarrow V_2 \beta_2 \Delta T - V_1 \alpha_1 \Delta T = 40 \rightarrow 960 \times (5 \times 10^{-4}) \times \Delta T - 1000 \times (8 \times 10^{-5}) \times \Delta T = 40$$

$$\rightarrow 0.4 \Delta T = 40 \rightarrow \Delta T = 100 \text{ K} \xrightarrow{\Delta \theta = \Delta T} \Delta \theta = 100^\circ \text{C}$$

اگر...

اگر از انبساط ظرف صرف‌نظر شود، حداقل چند درجهٔ سلسیوس دمای مایع را افزایش دهیم تا مایع از ظرف بیرون بریزد؟

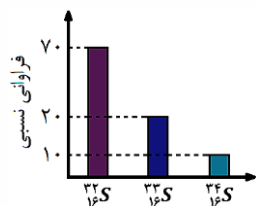
حجم مایع باید  $40 \text{ cm}^3$  افزایش یابد تا از ظرف بیرون بریزد:

$$\Delta V_{\text{مایع}} = 40 \text{ cm}^3$$

$$V_2 \beta_2 \Delta T = 40 \text{ cm}^3 \rightarrow 960 \times (5 \times 10^{-4}) \times \Delta T = 40 \rightarrow \Delta T \approx 83.3 \text{ K} \rightarrow \Delta \theta = 83.3^\circ \text{C}$$

گروه آموزشی ماز

۷۶- نمودار مقابل، فراوانی نسبی ایزوتوپ‌ها در یک نمونه از گوگرد را نشان می‌دهد:



با توجه به داده‌های موجود در این نمودار، در یک نمونه  $6/48$  گرمی از اتم‌های گوگرد، چند اتم از ایزوتوپ  $^{33}\text{S}$  وجود خواهد داشت؟

$$(2) \quad 2/40.8 \times 10^{22}$$

$$(1) \quad 2/40.8 \times 10^{21}$$

$$(4) \quad 1/20.4 \times 10^{22}$$

$$(3) \quad 1/20.4 \times 10^{21}$$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

گوگرد، یکی از عناصر نافلزی موجود در تناوب سوم است که به حالت آزاد (عنصری) در طبیعت یافت می‌شود. با توجه به نمودار داده شده، می‌توان گفت در یک نمونه ۱۰۰ اتمی از عنصر گوگرد، ۷۰ اتم از ایزوتوپ  $^{32}\text{S}$ ، ۲۰ اتم از ایزوتوپ  $^{33}\text{S}$  و ۱۰ اتم از ایزوتوپ  $^{34}\text{S}$  وجود دارد. با توجه به فراوانی نسبی این ایزوتوپ‌ها، جرم اتمی میانگین گوگرد را محاسبه می‌کنیم.

**برای محاسبه جرم اتمی میانگین یک عنصر به کمک فراوانی نسبی ایزوتوپ‌های آن، از رابطه زیر استفاده می‌شود:**

$$+ \dots = (\text{جرم اتمی ایزوتوپ دوم} \times \text{فراوانی نسبی ایزوتوپ دوم}) + (\text{جرم اتمی ایزوتوپ اول} \times \text{فراوانی نسبی ایزوتوپ اول}) = \text{جرم اتمی میانگین}$$

مجموع فراوانی نسبی ایزوتوپ‌های مختلف

**برای محاسبه جرم اتمی میانگین یک عنصر به کمک درصد فراوانی ایزوتوپ‌های آن، از رابطه زیر استفاده می‌شود:**

$$+ \dots = (\text{جرم اتمی ایزوتوپ دوم} \times \text{درصد فراوانی ایزوتوپ دوم}) + (\text{جرم اتمی ایزوتوپ اول} \times \text{درصد فراوانی ایزوتوپ اول}) = \text{جرم اتمی میانگین}$$

۱۰۰

$$\text{جرم اتمی میانگین گوگرد} = \frac{(70 \times 32) + (20 \times 33) + (10 \times 34)}{100} = 32/4 \text{ amu}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، جرم اتمی میانگین گوگرد برابر با  $32/4 \text{ amu}$  است؛ پس جرم هر مول گوگرد برابر با  $32/4$  گرم می‌شود. بر این اساس، شمار اتم‌های گوگرد در یک نمونه  $6/48$  گرمی از این عنصر را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ atomS} = 6/48 \text{ gS} \times \frac{1 \text{ molS}}{32/4 \text{ gS}} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23} \text{ atoms}}{1 \text{ molS}} = 1/20.4 \times 10^{23} \text{ atom}$$

با توجه به نمودار سوال، در هر ۱۰۰ اتم گوگرد، ۲۰ اتم از ایزوتوپ  $^{33}\text{S}$  وجود دارد؛ پس داریم:

$$? \text{ atom}^{33}\text{S} = 1/20.4 \times 10^{23} \text{ atomS} \times \frac{20 \text{ atom}^{33}\text{S}}{100 \text{ atomS}} = 2/40.8 \times 10^{22} \text{ atom}$$

بر این اساس، در نمونه مورد نظر  $2/40.8 \times 10^{22}$  اتم از ایزوتوپ  $^{33}\text{S}$  وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۷۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

آ: نور خورشید، به رنگ سفید دیده شده و فقط شامل پرتوهای با طول موج ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر می‌شود.

ب: نور لامپ‌هایی که در طول شب، خیابان‌ها را روشن می‌کنند، به دلیل وجود فلز سدیم مذاب در آن‌ها است.

پ: طیف نشری - خطی فراوان‌ترین عنصر موجود در سیاره مشتری، در ناحیه مرئی شامل ۴ پرتو مختلف می‌شود.

ت: نوترون، از جمله ذرات زیراتمی است که با نماد  $n$  مشخص شده و جرم هر ذره از آن بیشتر از یک  $\text{amu}$  است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

فقط عبارت (پ) درست است.

بررسی موارد:

آ: نور خورشید، اگرچه سفید به نظر می‌رسد اما با عبور از یک منشور و یا قطره‌های آب موجود در هوا، تجزیه شده و گستره‌ای پیوسته از رنگ‌ها را ایجاد می‌کند. این گستره رنگی، شامل بی نهایت طول موج از رنگ‌های گوناگون می‌شود. بررسی‌ها نشان می‌دهد که نور خورشید، شامل گستره بسیار بزرگ‌تری از این پرتوها است. پرتوهایی که از نوع پرتوهای الکترومغناطیسی بوده و با خود انرژی حمل می‌کنند؛ به طوری که هر چه طول موج این پرتوها کوتاه‌تر باشد، انرژی بیشتری با خود حمل می‌کنند. نمودار زیر، انواع امواج مرئی را در مقایسه با یکدیگر نشان می‌دهد:

بیشترین سطح انرژی > بنفش > نیلی > آبی > سبز > زرد > نارنجی > قرمز > کمترین سطح انرژی

**ب:** نور زرد لامپ‌هایی که شب هنگام، آزادراه‌ها، بزرگراه‌ها و خیابان‌ها را روشن می‌سازد، به دلیل وجود بخار سدیم (سدیم در حالت گازی) در این لامپ‌ها است. در واقع، الکترون موجود در اتم‌های سدیم، در حضور ولتاژ بالا برانگیخته شده و به هنگام بازگشت به لایه‌های پایین‌تر، نور زرد رنگ از خود گسیل می‌کند. این نور زرد، مشابه به رنگ شعله فلز سدیم است. تصویر زیر، نمایی از لامپ‌های زرد موجود در بزرگراه‌ها را نشان می‌دهد:



**پ:** فراوان‌ترین عنصر موجود در سیاره مشتری، هیدروژن است. طیف نشری-خطی هیدروژن در ناحیه مرئی، شامل ۴ پرتو مختلف می‌شود. البته، توجه داریم که طیف نشری-خطی هیدروژن در ناحیه غیرمرئی مثل فروسرخ و فرابنفش نیز شامل تعدادی طول موج مختلف می‌شود.

**ت:** جدول زیر، نماد ذرات زیراتمی مختلف را نشان می‌دهد:

| نام ذره | نماد         | بار الکتریکی نسبی | جرم (amu) | جرم (g)                 |
|---------|--------------|-------------------|-----------|-------------------------|
| الکترون | ${}_{-1}^0e$ | -1                | 0/0005    | $9/109 \times 10^{-28}$ |
| پروتون  | ${}_{+1}^1p$ | +1                | 1/0073    | $1/673 \times 10^{-24}$ |
| نوترون  | ${}_{0}^1n$  | 0                 | 1/0087    | $1/675 \times 10^{-24}$ |

با توجه به اطلاعات داده شده در این جدول، پروتون با نماد  ${}_{+1}^1p$  مشخص شده و همانند نوترون، جرم هر ذره از آن بیشتر از یک amu است. به طور کلی، نماد ذرات زیراتمی به صورت  $X$  جرم ذره بار ذره نشان داده می‌شود.

### گروه آموزشی ماز

**۷۸-** کدام مطلب درباره اتم اولین عنصر از دسته  $d$  دوره چهارم که آرایش الکترونی آن از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند، نادرست است؟

- ۱) شمار الکترون‌های ظرفیتی آن با شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم اکسیژن برابر است.
- ۲) تعداد زیرلایه‌های نیمه‌پر در هر اتم آن، ۲ برابر تعداد زیرلایه‌های نیمه‌پر در اتم پانزدهمین عنصر دسته  $p$  است.
- ۳) تفاوت عدد اتمی آن با عدد اتمی اولین عنصری که با عنصری با عدد اتمی ۱۱۱ در یک گروه قرار دارد، برابر ۴ است.
- ۴) مجموع شمار الکترون‌هایی با اعداد کوانتومی  $l = 0$  و  $l = 2$  برابر شمار الکترون‌هایی با  $n = 2$  در این اتم است.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)



چهارمین عنصر دسته  $d$  در دوره چهارم، کروم ( ${}_{24}Cr$ ) است. کروم اولین عنصری در جدول تناوبی است که از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند. دومین عنصر با این ویژگی، مس ( ${}_{29}Cu$ ) است. عنصر مس، اولین عنصری است که در گروه ۱۱ قرار داشته و با عنصر  $X$  در یک گروه قرار می‌گیرد. تفاوت عدد اتمی مس با کروم، برابر با  $29 - 24 = 5$  واحد است. آرایش الکترونی عناصر موجود در دسته  $d$  تناوب چهارم جدول دوره‌ای به صورت زیر است:

|                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                     |                     |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|---------------------|---------------------|
| $[18Ar]3d^14s^2$ | $[18Ar]3d^24s^2$ | $[18Ar]3d^34s^2$ | $[18Ar]3d^44s^2$ | $[18Ar]3d^54s^1$ | $[18Ar]3d^54s^2$ | $[18Ar]3d^64s^2$ | $[18Ar]3d^74s^2$ | $[18Ar]3d^84s^2$ | $[18Ar]3d^{10}4s^1$ | $[18Ar]3d^{10}4s^2$ |
| Sc<br>اسکاندیم   | Ti<br>تیتانیوم   | V<br>وانادیوم    | Cr<br>کروم       | Mn<br>منگنز      | Fe<br>آهن        | Co<br>کوبالت     | Ni<br>نیکل       | Cu<br>مس         | Zn<br>روی           |                     |

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در رابطه با عناصر داده شده، داریم:

$$[{}_{24}Cr] = [{}_{18}Ar]3d^54s^1 \rightarrow \text{شمار الکترون‌های ظرفیتی} = 5 + 1 = 6$$

$$[{}_8O] = [{}_2He]2s^22p^4 \rightarrow \text{شمار الکترون‌های ظرفیتی} = 2 + 4 = 6$$

البته شمار الکترون‌های ظرفیتی را با توجه به شمار گروه عناصرها هم می‌توان تعیین کرد. بر این اساس، داریم:

$$\begin{cases} Cr: 6 \rightarrow \text{شمار الکترون‌های ظرفیتی} = 6 \\ O: 16 \rightarrow \text{شمار الکترون‌های ظرفیتی} = 6 \end{cases}$$

۲) عنصر  ${}_{33}As$ ، پانزدهمین عنصر موجود در دسته  $p$  جدول دوره‌ای است. این عنصر، در تناوب چهارم قرار گرفته است. زیرلایه‌های نیمه‌پر در آرایش الکترونی اتم‌های  ${}_{24}Cr$  و  ${}_{33}As$  به صورت زیر هستند:

$$[{}_{24}Cr] = [{}_{18}Ar]3d^54s^1 \rightarrow \text{شمار زیر لایه‌های نیمه پر} = 2$$

$$[{}_{33}As] = [{}_{18}Ar]3d^{10}4s^24p^3 \rightarrow \text{شمار زیر لایه‌های نیمه پر} = 1$$

بنابراین شمار زیرلایه‌های نیمه‌پر در ساختار اتم  ${}^{24}\text{Cr}$ ، دو برابر این مقدار در  ${}^{33}\text{As}$  است.

آرایش الکترونی کامل اتم  $\text{Cr}$  را رسم می‌کنیم. عددهای کوانتومی فرعی  $l = 0$ ،  $l = 1$  و  $l = 2$  به ترتیب به زیرلایه‌های  $s$ ،  $p$  و  $d$  برمی‌گردند. بر این اساس، داریم:

$$[{}^{24}\text{Cr}] = 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1 \rightarrow \begin{cases} l = 0 \rightarrow 2 + 2 + 2 + 1 = 7 \\ l = 2 \rightarrow 5 \\ n = 2 \rightarrow 2 + 6 = 8 \end{cases}$$

بنابراین مجموع شمار الکترون‌های دارای عددهای کوانتومی  $l = 0$  و  $l = 2$ ،  $1/5$  برابر شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی  $n = 2$  است.

### گروه آموزشی ماز

۷۹- کدام موارد از عبارتهای داده شده درست هستند؟

- آ: عنصری با عدد اتمی ۳۴، متعلق به دوره چهارم جدول تناوبی بوده و با عنصر  ${}^{52}\text{Te}$  در یک گروه مشابه قرار می‌گیرد.  
 ب: در آرایش الکترونی عناصر دوره چهارم، شمار عناصر با زیرلایه  $3d$  پر، دو برابر عناصر با زیرلایه  $3d$  نیمه‌پر هستند.  
 پ: در یک اتم، هر چه انرژی جذب شده توسط الکترون بیشتر باشد، این الکترون به لایه‌ای با  $n$  بیشتر انتقال می‌یابد.  
 ت: رنگ زرد، از جمله رنگ‌های سازنده رنگین کمان بوده و در مقایسه با پرتوهای مرئی سبز، طول موج کوتاه‌تری دارد.

(۴) پ و ت

(۳) ب و ت

(۲) آ و پ

(۱) آ و ب

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

عبارتهای (آ) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: چون عدد اتمی عنصر  ${}^{34}\text{X}$  بین عدد اتمی گازهای نجیب آرگون (گاز نجیب موجود در تناوب سوم) و کریپتون (گاز نجیب موجود در تناوب چهارم) قرار گرفته است، پس می‌توان گفت این عنصر متعلق به تناوب چهارم است. عدد اتمی این عنصر دو واحد کمتر از عدد اتمی کریپتون است، پس می‌توان گفت این عنصر متعلق به گروه ۱۶ جدول دوره‌ای است. عدد اتمی عنصر  ${}^{52}\text{Te}$  نیز دو واحد کمتر از عدد اتمی زنون است، پس می‌توان گفت این عنصر هم متعلق به گروه ۱۶ جدول دوره‌ای بوده و در تناوب پنجم قرار دارد.

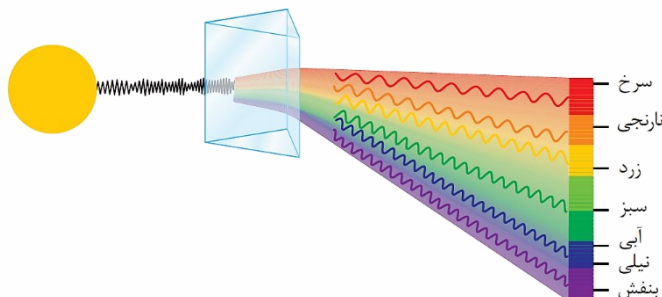
ب: زیرلایه  $3d$ ، سومین زیرلایه از لایه الکترونی سوم است که در تناوب چهارم شروع به پر شدن می‌کند. عناصر موجود در دوره چهارم جدول دوره‌ای را در زیر مشاهده می‌کنید:

|                               |                              |                               |                               |                              |                               |                                |                           |                             |                             |                             |                           |                              |                                |                              |                               |                              |                              |
|-------------------------------|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|---------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------|------------------------------|--------------------------------|------------------------------|-------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 19<br>K<br>Potassium<br>39.10 | 20<br>Ca<br>Calcium<br>40.08 | 21<br>Sc<br>Scandium<br>44.96 | 22<br>Ti<br>Titanium<br>47.88 | 23<br>V<br>Vanadium<br>50.94 | 24<br>Cr<br>Chromium<br>51.99 | 25<br>Mn<br>Manganese<br>54.94 | 26<br>Fe<br>Iron<br>55.85 | 27<br>Co<br>Cobalt<br>58.93 | 28<br>Ni<br>Nickel<br>58.69 | 29<br>Cu<br>Copper<br>63.55 | 30<br>Zn<br>Zinc<br>65.38 | 31<br>Ga<br>Gallium<br>69.72 | 32<br>Ge<br>Germanium<br>72.63 | 33<br>As<br>Arsenic<br>74.92 | 34<br>Se<br>Selenium<br>78.97 | 35<br>Br<br>Bromine<br>79.90 | 36<br>Kr<br>Krypton<br>84.80 |
|-------------------------------|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|---------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------|------------------------------|--------------------------------|------------------------------|-------------------------------|------------------------------|------------------------------|

در این دوره، در زیرلایه  $3d$  اتم ۸ عنصر مس، روی، گالیم، ژرمانیم، آرسنیک، سلنیم، برم و کریپتون، ۱۰ الکترون وجود داشته و این زیرلایه برای اتم این عناصر کاملاً پر از الکترون است. از طرفی در زیرلایه  $3d$  مربوط به اتم ۲ عنصر منگنز و کروم، ۵ الکترون وجود داشته و این زیرلایه برای اتم این دو عنصر نیمه‌پر به حساب می‌آید.

پ: اگر به اتم‌ها در حالت پایه انرژی داده شود، الکترون‌های آن‌ها با جذب انرژی به لایه‌های بالاتر انتقال می‌یابد. هرچه مقدار انرژی جذب شده بیشتر باشد، الکترون‌ها به لایه‌های بالاتری انتقال می‌یابند. در نقطه مقابل، اتم‌های برانگیخته نیز با از دست دادن انرژی، الکترون‌های خود را به لایه‌های پایین‌تر منتقل کرده و طی این فرایند، مقداری انرژی آزاد می‌کنند.

ت: رنگ زرد، از جمله رنگ‌های سازنده رنگین کمان بوده و در مقایسه با پرتوهای سبز رنگ، طول موج بلندتر و انرژی کمتری دارد. توجه داریم که رنگین کمان، بر اثر تجزیه نور خورشید با استفاده از قطرات آب موجود در هوای مرطوب ایجاد می‌شود. تصویر زیر، نمایی از فرایند تجزیه نور خورشید با استفاده از منشور را نشان می‌دهد:



### گروه آموزشی ماز

۸۰- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- آ: با کاهش دمای هوا تا صفر درجه سانتی گراد، رطوبت موجود در هوا به شکل آب از آن جدا می‌شود.  
 ب: هواکره، تا ارتفاع ۵۰۰ کیلومتری امتداد داشته و جاذبه زمین، گازهای موجود در آن را در اطراف خود نگه می‌دارد.  
 پ: گیاهان گازهای  $CO_2$  و  $N_2$  موجود در هواکره را مستقیماً جذب کرده و اکسیژن مورد نیاز جانداران را تولید می‌کنند.  
 ت: بررسی یخ‌های قطبی نشان می‌دهد که از  $10^6 \times 2$  سال پیش تاکنون، نسبت گازهای سازنده هواکره تقریباً ثابت مانده است.

(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

(۲) آ و ت

(۱) آ و پ

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

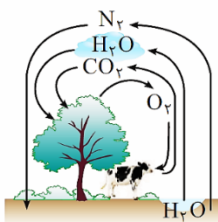
عبارتهای (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: مواد در دماهای پایین‌تر از دمای ذوب خود، به حالت جامد یافت شده و در دماهای بالاتر از دمای جوش خود نیز به حالت بخار یافت می‌شوند. با کاهش دمای هوا تا صفر درجه سانتی گراد، رطوبت موجود در هوا به عنوان اولین جزء، به صورت یخ (نه به صورت آب مایع!) از مخلوط هوا خارج می‌شود. توجه داریم که دمای صفر درجه سانتی گراد معادل با نقطه‌ی ذوب یخ است.

ب: هواکره، تا ارتفاع ۵۰۰ کیلومتری از سطح کره زمین امتداد داشته و جاذبه زمین، گازهای موجود در آن را در اطراف خود نگه می‌دارد و مانع خروج آن‌ها از اتمسفر می‌شود. توجه داریم که انرژی گرمایی مولکول‌های گازی سازنده هواکره، سبب می‌شود تا این مولکول‌ها پیوسته در حال جنبش باشند و در سرتاسر هواکره توزیع شوند. اگر زمین را به سیب تشبیه کنیم، ضخامت هواکره نسبت به زمین به نازکی پوست سیب می‌ماند.

پ: گیاهان با استفاده از نور خورشید و مصرف گاز  $CO_2$  هواکره، طی فرایند فوتوسنتز اکسیژن مورد نیاز جانداران را تولید می‌کنند. توجه داریم که گیاهان به طور مستقیم توانایی جذب گاز  $N_2$  از هواکره را ندارند و نیتروژن مورد نیاز خود را با کمک باکتری‌های موجود در خاک تامین می‌کنند. تصویر زیر، چرخه گازهای موجود در هواکره را نشان می‌دهد:



مطابق این تصویر، گاز نیتروژن موجود در هواکره ابتدا توسط موجودات ذره‌بینی در خاک تثبیت شده و پس از آن، ترکیبات نیتروژن‌دار ایجاد شده در خاک توسط گیاهان جذب می‌شوند.

ت: بررسی حباب‌های هوای به دام افتاده در ساختار یخ‌های قطبی و سنگ‌های آتشفشانی نشان می‌دهد که از ۲۰۰ میلیون سال پیش تاکنون، نسبت گازهای سازنده هواکره (نه مقدار آن‌ها!) تقریباً ثابت مانده است. برای مثال، از زمان‌های دور تا به کنون، درصد حجمی گاز نیتروژن در هواکره تقریباً ۴ برابر درصد حجمی گاز اکسیژن بوده است.

### گروه آموزشی ماز

۸۱- کدام یک از عبارتهای داده شده درست است؟

- (۱) کروم، از جمله عناصر دسته d است که در ترکیب با اکسیژن، می‌تواند ۲ نوع اکسید با فرمول شیمیایی متفاوت ایجاد کند.  
 (۲) فلز آلومینیم در طبیعت به شکل سنگ معدن هماتیت ( $Al_2O_3$ ) به همراه ناخالصی و به صورت بلور شفاف وجود دارد.  
 (۳) نسبت میان شمار آنیون به کاتیون در ساختار مس (I) کلرید، مشابه مقدار این نسبت در کروم (III) اکسید است.  
 (۴) در اکسیدی از مس که آرایش الکترونی کاتیون آن به  $3d^{11}$  ختم می‌شود، شمار کاتیون‌ها کمتر از آنیون‌ها است.

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

کروم یکی از عناصر واسطه جدول تناوبی است و می‌تواند یون‌هایی به صورت  $Cr^{2+}$  و  $Cr^{3+}$  را ایجاد کند که در ترکیب با اکسیژن، ترکیباتی با فرمول  $CrO$  و  $Cr_2O_3$  را ایجاد می‌کند. نام این دو ترکیب، به ترتیب کروم (II) اکسید و کروم (III) اکسید است. انواع کاتیون‌هایی که از برخی عناصر دسته d جدول تناوبی حاصل می‌شوند، به شرح زیر است:

| عنصر                          | آهن         | مس          | کروم        |
|-------------------------------|-------------|-------------|-------------|
| انواع بار الکتربیکی کاتیون‌ها | $2+$ و $3+$ | $1+$ و $2+$ | $2+$ و $3+$ |

توجه داریم که روی، نقره و اسکاندیم، از جمله عناصر واسطه جدول دوره‌ای هستند که فقط یک نوع کاتیون تشکیل می‌دهند.



اکسیژن در سنگ‌کره به شکل اکسیدهای گوناگون یافت می‌شود. برای نمونه، فلز آلومینیم به شکل بوکسیت ( $Al_2O_3$  به همراه ناخالصی) و سیلیسیم به شکل سیلیس ( $SiO_2$ ) در طبیعت وجود دارند. بلور سیلیسیم و بوکسیت به ترتیب بی‌رنگ (شفاف) و خاکی رنگ هستند. توجه داریم که فلز آلومینیم موجود در سنگ معدن بوکسیت را می‌توان با استفاده از واکنش‌های شیمیایی از آن استخراج کرد.

نسبت میان شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها در مس (I) کلرید ( $CuCl$ )، برابر با ۱ است. نسبت میان شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها در بلور کروم (II) اکسید ( $CrO$ ) نیز برابر با ۱ است. این در حالی است که فرمول شیمیایی کروم (III) اکسید، به صورت  $Cr_2O_3$  بوده و نسبت میان شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها در ساختار این ماده برابر با ۱/۵ است.

فرمول شیمیایی مس (I) اکسید و مس (II) اکسید به ترتیب به صورت  $Cu_2O$  و  $CuO$  است. در این دو ماده، بار یون مس به ترتیب برابر با +۱ و +۲ است. در بلور مس (I) اکسید، آرایش الکترونی کاتیون (یون مس) به زیرلایه  $3d^{10}$  ختم می‌شود.

### گروه آموزشی ماز

۸۲- نسبت میان شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در مولکول گوگرد تری اکسید، با مقدار این نسبت در کدام یک از گونه‌های زیر برابر است؟

(۴) یون کربنات

(۳) دی‌نیتروژن مونوکسید

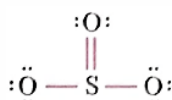
(۲) یون فسفات

(۱) متانئیک اسید

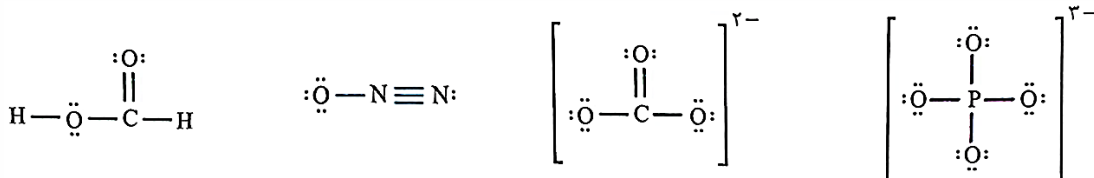
پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

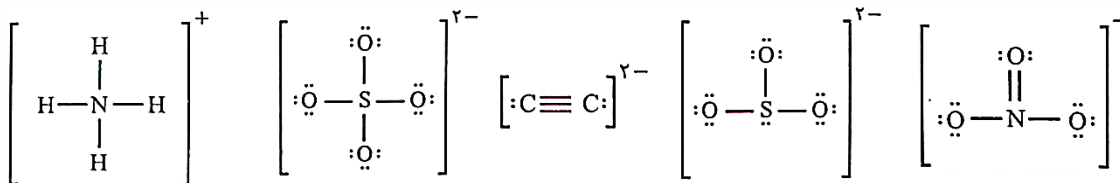
ساختار لوویس مولکول گوگرد تری اکسید به صورت زیر است:



در این مولکول ۴ جفت الکترون پیوندی و ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. ساختار سایر گونه‌های داده شده نیز به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، در ساختار یون کربنات ( $CO_3^{2-}$ ) نیز ۴ جفت الکترون پیوندی و ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. ساختار لوویس سایر یون‌های چند اتمی رایج نیز به صورت زیر است:



### گروه آموزشی ماز

۸۳- یک نمونه ۵۴ گرمی از دی‌نیتروژن پنتاکسید جامد را بر اساس معادله موازنه نشده  $N_2O_5(s) \rightarrow N_2(g) + O_2(g)$  تجزیه کرده و فراورده‌های گازی تولید شده را با ۸ گرم گاز اکسیژن مخلوط می‌کنیم. درصد حجمی گاز واکنش‌پذیرتر در مخلوط گازی ایجاد شده چقدر می‌شود؟

( $O = 16$  و  $N = 14 : g.mol^{-1}$ )

۸۷/۵ (۴)

۵۰ (۳)

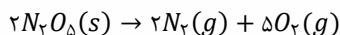
۶۲/۵ (۲)

۷۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مساله - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

همانطور که می‌دانیم، گاز اکسیژن در مقایسه با گاز نیتروژن واکنش‌پذیری بیشتری دارد. معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



به ازای تجزیه ۲ مول دی‌نیتروژن پنتاکسید در این واکنش، ۲ مول گاز نیتروژن و ۵ مول گاز اکسیژن (مجموعاً ۷ مول فراورده گازی) تولید می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ mol } O_2 = 54 \text{ g } N_2O_5 \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_5}{108 \text{ g } N_2O_5} \times \frac{5 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } N_2O_5} = 1/25 \text{ mol}$$

$$? \text{ mol } N_2 = 54 \text{ g } N_2O_5 \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_5}{108 \text{ g } N_2O_5} \times \frac{2 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } N_2O_5} = 0/5 \text{ mol}$$

در یک مخلوط گازی، درصد حجمی هر گاز معادل با درصد مولی آن گاز است. مخلوطی که شامل ۱/۲۵ مول گاز اکسیژن و ۰/۵ مول گاز نیتروژن می‌شده است را با ۸ گرم گاز اکسیژن (معادل با ۰/۲۵ مول گاز اکسیژن) مخلوط کرده‌ایم، پس در مخلوط نهایی مجموعاً ۱/۵ مول گاز اکسیژن و ۰/۵ مول گاز نیتروژن وجود دارد. شمار مول‌های گازی در مخلوط نهایی برابر با ۲ مول است. بر این اساس، داریم:

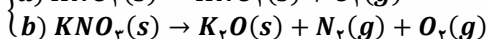
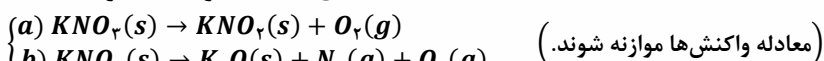
$$\text{درصد} = \frac{\text{مول اکسیژن}}{\text{مول نیتروژن} + \text{مول اکسیژن}} \times 100 = \frac{1/5}{1/5 + 0/5} \times 100 = 75 \text{ درصد}$$

با توجه به محاسبات بالا، درصد حجمی گاز اکسیژن در مخلوط ایجاد شده برابر با ۷۵٪ است.

### گروه آموزشی ماز

۸۴- یک نمونه ۵۰/۵ گرمی از پتاسیم نیترات را بر اساس معادله  $a$  تجزیه کرده و طی این واکنش، ۲۲۴۰ mL گاز اکسیژن در شرایط استاندارد تولید می‌شود. مجموع جرم مواد جامد موجود در ظرف طی واکنش  $a$  به تقریب چند درصد کاهش یافته و اگر باقی‌مانده  $KNO_3$  را بر اساس معادله  $b$  در یک ظرف ۵ لیتری تجزیه کنیم، چگالی مخلوط گازها در مخزن برابر چند  $g \cdot L^{-1}$  می‌شود؟

$$(K = 39 \text{ و } O = 16 \text{ و } N = 14 : g \cdot mol^{-1})$$



$$3/24 - 6/3 \text{ (۴)}$$

$$1/62 - 6/3 \text{ (۳)}$$

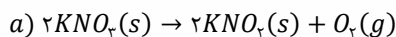
$$1/62 - 10/3 \text{ (۲)}$$

$$3/24 - 10/3 \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مساله - ۱۰۰۲)



معادله موازنه شده واکنش  $a$  به صورت مقابل است:



کاهش جرم مواد جامد موجود در ظرف واکنش  $a$  مربوط به خروج گاز اکسیژن از ظرف است. ابتدا می‌توان جرم اکسیژن خارج شده از ظرف را با توجه به اطلاعات داده شده بدست آورد:

$$? \text{ g } O_2 = 2240 \text{ ml } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{22400 \text{ ml } O_2} \times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 3/2 \text{ g}$$

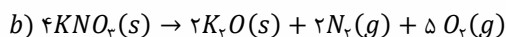
جرم جامد اولیه موجود در ظرف برابر با ۵۰/۵ گرم است؛ در نتیجه می‌توان درصد کاهش جرم مواد جامد موجود در ظرف  $a$  را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\text{درصد کاهش جرم جامد} = \frac{\text{جرم گاز اکسیژن آزاد شده}}{\text{جرم اولیه جامد}} \times 100 \Rightarrow \text{درصد کاهش جرم جامد} = \frac{3/2}{50/5} \times 100 \Rightarrow 6/3$$

با توجه به محاسبات بالا، مجموع جرم مواد جامد موجود در ظرف مربوط به واکنش  $a$  به اندازه ۶/۳ درصد کاهش پیدا کرده است. جرم مصرف شده پتاسیم نیترات در واکنش  $a$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$? \text{ g } KNO_3 = 2240 \text{ ml } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{22400 \text{ ml } O_2} \times \frac{2 \text{ mol } KNO_3}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{101 \text{ g } KNO_3}{1 \text{ mol } KNO_3} = 20/2 \text{ g}$$

در واکنش  $a$ ، مقدار ۲۰/۲ گرم  $KNO_3$  مصرف شده است؛ در نتیجه مقدار ۳۰/۳ گرم از آن در واکنش  $b$  شرکت کرده است. معادله موازنه شده واکنش  $b$  به صورت زیر است:



ابتدا می‌توان جرم پتاسیم اکسید را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$? \text{ g } K_2O = 30/3 \text{ g } KNO_3 \times \frac{1 \text{ mol } KNO_3}{101 \text{ g } KNO_3} \times \frac{2 \text{ mol } K_2O}{4 \text{ mol } KNO_3} \times \frac{94 \text{ g } K_2O}{1 \text{ mol } K_2O} = 14/1 \text{ g}$$

بر اساس قانون پایستگی جرم، در واکنش‌ها مجموع جرم واکنش‌دهنده‌ها با مجموع جرم فراورده‌ها برابر است. در این واکنش، یک واکنش‌دهنده به جرم ۳۰/۳ گرم در اختیار داریم و ۳ فراورده در واکنش تولید می‌شوند. جرم فراورده جامد تولید شده، برابر با ۱۴/۱ گرم بوده است؛ در نتیجه مجموع جرم فراورده‌های گازی (گازهای اکسیژن و نیتروژن) برابر با ۱۶/۲ گرم است. البته می‌توانستیم جرم هر دو فراورده را نیز به صورت مستقل محاسبه کنیم. به هر حال، فراورده‌های گازی با جرم ۱۶/۲ گرم را در مخزنی ۵ لیتری وارد کرده‌ایم. بر این اساس چگالی مخلوط گازی در مخزن برابر است با:

$$\text{چگالی مخلوط گازی} = \frac{\text{جرم مخلوط گازی (g)}}{\text{حجم مخزن (L)}} \Rightarrow \text{چگالی مخلوط گازی} = \frac{16/2}{5} \Rightarrow 3/24 \text{ g} \cdot L^{-1}$$

با توجه به محاسبات بالا، چگالی مخلوط گازی در مخزن برابر با  $3/24$  گرم بر لیتر است.

گروه آموزشی ماز

۸۵- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) بخش زیادی از  $NaCl$  استخراج شده از آب دریا، برای تهیه فلز سدیم و گاز کلر وارد سلول الکترولیتی می شود.
- (۲) با افزایش جرم مولی مولکول هالوژن ها، نیروی بین مولکولی همانند میزان واکنش پذیری آن ها، افزایش می یابد.
- (۳) از جمله کاربردهای  $NaCl$ ، تهیه خمیر کاغذ، پارچه، رنگ، پلاستیک و همچنین در صنعت نفت است.
- (۴) بین ترکیب های هیدروژن دار گروه ۱۷، یک اسید با  $K_a$  بزرگ، دارای حداقل دمای جوش است.

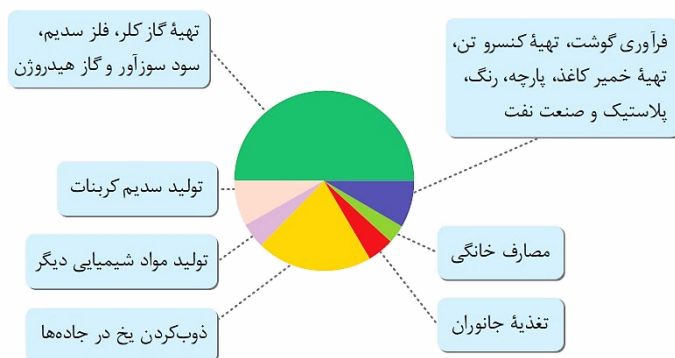
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)



با افزایش جرم مولی مولکول هالوژن ها، نیروی بین مولکولی در این مواد افزایش یافته و به دنبال آن، دمای جوش این مواد نیز بیشتر می شود. این در حالی است که با افزایش جرم مولی مولکول هالوژن ها، حجم مولکولی آن ها بیشتر می شود، از واکنش پذیری این مواد کاسته شده، مقدار پتانسیل کاهش استاندارد آن ها کاهش پیدا می کند و قدرت پیوند اشتراکی یگانه بین اتم ها در این مولکول ها کاهش می یابد.

بررسی سایر گزینه ها:

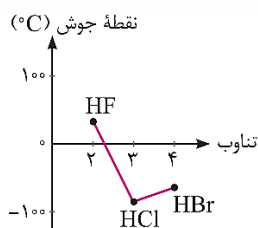
- ۱) مواد شیمیایی موجود در آب دریا را می توان به روش های فیزیکی یا شیمیایی از آن جدا کرد. برای نمونه سالانه میلیون ها تن سدیم کلرید با روش تبلور از آب دریا جداسازی و استخراج می شود. کاربردهای گوناگون سدیم کلرید را در شکل زیر می بینید:



با توجه به نمودار رسم شده، نیمی از  $NaCl$  جداسازی شده در تهیه گاز  $Cl_2$ ، فلز  $Na$ ، سود سوزآور و گاز  $H_2$  به کار می رود. توجه داریم که برای تهیه فلز سدیم و گاز کلر، از یک سلول الکترولیتی استفاده می شود.

- ۳) از جمله کاربردهای  $NaCl$ ، تهیه خمیر کاغذ، پارچه، رنگ، پلاستیک و همچنین در صنعت نفت است.

- ۴) بین ترکیب های هیدروژن دار گروه ۱۷ جدول دوره ای، هیدروژن کلرید دارای حداقل دمای جوش است، در حالی که هیدروژن فلوئورید یک اسید ضعیف به شمار می رود و در مقایسه با هیدروژن کلرید دمای جوش بالاتری دارد. نمودار زیر، روند تغییر دمای جوش ترکیب های هیدروژن دار عناصر گروه ۱۷ جدول دوره ای را نشان می دهد:



چون بین مولکول های  $HF$  پیوند قوی هیدروژنی برقرار می شود، این ماده در مقایسه با سایر مواد موجود در نمودار دمای جوش بالاتری دارد. توجه داریم که ثابت یونش اسیدی هیدروفلوئوریک اسید یک عدد کوچک بوده و ثابت یونش اسیدی سایر ترکیب های نشان داده شده، اعدادی بزرگ است.

گروه آموزشی ماز

۸۶- کدام یک از عبارت های داده شده نادرست است؟

- (۱) چون کربن دی اکسید از مولکول های ناقطبی تشکیل شده است، انحلال پذیری آن در مقایسه با گاز  $NO$  در آب کمتر است.
- (۲) بر اساس قانون هنری، شیب نمودار انحلال پذیری گاز اکسیژن در آب تندتر از شیب نمودار انحلال پذیری نیتروژن است.
- (۳) بیشتر مواد غذایی حاوی یون پتاسیم بوده و وجود این یون برای عملکرد مناسب دستگاه عصبی ضروری است.
- (۴) هگزان یک مایع بی رنگ بوده و در صورت افزودن آن به آب، نمونه هگزان روی سطح آب قرار می گیرد.



واکنش دادن گازهای مختلف با آب، منجر به افزایش مقدار انحلال پذیری آن‌ها در آب در مقایسه با سایر مواد گازی می‌شود. چون گاز کربن دی‌اکسید بر اساس معادله  $CO_2(g) + H_2O(l) \rightarrow H_2CO_3(aq)$  با آب واکنش داده و کربنیک اسید تولید می‌کند، انحلال پذیری این ترکیب در مقایسه با انحلال پذیری گاز NO در آب بیشتر می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) طبق قانون هنری، انحلال پذیری گازهای مختلف در آب، با فشار این گازها رابطه مستقیم دارد. در واقع، اگر گاز X با آب واکنش ندهد، با n برابر شدن فشار این گاز، انحلال پذیری آن نیز در آب n برابر می‌شود. بر اساس این قانون، اگر در شرایط یکسان انحلال پذیری یک گاز از گاز دیگر در آب بیشتر باشد، تاثیر تغییر فشار بر انحلال پذیری این گاز نیز بیشتر می‌شود. نمودار زیر، بیانی از قانون هنری را در رابطه با چند گاز مختلف نشان می‌دهد:



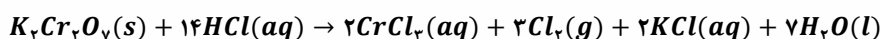
۳) یکی از مهم‌ترین یون‌های موجود در الکترولیت‌های بدن، یون پتاسیم ( $K^+$ ) است. نیاز روزانه بدن ما به یون پتاسیم، دو برابر یون سدیم است. از آنجا که بیشتر مواد غذایی حاوی یون پتاسیم هستند، کمبود این یون به ندرت در بدن احساس می‌شود. وجود یون پتاسیم برای تنظیم و عملکرد مناسب دستگاه عصبی بسیار ضروری است؛ به طوری که انتقال پیام‌های عصبی بدون وجود این یون، امکان پذیر نیست. درواقع، اختلال در حرکت این یون از خلال غشای سلول‌های عصبی، مانع از انتقال پیام‌های عصبی و گاهی در موارد شدید منجر به مرگ می‌شود.

۴) هگزان با فرمول شیمیایی  $C_6H_{14}$ ، یک مایع بی‌رنگ بوده و بخاطر ناقطبی بودن، به عنوان حلال مواد ناقطبی و رقیق کننده رنگ کاربرد دارد. چون هگزان در مقایسه با آب چگالی کمتری دارد، در صورت افزودن مقداری از آن به آب، نمونه هگزان روی سطح آب قرار می‌گیرد. توجه داریم که علاوه بر هگزان، گشتاور دو قطبی اغلب هیدروکربن‌ها ناچیز و در حدود صفر است.

### گروه آموزشی ماز

۸۷- انحلال پذیری ترکیب یونی  $K_2Cr_2O_7$  در دماهای  $60^\circ C$  و  $90^\circ C$  به ترتیب برابر  $40g$  و  $70g$  در  $100g$  آب است. اگر دمای  $212/5g$  از محلول سیر شده این ترکیب را از  $90^\circ C$  تا  $60^\circ C$  کاهش داده و رسوب حاصل از این فرایند مطابق معادله زیر با هیدروکلریک اسید واکنش دهد، چند لیتر گاز کلر با حجم مولی  $29/4 L \cdot mol^{-1}$  آزاد خواهد شد؟

( $Cr = 52$  و  $K = 39$  و  $O = 16 : g \cdot mol^{-1}$ )



۱۱/۲۵ (۴)

۲۲/۵ (۳)

۳۳/۷۵ (۲)

۴۵ (۱)



ابتدا با توجه به مقادیر انحلال پذیری این ترکیب یونی، جرم رسوب تشکیل شده را حساب می‌کنیم. اگر در دمای  $90^\circ C$ ، مقدار  $70g$  از این ترکیب را در  $100g$  آب خالص حل کنیم، یک محلول سیر شده به جرم  $170g$  بدست می‌آید و اگر این محلول را تا دمای  $60^\circ C$  سرد کنیم، جرم محلول سیر شده به  $140g$  رسیده و طی این فرایند، مقدار  $30g = 140 - 170$  رسوب تشکیل می‌شود. بنابراین داریم:

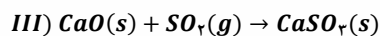
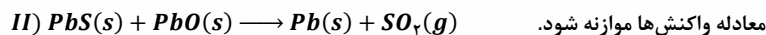
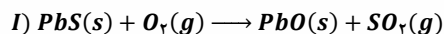
$$\text{رسوب } 30g = \frac{\text{محللول سیر شده در دمای اولیه } 170g \times \text{محللول سیر شده در دمای اولیه } 212/5g}{\text{محللول سیر شده در دمای اولیه } 170g} = 37/5g$$

از بین فراورده‌های تولید شده در این واکنش، تنها کلر به حالت گاز است. طبق فرض سوال، هر مول گاز کلر در شرایط آزمایش  $29/4$  لیتر حجم اشغال می‌کند. با توجه به معادله واکنش داده شده، خواهیم داشت:

$$37/5g K_2Cr_2O_7 \times \frac{1 mol K_2Cr_2O_7}{294g K_2Cr_2O_7} \times \frac{3 mol Cl_2}{1 mol K_2Cr_2O_7} \times \frac{29/4 L Cl_2}{1 mol Cl_2} = 11/25 L$$

### گروه آموزشی ماز

۸۸- اگر جرم گاز  $SO_2$  آزاد شده از واکنش  $71/7$  گرم سرب (II) سولفید طبق واکنش I، برابر با جرم گاز  $SO_2$  حاصل از واکنش کامل  $89/2$  گرم سرب (II) اکسید مطابق واکنش II باشد، بازده درصدی واکنش اول کدام است و این مقدار  $SO_2$  با چند گرم آهک با خلوص  $70\%$  بر اساس معادله III واکنش می‌دهد؟ ( $g \cdot mol^{-1}$ :  $O = 16$  و  $S = 32$  و  $Ca = 40$  و  $Pb = 207$ )



(۴)  $11/2$ ،  $75$

(۳)  $16$ ،  $75$

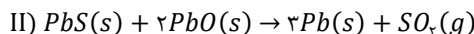
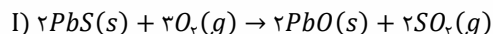
(۲)  $11/2$ ،  $66/6$

(۱)  $16$ ،  $66/6$

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مساله - ۱۱۰۱)



ابتدا معادله واکنش‌ها را نوشته و موازنه می‌کنیم:



تعداد مول گوگرد دی‌اکسید حاصل از واکنش  $89/2$  گرم  $PbO$  در واکنش دوم را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } SO_2 = 89/2 \text{ g } PbO \times \frac{1 \text{ mol } PbO}{223 \text{ g } PbO} \times \frac{1 \text{ mol } SO_2}{2 \text{ mol } PbO} = 0/2 \text{ mol}$$

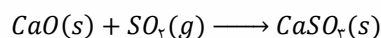
سپس مقدار گاز گوگرد دی‌اکسید حاصل از واکنش  $71/7$  گرم  $PbS$  در واکنش اول را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } SO_2 = 71/7 \text{ g } PbS \times \frac{1 \text{ mol } PbS}{239 \text{ g } PbS} \times \frac{2 \text{ mol } SO_2}{2 \text{ mol } PbS} = 0/3 \text{ mol}$$

مقدار عملی و نظری گاز گوگرد دی‌اکسید تولید شده در واکنش اول، به ترتیب برابر با  $0/2$  مول و  $0/3$  مول است. بر این اساس، بازده درصدی واکنش اول را حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{0/2}{0/3} \times 100 \approx 66/6$$

گاز گوگرد دی‌اکسید مطابق معادله زیر با کلسیم اکسید (آهک) واکنش می‌دهد:



در پایان جرم آهک  $70\%$  خالص مورد نیاز برای واکنش با  $0/2$  مول گوگرد دی‌اکسید را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ g } CaO = 0/2 \text{ mol } SO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CaO}{1 \text{ mol } SO_2} \times \frac{56 \text{ g } CaO}{1 \text{ mol } CaO} \times \frac{100 \text{ g } CaO}{70 \text{ g } CaO} = 16 \text{ g}$$

گروه آموزشی ماز

۸۹- کدام موارد از عبارتهای داده شده درست است؟

آ: قلع رسانایی گرمایی بالایی داشته و شعاع اتم‌های آن کوچک‌تر از شعاع اتم‌های سرب است.

ب: هر عنصری از تناوب سوم که در حالت جامد بر اثر ضربه خرد می‌شود، دارای سطحی کدر است.

پ: نسبت شمار آنیون به کاتیون در یکی از اکسیدهای طبیعی آهن، مشابه مقدار این نسبت در آلومینیم فسفید است.

ت: از میان عناصر موجود در گروه هالوژن‌ها، ید در مقایسه با سایر عناصر راحت‌تر به یون یک بار منفی تبدیل می‌شود.

(۴) ب و پ

(۳) ب و ت

(۲) آ و پ

(۱) آ و ت

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)



عبارتهای (آ) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد

آ: قلع، یک عنصر فلزی است و رسانایی گرمایی بالایی دارد. این عنصر، در خانه بالایی سرب قرار گرفته و با توجه به شمار لایه‌های الکترونی کمتر آن، می‌توان گفت شعاع اتمی قلع کمتر از سرب است. به طور کلی، در یک گروه از جدول دوره‌ای، با حرکت از بالا به پایین، شمار لایه‌های الکترونی موجود در اطراف هسته اتم‌ها افزایش یافته و به دنبال آن، شعاع اتمی این عناصر نیز افزایش پیدا می‌کند. در یک تناوب از جدول دوره‌ای نیز با حرکت از چپ به راست، شمار پروتون‌ها و بار الکتریکی هسته اتم‌ها افزایش پیدا می‌کند، اما شمار لایه‌های الکترونی موجود در اطراف هسته ثابت باقی می‌ماند. در چنین شرایطی، الکترون‌های سطحی (ظرفیتی) با قدرت بیشتری توسط هسته جذب شده و به دنبال آن، شعاع اتمی این عناصر نیز کاهش پیدا می‌کند.

ب: جدول زیر، برخی از ویژگی‌های عناصر موجود در دوره سوم جدول تناوبی را نشان می‌دهد:

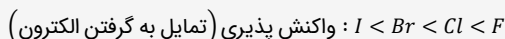
| نام عنصر      | شماره گروه | آرایش الکترونی | رسانایی الکتریکی | رسانایی گرمایی | سطح صیقلی | چکش خواری در حالت جامد | تمایل به دادن، گرفتن یا اشتراک الکترون |
|---------------|------------|----------------|------------------|----------------|-----------|------------------------|----------------------------------------|
| سدیم (Na)     | ۱          | $[Ne]3s^1$     | دارد             | دارد           | دارد      | دارد                   | الکترون می‌دهد.                        |
| منیزیم (Mg)   | ۲          | $[Ne]3s^2$     | دارد             | دارد           | دارد      | دارد                   | الکترون می‌دهد.                        |
| آلومینیم (Al) | ۱۳         | $[Ne]3s^23p^1$ | دارد             | دارد           | دارد      | دارد                   | الکترون می‌دهد.                        |
| سیلیسیم (Si)  | ۱۴         | $[Ne]3s^23p^2$ | دارد             | دارد           | دارد      | ندارد                  | اشتراک                                 |
| فسفر (P)      | ۱۵         | $[Ne]3s^23p^3$ | ندارد            | ندارد          | ندارد     | ندارد                  | گرفتن اشتراک                           |
| گوگرد (S)     | ۱۶         | $[Ne]3s^23p^4$ | ندارد            | ندارد          | ندارد     | ندارد                  | گرفتن اشتراک                           |
| کلر (Cl)      | ۱۷         | $[Ne]3s^23p^5$ | ندارد            | ندارد          | ندارد     | ندارد                  | گرفتن اشتراک                           |

سیلیسیم، عنصری از تناوب سوم جدول دوره‌ای است که خاصیت چکش خواری ندارد؛ اما در حالت جامد دارای سطحی درخشان است. ژرمانیم در خانه زیرین سیلیسیم قرار گرفته است. این عنصر نیز خاصیت چکش خواری ندارد؛ اما در حالت جامد دارای سطحی درخشان است.

پ: آهن (II) اکسید و آهن (III) اکسید، دو مورد از اکسیدهای طبیعی آهن هستند. فرمول شیمیایی آهن (II) اکسید به صورت  $FeO$  است. نسبت شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها در ساختار این اکسید از آهن، مشابه مقدار این نسبت در آلومینیم فسفید ( $AlP$ ) بوده و برابر با ۱ است. توجه داریم که در ساختار زنگ آهن، اکسید  $Fe_2O_3$  یافت می‌شود.

ت: از میان عناصر موجود در گروه هالوژن‌ها، فلورور دارای کوچک‌ترین شعاع اتمی و بیشترین خاصیت نافلزی است و به همین خاطر، در مقایسه با سایر عناصر راحت‌تر به یون یک بار منفی تبدیل می‌شود.

در گروه ۱۷ جدول دوره‌ای، عناصر فلورور ( $F$ )، کلر ( $Cl$ )، برم ( $Br$ ) و ید ( $I$ ) قرار دارند. این عناصر به هالوژن‌ها معروف هستند. با افزایش عدد اتمی هالوژن‌ها، شعاع اتمی این عناصر افزایش یافته و به دنبال آن، واکنش‌پذیری این عناصر نافلزی کمتر می‌شود. ترتیب واکنش‌پذیری عناصر موجود در گروه هفدهم به صورت زیر است:



آرایش الکترونی هالوژن‌ها به زیرلایه  $ns^2np^5$  ختم می‌شود. اتم‌های سازنده این عناصر با گرفتن یک الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب بعد از خود رسیده و یون پایدار  $X^-$  را تولید می‌کنند. از میان هالوژن‌ها، فلورور دارای بیشترین خاصیت نافلزی بوده و نسبت به سایر عناصر، الکترون‌ها را با قدرت بیشتری به سمت خود جذب می‌کند. هالوژن‌ها در حالت آزاد به شکل مولکول‌های دو اتمی دیده می‌شوند. فلورور ( $F_2$ ) و کلر ( $Cl_2$ ) در دمای اتاق به حالت گاز هستند درحالی که برم ( $Br_2$ ) و ید ( $I_2$ ) در دمای اتاق به ترتیب به حالت مایع و جامد یافت می‌شوند.

### گروه آموزشی ماز

۹۰- نمونه‌هایی به جرم برابر از ۲-بوتین و اتان در اختیار داریم. اگر تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار این دو ماده برابر با  $10^{24} \times 2/408$  عدد باشد، بر اثر سوختن نمونه اتان، چند لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط استاندارد تولید می‌شود؟

$$(C = 12 \text{ و } H = 1 : g.mol^{-1})$$

$$67/2 \text{ (۴)}$$

$$44/8 \text{ (۳)}$$

$$33/6 \text{ (۲)}$$

$$22/4 \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مساله - ۱۱۰۱)



بوتین، سومین عضو خانواده آلکین‌ها و اتان، دومین عضو خانواده آلکان‌ها است. جرم نمونه‌های ۲-بوتین ( $C_4H_6$ ) و اتان ( $C_2H_6$ ) را برابر با  $x$  در نظر گرفته و شمار اتم‌های هیدروژن موجود در هر ماده را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{اتم } \frac{6/0.2x \times 10^{24}}{5} = \frac{6/0.2x \times 10^{24}}{1 \text{ mol H}} \times \frac{6 \text{ mol H}}{1 \text{ mol C}_4\text{H}_6} \times \frac{1 \text{ mol C}_4\text{H}_6}{30 \text{ g C}_4\text{H}_6} \times x \text{ g C}_4\text{H}_6 = \text{اتم H} \quad ? : \text{نمونه اتان}$$

$$\text{اتم } \frac{6/0.2x \times 10^{24}}{9} = \frac{6/0.2x \times 10^{24}}{1 \text{ mol H}} \times \frac{6 \text{ mol H}}{1 \text{ mol C}_4\text{H}_6} \times \frac{1 \text{ mol C}_4\text{H}_6}{54 \text{ g C}_4\text{H}_6} \times x \text{ g C}_4\text{H}_6 = \text{اتم H} \quad ? : \text{نمونه بوتین}$$

بر این اساس، داریم:

$$\Rightarrow 2/408 \times 10^{24} = \text{تعداد اتم‌های هیدروژن در نمونه بوتین} - \text{تعداد اتم‌های هیدروژن در نمونه اتان}$$

$$\frac{6/0.2x \times 10^{24}}{5} - \frac{6/0.2x \times 10^{24}}{9} = 2/408 \times 10^{24} \Rightarrow x = 45 \text{ g}$$

گاز اتان بر اساس معادله‌ی  $2C_2H_6(g) + 7O_2(g) \rightarrow 4CO_2(g) + 6H_2O(l)$  به طور کامل می‌سوزد. بر این اساس، داریم:

$$? L CO_2 = 45 g C_2H_6 \times \frac{1 mol C_2H_6}{30 g C_2H_6} \times \frac{2 mol CO_2}{1 mol C_2H_6} \times \frac{22.4 L CO_2}{1 mol CO_2} = 67.2 L$$

گروه آموزشی ماز

۹۱- کدام یک از عبارات‌های داده شده نادرست است؟

- (۱) ۵ مورد از اتم‌های کربن موجود در هر مولکول ۳-اتیل-۳،۳-دی‌متیل پنتان، به سه اتم H متصل شده‌اند.
- (۲) آلکانی که از آن برای پر کردن فندک استفاده می‌شود، در دما و فشار اتاق به حالت گاز دیده می‌شود.
- (۳) در شرایط یکسان، نقطه جوش یک نمونه گریس، کمتر از نقطه جوش وازلین خواهد بود.
- (۴) ساده‌ترین عضو خانواده آلکان‌های شاخه‌دار، در ساختار خود دارای ۵ اتم کربن است.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

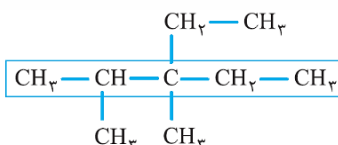


ساده‌ترین آلکان شاخه‌دار، یک زنجیره کربنی اصلی ۳ تایی دارد که یک شاخه فرعی متیل به آن متصل شده است. تصویر مقابل، نمایی از ساده‌ترین آلکان شاخه‌دار را نشان می‌دهد:

این ترکیب آلکانی ۲-متیل پروپان نام داشته و در هر مولکول آن ۴ اتم کربن وجود دارد. فرمول مولکولی ۲-متیل پروپان (یا همان متیل پروپان)، به صورت  $C_4H_{10}$  خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

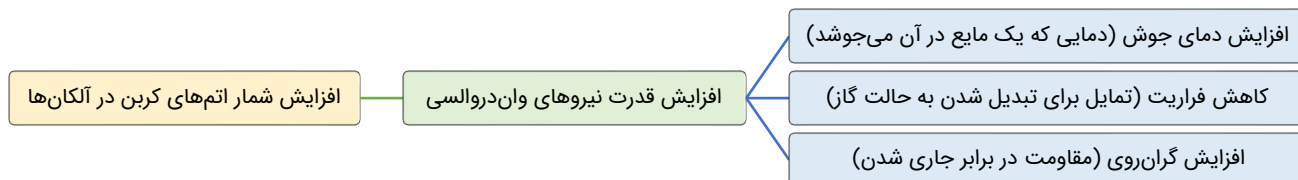
۱) ساختار آلکان مورد نظر به صورت زیر است:



در آلکان مورد نظر، اتم‌های کربن موجود در دو انتهای زنجیره کربنی اصلی و اتم‌های کربنی که در انتهای هر شاخه فرعی قرار می‌گیرند، به سه اتم هیدروژن و یک اتم کربن متصل شده‌اند.

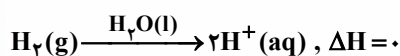
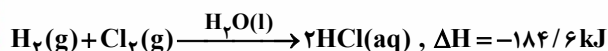
۲) بوتان، آلکانی است که از آن برای پر کردن فندک‌ها استفاده می‌شود. نقطه جوش، معادل با دمایی است که در آن یک مایع شروع به جوشیدن کرده و به بخار تبدیل می‌شود. با بیشتر شدن تعداد اتم‌های کربن موجود در آلکان‌ها ( $n$ )، قدرت نیروهای وان‌دروالسی در این مواد افزایش پیدا کرده و دمای جوش آن‌ها نیز افزایش می‌یابد. با توجه به نمودار کتاب درسی، دمای جوش آلکان‌ها با شمار اتم‌های کربن موجود در ساختار آن‌ها رابطه مستقیم دارد. بر این اساس، دمای جوش چهار عضو اول خانواده آلکان‌ها (متان، اتان، پروپان و بوتان)، کمتر از  $0^\circ C$  است، پس این مواد در دماهای بالاتر از  $0^\circ C$  (از جمله دمای اتاق که معادل با  $25^\circ C$  است) به حالت گاز ( $g$ ) دیده می‌شوند. در نقطه مقابل، آلکان‌هایی که شمار اتم‌های کربن موجود در ساختار آن‌ها ۵ عدد یا بیشتر از ۵ عدد است، در دمای اتاق به حالت مایع ( $l$ ) دیده می‌شوند.

۳) هرچه شمار اتم‌های کربن در آلکانی راست‌زنجیر بیشتر باشد، نقطه جوش آن بیشتر است. وازلین (با فرمول تقریبی  $C_{25}H_{52}$ )، نقطه جوش بیشتری نسبت به گریس (با فرمول تقریبی  $C_{18}H_{38}$ ) دارد. نمودار زیر برخی از خواص آلکان‌ها را بر حسب افزایش تعداد اتم‌های کربن در آن‌ها نشان می‌دهد:



گروه آموزشی ماز

۹۲- با توجه به واکنش‌های زیر:



بر پایه قانون هس، تبدیل  $Cl^-(aq)$  به  $\frac{1}{2} Cl_2(g)$ ، گرماده است یا گرماگیر و  $\Delta H$  آن برابر چند کیلوژول است؟

(۴) گرماگیر،  $+167.5$

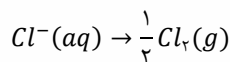
(۳) گرماگیر،  $+176.5$

(۲) گرماده،  $-167.5$

(۱) گرماده،  $-176.5$



معادله واکنش هدف به صورت زیر است:



برای رسیدن به معادله این واکنش، باید معادله واکنش اول را در  $\frac{1}{2}$  ضرب کنیم، واکنش سوم را در  $-1$  ضرب کنیم، واکنش دوم را در  $\frac{1}{2}$  ضرب کنیم و معادله‌های ایجاد شده طی این فرایند را با هم جمع کنیم. بر این اساس، داریم:

$$\Delta H_{\text{واکنش هدف}} = \left(\frac{-1}{2} \times (-184/6)\right) + \left(\frac{1}{2} \times (0)\right) + ((-1) \times (-75/2)) = +167/5 \text{ kJ}$$

چون علامت تغییر آنتالپی فرایند نهایی مثبت است، پس می‌توان گفت این واکنش گرماگیر است.

### گروه آموزشی ماز

۹۳- در دمای  $25^{\circ}\text{C}$ ، حالت فیزیکی کدام عنصر با سه عنصر دیگر متفاوت است؟

(۴) ژرمانیم

(۳) آلومینیم

(۲) گوگرد

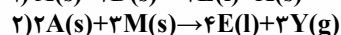
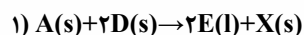
(۱) برم



یافته‌های تجربی نشان می‌دهد که اغلب عناصر در طبیعت به صورت ترکیب یافت می‌شوند. هرچند برخی نافلزها مانند اکسیژن، نیتروژن، گوگرد و ... به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند. وجود نمونه‌هایی از عناصر نقره، مس و پلاتین نیز در طبیعت گزارش شده است. البته از میان فلزها تنها طلا به شکل کلوخه‌ها یا رگه‌های زرد لابه‌لای خاک یافت می‌شود. گوگرد به صورت قطعات زرد رنگ در لبه آتشفشان‌ها وجود دارد. بجز جیوه که به حالت مایع است، همه فلزها در طبیعت به صورت جامد یافت می‌شوند. شبه‌فلزهایی مانند ژرمانیم نیز به حالت جامد هستند. در بین هالوژن‌ها در دمای اتاق، فلوئور و کلر به صورت گاز، برم به حالت مایع و ۳ عنصر انتهایی به صورت جامد دیده می‌شوند. تنها ماده‌ای که در طبیعت به ۳ حالت جامد، مایع و گاز یافت می‌شود، آب با فرمول مولکولی  $H_2O$  و ساختار خمیده است.

### گروه آموزشی ماز

۹۴- دربارهٔ نمودار «مول - زمان» دو واکنش زیر، که با مقدار برابر از A و مقدار کافی از واکنش‌دهندهٔ دیگر و در شرایط مناسب آغاز می‌شود، کدام مطلب درست است؟



(۱) در واکنش ۲، نسبت شیب نمودارهای E و M برابر  $\frac{4}{3}$  و آهنگ تغییر مولی Y،  $\frac{3}{2}$  آهنگ تغییر مولی A است.

(۲) اگر در مدت ۳۰ ثانیه، شمار مول‌های D به ۵۰ درصد مقدار آغازی آن برسد، واکنش ۱ در ۶۰ ثانیه پایان می‌یابد.

(۳) اگر سرعت واکنش‌ها با استفاده از کاتالیزگر مناسب دو برابر شود، شیب نمودار Y نسبت به نمودار X، تغییر بیشتری خواهد داشت.

(۴) نسبت تغییر مولی A به E در زمان یکسان در دو واکنش، یکسان است و نمودار تغییرات A در دو واکنش، با یکدیگر نقطهٔ تقاطع دارند.



سرعت انجام واکنش‌های شیمیایی، بسیار متفاوت بوده و علم سینتیک به عنوان شاخه‌ای از علم شیمی، افزون بر بررسی آهنگ تغییر شیمیایی در واکنش‌ها، عوامل مؤثر بر این آهنگ را نیز بررسی می‌کند. در یک واکنش شیمیایی، نسبت سرعت تولید یا مصرف مواد مختلف، متناسب با ضریب استوکیومتری آن مواد است. نسبت ضریب ماده Y به A در واکنش دوم برابر با  $1/5$  و نسبت ضریب ماده X به A در واکنش اول برابر با ۱ است. با توجه به بالاتر بودن این نسبت برای ماده Y، افزایش ۲ برابری سرعت واکنش، تأثیر بیشتری بر مقدار تولیدشده از آن در زمان یکسان خواهد داشت. البته، این عبارت از جمله عبارت‌های ابهام‌دار این کنکور به شمار می‌رود.

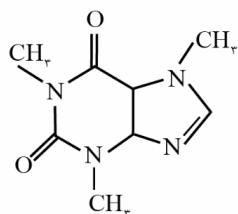
۱ در واکنش دوم، ضریب ماده E برابر با ۴ و ضریب ماده M برابر با ۳ است، پس نسبت شیب نمودار آن‌ها برابر با  $\frac{-4}{3}$  است. با توجه به ضریب مواد Y و A، آهنگ شمار مول‌های ماده Y،  $\frac{3}{4}$  برابر ماده A است. توجه داریم که شیب نمودار مول - زمان مواد مختلف در یک واکنش، بیان‌کننده سرعت تولید یا مصرف آن مواد بوده و وابسته به نسبت ضریب استوکیومتری مواد است. هم‌چنین باید توجه داشت که علامت شیب برای مواد واکنش‌دهنده منفی و برای فراورده‌ها مثبت است.

۲ با پیشرفت واکنش و کاهش غلظت واکنش‌دهنده‌ها، سرعت واکنش نیز به تدریج کاهش پیدا می‌کند؛ بنابراین مصرف شدن ۵۰٪ باقی‌مانده از ماده D بیش از ۳۰ ثانیه طول کشیده و واکنش در زمانی بیشتر از یک دقیقه به پایان خواهد رسید.

۴ نسبت ضرائب مولی دو ماده A و E در هردو واکنش یکسان بوده، پس نسبت تغییر مولی آن‌ها نیز یکسان است. نمودار مول - زمان در هر دو واکنش از یک نقطه شروع شده ولی با توجه به متفاوت بودن معادله واکنش‌ها، سرعت مصرف ماده A در آن‌ها نیز متفاوت بوده و دو نمودار با یکدیگر تقاطعی نخواهند داشت.

### گروه آموزشی ماز

۹۵- با توجه به ساختار مولکول کافئین که در شکل زیر نشان داده شده است، چند مورد از مطالب زیر، درباره آن درست است؟



( $H=1, C=12, N=14, O=16: g \cdot mol^{-1}$ )

- جرم  $0.2$  مول از آن، برابر  $39/2$  گرم است.
- دارای سه گروه آمیدی و سه گروه آمینی است.

- تفاوت شمار پیوندهای C-H، با شمار پیوندهای C-N، در مولکول آن، برابر ۲ است.

- نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آن، برابر  $3/75$  است.

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

(مفهومی - سخت - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳



فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر به صورت  $C_8H_{12}N_4O_2$  بوده و جرم مولی این ترکیب برابر با ۱۹۶ گرم بر مول است. در رابطه با این ترکیب، عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست هستند.

### بررسی سایر موارد:

- جرم مولی ترکیب مورد نظر برابر با ۱۹۶ گرم بر مول است، پس جرم  $0.2$  مول از این ماده برابر با  $39/2 = 0.2 \times 196$  گرم می‌شود.
- در سمت چپ مولکول مورد نظر، ۳ گروه عاملی آمیدی قرار داشته و در سمت راست این مولکول، ۲ گروه عاملی آمینی وجود دارد.
- در ساختار ترکیب مورد نظر، ۱۲ پیوند اشتراکی C-H و ۱۰ پیوند اشتراکی C-N وجود دارد. توجه داریم که در ساختار این ترکیب، یک پیوند دوگانه کربن-نیتروژن نیز یافت می‌شود.
- در ساختار این ترکیب، ۳۰ پیوند اشتراکی (معادل با ۳۰ جفت الکترون پیوندی) و ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. در این رابطه، داریم:

$$\frac{\text{جفت الکترون‌های پیوندی}}{\text{جفت الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{30}{8} = 3.75 \text{ برابر}$$

### گروه آموزشی ماز

۹۶- درباره الکل‌های یک‌عاملی و کربوکسیلیک اسیدهای یک‌عاملی، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

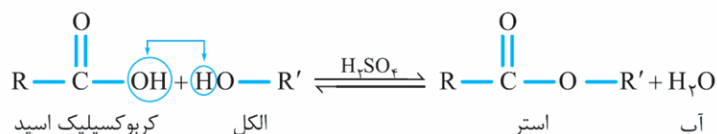
( $H=1, C=12, O=16: g \cdot mol^{-1}$ )

- نخستین عضو هر دو خانواده، پرکاربردترین ترکیب در زندگی روزانه است.
- در هر دو دسته، بخش ناقطبی می‌تواند زنجیره هیدروکربنی یا اتم هیدروژن باشد.
- واکنش آن‌ها با یکدیگر برگشت‌پذیر است و در آن، عدد اکسایش اتم‌ها بدون تغییر باقی می‌ماند.
- نسبت جرم مولی دومین عضو خانواده کربوکسیلیک اسید به جرم مولی الکل دارای دو اتم کربن، بزرگ‌تر از یک است.

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار



الکل‌ها ترکیب‌هایی هستند که در ساختار خود، یک یا چند گروه عاملی هیدروکسیل ( $-OH$ ) با یک پیوند اشتراکی به اتم کربن متصل است. فرمول مولکولی کلی الکل‌های یک عاملی را می‌توان به صورت  $ROH$  نمایش داد که در آن،  $R$  یک زنجیر هیدروکربنی است. توجه داریم که فرمول مولکولی کلی الکل‌های تک عاملی سیر شده، به صورت  $C_nH_{2n+2}O$  بوده و این مواد در ساختار خود دارای  $2 + 3n$  پیوند اشتراکی هستند. کربوکسیلیک اسیدها نیز دسته دیگری از ترکیب‌های آلی هستند که در ساختار خود گروه عاملی کربوکسیل ( $-COOH$ ) داشته و در واکنش با الکل‌های تک عاملی، استر تولید می‌کنند. کربوکسیلیک اسیدها را می‌توان به صورت  $(RCOOH)$  نمایش داد که در آن  $R$  می‌تواند زنجیر کربنی یا اتم هیدروژن باشد. واکنش کلی تولید استرها با استفاده از اسیدها و الکل‌ها به صورت زیر است:



با توجه به توضیحات داده شده، عبارت های سوم و چهارم درست هستند.

### بررسی سایر موارد:

- نخستین الکل و کربوکسیلیک اسید تک عاملی به ترتیب، متانول و متانوئیک اسید بوده که در زندگی روزمره کاربرد چندانی ندارند. توجه داریم که دومین عضو خانواده الکل‌ها اتانول بوده که به عنوان حلال مواد دارویی، آرایشی و بهداشتی کاربرد دارد. دومین عضو کربوکسیلیک‌ها نیز اتانوئیک اسید (استیک اسید) بوده که یکی از پرکاربردترین اسیدها در زندگی روزانه است.
- در فرمول کربوکسیلیک اسیدها،  $R$  می‌تواند زنجیر هیدروکربنی یا اتم هیدروژن باشد اما این عبارت در مورد الکل‌ها صدق نمی‌کند و در آن‌ها بخش  $R$  لزوماً باید یک زنجیر هیدروکربنی باشد.
- الکل‌ها و کربوکسیلیک اسیدهای تک عاملی می‌توانند در واکنش با یکدیگر و بدون مبادله الکترون، استرها را بسازند. استرها نیز در شرایط مناسب می‌توانند با آب واکنش داده و به الکل و اسید آلی سازنده خود تبدیل شوند. این واکنش به آب‌کافت استرها معروف است.
- دومین عضو خانواده الکل‌ها، اتانول با فرمول مولکولی  $C_2H_5OH$  و جرم مولی ۴۶ گرم بر مول بوده و دومین کربوکسیلیک اسید نیز اتانوئیک اسید با فرمول مولکول  $CH_3COOH$  با جرم مولی ۶۰ گرم بر مول است.

### گروه آموزشی ماز

۹۷- کدام موارد از مطالب زیر، درباره پنتیل اتانوات، درست است؟ ( $H=1, C=12, O=16: g.mol^{-1}$ )

- بوی خوش نوعی میوه، به آن مربوط است.
- گروه عاملی آن از سه اتم تشکیل شده است.
- در ساختار مولکول آن، دو پیوند دوگانه وجود دارد.
- در ساختار مولکول آن، چهار جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.
- از آب‌کافت یک مول از آن با بازده ۵۰ درصد، مقدار ۳۰ گرم اسید آلی مربوط، تشکیل می‌شود.

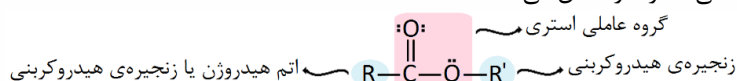
(۱) پنج (۲) چهار (۳) سه (۴) دو



تنها عبارت نادرست، فقط عبارت سوم است.

### بررسی سایر موارد:

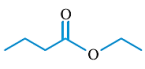
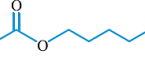
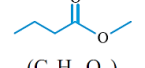
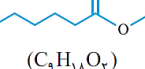
- استرها دسته‌ای از مواد آلی هستند که در ساختار آن‌ها گروه استری ( $-COO-$ ) وجود دارد. فرمول شیمیایی کلی استرها به صورت  $R-COO-R'$  می‌باشد که در آن  $R$  معادل با اتم هیدروژن یا یک زنجیره هیدروکربنی بوده و  $R'$  معادل با یک زنجیره هیدروکربنی است. تصویر زیر، ساختار کلی استرها را نشان می‌دهد:



استرها منشأ بوی خوش شکوفه‌ها، گل‌ها، عطرها و نیز عامل ایجاد کننده بو و طعم میوه‌ها هستند. پنتیل اتانوات، استر موجود در موز بوده و طعم و بوی این میوه را ایجاد می‌کند.

- در ساختار گروه عاملی استری، یک اتم کربن و دو اتم اکسیژن وجود دارد.
- در ساختار پنتیل اتانوات، فقط یک پیوند دوگانه در ساختار گروه عاملی استری وجود دارد.

- در ساختار استرهای یک‌عاملی، ۲ اتم اکسیژن وجود داشته و بر روی هر اتم اکسیژن نیز دو جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. بر این اساس، می‌توان گفت در ساختار پنتیل اتانوات ۴ جفت الکترون ناپیوندی یافت می‌شود.
- از آبکافت یک مول پنتیل اتانوات در واکنشی با بازده ۵۰٪، مقدار ۰/۵ مول اتانویک اسید (معادل با ۳۰ گرم اتانویک اسید) تولید می‌شود. جدول زیر، انواع استرهای موجود در میوه‌های مختلف و اسید و الکل سازنده این استرها را نشان می‌دهد:

| نام گل یا میوه | نام استر      | ساختار استر سازنده                                                                                                                    | ساختار الکل سازنده                                                 | ساختار کربوکسیلیک اسید سازنده                                                                        |
|----------------|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| آناناس         | اتیل بوتانوات | <br>(C <sub>6</sub> H <sub>12</sub> O <sub>4</sub> ) | CH <sub>3</sub> CH <sub>2</sub> -OH<br>اتانول                      | <br>بوتانویک اسید |
| موز            | پنتیل اتانوات | <br>(C <sub>7</sub> H <sub>14</sub> O <sub>4</sub> ) | CH <sub>3</sub> -(CH <sub>2</sub> ) <sub>4</sub> -OH<br>۱- پنتانول | <br>اتانویک اسید  |
| سیب            | متیل بوتانوات | <br>(C <sub>5</sub> H <sub>10</sub> O <sub>4</sub> ) | CH <sub>3</sub> -OH<br>متانول                                      | <br>بوتانویک اسید |
| انگور          | اتیل هپتانوات | <br>(C <sub>9</sub> H <sub>18</sub> O <sub>4</sub> ) | CH <sub>3</sub> CH <sub>2</sub> -OH<br>اتانول                      | <br>هپتانویک اسید |

### گروه آموزشی ماز

۹۸- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- آ: آب، یک حلال قطبی است و پاک‌کننده مناسبی برای لکه‌های شیرینی مانند آب قند و شربت آبلیمو به شمار می‌رود.  
 ب: نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در اوره، با نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر در آن یکسان است.  
 پ: مولکول‌های روغن زیتون، نامحلول در آب بوده و همانند ذرات وازلین، از دو بخش قطبی و ناقطبی تشکیل شده‌اند.  
 ت: معروف‌ترین صابون سنتی ایران به حالت جامد بوده و بخاطر افزودنی‌های مناسب، در شستن موی چرب کاربرد دارد.
- (۱) آ و ب      (۲) ب و پ      (۳) آ و ت      (۴) پ و ت

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

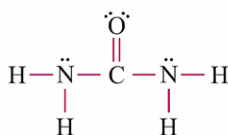
پاسخ تشریحی:

عبارتهای (آ) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: آب قند و شربت آبلیمو، حاوی مولکول‌های بسیار قطبی گلوکز (C<sub>6</sub>H<sub>12</sub>O<sub>6</sub>)، شکر (C<sub>12</sub>H<sub>22</sub>O<sub>11</sub>) و سایر مواد قندی هستند که هریک حاوی چندین گروه عاملی هیدروکسیل است. گروه هیدروکسیل موجود در مولکول‌های سازنده این مواد، با ذرات آب پیوند هیدروژنی برقرار خواهد کرد؛ در نتیجه آب قند و شربت آبلیمو، همانند عسل به راحتی در آب حل می‌شوند.

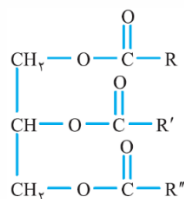
ب: در ساختار اوره با فرمول شیمیایی CO(NH<sub>2</sub>)<sub>2</sub>، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی و همچنین نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر برابر  $\frac{8}{4} = 2$  است. شکل زیر، ساختار اوره را نشان می‌دهد:



اوره از جمله مواد قطبی بوده و در آب حل می‌شود. جدول زیر، اطلاعات مربوط به چند ترکیب مختلف را نشان می‌دهد:

| نام ماده            | فرمول شیمیایی                                   | نوع ساختار ماده             | محلول در آب | محلول در هگزان |
|---------------------|-------------------------------------------------|-----------------------------|-------------|----------------|
| اتیلن گلیکول (ضدیخ) | CH <sub>2</sub> OHCH <sub>2</sub> OH            | قطبی (دارای پیوند هیدروژنی) | ✓           | ×              |
| نمک خوراکی          | NaCl                                            | یونی                        | ✓           | ×              |
| بنزین               | C <sub>8</sub> H <sub>18</sub>                  | ناقطبی                      | ×           | ✓              |
| اوره                | CO(NH <sub>2</sub> ) <sub>2</sub>               | قطبی (دارای پیوند هیدروژنی) | ✓           | ×              |
| روغن زیتون          | C <sub>57</sub> H <sub>114</sub> O <sub>6</sub> | ناقطبی                      | ×           | ✓              |
| وازلین              | C <sub>25</sub> H <sub>52</sub>                 | ناقطبی                      | ×           | ✓              |

**پ:** مولکول‌های روغن زیتون، نامحلول در آب بوده و از دو بخش قطبی (گروه‌های عاملی استری) و ناقطبی (زنجیره‌های هیدروکربنی موجود در انتهای مولکول) تشکیل شده‌اند. ساختار روغن زیتون به صورت زیر است:



این درحالی است که وازلین نوعی هیدروکربن سیرشده از خانواده آلکان‌ها بوده و کل مولکول آن از قسمت‌های ناقطبی تشکیل شده است. گریس نیز همانند وازلین، نوعی هیدروکربن از خانواده آلکان‌ها بوده و کل مولکول آن از قسمت‌های ناقطبی تشکیل شده است.

**ت:** صابون طبیعی معروف به صابون مراغه، معروف‌ترین صابون سنتی ایران است. برای تهیه این صابون، پیه گوسفند و سود سوزآور را در دیگ‌های بزرگ با آب برای چندین ساعت می‌جوشانند و پس از قالب‌گیری آن‌ها را در آفتاب خشک می‌کنند. این صابون حالت جامد داشته و از آنجا که فاقد افزودنی شیمیایی بوده و خاصیت بازی مناسبی دارد، از آن برای شست و شوی موهای چرب استفاده می‌شود.

### گروه آموزشی ماز

۹۹- پاک‌کننده‌ای با ساختار زیر را در نظر بگیرید:



مقدار ۵۸/۴ گرم از این ماده، شامل چند مول اتم اکسیژن در ساختار خود شده و برای تولید این مقدار پاک‌کننده، به چند میلی‌لیتر محلول سود با

غلظت ۰/۲۵ مول بر لیتر نیاز است؟ ( $\text{Na}=23, \text{O}=16, \text{C}=12, \text{H}=1: \text{g.mol}^{-1}$ )

$$800 - 0/2 \quad (4)$$

$$1250 - 0/2 \quad (3)$$

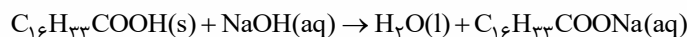
$$800 - 0/4 \quad (2)$$

$$1250 - 0/4 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مساله - ۱۲۰۱)



پاک‌کننده‌های صابونی را از واکنش میان اسیدهای چرب، استرهای سنگین (چربی‌ها و روغن‌ها) و یا استرهای تک‌عاملی با محلول سدیم هیدروکسید (محلول سود) می‌توان بدست آورد. فرمول شیمیایی پاک‌کننده مورد نظر به صورت  $\text{C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONa}$  است. واکنش تولید این ماده با استفاده از اسیدهای چرب، به صورت زیر است:



بر این اساس، مقدار محلول سدیم هیدروکسید مصرف شده را محاسبه می‌کنیم.

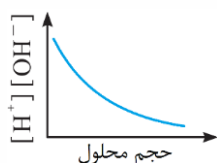
$$? \text{ L محلول} = 58/4 \text{ g C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONa} \times \frac{1 \text{ mol C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONa}}{292 \text{ g C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONa}} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONa}} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{0/25 \text{ mol NaOH}} = 0/8 \text{ L}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، طی این فرایند ۰/۸ لیتر محلول سود، معادل با ۸۰۰ میلی‌لیتر از این محلول مصرف شده است. در قدم بعد، مقدار مول اتم‌های اکسیژن موجود در این ترکیب یونی را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ mol O} = 58/4 \text{ g C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONa} \times \frac{1 \text{ mol C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONa}}{292 \text{ g C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONa}} \times \frac{2 \text{ mol O}}{1 \text{ mol C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONa}} = 0/4 \text{ mol}$$

### گروه آموزشی ماز

۱۰۰- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟



حجم محلول

(۱)  $\text{pH}$  محلول‌های اسیدی در هر دمایی با اعدادی در گستره بین صفر تا ۷ بیان می‌شود.

(۲) نمودار مقابل، رابطه بین  $[\text{OH}^-] \times [\text{H}^+]$  در یک محلول با حجم آن محلول را نشان می‌دهد.

(۳) در شرایط یکسان، درجه یونش استیک اسید در هگزان از درجه یونش این اسید در آب بیشتر است.

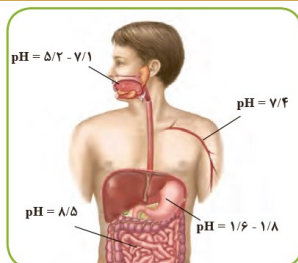
(۴) مقدار  $\text{pH}$  خون موجود در بدن انسان از مقدار  $\text{pH}$  روده کوچک کمتر و از مقدار  $\text{pH}$  معده بزرگ‌تر است.

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)



هر یک از محلول‌های موجود در بدن انسان، خاصیت اسیدی یا بازی مخصوص به خود را دارند.

مقایسه  $\text{pH}$  اجزای بدن با توجه به شکل مقابل به صورت: معده > بزاق دهان > خون > روده کوچک است.



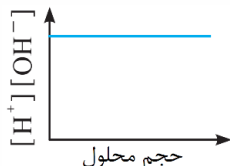
اسید معده:

در بدن انسان بالغ، روزانه بین ۲ تا ۳ لیتر شیره معده تولید می‌شود که غلظت یون هیدرونیوم در آن حدوداً برابر با ۰/۳٪ مول بر لیتر است. دیواره داخلی معده، به طور طبیعی مقدار اندکی از یون‌های هیدرونیوم ترشح شده را مجدداً جذب می‌کند. این فرایند، سبب نابودی برخی از سلول‌های سازنده دیواره معده می‌شود. در این شرایط، اگر مقدار اسید موجود در معده به هر دلیلی بیش از اندازه باشد، مقدار یون‌های هیدرونیوم جذب شده توسط دیواره معده بیشتر شده و مقدار بیشتری از سلول‌های دیواره معده آسیب می‌بینند. آسیب به سلول‌های دیواره معده، سبب درد، التهاب و گاهی خونریزی معده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ مقدار  $pH$  محلول‌های آبی فقط در دمای  $25^{\circ}C$  در گستره ۰ تا ۱۴ است. در این شرایط،  $pH$  محلول‌های اسیدی در بازه بین صفر تا ۷ و  $pH$  محلول‌های بازی در بازه بین ۷ تا ۱۴ قرار می‌گیرد.

۲ در دمای  $25^{\circ}C$ ، حاصل ضرب غلظت یون‌های  $H^{+}$  و  $OH^{-}$  ثابت بوده و نمودار موردنظر به صورت زیر است:



۳ استیک اسید به کمک مولکول‌های قطبی آب یونیده می‌شود و به کمک مولکول‌های آب موجود در محلول، یون هیدرونیوم را ایجاد می‌کند؛ ولی این ماده در هگزان (یک ماده ناقطبی) به طور مولکولی حل می‌شود و در نتیجه درجه یونش آن در هگزان برابر صفر است. توجه کنید که در کنکور سراسری چند سال اخیر، جملات و عبارت‌هایی دیده می‌شوند که مشابه همین عبارت، استدلال آن‌ها کمی دورتر از متن کتاب است. برای حل این سوالات، حتماً باید از روش رد گزینه استفاده کنید.

گروه آموزشی ماز

۱۰۱- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- ۱) اکسیدهای نافلزی در ساختار مولکولی خود دارای تعدادی پیوند اشتراکی بوده و همه آن‌ها از جمله اسیدهای آرنیوس هستند.
- ۲) در شرایط یکسان، اختلاف شمار ذرات اسید یونیده نشده و یون  $H^{+}$  در محلول فورمیک اسید از استیک اسید بیشتر است.
- ۳) دلیل سوزش معده که درد شدیدی در ناحیه سینه ایجاد می‌کند، برگشت مقداری از محلول  $HCl$  معده، به مری است.
- ۴) در دمای اتاق، در یک نمونه آب خالص به حجم یک متر مکعب، تعداد  $6/02 \times 10^{16}$  یون  $H^{+}$  وجود خواهد داشت.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی و مساله - ۱۴۰۱)

پایخ تشریحی:

برخی از افراد، از سوزش سینه یا ترش شدن دهان و گلو رنج می‌برند. معده برای گوارش غذا به اسید نیاز دارد. خوردن غذا سبب می‌شود که غده‌های موجود در دیواره معده، هیدروکلریک اسید ترشح کنند. این اسید افزون بر فعال کردن آنزیم‌ها برای تجزیه مواد غذایی، جانداران ذره‌بینی موجود در غذا را نیز از بین می‌برد. دلیل سوزش معده که درد شدیدی در ناحیه سینه ایجاد می‌کند، برگشت مقداری از محتویات اسیدی معده به لوله مری است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ اغلب اکسیدهای نافلزی بر اثر حل شدن در آب یون هیدرونیوم آزاد می‌کنند و اسید آرنیوس به شمار می‌روند، اما برخی از این اکسیدها مانند گاز  $CO$  و نیتروژن مونوکسید، اکسید خنثی هستند و در هنگام حل شدن در آب، با آن واکنش نمی‌دهند.

۲ هر چه قدرت اسیدی یک اسید ضعیف بیشتر باشد، آن اسید به مقدار بیشتری یونش یافته و اختلاف شمار مولکول‌های اسید یونیده نشده و شمار یون‌های هیدرونیوم در محلول آن اسید کمتر است. بنابراین اختلاف شمار مولکول‌های اسید یونیده نشده و شمار یون‌های هیدرونیوم در محلول فورمیک اسید (اسید قوی‌تر) کمتر از محلول استیک اسید (اسید ضعیف‌تر) خواهد بود.

۴ در دمای اتاق، غلظت یون هیدروژن در یک نمونه آب خالص برابر با  $10^{-7}$  مول بر لیتر خواهد بود. بر این اساس، داریم:

$$H^{+} \text{ تعداد} = \frac{6/02 \times 10^{23}}{1 \text{ mol } H^{+}} \times \frac{10^{-7} \text{ mol } H^{+}}{1 \text{ L آب}} \times \frac{1000 \text{ L آب}}{1 \text{ m}^3 \text{ آب}} = 6/02 \times 10^{16} \text{ تعداد } H^{+}$$

با توجه به محاسبات بالا، در دمای اتاق (دمای  $25^{\circ}C$ ) در یک نمونه آب خالص به حجم یک متر مکعب (معادل با ۱۰۰۰ لیتر)، تعداد  $6/02 \times 10^{16}$  یون هیدروژن وجود خواهد داشت.

گروه آموزشی ماز

۱۰۲- مقدار ۱/۸ لیتر گاز گوگرد تری اکسید با چگالی  $3/2 \text{ g.L}^{-1}$  را در یک لیتر آب حل کرده ایم. اگر نیمی از محلول حاصل در واکنش با  $0.24 \text{ mol}$  هیدروکسید فلز  $M$  به طور کامل خنثی شود،  $pH$  محلول اسیدی اولیه چقدر بوده و نسبت شمار کاتیون ها به آنیون ها در نمک تولید شده کدام است؟

$$(S = 32 \text{ و } O = 16 : \text{g.mol}^{-1})$$

$$2 - 1/8 \text{ (۴)}$$

$$0.66 - 1/8 \text{ (۳)}$$

$$0.66 - 0.18 \text{ (۲)}$$

$$2 - 0.18 \text{ (۱)}$$

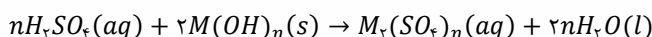
پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مساله - ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی

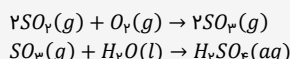
ابتدا معادله واکنش های انجام شده را نوشته و آن ها را موازنه می کنیم. گاز گوگرد تری اکسید بر اساس معادله زیر با آب واکنش می دهد:

$$SO_3(g) + H_2O(l) \rightarrow H_2SO_4(aq)$$

سولفوریک اسید نیز بر اساس معادله زیر خنثی خواهد شد:



گوگرد تری اکسید، یک اکسید نافلز با خاصیت اسیدی است. این اکسید از واکنش گوگرد دی اکسید (گازی که جزء آلاینده های هوا به شمار می رود) با اکسیژن تولید شده و در ایجاد باران اسیدی نقش دارد. واکنش های انجام شده به صورت زیر هستند:



در مرحله بعدی غلظت سولفوریک اسید اولیه را بدست می آوریم تا به کمک آن  $pH$  محلول را حساب کنیم:

$$? \text{ mol } H_2SO_4 = 1/8 \text{ L } SO_3 \times \frac{3/2 \text{ g } SO_3}{1 \text{ L } SO_3} \times \frac{1 \text{ mol } SO_3}{80 \text{ g } SO_3} \times \frac{1 \text{ mol } H_2SO_4}{1 \text{ mol } SO_3} = 0.072 \text{ mol}$$

در نتیجه غلظت اولیه  $H_2SO_4$  برابر خواهد بود با:

$$[H_2SO_4] = \frac{0.072 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0.072 \text{ mol.L}^{-1}$$

بر این اساس، داریم:

$$[H^+] = M \times \alpha \times n = 0.072 \times 1 \times 2 = 0.144 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow pH = -\log[H^+] = -\log(1.44 \times 10^{-2}) = 3 - 2\log(1.44) = 3 - 2[\log(1.44 \times 10^2) + \log(10^{-2})] =$$

$$3 - 2[0.6 + 0.5] = 0.8$$

در کل محلول اسیدی،  $0.072 \text{ mol}$  اسید وجود داشته است، پس در نیمی از این محلول  $0.036 \text{ mol}$  اسید وجود دارد. بر این اساس، تعداد مول هیدروکسید فلز را با استفاده از استوکیومتری واکنش دوم بدست می آوریم. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ mol } M(OH)_n = 0.036 \text{ mol } H_2SO_4 \times \frac{2 \text{ mol } M(OH)_n}{n \text{ mol } H_2SO_4} = \frac{0.072}{n} \text{ mol } M(OH)_n$$

طبق صورت سوال

$$\Rightarrow n = \frac{0.036 \times 2}{0.072} = 3 \rightarrow M_2(SO_4)_3 : \text{ فرمول نمک حاصل}$$

بنابراین نسبت شمار کاتیون ها به آنیون ها در نمک حاصل از این واکنش برابر با  $2/3$  است.

گروه آموزشی ماز

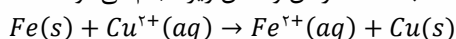
۱۰۳- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) ساخت قوطی محتوی مواد غذایی و لوازم آشپزی مقاوم در برابر خوردگی، در گرو بهره گیری از الکتروشیمی است.
- (۲) با قرار دادن یک قطعه از فلز آهن در محلولی از مس ( $II$ ) سولفات، با گذشت زمان یک محلول بی رنگ ایجاد می شود.
- (۳) واکنش میان منیزیم و گاز  $O_2$  با تولید نور سفید همراه بوده و در فراورده آن، آرایش الکترونی یون ها مشابه هم است.
- (۴) با فرو بردن دو تیغه جنس مس و روی در یک لیمو، می توان بخشی از انرژی شیمیایی را به انرژی الکتریکی تبدیل کرد.

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۲)

پاسخ تشریحی

با قرار دادن یک قطعه آهن در محلول مس ( $II$ ) سولفات، با گذشت زمان واکنش زیر انجام می شود:



با انجام شدن این واکنش، یون های آبی رنگ مس به صورت رسوب درآمده و از محلول خارج می شوند، اما یون های سبز رنگ آهن ( $II$ ) تولید شده و وارد محلول می شوند، پس می توان گفت طی این فرایند، یک محلول سبزرنگ ایجاد می شود. توجه داریم که یون های آهن ( $II$ ) و آهن ( $III$ )، در محلول های آبی به ترتیب رنگ های سبز و زرد را ایجاد می کنند.

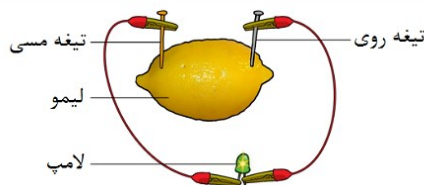
۱ ساخت لوله‌های فلزی انتقال آب، قوطی‌های محتوی مواد غذایی، لوازم آشپزی که در برابر خوردگی مقاوم بوده و مانع از آلوده شدن آب و مواد غذایی می‌شوند و همچنین کسب اطمینان از کیفیت تولید فراورده‌های دارویی، بهداشتی و غذایی، چهره‌ای از افزایش سطح رفاه و آسایش هستند که دستیابی به آن‌ها در گرو بهره‌گیری از دانش الکتروشیمی است. در واقع، آن‌چه که شیمی و الکتروسیته را به یکدیگر پیوند داده و علم الکتروشیمی را ایجاد می‌کند، الکترون است. به عبارتی، الکتروشیمی علم استفاده از انرژی الکتریکی برای ایجاد یک تغییر شیمیایی دلخواه و یا تولید انرژی الکتریکی به کمک انجام واکنش‌های شیمیایی در سلول‌های مختلف است.

۳ اغلب فلزها در واکنش با عناصر نافلزی، تمایل دارند یک یا چند الکترون خود را به اتم‌های نافلزی داده و ضمن اکسایش، به کاتیون تبدیل شوند. نافلزها نیز با گرفتن یک یا چند الکترون، کاهش یافته و به آنیون تبدیل می‌شوند. بر این اساس، فلزها اغلب کاهنده و نافلزها اغلب اکسند هستند. به عنوان مثال، فلز منیزیم در واکنش با اکسیژن هوا اکسید شده و الکترون‌های خود را به اتم‌های اکسیژن انتقال می‌دهد. معادله نیم‌واکنش‌های انجام شده در این واکنش شیمیایی به صورت زیر است:



واکنش انجام‌شده به صورت:  $2\text{Mg}(s) + \text{O}_2(g) \rightarrow 2\text{MgO}(s)$  است که در آن اتم‌های  $\text{Mg}$  و مولکول‌های اکسیژن به ترتیب در نقش گونه‌های کاهنده و اکسند ظاهر می‌شوند. فراورده‌های تولید شده در این نیم‌واکنش‌ها، هر دو دارای ۱۰ الکترون بوده و آرایش الکترونی مشابهی دارند. همان‌طور که مشخص است، طی این واکنش هر اتم منیزیم دو الکترون از دست داده و یک لایه الکترونی از اتم‌های آن کاسته می‌شود و به همین خاطر، شعاع اتم‌های این عنصر طی فرایند اکسایش، کوچک‌تر می‌شود. در گذشته از واکنش سوختن منیزیم به عنوان منبع نور در هنگام عکاسی استفاده می‌شد. طی این فرایند، فلز منیزیم با تولید نور خیره‌کننده‌ای در حضور اکسیژن می‌سوزد و به منیزیم اکسید تبدیل می‌شود.

۴ باتری لیمویی، نوع ساده‌ای از یک سلول گالوانی است که با فروبردن یک تیغه از جنس فلز مس و یک تیغه از جنس فلز روی در یک لیمو ساخته می‌شود. به کمک این نوع باتری می‌توان یک لامپ LED را روشن کرد. تصویر زیر، نمایی از این نوع باتری را نشان می‌دهد:



همان‌طور که مشخص است، لیمو در نقش الکتrolیت بوده و باعث برقراری جریان الکتریکی در مدار خارجی می‌شود.

### گروه آموزشی ماز

۱۰۴- در مدار خارجی سلول گالوانی آلومینیم-آهن که با استفاده از دو نیم‌سلول استاندارد ساخته شده، تعداد  $10^{23} \times \frac{3}{612}$  الکترون جاری شده است. اگر حجم هر یک از الکتrolیت‌های آندی و کاتدی بکار رفته در ساختار سلول برابر با ۲ لیتر باشد، تفاوت غلظت کاتیون در دو محلول در پایان این فرایند چقدر خواهد شد؟ (دیواره متخلخل سلول فقط به آنیون‌ها اجازه عبور می‌دهد).

۰/۲۵ (۴)

۰/۳۵ (۳)

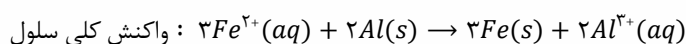
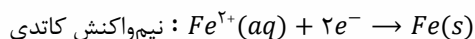
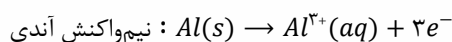
۰/۰۵ (۲)

۰/۱۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۳۰۲)

پاسخ تشریحی:

ابتدا واکنش کلی سلول و نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی تشکیل‌دهنده آن را می‌نویسیم:



در این واکنش شیمیایی، به ازای مبادله ۶ مول الکترون بین گونه اکسند (یون  $\text{Fe}^{2+}$ ) و کاهنده (فلز  $\text{Al}$ )، مقدار ۲ مول یون آلومینیم تولید شده و ۳ مول یون آهن مصرف می‌شود. ابتدا شمار مول الکترون مبادله‌شده را حساب می‌کنیم:

$$\text{شمار مول الکترون مبادله‌شده} = \frac{1 \text{ mol } e^-}{6/0.2 \times 10^{23} e^-} \times 3/612 \times 10^{23} e^- = 0.6 \text{ mol}$$

بنابراین مقدار یون  $\text{Al}^{3+}$  تولیدشده در نیم‌سلول آندی و مقدار یون  $\text{Fe}^{2+}$  مصرف‌شده در نیم سلول کاتدی برابر است با:

$$? \text{ mol } \text{Al}^{3+} = 0.6 \text{ mol } e^- \times \frac{2 \text{ mol } \text{Al}^{3+}}{6 \text{ mol } e^-} = 0.2 \text{ mol}$$

$$? \text{ mol } \text{Fe}^{2+} = 0.6 \text{ mol } e^- \times \frac{3 \text{ mol } \text{Fe}^{2+}}{6 \text{ mol } e^-} = 0.3 \text{ mol}$$

در ابتدای فرایند، غلظت محلول موجود در نیم سلول کاتدی و آندی برابر با ۱ مولار است و همچنین می دانیم حجم هر محلول نیز برابر با ۲ لیتر است، در نتیجه مقدار مول اولیه یون آلومینیم و آهن در هر یک از این محلول ها برابر با ۲ مول بوده است. با توجه به اینکه در ابتدا ۲ مول یون  $Al^{3+}$  و  $Fe^{2+}$  در محلول وجود داشته و ۰/۲ مول یون  $Al^{3+}$  دیگر تولید شده، بنابراین مقدار مول یون آلومینیم در پایان این فرایند برابر با ۲/۲ مول است. همچنین مقدار ۰/۳ مول یون  $Fe^{2+}$  از محلول موجود در نیم سلول کاتدی مصرف شده و مقدار مول یون آهن در پایان این فرایند به ۱/۷ مول می رسد. اکنون غلظت مولی این دو کاتیون در محلول های آندی و کاتدی را محاسبه می کنیم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول}}{\text{حجم (L)}} \Rightarrow \begin{cases} M(Al^{3+}) = \frac{2/2}{2} = 1/1 \text{ mol.L}^{-1} \\ M(Fe^{2+}) = \frac{1/7}{2} = 0.05 \text{ mol.L}^{-1} \end{cases}$$

با توجه به محاسبات بالا، نتیجه می گیریم که تفاوت غلظت کاتیون در دو محلول در پایان این فرایند برابر با ۰/۲۵ مول بر لیتر خواهد شد.

### تاثیر مهم دیواره متخلخل در سلول گالوانی:

در یک سلول گالوانی، به مرور زمان فلز به کاررفته در آند اکسایش پیدا کرده و کاتیون های حاصل از این فرایند، وارد الکترولیت آندی می شوند. با ادامه این فرایند، کاتیون ها در الکترولیت آندی تجمع پیدا کرده و این محلول بار مثبت پیدا می کند. به طریق مشابه، با انجام شدن نیم واکنش کاهش در سمت کاتد، تعداد آنیون های موجود در محلول آندی بیشتر از تعداد کاتیون های موجود در آن شده و این محلول بار منفی پیدا می کند. با ادامه این فرایند و تجمع بار الکتریکی در نیم سلول ها، جریان الکتریکی در مدار خارجی متوقف می شود. دیواره متخلخل به کاتیون های موجود در الکترولیت آندی اجازه می دهد به سمت الکترولیت کاتدی مهاجرت کنند و به آنیون های موجود در الکترولیت کاتدی نیز اجازه می دهد به سمت الکترولیت آندی مهاجرت کنند. به این ترتیب، دیواره متخلخل با به جریان انداختن گونه های باردار میان محلول های موجود در هر نیم سلول، سبب خنثی کردن بار الکتریکی آن ها شده و از تجمع بار الکتریکی در این نیم سلول ها جلوگیری می کند.

### گروه آموزشی ماز

۱۰۵- چه تعداد از عبارت های داده شده درست است؟

- آ: آزاد کردن انرژی و مبادله الکترون بین گونه ها، یک ویژگی بنیادی در همه انواع واکنش های اکسایش-کاهش است.  
 ب: اندازه گیری پتانسیل هر نیم سلول به طور جداگانه ممکن نبوده و این کمیت، باید به طور نسبی اندازه گیری شود.  
 پ: بین فلز های آهن و مس، عنصری که تعداد کمتری الکترون با  $l = 0$  دارد، کاهنده تر از عنصر دیگر خواهد بود.  
 ت: اگر روی کاهنده تر از هیدروژن باشد، نیم سلول هیدروژن در سلول روی-هیدروژن در نقش آند قرار می گیرد.  
 ث: واکنش سلول روی-مس مشابه واکنشی است که با ورود فلز روی به محلول مس (II) سولفات انجام می شود.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

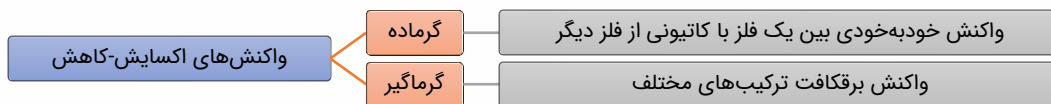
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۲)

پاسخ تشریحی

عبارت های (ب) و (ث) درست هستند.

بررسی موارد

آ: در همه واکنش های اکسایش-کاهش، بین گونه های شرکت کننده در واکنش الکترون مبادله می شود، اما توجه داریم که در همه این واکنش های شیمیایی الزاما انرژی آزاد نمی شود. برای مثال، در برخی از واکنش های اکسایش-کاهش از جمله واکنش مربوط به برقکافت ترکیب های مختلف، انرژی مصرف شده و فراورده هایی با سطح انرژی بالاتر و پایداری کمتر تولید می شوند. بر این اساس، می توان واکنش های اکسایش-کاهش را با توجه به مدل مبادله گرما در آن ها در دو دسته زیر قرار داد:



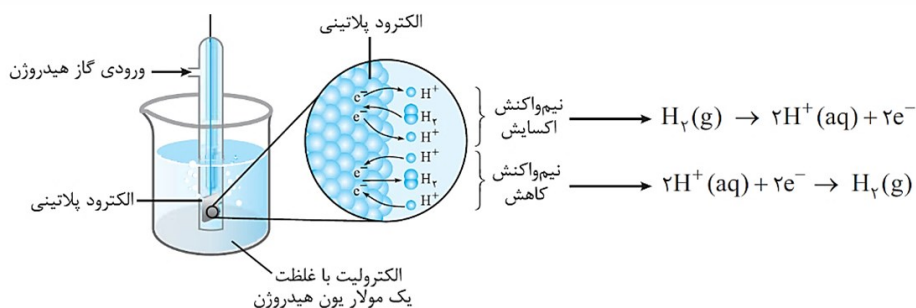
ب: اندازه گیری پتانسیل یک نیم سلول به طور جداگانه ممکن نبوده و باید این کمیت به طور نسبی اندازه گیری شود. شیمی دان ها برای دستیابی به این هدف، نیم سلول استاندارد هیدروژن ( $SHE$ ) را به عنوان مبنا انتخاب کرده و پتانسیل آن را به طور قراردادی برابر با صفر ولت در نظر گرفتند. در این نیم سلول، محلولی با  $pH = 0$  (محلولی که غلظت مولی یون هیدروژن در آن برابر با ۱ مول بر لیتر است) قرار داشته و گاز هیدروژن با فشار ۱ اتمسفر بر روی این محلول دمیده می شود. شیمی دان ها با تشکیل سلول گالوانی از هر نیم سلول با نیم سلول استاندارد هیدروژن، توانستند پتانسیل الکتریکی بسیاری از نیم سلول ها را اندازه گیری کرده و در جدولی به نام سری الکتروشیمیایی ثبت کنند.

پ: در نیم واکنش کاهش، الکترون در سمت چپ (واکنش دهنده ها) و در نیم واکنش اکسایش، الکترون در سمت راست (فراورده ها) قرار دارد. در واکنش های اکسایش-کاهش، ماده ای که با گرفتن الکترون کاهش پیدا کرده و سبب اکسایش گونه دیگر می شود، اکسند نام دارد. در این واکنش ها، ماده ای که با از دست دادن الکترون اکسایش پیدا کرده و سبب کاهش گونه دیگر می شود، کاهنده نام دارد. فلز آهن دارای ۸ الکترون با  $l = 0$  (الکترون های موجود در زیر لایه S) بوده و فلز مس نیز دارای ۷ الکترون با  $l = 0$  است. از طرفی، می دانیم که پتانسیل کاهش استاندارد فلز مس بیشتر از آهن است و به همین خاطر، قدرت

کاهندگی (تمایل به از دست دادن الکترون و اکسید شدن) مس کمتر از آهن خواهد بود. تصویر زیر، نمایی از جدول پتانسیل کاهشی و برخی از عناصر مهم موجود در آن را نشان می‌دهد:

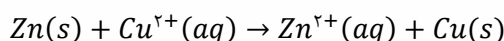
| نیم‌واکنش کاهش |             |                       | $E^{\circ} (V)$ |
|----------------|-------------|-----------------------|-----------------|
| ولتاژ          | گونه کاهنده | الکترون               | گونه اکسند      |
| $+1/50$        | $Au(s)$     | $\rightarrow +3e^{-}$ | $Au^{3+}(aq)$   |
| $+1/20$        | $Pt(s)$     | $\rightarrow +2e^{-}$ | $Pt^{2+}(aq)$   |
| $+0/80$        | $Ag(s)$     | $\rightarrow +e^{-}$  | $Ag^{+}(aq)$    |
| $+0/34$        | $Cu(s)$     | $\rightarrow +2e^{-}$ | $Cu^{2+}(aq)$   |
| $0/00$         | $H_2(g)$    | $\rightarrow +2e^{-}$ | $2H^{+}(aq)$    |
| $-0/44$        | $Fe(s)$     | $\rightarrow +2e^{-}$ | $Fe^{2+}(aq)$   |
| $-0/76$        | $Zn(s)$     | $\rightarrow +2e^{-}$ | $Zn^{2+}(aq)$   |
| $-1/18$        | $Mn(s)$     | $\rightarrow +2e^{-}$ | $Mn^{2+}(aq)$   |
| $-1/66$        | $Al(s)$     | $\rightarrow +3e^{-}$ | $Al^{3+}(aq)$   |
| $-2/37$        | $Mg(s)$     | $\rightarrow +2e^{-}$ | $Mg^{2+}(aq)$   |

ت: تصویر زیر نمایی از نیم‌سلول استاندارد هیدروژن را نشان می‌دهد:



اگر روی کاهنده‌تر از هیدروژن باشد، پتانسیل کاهشی این عنصر کمتر از پتانسیل کاهشی هیدروژن می‌شود. در یک سلول گالوانی نیز الکترودی که پتانسیل کاهشی کمتری داشته باشد، در نقش آند (قطب منفی) قرار می‌گیرد.

ث: در هر دو مورد واکنش مقابل انجام می‌شود:



توجه داریم که واکنش در سلول گالوانی در شرایط کاملاً کنترل شده صورت می‌گیرد و الکترون‌های تولید شده از طریق مدار بیرونی جابه‌جا می‌شوند و ما می‌توانیم از این جریان الکتریکی ایجاد شده به عنوان منبع تولید الکتریسیته استفاده کنیم.

### گروه آموزشی ماز

۱۰۶- کدام یک از عبارت‌های داده شده درست است؟

- اگر قدرت کاهندگی  $Al$  بیشتر از  $Sn$  باشد، با ورود تیغه  $Sn$  به محلول آلومینیم سولفات، دمای محلول افزایش می‌یابد.
- یک تیغه روی، در مقایسه با یک تیغه از جنس آهنی، دمای محلول مس ( $II$ ) سولفات را به مقدار کمتری افزایش می‌دهد.
- در سلول گالوانی منیزیم-مس، الکترون‌های موجود در مدار خارجی به تدریج به سمت تیغه  $Mg$  جریان پیدا می‌کنند.
- نیروی الکتروموتوری سلول گالوانی هیدروژن-نقره، کمتر از نیروی الکتروموتوری سلول گالوانی آهن-نقره است.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۲)

پاسخ تشریحی:

نیروی الکتروموتوری ( $emf$ ) در یک سلول گالوانی، حداکثر اختلاف پتانسیلی است که یک سلول می‌تواند به وجود بیاورد. اگر کاتد دو سلول گالوانی یکسان باشد، سلولی که  $E^{\circ}$  آند آن کوچک‌تر (منفی‌تر) است، نیروی الکتروموتوری بیشتری نیز خواهد داشت. چون آهن در مقایسه با هیدروژن پتانسیل کاهشی کوچک‌تری دارد، پس می‌توان گفت نیروی الکتروموتوری سلول گالوانی آهن-نقره، بیشتر از نیروی الکتروموتوری سلول گالوانی هیدروژن-نقره است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

اگر قدرت کاهندگی (تمایل به از دست دادن الکترون و اکسید شدن)  $Al$  بیشتر از  $Sn$  باشد، پس از ورود تیغه  $Sn$  به محلول آلومینیم سولفات، واکنشی انجام نشده و دمای محلول ثابت می‌ماند.

۲

روی و آهن، از جمله فلزهایی هستند که با محلول حاوی کاتیون مس ( $II$ ) واکنش می‌دهند. چون روی در مقایسه با آهن کاهنده‌تر بوده و تمایل بیشتری به از دست دادن الکترون (اکسید شدن) دارد، در شرایط یکسان یک تیغه روی، در مقایسه با یک تیغه آهنی، دمای محلول مس ( $II$ ) سولفات را به مقدار بیشتری افزایش می‌دهد.

برای مقایسه تمایل فلزهای مختلف به از دست دادن الکترون، می‌توانیم از واکنش این عناصر با یک محلول خاص در شرایط یکسان استفاده کنیم. هر فلزی که با محلول موردنظر با شدت بیشتری واکنش داده و دمای محلول را به مقدار بیشتری افزایش دهد، تمایل بیشتری به از دست دادن الکترون خواهد داشت. به عنوان مثال، اگر تیغه‌های مجزایی از عناصر روی و منیزیم را وارد محلول‌های یکسانی از مس ( $II$ ) سولفات با دمای  $20^{\circ}C$  کنیم، دمای محلولی که تیغه منیزیم به آن وارد شده است، به مقدار بیشتری افزایش پیدا می‌کند؛ پس می‌توان گفت تمایل اتم‌های منیزیم به اکسید شدن و از دست دادن الکترون، بیشتر از اتم‌های روی است.

۳

چون منیزیم در مقایسه با مس پتانسیل کاهشی منفی‌تری دارد، این فلز در نقش آند سلول قرار می‌گیرد. بر این اساس، می‌توان گفت در سلول گالوانی منیزیم-مس، الکترون‌های موجود در مدار خارجی به سمت تیغه کاتدی (تیغه مسی) جاری می‌شوند.

### گروه آموزشی ماز

۱۰۷- جمع جبری بار یون‌های نیترات، سیلیکات، فسفات و هیدروژن کربنات و عدد اکسایش اتم مرکزی آن‌ها کدام است؟

۱۰ (۱) ۹ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (حفظی - آسان - ۱۲۰۲)

پاسخ تشریحی:

برخی یون‌ها به صورت تک‌اتمی بوده و حاصل اکسایش یا کاهش یک اتم هستند. برای نمونه یون فلوئورید و یون پتاسیم، از این دست یون‌ها هستند. این در حالی است که برخی یون‌ها از اتصال چند اتم به یکدیگر تشکیل شده و به یون‌های چنداتمی شهرت دارند. برای نمونه یون‌های کربنات، سولفات و فسفات از این دست یون‌ها هستند. توجه داریم که بار الکتریکی یون‌های چنداتمی متعلق به همه اتم‌های موجود در آن‌ها بوده و نمی‌توان آن را به یکی از اتم‌ها نسبت داد.

فرمول یون‌های نیترات، سیلیکات، فسفات و هیدروژن کربنات به ترتیب به صورت  $NO_3^-$ ،  $SiO_4^{4-}$ ،  $PO_4^{3-}$  و  $HCO_3^-$  بوده و جمع جبری بار آن‌ها برابر با ۹- است. حال به محاسبه عدد اکسایش اتم مرکزی آن‌ها می‌پردازیم. در این رابطه، داریم:

$$NO_3^- : N + 3 \times (-2) = -1 \Rightarrow N = +5$$

$$SiO_4^{4-} : Si + 4 \times (-2) = -4 \Rightarrow Si = +4$$

$$PO_4^{3-} : P + 4 \times (-2) = -3 \Rightarrow P = +5$$

$$HCO_3^- : 1 + C + 3 \times (-2) = -1 \Rightarrow C = +4$$

طبق محاسبات انجام شده، جمع عدد اکسایش اتم مرکزی در این یون‌ها برابر ۱۸ است.

### گروه آموزشی ماز

۱۰۸- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- مولکول‌های سه اتمی با ساختار خطی، ناقطبی‌اند.
- کربن تتراکلرید و کلروفرم، هر دو مایع، اما اولی ناقطبی و دومی قطبی است.
- مولکول‌های چهار اتمی با فرمول عمومی  $AX_3$ ، می‌توانند قطبی یا ناقطبی باشند.
- در مولکول‌های سه اتمی خمیده، به اتم مرکزی بار جزئی منفی ( $\delta^-$ ) نسبت داده می‌شود.

یک (۱) دو (۲) سه (۳) چهار (۴)

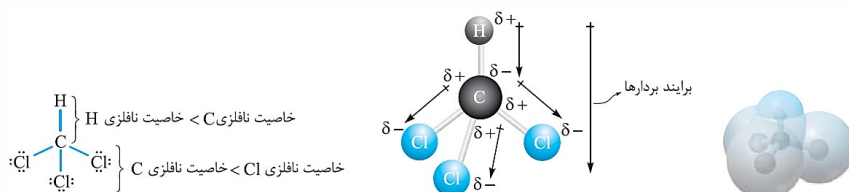
پاسخ: گزینه ۲ (مفهومی - متوسط - ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

بررسی سایر موارد:

- در رابطه با این عبارت، مثال‌های رد کننده زیادی از جمله کربونیل سولفید، هیدروژن سیانید و دی‌نیتروژن مونوکسید وجود دارد. مولکول‌های گفته شده، ساختار خطی دارند درحالی‌که همگی قطبی هستند.
- فرمول مولکولی کلروفرم به صورت  $CHCl_3$  است. تصاویر زیر ساختار لوویس، بردار بارهای الکتریکی و نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی مولکول کلروفرم را نشان می‌دهند:



همان‌طور که مشخص است، این ماده از ذرات قطبی ساخته شده است. این در حالی است که کربن تتراکلرید ( $CCl_4$ )، از ذرات ناقطبی ساخته شده است.

- گوگرد تری اکسید و آمونیاک، مولکول های چهار اتمی بوده و به ترتیب، در دسته مواد ناقطبی و قطبی قرار می گیرند.
- در برخی از مولکول های سه اتمی خمیده مثل گوگرد دی اکسید، اتم مرکزی بار جزئی مثبت دارد. در برخی از مولکول های سه اتمی خمیده مثل هیدروژن سولفید نیز اتم مرکزی بار جزئی منفی دارد.

### گروه آموزشی ماز

۱۰۹- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

الف:  $\text{Mg}(\text{RCOO})_2$ ، برخلاف صابون جامد و صابون مایع، در آب نامحلول است.

ب:  $\text{RCOONa}$  در آب سخت حل نمی شود و در آن، قدرت پاک کنندگی ندارد.

پ: آب سخت به آبی گفته می شود که در آن، یون های کلسیم یا پتاسیم یا منیزیم وجود دارد.

ت: بین مولکول های چربی و سر ناقطبی مولکول صابون در محیط آبی، نیروی جاذبه به وجود می آید.

(۴) ب، ت

(۳) ب، پ

(۲) الف، پ

(۱) الف، ت

(حفظی - آسان - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

اسیدهای چرب، کربوکسیلیک اسید هایی با زنجیر کربنی بلند هستند. صابون ها را به طور کلی می توان به صورت نمک حاصل از اسیدهای چرب تعریف کرد. برای تهیه صابون جامد، مخلوط روغن های گوناگون یا چربی های مختلف را به همراه سدیم هیدروکسید گرم می کنند. توجه داریم که صابون های مایع، نمک پتاسیم یا آمونیوم اسید چرب هستند. با توجه به توضیحات داده شده، عبارات های (الف) و (ت) درست هستند.

بررسی سایر موارد:

الف: آب دریاها و مناطق کویری که شور هستند، مقدار زیادی از یون های کلسیم و منیزیم دارند. صابون ها در این آب ها به خوبی کف نمی کنند و قدرت پاک کنندگی بالایی ندارند. این یون ها با مولکول های صابون واکنش داده و آن ها را به رسوب های  $\text{Mg}(\text{RCOO})_2$  و  $\text{Ca}(\text{RCOO})_2$  تبدیل می کنند. با شست و شوی لباس در این آب ها، لکه های سفیدی بر روی پارچه ایجاد می شود که نشان از تشکیل همین رسوب ها دارد.

ب: قدرت پاک کنندگی صابون ها در آب های سخت کاهش پیدا کرده ولی به طور کامل از بین نمی رود.

پ: در آب سخت، یون های منیزیم و کلسیم وجود دارند اما الزامی به وجود یون پتاسیم نیست!

ت: مولکول های چربی مانند بخش هیدروکربنی صابون، ناقطبی بوده و بین آن ها در محیط آبی نیروی جاذبه واندروالسی ایجاد می شود.

### گروه آموزشی ماز

۱۱۰- اگر تفاوت الکترون های یون  $^{2-}\text{X}^{79}$ ، با شمار نوترون های آن، برابر ۹ باشد، عدد اتمی این عنصر، کدام است و در کدام دوره جدول تناوبی جای دارد؟

(۴) ۳۹، پنجم

(۳) ۳۴، پنجم

(۲) ۳۹، چهارم

(۱) ۳۴، چهارم

(مفهومی - آسان - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

هر اتم را با نماد  $^A_Z E$  نمایش می دهند که در آن  $E$  نماد اتم،  $Z$  نشان دهنده عدد اتمی (تعداد پروتون) و  $A$  نشان دهنده عدد جرمی (جمع تعداد پروتون ها و نوترون ها) است. فلزها می توانند با از دست دادن الکترون به کاتیون تبدیل شده و پایدار شوند. نافلزها نیز از طریق به اشتراک گذاشتن الکترون های خود یا گرفتن الکترون به آرایش گاز نجیب هم دوره خود می رسند. در یون  $^{2-}\text{X}$ ، تعداد الکترون ها ۲ تا بیش تر از تعداد پروتون ها است، پس با توجه به اینکه تفاوت تعداد الکترون و نوترون در این یون برابر با ۹ است، می توان گفت تعداد نوترون های این یون ۱۱ تا بیش تر از تعداد پروتون های آن هستند. بر این اساس، داریم:

$$^{2-}\text{X}^{79} \Rightarrow \begin{cases} n + p = 79 \\ n - p = 11 \end{cases} \Rightarrow 2n = 90 \Rightarrow n = 45 \text{ و } p = 34$$

عنصری با عدد اتمی ۳۴، معادل با سلنیم بوده که در گروه ۱۶ از دوره چهارم جدول تناوبی قرار دارد.

### گروه آموزشی ماز

۱۱۱- حاصل عبارت  $\sqrt{\sqrt{9}+6} - \sqrt{\sqrt{9}-\sqrt{3}+1}$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲)  $\sqrt{\sqrt{3}+1}$  (۳)  $\sqrt{\sqrt{3}-1}$  (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)



اگر  $\sqrt{\sqrt{9}-\sqrt{3}+1}$  را در  $\sqrt{\sqrt{3}+1}$  ضرب و تقسیم کنیم داریم:

$$\sqrt{\sqrt{9}-\sqrt{3}+1} \times \frac{\sqrt{\sqrt{3}+1}}{\sqrt{\sqrt{3}+1}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{9}-\sqrt{3}+1)}}{\sqrt{\sqrt{3}+1}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}}{\sqrt{\sqrt{3}+1}} = \frac{\sqrt{3+1}}{\sqrt{\sqrt{3}+1}} = \frac{2}{\sqrt{\sqrt{3}+1}}$$

حال داریم:

$$\begin{aligned} \sqrt{\sqrt{9}+6} - \frac{2}{\sqrt{\sqrt{3}+1}} &= \frac{\sqrt{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{9}+6)} - 2}{\sqrt{\sqrt{3}+1}} = \frac{\sqrt{3+6\sqrt{3}+\sqrt{9}+6} - 2}{\sqrt{\sqrt{3}+1}} = \frac{\sqrt{9+6\sqrt{3}+\sqrt{9}} - 2}{\sqrt{\sqrt{3}+1}} \\ &= \frac{\sqrt{(3+\sqrt{3})^2} - 2}{\sqrt{\sqrt{3}+1}} = \frac{3+\sqrt{3}-2}{\sqrt{\sqrt{3}+1}} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{\sqrt{3}+1}} = \sqrt{\sqrt{3}+1} \end{aligned}$$

### گروه آموزشی ماز

۱۱۲- بین اعداد -۱ و ۳۵ یازده واسطه حسابی درج کرده‌ایم. واسطه هندسی بین اولین و آخرین جمله درج شده، با جمله چندم دنباله حسابی برابر است؟ (جمله اول -۱ است)

- (۱) سوم (۲) چهارم (۳) هشتم (۴) نهم

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۱)

### یکم در مورد دنباله حسابی و هندسی یادآوری کنیم؟!

هرگاه بین دو عدد a و b بخواهیم n واسطه حسابی درج کنیم، یعنی n عدد بین a و b چنان قرار دهیم که n+۲ عدد موجود تشکیل دنباله حسابی دهند، در این حالت a جمله اول و b جمله (n+۲) ام است.

### یادتون اومد دیگه؟!

اگر a و b و c تشکیل دنباله هندسی دهند، b واسطه هندسی a و c می‌باشد و خواهیم داشت:

$$b^2 = ac \rightarrow b = \pm\sqrt{ac} \quad (\text{هر دو عدد یا دو واسطه هندسی دارند و یا هیچ واسطه هندسی‌ای ندارند})$$



جمله اول دنباله حسابی تشکیل شده -۱ و جمله سیزدهم آن ۳۵ است.

$$a_{13} = a + 12d \rightarrow 35 = -1 + 12d \rightarrow d = 3$$

اولین جمله درج شده، جمله دوم دنباله و آخرین جمله درج شده جمله دوازدهم دنباله است.

$$a_7 = a + d = -1 + 3 = 2 \quad a_{12} = a + 11d = -1 + 33 = 32$$

واسطه هندسی  $a_7$  و  $a_{12}$  را k می‌نامیم.

$$k^2 = a_7 a_{12} = 2 \times 32 = 64 \rightarrow k = \pm 8$$

در دنباله حسابی فقط جمله اول منفی است. بنابراین k را ۸ در نظر می‌گیریم.

$$a_n = a + (n-1)d = 8 \rightarrow -1 + (n-1) \times 3 = 8 \rightarrow n = 4$$

### گروه آموزشی ماز

۱۱۳- اگر  $A = \left\{ \frac{1}{\sqrt{\log_8 x + 4 \log_x 2}} : x > 1 \right\}$  باشد، بزرگ‌ترین عضو مجموعه A کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۳)  $\sqrt{6}$  (۴)  $\sqrt{3}$

به ایستگاه لگاریتم خوش آمدید...

اگر  $a$ ،  $b$  و  $c$  اعدادی مثبت بوده و  $c \neq 1$ ، آنگاه روابط زیر را داریم:

$$\begin{aligned} ۱) \log_c^a + \log_c^b &= \log_c^{ab} & ۲) \log_c^a - \log_c^b &= \log_c^{\frac{a}{b}} \\ ۳) \log_c^{a^m} &= \frac{m}{n} \log_c^a & ۴) \log_b^a &= \frac{\log_c^a}{\log_c^b} \quad (b \neq 1) \\ ۵) a^{\log_c^b} &= b^{\log_c^a} & ۶) \log_b^a &= \frac{1}{\log_a^b} \quad (a, b \neq 1) \end{aligned}$$

نامساوی واسطه‌هاچی بود؟!

$$ab \geq 0 \Rightarrow |a+b| \geq \sqrt{ab}$$

پاسخ سئواری:

$$\frac{1}{\sqrt{\log_3^x + 4 \log_3^x}} = \frac{1}{\sqrt{\log_3^x + \frac{4}{3} \log_3^x}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3} \log_3^x + \frac{4}{3} \log_3^x}}$$

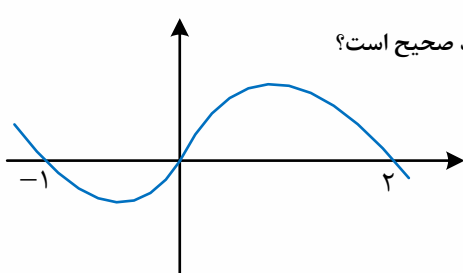
اکنون داریم:

$$x > 1 \Rightarrow \log_3^x > 0, \log_3^x > 0$$

$$\frac{1}{3} \log_3^x + \frac{4}{3} \log_3^x \geq \sqrt{\frac{1}{3} \log_3^x \times \frac{4}{3} \log_3^x} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{3} \log_3^x + \frac{4}{3} \log_3^x} \geq \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3} \log_3^x + \frac{4}{3} \log_3^x}} \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

گروه آموزشی ماز



۱۱۴- شکل زیر، نمودار  $f(x-2)$  را نشان می‌دهد. دامنه تابع  $g(x) = \sqrt{\frac{f(1-x)}{f(x+1)}}$ ، شامل چند عدد صحیح است؟

- ۴ (۱)
- ۲ (۲)
- صفر (۳)
- بیش از ۴ (۴)

یسری نکته رو باهم مرور کنیم...

برای رسم نمودار تابع  $f(ax+b)$  از روی تابع  $f(x)$ ، ابتدا تابع را به اندازه  $b$  واحد به سمت منفی محور  $x$  ها برده و سپس طول نقاط نمودار تابع را در  $\frac{1}{a}$  ضرب می‌کنیم. ( $b > 0$ )

نکته:

دامنه تابع  $F(x) = \sqrt{f(x)}$  به صورت  $\{x \in D_f : f(x) \geq 0\}$  می‌باشد.

نکته ۲:

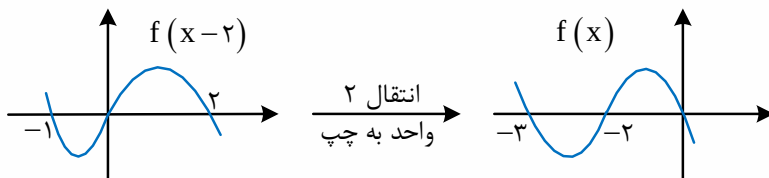
دامنه تابع  $G(x) = \frac{1}{g(x)}$  به صورت  $\{x \in D_g : g(x) \neq 0\}$  می‌باشد.

در این سؤال برای محاسبه دامنه تابع  $g(x) = \sqrt{\frac{f(1-x)}{f(x+1)}}$  باید داشته باشیم:

(۱) حالت:  $f(1-x) \geq 0$  ,  $f(x+1) > 0$

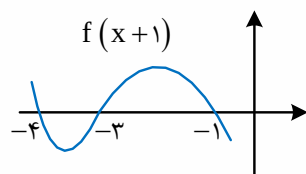
(۲) حالت:  $f(1-x) \leq 0$  ,  $f(x+1) < 0$

برای محاسبه ۲ حالت فوق، باید نمودار توابع  $f(1-x)$  و  $f(x+1)$  را داشته باشیم. پس در ابتدا از روی نمودار تابع  $f(x-2)$ ، نمودار  $f(x)$  را به دست آورده و سپس از روی آن، نمودار ۲ تابع خواسته شده را به دست می آوریم.

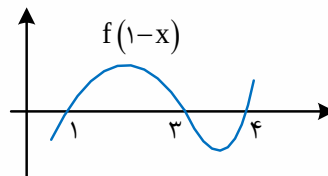


حال نمودار توابع  $f(1-x)$  و  $f(x+1)$  را به دست می آوریم:

$f(x) \xrightarrow[\text{به چپ}]{\text{انتقال ۱ واحد}} f(x+1)$



$f(x) \xrightarrow[\text{به چپ}]{\text{انتقال ۱ واحد}} f(x+1) \xrightarrow[\text{به محور y}]{\text{قرینه نسبت}} f(-x+1)$



حالت ۱:  $f(x+1) > 0$  و  $f(1-x) \geq 0$

$$\left. \begin{aligned} f(1-x) \geq 0 &\Rightarrow x \in [1, 3] \cup [4, +\infty) \\ f(x+1) > 0 &\Rightarrow x \in (-\infty, -4) \cup (-3, -1) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} \emptyset \quad (1)$$

حالت ۲:  $f(x+1) < 0$  و  $f(1-x) \leq 0$

$$\left. \begin{aligned} f(1-x) \leq 0 &\Rightarrow x \in (-\infty, 1] \cup [3, 4] \\ f(x+1) < 0 &\Rightarrow x \in (-4, -3) \cup (-1, +\infty) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} (-4, -3) \cup (-1, 1] \cup [3, 4] \quad (2)$$

اجتماع (۱) و (۲) همان ۲ می شود و شامل ۴ عدد صحیح ۰، ۱، ۳ و ۴ می باشد.

گروه آموزشی ماز

۱۱۵- اگر  $f(x) = x + [x]$  و  $g(x) = f([x - f(x)])$  باشد،  $\log(-\frac{1}{3})$  کدام است؟

۴ (۴)

-۴ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

تعاریف زیر را ببینید و لذت ببرید...

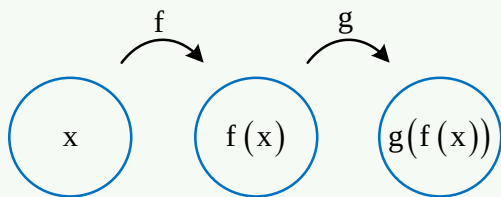
نحوه محاسبه  $[x]$  به صورت زیر می باشد:

$$\begin{cases} [x] = x & x \in \mathbb{Z} \\ [x] = k & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$k$ : بزرگترین عدد صحیح کوچکتر از  $x$  می باشد.  $(k < x < k+1)$

نکته:

اگر  $f(x)$  و  $g(x)$  تابع باشند، آنگاه  $g \circ f(x)$  به صورت نمادین زیر تعریف می‌گردد.



پاسخ تشریحی:

$$\begin{aligned} f \circ g \left( -\frac{1}{3} \right) &= f \left( g \left( -\frac{1}{3} \right) \right) = f \left( f \left( \left[ -\frac{1}{3} - f \left( -\frac{1}{3} \right) \right] \right) \right) = f \left( f \left( \left[ -\frac{1}{3} - \left( -\frac{1}{3} + \left[ -\frac{1}{3} \right] \right) \right] \right) \right) \\ &= f \left( f \left( [1] \right) \right) = f(1 + [1]) = f(2) = 2 + [2] = 4 \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۱۱۶- اگر  $f(x) = \left( \left( \frac{1}{2} \right)^x + \log_{1/5} x \right)^2$  باشد، مجموعه جواب نامعادله  $(f \circ f)(x) < f(2^{-3x})$  کدام است؟

- (۱)  $\left( \frac{1}{5}, \frac{1}{8} \right)$  (۲)  $(1, +\infty)$  (۳)  $\left( \frac{1}{8}, +\infty \right)$  (۴)  $(0, 1)$

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

تا اینجا که اومدیم دیگه بیاین یکنوایی رو هم باهم مرور کنیم...

نکته ۱:

اگر  $f$  و  $g$  تابع صعودی باشند،  $f + g$  نیز صعودی است. اما  $f \times g$  می‌تواند صعودی، نزولی یا غیریکنوا باشد.

نکته ۲:

اگر  $f$  و  $g$  تابع نزولی باشند،  $f + g$  نیز نزولی است. اما  $f \times g$  می‌تواند صعودی، نزولی یا غیریکنوا باشد.

نکته ۳:

اگر  $f$  تابعی صعودی و  $g$  تابعی نزولی باشد آنگاه  $f \circ g$  و  $g \circ f$  نزولی خواهند بود. اگر  $f$  و  $g$  هر دو صعودی یا نزولی باشند آنگاه  $f \circ g$  و  $g \circ f$  صعودی خواهند بود.

**تبصره:** در واقع در مورد نکته ۳ می‌توان آن را به هر تعداد تابع تعمیم داد و توابع صعودی را مثبت و توابع نزولی را منفی در نظر گرفت و آن‌ها را باهم ضرب کرد. اگر جواب نهایی مثبت باشد، تابع صعودی و در غیر این صورت تابع نزولی خواهد بود.

نکته ۴:

$f(x) = \log_a^x$  :  $a > 1 \rightarrow$  صعودی  $f$   $0 < a < 1 \rightarrow$  نزولی  $f$   
 $g(x) = a^x$  :  $a > 1 \rightarrow$  صعودی  $g$   $0 < a < 1 \rightarrow$  نزولی  $g$

پاسخ تشریحی:

تابع  $\left( \frac{1}{2} \right)^x$  و  $\log_{1/5}^x$  توابعی نزولی هستند، پس تابع  $\left( \frac{1}{2} \right)^x + \log_{1/5}^x$  نیز نزولی است.

تابع  $x^2$  و  $\left( \frac{1}{2} \right)^x + \log_{1/5}^x$  به ترتیب صعودی و نزولی هستند. پس ترکیب آن‌ها یعنی  $f(x) = \left( \left( \frac{1}{2} \right)^x + \log_{1/5}^x \right)^2$  نزولی است.

اکنون داریم:

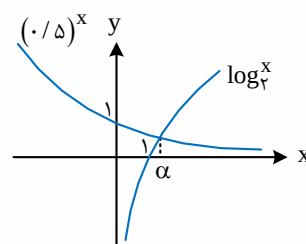
$$D_{f \circ f} = \{x \in D_f : f(x) \in D_f\}$$

$$D_f = (0, +\infty) \xrightarrow{f(x) \in D_f} \left( \left( \frac{1}{r} \right)^x + \log_r^x \right)^r > 0$$

$$\Rightarrow \left( \frac{1}{r} \right)^x + \log_r^x > 0 \Rightarrow \left( \frac{1}{r} \right)^x > -\log_r^x \Rightarrow \left( \frac{1}{r} \right)^x > \log_r^x \Rightarrow x \in (0, \alpha), \alpha > 1 \quad \text{رابطه (*)}$$

$$(f \circ f)(x) < f(r^{-x}) \xrightarrow{f \text{ نزولی}} f(x) > r^{-x} \Rightarrow \left( \left( \frac{1}{r} \right)^x + \log_r^x \right)^r > (r^{-x})^r$$

$$\xrightarrow{x \text{ صعودی}} \left( \frac{1}{r} \right)^x + \log_r^x > r^{-x} \Rightarrow \log_r^x > 0 \Rightarrow 0 < x < 1 \xrightarrow{\text{اشتراک با (*)}} 0 < x < 1$$



### گروه آموزشی ماز

۱۱۷- تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = -x|x+4|$  در بازه‌ای صعودی است. وارون تابع  $f$  در این بازه، نیمساز ناحیه دوم و چهارم را با کدام طول قطع می‌کند؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

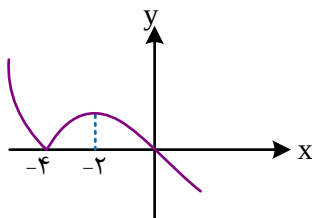
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

تابع  $f$  را رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x & x \geq -4 \\ x^2 + 4x & x < -4 \end{cases}$$



با توجه به نمودار تابع  $f$ ، این تابع در بازه  $[-4, -2]$  صعودی است حال ضابطه وارون این تابع را در این بازه تعیین می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\text{طبق شکل}} R_f = D_{f^{-1}} = [0, 4]$$

$$y = -x^2 - 4x + 4 - 4 \Rightarrow y = 4 - (x+2)^2$$

$$4 - y = (x+2)^2 \Rightarrow |x+2| = \sqrt{4-y} \Rightarrow x+2 = \pm \sqrt{4-y}$$

چون  $-4 \leq x \leq -2$  است، پس  $-2 \leq x+2 \leq 0$  است و در ضابطه بالا علامت منفی را قبول می‌کنیم:

$$x+2 = -\sqrt{4-y} \Rightarrow x = -\sqrt{4-y} - 2 \xrightarrow{\frac{x \rightarrow y}{y \rightarrow x}} y = f^{-1}(x) = -\sqrt{4-x} - 2$$

حال باید ببینیم وارون تابع  $f$ ، نیمساز ناحیه دوم و چهارم  $(y = -x)$  را با کدام طول قطع می‌کند، پس:

$$f^{-1}(x) = -x \Rightarrow -\sqrt{4-x} - 2 = -x \Rightarrow +\sqrt{4-x} = x-2$$

$$4-x = (x-2)^2 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 4-x \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (X)} \\ x = 3 \text{ (✓)} \end{cases}$$

### گروه آموزشی ماز

۱۱۸-  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله  $(m-5)x^2 + (m^2-m)x + m^2-4 = 0$  هستند. اگر  $x_1 < 0 < x_2$ ،  $|x_2| > x_1$  باشد، مجموع مقادیر صحیح مثبتی که  $m$  می‌تواند اختیار کند چقدر است؟

۱۰ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۳

رسیدیم به اینکه اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  باشن، چی میشه حالا؟!

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

پاسخ سریعی؟

از  $x_1 < 0 < x_2$  می‌توان فهمید که  $x_2 > 0$  و  $x_1 < 0$  است. بنابراین دو ریشه معادله، مختلف‌العلامه هستند، پس حاصل ضرب آنها مقداری منفی است:

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow A = \frac{m^2 - 4}{m - 5} < 0$$

از طرفی از نامساوی  $|x_2| > x_1$  می‌توان فهمید که  $x_2$  از لحاظ اندازه و مقدار از  $x_1$  بیشتر است. پس مجموع آن‌ها مقداری مثبت است، بنابراین:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow B = \frac{m - m^2}{m - 5} > 0$$

عبارت‌های A و B را تعیین علامت می‌کنیم:

|         |    |   |   |   |   |
|---------|----|---|---|---|---|
|         | -۲ | ۰ | ۱ | ۲ | ۵ |
| $A < 0$ | -  | + | + | + | - |
| $B > 0$ | +  | + | - | + | - |

$$\Rightarrow m \in (-\infty, -2) \cup (2, 5)$$

بنابراین  $m$ ، ۲ مقدار صحیح مثبت را می‌تواند بپذیرد که مجموع آن‌ها برابر است با:  $3 + 4 = 7$

گروه آموزشی ماز

۱۱۹- دو خودرو A و B که ۱۵۰ کیلومتر از هم فاصله دارند، به طور همزمان، در یک جهت و به ترتیب با سرعت ۸۰ کیلومتر بر ساعت و ۶۰ کیلومتر بر ساعت حرکت می‌کنند. خودرو A در مسیر حرکت خود از خودرو B عبور کرده و ۱/۵ ساعت زودتر از آن به مقصد می‌رسد. خودرو A تا رسیدن به مقصد در مجموع چند کیلومتر را پیموده است؟

۹۶۰ (۴)

۹۰۰ (۳)

۸۱۰ (۲)

۷۲۰ (۱)

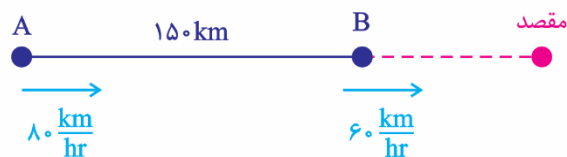
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۴

اینجا به نکته کاملاً فیزیکی طور داریم... مدت زمانی که طول می‌کشد تا یک متحرک مسافت  $x$  را با سرعت  $v$  طی کند، با چی برابر هست؟!

$$t = \frac{x}{v}$$

پاسخ سریعی؟



$$\begin{cases} t_A = \frac{150 + x}{80} \\ t_B = \frac{x}{60} \end{cases}$$

$$t_A = t_B - 1/5$$

$$\frac{150 + x}{80} = \frac{x}{60} - \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{150 + x}{80} = \frac{x - 90}{60}$$

$$\Rightarrow 450 + 3x = 4x - 360 \Rightarrow x = 810 \text{ km}$$

می‌دانیم که خودرو A، ۱/۵ ساعت زودتر از خودرو B به مقصد می‌رسد. پس:

بنابراین مسافت پیموده شده توسط خودرو A برابر است با:  $150 + x = 150 + 810 = 960 \text{ km}$

۱۲۰- صفرهای تابع  $y = mx^2 - 4x - (m+4)$  و نقطه تقاطع آن با محور  $y$  ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت این مثلث برابر ۳ باشد، اختلاف طول رأس سهمی‌های رسم شده توسط مقادیر مختلف  $m$  کدام است؟

$$\frac{9}{2} \quad (4)$$

$$\frac{7}{4} \quad (3)$$

$$\frac{9}{4} \quad (2)$$

$$\frac{7}{2} \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

بله باید الان دیگه خواص توابع درجه دو یا همان سهمی را بررسی کنیم...

صفرهای تابع  $f(x)$  همان ریشه‌های  $f(x) = 0$  می‌باشند.

نکته ۱:

در تابع درجه ۲  $f = ax^2 + bx + c$  مختصات رأس سهمی برابر است با:

$$x = \frac{-b}{2a} \quad y = \frac{-\Delta}{4a}$$

نکته ۲:

در معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله باشند، داریم:

$$S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} \quad P = \alpha\beta = \frac{c}{a} \quad |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

پاسخ سریعی:

$x = -1$  یکی از ریشه‌های معادله و ریشه دیگر آن  $\frac{m+4}{m}$  است.

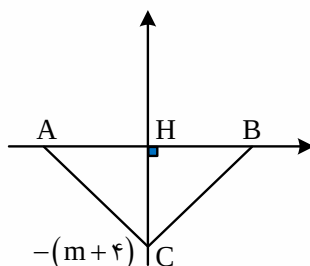
نقطه‌های  $A \left( -1, \frac{m+4}{m} \right)$  و  $B \left( \frac{m+4}{m}, 0 \right)$  ریشه‌های تابع و نقطه  $C \left( 0, -(m+4) \right)$  محل تقاطع تابع با محور عرض‌ها می‌باشد.

\* تذکر: در شکل رسم شده، علامت مقادیر، لزوماً درست نمی‌باشد.

$$S = \frac{1}{2} AB \times CH$$

$$AB = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{16 + 4m(m+4)}}{|m|}$$

$$CH = |-(m+4)| = |m+4|$$



$$S = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{16 + 4m(m+4)}}{|m|} |m+4| = \frac{1}{2} \left| \frac{m+4}{m} \right| \sqrt{4 + m^2 + 4m} = \left| \frac{m+4}{m} \right| |m+2| = 3$$

$$\Rightarrow \left| \frac{(m+4)(m+2)}{m} \right| = 3 \Rightarrow |(m+4)(m+2)| = 3|m|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (m+4)(m+2) = 3m \Rightarrow m^2 + 6m + 8 = 3m \Rightarrow m^2 + 3m + 8 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \text{ فاقد ریشه} \\ (m+4)(m+2) = -3m \Rightarrow m^2 + 6m + 8 = -3m \Rightarrow m^2 + 9m + 8 = 0 \Rightarrow (m+8)(m+1) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -8 \end{cases}$$

طول رأس سهمی  $y$  برابر است با  $x_S = -\frac{4}{2m} = \frac{2}{m}$  پس:

$$\left. \begin{matrix} x_{S_1} = \frac{2}{-1} = -2 \\ x_{S_2} = \frac{2}{-8} = -\frac{1}{4} \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{اختلاف}} -\frac{1}{4} - (-2) = \frac{7}{4}$$

۱۲۱- اگر  $\log 2 \approx 0.3$  و  $\log 3 \approx 0.47$  باشد، اختلاف ریشه‌های معادله  $(\log \frac{5}{3})x^2 + (\log 9)x - \log 15 = 0$  چقدر است؟

$\frac{26}{11}$  (۴)

$\frac{14}{11}$  (۳)

$\frac{14}{3}$  (۲)

$\frac{26}{3}$  (۱)

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

مرور این نکات هم خالی از لطف نیست!!!

برای معادله درجه ۲  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های آن باشند، آن‌گاه روابط زیر را خواهیم داشت:

$$S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a}$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

نکته:

اگر  $a, b, c$  اعدادی مثبت باشند و  $c \neq 1$ ، آن‌گاه روابط زیر را داریم:

$$۱) \log_c^a + \log_c^b = \log_c^{ab}$$

$$۲) \log_c^a - \log_c^b = \log_c^{\frac{a}{b}}$$

$$۳) \log_{c^n}^a = \frac{1}{n} \log_c^a$$

$$۴) \log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b} \quad (b \neq 1)$$

$$۵) a^{\log_c^b} = b^{\log_c^a}$$

$$۶) \log_b^a = \frac{1}{\log_a^b} \quad (a, b \neq 1)$$

پاسخ تشریحی

معادله داده شده، معادله‌ای درجه ۲ است. پس داریم:

$$\begin{aligned} |\alpha - \beta| &= \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{(\log 9)^2 + 4 \times \log 15 \times \log \frac{5}{3}}}{\log \frac{5}{3}} \\ &= \frac{\sqrt{(2 \log 3)^2 + 4 \times (\log 5 + \log 3)(\log 5 - \log 3)}}{\log 5 - \log 3} \\ &= \frac{\sqrt{4(\log 3)^2 + 4[(\log 5)^2 - (\log 3)^2]}}{\log 5 - \log 3} \\ &= \frac{\sqrt{4(\log 5)^2}}{\log 5 - \log 3} = \frac{2 \log 5}{\log 5 - \log 3} \end{aligned}$$

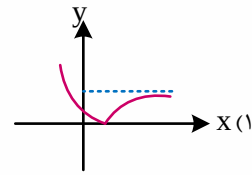
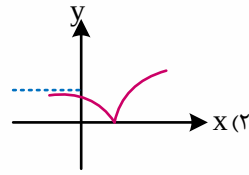
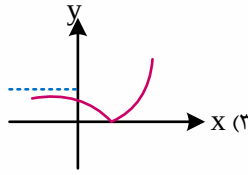
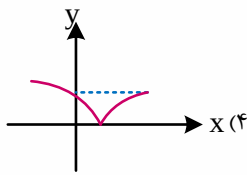
$$\log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 = 1 - 0.3 = 0.7$$

$$\Rightarrow \frac{2 \log 5}{\log 5 - \log 3} = \frac{2 \times 0.7}{0.7 - 0.47} = \frac{1.4}{0.23} = \frac{14}{2.3} = \frac{14}{23}$$

گروه آموزشی ماز

می‌دانیم:

۱۲۲- نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{4^{x-1} - 2^x + 1}$  به کدام صورت است؟



(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

ابتدا ضابطه تابع  $f$  را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

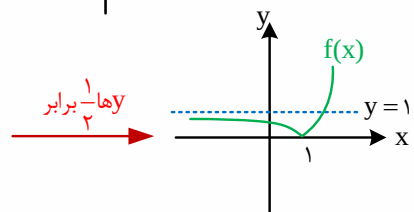
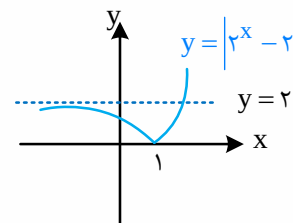
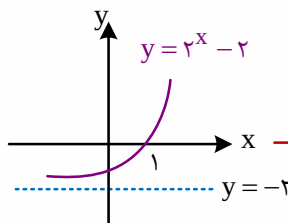
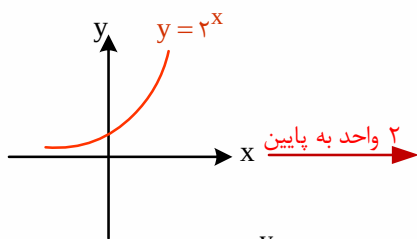
$$f(x) = \sqrt{4^{x-1} - 2^x + 1} = \sqrt{(2^2)^{x-1} - 2^x + 1} = \sqrt{(2^{x-1})^2 - 2^x + 1} = \sqrt{\left(\frac{2^x}{2}\right)^2 - 2^x + 1}$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{(2^x)^2}{4} - 2^x + 1} = \sqrt{\frac{(2^x)^2 - (4 \times 2^x) + 4}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{(2^x)^2 - 4 \times 2^x + 4}$$

حال  $2^x$  را برابر  $t$  فرض کرده و داریم:

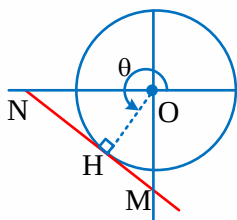
$$\frac{1}{2} \sqrt{t^2 - 4t + 4} = \frac{1}{2} \sqrt{(t-2)^2} = \frac{1}{2} |t-2| \xrightarrow{2^x=t} f(x) = \frac{1}{2} |2^x - 2|$$

حال برای رسم تابع  $f$ ، داریم:



گروه آموزشی ماز

۱۲۳- با توجه به شکل، در دایره مثلثاتی، اگر طول پاره خط HM برابر  $5/0$  باشد،  $\tan(2\theta - \frac{2\pi}{3})$  کدام است؟



(۲)  $\frac{4}{3}$

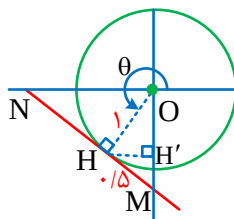
(۴)  $-\frac{4}{3}$

(۱)  $-\frac{3}{4}$

(۳)  $\frac{3}{4}$



می دانیم:



همچنین می دانیم:

$$OM^2 = HM^2 + OH^2 \Rightarrow OM = \sqrt{\frac{1}{4} + 1} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$HH' = \frac{OH \times HM}{OM} = \frac{1 \times \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\rightarrow \cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{5}} \rightarrow \sin \theta = -\sqrt{1 - \cos^2 \theta}$$

$$\rightarrow \sin \theta = -\sqrt{1 - \frac{1}{5}} = -\frac{2}{\sqrt{5}} \rightarrow \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 2$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{2 \times 2}{1 - 2^2} = -\frac{4}{3}$$

$$\tan(2\theta - \frac{3\pi}{2}) = -\cot 2\theta = -\frac{1}{\tan 2\theta} = -\frac{1}{-\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

می دانیم:

در نهایت:

گروه آموزشی ماز

۱۲۴- اگر  $\tan x + \cot x = 4$  و  $5\pi < 4x < 6\pi$  باشد، حاصل  $\frac{1}{\sin^3 x - \cos^3 x}$  کدام است؟

$\frac{1/6}{\sqrt{3}}$  (۴)

$-\frac{1/6}{\sqrt{3}}$  (۳)

$0/8\sqrt{2}$  (۲)

$-0/8\sqrt{2}$  (۱)



رابط مثلثاتی زوایای ۲ برابر کمان:

۱)  $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

۲)  $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x$

اتحادهای مثلثاتی:

۱)  $\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x \times \sin x} = \frac{1}{\sin x \cos x}$

۲)  $(\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1 + 2 \sin x \cos x = 1 + \sin 2x$



$$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\sin x \cos x} = 4$$

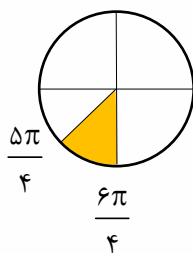
$$\Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{4}$$

$$(\sin x - \cos x)^2 = 1 - 2 \sin x \cos x = 1 - \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$(\sin x - \cos x) = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$$

اما می دانیم:

$$\Delta\pi < 4x < 6\pi \Rightarrow \frac{\Delta\pi}{4} < x < \frac{6\pi}{4}$$



پس داریم:

$$\sin x < 0, \quad \cos x < 0, \quad \sin x < \cos x$$

$$\Rightarrow (\sin x - \cos x) < 0 \Rightarrow \sin x - \cos x = -\sqrt{\frac{1}{2}}$$

حال برای محاسبه خواسته سؤال می توان نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x} &= \frac{1}{(\sin x - \cos x)(\sin^2 x + \cos^2 x + \sin x \cos x)} \\ &= \frac{1}{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right)} = \frac{1}{-\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{5}{4}} = \frac{-8}{5\sqrt{2}} = \frac{-8\sqrt{2}}{10} \\ &= -0.8\sqrt{2} \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۱۲۵- خطوط  $x+2y=3$  و  $2x+ay=6$ ، یکدیگر را در نقطه A و خط  $x+y=0$  را به ترتیب در نقاط B و C قطع می کنند. اگر مرکز دایره ای که از این سه نقطه می گذرد، بر نیمساز ناحیه دوم واقع باشد، مقدار  $\cot(\hat{B}-\hat{C})$  در مثلث ABC کدام است؟

$$-\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{3}{5} \quad (3)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (2)$$

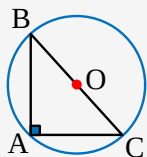
$$-\frac{5}{3} \quad (1)$$

(سخت - ترکیبی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

این نکات خیلی ناب هستند! مفت از دستتون نرید!!!

دایره ای که از ۳ رأس مثلث می گذرد، دایره محیطی مثلث نامیده می شود.



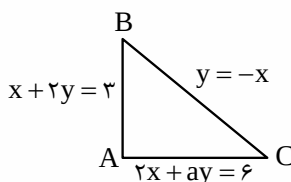
اگر مرکز دایره محیطی بر وسط یکی از اضلاع منطبق باشد، آن گاه آن مثلث، قائم الزاویه بوده و آن ضلع، وتر است.

**تذکر:** دقت شود که در صورت سؤال، مرکز دایره بر روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم است. همچنین ۲ رأس B و C نیز روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم است. و چون مرکز دایره از ۲ رأس B و C به یک فاصله است، پس در وسط ضلع BC واقع می باشد.

پاسخ شریفی:

مرکز دایره محیطی بر وسط ضلع BC واقع است، پس زاویه A قائمه است.

$$m_{AB} = -\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{قائم } \hat{A}} m_{AC} = 2 \Rightarrow -\frac{2}{a} = 2 \Rightarrow a = -1$$

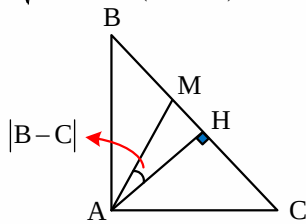


اکنون با داشتن معادله ۳ خط AB، AC و BC، نقطه های تقاطع آنها یعنی A، B و C را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} \begin{cases} x+2y=3 \\ 2x-y=6 \end{cases} &\Rightarrow x=3, y=0 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \begin{cases} y=-x \\ 2x-y=6 \end{cases} &\Rightarrow x=2, y=-2 \Rightarrow C = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \\ \begin{cases} y=-x \\ x+2y=3 \end{cases} &\Rightarrow x=-3, y=3 \Rightarrow B = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

حال طول خطوط AB و AC را می‌یابیم.

$$\left. \begin{aligned} AB &= \sqrt{(-3-3)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \\ AC &= \sqrt{(3-2)^2 + (0-(-2))^2} = \sqrt{5} \end{aligned} \right\} \Rightarrow AB > AC$$



پس میانه AM به رأس B و ارتفاع AH به رأس C نزدیک‌تر است. یعنی:

دقت شود که زاویه بین میانه و ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه، برابر است با اختلاف ۲ زاویه حاده یعنی  $|B-C|$ . پس داریم:

$$\cot |B-C| = \frac{AH}{MH}$$

پس باید AH و MH را محاسبه کنیم:

$$AH \rightarrow BC \text{ ضلع رأس A از فاصله رأس } A = \frac{|3+0|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

برای محاسبه MH داریم:

ابتدا BC و سپس AM را محاسبه می‌کنیم:

$$BC = \sqrt{(3-(-2))^2 + (-3-2)^2} = 5\sqrt{2} \Rightarrow AM = \frac{BC}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow AM = BM = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\triangle ABH: AH^2 + BH^2 = AB^2 \Rightarrow BH = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

پس MH برابر است با:

$$MH = BH - BM = \frac{9\sqrt{2}}{2} - \frac{5\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

پس:

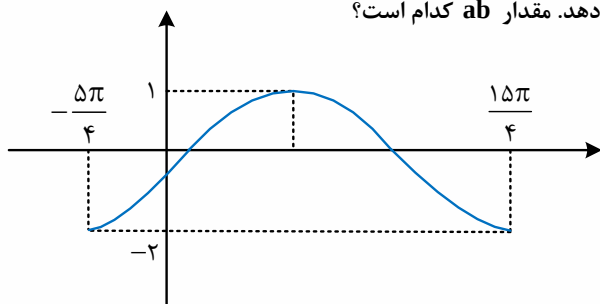
$$\cot |B-C| = \frac{AH}{MH} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{3}{4}$$

دقت شود که چون  $AB > AC$ ، پس  $\hat{C} > \hat{B}$ ، پس  $\cot(\hat{B}-\hat{C}) = -\frac{3}{4}$  منفی خواهد بود. پس:

**تبصره:** البته در تمامی گزینه‌ها از مقادیر منفی استفاده شده است، پس با اطمینان خاطر گزینه ۲ را انتخاب می‌کنیم.

گروه آموزشی ماز

۱۲۶- شکل زیر، نمودار تابع  $y = a \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - bx\right) + c$  در یک بازه تناوب را نشان می‌دهد. مقدار  $ab$  کدام است؟



- (۱)  $-۰/۳$   
(۲)  $۰/۳$   
(۳)  $-۰/۶$   
(۴)  $۰/۶$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

دوره تناوب توابع مثلثاتی رو بلید بچه‌ها!!

۱)  $a \sin(bx + c) + d, a \cos(bx + c) + d, [a \sin^m(bx + c) + d], [a \cos^m(bx + c) + d]$  ,  $T = \frac{2\pi}{|b|}$

عددی فرد:  $m$

۲)  $[a \sin^m(bx + c) + d], [a \cos^m(bx + c) + d], a \tan(bx + c) + d, a \cot(bx + c) + d$  ,  $T = \frac{\pi}{|b|}$

عددی زوج:  $m$

پاسخ تشریحی:

$$T = \frac{\pi}{|b|} = 5\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{5} \quad (۱)$$

$$y = \frac{a}{2} \left[ 1 - \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - bx\right) \right] + c = \frac{a}{2} \left[ 1 - \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - 2bx\right) \right] + c$$

$$= \frac{a}{2} (1 - \sin^2 2bx) + c = -\frac{a}{2} \sin^2 2bx + \left(\frac{a}{2} + c\right)$$

$$\frac{|a|}{2} = \frac{1 - (-2)}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow |a| = 3 \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} |ab| = \frac{3}{5} = ۰/۶$$

با امتحان  $a$  و  $b$  هم علامت به تناقض می‌رسیم. همچنین با محاسبه مشتق تابع به دست آمده در صفر نیز، به این نتیجه می‌رسیم که  $a$  و  $b$  باید مختلف‌العلامت باشند، پس:

$$ab = -۰/۶$$

گروه آموزشی ماز

۱۲۷- اگر اختلاف جواب‌های معادله  $\frac{1}{\sin(\frac{\pi+4x}{2})} + \frac{1}{\cos(\frac{\pi+8x}{2})} = 0$  در بازه  $[0, \pi]$  برابر  $\alpha$  باشد، مقدار  $\tan(2\alpha)$  کدام است؟

$-\sqrt{3}$  (۴)

$\sqrt{3}$  (۳)

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۱)

چندتا نکته مثلثاتی دیگم مرور کنیم...

$$۱) \sin \alpha = \sin \beta$$

$$\alpha = 2k\pi + \beta, \quad \alpha = 2k\pi + \pi - \beta$$

$$۲) \cos \alpha = \cos \beta$$

$$\alpha = 2k\pi \pm \beta$$

$$۳) \tan \alpha = \tan \beta \quad یا \quad \cot \alpha = \cot \beta$$

$$\alpha = k\pi + \beta$$

نکته:

نسبت‌های مثلثاتی ۲ زاویه با اختلاف  $\frac{\pi}{2}$ :

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot \alpha$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha$$

پاسخ سریعی:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) \Rightarrow \cos 2x = \sin 2x$$

$$\Rightarrow \cos 2x (\sin 2x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \\ \sin 2x = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{5\pi}{12} - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3}$$

$$\tan 2\alpha = \tan \frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3}$$

گروه آموزشی ماز

۱۲۸- مقدار غیرصفر حد  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{b\sqrt{2-\sqrt{x}}-b}{ax+b}$  کدام است؟

$$\frac{1}{6} \quad (۴)$$

$$-\frac{1}{6} \quad (۳)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۱)$$

رفع ابهام کنیم حالا...

اگر  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x)}{g(x)}$  دارای حدی غیرصفر باشد، به طوری که  $\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) = 0$ ، آن‌گاه  $\lim_{x \rightarrow \alpha} g(x) = 0$  خواهد بود و برای رفع ابهام از روش‌های هوییتال، تجزیه و ... استفاده خواهیم کرد.

پاسخ سریعی:

ابتدا حد صورت و مخرج را جداگانه محاسبه می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 1} b\sqrt{2-\sqrt{x}} - b = b - b = 0$$

حد صورت صفر شده است. و چون مقدار حد نهایی طبق صورت سؤال، غیر صفر است و وجود دارد، پس باید حد مخرج نیز صفر شود:

$$\lim_{x \rightarrow 1} ax + b = a + b = 0 \Rightarrow a = -b$$

حال حد ما به صورت  $\frac{0}{0}$  درآمده است که برای رفع ابهام آن می توان از روش های (قاعده هوییتال، تجزیه، ضرب در مزدوج و ...) استفاده کرد.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} \frac{b\sqrt{2-\sqrt{x}}-b}{-bx+b} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2-\sqrt{x}}-1}{-x+1} \xrightarrow[\text{مزدوج صورت}]{\text{ضرب و تقسیم در}} \\&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{2-\sqrt{x}}-1)(\sqrt{2-\sqrt{x}}+1)}{(-x+1)(\sqrt{2-\sqrt{x}}+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-\sqrt{x}-1}{(-x+1) \times 2} \\&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-\sqrt{x}}{2(1-x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-\sqrt{x}}{2(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x}+\sqrt{x^2})} \\&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{2(1+\sqrt{x}+\sqrt{x^2})} = \frac{1}{6}\end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

$$f(x) = \begin{cases} ax-b & 2 < x \leq 3 \\ \frac{3-\sqrt{2x^2+9}}{x^2-4x+3} & 2 < x < 4 \\ ax^2-bx & x=2 \end{cases}$$

۱۲۹- اگر تابع  $f(x)$  در بازه  $[2, 4]$  پیوسته باشد، حاصل  $a+b$  کدام است؟

$$-\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۶)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

می دانیم که شرط پیوستگی در بازه  $[a, b]$  این است که اولاً تابع موردنظر در بازه باز  $(a, b)$  پیوسته باشد و ثانیاً تابع در  $x=a$  پیوستگی راست داشته باشد. پس در این سوال تابع باید در بازه  $(2, 4)$  پیوسته باشد که این به این معنی است که تابع  $f$  در نقطه  $x=3$  پیوسته است و در مرحله دوم هم تابع  $f$  باید در نقطه  $x=2$  پیوستگی راست داشته باشد، پس:

مورد (۱): تابع  $f$  در  $x=3$  پیوسته است:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(3) \quad (A)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3-\sqrt{2x^2+9}}{x^2-4x+3} = \frac{0}{0}$$

برای رفع ابهام از این حد دو روش داریم: (۱) استفاده از اتحاد چاق و لاغر (۲) قاعده هوییتال

(۱) استفاده از اتحاد چاق و لاغر:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3-\sqrt{2x^2+9}}{x^2-4x+3} &\times \frac{(3^2+3\sqrt{2x^2+9}+\sqrt{(2x^2+9)^2})}{(3^2+3\sqrt{2x^2+9}+\sqrt{(2x^2+9)^2})} \\&= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{27-(2x^2+9)}{(x-1)(x-3) \times (9+3\sqrt{2x^2+9}+\sqrt{(2x^2+9)^2})} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-2(x^2-9)}{2 \times 27 \times (x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-1(\cancel{x-3})(x+3)}{27(\cancel{x-3})} = -\frac{6}{27} = -\frac{2}{9}\end{aligned}$$

(۲) استفاده از قاعده هوییتال:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3-\sqrt{2x^2+9}}{x^2-4x+3} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\frac{4x}{-3\sqrt{2x^2+9}}}{2x-4} = \frac{12}{-3\sqrt{729}} = \frac{12}{-3 \times 9 \times 3} = -\frac{2}{9}$$

$$f(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (ax-b) = 3a-b$$

$$3a-b = -\frac{2}{9} \rightarrow 27a-9b = -2 \quad \text{مطابق رابطه (A) داریم:}$$

مورد (۲): تابع  $f$  در  $x = 2$  پیوستگی راست داشته باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \quad (B)$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (ax - b) = 2a - b \\ \xrightarrow{(B)} 2a - b = 4a - 2b \rightarrow 2a = b \end{cases}$$

$$f(2) = a(2)^2 - b(2) = 4a - 2b$$

$$\begin{cases} 2a - b = -2 \\ 4a - 2b = -2 \end{cases} \Rightarrow 2a - 2(2a) = -2 \rightarrow 2a - 4a = -2 \rightarrow a = -\frac{2}{2} = -1$$

$$2a = b \xrightarrow{a = -1} b = -2$$

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1 - 2 = -3$$

در نتیجه حاصل  $a + b$  برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۱۳۰- تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} [x] + 2|x| & ; |x| \leq 1 \\ (x-a)^2 + 1 & ; |x| > 1 \end{cases}$  مفروض است. اگر  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( f\left(\frac{1}{n} - 1\right) - f\left(\frac{1}{n} + 1\right) \right) = 0$  باشد، کدام است  $a$ ؟

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۳



ابتدا ضابطه تابع  $f$  را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} (x-a)^2 + 1 & x > 1 \\ [x] + 2|x| & -1 \leq x \leq 1 \\ (x-a)^2 + 1 & x < -1 \end{cases}$$

حال به سراغ حد خواسته شده می‌رویم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = \frac{1}{+\infty} = 0^+$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( f\left(\frac{1}{n} - 1\right) - f\left(\frac{1}{n} + 1\right) \right) = f(0^+ - 1) - f(0^+ + 1) = f((-1)^+) - f(1^+) = 0 \quad (A)$$

برای محاسبه  $f(1^+)$  از ضابطه اول و برای محاسبه  $f((-1)^+)$  از ضابطه دوم استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} f(x) = (x-a)^2 + 1 \rightarrow f(1^+) = (1-a)^2 + 1 \\ f(x) = [x] + 2|x| \rightarrow f((-1)^+) = [(-1)^+] + 2 = -1 + 2 = 1 \end{cases}$$

حال مطابق رابطه (A) داریم:

$$1 - ((1-a)^2 + 1) = 0 \rightarrow (1-a)^2 = 0 \rightarrow a = 1$$

گروه آموزشی ماز

۱۳۱- اگر  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{k \left[ \frac{\lambda x}{\pi} \right] - k^2}{\sin x - \cos x} = +\infty$ ، مجموعه مقادیر ممکن  $k$  کدام است؟

(۴)  $(1, \frac{3}{2})$

(۳)  $(0, 2)$

(۲)  $(0, 1)$

(۱)  $(1, 2)$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ سریعی

اگر  $x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+$ ، آن گاه  $\sin x > \cos x$  و در نتیجه  $(\sin x - \cos x) \rightarrow 0^+$ ، پس:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{k \left[ \frac{\lambda x}{\pi} \right] - k^2}{\sin x - \cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{2k - k^2}{\sin x - \cos x} = +\infty$$

(۱)  $2k - k^2 > 0 \Rightarrow 0 < k < 2$

چون مخرج کسر مقداری مثبت است، پس صورت آن هم باید مثبت باشد:

به همین ترتیب، اگر  $x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-$ ، آن گاه  $\sin x < \cos x$  و در نتیجه  $(\sin x - \cos x) \rightarrow 0^-$ ، پس:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{k \left[ \frac{\lambda x}{\pi} \right] - k^2}{\sin x - \cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{k - k^2}{\sin x - \cos x} = +\infty$$

چون مخرج کسر مقداری منفی است، پس صورت آن هم باید منفی باشد:

(۲)  $k > 1$  یا  $k < 0 \Rightarrow k - k^2 < 0$

از اشتراک شرایط (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:  $1 < k < 2$ .

### گروه آموزشی ماز

۱۳۲- اگر  $f(x) = -\frac{1}{\sqrt[5]{x+|x|}}$  و  $g(x) = \frac{1}{x^5 + |x^5|}$  باشد، مقدار  $g'(\sqrt[5]{3})f'(g(\sqrt[5]{3}))$  کدام است؟

(۴) ۱

(۳) -۱

(۲)  $-\frac{1}{3}$

(۱)  $\frac{1}{3}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

اوه مشتق تابع مرکب روزن‌دیک به‌دیادمون بره...

اگر  $f$  و  $g$ ، دو تابع مشتق‌پذیر باشند، در این صورت تابع مرکب  $f \circ g(x)$  نیز مشتق‌پذیر است و داریم:

$$(f \circ g)'(x) = g'(x)f'(g(x))$$

پاسخ سریعی

$$g'(\sqrt[5]{3})f'(g(\sqrt[5]{3})) = (f \circ g)'(\sqrt[5]{3})$$

$$g(x) = \begin{cases} \text{تعریف نشده} & : x \leq 0 \\ \frac{1}{2x^5} & : x > 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \text{تعریف نشده} & : x \leq 0 \\ -\frac{1}{\sqrt[5]{2x}} & : x > 0 \end{cases}$$

$$x > 0 \Rightarrow f \circ g(x) = -\frac{1}{\sqrt[5]{2g(x)}} = -\frac{1}{\sqrt[5]{2 \times \frac{1}{2x^5}}} = -x$$

$$(f \circ g)'(x) = -1$$

پس چون  $\sqrt[5]{3} > 0$ ، آن گاه  $(f \circ g)'(\sqrt[5]{3})$  برابر -۱ خواهد شد.

۱۳۳- کمترین مقدار تابع  $f(x) = x^2 + \frac{|x-2|}{x}$  با دامنه  $[\frac{1}{4}, 3]$  کدام است؟

۴ (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

اگر  $\frac{1}{4} \leq x \leq 2$ ، آن گاه:

$$f(x) = x^2 - \frac{x-2}{x} = x^2 + \frac{2}{x} - 1 \Rightarrow f'(x) = 2x - \frac{2}{x^2}$$

اگر  $2 \leq x \leq 3$ ، آن گاه:

$$f(x) = x^2 + \frac{x-2}{x} = x^2 - \frac{2}{x} + 1 \Rightarrow f'(x) = 2x + \frac{2}{x^2}$$

بنابراین تابع  $f$  در  $x=2$  مشتق پذیر نیست.  $f'_+(2) = \frac{9}{2}$  و  $f'_-(2) = \frac{7}{2}$ ، همچنین:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x - \frac{2}{x^2} = 0 \rightarrow x = 1 \\ 2x + \frac{2}{x^2} = 0 \rightarrow x = -1 \end{cases}$$

غ ق ق

بنابراین طول نقاط بحرانی تابع  $f$  عبارتند از:  $x=1$ ،  $x=2$ ،  $x=\frac{1}{4}$  و  $x=3$ ، پس باید مقادیر تابع در این نقاط را با هم مقایسه کنیم:

$$f(1) = 2, f(\frac{1}{4}) = \frac{13}{4}, f(2) = 4, f(3) = \frac{28}{3}$$

پس کمترین مقدار تابع  $f$  برابر ۲ است.

### گروه آموزشی ماز

۱۳۴- در شکل زیر، یکی از اضلاع قائمه مثلث بزرگ نصف دیگری است. اگر مساحت مستطیل ABCD ماکزیمم باشد، نسبت طول به عرض مستطیل کدام

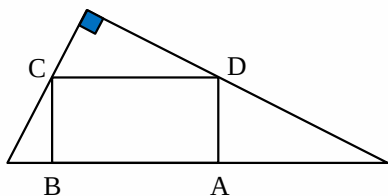
است؟

۱ (۱)

۱/۵ (۲)

۲ (۳)

۲/۵ (۴)



(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

پرده بعدی نمایش، از جنس هندسه تحلیلی هست...

$$A = \begin{vmatrix} a_1 \\ a_2 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \end{vmatrix} \quad \text{فاصله ۲ نقطه از هم:}$$

$$AB = \sqrt{(b_2 - a_2)^2 + (b_1 - a_1)^2}$$

نکته:

$$\text{فاصله نقطه } P \begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix} \text{ از خط } \ell : Ax + By + C = 0$$

$$d = \frac{|Aa + Bb + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

نکته ۲:



فاصله ۲ خط موازی از هم:

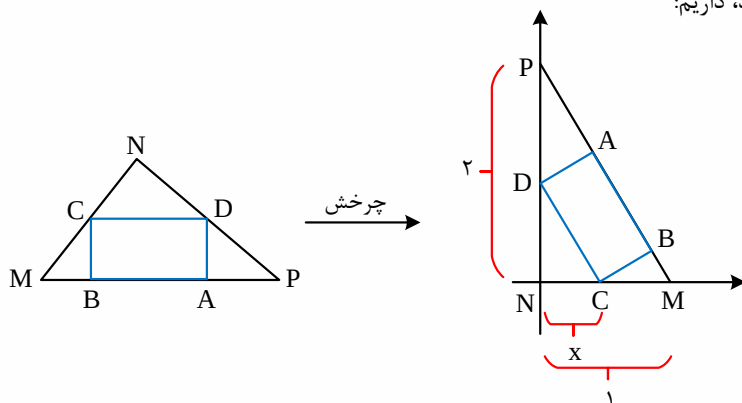
$$\ell : Ax + By + C = 0$$

$$\ell' : Ax + By + C' = 0$$

$$d = \frac{|C - C'|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

پاسخ تشریفی

مثلث  $\triangle MNP$  را می چرخانیم تا رأس  $N$  روی مبدأ مختصات قرار گیرد، داریم:



به دلخواه، ضلع  $MN$  را برابر ۱ و  $NP$  را برابر ۲ قرار می دهیم. (هر جفت عدد دیگری که نسبت ۲ یا  $\frac{1}{2}$  داشته باشند را نیز می توان قرار داد.)

$$\text{چون } \triangle NDC \sim \triangle MNP \text{ پس } y_D = 2x \quad \left| \begin{array}{l} C \left| \begin{array}{l} x \\ 0 \end{array} \right. \\ D \left| \begin{array}{l} 0 \\ 2x \end{array} \right. \end{array} \right. \Rightarrow y_D = 2x$$

$$AB: y = -2x + 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} CD = \sqrt{x^2 + 4x^2} = \sqrt{5}x \\ CB = \frac{|2x - 2|}{\sqrt{1+4}} = \frac{2-2x}{\sqrt{5}} \end{array} \right\} \Rightarrow S = CB \times CD = \frac{\sqrt{5}x(2-2x)}{\sqrt{5}} = -2x^2 + 2x$$

این تابع زمانی ماکزیمم است که  $x$  برابر طول رأس سهمی باشد، یعنی:

$$x = -\frac{2}{-4} = \frac{1}{2}$$

پس نسبت طول به عرض آن برابر است با:

$$\frac{CD}{CB} = \frac{\sqrt{5} \times \frac{1}{2}}{2 - 2 \times \frac{1}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{1} = \frac{\sqrt{5}}{2} = 2/\sqrt{5}$$

گروه آموزشی ماز

۱۳۵- نقاط  $A(x, y)$ ،  $B(-1-x, y-3)$ ،  $C(0, -3)$  و  $D(-4, 0)$  رئوس یک مستطیل هستند. اگر رأس‌های  $A$  و  $B$  مجاور باشند، مساحت مستطیل کدام است؟

۱۲/۵ (۴)

۱۵ (۳)

۱۵/۵ (۲)

۱۲ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

دوباره از هندسه تحلیلی براتون می‌گیریم...

فاصله ۲ نقطه  $A \begin{vmatrix} a_1 \\ a_2 \end{vmatrix}$  و  $B \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \end{vmatrix}$ :

$$d = \sqrt{(b_2 - a_2)^2 + (b_1 - a_1)^2}$$

نکته:

دو خط غیرموازی با محورهای مختصات بر هم عمودند، هرگاه حاصل ضرب شیب‌های آن‌ها برابر  $(-1)$  باشد.

پاسخ تشریحی

$$m_{AB} = m_{CD} = \frac{0 - (-3)}{-4 - 0} = -\frac{3}{4}$$

$$\frac{y - 3 - y}{-1 - x - x} = \frac{-3}{-1 - 2x} = -\frac{3}{4} \Rightarrow -1 - 2x = 4 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$$

$$A\left(-\frac{5}{2}, y\right) \Rightarrow AD \perp CD$$

$$m_{AD} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{0 - y}{-4 - \left(-\frac{5}{2}\right)} = \frac{4}{3} \Rightarrow y = 2$$

$$A\left(-\frac{5}{2}, 2\right) \Rightarrow AD = \sqrt{(2 - 0)^2 + \left(-\frac{5}{2} - (-4)\right)^2} = \sqrt{4 + \frac{9}{4}} = \frac{5}{2}$$

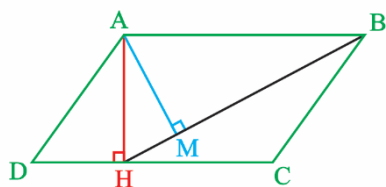
$$D(-4, 0)$$

$$D(-4, 0) \Rightarrow CD = \sqrt{(0 - (-3))^2 + (-4 - 0)^2} = 5$$

$$C(0, -3)$$

$$S = AD \times CD = \frac{5}{2} \times 5 = 12/5$$

گروه آموزشی ماز



۱۳۶- در متوازی‌الاضلاع ABCD مقابل،  $MB = 9$  و  $AH = 2\sqrt{13}$  است. مساحت متوازی‌الاضلاع کدام است؟

۷۰ (۱)

۷۲ (۲)

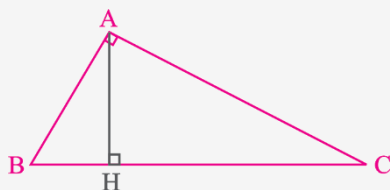
۷۶ (۳)

۷۸ (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

آخیش رسیدم به هندسه دیگه...



$$\bullet AH \times BC = AB \times AC$$

$$\bullet AB^2 = BH \times BC$$

$$\bullet AC^2 = CH \times BC$$

$$\bullet AH^2 = BH \times CH$$

دو ضلع AB و DC با هم موازی اند. بنابراین هر خط عمود بر یکی از این دو خط، بر دیگری نیز عمود است. پس:  $\hat{HAB} = 90^\circ$  و مثلث ABH در رأس A قائمه است، پس طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویه ABH داریم:

$$(1): AH^2 = HM \times BH \Rightarrow (2\sqrt{3})^2 = HM \times (9 + HM)$$

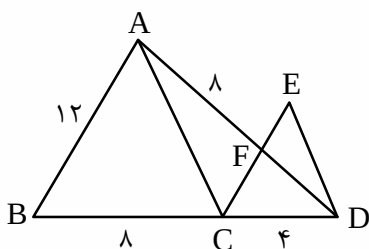
$$\Rightarrow 12 = HM \times (9 + HM) \Rightarrow HM = 4$$

$$(2): AB^2 = BM \times BH \Rightarrow AB = \sqrt{9 \times (9 + 4)} = 3\sqrt{13}$$

حال مساحت متوازی الاضلاع ABCD برابر است با:

$$S_{ABCD} = AB \times AH = 3\sqrt{13} \times 2\sqrt{3} = 6 \times 13 = 78$$

گروه آموزشی ماز



۱۳۷- در شکل زیر،  $AB \parallel CE$  و  $AC \parallel ED$  است. اندازه ED چقدر است؟

$$(1) \sqrt{29}$$

$$(2) \sqrt{33}$$

$$(3) 2\sqrt{7}$$

$$(4) 3\sqrt{5}$$

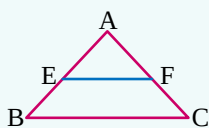
سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

نکته آورديم براتون، باقلا!

قضيه تالس:

تعميم قضيه تالس:



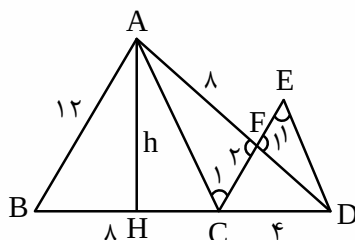
$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{BE} = \frac{AF}{FC}$$

$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

در مثلث ABD داریم:

$$FC \parallel AB \Rightarrow \frac{CD}{BD} = \frac{FC}{AB} \Rightarrow \frac{4}{12} = \frac{FC}{12} \Rightarrow FC = 4$$

$$\frac{CD}{BD} = \frac{DF}{AD} \Rightarrow \frac{4}{12} = \frac{DF}{DF + 8} \Rightarrow DF = 4$$



$$AC \parallel ED \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{C}_1 \xrightarrow{\hat{F}_1 = \hat{F}_2} \triangle EFD \approx \triangle AFC \Rightarrow \frac{AC}{ED} = \frac{AF}{FD} = \frac{8}{4} = 2 \quad (*) \text{ رابطه}$$

چون طول همه اضلاع مثلث ABD برابر ۱۲ است، پس متساوی الاضلاع می باشد. ارتفاع وارد بر ضلع BC را h می نامیم. ارتفاع AH میانه نیز می باشد، پس  $BH = 6$  و  $CH = 2$ . ابتدا h را محاسبه می کنیم:

$$\triangle ABH: h^2 + BH^2 = AB^2 \Rightarrow h = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}$$

$$\triangle ACH: h^2 + CH^2 = AC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + 2^2} = 4\sqrt{7}$$

$$\xrightarrow{\text{رابطه } (*)} \frac{AC}{ED} = 2 \Rightarrow ED = 2\sqrt{7}$$

گروه آموزشی ماز

۱۳۸- به چند طریق می توان از بین ۵ ایرانی، ۴ فرانسوی و ۳ ژاپنی یک کمیته ۴ نفره انتخاب کرد به طوری که در آن حداقل یک ایرانی باشد و بیش از یک فرانسوی نباشد؟

۲۹۰ (۴)

۲۷۰ (۳)

۱۷۵ (۲)

۱۲۵ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۴

### تعریف داریم از فرمول ترکیب...

به هر انتخاب  $r$  شیء از  $n$  شیء متمایز که در آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد یا به عبارتی به هر زیرمجموعه  $r$  عضوی از یک مجموعه  $n$  عضوی، یک ترکیب  $r$  تایی از  $n$  شیء می گوئیم و آن را به صورت های زیر نمایش می دهیم:

$$C(n, r) = \binom{n}{r} \quad 0 \leq r \leq n$$

$$\binom{n}{r} = \frac{P(n, r)}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad \text{خواهیم داشت:}$$

### روش اول:

**حالت اول)** در کمیته، یک فرانسوی باشد: باید از بین ۵ ایرانی و ۳ ژاپنی، ۳ نفر انتخاب کنیم که حداقل یک نفر ایرانی باشد.

$$\text{راه حل اول: } \binom{5}{1} \binom{3}{2} + \binom{5}{2} \binom{3}{1} + \binom{5}{3} = 15 + 30 + 10 = 55$$

یک ایرانی      دو ایرانی      سه ایرانی

$$\text{راه حل دوم: } \text{حالاتی که ایرانی نباشد} - \text{کل حالات} = \binom{8}{3} - \binom{3}{3} = 56 - 1 = 55$$

حال تعداد حالات انتخاب یک فرانسوی یعنی  $\binom{4}{1}$  را در این عدد ضرب می کنیم:

$$\binom{4}{1} \times 55 = 220$$

**حالت دوم)** در کمیته، هیچ فرانسوی ای نباشد: باید از بین ۵ ایرانی و ۳ ژاپنی، ۴ نفر انتخاب کرد که قطعاً حداقل یک ایرانی وجود خواهد داشت.

$$\binom{8}{4} = \frac{8!}{4!4!} = 70$$

$$\text{جواب مساله} = 220 + 70 = 290$$

### روش دوم:

با کمی دقت در می یابیم حالت های مطلوب طبق جدول روبه رو است:

| ایرانی | فرانسوی | ژاپنی | تعداد حالات                                    |
|--------|---------|-------|------------------------------------------------|
| ۱      | ۱       | ۲     | $\binom{5}{1} \binom{4}{1} \binom{3}{2} = 60$  |
| ۱      | ۰       | ۳     | $\binom{5}{1} \binom{3}{3} = 5$                |
| ۲      | ۱       | ۱     | $\binom{5}{2} \binom{4}{1} \binom{3}{1} = 120$ |
| ۲      | ۰       | ۲     | $\binom{5}{2} \binom{3}{2} = 30$               |
| ۳      | ۰       | ۱     | $\binom{5}{3} \binom{3}{1} = 30$               |
| ۳      | ۱       | ۰     | $\binom{5}{3} \binom{4}{1} = 40$               |
| ۴      | ۰       | ۰     | $\binom{5}{4} = 5$                             |

$\rightarrow 290$

۱۳۹- با ارقام ۲, ۲, ۳, ۴, ۷ یک عدد سه رقمی می‌سازیم. چقدر احتمال دارد عدد ساخته شده مضرب ۳ باشد؟

$$\frac{13}{27} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{11} \quad (2)$$

$$\frac{4}{11} \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۷)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

تعداد کل اعداد سه رقمی قابل ساخت را محاسبه می‌کنیم. در این عددها یا از دو رقم تکراری استفاده شده و یا عدد ساخته شده رقم تکراری ندارد.

$$\square\square\square \rightarrow 2, 2, \square \rightarrow \binom{3}{1} \times \frac{3!}{2!} = 9$$

$$\xrightarrow{+} n(S) = 24 + 9 = 33$$

$$\square\square\Delta \rightarrow \binom{4}{3} \times 3! = 24$$

حال اگر عددی سه رقمی قرار باشد بر ۳ بخش پذیر باشد، باید مجموع ارقام آن بر ۳ بخش پذیر باشد. در این صورت ارقام سازنده آن به شکل زیر خواهند بود:

$$2, 3, 4 \rightarrow 3! = 6 \xrightarrow{+} n(A) = 12 \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{33} = \frac{4}{11}$$

$$2, 3, 7 \rightarrow 3! = 6$$

گروه آموزشی ماز

۱۴۰- در داده‌های آماری ۱۶, ۱۱, ۱۷, ۱۰, a, ۱۰, ۱۳, ۱۷, ۹, ۱۶, انحراف معیار داده‌ها ۱۳/۱ برابر ضریب تغییرات آن‌ها است. میانه داده‌ها کدام است؟

$$13 \quad (4)$$

$$12/5 \quad (3)$$

$$12 \quad (2)$$

$$11/5 \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۷)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

می‌دانیم  $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$  است، پس  $\sigma = \bar{x} \times CV$  می‌باشد. بنابراین  $\bar{x} = 13/1$  است. حال داریم:

$$13/1 = \frac{16+9+17+13+10+a+10+17+11+16}{10} \Rightarrow 131 = 119 + a \Rightarrow a = 12$$

حال داده‌ها را مرتب می‌کنیم تا میانه را معلوم کنیم:

$$9, 10, 10, 11, 12, 13, 16, 16, 17, 17$$

$$\text{میانه} = \frac{12+13}{2} = 12/5$$

گروه آموزشی ماز