

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلالی-حسن اسماعیلی-امیرمحمد باقری نصرآبادی-مسعود برملا-شاهین پروازی-محسن جعفریان-عادل حسینی افشین خاصه-خان-طاها دادستانی-محمد رضا راسخ-یاسین سپهر-علی سرآبادانی-پویان طهرانیان-جمشید عباسی عزیزاله علی‌اصغری حمید علیزاده-کامیار علییون-محمد رضا لشگری-سیدسپهر متولیان-امیر محمودیان-میلاد منصوری جهانبخش نیکنام-سهند ولی‌زاده
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحیوب-اسحاق اسفندیار-آرین تفضلی‌زاده-سیدمحمد رضا حسینی‌فرد-افشین خاصه-خان-فرزانه خاکپاش-محمد خندان کیوان دارابی-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-نیما زارع-محمد صحت‌کار-هومن عقیلی-فرشاد فرامرزی-احمد رضا فلاح امیرحسین ملازینل مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی-حمید ناصر
فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد-بابک اسلامی-حسین الهی-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-علیرضا جباری-میثم دشتیان محمدعلی راست‌پیمان-بهنام رستمی-هاشم زمانیان-سعید طاهری‌بروجنی-فرشاد قنبری-بهادر کامران-افشین کردکتولی مصطفی کیانی-علیرضا گونه-غلامرضا محبی-محمدکاظم منشادی-حسام نادری-مجتبی نکوئیان
شیمی	جعفر پازوکی-کامران جعفری-محمد رضا جمشیدی-امیر حاتمیان-میرحسین حسینی-ارژنگ خانلری-فرزاد رضایی-رضا رضوی مرتضی زارعی-امیرمحمد سعیدی-آترین صبا-امیرحسین طیبی-محمد عظیمیان‌زواره-پارسا عیوض‌پور-علیرضا کیانی‌دوست-میثم کیانی حسن لشگری-مجتبی محجوب-امیرحسین مسلمی-امیرحسین معروفی-هادی مهدی‌زاده-حسین ناصری‌ثانی-امین نوروزی-محسن هادی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
گروه ویراستاری	سینا صالحی آرین غلامی امیرحسین ابومحیوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحیوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحیوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیرتر کمبور زهره آقامحمدی	احسان پنجه‌شاهی آترین صبا امیرحسین توحیدی
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	ابراهیم نوری	علیرضا نجفی
ویراستاران (مستندسازی)	معصومه صنعت‌کار-سجاد سلیمی-پارسا باتقوا-فرشته کمبرانی				
				سجاد بهارلویی	فاطمه الهی محسن دستجردی رزیتا حبیب‌اله

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: علیرضا همایون‌خواه
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

حسابان ۱

۱- گزینه «۱»

(یاسین سپهر)

پانزده جمله نخست با شماره جملات مضرب ۴ عبارتند از:

$$a_4, a_8, \dots, a_{60}.$$

در این دنباله جمله اول $a_1 = -11$ و قدرنسبت ۴ برابر قدرنسبت دنباله داده شده یعنی ۲۰- است. پس داریم:

$$S_{15} = \frac{15}{2} (2 \times (-11) + 14 \times (-20)) = -2265$$

(حسابان ۱- فیبر و معادله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

۲- گزینه «۳»

(کامران ایلانی)

ابتدا مجموع ۲۰ جمله اول دنباله حسابی را حساب می‌کنیم:

$$2, 4, 6, \dots \Rightarrow a_n = 2n$$

$$\Rightarrow S_{20} = 2(1 + 2 + \dots + 20) = 2 \times \left(\frac{20 \times 21}{2} \right) = 420$$

برای مجموع n جمله اول دنباله هندسی نیز داریم:

$$\frac{3}{2}, 6, 24, \dots \Rightarrow b_n = \frac{3}{2} \times 4^{n-1}$$

$$\Rightarrow S'_n = \frac{\frac{3}{2}(4^n - 1)}{4 - 1} = \frac{1}{2}(4^n - 1)$$

حال باید نامعادله زیر را حل کنیم:

$$S'_n > S_{20} \Rightarrow \frac{1}{2}(4^n - 1) > 420 \Rightarrow 4^n > 841 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n \geq 5$$

پس حداقل ۵ جمله از دنباله هندسی را باید جمع کنیم.

(حسابان ۱- فیبر و معادله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

۳- گزینه «۳»

(میلاد منصوری)

جواب‌های معادله مورد نظر را $\alpha' = \frac{1}{2\alpha - 1}$ و $\beta' = \frac{1}{2\beta - 1}$ در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} S' &= \alpha' + \beta' = \frac{1}{2\alpha - 1} + \frac{1}{2\beta - 1} \\ &= \frac{2\alpha + 2\beta - 2}{4\alpha\beta - 2\alpha - 2\beta + 1} = \frac{2(\alpha + \beta) - 2}{4(\alpha\beta) - 2(\alpha + \beta) + 1} \end{aligned}$$

در معادله داده شده، $\alpha + \beta = \frac{11}{2}$ و $\alpha\beta = -\frac{3}{2}$ است.

$$\Rightarrow S' = \frac{2(\frac{11}{2}) - 2}{4(-\frac{3}{2}) - 2(\frac{11}{2}) + 1} = -\frac{9}{16}$$

$$P' = \frac{1}{2\alpha - 1} \times \frac{1}{2\beta - 1} = \frac{1}{4(\alpha\beta) - 2(\alpha + \beta) + 1} = -\frac{1}{16}$$

پس معادله مورد نظر $x^2 + \frac{9}{16}x - \frac{1}{16} = 0$ یا $16x^2 + 9x - 1 = 0$ است.

(حسابان ۱- فیبر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

۴- گزینه «۱»

(سیدسپهر متولیان)

با استفاده از تغییر متغیر $t = \frac{x^2}{3} - 2$ معادله را حل می‌کنیم:

$$t^2 - 7t + 6 = 0 \Rightarrow (t - 1)(t - 6) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{3} - 2 = 1 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \\ t = 6 \Rightarrow \frac{x^2}{3} - 2 = 6 \Rightarrow x^2 = 24 \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{6} \end{cases}$$

پس حاصل ضرب ریشه‌ها برابر ۲۱۶ است.

(حسابان ۱- فیبر و معادله: تمرین ۵ (ب) صفحه ۱۵)

۵- گزینه «۲»

(عمیر علیزاده)

اگر دو مهندس با هم کار کنند، پروژه در n روز به اتمام می‌رسد. پس

مهندس اول کار را به تنهایی در $n + 3$ روز و مهندس دوم در $n + 12$

$$\frac{1}{n+3} + \frac{1}{n+12} = \frac{1}{n} \quad \text{پس داریم:}$$

با توجه به گزینه‌ها $n = 6$ در معادله بالا صدق می‌کند. برای حل مستقل

معادله نیز داریم:

$$\frac{2n+15}{n^2+15n+36} = \frac{1}{n} \Rightarrow n^2+15n+36 = 2n^2+15n$$

$$\Rightarrow n^2 = 36 \xrightarrow{n > 0} n = 6$$

(حسابان ۱- فیبر و معادله: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a - 5 > 3 \Rightarrow a > 4 \\ 2a - 5 < -3 \Rightarrow a < 1 \end{cases}$$

بنابراین حدود a برابر با $\mathbb{R} - [1, 4]$ است.

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

(عادل حسینی)

گزینه ۲» ۹-

یک نقطه مثل $(\alpha, \alpha^2 + 2\alpha + 3)$ را روی سهمی در نظر می‌گیریم و فاصله این نقطه را از خط $3x - y - 1 = 0$ حساب می‌کنیم:

$$d = \frac{|3\alpha - \alpha^2 - 2\alpha - 3 - 1|}{\sqrt{10}} = \frac{|\alpha^2 - \alpha + 4|}{\sqrt{10}}$$

این رابطه را می‌توانیم به صورت زیر هم بنویسیم:

$$d(\alpha) = \frac{|\left(\alpha - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4}|}{\sqrt{10}}$$

کمترین مقدار $d(\alpha)$ به ازای $\alpha = \frac{1}{2}$ به دست می‌آید:

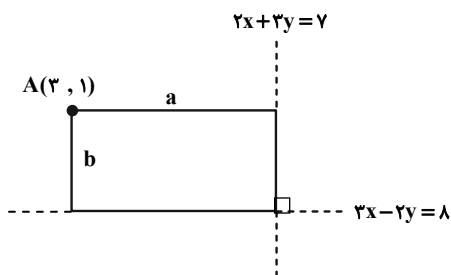
$$\Rightarrow d_{\min} = \frac{\frac{15}{4}}{\sqrt{10}} = \frac{3}{8}\sqrt{10} = 0.375\sqrt{10}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

(جمشید عباسی)

گزینه ۴» ۱۰-

وضعیت این مستطیل مطابق شکل زیر است:



پس فاصله نقطه A از خطوط داده شده، طول اضلاع را می‌دهد:

$$a = \frac{|2(3) + 2(1) - 7|}{\sqrt{2^2 + 2^2}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$b = \frac{|3(3) - 2(1) - 8|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{13}}$$

پس مساحت مستطیل برابر با $ab = \frac{2}{13}$ است.

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

(میلاد منصوری)

گزینه ۳» ۶-

ابتدا طرفین تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$3x^2 + \frac{1}{x} = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$\frac{3x}{x} \rightarrow 3x^3 + 1 = x^3 + 2x^2 + x \Rightarrow 2x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0$$

می‌توانیم عبارت را به صورت زیر تجزیه کنیم:

$$2x^2(x-1) - (x-1) = (x-1)(2x^2 - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 1, \quad \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

هر ۳ جواب هم قابل قبول است، پس نسبت بزرگ‌ترین جواب به

کوچک‌ترین جواب برابر $-\sqrt{2}$ است.

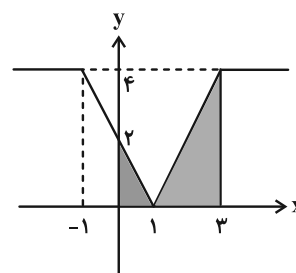
(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۱۷ و ۲۱)

(محمدرضا راسخ)

گزینه ۳» ۷-

با قرینه کردن قسمت‌های منفی نمودار تابع $y = |x+1| - |x-3|$ نسبت

به محور x ها، نمودار تابع صورت سؤال به صورت زیر به دست می‌آید:



مساحت قسمت سایه خورده برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 + \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 5$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه ۲۴)

(عادل حسینی)

گزینه ۴» ۸-

$$|2x+1| + |2a-5| = 3 \Rightarrow |2x+1| = 3 - |2a-5|$$

شرط آن که معادله فوق جواب نداشته باشد، این است که عبارت سمت

راست منفی باشد:

$$3 - |2a-5| < 0 \Rightarrow 3 < |2a-5|$$

ریاضی ۱

۱۱- گزینه «۱»

(شاهین پروازی)

مجموعه نشان داده شده به صورت $(a, b] - (a, +\infty)$ است. پس داریم:

$$3x - 1 = x^2 + 1 \Rightarrow \frac{x^2 - 3x + 2}{(x-1)(x-2)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

اگر $x=1$ $\rightarrow [2, +\infty) - (2, 4] \Rightarrow a = 2, b = 4$

اگر $x=2$ $\rightarrow [5, +\infty) - (5, 5]$ غلط

$$\Rightarrow (a^2, b+a) = (4, 6)$$

طول این بازه برابر ۲ است.

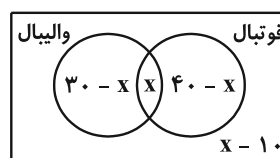
(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۳ تا ۵)

۱۲- گزینه «۳»

(مسئله اسماعیلی)

اگر تعداد دانش‌آموزهای مشترک هر دو تیم را برابر x در نظر بگیریم، با

توجه به نمودار ون داریم:



تعداد نفرات منفی نمی‌شود، پس باید:

$$\begin{cases} 30 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 30 \\ x \geq 0 \\ 40 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 40 \\ x - 10 \geq 0 \Rightarrow x \geq 10 \end{cases} \Rightarrow 10 \leq x \leq 30$$

تعداد دانش‌آموزهایی که فقط در یک مسابقه شرکت کرده‌اند، برابر می‌شود

با $2x = 70 - (30 - x) + (40 - x)$ ، پس حداکثر مقدار آن به ازای

$x = 10$ به دست می‌آید که برابر با ۵۰ است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۱۳- گزینه «۲»

(عارل عسینی)

مشاهده می‌کنیم که در هر شکل ردیف‌های فرد دارای (به تعداد شماره

ردیف) دایره‌های تو خالی و ردیف‌های زوج دارای (به تعداد شماره ردیف)

دایره‌های توپر هستند. پس در شکل دوازدهم داریم:

$$\begin{cases} 36 = 6^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = \text{تعداد دایره‌های تو خالی} \\ 42 = 2 \times 21 = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 = \text{تعداد دایره‌های توپر} \end{cases}$$

پس نسبت مورد نظر برابر $\frac{7}{6}$ است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۱۴- گزینه «۴»

(جهان‌نشین نیک‌نام)

تعداد مربع‌های هر سطر و ستون در هر مرحله از رابطه $t_n = n + 2$ به

دست می‌آید. یعنی در مرحله ششم، ۸ مربع در ستون‌ها و ۸ مربع در سطرها

داریم. دنباله مربعات افقی، هندسی بوده و برابر $a_n = 5 \times 2^{n-1}$ است.

دنباله مربعات عمودی، حسابی بوده و برابر $b_n = 3n + 2$ است. پس داریم:

$$a_8 - b_8 = 640 - 26 = 614$$

توجه: مقدار n برابر تعداد سطرها (همان تعداد ستون‌ها) است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۱۵- گزینه «۱»

(سهند ولی‌زاده)

توجه کنید:

$$a_n = 4n + c \text{ : جمله عمومی یک دنباله حسابی با قدر نسبت ۴}$$

در نتیجه داریم:

$$\begin{matrix} (3a + 2b)n^2 + (3a - 2)n + b = 4n + c \\ \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ \quad \quad \quad \quad \quad 4 \quad \quad c \end{matrix}$$

$$\begin{cases} 3a - 2 = 4 \Rightarrow a = 2 \\ 3a + 2b = 0 \xrightarrow{a=2} b = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_n = 4n - 3$$

(عارل عسینی)

۱۸- گزینه «۳»

با جای گذاری نسبت های مثلثاتی داده شده، حاصل عبارت را بدست می آوریم:

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan 45^\circ = 1$$

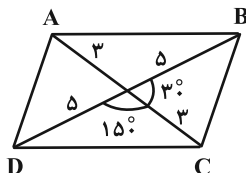
$$\Rightarrow \frac{\sin 60^\circ - \tan 30^\circ}{\tan 60^\circ + \tan 45^\circ \cos 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{3} + 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{6}}{\frac{3\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{9}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه های ۲۹ تا ۳۵)

(مسن جعفریان)

۱۹- گزینه «۲»

متوازی الاضلاع مورد نظر از چهار مثلث هم مساحت تشکیل شده است.



$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} \times 5 \times 3 \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times 5 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{15}{4}$$

$$\text{مساحت متوازی الاضلاع} = 4 \times \frac{15}{4} = 15$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه های ۳۴ و ۳۵)

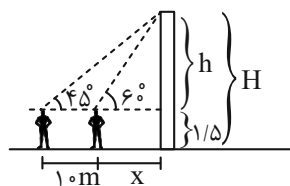
(معمدرضا لشکری)

۲۰- گزینه «۲»

با توجه به شکل زیر داریم:

$$\tan 60^\circ = \frac{h}{x} \rightarrow \tan 60^\circ = \sqrt{3} \rightarrow h = x\sqrt{3} \quad (1)$$

$$\tan 45^\circ = \frac{h}{x+10} \rightarrow \tan 45^\circ = 1 \rightarrow h = x+10 \Rightarrow x = h-10 \quad (2)$$



به جای x در رابطه (۱) مقدار $h-10$ را قرار می دهیم.

$$h = (h-10)\sqrt{3} = \sqrt{3}h - 10\sqrt{3} \Rightarrow (\sqrt{3}-1)h = 10\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow h = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = \frac{30+10\sqrt{3}}{2} = 15+5\sqrt{3}$$

در نتیجه ارتفاع درخت برابر است با: $H = h + 10 = 25+5\sqrt{3}$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه های ۲۹ تا ۳۵)

$$a_n = 25 \Rightarrow 4n - 3 = 25 \Rightarrow n = 7$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه های ۲۱ تا ۲۴)

(امیر محمودیان)

۱۶- گزینه «۴»

$$\begin{cases} t_1 + t_7 = -120 \Rightarrow t_1 + t_1 r^6 = -120 \\ t_7 + t_6 = 15 \Rightarrow t_1 r^6 + t_1 r^5 = 15 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{t_1 + t_1 r^6}{t_1 r^6 + t_1 r^5} = \frac{-120}{15} = -8 \Rightarrow \frac{1}{r^5} = -8 \Rightarrow r = -\frac{1}{2}$$

$$t_1 + t_7 = t_1 + \frac{t_1}{r^6} = -120 \Rightarrow \frac{5}{4} t_1 = -120 \Rightarrow t_1 = -96$$

دنباله به صورت ... و -۶ و ۱۲ و -۲۴ و ۴۸ و -۹۶ است.

$$t_{10} = t_1 r^9 = -96 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^9 = 96 \times \frac{1}{512} = \frac{3}{16}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه های ۲۵ تا ۲۷)

(پویان طهرانیان)

۱۷- گزینه «۴»

ابتدا جملات سوم و هفتم دنباله اولی را به دست می آوریم:

$$a_3 = 6 \times 3^{-1} = 2 \quad \text{و} \quad a_7 = 6 \times 3^{-5} = \frac{2}{81}$$

پس دنباله حسابی مورد نظر به صورت زیر است:

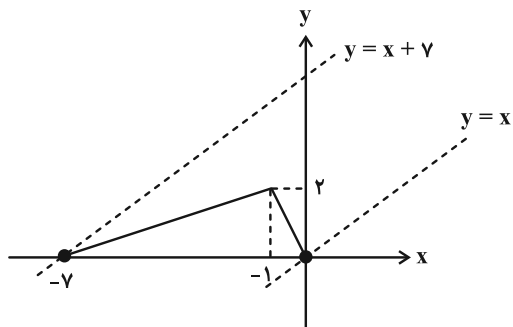
$$a_3, b_1, b_2, b_3, a_7$$

از آنجا که $a_3 + a_7 = b_1 + b_3 = 2b_2$ داریم:

$$b_1 + b_2 + b_3 = \frac{3}{2}(a_3 + a_7) = \frac{3}{2}\left(2 + \frac{2}{81}\right)$$

$$= 3\left(1 + \frac{1}{81}\right) = \frac{82}{27}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه های ۲۱ تا ۲۷)



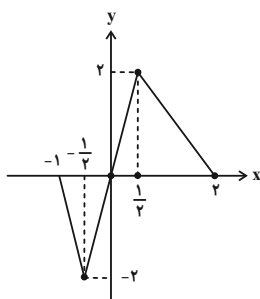
مطابق شکل بالا، هر خطی به معادله $y = x + a$ فقط با شرط $0 \leq a \leq 7$ ، با نمودار تابع $y = f(x)$ نقطه مشترک دارد. پس هشت مقدار صحیح مطلوب برای a وجود دارد.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

(مسئله ۴- بر ملا)

گزینه «۴» ۲۵-

در ابتدا عرض نقطه با طول $x = -2$ را حساب می‌کنیم. از دو نقطه $(0, 2)$ و $(-1, 0)$ خطی با معادله $y = 2x + 2$ می‌گذرد. با جای‌گذاری $x = -2$ در آن، عرض نقطه $y = -2$ به دست می‌آید. حال برای رسم نمودار تابع g ، نمودار f را ابتدا یک واحد به راست می‌بریم و سپس طول نقاط آن را بر ۲ تقسیم می‌کنیم. نمودار تابع g به صورت زیر خواهد شد.



(مسئله ۲- تابع: مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۲)

(شاهین پروازی)

گزینه «۱» ۲۶-

نقطه $(1, -2)$ روی نمودار تابع g قرار دارد. پس داریم:

$$g(1) = f\left(\frac{1+3}{2}\right) = -2 \Rightarrow f(2) = -2$$

پس نقطه (a, b) روی نمودار f ، $(2, -2)$ بوده است و داریم $a + b = 0$

(مسئله ۲- تابع: مشابه مثال صفحه ۱۰)

حسابان ۲

گزینه «۱» ۲۱-

(علی سرآبادانی)

باید نمودار تابع g را ۲ واحد به راست و ۳ واحد به بالا منتقل کنیم تا به نمودار تابع f برسیم:

$$f(x) = g(x-2) + 3$$

$$\Rightarrow f(x) = ((x-2)^2 - 2(x-2) + 3) + 3 = x^2 - 6x + 14$$

پس $a = 6$ و $b = 14$ و در نتیجه $a + b = 20$ است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۲ تا ۵)

گزینه «۴» ۲۲-

(شاهین پروازی)

برای این‌که از نمودار تابع g به نمودار تابع $f \circ g$ برسیم، کافی است آن را ۳ واحد به چپ و یک واحد به پایین منتقل کنیم:

$$f(x) = \sqrt{(x-2)^2 - 3} + 1$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = f(g(x)) = \sqrt{(7-x) - 3} + 1$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = \sqrt{4-x} + 1$$

دقت کنید در این سؤال دامنهٔ توابع مشکلی برای ما ایجاد نمی‌کنند.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۲ تا ۵)

گزینه «۴» ۲۳-

(کامیار علییون)

ما گزینهٔ پاسخ را شرح می‌دهیم: (بررسی اینکه گزینه‌های نادرست، به ضابطهٔ نادرستی می‌رسند، تمرین خودتان باشد).

$$y = \sqrt{x+1} \xrightarrow[\text{قرینه نسبت به محور } y \text{ ها}]{x \rightarrow -x} y = \sqrt{1-x}$$

$$\xrightarrow[\text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها}]{y \rightarrow -y} y = -\sqrt{1-x}$$

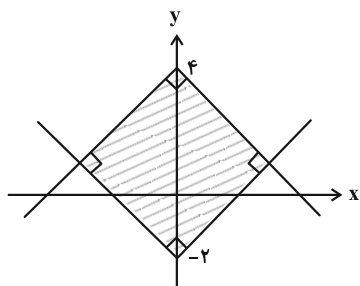
$$\xrightarrow[\text{واحد به بالا}]{y \rightarrow y+1} y = 1 - \sqrt{1-x}$$

(مسئله ۲- تابع: مشابه تمرین ۴ صفحه ۱۲)

گزینه «۴» ۲۴-

(جوآنیش نیکنام)

باید نمودارهای دو تابع $y = x + a$ و $y = f(x)$ نقطهٔ مشترک داشته باشند. برای رسم نمودار تابع $y = f(x)$ ، نمودار تابع $y = f(x-1)$ را یک واحد به سمت چپ می‌بریم.



سطح محصور مورد نظر، یک مربع به طول قطر ۶ واحد است که مساحت آن

$$s = \frac{1}{2}(6 \times 6) = 18 \quad \text{برابر می شود با:}$$

(مسایان ۲- تابع: مشابه کار در کلاس (۲، پ) صفحه ۷)

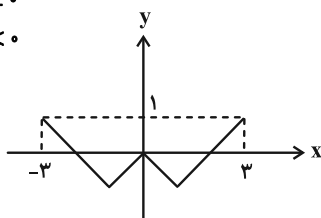
(ظاهر رادستانی)

۳۰- گزینه «۴»

$$|x| = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases} \quad \text{توجه کنید که:}$$

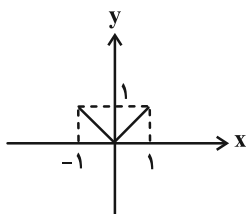
در نتیجه خواهیم داشت:

$$f(|x|) = \begin{cases} f(x) & , x \geq 0 \\ f(-x) & , x < 0 \end{cases}$$



$$y = f(|x|)$$

$$f(-|x|) = \begin{cases} f(-x) & , x \geq 0 \\ f(x) & , x < 0 \end{cases}$$



$$y = f(-|x|)$$

در نتیجه ضابطه مرتبط با نمودار تابع f به صورت زیر است:

$$g(x) = -f(-|x|)$$

(مسایان ۲- تابع: صفحه های ۲ تا ۱۲)

(امیرمهر باقری نصرآبادی)

۲۷- گزینه «۴»

برای به دست آوردن دامنه تابع f می توانیم بنویسیم:

$$-\frac{1}{2} < x \leq 1 \Rightarrow -1 < 2x \leq 2 \Rightarrow D_f = (-1, 2]$$

حال برای دامنه تابع h داریم:

$$-1 < x - 1 \leq 2 \Rightarrow 0 < x \leq 3 \Rightarrow D_h = (0, 3]$$

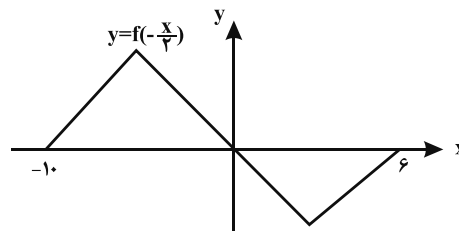
(مسایان ۲- تابع: صفحه های ۲ تا ۱۲)

(عزیزاله علی اصغری)

۲۸- گزینه «۳»

ابتدا از روی $f(x)$ نمودار $f(-x)$ را رسم کرده و سپس در راستای افقی

آن را با ضریب ۲ منبسط می کنیم تا $f\left(-\frac{x}{2}\right)$ به دست آید.



حال دامنه تابع $g(x) = \sqrt{xf\left(-\frac{x}{2}\right)}$ را می یابیم:

	-10	0	6
x	-	0	+
$f\left(-\frac{x}{2}\right)$	+	0	-
$xf\left(-\frac{x}{2}\right)$	-	0	-

$$\Rightarrow D_g = \{-10, 0, 6\}$$

(مسایان ۲- تابع: صفحه های ۸ تا ۱۰)

(افشین فاضله شادان)

۲۹- گزینه «۲»

ضابطه تابع g به صورت زیر می شود:

$$g(x) = 2 - f(x) = 2 - (|x| - 2) = 4 - |x|$$

با توجه به نمودار تابع $y = |x|$ ، نمودار تابع f و g را رسم می کنیم:



در مثلث ABC داریم:

$$\hat{B} + (6 \times 12^\circ + 3^\circ) + (18^\circ + 12^\circ) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

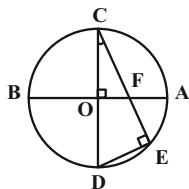
(هنر سه ۲- راپره: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(مهر راز ملونری)

گزینه «۴» ۳۴-

مطابق شکل داریم: $\hat{O} = 90^\circ$ و $\hat{E} = 90^\circ$ (محاطی روبه روی قطر)

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{O} = \hat{E} = 90^\circ \\ \hat{C} = \hat{C} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{ز}} \triangle CFO \sim \triangle CDE \Rightarrow \frac{CO}{CE} = \frac{OF}{DE} \quad (*)$$



از طرفی در مثلث CDE طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$DE = \sqrt{CD^2 - CE^2} = \sqrt{26^2 - 24^2} = \sqrt{100} = 10$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{13}{24} = \frac{OF}{10} \Rightarrow OF = \frac{13 \times 10}{24} = \frac{65}{12}$$

$$AF = 13 - \frac{65}{12} = \frac{156 - 65}{12} = \frac{91}{12}$$

در نتیجه:

(هنر سه ۲- راپره: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

(آخشین فاصله‌شان)

گزینه «۴» ۳۵-

با توجه به شکل صورت سوال و فرض‌های داده شده، BD قطر دایره و $\widehat{AB} = \widehat{AD}$ پس:

$$\widehat{AB} = \widehat{AD} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = \frac{90^\circ}{3} = 30^\circ$$

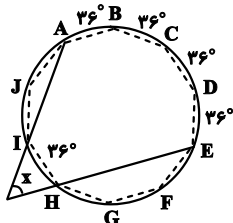
$$\text{زاویه محاطی } \hat{BDC} = \frac{\widehat{BC}}{2} = 15^\circ = \hat{BDM}$$

(هنر سه ۲- راپره: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(سیرمهر رضا حسینی فرد)

گزینه «۳» ۳۶-

مطابق شکل هر کدام از کمان‌ها برابر 36° است، بنابراین:



هندسه ۲

گزینه «۳» ۳۱-

(امیرحسین ابومصوب)

اگر طول کمان روبه‌رو به زاویه 45° در دایره C را با L و طول کمان روبه‌رو به زاویه 60° در دایره C' را با L' نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$\frac{L}{L'} = \frac{\frac{\pi R \times 45^\circ}{180^\circ}}{\frac{\pi R' \times 60^\circ}{180^\circ}} = \frac{R}{R'} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{3R}{4R'} = 3 \Rightarrow \frac{R}{R'} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{S}{S'} = \frac{\pi R^2}{\pi R'^2} = \left(\frac{R}{R'}\right)^2 = 16$$

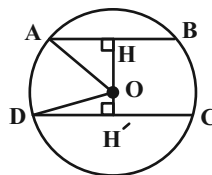
(هنر سه ۲- راپره: صفحه ۱۲)

گزینه «۴» ۳۲-

(امیرحسین ابومصوب)

می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر در دایره، آن وتر را نصف می‌کند، بنابراین

$$AH = \frac{AB}{2} = 7 \text{ و } DH' = \frac{DC}{2} = 15 \text{ است.}$$



طبق قضیه فیثاغورس در دو مثلث OAH و ODH' داریم:

$$\triangle OAH : OH^2 = OA^2 - AH^2 = 625 - 49 = 576 \Rightarrow OH = 24$$

$$\triangle ODH' : OH'^2 = OD^2 - DH'^2 = 625 - 225 = 400 \Rightarrow OH' = 20$$

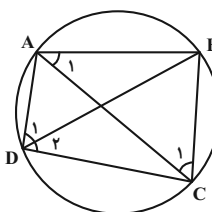
$$HH' = OH + OH' = 44 = \text{فاصله دو وتر}$$

(هنر سه ۲- راپره: صفحه ۱۳)

گزینه «۲» ۳۳-

(امیررضا فلاح)

طبق تعریف زاویه محاطی در دایره داریم:



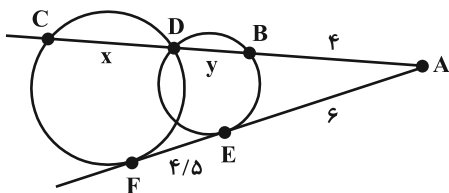
$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{D}_2 = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow 6\alpha + 3^\circ = 4\beta + 3^\circ \Rightarrow 3\alpha = 2\beta \\ \hat{D}_1 = \hat{C}_1 = \frac{\widehat{AB}}{2} \Rightarrow 2\alpha + 6^\circ = \beta + 12^\circ \Rightarrow 2\alpha - \beta = 6^\circ \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 12^\circ \\ \beta = 18^\circ \end{array} \right.$$



(خمیر ناصر)

۳۹- گزینه «۳»



طبق روابط طولی برای دایره کوچک تر داریم:

$$AE^2 = AB \times AD \Rightarrow 6^2 = 4(4 + y) \Rightarrow 4 + y = 9 \Rightarrow y = 5$$

طبق روابط طولی برای دایره بزرگ تر داریم:

$$AF^2 = AD \times AC \Rightarrow 10^2 = 9(9 + x)$$

$$\frac{10}{9} = \frac{21}{9} \Rightarrow \frac{49}{9} = 9 + x \Rightarrow x = \frac{13}{9} = 3/25$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه های ۱۸ و ۱۹)

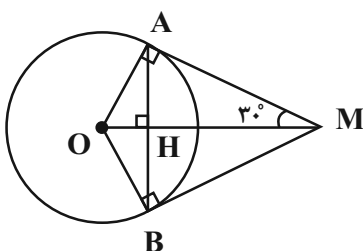
(غریزه خالکباش)

۴۰- گزینه «۱»

پس $\widehat{OMA} = 30^\circ$. باره خط OM نیمساز زاویه بین دو مماس است،

می دانیم در یک مثلث قائم الزاویه با زاویه 30° ، طول ضلع روبه رو به این

زاویه، نصف طول وتر است، پس داریم:



$$\triangle OAM : OA = \frac{1}{2} OM = \frac{1}{2} \times 10 = 5$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویه OAM داریم:

$$OA^2 = OH \times OM \Rightarrow 5^2 = OH \times 10 \Rightarrow OH = \frac{25}{10} = 2/5$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه های ۱۹ و ۲۰)

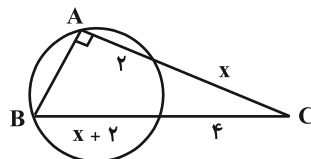
$$x = \frac{\widehat{ACE} - \widehat{HI}}{2} = \frac{4 \times 36^\circ - 36^\circ}{2} = 54^\circ$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه های ۱۵ و ۱۶)

۳۷- گزینه «۳»

(سیرمقدم رضا عسینی فرد)

روابط طولی را برای نقطه C می نویسیم:



$$4(4 + x + 2) = x(x + 2) \Rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -4 \end{cases}$$

غیق ق

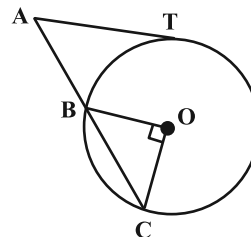
پس $AC = 8$ و $BC = 12$ و با استفاده از قضیه فیثاغورس داریم:

$$AB = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه های ۱۸ و ۱۹)

۳۸- گزینه «۱»

(مهمر فندان)



طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$AT^2 = AB \times AC \Rightarrow 6^2 = 11 \times AC$$

$$\Rightarrow AC = 13/5 \Rightarrow BC = 13/5 - 6 = 7/5 = 15/2$$

چون $\widehat{BC} = 90^\circ$ ، پس مثلث OBC در رأس O قائم الزاویه است و طبق

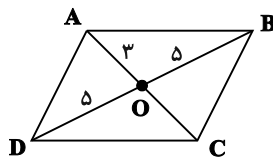
قضیه فیثاغورس داریم:

$$\triangle OBC : OB^2 + OC^2 = BC^2 \Rightarrow 2R^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow R\sqrt{2} = \frac{15}{2}$$

$$\Rightarrow R = \frac{15}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{15\sqrt{2}}{4} = 3/75\sqrt{2}$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه های ۱۸ و ۱۹)



گزینه «۲»: طول ضلع دیگر چنین مستطیلی برابر $\sqrt{7^2 - 3^2} = 2\sqrt{10}$ است و مستطیل قابل رسم می‌باشد.

گزینه «۳»: می‌دانیم طول قطر مربع، $\sqrt{2}$ برابر طول ضلع آن است؛ پس طول ضلع چنین مربعی از رابطه زیر به دست می‌آید و قابل رسم است:

$$a + a\sqrt{2} = \sqrt{6} \Rightarrow a(1 + \sqrt{2}) = \sqrt{6} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{6}}{1 + \sqrt{2}}$$

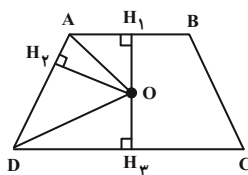
گزینه «۴»: دو مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع ۴ که یک ضلع مشترک داشته باشند، لوزی موردنظر را ایجاد می‌کنند.

(هنر سه -۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال؛ صفحه‌های ۱۵، ۱۶ و ۲۷)

(مهررار ملونری)

گزینه «۲» -۴۴

می‌دانیم هر نقطه واقع بر نیمساز یک زاویه، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است، بنابراین داریم:



$\left. \begin{array}{l} O \text{ روی نیمساز } \hat{A} \Rightarrow OH_1 = OH_2 \\ O \text{ روی نیمساز } \hat{D} \Rightarrow OH_2 = OH_3 \end{array} \right\}$

$$\Rightarrow OH_1 = OH_2 = OH_3 \Rightarrow OH_2 = \frac{OH_1 + OH_3}{2}$$

$$\Rightarrow OH_2 = \frac{H_1H_3}{2} = \frac{7}{2}$$

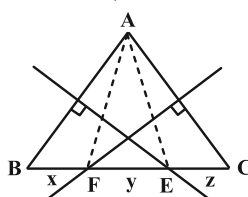
$$S_{OAD} = \frac{1}{2} OH_2 \times AD = \frac{1}{2} \times \frac{7}{2} \times 12 = 21$$

(هنر سه -۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

(ممر صحت‌کار)

گزینه «۳» -۴۵

نقطه E روی عمودمنصف AB است، پس: $EA = EB = 9$



همچنین نقطه F نیز روی عمودمنصف AC است، پس: $FA = FC = 7$ از طرفی دیگر با توجه به شکل:

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ y + z = 7 \\ x + y + z = 11 \end{cases} \Rightarrow x + 2y + z = 16 \Rightarrow y = 5$$

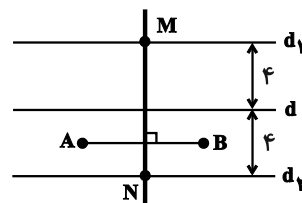
هندسه ۱

گزینه «۲» -۴۱

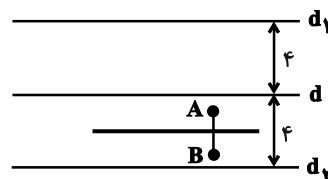
(امیرمسین ابومحبوب)

نقاطی از صفحه که از دو نقطه A و B به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف پاره خط AB قرار دارند. همچنین نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۴ واحد باشند، روی دو خط موازی با d و در طرفین آن واقع‌اند. تعداد نقاط برخورد عمودمنصف پاره خط AB و این دو خط، مطابق شکل‌های زیر است:

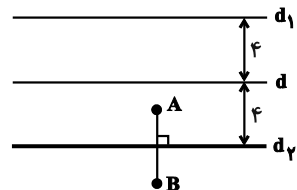
الف) عمودمنصف AB هر دو خط d_1 و d_2 را قطع کند. در این صورت مسئله ۲ جواب دارد.



ب) عمودمنصف AB با هر دو خط d_1 و d_2 موازی باشد. در این صورت مسئله جواب ندارد.



پ) عمودمنصف AB بر یکی از دو خط d_1 یا d_2 منطبق باشد. در این صورت مسئله بی‌شمار جواب دارد.

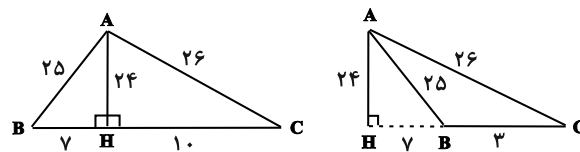


(هنر سه -۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

(هومن عقیلی)

گزینه «۲» -۴۲

مطابق شکل‌های زیر، ۲ مثلث متمایز برای ABC وجود دارد.



(هنر سه -۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

(سیرمهرضا عسینی‌فرد)

گزینه «۱» -۴۳

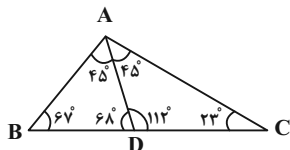
می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع، قطرها منصف یکدیگرند؛ پس اگر طول دو قطر یک متوازی‌الاضلاع ۱۰ و ۶ باشد، آن‌گاه مطابق شکل و طبق نامساوی مثلث در هر کدام از مثلث‌های OAD و OAB، اندازه اضلاع AB و AD باید کوچک‌تر از ۸ باشد. پس چنین متوازی‌الاضلاعی قابل رسم نیست.



(افشین فاضله‌فان)

۴۸- گزینه «۳»

با توجه به اطلاعات مسئله، شکل زیر را می‌توان رسم کرد. مطابق شکل در مثلث ABD داریم:



$$\hat{B} < \hat{D} \Leftrightarrow AD < AB$$

بنابراین نامساوی گزینه «۳» نادرست است. درستی سایر گزینه‌ها را به راحتی می‌توانید از روی شکل بررسی کنید.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

(کتاب آبی)

۴۹- گزینه «۱»

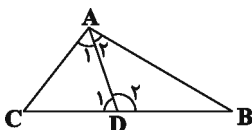
فرض کنیم در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، طول نیمساز AD بزرگ‌تر از طول ضلع AC باشد، پس:

$$\Delta ADC: AD > AC \Rightarrow \hat{C} > \hat{D}_1$$

$$\xrightarrow{\text{زاویه خارجی } \hat{D}_1} \hat{C} > \hat{A} + \hat{B}$$

مثلث ADB است

$$\xrightarrow{\hat{A} = 90^\circ} \hat{C} - \hat{B} > 90^\circ$$



$$\Rightarrow (\hat{B} + \hat{C}) - 2\hat{B} > 90^\circ \xrightarrow{\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ} 90^\circ - 2\hat{B} > 90^\circ$$

$$\Rightarrow 2\hat{B} < 45^\circ \Rightarrow \hat{B} < 22.5^\circ$$

بنابراین از میان گزینه‌های موجود، تنها به ازای $\hat{B} = 20^\circ$ طول نیمساز AD می‌تواند از طول ضلع AC بزرگ‌تر باشد.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

(افشین فاضله‌فان)

۵۰- گزینه «۳»

طبق قضیه نامساوی مثلث داریم:

$$\begin{cases} AB + AC > BC \Rightarrow (2x+1) + (13-x) > 3x-1 \Rightarrow x < 7/5 \\ AB + BC > AC \Rightarrow (2x+1) + (3x-1) > 13-x \Rightarrow x > 13/6 \\ AC + BC > AB \Rightarrow (13-x) + (3x-1) > 2x+1: \text{همواره برقرار} \end{cases}$$

از اشتراک جواب‌های سه نامعادله فوق، به نامساوی $13/6 < x < 7/5$ دست پیدا می‌کنیم و بنابراین بیشترین مقدار طبیعی ممکن برای x برابر ۷ است. به ازای این مقدار داریم:

$$\Delta ABC \text{ محیط} = AB + AC + BC = 4x + 13 = 41$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه ۲۷)

پس $EF = 5$ و در نتیجه محیط مثلث AEF برابر است با:

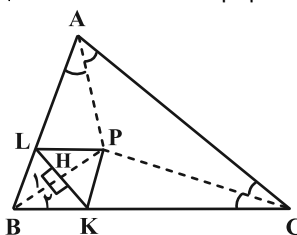
$$7 + 9 + 5 = 21$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(مهریار ملونری)

۴۶- گزینه «۱»

چون P روی نیمسازهای داخلی زوایای $\hat{A}$ و $\hat{C}$ قرار دارد و نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث هم‌رسانند، پس P روی نیمساز زاویه B نیز واقع است. از طرفی چهارضلعی BLPK متوازی‌الاضلاع است. چون در این چهارضلعی قطر BP نیمساز زاویه B است، پس این چهارضلعی لوزی بوده و قطرهای BP و LK برهم عمودند. کافی است نشان دهید مثلث‌های BLP و BKP متساوی‌الساقین بوده و در نتیجه چهارضلع BLPK با هم هم‌اندازه‌اند و این چهارضلعی لوزی است. حالا می‌توان نشان داد که مثلث‌های BLH و BKH به صورت (ض ز ض) با هم هم‌نهشت هستند، پس $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$.



از طرفی طبق فرض $LK \parallel AC$ ، پس نیمساز زاویه B بر ضلع AC عمود است، یعنی ارتفاع وارد بر ضلع AC می‌باشد و در نتیجه مثلث ABC متساوی‌الساقین ($AB = BC$) است و داریم:

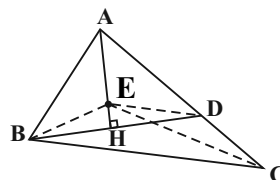
$$\hat{A} = \hat{C} = 65^\circ \Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - 2 \times 65^\circ = 50^\circ$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

(امیرحسین ملازینل)

۴۷- گزینه «۴»

می‌دانیم نیمسازهای داخلی زوایای هر مثلث در یک نقطه هم‌رسانند، بنابراین AE نیمساز داخلی زاویه A است.



مثلث ABD با توجه به برابری طول اضلاع AB و AD، متساوی‌الساقین است. در مثلث متساوی‌الساقین، نیمساز داخلی زاویه رأس، عمودمنصف قاعده نیز می‌باشد، بنابراین E روی عمودمنصف پاره‌خط BD قرار دارد و در نتیجه $BE = ED$ است. داریم:

$$\left. \begin{matrix} AB = AD \\ BE = ED \\ AE = AE \end{matrix} \right\} \Rightarrow \Delta ABE \cong \Delta ADE \Rightarrow \hat{ABE} = \hat{ADE}$$

از آنجا که BE نیمساز داخلی زاویه B است، پس $\hat{ABE} = \frac{\hat{B}}{2} = 35^\circ$ بوده و در نتیجه زاویه ADE نیز برابر 35° است.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

هندسه ۳

۵۱- گزینه «۴»

(اساقی اسفندیار)

$$2(1) + 3$$

$$2(2) + 3$$

درایه‌های ستون سوم ماتریس به صورت : است. مجموع درایه‌های

$$2(n) + 3$$

ستون سوم ماتریس برابر است با:

$$(2(1) + 3) + (2(2) + 3) + \dots + (2(n) + 3) = 45$$

$$2(1 + 2 + \dots + n) + \underbrace{(3 + 3 + \dots + 3)}_{n \text{ بار}} = 45$$

$$2\left(\frac{n(n+1)}{2}\right) + 3n = 45 \Rightarrow \frac{n^2 + 4n - 45}{(n+9)(n-5)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -9 \\ n = 5 \end{cases}$$

ماتریس از مرتبه ۵ است. بنابراین مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس برابر

$$(2(1) + 1) + (2(1) + 2) + \dots + (2(1) + 5)$$

است با:

$$= 2 \times 5 + \frac{5 \times 6}{2} = 10 + 15 = 25$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

(مشابه تمرین ۱ صفحه ۲۰)

۵۲- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)

در بین روابط داده شده، فقط رابطه «الف»، یعنی شرکت‌پذیری جمع ماتریس‌ها همواره برقرار است.

رابطه «ب» نادرست است؛ چون جمع یک ماتریس و قرینه آن، برابر ماتریس

صفر یعنی $\bar{O}$ است و نه عدد صفر!

رابطه «پ» نیز در حالتی برقرار است که $r \neq 0$ باشد که در عبارت داده شده این شرط دیده نمی‌شود.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

(برگرفته از متن کتاب درسی)

۵۳- گزینه «۱»

(کیوان دارابی)

برای پیدا کردن ماتریس A ، مانند حل دستگاه دو معادله دو مجهول عمل می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2A - 3B = \begin{bmatrix} -10 & -5 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times 2} 4A - 6B = \begin{bmatrix} -20 & -10 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \\ 3A + 2B = \begin{bmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times 3} 9A + 6B = \begin{bmatrix} 33 & 36 \\ 39 & 42 \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع دو رابطه}} 13A = \begin{bmatrix} 13 & 26 \\ 39 & 52 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 13 & 26 \\ 39 & 52 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{جمع درایه‌ها} = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۵۴- گزینه «۳»

(هومن عقیلی)

$$\text{مربعی} \\ A_{2 \times 3} \times B_{m \times n} : \text{طبق فرض}$$

حاصل $A \times B$ یک ماتریس مربعی است، پس $m = 3$ و $n = 2$ است.

$$A \times B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \times \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 17 & 23 \\ 11 & 15 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

در نتیجه مجموع درایه‌های ماتریس $A \times B$ مساوی ۶۶ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۵۵- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 2 & x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & y \\ 1 & 0 \\ -7 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -25 & 2y + 4 \\ x - 3 & 2y + 1 \end{bmatrix}$$

ماتریس AB قطری است، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 2y + 4 = 0 \Rightarrow y = -2 \\ x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

حال ماتریس BA را محاسبه می‌کنیم:

$$BA = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 0 \\ -7 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -8 & 6 \\ 2 & -1 & 4 \\ -12 & 10 & -27 \end{bmatrix}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، بزرگ‌ترین درایه ماتریس BA ، برابر ۱۰ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۶، ۱۷ و ۱۸)

۵۶- گزینه «۴»

(امیرحسین ملازینل)

چون $A = B$ ، پس درایه‌های آن‌ها نظیر به نظیر با هم برابر هستند و داریم:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2x+y \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x-y & 5 \\ z & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x-y=3 \\ 2x+y=5 \\ z=-2 \end{cases}$$

مقادیر x و y به ترتیب برابر ۲ و ۱ به دست می‌آیند و در نتیجه:

$$x+y+z=2+1-2=1$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه ۱۳)

(مشابه تمرین ۲ صفحه ۲۰)

۵۷- گزینه «۳»

(سوکندر روشنی)

کافی است حاصل ضرب AB را به دست آورده و شرایط اسکالر بودن آن را در نظر بگیریم. داریم:

$$AB = \begin{bmatrix} a & 0 & -3 \\ 0 & a & 3 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 0 & 3 \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2 & 0 & 3a-3 \\ 0 & a & ab+3 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 3a-3=0 \Rightarrow a=1 \\ ab+3=0 \xrightarrow{a=1} b=-3 \\ a^2=a \Rightarrow a^2-a=0 \Rightarrow a=0,1 \end{cases}$$

بنابراین $a=1$ و $b=-3$ است و در نتیجه حاصل $a+b$ برابر ۲- است.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۲، ۱۷ و ۱۸)

۵۸- گزینه «۱»

(هومن عقیلی)

ماتریس‌های داده شده را به ترتیب ضرب می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}_{1 \times 3} \begin{bmatrix} x & 2 & 1 \\ 1 & -x & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} -x+1 & -2x-1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -x+1 & -2x-1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = -x^2 + x - 4x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = -2 \end{cases} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = 2/5$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۵۹- گزینه «۱»

(مهریار ملونری)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 0 & 3 & 1 \\ 4 & -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 5 & x \\ 1 & 1 & -1 \\ 2x & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1-10x & 6 & 2x-11 \\ 3+2x & 4 & -1 \\ -2+4x & 20 & 4x+6 \end{bmatrix}$$

با توجه به فرض، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس A برابر ۵ است. داریم:

$$(1-10x) + 4 + (4x+6) = 5$$

$$\Rightarrow 11-6x=5 \Rightarrow x=1$$

بنابراین مجموع درایه‌های قطر فرعی این ماتریس برابر است با:

$$(2x-11) + 4 + (-2+4x) = 6x-9 = 6 \times 1 - 9 = -3$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ و ۱۹)

۶۰- گزینه «۳»

(نیما زارع)

ابتدا حاصل عبارت داده شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 2 & 1 \\ 0 & -x & -1 \\ -1 & 3 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ -4 \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-1 & 2x+5 & x+3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ -4 \\ x \end{bmatrix}$$

$$= x^2 - x - 8x - 20 + x^2 + 3x = 2x^2 - 6x - 20$$

حال عبارت به دست آمده را کوچک‌تر از صفر قرار می‌دهیم:

$$2x^2 - 6x - 20 < 0 \Rightarrow 2(x^2 - 3x - 10) < 0$$

$$\Rightarrow 2(x-5)(x+2) < 0 \Rightarrow -2 < x < 5$$

در بازه حاصل، اعداد صحیح -۱، ۰، ۱، ۲، ۳ و ۴ وجود دارند.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ و ۱۹)

آمار و احتمال

گزینه ۴ - ۶۱

(امیرمسین ایومیسوب)

با توجه به هم‌ارزی $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ و قوانین گزاره‌ها داریم:

$$\begin{aligned} (p \Leftrightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q) &\equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \wedge (p \Rightarrow \sim q) \\ &\equiv (\sim p \vee q) \wedge [(\sim q \vee p) \wedge (\sim p \vee \sim q)] \\ &\equiv (\sim p \vee q) \wedge [\sim q \vee \underbrace{(p \wedge \sim p)}_F] \\ &\equiv (\sim p \vee q) \wedge \sim q \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee \underbrace{(q \wedge \sim q)}_F \\ &\equiv \sim p \wedge \sim q \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳ تا ۱۱)

گزینه ۲ - ۶۲

(مطفی یداری)

طبق هم‌ارزی ترکیب شرطی داریم:

$$\Box \Rightarrow \bigcirc \equiv (\sim \Box) \vee \bigcirc$$

حالا عبارت داده شده در سوال را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \sim p \Rightarrow (\sim (q \Rightarrow r)) &\equiv p \vee (\sim (q \Rightarrow r)) \\ &\equiv p \vee (\sim (\sim q \vee r)) \equiv p \vee (q \wedge \sim r) \\ &\equiv (p \vee q) \wedge (p \vee \sim r) \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳ تا ۱۱)

گزینه ۲ - ۶۳

(فرزانه فالکپاش)

گزاره $(s \Rightarrow r) \sim$ درست است، پس گزاره $s \Rightarrow r$ نادرست است و در نتیجه گزاره‌های s و r به ترتیب درست و نادرست هستند.

یک ترکیب فصلی زمانی درست است که حداقل یکی از گزاره‌های سازنده آن درست باشد، بنابراین از درستی گزاره $r \vee q$ و نادرستی گزاره r نتیجه می‌شود q درست است.

از طرفی $\sim q \Rightarrow p$ درست و q درست است، پس گزاره p لزوماً نادرست خواهد بود. یعنی سه گزاره p ، q و r به ترتیب نادرست، درست، نادرست هستند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳ تا ۱۱)

گزینه ۳ - ۶۴

(سوکنر روشنی)

در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» به ازای $x = 1$ ، هیچ y ای عضو اعداد طبیعی نمی‌توان یافت که در نامساوی صدق کند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

گزینه ۲ - ۶۵

(امیرمسین ملازینل)

داریم:

$$\begin{aligned} (x \vee p) \Rightarrow (\sim x \wedge p) &\equiv (x \vee p) \vee (\sim x \wedge \sim p) \\ &\equiv (\sim x \wedge \sim p) \vee (\sim x \wedge p) \equiv \sim x \wedge \underbrace{(\sim p \vee p)}_T \end{aligned}$$

در نتیجه باید $\sim x$ درست باشد، یعنی $x \equiv F$ است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳ تا ۱۱)

گزینه ۳ - ۶۶

(امیرمسین ایومیسوب)

در بین اعداد طبیعی یک رقمی، فقط عدد ۵ مضرب ۵ است، پس حتماً این عدد باید در زیرمجموعه فوق باشد. حال برای این که حاصل ضرب اعضا، مضرب ۱۰ باشد، می‌بایست حداقل یک عدد زوج انتخاب شود. همچنین انتخاب اعداد فرد اختیاری است؛ پس تعداد زیرمجموعه‌های مورد نظر برابر می‌شود با:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حالت ۱} \Rightarrow \text{انتخاب عدد ۵} \\ \text{حالت ۲} \Rightarrow 15 - 1 = 14 \Rightarrow \text{انتخاب حداقل یک عدد زوج} \\ \text{حالت ۳} \Rightarrow 16 = 2^4 \Rightarrow \text{انتخاب اعداد دیگر} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 1 \times 15 \times 16 = 240$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۶۷- گزینه «۲»

(فرشاد خرامری)

برای تساوی دو مجموعه داده شده، باید عضو ۱ از مجموعه A با یکی از اعضای مجموعه B برابر باشد. داریم:

$$x = 1 \Rightarrow \begin{cases} A = \{0, 1, 2\} \\ B = \{0, 1\} \end{cases}$$

در این حالت $A \neq B$.

$$1 - x = 1 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = \{0, 1, 1\} = \{0, 1\} \\ B = \{1, 0\} = \{0, 1\} \end{cases}$$

در این حالت $A = B$ است. پس به ازای فقط یک مقدار صحیح برای x، دو مجموعه A و B مساوی هستند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۶۸- گزینه «۱»

(مهردار ملونری)

طبق ضابطه‌های تعریف شده، اعضای دو مجموعه M و N به صورت زیر هستند:

$$\begin{cases} M = \{1, 3, 5, 7\} \\ N = \{0, 1, \dots, 8\} \end{cases} \Rightarrow M \subseteq N$$

$$\xrightarrow{\text{تعریف زیرمجموعه}} \forall x; (x \in M \Rightarrow x \in N)$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۶۹- گزینه «۴»

(مهمر فندان)

ابتدا اعضای دو مجموعه A و B را به دست می‌آوریم:

$$x^2 = 4x \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases} \Rightarrow A = \{0, 4\}$$

$$x^2 \leq 6x \Rightarrow x^2 - 6x \leq 0 \Rightarrow x(x - 6) \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 6$$

$$\Rightarrow B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

مجموعه C لزوماً شامل اعضای مجموعه A یعنی ۰ و ۴ است و می‌تواند شامل

هریک از اعضای مجموعه $B - A$ ، یعنی ۱، ۲، ۳، ۵ و ۶ باشد یا نباشد.

$$2^5 = 32 \quad \text{بنابراین تعداد مجموعه‌های C برابر است با:}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۷۰- گزینه «۱»

(فرزانه کاپاش)

گزاره «الف» درست است، چون هر عضو A، زیرمجموعه‌ای از A نیز هست.

گزاره «ب» نادرست است، زیرا $\{\{\emptyset\}\}$ زیرمجموعه‌ای از A است، ولی

عضو A نیست.

گزاره «پ» نادرست است، چون اگر $x = \emptyset$ و $y = \{\{\emptyset\}\}$ باشد،

آن‌گاه هیچ کدام از x و y، عضو دیگری نیست.

گزاره «ت» نادرست است، چون اگر $x = \{\emptyset\}$ و $y = \{\{\emptyset\}\}$ باشد،

آن‌گاه هیچ کدام از x و y، زیرمجموعه دیگری نیست.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)



ریاضیات گسسته

۷۱- گزینه «۳»

(آرین تفضلی زاده)

مقادیر گزینه‌ها را در n جای گذاری می‌کنیم و بررسی می‌کنیم که آیا گزاره صحیح است یا خیر:

$$\begin{aligned} n=5 &\Rightarrow 2^n = 2^5 = 32 \Rightarrow 32 = 7 \times 4 + 4 \\ &\Rightarrow r = 4 = 2^2 \\ n=6 &\Rightarrow 2^n = 2^6 = 64 \Rightarrow 64 = 7 \times 9 + 1 \\ &\Rightarrow r = 1 = 1^2 \\ n=7 &\Rightarrow 2^n = 2^7 = 128 \Rightarrow 128 = 7 \times 18 + 2 \\ &\Rightarrow r = 2 \Rightarrow \text{مربع کامل نمی‌باشد.} \\ n=8 &\Rightarrow 2^n = 2^8 = 256 \Rightarrow 256 = 7 \times 36 + 4 \\ &\Rightarrow r = 4 = 2^2 \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ و ۳)

۷۲- گزینه «۳»

(افشین فاضل‌شان)

بررسی موارد:

الف) درست

$$k+1 = n(n+2)+1 = n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2 \quad n \in \mathbb{N}$$

ب) درست

$$k = (n-1)n(n+1) = n(n^2-1) = n^3 - n \Rightarrow k+n = n^3 \quad n \in \mathbb{N}$$

پ) درست

$$k = (2n-1)^2 + (2n+1)^2 = 4n^2 + 2 \Rightarrow k-2 = 4n^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}(k-2) = n^2 = (n)^2 \quad n \in \mathbb{N}$$

ت) نادرست

$$k = (n) + (n+1) = 2n+1 \Rightarrow k(k-1)+1 = (2n+1)(2n)+1$$

$$= 4n^2 + 2n + 1 \quad n \in \mathbb{N}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ و ۳)

۷۳- گزینه «۲»

(نیلوفر مهرودی)

الف) اگر اعداد صحیح متوالی برابر n و $n+1$ باشند، داریم:

$$(n+1)^3 - n^3 = (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3$$

$$= 3n^2 + 3n + 1 = 3n(n+1) + 1$$

عبارت $n(n+1)$ چون حاصل ضرب دو عدد صحیح متوالی است، عددی زوج می‌باشد.

$$3n(n+1)+1 \xrightarrow{n(n+1)=2q} 3(2q)+1 = 6q+1$$

$$\xrightarrow{2q=q'} 2(3q)+1 = 2q'+1$$

$2q'+1$ عددی فرد است، پس این گزاره صحیح است.

ب) این گزاره نادرست است و مثال نقض دارد:

$$a=1, b=4 \Rightarrow \sqrt{1 \times 4} < \frac{1+4}{2}$$

پ) برای اعداد صحیح و فرد a و b داریم:

$$\begin{cases} a^2 = (2k+1)^2 \Rightarrow 4k^2 + 4k + 1 = 4k(k+1) + 1 = 4k' + 1 \\ b^2 = (2q+1)^2 \Rightarrow 4q^2 + 4q + 1 = 4q(q+1) + 1 = 4q' + 1 \end{cases}$$

$$a^2 - b^2 = (4k' + 1) - (4q' + 1) = 4k' - 4q' = 4(k' - q')$$

عبارت $4(k' - q')$ مضرب ۴ است و این گزاره درست است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲، ۳ و ۷)

۷۴- گزینه «۴»

(مصطفی ریداری)

طبق فرض می‌دانیم q عددی زوج است، پس:

$$q = 2t \Rightarrow (6q+5)^2 = (12t+5)^2 = 144t^2 + 120t + 25$$

$$= 24(6t^2 + 5t + 1) + 1 = 24k + 1$$

بنابراین مجموع ضرایب جمله‌ها در چندجمله‌ای k برابر است با:

$$6+5+1=12$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۳ و ۵)

۷۵- گزینه «۲»

(امیرمسین ملازینل)

برای عدد طبیعی a ، اگر a^2 زوج باشد، a نیز زوج است. بنابراین چون

$$n(n+1) \text{ زوج است، } \frac{n(n+1)}{2} \text{ نیز زوج است. عبارت } \frac{n(n+1)}{2}$$

حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی بوده و قطعاً زوج است. بنابراین کافی است

$$n = 4k \text{ یا } n+1 = 4k \text{ باشد؛ لذا فقط اعداد } 3, 4, 7 \text{ و } 8 \text{ برای } n \text{ قابل}$$

قبول است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ و ۵)

(مشابه کار در کلاس (ب) صفحه ۵)

۷۶- گزینه «۱»

(کیوان دارابی)

تابع $\frac{1}{3}f + \frac{1}{3}g$ چون ضربی عددی از تابع پیوسته $f + g$ است، بنابراین

پیوسته است. $2f + 3g$ ناپیوسته است، زیرا:

$$2f + 3g = 2(f + g) + g$$

ناپیوسته = ناپیوسته + پیوسته $\Rightarrow$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۵ و ۶)

(مشابه کار در کلاس (ب) صفحه ۶)

۷۷- گزینه «۱»

(سیرمهر رضا حسینی فرد)

با برهان خلف ثابت می‌شود اگر x گویا باشد، با توجه به اینکه $x+y$ نیز گویا

است، آنگاه y و در نتیجه $x+3y$ و $2x-y$ نیز گویا خواهند بود که با

فرض سؤال در تناقض است؛ پس x عددی گنگ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۵، ۶ و ۸)

۷۸- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول قطعاً زوج است و با برهان خلف اثبات می‌شود. فرض می‌کنیم

$(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ فرد باشد، بنابراین هر کدام از

$(a_1 - b_1)$ ، $(a_2 - b_2)$ و $(a_3 - b_3)$ فرد هستند و می‌دانیم جمع ۳

عدد فرد، فرد است، پس:

$$a_1 - b_1 + a_2 - b_2 + a_3 - b_3 = \text{عدد فرد}$$

$$\Rightarrow (a_1 + a_2 + a_3) - (b_1 + b_2 + b_3) = 0 \quad (\text{تناقض})$$

عبارت دوم نیز قطعاً زوج است، زیرا حاصل $a_1 a_2 a_3$ و $b_1 b_2 b_3$ با هم برابر

است. در نتیجه:

$$3a_1 a_2 a_3 + b_1 b_2 b_3 = 4(a_1 a_2 a_3) \quad \text{زوج است}$$

عبارت سوم نیز قطعاً زوج است، زیرا b_1 با یکی از اعداد a_1 یا a_2 یا a_3

برابر است و در نتیجه یکی از پرانتزها برابر عدد صفر است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۶)

۷۹- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

اگر $a^2 + b^2$ عددی زوج باشد، آن‌گاه a و b یا هر دو زوج هستند و یا

هر دو فرد.

در این صورت ab هم می‌تواند فرد باشد و هم زوج؛ ولی $a+b$ قطعاً زوج

است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۳ تا ۵ و ۶ تا ۸)

(مشابه کار در کلاس (الف) صفحه ۵)

۸۰- گزینه «۲»

(مصطفی دیراری)

طبق فرض داریم:

$$x^2 + y^2 + 2 \geq (x+1)(y+1) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2 \geq xy + x + y + 1$$

$$\xrightarrow{x^2} 2x^2 + 2y^2 + 4 \geq 2xy + 2x + 2y + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x^2 + y^2 + y^2 - 2xy - 2x - 2y + 1 + 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 + (x-y)^2 \geq 0$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

فیزیک ۲

۸۱- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

چون بار الکتریکی کره B با گرفتن الکترون، بدون تغییر علامت به اندازه ۱۱۰ درصد افزایش یافته است، پس علامت بار اولیه آن منفی بوده است. در این صورت گزینه‌های (۱) و (۳) حذف می‌شوند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$q_2 = q_1 + \frac{110}{100} q_1 \Rightarrow q_2 = \frac{21}{10} q_1$$

$$q_2 = q_1 + (-ne) \Rightarrow \frac{21}{10} q_1 = q_1 - ne \Rightarrow \frac{11}{10} q_1 = -ne$$

$$q_1 = -\frac{10}{11} ne = \frac{n=22 \times 10^{12}}{e=1.6 \times 10^{-19} C} \rightarrow$$

$$q_1 = -\frac{10}{11} \times 22 \times 10^{12} \times 1.6 \times 10^{-19} C$$

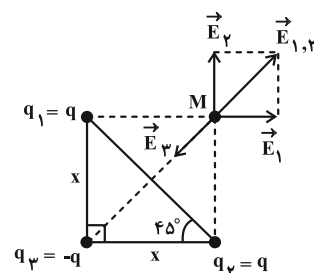
$$\Rightarrow q_1 = -32 \times 10^{-6} C = -32 \mu C$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۷)

۸۲- گزینه «۱»

(بابک اسلامی)

با استفاده از رابطه بزرگی میدان الکتریکی ناشی از یک ذره باردار و با توجه به این که اندازه بارهای q_1 و q_2 و همچنین فاصله آن‌ها تا نقطه M یکسان است، می‌توان نوشت:



$$E_1 = E_2 = k \frac{|q|}{x^2}$$

$$E_{1,2} = k \frac{|q|}{x^2} \sqrt{2}$$

$$E_3 = k \frac{|q|}{2x^2}$$

از طرفی چون علامت بار q_3 منفی است، بنابراین با توجه به جهت

میدان‌های $\vec{E}_{1,2}$ و $\vec{E}_3$ داریم:

$$E_M = E_{1,2} - E_3 = \frac{k|q|}{x^2} \sqrt{2} - k \frac{|q|}{2x^2} = k \frac{|q|}{x^2} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\Rightarrow E_M = \left(\frac{2\sqrt{2}-1}{2} \right) k \frac{|q|}{x^2}$$

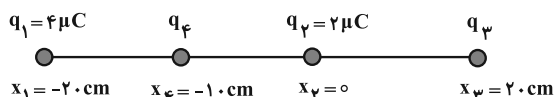
$$\Rightarrow \frac{E_M}{E_3} = \frac{\left(\frac{2\sqrt{2}-1}{2} \right) k \frac{|q|}{x^2}}{\frac{k|q|}{2x^2}} = (2\sqrt{2}-1)$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

۸۳- گزینه «۴»

(فسین الهی)

ابتدا باید نوع بار q_3 را مشخص کنیم:



فرض می‌کنیم بار q_4 مثبت است، با توجه به فاصله یکسان q_1 و q_2 از

بار q_4 ، نیرویی که بار q_1 بر بار q_4 وارد می‌کند بیشتر است؛ لذا بار q_3 نیز

باید بار q_4 را دفع کند پس مثبت است.

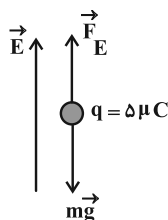
$$|\vec{F}_{14}| = |\vec{F}_{24}| \Rightarrow |\vec{F}_{14}| = |\vec{F}_{24} + \vec{F}_{34}|$$

$$\Rightarrow \frac{k|q_1||q_4|}{r_{14}^2} = \frac{k|q_2||q_4|}{r_{24}^2} + \frac{k|q_3||q_4|}{r_{34}^2}$$

$$\xrightarrow{q_4 > 0} \frac{4}{(10)^2} = \frac{2}{(10)^2} + \frac{q_3}{(20)^2}$$

$$\Rightarrow q_3 = 18 \mu C \Rightarrow \frac{q_3}{q_2} = \frac{18}{2} = 9$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۱۰)



$$F_E = mg \xrightarrow{F=q|E|} |q| E = mg \xrightarrow{m=150g=0.15kg, |q|=5\mu C=5 \times 10^{-6}C}$$

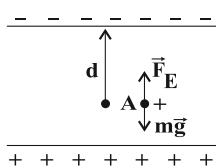
$$5 \times 10^{-6} \times E = 0.15 \times 10 \Rightarrow E = 3 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۰ تا ۲۱)

۸۷ - گزینه «۳»

(زهره آقاممدری)

دو نیرو بر ذره وارد می‌شود، یکی وزن ذره و دیگری نیروی الکتریکی که از طرف میدان بر ذره و رو به بالا وارد می‌شود. بنابر قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:



$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_E + W_{mg} = K_f - K_i$$

$$\Rightarrow qEd \cos(0) - mgd = \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^{-14} \times 2 / 6 \times 10^{-5} \times d \times 1 - 4 \times 10^{-11} \times 10 \times d$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-11} \times 25 \Rightarrow (10 / 4 \times 10^{-9} - 0 / 4 \times 10^{-9})d = 50 \times 10^{-11}$$

$$\Rightarrow 10 \times 10^{-9} \times d = 50 \times 10^{-10} \Rightarrow d = 5 \times 10^{-2} = 0.05m = 5cm$$

$$\Rightarrow \text{فاصله نقطه A از صفحه بالایی} = 5cm$$

$$8 - 5 = 3cm \quad \text{فاصله نقطه A از صفحه پایینی برابر است با:}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۸۴ - گزینه «۳»

(عساک نازری)

با توجه به این که $q < 0$ و کار نیروی الکتریکی نیز مثبت است، می‌توان نتیجه گرفت که نیروی الکتریکی و جابه‌جایی هم‌راستا هستند و بار الکتریکی q در خلاف جهت خط‌های میدان الکتریکی حرکت کرده و انرژی پتانسیل الکتریکی آن $J \cdot 10^{-6} \cdot 36$ کاهش یافته است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow V_B - 10 = \frac{-36 \times 10^{-6}}{-3 \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow V_B - 10 = 12 \Rightarrow V_B = 22V$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۸۵ - گزینه «۱»

(سعید طاهری پروینی)

ابتدا لازم است با استفاده از رابطه چگالی سطحی بار الکتریکی، نسبت شعاع کره‌ها را بیابیم:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \xrightarrow{A=4\pi r^2} \frac{\sigma_B}{\sigma_A} = \frac{Q_B}{Q_A} \times \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = 8 \times \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = 4$$

حال با توجه به رابطه حجم کره داریم:

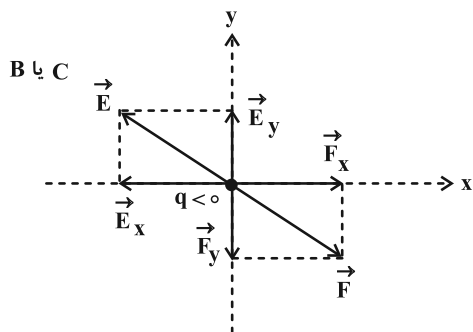
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 = 4^3 = 64$$

(فیزیک ۲ - صفحه ۲۹)

۸۶ - گزینه «۱»

(عبدالرضا امینی نسب)

بر ذره باردار نیروی وزن و نیروی میدان الکتریکی وارد می‌شود. چون ذره معلق و در حال تعادل است، برآیند این دو نیرو صفر می‌باشد. از طرف دیگر، چون نیروی وزن ذره رو به پایین است، باید نیروی الکتریکی رو به بالا و هم‌اندازه با نیروی وزن باشد. با توجه به این که بر بار الکتریکی مثبت در جهت خط‌های میدان الکتریکی نیروی الکتریکی وارد می‌شود و نیروی الکتریکی رو به بالا است، باید جهت میدان الکتریکی به طرف بالا باشد و اندازه آن برابر است با:



(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۸)

(ممبر لایحه منشاری)

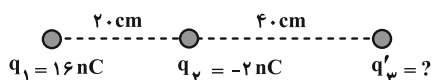
۹۰- گزینه «۲»

در حالت اول که بار q_1 در حال تعادل است، باید اندازه نیروهای وارد شده از طرف بار q_2 و q_3 بر q_1 برابر باشند:

$$F_{12} = F_{13} \Rightarrow \frac{k |q_1| |q_2|}{(0.2)^2} = \frac{k |q_1| |q_3|}{(0.4)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{q_1}{q_3} = \frac{(0.4)^2}{(0.2)^2} \Rightarrow \frac{16nC}{q_3} = \frac{16nC}{q_3} \Rightarrow q_3 = 16nC$$

حالت دوم:



باید اندازه نیروهای وارد بر q_2 برابر باشند.

$$\Rightarrow F_{21} = F_{23'} \Rightarrow \frac{k |q_2| |q_1|}{(0.2)^2} = \frac{k |q_2| |q_3'|}{(0.4)^2} \Rightarrow \frac{q_1}{q_3'} = \frac{1}{4} = \frac{16nC}{q_3'}$$

$$q_3' = 64nC \Rightarrow \Delta q_3 > 0 \Rightarrow \text{از دست دادن الکترون}$$

$$\Delta q_3 = q_3' - q_3 = 64nC - 4nC = 60nC$$

$$\xrightarrow{\Delta q = ne} 60 \times 10^{-9} = n \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow n = 60 \times \frac{10^{-9}}{1.6 \times 10^{-19}} = \frac{15}{4} \times 10^{11} = 3.75 \times 10^{11}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۳ تا ۱۰)

(غلامرضا ممبی)

۸۸- گزینه «۳»

خط‌های میدان الکتریکی بین دو صفحه از پایین به بالا هستند و نقاط b و c روی یک خط عمود بر خطوط میدان قرار دارند. لذا هم‌پتانسیل هستند. بررسی عبارت‌ها به صورت زیر است:

الف) نادرست: $\Delta U = q\Delta V \xrightarrow{q < 0, \Delta V < 0} \Delta U > 0$

ب) درست:

$$V_b = V_c \Rightarrow \Delta V_{ab} = \Delta V_{ac} \xrightarrow{W = -q\Delta V} W_{ab} = W_{ac}$$

ب) درست: $V_b = V_c \Rightarrow \Delta V_{bc} = 0$

ت) درست: حرکت از b به a در خلاف جهت خطوط میدان است که با توجه به منفی بودن بار الکتریکی این حرکت خودبه‌خودی است و سبب افزایش انرژی جنبشی می‌شود.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

(علیرضا جباری)

۸۹- گزینه «۳»

می‌دانیم جهت میدان الکتریکی در هر نقطه، مماس بر خط میدان الکتریکی در آن

نقطه است. از طرف دیگر، چون الکترون بار منفی دارد، طبق رابطه $\vec{F} = q\vec{E}$ ،

نیروی الکتریکی وارد بر آن در خلاف جهت میدان الکتریکی می‌باشد. با توجه به

این که نیروی وارد بر الکترون برابر $\vec{F} = (3mN)\vec{i} + (-2mN)\vec{j}$ است،

$\vec{F}_x$ در جهت مثبت محور x و $\vec{F}_y$ در جهت منفی محور y می‌باشد، لذا باید

$\vec{E}_x$ در جهت منفی محور x و $\vec{E}_y$ در جهت مثبت محور y باشد. بنابراین، با

توجه به شکل زیر، در نقاط B و C نیروی وارد بر الکترون می‌تواند برابر

$$\vec{F} = (3mN)\vec{i} + (-2mN)\vec{j} \text{ باشد.}$$

فیزیک ۱

۹۱- گزینه «۴»

(مسام ناری)

می‌دانیم که کمیت فشار (P) به صورت نیرو تقسیم بر سطح تماس جسم

$$P = \frac{F}{A} = \frac{m \times a}{A}$$

محاسبه می‌شود. بنابراین داریم:

$$\Rightarrow [P] = \frac{\text{kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$$

در نتیجه گزینه (۴) صحیح نمی‌باشد.

دلایل درستی سایر گزینه‌ها:

$$\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \quad (۱)$$

$$\frac{\text{J}}{\text{m}^3} = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{\text{m}^3} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \quad (۲)$$

$$\frac{\text{W} \cdot \text{s}}{\text{m}^3} = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \cdot \text{s}}{\text{m}^3} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \quad (۳)$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۹۲- گزینه «۴»

(افشین کرکوتولی)

با توجه به سازگاری یکاها در روابط فیزیکی داریم:

$$[x]^2 = [C]^2 \Rightarrow [C] = m \Rightarrow C : \text{طول}$$

$$[x]^2 = [B] s^2 \cdot m \Rightarrow [B] = \frac{m^2}{m \cdot s^2} \Rightarrow [B] = \frac{m}{s^2} \Rightarrow B : \text{شتاب}$$

(فیزیک ۱- صفحه ۱۱)

۹۳- گزینه «۳»

(فرشاد قنبری)

جرم لیوان آب برابر میانگین مقادیر داده شده می‌باشد. در محاسبه میانگین، عددی که فاصله زیادی از سایر مقادیر داشته باشد، کنار گذاشته می‌شود. در اینجا ۸۴/۱ و ۱۱۷/۹ را کنار می‌گذاریم.

$$\begin{aligned} \text{جرم لیوان آب} &= \frac{۹۶/۴ + ۹۷/۸ + ۹۵/۹ + ۹۷/۳ + ۹۶/۶}{۵} \\ &= \frac{۴۸۴}{۵} = ۹۶/۸ \end{aligned}$$

دقت اندازه‌گیری برابر با کوچک‌ترین مقداری است که یک وسیله اندازه‌گیری می‌تواند اندازه بگیرد. در اینجا، کمترین مقدار اندازه‌گیری برابر ۰/۱g است. بنابراین داریم:

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = ۰/۱g = ۰/۱ \times ۱۰^{-۳} \text{ kg}$$

$$\Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری} = ۱۰^{-۴} \text{ kg}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۹۴- گزینه «۲»

(علیرضا کونه)

با استفاده از رابطه چگالی مخلوط و با توجه به نمودار می‌توان نوشت:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{۴۸ + ۱۲}{۱۵ + ۱۵} = \frac{۶۰}{۳۰} = ۲ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$۲ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = ۲ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{۱ \text{ cm}^3}{۱۰^{-۶} \text{ m}^3} \times \frac{۱۰^{-۳} \text{ kg}}{۱ \text{ g}} = ۲۰۰۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۹۵- گزینه «۴»

(میثم رشتیان)

ابتدا آهنگ خروج آب از شلنگ را برحسب $\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ به‌دست می‌آوریم:

$$۳ \times ۱۰^{-۵} \frac{\text{L}}{\mu\text{s}} \times \frac{۱ \text{ m}^3}{۱۰^۳ \text{ L}} \times \frac{۱ \mu\text{s}}{۱۰^{-۶} \text{ s}} = ۳ \times ۱۰^{-۲} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

اکنون ضلع مکعب را به متر تبدیل کرده و حجم آن را برحسب m^3 به‌دست می‌آوریم:

$$\text{ضلع} = ۰/۳ \text{ dam} \times \frac{۱۰ \text{ m}}{۱ \text{ dam}} = ۳ \text{ m} \Rightarrow V = (\text{ضلع})^3 = ۲۷ \text{ m}^3$$

حال می‌توان نوشت:

$$\text{حجم آب} = \frac{\text{جرم آب}}{\text{زمان}} \Rightarrow ۳ \times ۱۰^{-۲} = \frac{۲۷}{t} \Rightarrow t = ۹۰۰ \text{ s}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۹۶- گزینه «۳»

(زهره آقاممدری)

$$۳۶ \times ۱۰^۴ \frac{\text{g} \cdot \text{cm}^3}{\text{s}^2} = ۳۶ \times ۱۰^۴ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{-۴} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^3}{\text{s}^2}$$

$$= ۳۶ \times ۱۰^{-۳} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^3}{\text{s}^2} \quad (I)$$

$$\frac{4 \text{ kg} \cdot \mu\text{m}^2}{\text{ms}^2} = 4 \times \frac{\text{kg} \times (10^{-6} \text{ m})^2}{(10^{-3} \text{ s})^2} \quad (3) \text{ درست؛ زیرا:}$$

$$= 4 \times 10^{-6} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} = 4 \times 10^{-6} \times 10^9 \frac{\mu\text{g} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$= 4 \times 10^3 \frac{\mu\text{g} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

(۴) نادرست؛ زیرا:

$$\frac{\text{cm}^2}{\text{ms}^2 \cdot \text{mK}} = 10^{-4} \times 10^6 \times 10^3 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}} = 10^5 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}}$$

$$1 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}} = 10^{-5} \frac{\text{cm}^2}{\text{ms}^2 \cdot \text{mK}} \quad \text{پس:}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

(هاشم زمانیان)

۹۹- گزینه «۲»

به بررسی دلیل نادرستی گزینه‌های دیگر می‌پردازیم:

(۱) شناور ماندن به مقایسه چگالی جسم با چگالی آب بستگی دارد، نه فقط جرم

جسم و اگر چگالی جسم کمتر از آب باشد، جسم روی آب شناور می‌ماند.

(۳) چگالی پرتقال با پوست، کمتر از آب است و بر روی سطح آب شناور می‌ماند

ولی چون چگالی پرتقال بدون پوست، بیشتر از آب است، در آب فرو می‌رود.

(۴) اگر یک اسفنج خشک را فشار دهیم و حجم آن کم شود، در حالی که

جرمش تغییر نکند، چگالی آن بیشتر می‌شود.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

(مهمربلی راست‌پیمان)

۱۰۰- گزینه «۴»

ابتدا حجم مکعب مستطیل و حجم مکعب را می‌یابیم. مکعب مستطیل را با

اندیس (۱) و مکعب را با اندیس (۲) نشان می‌دهیم:

$$V_1 = 3 \text{ m} \times 4 \text{ m} \times 8 \text{ m} = 96 \text{ m}^3$$

$$V_2 = a^3 \xrightarrow{a=2\mu\text{m}=2 \times 10^{-6} \text{ m}} V_2 = (2 \times 10^{-6})^3 = 8 \times 10^{-18} \text{ m}^3$$

اکنون V_1 را بر V_2 تقسیم می‌کنیم:

$$n = \frac{V_1}{V_2} = \frac{96}{8 \times 10^{-18}} = \frac{96 \times 10^{18}}{8} = 12 \times 10^{18}$$

$$\Rightarrow n = 1/2 \times 10^{19}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

$$1 \frac{\text{mg} \cdot \text{mm}^2}{\text{ms}^2} = 1 \times 10^{-6} \times 10^{-6} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{10^{-6} \text{ s}^2}$$

$$= 10^{-6} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \quad (\text{II})$$

$$\text{I, II} \Rightarrow 36 \times 10^4 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}^2}{\text{s}^2} = 36 \times 10^3 \frac{\text{mg} \cdot \text{mm}^2}{\text{ms}^2}$$

$$= 3/6 \times 10^4 \frac{\text{mg} \cdot \text{mm}^2}{\text{ms}^2}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

(زهره آقاممیری)

۹۷- گزینه «۲»

با توجه به اینکه جرم مایع ۰/۲ برابر جرم فلز است، داریم:

$$m = \rho V, \quad m_{\text{مایع}} = 0/2 m_{\text{کره}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مایع}} V_{\text{مایع}} = 0/2 \rho_{\text{کره}} V_{\text{کره}} \quad (*)$$

حجم ماده سازنده کره (حفره - $V_{\text{کره}}$) برابر است با:

$$V_{\text{مایع}} = \frac{4}{3} \pi R_{\text{حفره}}^3 = 4 \times 2^3 = 32 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi (R_{\text{کره}}^3 - R_{\text{حفره}}^3) = 4 \times (4^3 - 2^3) = 4 \times 56 \text{ cm}^3$$

با استفاده از رابطه (*) داریم:

$$\rho_{\text{مایع}} V_{\text{مایع}} = \rho_{\text{کره}} V_{\text{کره}} \xrightarrow{(*)} 0/2 \rho_{\text{کره}} V_{\text{کره}} = \rho_{\text{مایع}} V_{\text{مایع}}$$

$$\rho_{\text{کره}} = \frac{V_{\text{مایع}}}{0/2 V_{\text{کره}}} = \frac{32}{0/2 \times 4 \times 56} = 5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

(عسین الهی)

۹۸- گزینه «۳»

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$2 \frac{\mu\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{ms}^2} = 2 \times \frac{10^{-9} \text{ kg} \times 10^{-2} \text{ m}}{(10^{-3} \text{ s})^2} \quad (1) \text{ نادرست؛ زیرا:}$$

$$= 2 \times 10^{-5} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 2 \times 10^{-5} \text{ N}$$

$$50 \frac{\text{cm}^2}{\mu\text{s}} = 50 \times \frac{(10^{-2} \text{ m})^2}{10^{-6} \text{ s}} = 50 \times 10^3 \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad (2) \text{ نادرست؛ زیرا:}$$

فیزیک ۳

۱۰۱- گزینه «۲»

(معمولاً نظم منشاری)

موارد (ب)، (پ) و (ت) صحیح می باشند.

دلایل نادرستی سایر گزاره ها:

الف) در بازه زمانی t_1 تا t_2 علامت سرعت متحرک منفی می باشد، یعنی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می کند.

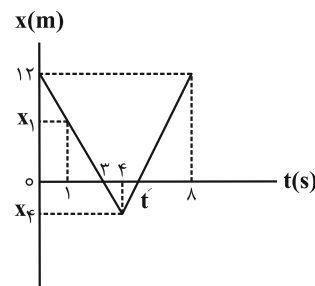
ت) در بازه زمانی t_1 تا t_3 شیب خط واصل مثبت می باشد یعنی بردار شتاب متوسط در جهت محور x می باشد.

(فیزیک ۳- صفحه های ۲ تا ۱۳)

(برگرفته از آزمون نهایی رشته ریاضی- فردار ۱۴۰۰)

۱۰۲- گزینه «۲»

(بهرادر کمران)



با توجه به شیب ثابت نمودار مکان - زمان در ۴ ثانیه اول و جابه جایی متحرک که در ۳ ثانیه اول حرکت (۱۲-) متر بوده است، می توان نتیجه گرفت در هر ثانیه این متحرک (۴-) متر جابه جا می شود. بنابراین $x(t=1s) = 8m$ و $x(t=4s) = -4m$ است.

نمودار نسبت به خط $t = 4s$ متقارن است. پس $t' = 5s$ می باشد، تندی متوسط،

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{8 + 4 + 4}{5 - 1} = \frac{16}{4} = 4 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۲ تا ۹)

۱۰۳- گزینه «۱»

(پنهان رستمی)

عبارت های «الف» و «ت» درست می باشند. بررسی سایر عبارت ها:

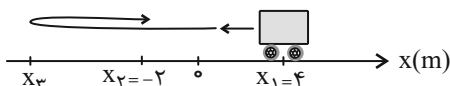
ب) نادرست؛ زیرا عقربه تندی سنج، تندی لحظه ای خودرو را نشان می دهد نه تندی متوسط.

پ) نادرست؛ زیرا متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، اگر در مکان های منفی باشد، دارای بردار مکان منفی خواهد بود و جهت حرکت آن می تواند در جهت مثبت یا منفی محور x باشد.

(فیزیک ۳- صفحه های ۲ تا ۹)

۱۰۴- گزینه «۳»

(زهره آقاممیری)



چون مسافت طی شده توسط متحرک از بزرگی جابه جایی بیشتر است، متحرک حداقل یک بار تغییر جهت داده است؛ بنابراین برای محاسبه حداکثر فاصله متحرک از نقطه شروع حرکت، فرض می کنیم که متحرک یک بار در مکان x_3 تغییر جهت می دهد و نقطه تغییر جهت در مکان های منفی است لذا با توجه به شکل مسیر حرکت داریم:

$$\frac{\text{مسافت}}{\text{اندازه جابه جایی}} = \frac{\ell}{|\Delta x|} = \frac{4 + |x_3| + |x_3| - 2}{|x_3 - x_1|} = \frac{2 + 2|x_3|}{|-2 - 4|}$$

$$= \frac{2(1 + |x_3|)}{6} = \frac{|x_3| + 1}{3}$$

$$\frac{\ell}{|\Delta x|} = \frac{11}{3} \Rightarrow \frac{|x_3| + 1}{3} = \frac{11}{3} \Rightarrow |x_3| = 10m \xrightarrow{x_3 < 0} x_3 = -10m$$

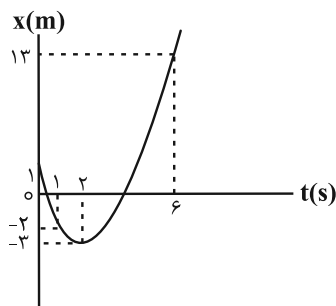
در نهایت فاصله نقطه x_3 از x_1 را می یابیم: $x_3 - x_1 = -10 - 4 = -14m$ بنابراین، حداکثر فاصله متحرک از نقطه شروع حرکت $14m$ می تواند باشد.

(فیزیک ۳- صفحه های ۲ تا ۵)

۱۰۵- گزینه «۱»

(فسرو ارغوانی فرد)

نمودار مکان - زمان حرکت متحرک را رسم می کنیم:



برای محاسبه تندی متوسط داریم:

$$\ell = |-3 - (-2)| + |13 - (-3)| = 17m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{17}{5} = 3 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = 13 - (-2) = 15m$$

برای محاسبه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{15}{5} = 3 \frac{m}{s}$$

$$s_{av} - v_{av} = 3 - 3 = 0 \frac{m}{s}$$

بنابراین:

(فیزیک ۳- صفحه های ۲ تا ۱۰)

۱۰۶ - گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

می‌دانیم شتاب در هر لحظه دلخواه t ، برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان در آن لحظه است. بنابراین، چون در لحظه‌های t_1 ، t_2 و t_3 شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان برابر با صفر است، در این لحظه‌ها شتاب متحرک صفر می‌شود. یعنی ۳ بار شتاب متحرک صفر شده است. چون نمودار سرعت - زمان بالای محور t قرار دارد، در تمام لحظه‌ها سرعت مثبت است و متحرک در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. بنابراین متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱۰۷ - گزینه «۴»

(سین الهی)

با توجه به جدول داده شده، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \text{جابه‌جایی (۱)}: -4\vec{i} = (-3)\vec{i} - \vec{x}_0 \Rightarrow \vec{x}_0 = \vec{i} \text{ (m)} \\ \text{جابه‌جایی (۲)}: \vec{d}_p = 6\vec{i} - 2\vec{i} \Rightarrow \vec{d}_p = 4\vec{i} \text{ (m)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\vec{x}_0 - \vec{d}_p) = \vec{i} - 4\vec{i} = -3\vec{i} \text{ (m)}$$

از طرفی با توجه به این‌که حرکت هر دو متحرک در مدت زمان یکسان انجام شده است، نسبت سرعت متوسط دو متحرک برابر نسبت جابه‌جایی آن‌ها است.

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \xrightarrow{\text{یکسان } \Delta t} \frac{|\vec{d}_1|}{|\vec{d}_2|} = \frac{|\vec{d}_1|}{|\vec{d}_p|} = 1$$

(فیزیک ۳ - صفحه ۵)

(مشابه پرسش ۱-۱ صفحه ۵ کتاب درسی)

۱۰۸ - گزینه «۴»

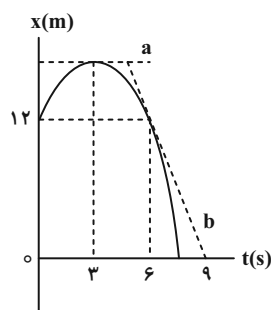
(مسام نازری)

برای پاسخ دادن به این سوال لازم است بدانیم:

(۱) ثانیه دوم یعنی بازه زمانی $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 6s$

(۲) شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه برابر با سرعت متحرک در آن لحظه است.

بنابراین، ابتدا سرعت متحرک در لحظه‌های $t_1 = 3s$ و $t_2 = 6s$ را می‌یابیم. مطابق شکل زیر در لحظه $t_1 = 3s$ ، شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر صفر است، لذا $v_{ps} = 0$ می‌باشد. برای لحظه $t_2 = 6s$ سرعت متحرک برابر است با:



$$v_{ps} = a \Rightarrow \text{شیب خط } = 0 \Rightarrow v_{ps} = 0 \frac{m}{s}$$

$$v_{ps} = b \Rightarrow \text{شیب خط } = \frac{0-12}{9-6} \Rightarrow v_{ps} = -4 \frac{m}{s}$$

با داشتن v_{ps} و v_{ps} ، شتاب متوسط را به صورت زیر می‌یابیم:

$$a_{av} = \frac{v_{ps} - v_{ps}}{\Delta t} = \frac{-4-0}{6-3} \Rightarrow a_{av} = -\frac{4}{3} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۱۰۹ - گزینه «۲»

(میشی نگوینان)

برای به دست آوردن سرعت متوسط ($\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$) در جابه‌جایی بین مکان‌های x_1 و x_2 ، چهار حالت زیر را می‌توان در نظر گرفت:

$$t_1 \leq t \leq t_2 : |v_{av_1}| = \frac{|x_2 - x_1|}{2t'}$$

$$t_1 \leq t \leq t_3 : |v_{av_2}| = \frac{|x_2 - x_1|}{\Delta t'}$$

$$t_2 \leq t \leq t_4 : |v_{av_3}| = \frac{x_1 - x_2}{4t'}$$

$$t_3 \leq t \leq t_4 : |v_{av_4}| = \frac{x_1 - x_2}{t'}$$

ملاحظه می‌شود که $|v_{av_4}|$ بیشترین و $|v_{av_3}|$ کمترین اندازه سرعت متوسط می‌باشد. بنابراین:

$$|v_{av_4}| - |v_{av_3}| = 12 \Rightarrow \frac{4(x_1 - x_2)}{\Delta t'} = 12 \Rightarrow \frac{x_1 - x_2}{t'} = 15 \frac{m}{s}$$

$$v_{av_2} = \frac{x_1 - x_2}{4t'} = \frac{15}{4} \frac{m}{s}$$

و در نهایت می‌توان نوشت:

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۱۱۰ - گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

در شکل‌های (پ) و (ت) شیب نمودار در لحظه $t = 0s$ صفر (خط مماس افقی) و به مرور در حال افزایش است و تندی به تدریج زیاد می‌شود ولی در نمودارهای (الف) و (ب) خط مماس در لحظه $t = 0s$ افقی نیست، بنابراین متحرک از حال سکون شروع به حرکت نکرده است.

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۹ و ۱۰)

(مشابه سوال ۸ صفحه ۲۶، پرسش‌های آفر فصل)

شیمی ۲

۱۱۱- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) تمام قطعه‌های دوچرخه از فراوری مواد نفتی، مواد معدنی و فلزات موجود در زمین به دست می‌آیند.

(۲) همه مواد طبیعی و همه مواد مصنوعی از کره زمین به دست می‌آیند.

(۳) امروزه تقاضای جهانی برای استفاده از هدایای زمینی افزایش یافته است.

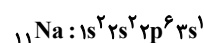
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۲ تا ۵)

۱۱۲- گزینه «۴»

(امیرمهر سعیری)

بررسی همه موارد:

(آ) سدیم ($^{23}_{11}\text{Na}$) عنصری از تناوب سوم است که بیشترین شعاع اتمی را دارد. در آرایش الکترونی این عنصر، ۵ الکترون در زیرلایه‌های s ($l=0$) وجود دارد.



(ب) در تناوب سوم جدول دوره‌ای، همانند گروه اول، با افزایش شعاع اتمی عناصر فلزی، خاصیت فلزی بیشتر می‌شود.

(پ) در گروه فلزهای قلیایی، با افزایش عدد اتمی، واکنش‌پذیری عناصر بیشتر می‌شود اما در گروه هالوژن‌ها، با افزایش عدد اتمی از واکنش‌پذیری عناصر کاسته می‌شود.

(ت) تفاوت عدد اتمی عنصری از تناوب چهارم که کمترین خصلت نافلزی را دارد (^{19}K) با عنصری از تناوب دوم که بیشترین شعاع اتمی را دارد (^3Li)، برابر ۱۶ است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۱۱۳- گزینه «۴»

(امیرمسین مسلمی)

عناصر A، B و C به ترتیب Mg، O و F هستند؛

عنصر بعد از Mg در جدول تناوبی، Al است که همانند عنصر قبل از اکسیژن (نیتروژن)، یون پایدار تشکیل می‌دهد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۶ تا ۱۴)

۱۱۴- گزینه «۱»

(علیرضا کیانی دوست)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) عنصر کربن مثالی از نافلزات است که به آنیون تبدیل نمی‌شود و برای رسیدن به پایداری الکترون به اشتراک می‌گذارد.

(۲) در گروه ۱۸ جدول تناوبی آرایش لایه ظرفیت هلیوم با سایر گازهای نجیب متفاوت است.

(۳) اگر عنصری در لایه ظرفیت خود الکترون‌های با $l=1$ داشته باشد حتماً جزء دسته p است. در دسته p، لایه ظرفیت به صورت $ns^2 np^x$ که x از ۱ تا ۶ متغیر است. حال با توجه به این که $l=0$ و $l=1$ لایه ظرفیت برابر است پس این عنصر همان Si با آرایش الکترونی $3s^2 3p^2$ است که نمی‌تواند یون تک اتمی تشکیل دهد.

(۴) شکننده بودن و داشتن سطح کدر به نافلزات اشاره دارد و چون حالت فیزیکی جامد است، منظور نافلزهای فسفر و گوگرد هستند.

$$\frac{2}{8} \times 100 = 25\%$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱۱۵- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

عبارت‌های (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی همه عبارت‌ها:

(الف) ششمین عنصر واسطه دوره چهارم جدول تناوبی، آهن (^{56}Fe) می‌باشد که در طبیعت به شکل سنگ معدن هماتیت (Fe_2O_3) است.

(ب) اسکاندیم (^{45}Sc) نخستین عنصر واسطه دوره چهارم جدول تناوبی است که در ساخت وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها کاربرد دارد.

(پ) اولین فلز واسطه‌ای که زیرلایه $3d$ آن پر می‌شود، عنصر ^{29}Cu است.



مجموع n و l الکترون‌های ظرفیت ^{29}Cu

$$= 10 \times (3+2) + 1 \times (4+0) = 54$$

۱۱۸- گزینه «۳»

(میثم کیانی)

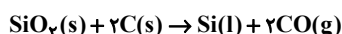
هرچه واکنش پذیری یک فلز بیشتر باشد، استخراج آن از ترکیبات آن دشوارتر است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه های ۱۸ تا ۲۱)

۱۱۹- گزینه «۴»

(آترین صبا)

ابتدا معادله واکنش را موازنه می کنیم:



$$210\text{gSi} \times \frac{100\text{gSi خالص}}{100\text{gSi ناخالص}} \times \frac{1\text{molSi}}{28\text{gSi}} \times \frac{2\text{molC}}{1\text{molSi}}$$

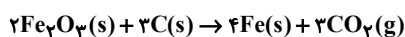
$$\times \frac{12\text{gC}}{1\text{molC}} \times \frac{100\text{g نظری}}{24\text{g عملی}} = 600\text{gC}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه های ۲۲ تا ۲۵ و ۳۸)

۱۲۰- گزینه «۲»

(میشی محبوب)

ابتدا باید واکنش را موازنه کنیم:



حالا کافی است که جرم گاز تولید شده را حساب کنیم که برابر با کاهش جرم محتویات ظرف واکنش می باشد.

$$80\text{gFe}_2\text{O}_3 \text{ خالص} \times \frac{200\text{gFe}_2\text{O}_3 \text{ ناخالص}}{100\text{gFe}_2\text{O}_3 \text{ ناخالص}} = 200\text{gFe}_2\text{O}_3$$

$$\times \frac{1\text{molFe}_2\text{O}_3}{160\text{gFe}_2\text{O}_3} \times \frac{3\text{molCO}_2}{2\text{molFe}_2\text{O}_3} \times \frac{44\text{gCO}_2}{1\text{molCO}_2} \times \frac{60\text{g عملی}}{100\text{g نظری}}$$

$$= 39\text{gCO}_2 = \text{میزان کاهش جرم محتویات ظرف واکنش}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه های ۲۲ تا ۲۵)

ت) در میان عنصرهای دوره چهارم جدول تناوبی، Cu و Zn از دسته d و ۶ عنصر از دسته p شامل Ga ، Ge ، As ، Se ، Br و Kr ، زیرلایه ۳d کاملاً پر دارند (در مجموع ۸ عنصر) و ۲ عنصر Cr و Mn زیرلایه ۳d نیمه پر دارند؛ بنابراین اختلاف خواسته شده برابر $(8-2=6)$ است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه های ۱۴ تا ۱۶ و ۲۳)

۱۱۶- گزینه «۴»

(مسن هاری)

بررسی همه موارد:

الف) چون سدیم توانست جای X را بگیرد، پس واکنش پذیری و فعالیت شیمیایی سدیم بیشتر از X است.

ب) چون Cu نتوانست جای X را در ترکیبش بگیرد، پس فعالیت شیمیایی X از مس بیشتر است. در نتیجه نگهداری X دشوارتر است.

پ) چون فعالیت شیمیایی Ag کمتر از Fe دارد، پس نمی تواند جای آهن را بگیرد. از طرفی X یون X^{2+} تولید می کند. در حالی که یون نقره Ag^+ و یون آلومینیوم Al^{3+} است.

ت) چون واکنش (۳) به صورت خودبه خودی انجام پذیر نیست، پس پایداری واکنش دهنده ها بیشتر است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه های ۲۰ و ۲۱)

۱۱۷- گزینه «۱»

(میرحسین حسینی)

بررسی همه گزینه ها:

۱) برخی نافلزها مانند اکسیژن، نیتروژن و گوگرد به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند.

۲) طلا تنها فلزی است که به شکل کلوخه ها و رگه های زرد لابه لای خاک یافت می شود. فلزهایی مانند پلاتین، نقره و مس هم به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند.

۳) در دنیای صنعتی امروز، از فلزهای بسیار زیادی مانند آهن، به فراوانی استفاده می شود.

۴) پلاتین برخلاف مس، تنها به شکل آزاد در طبیعت وجود دارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه ۱۸)

شیمی ۱

۱۲۱- گزینه «۴»

(امیرمسین طیبی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) پاسخ پرسش «جهان کنونی چگونه شکل گرفته است؟» در قلمرو علم

تجربی می‌گنجد.

۲) انرژی گرمایی و نور خیره‌کننده خورشید به دلیل واکنش‌های هسته‌ای

تبدیل هیدروژن به هلیوم است.

۳) فضاپیماهای وویجر ۱ و ۲ برای شناخت بیشتر سامانه خورشیدی (نه

خورشید!) سفر خود را آغاز کردند.

(شیمی ۱- کیهان زاگانه عناصر: صفحه‌های ۲ و ۴)

۱۲۲- گزینه «۱»

(بعضی بازوکی)

$${}_{33}^{75}\text{B}^{3-}: p = 33, e = 33 + 3 = 36, n = 75 - 33 = 42$$

$$\Rightarrow n - e = 42 - 36 = 6$$

$${}_{59}^{137}\text{A}^{3+}: e = p - 3, n = 137 - p \Rightarrow n - e = 62 - 2p$$

$$\text{مطابق شرط سوال: } 62 - 2p = 6 \Rightarrow p = 28$$

$$\text{اختلاف عدد اتمی} = 33 - 28 = 5$$

(شیمی ۱- کیهان زاگانه عناصر: صفحه ۵)

۱۲۳- گزینه «۱»

(هاری معری زاده)

طبق متن کتاب یون یدید با یون حاوی تکنسیم اندازه مشابهی دارد. سایر

گزینه‌ها با توجه به کتاب درست است.

(شیمی ۱- کیهان زاگانه عناصر: صفحه ۷)

۱۲۴- گزینه «۲»

(امیر خاتمیان)

بررسی همه گزینه‌ها:

۱) فراوانی رادیوایزوتوپی از اورانیم که به عنوان سوخت در نیروگاه‌ها به کار

می‌رود در نمونه طبیعی آن کمتر از ۰/۷ درصد است.

۲) ایزوتوپ‌های پرتوزا اغلب بر اثر متلاشی شدن، افزون بر ذره‌های پرانرژی

مقدار زیادی انرژی نیز آزاد می‌کنند.

۳)

$$\left. \begin{array}{l} \text{سنگین‌ترین رادیوایزوتوپ هیدروژن: } {}_1^3\text{H} \\ \Rightarrow \text{تعداد نوترون‌ها} = 3 - 1 = 2 \\ \text{سبک‌ترین رادیوایزوتوپ هیدروژن: } {}_1^1\text{H} \\ \Rightarrow \text{تعداد نوترون‌ها} = 1 - 1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2}{0} = \infty$$

۴) گلوکز نشان‌دار برای تشخیص سرطان کاربرد دارد و برای درمان آن به

کار نمی‌رود.

(شیمی ۱- کیهان زاگانه عناصر: صفحه‌های ۶ تا ۹)

۱۲۵- گزینه «۲»

(امیر خاتمیان)

عدد اتمی عنصرهای گروه ۱۵ با توجه به عدد اتمی گازهای نجیب برابر ۷،

۱۵، ۳۳، ۵۱ و ۸۳ است که عدد اتمی ۳۳ مربوط به عنصری است که با

عنصر ${}_{29}^{64}\text{B}$ هم‌دوره است.

${}_{15}^{31}\text{P}$	$\xleftarrow{-3}$	${}_{18}^{40}\text{Ar}$
${}_{7}^{14}\text{N}$	-	${}_{2}^{4}\text{He}$
${}_{10}^{20}\text{Ne}$		

$$\text{اتم } \frac{6 \text{ mol H}_2\text{SO}_3}{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_3} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_3}{82 \text{ g H}_2\text{SO}_3} \times \text{H}_2\text{SO}_3 \times \text{گرم}$$

$$= 80 \text{ g FeSO}_4 \times \frac{1 \text{ mol FeSO}_4}{152 \text{ g FeSO}_4} \times \frac{4 \text{ mol O}}{1 \text{ mol FeSO}_4}$$

$$x = 28 / 77 \text{ g}$$

(شیمی ۱- کیهان؛ زارگه عناصر؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۳)

(امیر ماتیان)

۱۲۹- گزینه «۱»

امواج نشر شده از کنترل تلویزیون نامرئی بوده و با وسیله‌ای مثل دوربین

گوشی قابل رؤیت هستند.

(شیمی ۱- کیهان؛ زارگه عناصر؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

(ممد رضا جمشیری)

۱۳۰- گزینه «۳»

بررسی همه گزینه‌ها:

(۱) هیچ‌گونه رابطه‌ای بین تعداد خطوط مرئی در طیف نشری خطی اتم‌ها و

عدد اتمی وجود ندارد، به‌طور مثال در ناحیه مرئی تعداد خطوط طیف نشری

خطی اتم‌های لیتیم و هیدروژن برابر با ۴ است.

(۲) هر قدر طول موج یک پرتو بیشتر باشد، انرژی آن کمتر است؛ پس میزان

انحراف آن پرتو پس از عبور از منشور نیز کمتر است.

(۳) رنگ نور حاصل از قرار دادن سدیم نیترات بر روی شعله، زرد است که

طول موج آن از نور قرمز کمتر و از نور آبی بیشتر است.

(۴) دانشمندان با دستگاهی به نام طیف‌سنج می‌توانند از پرتوهای گسیل شده

از مواد گوناگون، اطلاعات ارزشمندی درباره آن‌ها به دست آورند.

(شیمی ۱- کیهان؛ زارگه عناصر؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

۴- Kr ۳۶

۵- Xe ۵۴

۶- Rn ۸۶

(شیمی ۱- کیهان؛ زارگه عناصر؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۳)

(رضا رضوی)

۱۲۶- گزینه «۱»

ابتدا با توجه به داده‌های سؤال، درصد فراوانی‌ها را برحسب درصد فراوانی

یک ایزوتوپ تعیین می‌کنیم.

جرم اتمی	۳۷	۳۸	۴۰	۴۱
درصد فراوانی	۲F	F	۴۰-۳F	۶۰

حال با توجه به داده‌ها و جرم اتمی میانگین، F را تعیین می‌کنیم:

$$40/2 = \frac{37 \times 2F + 38 \times F + 40 \times (40 - 3F) + 41 \times 60}{100}$$

$$\Rightarrow F = 5 \Rightarrow F = 5 \Rightarrow \text{درصد فراوانی ایزوتوپ } X = 40 - 3 \times 5 = 25\%$$

(شیمی ۱- کیهان؛ زارگه عناصر؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

(امیر مسین طیبی)

۱۲۷- گزینه «۲»

هر amu معادل $\frac{1}{12}$ جرم ایزوتوپ کربن ^{12}C است. (نه جرم اتمی

میانگین عنصر کربن!)

(شیمی ۱- کیهان؛ زارگه عناصر؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

(پارسا عبوش‌پور)

۱۲۸- گزینه «۳»

$$\text{FeSO}_4 = (56 + 32 + 4 \times 16) \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 152 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

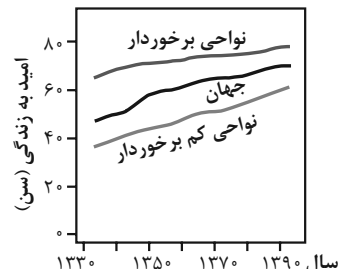
$$\text{H}_2\text{SO}_3 = (2 \times 1 + 32 + 3 \times 16) \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 82 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

شیمی ۳

۱۳۱- گزینه «۴»

(امیرحسین معروفی)

با توجه به نمودار زیر، در ۶۰ سال گذشته، میزان رشد و پیشرفت شاخص امید به زندگی در نواحی کم برخوردار (توسعه نیافته) بیشتر از نواحی برخوردار (توسعه یافته) بوده است.



(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۳۲- گزینه «۱»

(کامران جعفری)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۲) بنزین، روغن زیتون و وازلین هر سه ناقطبی‌اند و در آب نامحلول هستند و مخلوط این مواد و آب ناهمگن است.

(۳) اتیلن گلیکول و اتانول مولکول‌های قطبی دارند.

(۴) فرض می‌کنیم m گرم گلوکز و m گرم اوره داریم:

$$= m \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} = ? \text{ تعداد اتم‌های گلوکز}$$

$$\times \frac{N_A}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} \times \frac{24 \text{ اتم}}{1 \text{ مولکول}} = \frac{2mN_A}{15} \text{ اتم}$$

$$\text{اوره} = m \text{ g CO(NH}_2)_2 \times \frac{1 \text{ mol}}{60 \text{ g}} = \text{تعداد اتم‌های اوره}$$

$$\times \frac{N_A}{1 \text{ mol اوره}} \times \frac{8 \text{ اتم}}{1 \text{ مولکول}} = \frac{2mN_A}{15} \text{ اتم}$$

$$\frac{\text{تعداد اتم‌ها در } m \text{ گرم گلوکز}}{\text{تعداد اتم‌ها در } m \text{ گرم اوره}} = \frac{\frac{2mN_A}{15}}{\frac{2mN_A}{15}} = 1$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۴ تا ۶)

(برگرفته از متن کتاب)

۱۳۳- گزینه «۴»

(مهمر عظیمیان زواره)

بررسی همه گزینه‌ها:

(۱) فرمول مولکولی اسید چرب سازنده این استر سه عاملی به صورت $\text{C}_{18}\text{H}_{36}\text{O}_2$ یا $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COOH}$ می‌باشد.

(۲) با توجه به وجود سه گروه عاملی استری در ساختار مولکول آن، ۶ پیوند یگانه بین کربن و اکسیژن وجود دارد.

(۳) ۳ مول صابون با فرمول $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{16}\text{COONa}$ تولید می‌شود.

(۴) این ترکیب دارای پیوند $\text{O}-\text{H}$ نمی‌باشد، پس قابلیت تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را ندارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۳۴- گزینه «۲»

(حسن لشکری)

محلول مس (II) سولفات، یک مخلوط همگن و پایدار بوده که نور را از خود عبور می‌دهد.

مخلوط آب و روغن و صابون، یک کلوئید با توده‌های مولکولی است که ناهمگن بوده و نور را پخش می‌کند.

شربت معده سوسپانسیون بوده و ناپایدار است و نور را پخش می‌کند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۶ و ۷)

۱۳۵- گزینه «۳»

(مسین ناصری ثانی)

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه «۱»: قسمت A بخش آب‌دوست صابون را تشکیل می‌دهد و بار منفی دارد.

گزینه «۲»: بخش B و مولکول‌های روغن هر دو ناقطبی بوده و در نتیجه میان آنها جاذبه وان‌دروالسی وجود دارد.

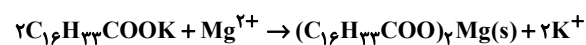
گزینه «۳»: مخلوط آب، روغن و صابون (مخلوط نشان داده شده در شکل) یک کلوئید بوده که مخلوطی ناهمگن و پایدار است.

گزینه «۴»: میان بخش A که بار منفی دارد و قطب مثبت مولکول‌های آب که قطبی هستند، جاذبه یون - دوقطبی برقرار می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۵ تا ۸)

(برگرفته از شکل کتاب)

۱۳۶- گزینه «۳»



$$\Rightarrow 2(17 \times 12 + 33 \times 1 + 16 \times 16) + 1 \times 24$$

$$= 562g.mol^{-1}$$

$$\frac{24gMg^{2+}}{1molMg^{2+}} \times \frac{1molMg^{2+}}{562g} \times \frac{5}{62g} \times \frac{1mol}{562g}$$

$$\times \frac{1000mgMg^{2+}}{1gMg^{2+}} = 240mgMg^{2+}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۸ و ۹)

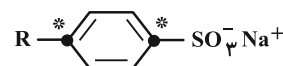
۱۳۷- گزینه «۲»

(مرتضی زارعی)

بررسی همه گزینه‌ها:

در یک پاک‌کننده غیرصابونی با فرمول زیر می‌توان ۲ اتم کربن مشخص کرد

که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده‌اند. (گزینه دوم درست)



(۱) یک پاک‌کننده غیرصابونی می‌تواند در زنجیر هیدروکربنی خود دارای

پیوند $C=C$ باشد. پس واژه حداکثر اشتباه بوده و باید حداقل ذکر شود.

(گزینه اول نادرست)

(۳) پاک‌کننده غیرصابونی در آب سخت واکنش نمی‌دهد (گزینه سوم نادرست)

(۴) بخش ناقطبی پاک‌کننده غیرصابونی که شامل زنجیر R و حلقه هیدروکربنی

است ۴ اتم هیدروژن بیشتر از زنجیر آلکیل دارد. (گزینه چهارم نادرست)

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۱۳۸- گزینه «۱»

(ارژنگ خانلری)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۲»: این واکنش، یک واکنش گرماده است و نه گرماگیر.

گزینه «۳»: پاک‌کننده خورنده می‌تواند خاصیت اسیدی داشته باشد یا خاصیت بازی!

گزینه «۴»: پاک‌کننده صابونی، فقط براساس برهم‌کنش فیزیکی با آلاینده‌ها رفتار می‌کند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۱۳۹- گزینه «۳»

(مبینی ممیوب)

گزینه ۳ برخلاف سایر گزینه‌ها درست است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) اسیدها با اغلب فلزات واکنش می‌دهند، نه همه آن‌ها.

(۲) پیش از آن‌که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دانان با برخی از

واکنش‌های آن‌ها آشنا بودند.

(۴) اسید طبق تعریف آرنیوس ماده‌ای است که در آب سبب افزایش غلظت

یون هیدرونیوم می‌شود.

نکته: هیدرید آنیون هیدروژن است. (H^+)

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۱۴۰- گزینه «۱»

(غزادر رضایی)

باز آرنیوس $\leftarrow$ اکسیدهای فلزی معمولاً باز آرنیوس هستند. مانند Na_2O

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

(برگرفته از فور را بیازمایید صفحه ۱۶)