



دفترچه سؤال

آزمون تابستان «۲۷ شهریور ۱۴۰۵» دفترچه اول اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

مدت زمان کل پاسخ‌گویی سوالات: ۱۱۵ دقیقه

تعداد کل سوالات: ۸۰ سؤال

(۳۰ سؤال اجباری + ۵۰ سؤال اختیاری)

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخگویی
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۱۱-۲۰	۱۲'
اختیاری	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۴۱-۵۰	۱۳'
اختیاری	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
جمع کل	۸۰	۱-۸۰	۱۱۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	امیرحسین ابومحبوب-کاظم اجلالی-عباس اشرفی-امیر هوشنگ انصاری-امیر محمد باقری نصرآبادی-میلاد چاشمی عادل حسینی-بهرام حلاج-محمد خندان-طاهر دادستانی-زهره رامشینی-میلاد سجادی لاریجانی-علی سرآبادانی علی شهبازی-فرشاد صدیقی فر-پویان طهرانیان-حمید علیزاده-کیان کریمی خراسانی-سیدسپهر متولیان محمدجواد محسنی-علی مرشد-مهرداد ملوندی-میلاد منصوری-سروش موثینی-علیرضا ندافزاده-امین نصراله
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-علی ایمانی-محمد بحیرایی-فاطمه برزویی-فرزاد جوادی-جواد حاتمی افشین خاصه‌خان-محمد خندان-کیوان دارابی-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-محمد صحت‌کار-هومن عقلی احمد رضا فلاح-سهام مجیدی پور-امیرحسین ملازینل-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی-سرژ یقیا زاریان تبریزی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته
گزینشگر	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	امیرحسین ملازینل
گروه ویراستاری	سینا صالحی آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی
مسؤل درس	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	امیرحسین ملازینل
مستند سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی
ویراستاران (مستندسازی)	معصومه صنعت‌کار-سجاد سلیمی-مهسا محمدنیا-فرشته کمبرانی-احسان میرزلیلی		

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسؤل دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصفری مسؤل دفترچه: علیرضا همایون‌خواه
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۱: حد و پیوستگی: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۵۱

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱- اگر بازه $(۲x-۱, ۳x+۲)$ یک همسایگی از عدد x باشد، آنگاه x چند مقدار صحیح می‌تواند بپذیرد؟

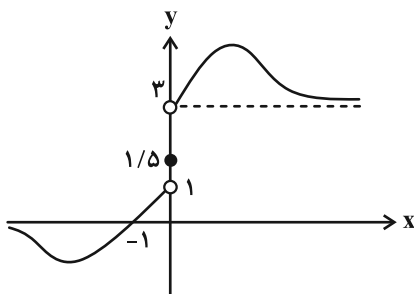
۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۲- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} [f([x - \sin x])]$ کدام است؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.



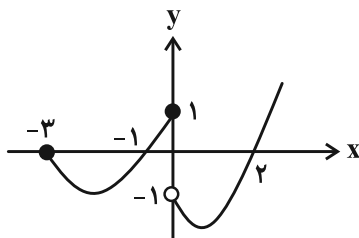
صفر (۱)

۱ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

۳- نمودار تابع f مطابق شکل زیر است. تابع $\sqrt{f}$ در چند نقطه از دامنه‌اش حد ندارد؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۴- اگر تابع $f(x) = a|2-x^2| + \frac{b|x-2|}{x^2-4}$ در $x=2$ دارای حد باشد، کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

$a+b=0$ (۴)

$2a+b=0$ (۳)

$a-b=0$ (۲)

$2a-b=0$ (۱)

محل انجام محاسبات

۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{f(x) - 2} = 3b$ و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(4-x)}{b} = 11$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} (f(x) - 2b)$ برابر با کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) $\frac{2}{9}$ یا ۱ (۳) ۲ یا $\frac{4}{9}$ (۴) ۲ یا ۹

۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sqrt{\cos x} \sqrt{\cos 2x} - 1}{\sin x \sin 2x}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{5}{8}$ (۴) $-\frac{3}{8}$

۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^3} - 1}{\sqrt{x} - \sqrt{x}}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{3}{2}$

۸- وضعیت پیوستگی تابع $f(x) = (-1)^{|x|} \cos(\pi[x]) + \sin(\pi[x])$ در نقاط $x \in \mathbb{Z}$ چگونه است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) فقط در x های زوج پیوسته است. (۲) فقط در x های فرد پیوسته است.
(۳) در تمام x های صحیح پیوسته است. (۴) در تمام x های صحیح ناپیوسته است.

۹- کدام تابع زیر در $x = 1$ فقط پیوستگی چپ دارد؟ ([] ، نماد جز صحیح است.)

- (۱) $f(x) = [2^x]$ (۲) $g(x) = [x^2 - 2x]$ (۳) $h(x) = [\cos \frac{\pi x}{2}]$ (۴) $k(x) = [\sqrt{x+1}]$

۱۰- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{a \sin 4x}{4x - \pi} & ; x > \frac{\pi}{4} \\ b[4 \sin \frac{2x}{3}] + [-\frac{\pi}{2x}] & ; 0 < x \leq \frac{\pi}{4} \end{cases}$ در $x = \frac{\pi}{4}$ پیوسته است. حاصل $a + b$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) -۳ (۴) ۳

وقت پیشنهادی: ۱۲ دقیقه

ریاضی ۱: شمارش، بدون شمردن + آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۷۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

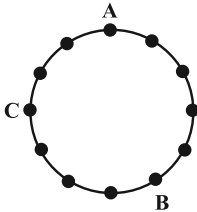
۱۱- از بین ۱۲ سؤال تستی چهار گزینه‌ای به چند طریق می‌توان دقیقاً به ۸ سؤال پاسخ داد به طوری که فقط به ۳ سؤال از ۵ سؤال اول پاسخ داده شود؟

۴۹۵ (۱) ۱۷۵ (۲) ۳۵۰ (۳) ۲۱۰ (۴)

۱۲- از بین ۸ جفت کفش به چند طریق می‌توان ۶ لنگه انتخاب کرد به طوری که دقیقاً ۲ تا از لنگه کفش‌ها با هم جفت باشند؟

۵۶۰ (۱) ۱۶۸۰ (۲) ۴۴۸۰ (۳) ۶۰۰۰ (۴)

۱۳- از به هم وصل کردن نقاط شکل زیر، چند پنج‌ضلعی محدب شامل ضلع AC یا AB می‌توان رسم کرد؟



۷۷ (۱)

۸۰ (۲)

۲۴ (۳)

۵۶ (۴)

۱۴- چند عدد طبیعی چهار رقمی با ارقام متمایز و غیرصفر وجود دارد به گونه‌ای که مجموع ارقام هر یک از آنها عددی زوج باشد؟

۱۶۸۰ (۱) ۱۵۸۴ (۲) ۱۵۶۰ (۳) ۱۴۶۴ (۴)

۱۵- از بین n کتاب ریاضی و $2-n$ کتاب فیزیک، به ۲۱ حالت می‌توانیم ۲ کتاب هم‌مبحث را انتخاب کنیم. به چند طریق می‌توانیم ۴ کتاب از مجموع کتاب‌ها انتخاب کنیم؟

۲۱۰ (۱) ۲۲۵ (۲) ۸۴۰ (۳) ۱۰۰۱ (۴)

۱۶- در ظرفی ۳ مهره آبی و تعدادی مهره قرمز داریم. به تصادف ۲ مهره از این ظرف خارج می‌کنیم. اگر احتمال هم‌رنگ بودن این دو مهره $\frac{2}{5}$ باشد، تعداد مهره‌های قرمز کدام می‌تواند باشد؟

۱ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴)

۱۷- در پرتاب سه تاس، احتمال این که حاصل جمع سه عدد رو شده ۷ شود، کدام است؟

$\frac{7}{72}$ (۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{5}{72}$ (۳) $\frac{1}{18}$ (۴)

۱۸- اگر A و B دو پیشامد غیر تهی و $P(A \cup B) = 2P(A) = \frac{3}{4}P(B)$ باشد، حاصل $\frac{P(A \cap B)}{P(A \cup B)}$ کدام است؟

$\frac{1}{6}$ (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

۱۹- کدام گزینه درست نیست؟

(۱) اولین قدم در استفاده از علم آمار، جمع‌آوری داده‌هاست.

(۲) پیش‌بینی و تصمیم‌گیری برای آینده، نتیجه استفاده از علم آمار است.

(۳) تعداد اعضای نمونه را اندازه نمونه یا حجم نمونه می‌گویند.

(۴) به مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره یک یا چند ویژگی آن‌ها تحقیق صورت می‌گیرد، نمونه می‌گویند.

۲۰- در کدام گزینه تمام متغیرهای کیفی اسمی، کیفی ترتیبی، کمی پیوسته و کمی گسسته وجود دارند؟

(۱) قد، جنسیت، میزان تحصیلات، میانگین سالانه بارش برف

(۲) وزن، تعداد فرزندان، ملیت، شغل

(۳) حجم یک اتاق، گروه خونی، مراحل رشد، تعداد کارمندان یک شرکت

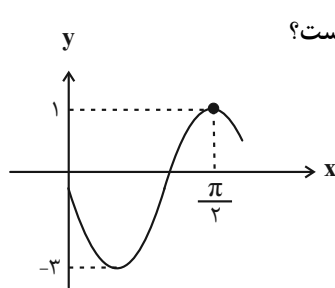
(۴) تعداد تماس‌ها، مراحل تحصیل، رنگ مورد علاقه هر فرد، گروه خونی

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۴۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اختیاری است.



۲۱- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \cos(cx - \frac{\pi}{4})$ را نشان می‌دهد. حاصل abc کدام است؟

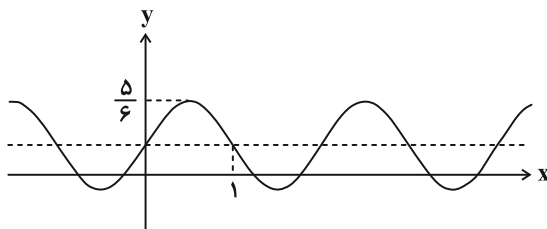
(۱) ۲

(۲) -۲

(۳) ۶

(۴) -۶

۲۲- بخشی از نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{3} + 2a \sin(4b\pi x)$ در شکل زیر رسم شده است. با فرض مثبت بودن a و b ، خط $y = a + bx$



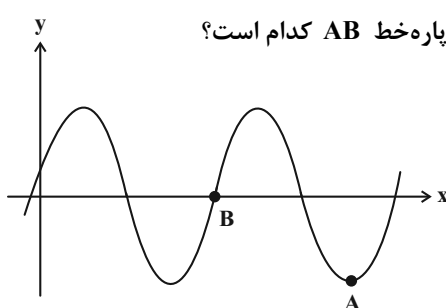
نمودار تابع f را در چند نقطه قطع می‌کند؟

(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱



۲۳- شکل زیر بخشی از نمودار تابع $y = 2 \cos(\pi(x - \frac{1}{3}))$ را نشان می‌دهد. اندازه پاره خط AB کدام است؟

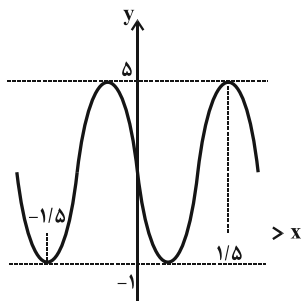
(۱) ۲/۵

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) ۵

۲۴- اگر نمودار زیر بخشی از نمودار تابع $f(x) = a + b \sin(cx) \cos(cx)$ باشد، حاصل $\frac{ac}{b}$ کدام است؟



(۱) $-\frac{2\pi}{3}$

(۲) $\frac{2\pi}{3}$

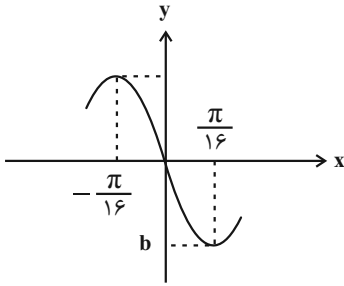
(۳) $\frac{\pi}{6}$

(۴) $-\frac{\pi}{6}$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۲۵- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \cos^5 ax \sin ax - \sin^5 ax \cos ax$ به صورت زیر است. حاصل $a - b$ کدام است؟



(۱) $-\frac{7}{4}$

(۲) $\frac{7}{4}$

(۳) $-\frac{9}{4}$

(۴) $\frac{9}{4}$

۲۶- اگر $\frac{\pi}{2} < \theta \leq \frac{5\pi}{8}$ و $\tan 2\theta = \frac{1}{m-1}$ باشد، بازه تغییرات m کدام است؟

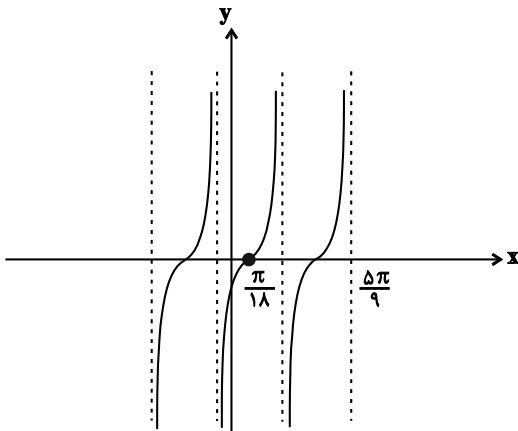
(۴) $[2, +\infty)$

(۳) $(1, 2]$

(۲) $(0, 1)$

(۱) $(1, +\infty)$

۲۷- شکل زیر بخشی از نمودار تابع $f(x) = \tan(ax + b)$ است. مقدار $f(-\frac{\pi}{36})$ کدام است؟



(۱) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۲) $-\sqrt{3}$

(۳) -1

(۴) صفر

۲۸- کدام یک جزء جواب‌های کلی معادله $\cos 5x = \sin x$ می‌باشد؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۴) $\frac{k\pi}{3} - \frac{\pi}{8}$

(۳) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$

(۲) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{12}$

(۱) $\frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12}$

۲۹- مجموع جواب‌های معادله $1 + \sin 2x - \cos 2x = 0$ که در بازه $[0, \pi]$ واقع‌اند، کدام است؟

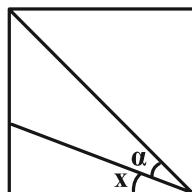
(۴) $\frac{7\pi}{4}$

(۳) $\frac{5\pi}{4}$

(۲) 3π

(۱) $\frac{7\pi}{2}$

۳۰- در مربع شکل زیر، اگر $\tan \alpha = \frac{1}{5}$ باشد، مقدار $\tan x$ کدام است؟



(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{2}{5}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{4}{5}$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۵۹ تا ۷۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- در مثلث ABC ، $\hat{A} = 120^\circ$ و دو ضلع $b = \sqrt{5} - 2$ و $c = \sqrt{5} + 2$ می‌باشد، اندازه $\sin \hat{B}$ کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{15} + \sqrt{12}}{\sqrt{19}}$

(۳) $\frac{\sqrt{15} - \sqrt{12}}{\sqrt{19}}$

(۲) $\frac{\sqrt{15} + \sqrt{12}}{\sqrt{76}}$

(۱) $\frac{\sqrt{15} - \sqrt{12}}{\sqrt{76}}$

۳۲- اندازه اضلاع یک متوازی الاضلاع برابر ۶ و ۲ است. مجموع مربعات طول دو قطر این متوازی الاضلاع کدام است؟

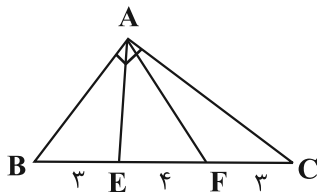
(۴) $80 + 24\sqrt{3}$

(۳) ۸۰

(۲) $80 - 24\sqrt{3}$

(۱) ۴۰

۳۳- اگر در شکل مقابل $\hat{A} = 90^\circ$ ، $EF = 4$ و $FC = BE = 2$ باشد، حاصل $AE^2 + AF^2$ چقدر است؟



(۱) ۳۴

(۲) ۵۸

(۳) ۸۲

(۴) ۱۰۰

۳۴- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، $AB = 4\sqrt{5}$ و $BC = 12$ است. اگر M و N به ترتیب نقاط وسط BC و CM باشند،

طول پاره خط AN کدام است؟

(۴) ۴

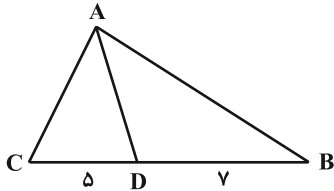
(۳) $\sqrt{41}$

(۲) ۸

(۱) $\sqrt{82}$

محل انجام محاسبات

۳۵- در مثلث شکل زیر $\hat{B}AD = \hat{C}AD$ و $\hat{A}CD = \hat{ADC}$ است. مجذور طول پاره خط AC چقدر است؟



(۱) $87/5$

(۲) $122/5$

(۳) $157/5$

(۴) $171/5$

۳۶- در مثلث ABC ، اگر $AB = 10$ ، $AC = 15$ و $\hat{A} = 60^\circ$ باشد، طول نیمساز داخلی AD کدام است؟

(۴) $15\sqrt{3}$

(۳) $6\sqrt{3}$

(۲) $5\sqrt{3}$

(۱) $3\sqrt{3}$

۳۷- شعاع دایره محاطی داخلی مثلثی به طول اضلاع ۱۳، ۱۴ و ۱۵ کدام است؟

(۴) ۷

(۳) ۶

(۲) ۵

(۱) ۴

۳۸- مساحت مثلث ABC با طول اضلاع ۳، ۵ و $\sqrt{19}$ کدام است؟

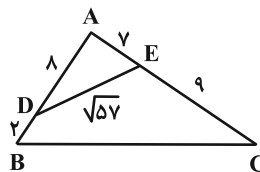
(۲) $\frac{15\sqrt{3}}{2}$

(۱) ۱۵

(۴) $\frac{15\sqrt{3}}{4}$

(۳) $\frac{15}{2}$

۳۹- در مثلث شکل زیر طول ضلع BC کدام است؟



(۱) ۱۵

(۲) ۱۴

(۳) ۱۳

(۴) ۱۲

۴۰- اگر حاصل ضرب اضلاع یک مثلث، ۲۰ برابر اندازه شعاع دایره محیطی آن باشد، اندازه مساحت این مثلث برابر کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) $2/5$

(۱) ۲

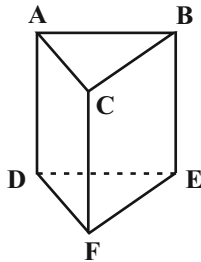
محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۳ دقیقه

هندسه ۱: تجسم فضایی: صفحه‌های ۷۷ تا ۹۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۴۱- در منشور قائم شکل زیر، اگر L خط دلخواهی در صفحه گذرنده از نقاط D ، E و F باشد، وضعیت نسبی خط L و یال AD کدام



نمی‌تواند باشد؟

(۱) موازی

(۲) متنافر

(۳) متقاطع

(۴) عمود

۴۲- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) دو خط عمود بر یک صفحه در فضا، با هم موازی‌اند.

(۲) دو صفحه عمود بر یک صفحه می‌توانند هر وضعیتی نسبت به هم داشته باشند.

(۳) دو خط متنافر می‌توانند بر یک صفحه عمود باشند.

(۴) دو صفحه عمود بر یک خط با هم موازی‌اند.

۴۳- نقطه M خارج خط L و صفحه Q قرار دارد. اگر L موازی صفحه Q باشد، آن‌گاه از M چند صفحه عمود بر Q می‌توان رسم

کرد که با خط L ، متقاطع باشد؟

(۱) هیچ

(۲) ۱

(۳) حداکثر ۱

(۴) بیشمار

۴۴- ۸ مکعب مطابق شکل کنار یکدیگر و روی زمین قرار گرفته‌اند. اگر روی تمام وجوه این مکعب‌ها حرف X نوشته شود، چند حرف

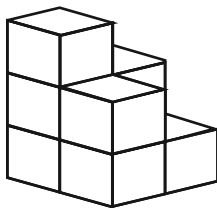
X قابل مشاهده خواهد بود؟

(۱) ۲۴

(۲) ۲۶

(۳) ۲۸

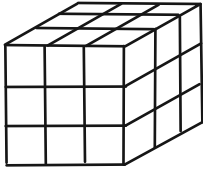
(۴) ۳۰



محل انجام محاسبات

۴۵- سطح خارجی مکعب زیر را به سه رنگ آبی، سفید و قرمز (هر رنگ، دو وجه) طوری رنگ آمیزی کرده ایم که وجه های مقابل به هم هم رنگ باشند. اگر x تعداد مکعب های کوچکی باشد که فقط رنگ قرمز و آبی دارند و y تعداد مکعب های کوچکی باشد که هر سه رنگ را دارند،

در این صورت $x + y$ برابر کدام است؟



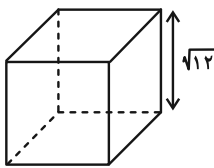
(۱) ۱۰

(۲) ۱۲

(۳) ۱۴

(۴) ۱۶

۴۶- صفحه ای شامل یال و قطر مکعب زیر، در برخورد با آن، سطح مقطعی با کدام مساحت خواهد داشت؟



(۱) $4\sqrt{3}$

(۲) $12\sqrt{2}$

(۳) $8\sqrt{3}$

(۴) $24\sqrt{2}$

۴۷- صفحه P کره ای به شعاع ۱۷ واحد را قطع کرده است. اگر فاصله مرکز کره تا مرکز سطح مقطع حاصل برابر ۸ واحد باشد، محیط

این سطح مقطع کدام است؟

(۴) 34π

(۳) 30π

(۲) 17π

(۱) 15π

۴۸- قاعده هرمی، مستطیل $ABCD$ به طول اضلاع ۶ و ۱۰ واحد است. رأس هرم (نقطه G) به فاصله ۲۰ واحد از صفحه قاعده

هرم قرار گرفته است. مساحت سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه ای که بر ارتفاع هرم عمود باشد و فاصله این صفحه تا صفحه

قاعده ۱۲ واحد باشد، کدام است؟

(۴) $9/6$

(۳) $21/6$

(۲) ۲۴

(۱) ۳۶

۴۹- در مثلث ABC ، $\hat{A} = 90^\circ$ ، $AB = 4$ و $AC = 3$ است. مثلث ABC را حول خطی که از C به موازات AB رسم می شود، دوران

می دهیم. حجم جسم حاصل چقدر است؟

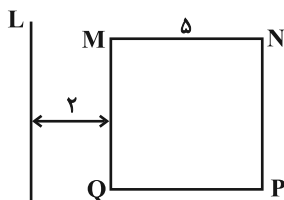
(۴) 25π

(۳) 24π

(۲) 20π

(۱) 16π

۵۰- در شکل مقابل، مربع $MNPQ$ را حول خط L دوران می دهیم. حجم حاصل از این دوران کدام است؟



(۱) 20π

(۲) 100π

(۳) 225π

(۴) 245π

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۳ تا ۳۱

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۵۱- به ازای کدام مقدار m ، دستگاه معادلات $\begin{cases} mx + (m+1)y = 1 \\ 2x + (3m+1)y = 2m \end{cases}$ جواب ندارد؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) -1 (۳) 1 (۴) $\frac{2}{3}$

۵۲- ماتریس $A = \begin{bmatrix} a^{2-a} & 4 \\ 8 & 2^a \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب یک دستگاه دو معادله و دو مجهول است. اگر این دستگاه معادلاتی جواب منحصر

به فرد نداشته باشد، مجموع درایه‌های وارون ماتریس $B = \begin{bmatrix} a & 6 \\ a & 3 \end{bmatrix}$ کدام است؟ ($a \geq 0$)

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۵۳- اگر در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = 2 \end{cases}$ ، وارون ماتریس ضرایب به صورت $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ و $x + y = 12$ باشد، مقدار y کدام

است؟

- (۱) 1 (۲) -1 (۳) $1/5$ (۴) 3

۵۴- اگر دستگاه معادلات $\begin{cases} -4x + (m-3)y = m+1 \\ 2x - \frac{m-3}{2}y = -m \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد، آن‌گاه مقدار حقیقی m کدام است؟

- (۱) 4 (۲) 3 (۳) 2 (۴) 1

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۵۵- اگر $B = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ و $BA - I = C$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

- (۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۶- اگر دستگاه معادلات $\begin{cases} ax - 3y = 1 \\ 20x + by = 5 \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد، کدام دستگاه معادلات جواب منحصر به فرد دارد؟

- (۱) $\begin{cases} 15x - 4y = 1 \\ bx + ay = 3 \end{cases}$ (۲) $\begin{cases} ax - 15y = 1 \\ 4x + by = 5 \end{cases}$ (۳) $\begin{cases} ax + 15y = 5 \\ bx + ay = 3 \end{cases}$ (۴) $\begin{cases} ax + by = 2 \\ 3ax + 3by = 5 \end{cases}$

۵۷- در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = 5 \\ 3x - 5y = 3 \end{cases}$ ، اگر دترمینان ماتریس ضرایب برابر ۱۷ و $x = -2$ باشد، مقدار b کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۸- فرض کنید A ماتریسی 3×3 باشد. ماتریس B از ضرب هر درایه ماتریس A در شماره سطر و ستونی که در آن قرار دارد

به دست می‌آید. دترمینان ماتریس B چند برابر $|A|$ است؟

- (۱) 3^6 (۲) 3^3 (۳) $6!$ (۴) $3! \times 3!$

۵۹- اگر $2A = \begin{bmatrix} |A| & -1 \\ 1 & 4|A| \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $|A^{-1}|$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) $0/5$ (۴) $-0/5$

۶۰- جواب‌های معادله $\begin{vmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x \\ 3 & x+1 & 2 \end{vmatrix} = 0$ کدام است؟

- (۱) ۱ و -۳ (۲) ۱ و ۳ (۳) -۱ و ۳ (۴) -۱ و -۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آمار استنباطی: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

- ۶۱- هر یک از ویژگی‌های ذکر شده به ترتیب بیانگر کدام روش گردآوری اطلاعات می‌باشد؟ (از راست به چپ)
 الف) از این روش، بیشتر زمانی استفاده می‌شود که آمارگیر از همه پاسخ‌های ممکن اطلاعات کافی ندارد.
 ب) در بسیاری از مؤسسات و سامانه‌ها، استفاده از این روش گردآوری داده‌ها به سرعت رواج یافته است.
 ج) گردآوری داده‌ها بدون نیاز به فرد پاسخگو.

(۱) مشاهده - دادگان - مصاحبه
 (۲) مصاحبه - دادگان - مشاهده
 (۳) مشاهده - پرسشنامه - دادگان
 (۴) مصاحبه - پرسشنامه - مشاهده

- ۶۲- در یک دبیرستان با ۱۶۰ دانش‌آموز، می‌خواهیم نمونه‌ای با اندازه ۶۴ انتخاب کنیم. برای این کار دانش‌آموزان را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم و سپس ۴ قسمت را به تصادف انتخاب کرده و تمام اعضای آن قسمت‌ها را بررسی می‌کنیم. نام این روش نمونه‌گیری چیست و احتمال انتخاب هر عضو جامعه به عنوان نمونه چقدر است؟

(۱) خوشه‌ای - ۰/۴ (۲) خوشه‌ای - ۰/۶۴ (۳) طبقه‌ای - ۰/۶۴ (۴) طبقه‌ای - ۰/۴

- ۶۳- می‌خواهیم از بین ۶۰۵ نفر، ۵۵ نفر را به روش نمونه‌گیری سامانمند انتخاب کنیم. اگر شماره یکی از افراد انتخاب شده برابر ۷۳ باشد، اختلاف شماره افرادی که بیشترین و کمترین شماره سه رقمی را دارند، مضرب کدام عدد طبیعی است؟

(۱) ۳۹ (۲) ۳۵ (۳) ۳۳ (۴) ۳۰

- ۶۴- در نمونه‌گیری به روش سامانمند از ۲۴۰ نفر، اگر شماره انتخابی از دسته اول، دوم و پنجم به ترتیب $m+2$ ، $m+4$ و $7m+16$ باشند، نفر انتخاب شده از دسته آخر چه شماره‌ای دارد؟

(۱) ۲۳۹ (۲) ۲۳۷ (۳) ۲۳۵ (۴) ۲۳۳

- ۶۵- میانگین جامعه‌ای با انحراف معیار ۹ به وسیله نمونه $\{X_1, X_2, X_3, \dots, X_{144}\}$ برآورد شده است. واریانس برآورد میانگین جامعه در این نمونه کدام است؟

(۱) $\frac{81}{16}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{9}{16}$ (۴) $\frac{3}{4}$

- ۶۶- از بین اعداد ۰ تا N ، اعداد ۱۲، ۵، ۶، ۱۱، ۱۷ و ۰، به طور تصادفی انتخاب شده‌اند. برآورد نقطه‌ای N به کمک پارامتر میانه کدام است؟

(۱) همواره ۱۹ (۲) همواره ۱۷ (۳) ۱۷ یا ۱۸ (۴) ۱۹ یا ۲۰

- ۶۷- از بین اعداد ۱، ۳، ۵، ۷، ...، $2N-1$ ، اعداد ۷، ۱۳، ۵ و ۲۳ به تصادف انتخاب شده‌اند. برآورد نقطه‌ای N با استفاده از میانگین کدام است؟

(۱) ۲۴ (۲) ۲۳ (۳) ۱۳ (۴) ۱۲

- ۶۸- با داشتن نمونه‌ای با اندازه ۱۶۰۰ و میانگین ۱۱ از یک جامعه، کران بالای بازه اطمینان بیش از ۹۵ درصد برای میانگین این جامعه، ۱۱/۱۵ به دست آمده است. اگر تعداد اعضای نمونه ۷۰۰ واحد کاهش یابد، طول بازه اطمینان چقدر خواهد شد؟

(۱) ۰/۱ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۳ (۴) ۰/۴

- ۶۹- در یک برآورد بازه‌ای میانگین با اطمینان بیش از ۹۵٪، بازه اطمینان به صورت $[16/4, 15/6]$ است. اگر انحراف معیار جامعه برابر با ۵ باشد، مجموع داده‌های نمونه کدام است؟

(۱) 10^4 (۲) 10^5 (۳) $2^4 \times 5^3$ (۴) $2^5 \times 5^4$

- ۷۰- از یک جامعه آماری، نمونه‌ای ۲۵۰۰ عضوی انتخاب کرده‌ایم. اگر بازه اطمینان بیش از ۹۵ درصد میانگین جامعه به صورت $[7/68, 7/32]$ باشد، مقدار واریانس جامعه کدام است؟

(۱) $33/75$ (۲) $20/25$ (۳) $7/5$ (۴) $4/5$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ تا ۳۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۷۱- اگر باقی‌مانده تقسیم عدد شش رقمی $31024a$ بر ۱۱ برابر با ۱ باشد، باقی‌مانده تقسیم عدد $aa3a$ بر ۹ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۸

۷۲- چند عدد پنج رقمی به صورت $34x2y$ وجود دارد به طوری که مضرب ۳۳ باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۳- عدد شش رقمی $xy7124$ بر ۱۰۱ بخش پذیر است. باقی‌مانده تقسیم عدد چهار رقمی $y06x$ بر ۱۱ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۵

۷۴- اگر ۱۲ روز بعد شنبه باشد، چندروز قبل شنبه بوده است؟ 

- (۱) ۳۳ (۲) ۳۷ (۳) ۴۶ (۴) ۴۸

۷۵- اگر در یک سال پنجم اردیبهشت شنبه باشد، آن‌گاه چهارشنبه‌سوری (آخرین سه‌شنبه سال) در آن سال چه روزی از ماه اسفند است؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۲۶ (۳) ۲۵ (۴) ۲۸

۷۶- مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد سه رقمی مانند x که در معادله $x \equiv 1403 \pmod{\sum_{n=0}^{1403} n!}$ صدق می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۲۰ (۳) ۲۳ (۴) ۲۶

۷۷- تعداد اعداد طبیعی سه رقمی مضرب ۵ که باقی‌مانده تقسیم هر کدام از آنها بر ۲۱ برابر ۴ باشد، کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۷۸- معادله سیاله $48x + 72y = 1440$ چند دسته جواب طبیعی دارد؟ 

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۷۹- مدیریت یک کارخانه برای جابه‌جایی کارکنان آن از درب ورودی تا محل کار از یک خودروی ون (با ظرفیت ۷ نفر) و یک خودروی

سمند (با ظرفیت ۴ نفر) استفاده می‌کند. اگر تعداد کارکنان کارخانه ۶۷ نفر باشد و خودروها فقط با ظرفیت کامل حرکت کنند،

تعداد حالت‌های جابه‌جایی کارکنان با این دو خودرو، براساس تعداد خودروها، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۰- به چند طریق می‌توان ۱۳۰۰۰ تومان را به اسکناس‌های ۲۰۰ و ۵۰۰ تومانی تبدیل کرد، به شرط آنکه از هر دو مدل اسکناس 

استفاده شده باشد؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

آزمون تابستان «۲۷ شهریور ۱۴۰۵» دفترچه دوم اختصاصی دوازدهم ریاضی (فیزیک و شیمی)

مدت زمان کل پاسخ گویی سوالات: ۷۰ دقیقه

تعداد کل سوالات: ۶۰ سؤال

(۲۰ سوال اجباری + ۴۰ سوال اختیاری)

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخگویی
اجباری	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۹۱-۱۰۰	۱۰'
اختیاری	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
اختیاری	۱۰	۱۲۱-۱۳۰	۱۰'
اختیاری	۱۰	۱۳۱-۱۴۰	۱۰'
جمع کل	۶۰	۸۱-۱۴۰	۷۰'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد-بابک اسلامی-حسین الهی-عبدالرضا امینی-نسب-احسان ایرانی-زهره آقامحمدی-پژمان بردبار-امیرمهدی جعفری-آزاده حسین نژاد-محمدعلی راست پیمان-پنهان رستمی-سیدمحمد رضا روحانی-سعید شرق مصطفی کیانی-علیرضا گونه-محمدحسین معز زیان-محمد کاظم منشادی-سیدعلی میرنوری-حسام نادری-محمد نیاوندی-مقدم-شادمان ویسی
شیمی	امیرعلی برخوردار یون-فرزین بوستانی-هدی بهاری پور-مهدی پور فولاد-امیرحسین توحیدی-سعید تیزرو-مسعود جعفری-ارژنگ خانلری-پیمان خواجهی-مجد حمید ذبیحی-روزبه رضوانی-محمد هادی شریفی-میلاد شیخ الاسلامی-آترین صبا-امیرحسین طیبی-هادی عبادی-آرمین عظیمی-امیرمحمد کنگرانی-فراهانی-مجتبی محبوب-امیرحسین مرتضوی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسین الهی	مجتبی محبوب
گروه ویراستاری	سینا صالحی حسین بصیر تر کمپور زهره آقامحمدی	احسان پنجه شاهی آترین صبا امیرحسین توحیدی مجید جلیل ناغونی
مسئول درس	حسین الهی	مجتبی محبوب
مستند سازی	ابراهیم نوری	علیرضا نجفی
ویراستاران (مستندسازی)	امیرعباس محمدی سجاد بهارلویی	فاطمه الهی محسن دستجردی رزیتا حبیب اله

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

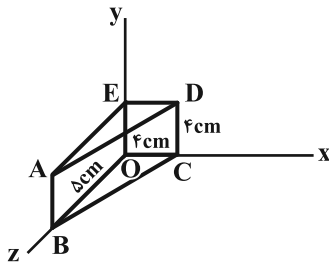
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.



۸۱- در شکل زیر، اگر میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 0.5 T در جهت محور x وجود

داشته باشد، شار مغناطیسی عبوری از سطح $ABCD$ برابر با چند میلی‌وبر است؟

(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) 0.5

(۴) ۱

۸۲- حلقه‌ای رسانا به مساحت 5 cm^2 ، عمود بر خط‌های میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 4 T قرار دارد. اگر در مدت 2 ms حلقه

در شرایطی قرار گیرد که خطوط میدان با سطح حلقه زاویه 30° درجه بسازند، اندازه نیروی محرکه القایی متوسط ایجاد شده در حلقه

طی این مدت چند ولت است؟ ($\sqrt{3} = 1.7$)

(۴) ۷۰

(۳) 0.07

(۲) ۵۰

(۱) 0.05

۸۳- مطابق شکل زیر، یک مستطیل رسانا به ابعاد $8 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ درون یک میدان مغناطیسی یکنواخت

و درون سو به بزرگی ۱۵ تسلا به ابعاد $20 \text{ cm} \times 60 \text{ cm}$ قرار گرفته است. اگر این مستطیل در جهت

ساعت‌گرد به‌طور کامل بر روی زمین بیفتد، اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه چند ولت

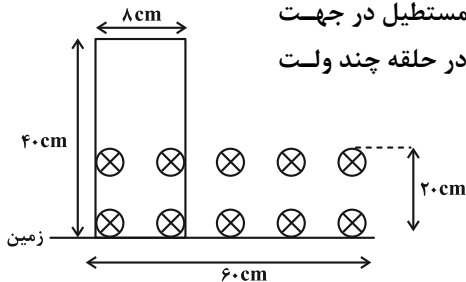
می‌شود؟ (زمان لازم برای افتادن حلقه 0.5 ثانیه است.)

(۱) 0.96

(۲) 0.24

(۳) 0.48

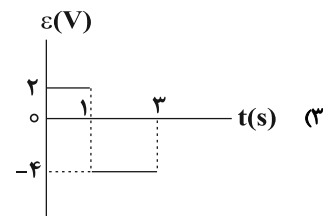
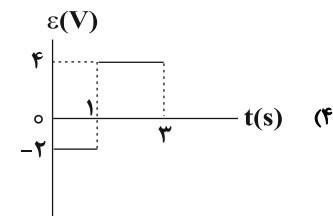
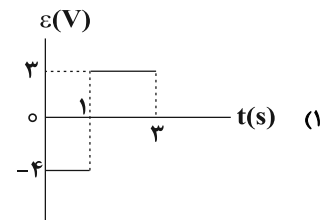
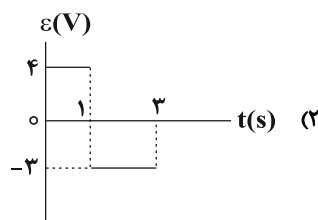
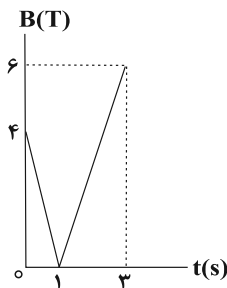
(۴) صفر



۸۴- پیچه‌ای دارای 500 حلقه که مساحت سطح هر حلقه آن 20 cm^2 است، طوری در یک میدان مغناطیسی قرار گرفته است که

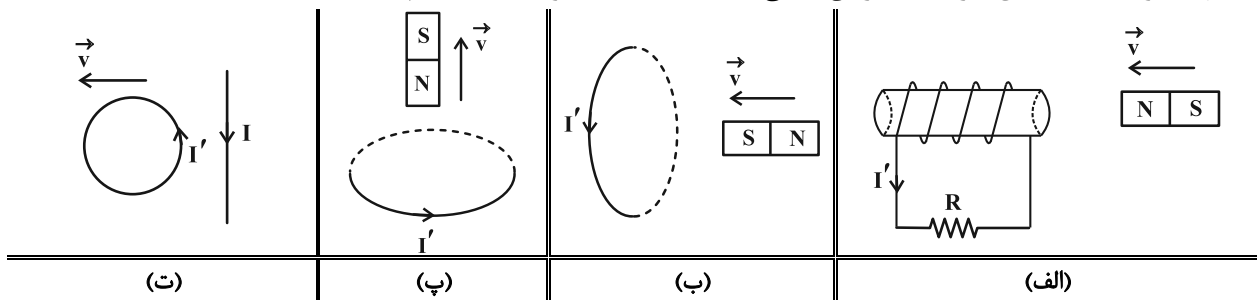
خط‌های میدان عمود بر سطح حلقه‌های پیچه‌اند. اگر نمودار میدان مغناطیسی بر حسب زمان مطابق شکل زیر باشد، نمودار

نیروی محرکه القایی بر حسب زمان کدام است؟



محل انجام محاسبات

۸۵- در چند مورد از شکل‌های زیر، جهت جریان القایی I' در حلقه یا سیم‌لوله درست رسم شده است؟



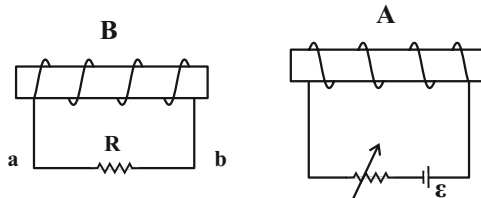
(ت) (۴) صفر

(پ) (۳) ۲

(ب) (۲) ۳

(الف) (۱) ۱

۸۶- در شکل زیر، اگر مقاومت رئوس را کاهش دهیم، جهت جریان القایی که از مقاومت R عبور می‌کند از خواهد بود و نیروی بین دو سیم‌لوله از نوع است.



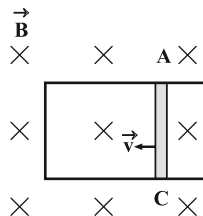
(۱) از a به b ، دافعه

(۲) از a به b ، جاذبه

(۳) از b به a ، دافعه

(۴) از b به a ، جاذبه

۸۷- مطابق شکل زیر، میله رسانای AC به طول 5cm و با مقاومت الکتریکی 3Ω در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $T = 6 \times 10^{-2}$ که عمود بر سطح قاب است، با سرعت ثابت $\vec{v}$ در جهت نشان داده شده روی قاب در حال حرکت است. اگر جریان القایی 2mA در مدار القا شود، بزرگی v چند متر بر ثانیه است و جهت جریان القایی کدام است؟



(۱) ۲، پادساعتگرد

(۲) ۴، پادساعتگرد

(۳) ۲، ساعتگرد

(۴) ۴، ساعتگرد

۸۸- از سیمی به طول 9m و سطح مقطع 3mm^2 ، سیم‌لوله‌ای با ضریب القاوری ۲ هانری می‌سازیم و دو سر سیم‌لوله را به یک باتری با نیروی محرکه 21V و مقاومت درونی 1Ω وصل می‌کنیم. انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی سیم‌لوله چند ژول است؟ (مقاومت ویژه سیم $2 \times 10^{-6}\Omega\cdot\text{m}$ است.)

(۴) ۶

(۳) ۳

(۲) ۹

(۱) ۴

۸۹- پیچه یک مولد جریان متناوب در هر 8ms یک دور می‌چرخد. در لحظه $t = 2\text{ms}$ ، زاویه سطح پیچه با خط‌های میدان مغناطیسی چند رادیان است؟ (در ابتدا سطح پیچه بر خط‌های میدان مغناطیسی عمود می‌باشد.)

(۴) $\frac{\pi}{4}$

(۳) $\frac{\pi}{2}$

(۲) $\frac{\pi}{6}$

(۱) صفر

۹۰- می‌خواهیم با استفاده از برق شهر با ولتاژ 220V ، یک لامپ 33W ولتی را روشن کنیم. به همین منظور از یک مبدل آرمانی استفاده می‌کنیم. اگر تعداد دورهای اولیه مبدل ۶۰۰ دور باشد، تعداد دورهای ثانویه آن چقدر است؟

(۴) ۴۵

(۳) ۹۰

(۲) ۴۰۰۰

(۱) ۲۰۰۰

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

فیزیک ۱: ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۹

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۹۱- دمای سه مول گاز آرمانی را در فشار ثابت از 500 K به 27°C می‌رسانیم. در این فرایند چند ژول کار توسط گاز انجام می‌شود؟ ($R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$)

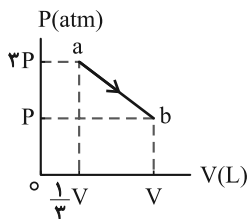
- (۱) 4800 (۲) -4800 (۳) 2400 (۴) -2400

۹۲- کدام عبارت درباره فرایندهای ترمودینامیکی برای مقدار معینی گاز کامل نادرست است؟

- (۱) در فرایند بی‌دررو، بین دستگاه (گاز) و محیط، گرما مبادله نمی‌شود.
(۲) در فرایند هم‌فشار، بزرگی گرمای مبادله شده بیشتر از بزرگی تغییرات انرژی درونی است.
(۳) در فرایند هم‌فشار، گرما و کار هر دو مبادله می‌شوند.
(۴) در فرایند تراکم بی‌دررو، تغییرات انرژی درونی منفی است.

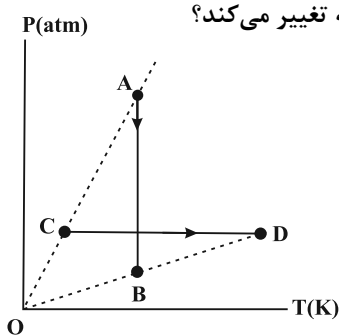
۹۳- نمودار $P - V$ فرایندی که مقدار معینی گاز کامل طی می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام یک از عبارت‌های زیر راجع به این

فرایند صحیح است؟



- (۱) دمای گاز طی این فرایند ثابت است.
(۲) کار انجام شده توسط گاز روی محیط، منفی است.
(۳) اندازه گرمایی که گاز با محیط مبادله می‌کند، بزرگ‌تر از اندازه کاری است که محیط روی گاز انجام می‌دهد.
(۴) انرژی درونی گاز ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

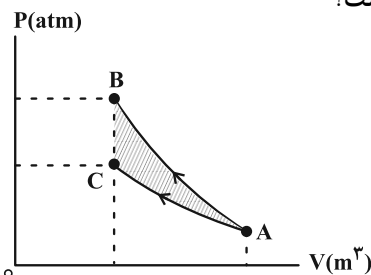
۹۴- نمودار $P - T$ فرایندهای هم‌دمای AB و هم‌فشار CD، به ترتیب از راست به چپ، چگالی گاز چگونه تغییر می‌کند؟



است. در هر یک از فرایندهای AB و CD، به ترتیب از راست به چپ، چگالی گاز چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) کاهش - کاهش
(۲) افزایش - کاهش
(۳) افزایش - افزایش
(۴) کاهش - افزایش

۹۵- نمودار $P - V$ دو فرایند هم‌دمای و بی‌دررو برای مقدار معینی گاز آرمانی، مطابق شکل زیر است. اگر انرژی درونی گاز در نقاط B و C به صورت U_B و U_C باشد، در این صورت $\Delta U = U_B - U_C$ برابر با کدام گزینه است؟

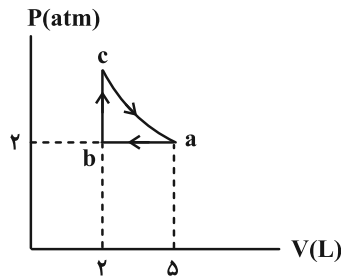


(۱) مساحت قسمت هاشورخورده

- (۲) کار انجام شده توسط محیط در فرایند بی‌دررو
(۳) گرمای مبادله شده در فرایند هم‌دمای
(۴) کار انجام شده روی گاز در فرایند هم‌دمای

محل انجام محاسبات

- ۹۶- چرخه زیر، مربوط به یک مول گاز آرمانی است. اگر اندازه گرمای مبادله شده در مسیر abc ، 300 ژول باشد، کار انجام شده در فرایند ca چند ژول است؟ (فرایند آرمانی ca را بی دررو فرض کنید).



- (۱) 900
(۲) -900
(۳) 600
(۴) -600

- ۹۷- یک ماشین گرمایی در هر چرخه $1200J$ گرما از منبع دمابالا می گیرد و 900 ژول گرما به منبع دماپایین می دهد و بقیه آن تبدیل به کار می شود. به ترتیب از راست به چپ، بازده این ماشین چند درصد است و اگر هر چرخه یک ثانیه طول بکشد، توان خروجی این ماشین چند وات است؟

- (۱) 300 ، $0/25$ (۲) 30 ، $0/75$ (۳) 30 ، 75 (۴) 300 ، 25

- ۹۸- بازده یک ماشین گرمایی $0/5$ است. اگر با ثابت نگه داشتن گرمای داده شده به ماشین، اندازه گرمای داده شده به محیط توسط ماشین را 40 درصد کاهش دهیم، بازده این ماشین گرمایی چقدر افزایش می یابد؟

- (۱) $0/1$ (۲) $0/2$ (۳) $0/4$ (۴) $0/8$

- ۹۹- چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح هستند؟

الف) منظور از دستگاه در ترمودینامیک بخش مشخصی از ماده است که تحولات و مبادله انرژی بین آن بخش و محیط پیرامون آن بررسی می شود.

ب) بازده ماشینهای درون سوز بنزینی در حدود 20 تا 30 درصد است.

پ) از نظر تاریخی، نخستین ماشینهای گرمایی، ماشینهای برون سوز مانند ماشین بخار بوده است.

ت) در چرخه یک یخچال، با انجام کار W روی دستگاه، گرمای Q_L از منبع دمابایین گرفته شده و گرمای Q_H به منبع دمابالا داده می شود.

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

- ۱۰۰- با توجه به جدول زیر، کدام وسیله نشان دهنده تبادل انرژی در چرخه یک یخچال است؟

یخچال	$W(J)$	$Q_L(J)$	$Q_H(J)$
A	60	90	-150
B	-60	-120	180
C	0	80	-80
D	0	-140	140

- (۱) A
(۲) B
(۳) C
(۴) D

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۴۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۰۱- مطابق شکل، دو شخص به جرم‌های m_1 و m_2 که $m_1 = 2m_2$ می‌باشد، با کفش‌های چرخ‌دار در یک سالن مسطح و بدون اصطکاک روبه‌روی هم ایستاده‌اند و به مدت ۴۵° به یکدیگر نیروی ثابت وارد می‌کنند و پس از آن تماس کف دست آن‌ها با یکدیگر قطع می‌شود و از هم جدا می‌شوند. چه تعداد از عبارات‌های زیر در مورد این اشخاص درست است؟



الف) چون بزرگی نیرویی که دو شخص به یکدیگر وارد می‌کنند با هم برابر است، شتاب حرکت آن‌ها یکسان می‌باشد.

ب) ۲° ثانیه قبل از جدا شدن، اندازه نیرویی که شخص سنگین‌تر به شخص سبک‌تر وارد می‌کند، بزرگتر است.

پ) پس از جدا شدن، شخص (۲) زودتر از شخص (۱) متوقف می‌شود.

- | | |
|-------|-------|
| ۱ (۲) | ۱ (۲) |
| ۲ (۴) | ۲ (۳) |

۱۰۲- به وسیله یک چکش، میخی را در یک قطعه چوب فرو می‌بریم. اگر چکش نیروی $\vec{F}_1$ را به میخ و میخ نیروی $\vec{F}_2$ را به چکش وارد کند، کدام گزینه درباره نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ نادرست است؟

۱) هم‌نوع‌اند.

۲) اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند.

۳) خلاف جهت‌اند.

۴) هم‌اندازه‌اند.

۱۰۳- یک کشتی مسافربری با سرعت ثابت بر سطح دریاچه‌ای آرام در حرکت است، نیروهای وارد بر آن کدام است؟



۱) وزن، نیروی شناوری، مقاومت هوا، نیروی پیشران موتور قایق

۲) وزن، نیروی شناوری

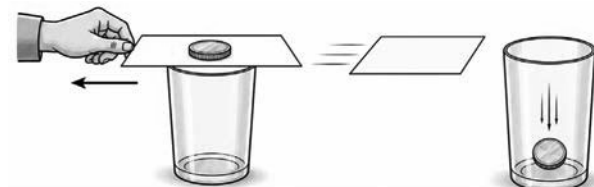
۳) وزن، نیروی شناوری، مقاومت هوا

۴) وزن، نیروی شناوری، مقاومت هوا، نیروی پیشران، مقاومت آب

۱۰۴- نیروهای $F_1 = 16N$ ، $F_2 = 12N$ و $F_3 = 24N$ بر جسمی ساکن به جرم ۲kg وارد می‌شوند و جسم در حالت تعادل باقی می‌ماند.

اگر جهت $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_3$ برعکس شود و اندازه آن‌ها $\frac{1}{3}$ برابر شود، اندازه سرعت جسم پس از ۵ ثانیه چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

- | | | | |
|-------|-------|------|------|
| ۱) ۲۰ | ۲) ۴۰ | ۳) ۶ | ۴) ۸ |
|-------|-------|------|------|



شکل (۱)

شکل (۲)

۱۰۵- با توجه به تصویر روبه‌رو، مفهوم لختی چیست؟

۱) نیرویی است که باعث می‌شود سکه پس از ضربه به کارت به حرکت درآید.

۲) تمایلی است که سبب می‌شود سکه همیشه به سمت پایین سقوط کند.

۳) مقاومتی است که سکه در مقابل تغییر وضعیت از خود نشان می‌دهد.

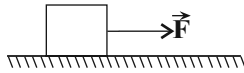
۴) نیرویی است که هنگام جدا شدن کارت، از طرف هوا به سکه وارد می‌شود.

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۱۰۶- مطابق شکل زیر، جسمی روی سطح افقی بدون اصطکاکی ساکن است و پس از مدتی تحت تأثیر نیروی افقی $F = 10\text{N}$ قرار

می گیرد و مدتی بعد نیروی F به تدریج به صفر کاهش می یابد. در این صورت، نوع حرکت جسم مطابق با کدام گزینه است؟



(۱) ابتدا شتابدار تندشونده و سپس با سرعت ثابت

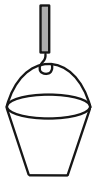
(۲) ابتدا شتابدار تندشونده و سپس کندشونده

(۳) جسم حرکت نمی کند و ساکن می ماند.

(۴) همه موارد می تواند صحیح باشد.

۱۰۷- شکل زیر، یک سطل به جرم 5kg را نشان می دهد که توسط یک طناب با نیروی کشش 60N در راستای قائم به طرف بالا کشیده می شود.

اگر اندازه نیروی مقاومت هوا در برابر حرکت سطل $2/5\text{N}$ باشد، اندازه و جهت شتاب حرکت این سطل کدام است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۲) $1/5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ، رو به بالا

(۱) $5/0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ، رو به بالا

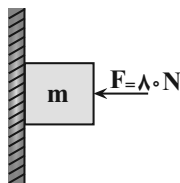
(۴) $12/2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ، رو به بالا

(۳) $2/2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ، رو به پایین

۱۰۸- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $m = 2\text{kg}$ را با نیروی $F = 80\text{N}$ به دیوار فشرده ایم و جسم ساکن است. اگر جسم دیگری را

روی این جسم قرار دهیم، جسم در آستانه لغزش به طرف پایین قرار می گیرد. در صورتی که ضریب اصطکاک جنبشی و

ایستایی با دیوار قائم به ترتیب $3/0$ و $4/0$ باشند، کدام گزینه در مورد نیروی اصطکاک بین دیوار و جسم صحیح است؟



($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) نیروی اصطکاک در حالت اول 32N بوده و بعد از قرارگیری جسم دوم تغییری نمی کند.

(۲) نیروی اصطکاک در حالت اول 32N بوده و بعد از قرارگیری جسم دوم 24N می شود.

(۳) نیروی اصطکاک در حالت اول 20N بوده و بعد از قرارگیری جسم دوم 32N می شود.

(۴) نیروی اصطکاک در حالت اول 20N بوده و بعد از قرارگیری جسم دوم 24N می شود.

۱۰۹- مطابق شکل زیر، به جسمی به جرم 36kg که روی سطح افقی ساکن است، نیروی افقی $F = 177\text{N}$ وارد می شود و تندی جسم ۴

ثانیه پس از شروع حرکت به $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می رسد. اندازه نیرویی که سطح به جسم وارد می کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



(۲) ۳۹۰

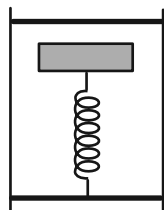
(۱) ۳۶۰

(۴) ۵۰۰

(۳) ۴۰۰

۱۱۰- مطابق شکل زیر، فنری با جرم ناچیز با ثابت $400 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ و طول 30cm ، به کف آسانسوری متصل است. جسمی به جرم 2kg را روی

فنر قرار می دهیم. اگر آسانسور با شتاب ثابت $2/3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به صورت تندشونده و رو به بالا در حال حرکت باشد، طول فنر به چند



سانتی متر خواهد رسید؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۲) ۲۶

(۱) ۲۴

(۴) ۳۶

(۳) ۳۴

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: پوشاک، نیازی پایان ناپذیر: صفحه‌های ۹۹ تا ۱۲۳

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۱۱- کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

- (۱) پروپان برخلاف پلی‌اتن یک هیدروکربن با مولکول‌های کوچک محسوب می‌شود.
 - (۲) در حال حاضر مقدار تولید جهانی الیاف پلی‌استر بسیار بیشتر از الیاف پنبه است.
 - (۳) الیاف پنبه از سلولز تشکیل شده است که از اتصال تعداد زیادی مولکول‌های گلوکز به یکدیگر به وجود می‌آید.
 - (۴) هر ترکیب آلی که در واکنش پلیمری شدن شرکت می‌کند، حتماً پیوند دوگانه کربن-کربن در زنجیره کربنی خود دارد.
- ۱۱۲- از می‌توان در ساخت استفاده کرد.

- (۱) پلی‌وینیل کلرید-سرنگ
- (۲) پلی‌پروپن-قایق‌های بادبانی
- (۳) پلی‌سیانواتن-پتو
- (۴) تفلون-جلیقه ضدگلوله

۱۱۳- کدام یک از عبارت‌های زیر در مورد پلی‌اتن شاخه‌دار (A) و پلی‌اتن بدون شاخه (B) درست است؟ ($C = 12, H = 1: g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) تعداد اتم‌ها در ۱ گرم A کمتر از تعداد اتم‌ها در همان مقدار B است.
- (۲) چگالی A کمتر از ۱ و چگالی B بیشتر از ۱ گرم بر سانتی‌متر مکعب است.
- (۳) B به پلی‌اتن سنگین معروف است و درصد جرمی کربن در آن برابر با درصد جرمی کربن در A است.
- (۴) وجود شاخه‌ها باعث افزایش سطح تماس بین زنجیرها و نیروی بین مولکولی بیشتر در A می‌شود.

۱۱۴- در مورد تفلون کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در تولید نخ دندان به کار می‌رود.
- (۲) جامد بوده و مونومر آن حالت گازی دارد.
- (۳) نقطه ذوب بالایی دارد و در برابر گرما مقاوم است.
- (۴) از نظر شیمیایی واکنش‌پذیر است اما در حلال آلی حل نمی‌شود.

۱۱۵- کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

- (۱) ویتامین موجود در کاهو و کلم، یک ترکیب آروماتیک است.
- (۲) ویتامین آ همانند ویتامین ث، دارای گروه عاملی هیدروکسیل است.
- (۳) بین مولکول‌های ویتامین K، امکان تشکیل پیوند هیدروژنی وجود دارد.
- (۴) گشتاور دوقطبی ویتامین موجود در شیر، همانند گشتاور دو قطبی اغلب هیدروکربن‌ها تقریباً صفر است.

محل انجام محاسبات

۱۱۶- اگر تعداد اتم‌های کربن در مونومر سازنده پلی وینیل کلرید را برابر a و تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی در مونومر سازنده پلی

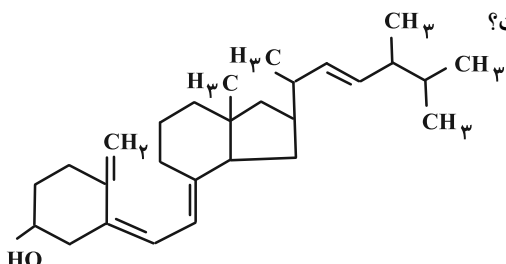
سیانواتن را برابر b در نظر بگیریم، حاصل $\frac{a^2 - b^2}{a + b}$ برابر با چه عددی است؟

۳ (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)



۱۱۷- در مورد ویتامین «دی» با ساختار زیر کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

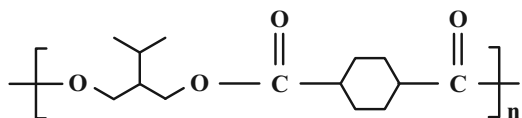
(۱) فرمول شیمیایی این ویتامین $C_{28}H_{44}OH$ است.

(۲) به علت وجود گروه عاملی هیدروکسیل در آب حل می‌شود.

(۳) وجود پیوندهای دوگانه سبب می‌شود ترکیب سیر نشده باشد.

(۴) مصرف بیش از اندازه آن همانند ویتامین ث برای بدن ضرر ندارد.

۱۱۸- کدام موارد از مطالب زیر درباره پلی استری با ساختار زیر درست است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)



(آ) اختلاف جرم مولی دی اسید و دی الکل سازنده این پلی استر برابر ۵۴ گرم بر مول است.

(ب) در صورت تولید ۷/۶۲ کیلوگرم از این پلی استر، $3/612 \times 10^{25}$ مولکول آب تولید می‌شود.

(پ) شمار پیوندهای $C-H$ در دی اسید سازنده آن، دو برابر شمار اتم‌های کربن در استیرن است.

(ت) شمار جفت الکترون‌های پیوندی در دی الکل سازنده آن ۲ برابر شمار اتم‌ها در متیل آمین است.

(۴) (ب) و (پ)

(۳) (پ) و (ت)

(۲) (آ) و (ب)

(۱) (آ) و (ت)

۱۱۹- مقدار ۱۸۰ گرم از اسید سازنده عامل استری موجود در موز را با مقدار کافی از الکل سازنده عامل استری موجود در سیب، در

شرایط مناسب واکنش دادیم تا به طور کامل مصرف شوند. فرمول مولکولی ترکیب آلی حاصل از این واکنش چیست و در این

واکنش چند گرم آب تولید شده است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

(۴) $C_3H_6O_2$ ، ۵۴

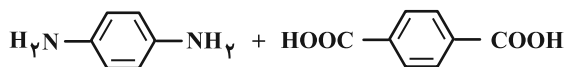
(۳) $C_3H_6O_2$ ، ۹۰

(۲) $C_5H_8O_2$ ، ۵۴

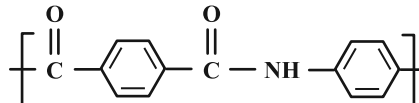
(۱) $C_5H_8O_2$ ، ۹۰

۱۲۰- کولار نوعی پلی آمید است که از واکنش مونومرهای زیر (شکل ۱) به دست می‌آید. کدام مطلب در مورد آن درست است؟

($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16: g.mol^{-1}$)



شکل (۱)



شکل (۲)

(۱) واحد تکرارشونده آن به صورت شکل (۲) است.

(۲) مونومر سبک‌تر، در تولید پلی استر نیز به کار می‌رود.

(۳) جرم مولی هر واحد تکرارشونده در آن برابر با ۲۴۸ گرم بر مول است.

(۴) نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به شمار هیدروژن در واحد تکرارشونده آن برابر با ۰/۶ است.

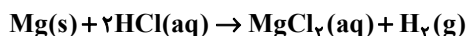
وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۲۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۲۱- به ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول ۲ مولار HCl، مقدار ۷/۲ گرم منیزیم اضافه می‌شود. غلظت اسید باقی‌مانده پس از واکنش کامل با فلز

چند مول بر لیتر است؟ (حجم محلول را ثابت در نظر بگیرید.) ($Mg = 24 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۱/۵ (۴)

۱/۸ (۳)

۱/۲ (۲)

۰/۸ (۱)

۱۲۲- در میان مواد زیر در دمای اتاق، به ترتیب چند ماده کم‌محلول، نامحلول و محلول در آب می‌باشد؟ (به ترتیب از راست به چپ)

«کلسیم فسفات - کلسیم سولفات - باریم سولفات - نقره نیترات - نقره کلرید - استون - شکر»

۴ و ۱ و ۲ (۴)

۲ و ۳ و ۲ (۳)

۳ و ۱ و ۲ (۲)

۲ و ۴ و ۱ (۱)

۱۲۳- اگر ۸۰ گرم محلول سیرشدهٔ نمک A در آب 60°C را تا دمای 20°C سرد کنیم، مقداری از این نمک ته‌نشین می‌شود. در این

حالت به تقریب چند گرم آب 20°C باید به این ظرف اضافه کنیم تا تمام نمک ته‌نشین شده به حالت محلول درآید؟

(انحلال‌پذیری نمک A در دماهای 60°C و 20°C به ترتیب ۶۰ و ۱۸ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.)

۱۴۵ (۴)

۶۶ (۳)

۲۳۳ (۲)

۱۱۶/۶ (۱)

۱۲۴- کدام یک از عبارات‌های زیر در مورد مولکول H_2O نادرست است؟

(۱) با توجه به کتاب درسی شکل مولکول H_2O مانند مولکول اوزون، خمیده است.

(۲) مولکول‌های H_2O در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند، زیرا باردار هستند.

(۳) نوع اتم‌های سازنده و ساختار مولکول‌های آب، نقش تعیین‌کننده‌ای در خواص آن دارند.

(۴) در مولکول H_2O ، اتم‌های کوچک‌تر، سر مثبت و اتم بزرگ‌تر، سر منفی مولکول را تشکیل می‌دهد.

۱۲۵- اگر معادلهٔ انحلال‌پذیری نمک‌های X و Y در آب برحسب دما به صورت $S_Y = 1/50 + 28$ و $S_X = 1/20 + 46$ باشد، در چه دمایی

انحلال‌پذیری این دو نمک در ۱۰۰ گرم آب با هم برابر می‌شود؟ (نمک‌های X و Y فرضی هستند.)

۶۵ (۴)

۶۰ (۳)

۵۵ (۲)

۵۰ (۱)

۱۲۶- کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

(۱) قطبیت مولکول‌های آب تقریباً دو برابر قطبیت مولکول‌های H_2S است.

(۲) تمام نیروهای جاذبه بین‌مولکولی به جز پیوند هیدروژنی، به نیروهای وان‌دروالسی معروف هستند.

(۳) ترتیب قدرت نیروهای بین‌مولکولی در حالت‌های فیزیکی مختلف یک ماده مولکولی به صورت: جامد < مایع < گاز است.

(۴) نیروی بین‌مولکولی به‌طور عمده به میزان قطبیت و جرم مولکول‌ها بستگی دارد، به‌طوری که مولکول‌های سنگین‌تر همواره نیروی

بین‌مولکولی قوی‌تری دارند.

محل انجام محاسبات

۱۲۷- اگر نقطه جوش ترکیبات NH_3 ، H_2O و HF را به ترتیب a ، b و c در نظر بگیریم، کدام گزینه زیر درباره مقایسه نقطه جوش این

ترکیبات صحیح است؟

(۴) $b > c > a$

(۳) $b > a > c$

(۲) $c > b > a$

(۱) $a > b > c$

۱۲۸- کدام یک از موارد زیر درباره ردپای آب نادرست است؟

(۱) همه آب مورد نیاز مصرفی توسط آب‌های سطحی یا زیرزمینی تأمین می‌شود.

(۲) میانگین ردپای آب برای هر فرد در یک سال در حدود یک میلیون میلی‌لیتر است.

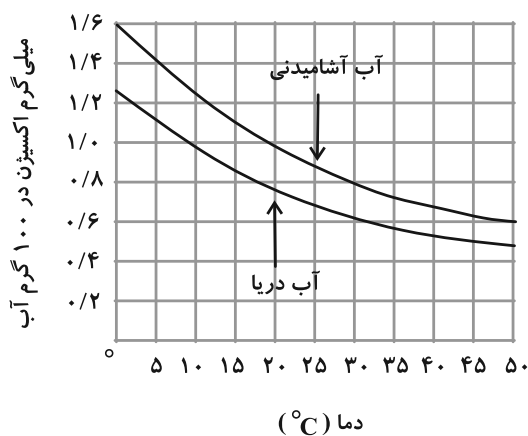
(۳) ردپای آب نشان می‌دهد که هر انسان چقدر از آب قابل استفاده و در دسترس را مصرف می‌کند.

(۴) هر چه ردپای آب در کره زمین توسط انسان بیشتر باشد، مقدار آب شیرین بیشتری مصرف می‌شود.

۱۲۹- دو نمونه آب دریا و آب آشامیدنی هر کدام به حجم ۱۰ لیتر در اختیار داریم. اگر دمای آب آشامیدنی را از 28°C به $46/5^\circ\text{C}$ و

دمای آب دریا را از 8°C به 31°C برسانیم، مجموع جرم گاز اکسیژن آزاد شده در این فرایند چند گرم خواهد بود؟ (چگالی آب

آشامیدنی و آب دریا را به ترتیب ۱ و $1/2$ گرم بر میلی‌لیتر در نظر بگیرید.)



(۱) ۶۸

(۲) ۰/۰۶۸

(۳) ۴۸

(۴) ۰/۰۴۸

۱۳۰- در تصفیه آب به روش جداسازی از آب صورت نمی‌گیرد.

(۲) تقطیر- ترکیب‌های آلی فرار

(۱) اسمز معکوس- آفت‌کش‌ها

(۴) اسمز معکوس- فلزهای سمی

(۳) صافی کربن- نافلزها

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: آسایش و رفاه در سایه شیمی (تا انتهای جاری شدن انرژی با سفر الکترون): صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- با توجه به شکل‌های زیر که در مورد قلمروهای الکتروشیمی مطرح شده است، مربوط به قلمرو است و می‌تواند باشد.



نام قلمرو: C
مثال: F



نام قلمرو: B
مثال: E



نام قلمرو: A
مثال: D

(۱) A، تأمین انرژی، E، برقکافت

(۲) B، تولید مواد، F، آبکاری

(۳) C، اندازه‌گیری و کنترل کیفی، E،

سلول سوختی

(۴) B، تأمین انرژی، D، برقکافت

۱۳۲- کدام گزینه عبارت زیر را به درستی تکمیل می‌کند؟

«در یک واکنش اکسایش - کاهش گونه‌ای که الکترون از دست می‌دهد، یافته و محسوب می‌شود»

(۱) اکسایش - کاهنده (۲) کاهش - اکسنده (۳) اکسایش - اکسنده (۴) کاهش - کاهنده

۱۳۳- نمونه‌ای ۴۰ گرمی از فلز منیزیم خالص را وارد محلولی حاوی کاتیون‌های Al^{3+} می‌کنیم. اگر پس از مدتی ۴۵ درصد از جرم

تیغه کاسته شود، چند الکترون بین گونه‌های اکسنده و کاهنده در این فرایند مبادله شده است؟ (فرض کنید ۵۰ درصد اتم‌های

فلزی تولید شده بر روی تیغه می‌نشینند.) ($Mg = 24, Al = 27: g.mol^{-1}$)

(۱) $9/03 \times 10^{23}$ (۲) $7/224 \times 10^{23}$ (۳) $18/06 \times 10^{23}$ (۴) $14/448 \times 10^{23}$

۱۳۴- در واکنش تشکیل آلومینیم اکسید از فلز آلومینیم و گاز اکسیژن،

(۱) به ازای تشکیل هر مول ترکیب یونی، ۳ مول الکترون مبادله می‌شود.

(۲) اتم فلزی به یونی با شعاع بزرگ‌تر از شعاع اتمی خود تبدیل می‌شود.

(۳) هر اتم فلزی سه الکترون از دست داده و نقش کاهنده را دارد.

(۴) نیم‌واکنش کاهش به صورت $2O^{2-}(s) \rightarrow O_2(g) + 4e^-$ است.

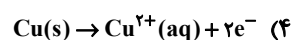
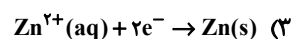
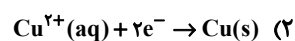
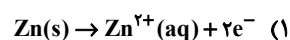
مشابه سؤال‌هایی که با آیکون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

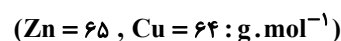
۱۳۵- با توجه به شکل زیر که نمایی از واکنش فلز روی با محلول مس (II) سولفات را نشان می دهد، کدام گزینه نیم واکنش کاهش



این واکنش را به درستی نشان می دهد؟



۱۳۶- در صورت قرار دادن یک تیغه از جنس فلز روی در محلول مس (II) سولفات، چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟



الف) محلول آبی با گذشت زمان کمرنگ تر می شود.

ب) مجموع غلظت یونهای فلزی در محلول افزایش می یابد.

پ) گونه اکسنده و گونه حاصل از اکسایش به ترتیب Cu و Zn^{2+} هستند.

ت) اگر تمام فلز تولید شده بر روی تیغه رسوب کند، جرم تیغه افزایش می یابد.

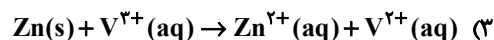
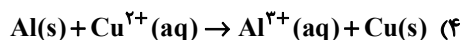
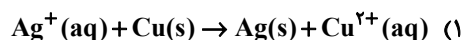
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۳۷- پس از موازنه واکنشها در کدام واکنش نسبت ضریب گونه اکسنده به گونه کاهنده، بیشترین مقدار است؟



محل انجام محاسبات

۱۳۸- با توجه به جدول زیر که داده‌هایی را از قرار دادن برخی تیغه‌های فلزی درون محلول مس (II) سولفات در دمای 20°C نشان می‌دهد، کدام گزینه نادرست است؟

نام فلز	نشانه شیمیایی فلز	دمای مخلوط واکنش پس از مدتی ($^{\circ}\text{C}$)
آهن	Fe	۲۳
طلا	Au	۲۰
روی	Zn	۲۶
مس	Cu	۲۰

(۱) با قرار دادن تیغه روی درون محلول مس (II) سولفات و انجام واکنش، پایداری فرآورده‌ها بیشتر از واکنش‌دهنده‌هاست.

(۲) قرار دادن تیغه مس درون محلول آهن (II) سولفات، منجر به انجام واکنش نمی‌شود.

(۳) مقایسه قدرت کاهندگی این فلزها به صورت $\text{Zn} > \text{Fe} > \text{Cu} > \text{Au}$ است.

(۴) تمایل مس به اکسید شدن، بیشتر از این تمایل در روی است.

۱۳۹- فلز Al می‌تواند فلز Mn را از محلول آبی دارای یون‌های $\text{Mn}^{2+}(\text{aq})$ خارج کند. فلز Mn نیز می‌تواند فلز V را از محلول آبی

دارای یون‌های $\text{V}^{2+}(\text{aq})$ خارج کند. با توجه به این داده‌ها، در کدام گزینه قدرت کاهندگی گونه‌ها، درست مقایسه شده است؟

(۱) $\text{Al} > \text{Mn} > \text{V}$

(۲) $\text{V} > \text{Mn} > \text{Al}$

(۳) $\text{Al}^{3+} > \text{Mn}^{2+} > \text{V}^{2+}$

(۴) $\text{Mn}^{2+} > \text{V}^{2+} > \text{Al}^{3+}$

۱۴۰- جدول زیر داده‌هایی را از قرار دادن برخی تیغه‌های فلزی غیر مسی درون محلول مس (II) سولفات در دمای اولیه 20°C و با

شرایط یکسان، نشان می‌دهد. کدام یک از عبارات‌های زیر درست هستند؟ (یون پایدار تمام فلزات، بار $2+$ دارد و محلول حاصل

از آن‌ها رنگی نیست).

نماد فلز	دمای مخلوط واکنش پس از مدتی ($^{\circ}\text{C}$)
A	۲۳ / ۷
B	۲۰
C	۲۶
D	۲۲ / ۵

الف) محلول دارای کاتیون C^{2+} را می‌توان در ظرفی از جنس فلز B

نگهداری کرد.

ب) تمایل به گرفتن الکترون در یون A^{2+} نسبت به یون D^{2+} بیشتر

بوده، زیرا قدرت کاهندگی فلز D کمتر است.

پ) در واکنش $\text{Cu}(\text{s}) + \text{B}^{2+}(\text{aq}) \rightarrow \text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + \text{B}(\text{s})$ ، پایداری واکنش‌دهنده‌ها از فرآورده‌ها بیشتر است.

ت) در محلول مس (II) سولفات، سرعت تغییر رنگ آبی در محلول در صورتی بیشترین مقدار است که از بین ۴ تیغه، تیغه C در آن قرار

گرفته باشد.

(۱) الف و ب (۲) ب و پ (۳) پ و ت (۴) الف و ت

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	امیر حسین ابومحبوب - کاظم اجلالی - عباس اشرفی - امیر هوشنگ انصاری - امیر محمد باقری نصر آبادی - میلاد چاشمی عادل حسینی - بهرام حلاج - محمد خندان - طاهر دادستانی - زهره رامشینی - میلاد سجادی لاریجانی - علی سرآبادانی علی شهرابی - فرشاد صدیقی فر - پویان طهرانیان - حمید علیزاده - کیان کریمی خراسانی - سید سپهر متولیان محمد جواد محسنی - علی مرشد - مهرداد ملوندی - میلاد منصوری - سروش موئینی - علیرضا ندافزاده - امین نصراله
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب - اسحاق اسفندیار - علی ایمانی - محمد بحیرایی - فاطمه برزویی - فرزاد جوادی جواد حاتمی افشین خاصه خان - محمد خندان - کیوان دارابی - مصطفی دیداری - سوگند روشنی - محمد صحت کار - هومن عقیلی احمد رضا فلاح - سهام مجیدی پور - امیر حسین ملازینل - مهرداد ملوندی - نیلوفر مهدوی - سرژ یقیا زاریان تبریزی
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد - بابک اسلامی - حسین الهی - عبدالرضا امینی نسب - احسان ایرانی - زهره آقامحمدی - پژمان بردبار امیر مهدی جعفری - آزاده حسین نژاد - محمد علی راست پیمان - بهنام رستمی - سید محمد رضا روحانی - سعید شرق مصطفی کیانی - علیرضا گونه - محمد حسین معز زیان - محمد کاظم منشادی - سید علی میرنوری - حسام نادری محمد نهاوندی مقدم - شادمان ویسی
شیمی	امیر علی بر خوردار یون - فرزین بوستانی - هدی بهاری پور - مهدی پور فولاد - امیر حسین توحیدی - سعید تیزرو - مسعود جعفری ارژنگ خانلری - پیمان خواجوی مجد - حمید ذبحی - روزبه رضوانی - محمد هادی شریفی - میلاد شیخ الاسلامی - آترین صبا امیر حسین طیبی - هادی عبادی - آرمین عظیمی - امیر محمد کنگرانی - فراهانی - مجتبی محبوب - امیر حسین مرتضوی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سید سپهر متولیان	امیر حسین ملازینل	امیر حسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محبوب
گروه ویراستاری	سینا صالحی آرین غلامی امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیر تر کمپور زهره آقامحمدی	احسان پنجه شاهی آترین صبا امیر حسین توحیدی مجید جلیل ناغونی
مسئول درس	سید سپهر متولیان	امیر حسین ملازینل	امیر حسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محبوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	ابراهیم نوری	علیرضا نجفی
ویراستاران (مستندسازی)	معصومه صنعت کار - سجاد سلیمی - مهسا محمدنیا - فرشته کمبرانی - احسان میرزینلی امیر عباس محمدی سجاد بهارلویی				

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: علیرضا همایون خواه
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

حسابان ۱

گزینه ۲

(معمریوار ممسنی)

$$x \in (2x-1, 3x+2) \Rightarrow \begin{cases} 2x-1 < 3x+2 \Rightarrow -3 < x \\ 2x-1 < x \Rightarrow x < 1 \\ x < 3x+2 \Rightarrow -1 < x \end{cases}$$

پس بازه مطلوب x برابر با $(-1, 1)$ بوده که فقط شامل یک عدد صحیح است.

(حسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه ۱۱۸)

گزینه ۲

(سیرسپهر متولیان)

در یک همسایگی راست $x=0$ ، عبارت $x - \sin x$ بیشتر از صفر است.

پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} [f(x - \sin x)] = \lim_{x \rightarrow 0^+} [f(0)] = [1/5] = 1$$

(حسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

گزینه ۴

(میلار سبازی لاریفانی)

$$g(x) = \sqrt{f(x)} \Rightarrow D_g = \{x \in D_f \mid f(x) \geq 0\}$$

$$\Rightarrow D_g = \{-3\} \cup [-1, 0] \cup [2, +\infty)$$

از آنجا که برای وجود حد باید دامنه تابع در همسایگی محذوف نقطه مورد نظر

تعریف شده باشد، با توجه به نمودار برای مجموعه نقاط $\{-3, -1, 0, 2\}$

همسایگی محذوف در دامنه تابع تعریف نشده است و تابع در این نقاط حد ندارد.

(حسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۴۰)

گزینه ۱

(ظاهر دارستانی)

برای اینکه تابع در $x=2$ دارای حد باشد، باید حد چپ و راست برابر

داشته باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (-2a - \frac{b(x-2)}{(x-2)(x+2)})$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} (-2a - \frac{b}{x+2}) = -2a - \frac{b}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (-2a + \frac{b(x-2)}{(x-2)(x+2)})$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} (-2a + \frac{b}{x+2}) = -2a + \frac{b}{4}$$

از تساوی این دو مقدار داریم:

$$-2a - \frac{b}{4} = -2a + \frac{b}{4} \Rightarrow a = \frac{b}{2} \Rightarrow 2a - b = 0$$

(حسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

گزینه ۴

(میلار منصوری)

$$I = \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

بنابراین قضایای حد داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{f(x) - 2} = \sqrt{I - 2} = 2b$$

$$\Rightarrow I = 4b^2 + 2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(4-x)}{b} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{b} = \frac{I}{b} = 11$$

$$\Rightarrow I = 11b \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 11b = 4b^2 + 2 \Rightarrow \underbrace{4b^2 - 11b + 2}_ {(4b-2)(b-1)} = 0$$

$$\Rightarrow b = 1 \text{ یا } \frac{2}{4}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} (f(x) - 2b) = 11b - 2b = 9b = 2 \text{ یا } 9$$

(حسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۶)

گزینه ۳

(کاظم ایلالی)

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sqrt{\cos x} \sqrt{\cos 2x} - 1}{\sin x \sin 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\cos x \cos 2x - 1}{(\sqrt{\cos x} \sqrt{\cos 2x} + 1) \sin x \sin 2x}$$

$$= \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\cos x (2 \cos^2 x - 1) - 1}{2 \sin^2 x \cos x} = \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{2 \cos^3 x - \cos x - 1}{\sin^2 x}$$

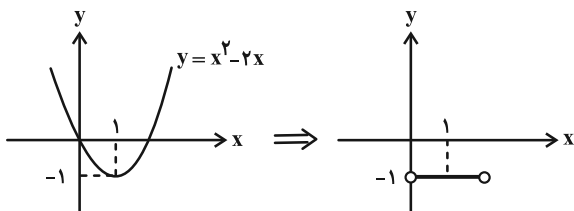
$$= \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{(\cos x - 1)(2 \cos^2 x + 2 \cos x + 1)}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}$$

$$= \frac{1}{4} \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{-(2 \cos^2 x + 2 \cos x + 1)}{1 + \cos x} = -\frac{5}{8}$$

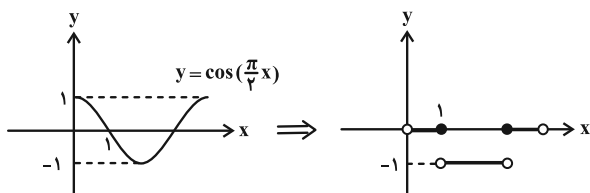
(حسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۳)



گزینه «۲»:



گزینه «۳»:



گزینه «۴»: تابع $y = \sqrt{x+1}$ در $x = 1$ مقدار صحیح ندارد.

بنابراین تنها گزینه «۳» در $x = 1$ پیوستگی از چپ دارد.

روش دوم: اگر $f(x)$ در $x = 1$ صحیح و نزولی باشد، آنگاه پیوستگی از چپ

دارد. تنها گزینه‌ای که این ویژگی را دارد گزینه «۳» می‌باشد.

(مسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

(الایم ایلائی)

۱۰- گزینه «۴»

مقدار تابع و حدود چپ و راست را در $x = \frac{\pi}{4}$ حساب می‌کنیم:

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = b\left[\frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{6}\right] + \left[-\frac{\pi}{\frac{\pi}{4}}\right] = 2b - 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} b\left[\frac{\pi}{4} \sin \frac{2x}{3}\right] + \left[-\frac{\pi}{2x}\right] = b - 3$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{a \sin 4x}{4x - \pi} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{a \sin(\pi - 4x)}{-(\pi - 4x)} = -a$$

پس برای پیوستگی در $x = \frac{\pi}{4}$ ، باید سه مقدار بالا برابر باشند:

$$\Rightarrow \begin{cases} 2b - 2 = b - 3 \Rightarrow b = -1 \\ b - 3 = -a \Rightarrow a = 4 \end{cases} \Rightarrow a + b = 3$$

(مسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۷- گزینه «۱»

(امیرممد باقری نصرآبادی)

با حد صفر صفرم مواجه هستیم.

روش اول: $x = 1$ ریشه مرتبه ۳ صورت اما ریشه ساده مخرج است. پس

حاصل حد صفر است.

روش دوم:

$$L = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1)}{\sqrt{\sqrt{x}} \sqrt{\sqrt{x}-1}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{\sqrt{x}-1} \times \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1}{\sqrt[4]{x}} = 0 \times 3 = 0$$

(مسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۸- گزینه «۳»

(مهمربوار ممسنی)

هر کدام از اجزای f را بررسی می‌کنیم.

$$I) (-1)^{|x|} = \begin{cases} -1 & ; [x] \\ 1 & ; [x] \end{cases}$$

فرد زوج

$$II) \cos(\pi[x]) = \begin{cases} -1 & ; [x] \\ 1 & ; [x] \end{cases}$$

فرد زوج

$$III) [x] \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sin(\pi[x]) = 0$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} (-1)(-1) + 0 = 1 & ; [x] \\ (1)(1) + 0 = 1 & ; [x] \end{cases}$$

فرد زوج

پس همواره $f(x) = 1$ بوده و از این رو در تمام نقاط پیوسته است.

(مسابان ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۹- گزینه «۳»

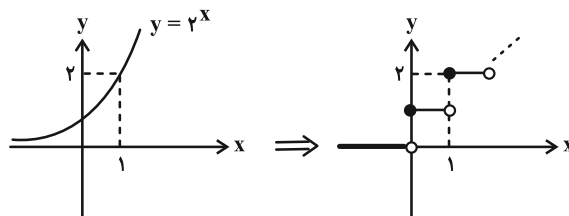
(عباس اشرفی)

توابع به فرم $[f(x)]$ تنها در نقاطی که $f(x)$ مقداری صحیح دارد، می‌توانند

ناپیوسته باشند. حال بررسی این نقاط را می‌توان به دو روش انجام داد.

روش اول: رسم نمودار

گزینه «۱»:



ریاضی ۱

گزینه ۴» ۱۱-

(علی سرآبادانی)

به ۳ سؤال از ۵ سؤال اول و به ۵ سؤال از ۷ سؤال دوم باید پاسخ داده شود.

$$\left(\frac{5}{3}\right) \times \left(\frac{7}{5}\right) = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2!} \times \frac{7 \times 6 \times 5!}{5! \times 2!}$$

$$= (5 \times 2) \times (7 \times 3) = 210$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

گزینه ۳» ۱۲-

(بهرام علاج)

یک جفت کامل و ۴ لنگه غیر جفت:

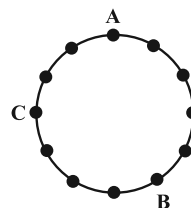
$$\left(\frac{8}{1}\right) \times \left(\frac{7}{4}\right) \left(\frac{2}{1}\right)^4 = 8 \times 35 \times 16 = 4480$$

۴ لنگه غیر جفت ۱ جفت

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

گزینه ۱» ۱۳-

(امیر هوشنگ انصاری)



پنج ضلعی‌های محدب شامل AC + پنج ضلعی‌های محدب شامل AB

$$\left(\frac{8}{3}\right) \quad \left(\frac{4}{3}\right) + \left(\frac{6}{3}\right)$$

۲۴ ۵۶

پنج ضلعی‌های محدب شامل AC, AB -

$$\left(\frac{3}{2}\right)$$

۳

⇒ جواب = ۷۷

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

گزینه ۲» ۱۴-

(امیر حسین ابومصوب)

مجموع ارقام یک عدد چهار رقمی زمانی زوج است که یا هر چهار رقم فرد یا دو رقم فرد و دو رقم دیگر زوج یا هر چهار رقم زوج باشند. همچنین با انتخاب هر چهار رقم متمایز، به تعداد ۴! عدد چهار رقمی متمایز می‌توان نوشت. تعداد کل اعداد طبیعی چهار رقمی با شرایط مورد نظر برابر است با:

$$\left[\left(\frac{5}{4}\right) + \left(\frac{5}{2}\right) \left(\frac{4}{2}\right) + \left(\frac{4}{4}\right)\right] \times 4! = (5 + 60 + 1) \times 24 = 1584$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

گزینه ۱» ۱۵-

(امین نصراله)

$$\left(\frac{n}{2}\right) + \left(\frac{n-2}{2}\right) = 21 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} + \frac{(n-2)(n-3)}{2} = 21$$

$$\Rightarrow \frac{n^2 - n + n^2 - 5n + 6}{2} = 21 \Rightarrow \frac{2n^2 - 6n + 6}{2} = 21$$

$$\Rightarrow \frac{n^2 - 3n - 18}{(n-6)(n+3)} = 0 \Rightarrow n = -3 \text{ یا } n = 6$$

⇒ n = 6 قابل قبول است

⇒ n + (n - 2) = 6 + 4 = 10: تعداد کل کتاب‌ها

$$\left(\frac{10}{4}\right) = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2} = 210$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

گزینه ۲» ۱۶-

(علی مرشد)

اگر تعداد مهره‌های قرمز ظرف n باشد، داریم:

اگر n > ۱ باشد:

$$\frac{2}{5} = \frac{\left(\frac{n}{2}\right) + \left(\frac{3}{2}\right)}{\left(\frac{n+3}{2}\right)} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{\frac{n(n-1)}{2} + 3}{\frac{(n+3)(n+2)}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{\frac{n^2 - n + 6}{2}}{\frac{n^2 + 5n + 6}{2}} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{n^2 - n + 6}{n^2 + 5n + 6}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{6}x$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A \cup B)} = \frac{\frac{1}{6}x}{x} = \frac{1}{6}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

۱۹- گزینه «۴» (زهره رامشینی)

به مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره ویژگی‌هایی روی آن‌ها تحقیق صورت می‌گیرد، جامعه یا جمعیت می‌گویند.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۲۰- گزینه «۳» (سروش موئینی)

«حجم یک اتاق»، متغیر کمی پیوسته، «گروه خونی» متغیر کیفی اسمی، «مراحل رشد» متغیر کیفی ترتیبی و «تعداد کارمندان یک شرکت» متغیر کمی گسسته است، بنابراین در گزینه «۳» تمام متغیرهای چهارگانه موجود هستند.

در گزینه «۱» هر دو متغیر «قد» و «میانگین سالانه بارش برف» کمی پیوسته،

متغیر «جنسیت» کیفی اسمی و متغیر «میزان تحصیلات» کیفی ترتیبی است.

در گزینه «۲» هر دو متغیر «ملیت» و «شغل» کیفی اسمی، متغیر «وزن» کمی پیوسته و متغیر «تعداد فرزندان» کمی گسسته است.

در گزینه «۴» هر دو متغیر «رنگ مورد علاقه هر فرد» و «گروه خونی» کیفی اسمی، متغیر «تعداد تماس‌ها» کمی گسسته و متغیر «مراحل تحصیل» کیفی ترتیبی است.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

$$\Rightarrow 2n^2 + 10n + 12 = 5n^2 - 5n + 30 \Rightarrow 3n^2 - 15n + 18 = 0$$

$$\xrightarrow{+3} n^2 - 5n + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n = 2 \end{cases}$$

$$\frac{\binom{3}{2}}{\binom{4}{2}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \neq \frac{2}{5}$$

اگر $n = 1$ باشد، آنگاه:

بنابراین $n = 1$ قابل قبول نیست.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

۱۷- گزینه «۳» (کیان کریمی فراسانی)

در پرتاب سه تاس، چهار حالت پیش می‌آید که جمع اعداد رو شده ۷ شود:

$$1) 1, 1, 5 \Rightarrow \text{تعداد حالات} = 3$$

$$2) 1, 2, 4 \Rightarrow \text{تعداد حالات} = 3! = 6$$

$$3) 1, 3, 3 \Rightarrow \text{تعداد حالات} = 3$$

$$4) 2, 2, 3 \Rightarrow \text{تعداد حالات} = 3$$

پس $n(A) = 15$ و $n(S) = 6^3$ است. برای محاسبه احتمال داریم:

$$P(A) = \frac{15}{6^3} = \frac{5}{72}$$

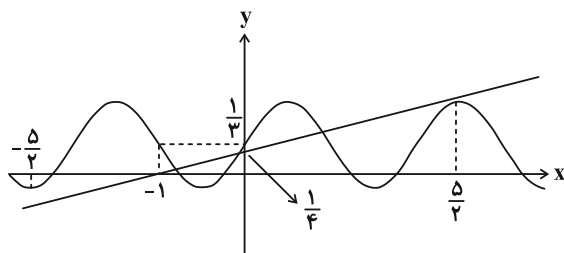
(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۱۸- گزینه «۱» (مهرداد ملونری)

فرض کنید $P(A \cup B) = x$ باشد. در این صورت $P(A) = \frac{1}{2}x$ و

$$P(B) = \frac{2}{3}x \text{ هستند و داریم:}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



پس تعداد نقاط تلاقی برابر با ۳ است.

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(فرشار صدیقی فر)

گزینه «۱» ۲۳

توجه کنید که طبق نمودار در نقطه B مقدار تابع برای بار دوم در $x > 0$

صفر می‌شود. حال این‌طور می‌نویسیم:

$$\cos(\pi x - \frac{\pi}{3}) = 0 \xrightarrow{\text{حل معادله}} \pi x - \frac{\pi}{3} = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \pi k = k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = k + \frac{5}{6}$$

$$\xrightarrow{\text{دومین مقدار مثبت}} x_B = 1 + \frac{5}{6} = \frac{11}{6} \Rightarrow B(\frac{11}{6}, 0)$$

همچنین در نقطه A تابع برای بار دوم در $x > 0$ دارای کمترین مقدار خود می‌شود.

$$\cos(\pi x - \frac{\pi}{3}) = -1 \xrightarrow{\text{حل معادله}} \pi x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \pi$$

$$\Rightarrow \pi x = 2k\pi + \frac{4\pi}{3} \Rightarrow x = 2k + \frac{4}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{دومین مقدار مثبت}} x_A = 2 + \frac{4}{3} = \frac{10}{3} \Rightarrow A(\frac{10}{3}, -1)$$

پس فاصله دو نقطه A و B از یکدیگر برابر است با:

$$|AB| = \sqrt{(\frac{10}{3} - \frac{11}{6})^2 + (-2 - 0)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 4} = \frac{5}{2} = 2.5$$

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹ و ۳۸ تا ۴۱)

حسابان ۲

گزینه «۳» ۲۱

(مهمر فذران)

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$y = a + b \cos(\frac{\pi}{4} - cx) = a + b \sin cx$$

مقدار ماکزیمم تابع برابر با ۱ و مقدار مینیمم برابر با -۳ است:

$$\Rightarrow \begin{cases} a + |b| = 1 \\ a - |b| = -3 \end{cases} \Rightarrow a = -1, |b| = 2$$

نمودار تابع در همسایگی راست $x = 0$ نزولی است. پس باید $bc < 0$

باشد، b را منفی و c را مثبت می‌گیریم، یعنی:

$$b = -2$$

از طرفی $\frac{3}{4}$ دوره تناوب برابر $\frac{\pi}{4}$ شده است:

$$\Rightarrow \frac{3}{4}T = \frac{\pi}{4} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{|c|} \xrightarrow{c>0} c = 3$$

$$\Rightarrow abc = 6$$

(مسایان ۲- مثلثات: مشابه مثال صفحه ۲۸)

(عارل سنینی)

گزینه «۲» ۲۲

مقدار ماکزیمم تابع برابر با $\frac{5}{6}$ است.

$$\Rightarrow \frac{1}{3} + 2|a| = \frac{1}{3} + 2a = \frac{5}{6} \Rightarrow a = \frac{1}{6}$$

نصف دوره تناوب هم برابر با ۱ شده است:

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{4|b|\pi} = \frac{1}{2b} = 2 \Rightarrow b = \frac{1}{4}$$

حال برای پیدا کردن نقاط تلاقی، نمودار تابع f و خط $y = \frac{x+1}{4}$ را با

دقت بیشتری در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

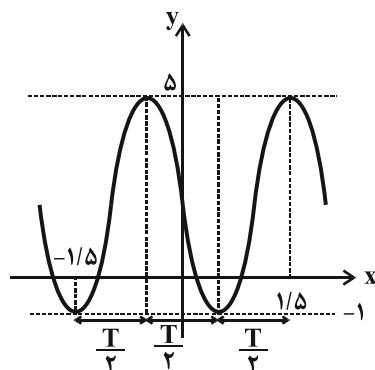


۲۴- گزینه «۴»

(میلاد پاشمی)

با استفاده از اتحاد $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$ داریم:

$$f(x) = a + \frac{b}{2} \sin(2cx)$$



با توجه به نمودار داریم:

$$\begin{cases} 1/5 T = 2 \Rightarrow T = 2 \\ T = \frac{2\pi}{|2c|} \Rightarrow |c| = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

از طرفی، مقدار a میانگین مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع است و داریم:

$$\begin{cases} a = \frac{1/5 + (-1/5)}{2} = 0 \\ y_{\max} = a + \frac{|b|}{2} = 1/5 \Rightarrow |b| = 1 \end{cases}$$

با توجه به اینکه نمودار تابع در همسایگی $x = 0$ فرم نزولی دارد، حاصل

bc و $\frac{c}{b}$ قطعاً منفی هستند، بنابراین داریم:

$$\frac{ac}{b} = a \times \left(-\frac{|c|}{|b|} \right) = 0 \times \left(-\frac{\pi/2}{1} \right) = 0$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۲۵- گزینه «۱»

(پویان طهرانیان)

$$f(x) = \sin ax \cos ax (\cos^2 ax - \sin^2 ax)$$

$$= \underbrace{\sin ax \cos ax}_{\frac{1}{2} \sin 2ax} \underbrace{(\cos^2 ax - \sin^2 ax)}_{\cos 2ax} = \frac{1}{2} \sin 2ax \cos 2ax$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4} \sin 4ax$$

نصف دوره تناوب روی نمودار برابر $\frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4} \right) = \frac{\pi}{2}$ می‌باشد، پس

$$T = \frac{\pi}{4} \text{ است و داریم:}$$

$$T = \frac{2\pi}{|4a|} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow |a| = 2 \xrightarrow{a < 0} a = -2$$

شروع نزولی تابع از مبدا

از طرفی b همان مقدار $\min$ تابع است:

$$\Rightarrow b = \frac{1}{4}(-1) = -\frac{1}{4} \Rightarrow a - b = -\frac{1}{4} - (-\frac{1}{4}) = 0$$

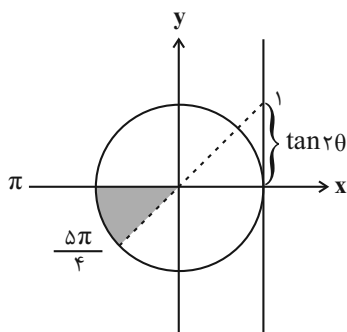
(مسئله ۲- مثلثات: صفحه ۲۷)

(عمید علیزاده)

۲۶- گزینه «۴»

$$\frac{\pi}{2} < \theta \leq \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \pi < 2\theta \leq \frac{3\pi}{2}$$

یعنی انتهای کمان 2θ می‌تواند در قطاع مشخص شده زیر باشد:



پس $\tan 2\theta$ در بازه $(0, 1)$ می تواند تغییر کند.

$$\Rightarrow 0 < \frac{1}{m-1} \leq 1 \Rightarrow m-1 \geq 1 \Rightarrow m \geq 2$$

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه ۲۹)

۲۷- گزینه «۳»

(علی شهرابی)

فاصله دو نقطه به طول های $\frac{\pi}{18}$ و $\frac{5\pi}{9}$ برابر با $1/5$ برابر دوره تناوب است.

$$\frac{3}{2}T = \frac{5\pi}{9} - \frac{\pi}{18} \Rightarrow \frac{3}{2}T = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = \frac{\pi}{3}$$

از طرفی دوره تناوب تابع $f(x) = \tan(ax+b)$ برابر با $\frac{\pi}{|a|}$ است و چون

نمودار داده شده در بازه های تعریف آن اکیداً صعودی است. a باید مثبت

$$\frac{\pi}{a} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow a = 3$$

باشد، پس داریم:

تا اینجا ضابطه تابع به صورت $f(x) = \tan(3x+b)$ شد. مقدار تابع به

$$\text{ازای } x = \frac{\pi}{18} \text{ صفر است، لذا داریم:}$$

$$f\left(\frac{\pi}{18}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{6} + b\right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{6} + b = k\pi \Rightarrow b = k\pi - \frac{\pi}{6}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

بنابراین برای b ، تمام مقادیر $k\pi - \frac{\pi}{6}$ را می توان در نظر گرفت. برای

$$\text{سادگی } b = -\frac{\pi}{6} \text{ را در نظر می گیریم:}$$

$$\Rightarrow f(x) = \tan\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow f\left(-\frac{\pi}{36}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -1$$

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه های ۲۹ تا ۳۴ و ۳۲)

۲۸- گزینه «۱»

(عارل حسینی)

$$\cos 5x = \sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 6x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 5x = 2k\pi - \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow 4x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \\ x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \end{cases}$$

(مسایان ۲- مثلثات: مشابه تمرین ۱ صفحه ۴۴)

۲۹- گزینه «۴»

(علیرضا نذرافزاده)

$$\sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -1$$

$$\Rightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}} = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

جواب های بازه $[0, \pi]$ عبارتند از صفر، $\frac{2\pi}{4}$ و π که مجموع آنها برابر

$$\frac{7\pi}{4} \text{ است.}$$

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه های ۳۵ تا ۴۴)

۳۰- گزینه «۳»

(حمید علینزاده)

با توجه به شکل، $x + \alpha = 45^\circ$ است. پس $\tan x$ به صورت زیر به دست

می آید:

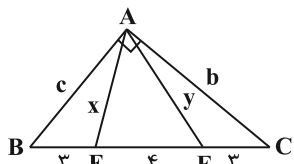
$$\Rightarrow \tan x = \tan(45^\circ - \alpha) = \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha} = \frac{1 - \frac{1}{5}}{1 + \frac{1}{5}} = \frac{2}{3}$$

(مسایان ۲- مثلثات: مشابه مثال صفحه ۴۳)

(هومن عقیلی)

گزینه ۲ - ۳۳

طبق قضیه استوارت در مثلث ABF داریم:



$$4c^2 + 3y^2 = 7(12 + x^2) \Rightarrow 4c^2 + 3y^2 = 84 + 7x^2 \quad (1)$$

همچنین طبق قضیه استوارت در مثلث AEC داریم:

$$4b^2 + 3x^2 = 7(12 + y^2) \Rightarrow 4b^2 + 3x^2 = 84 + 7y^2 \quad (2)$$

از جمع کردن تساوی‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$4c^2 + 4b^2 + 3y^2 + 3x^2 = 168 + 7x^2 + 7y^2$$

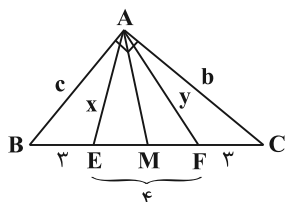
$$\frac{b^2 + c^2 = 10^2}{\rightarrow 4 \times 10^2 = 168 + 4x^2 + 4y^2}$$

$$\Rightarrow 400 - 168 = 4(x^2 + y^2) \Rightarrow 232 = 4(x^2 + y^2) = 4AE^2 + 4AF^2$$

راه‌حل دوم: در مثلث ABC، میانه AM را رسم می‌کنیم. چون

$$\hat{A} = 90^\circ, \text{ پس } AM = \frac{BC}{2} \text{ است. با نوشتن قضیه میانه‌ها در مثلث}$$

AEF خواهیم داشت:



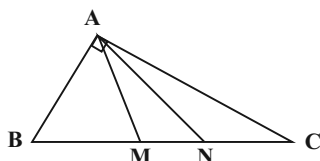
$$AE^2 + AF^2 = \frac{EF^2}{2} + 2AM^2$$

$$\frac{AM = \frac{BC}{2} = 5}{EF = 4} \rightarrow AE^2 + AF^2 = 8 + 2(5)^2 = 8 + 50 = 58$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۷)

(امیرحسین ایوب‌محبوب)

گزینه ۳ - ۳۴



طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 144 - 80 = 64$$

هندسه ۲

گزینه ۱ - ۳۱

طبق قضیه کسینوس‌ها داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow a^2 = (\sqrt{5} - 2)^2 + (\sqrt{5} + 2)^2 - 2(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)\cos 120^\circ$$

$$\Rightarrow a^2 = (9 + 4\sqrt{5}) + (9 - 4\sqrt{5}) + 1$$

$$\Rightarrow a^2 = 19 \Rightarrow a = \sqrt{19}$$

سپس با توجه به قضیه سینوس‌ها داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{\sqrt{19}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{5} - 2}{\sin \hat{B}}$$

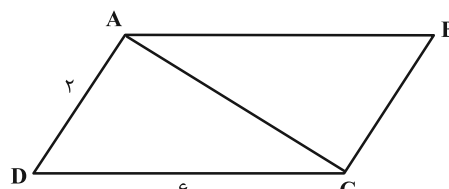
$$\Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{\sqrt{15} - 2\sqrt{3}}{2\sqrt{19}} = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{12}}{\sqrt{76}}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۶)

گزینه ۳ - ۳۲

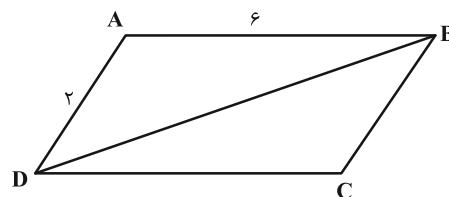
(مهم‌ترین فکتور)

طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ADC داریم:



$$AC^2 = AD^2 + DC^2 - 2AD \times DC \times \cos \hat{D}$$

به طور مشابه طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABD داریم:



$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \times AD \times \cos \hat{A}$$

از طرفی $\hat{A} = 180^\circ - \hat{D}$ و $AB = DC$ پس $\cos \hat{A} = -\cos \hat{D}$ و

در نتیجه داریم:

$$AC^2 + BD^2 = 2(AB^2 + AD^2) = 2(6^2 + 2^2) = 80$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6}$$

$$= \sqrt{(3 \times 7) \times 2^3 \times 7 \times (2 \times 3)} = \sqrt{2^4 \times 3^2 \times 7^2} = 2^2 \times 3 \times 7 = 84$$

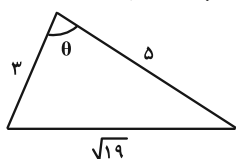
$$r = \frac{S}{p} = \frac{84}{21} = 4$$

شعاع دایره محاطی داخلی این مثلث برابر است با: $r = \frac{S}{p} = \frac{84}{21} = 4$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

۳۸- گزینه «۴» (سوکنر روشنی)

با توجه به طول اضلاع از رابطه هرون (به راحتی) نمی‌توان استفاده کرد. بهتر است زاویه بین دو ضلع با طول‌های ۵ و ۳ را از قضیه کسینوس‌ها محاسبه کنیم:



$$19 = 9 + 25 - 2(3 \times 5) \cos \theta \Rightarrow 3 \cos \theta = 15$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

در نتیجه مساحت این مثلث برابر می‌شود با:

$$S = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۵، ۷۱ تا ۷۳)

۳۹- گزینه «۲» (سوکنر روشنی)

ابتدا کسینوس زاویه $\hat{A} = \theta$ را با استفاده از قضیه کسینوس‌ها در مثلث ADE به دست می‌آوریم:

$$57 = 64 + 49 - 2(56) \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2}$$

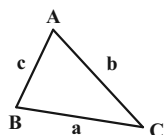
حالا در مثلث اصلی ABC، قضیه کسینوس‌ها را می‌نویسیم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow BC^2 = 100 + 256 - 2 \times 10 \times 16 \times \frac{1}{2} = 196 \Rightarrow BC = 14$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۵ و ۷۳)

۴۰- گزینه «۴» (افشین فاضله‌فان)



طبق فرض، رابطه $abc = 2 \cdot R$ برقرار است. حال قضیه سینوس‌ها را برای ضلع a می‌نویسیم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = 2R \Rightarrow a = 2R \sin \hat{A} \xrightarrow{\times bc} abc = 2bR \sin \hat{A}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot R = 2bR \sin \hat{A} \Rightarrow S = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A} = 5$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۱، ۶۲ و ۷۴)

می‌دانیم طول میانه وارد بر وتر در یک مثلث قائم‌الزاویه، نصف طول وتر است. پس $AM = \frac{BC}{2} = 6$. از طرفی AN میانه وارد بر ضلع CM است، لذا طبق قضیه میانه‌ها در مثلث AMC داریم:

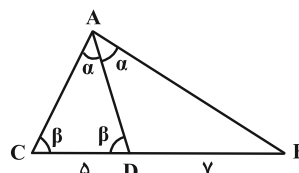
$$AM^2 + AC^2 = 2AN^2 + \frac{CM^2}{2} \Rightarrow 36 + 64 = 2AN^2 + \frac{36}{2}$$

$$\Rightarrow 2AN^2 = 82 \Rightarrow AN^2 = 41 \Rightarrow AN = \sqrt{41}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه ۶۷)

۳۵- گزینه «۱» (کیوان دارابی)

طبق فرض، AD نیمساز داخلی $\hat{A}$ بوده و مثلث ACD متساوی‌الساقین است. طبق قضیه نیمسازهای زوایای داخلی داریم:



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{\gamma}{\delta} \Rightarrow \begin{cases} AB = \gamma k \\ AC = \delta k \end{cases}$$

بنابراین $AD = AC = \delta k$ ؛ حال رابطه طول نیمساز AD را می‌نویسیم:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times CD \Rightarrow (\delta k)^2 = (\gamma k)(\delta k) - \gamma \times \delta$$

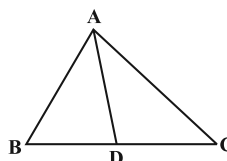
$$\Rightarrow 2\delta k^2 = 3\delta k^2 - 35 \Rightarrow 10k^2 = 35 \Rightarrow k^2 = 3.5$$

در نتیجه $AC^2 = (\delta k)^2 = 2\delta k^2 = 87.5$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۳۶- گزینه «۳» (پوار فاطمی)

با در اختیار داشتن طول دو ضلع مثلث و اندازه زاویه بین این دو ضلع، طول نیمساز داخلی زاویه از رابطه زیر محاسبه می‌شود:



$$AD = \frac{2bc \cos \frac{\hat{A}}{2}}{b+c} = \frac{2 \times 15 \times 10 \times \cos 30^\circ}{15+10} = \frac{2 \times 15 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{25} = 6\sqrt{3}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث؛ تمرین ۵ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۳۷- گزینه «۱» (امیرحسین ابومحبوب)

فرض کنید $a=13$ ، $b=14$ و $c=15$ باشد. طبق قضیه هرون برای مساحت این مثلث داریم:

$$p = \frac{13+14+15}{2} = 21$$

نصف محیط



هندسه ۱

گزینه ۱» ۴۱-

(افشین فاضله‌فان)

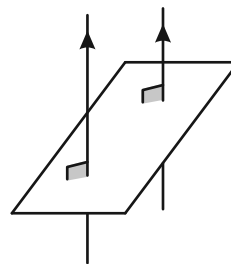
یال AD در نقطه D بر صفحه گذرنده از نقاط E, D, F عمود است، بنابراین خط دلخواه L در این صفحه نمی‌تواند با یال AD موازی باشد، چون می‌دانیم اگر یکی از دو خط موازی بر صفحه‌ای عمود باشد، دیگری نیز بر آن صفحه عمود است، یعنی خط L باید بر صفحه گذرنده از نقاط E, D, F عمود باشد که مخالف فرض است.

(هنر سه ۱- تبسم فضایی: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۳)

گزینه ۳» ۴۲-

(هومن عقیلی)

گزینه ۳ همواره نادرست است، زیرا اگر دو خط بر یک صفحه عمود شوند با هم موازی می‌شوند که با فرض متضاد بودن آن‌ها مغایرت دارد. درستی گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ را خودتان بررسی کنید

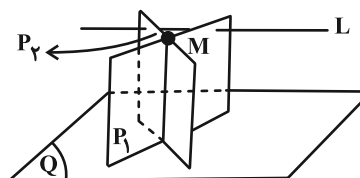


(هنر سه ۱- تبسم فضایی: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۶)

گزینه ۴» ۴۳-

(سرژ یقیا‌زاریان تبریزی)

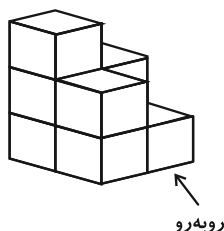
بی‌شمار صفحه با مشخصات داده شده وجود دارد. برای نمونه دو تا از این صفحات (P_1 و P_2) در شکل زیر رسم شده‌اند:



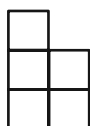
(هنر سه ۱- تبسم فضایی: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۶)

گزینه ۱» ۴۴-

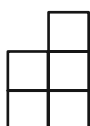
(امیرحسین ملازینل)



تعداد X ها با تعداد مربع‌های مشاهده شده در پنج نمای روبه‌رو، چپ، پشت، راست و بالا معادل می‌باشد.
(الف) در دو نمای روبه‌رو و چپ، شکل مشاهده شده، رسم شده که شامل ۵ مربع کوچک است.



(ب) در دو نمای پشت و راست، شکل مشاهده شده، رسم شده که شامل ۵ مربع کوچک است.



(ج) نمای بالا نیز به صورت یک مربع 2×2 می‌باشد که شامل ۴ مربع کوچک است. در نتیجه تعداد X های قابل مشاهده برابر است با:

$$4 \times 5 + 4 = 24$$

(هنر سه ۱- تبسم فضایی: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

گزینه ۲» ۴۵-

(افشین فاضله‌فان)

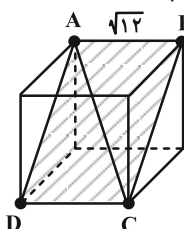
اگر فرض کنیم وجه‌های بالایی و پایینی آبی و وجه‌های مقابل و پشت سر قرمز باشند، آن‌گاه تعداد مکعب‌هایی که فقط دو رنگ قرمز و آبی دارند $x = 4$ است (دو مکعب در وجه بالایی و دو مکعب در وجه پایینی). همچنین می‌دانیم مکعب‌هایی که هر سه رنگ آبی، سفید و قرمز را دارند، مکعب‌های گوشه‌ای هستند. از آنجا که ۸ مکعب گوشه‌ای داریم $y = 8$ بوده و در نتیجه $x + y = 12$ جواب مسئله است.

(هنر سه ۱- تبسم فضایی: صفحه ۹۰)

گزینه ۲» ۴۶-

(مهرادر ملونری)

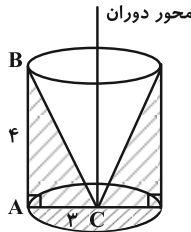
مطابق شکل، $ABCD$ سطح مقطع مستطیل شکل (شامل قطر AC و یال AB) مورد نظر است. داریم:



(هومن عقیلی)

۴۹- گزینه «۳»

حجم مورد نظر به صورت زیر است و داریم:



حجم مخروط - حجم استوانه = حجم جسم حاصل

$$= \pi \times 9 \times 4 - \frac{1}{3} \pi \times 9 \times 4 = \frac{2}{3} \pi \times 9 \times 4 = 24\pi$$

(هنر سه - ا- تبسم فضایی: صفحه‌های ۹۲ و ۹۴)

(مهمر قنران)

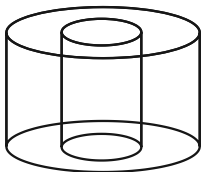
۵۰- گزینه «۳»

اگر مربع $MNPQ$ را حول خط L دوران دهیم، شکل حاصل یک استوانه

است که از داخل آن یک استوانه کوچک‌تر برداشته شده است. شعاع قاعده

استوانه‌ها برابر ۲ و ۷ و ارتفاع هر دو استوانه برابر ۵ است. بنابراین اگر حجم

حاصل از دوران را با V نمایش دهیم، آن گاه داریم:



V = حجم استوانه کوچک - حجم استوانه بزرگ

$$= \pi \times 7^2 \times 5 - \pi \times 2^2 \times 5 = 245\pi - 20\pi = 225\pi$$

(هنر سه - ا- تبسم فضایی: صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

$$BC = a\sqrt{2} = \sqrt{12} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{6}$$

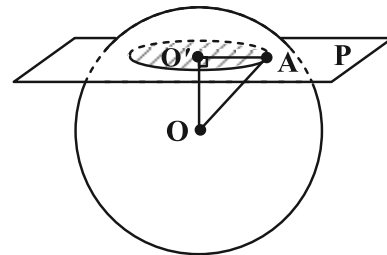
در نتیجه مساحت این سطح مقطع برابر می‌شود با:

$$S = \sqrt{12} \times 2\sqrt{6} = 12\sqrt{2}$$

(هنر سه - ا- تبسم فضایی: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۴۷- گزینه «۳»

(سرژ یقیا زاریان تبریزی)



سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه P و نیم کره، دایره‌ای به شعاع r است.

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه $OO'A$ داریم:

$$OA^2 = OO'^2 + O'A^2 \Rightarrow 17^2 = 8^2 + r^2$$

$$\Rightarrow r^2 = 289 - 64 = 225 \Rightarrow r = 15$$

محیط سطح مقطع برابر است با:

$$2\pi r = 2\pi \times 15 = 30\pi$$

(هنر سه - ا- تبسم فضایی: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۴۸- گزینه «۴»

(مهمر بهیرایی)

مطابق شکل، سطح مقطع مستطیلی است متشابه با مستطیل $ABCD$ که اندازه

اضلاع آن را به کمک قضیه تالس به دست می‌آوریم. چون ارتفاع هرم توسط

سطح مقطع به دو قسمت ۸ و ۱۲ واحد تقسیم شده است، پس نسبت اضلاع

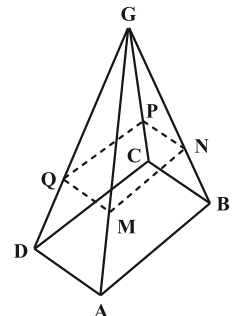
مستطیل $MNPQ$ به $ABCD$ برابر $\frac{8}{20}$ است.

$$\frac{\Delta GAB}{10} : \frac{MN}{10} = \frac{8}{20} \Rightarrow MN = 4$$

$$\frac{\Delta GAD}{6} : \frac{MQ}{6} = \frac{8}{20} \Rightarrow MQ = 2/4$$

$$\Rightarrow S_{MNPQ} = 4 \times 2 / 4 = 9/6$$

(هنر سه - ا- تبسم فضایی: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)





هندسه ۳

گزینه ۱»

(افشین فاضله‌فان)

دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ در صورتی جواب ندارد که

باشد. بنابراین برای دستگاه مذکور داریم:

$$\frac{m}{2} = \frac{m+1}{3m+1} \neq \frac{1}{2m}$$

$$\frac{m}{2} = \frac{m+1}{3m+1} \Rightarrow 3m^2 + m = 2m + 2$$

$$\Rightarrow \underbrace{3m^2 - m - 2}_{(3m+2)(m-1)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\frac{m}{2} \neq \frac{1}{2m} \Rightarrow m^2 \neq 1 \Rightarrow m \neq 1, -1$$

بنابراین به ازای $m = -\frac{2}{3}$ ، دستگاه جواب ندارد.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه ۲۶)

(مشابه نهایی- شهریور ۱۴۰۲)

گزینه ۳»

(اسحاق اسفندیار)

برای این که دستگاه معادلات جواب منحصر به فرد نداشته باشد، باید

دترمینان ماتریس ضرایب مساوی صفر باشد، پس:

$$|A| = 0 \Rightarrow 2^3(a^2 - a) \times 2^a - 2^3 \times 2^2 = 0 \Rightarrow 2^3 a^2 - 2a = 2^5$$

$$\Rightarrow 3a^2 - 2a = 5 \Rightarrow a = -1, a = \frac{5}{3} \xrightarrow{a \geq 0} a = \frac{5}{3}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{5}{3} & 6 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ -\frac{5}{3} & \frac{5}{3} \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = -\frac{1}{5} \left(3 - 6 - \frac{5}{3} + \frac{5}{3} \right) = \frac{3}{5}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

گزینه ۲»

(سوام میبدی‌پور)

با توجه به فرض، حل دستگاه از طریق ماتریس وارون به صورت زیر می‌شود:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3c+2c' \\ -c+c' \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x + y = 3c + 2c' - c + c' = 2c + 3c' = 12 \Rightarrow 2c = 6 - 3c' \Rightarrow c = 3 - \frac{3}{2}c'$$

$$y = -c + c' = -3 + \frac{3}{2}c' + c' = -3 + \frac{5}{2}c' = -1$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

گزینه ۴»

(مشابه نهایی- فروردین ۱۴۰۳)

شرط این که دستگاه اولیه، بی‌شمار جواب داشته باشد را بررسی می‌کنیم:

$$\frac{-4}{2} = \frac{m-3}{-m} = \frac{m+1}{-m} \Rightarrow 2m = m+1 \Rightarrow m = 1$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه ۲۶)

گزینه ۱»

(سوام میبدی‌پور)

$$BA - I = C \Rightarrow BA = I + C \xrightarrow{B^{-1} \times} A = B^{-1}(I + C) \quad (1)$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow A = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -4 & 8 \\ -5 & 7 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس A برابر است با:

$$\frac{1}{4}(-4 + 8 - 5 + 7) = \frac{6}{4} = 1.5$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

گزینه ۳»

(کتاب آبی)

برای آنکه دستگاه بی‌شمار جواب داشته باشد، باید دو خط $ax - 3y = 1$ و

$$20x + by = 5 \text{ بر هم منطبق باشند:}$$

$$\frac{a}{20} = \frac{-3}{b} = \frac{1}{5} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -15 \end{cases}$$

(مشابه نهایی - شهریور ۱۳۰۲)

۵۹- گزینه «۱»

از طرفین تساوی داده شده، دترمینان می گیریم:

$$|2A| = \begin{vmatrix} |A| & -1 \\ 1 & 4|A| \end{vmatrix} \Rightarrow 2^2 |A| = 4|A|^2 + 1$$

$$\Rightarrow 4|A|^2 - 4|A| + 1 = 0 \Rightarrow (2|A| - 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2|A| = 1 \Rightarrow |A| = \frac{1}{2}$$

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = 2$$

در نتیجه داریم:

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه های ۳۰ و ۳۱)

(امیرحسین ایومفیوب)

۶۰- گزینه «۱»

با استفاده از دستور ساروس برای محاسبه دترمینان ماتریس های 3×3

داریم:

$$\begin{vmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x \\ 3 & x+1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (-8 + 3x + x + 1) - (3 - 4x(x+1) + 2) = 0$$

$$\Rightarrow (4x - 7) - (-4x^2 - 4x + 5) = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 8x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (x+3)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه های ۲۷ تا ۳۱)

حال بین گزینه ها، دستگاه معادلاتی را انتخاب می کنیم که دترمینان ماتریس ضرایب آن مخالف صفر باشد تا جواب منحصر به فرد داشته باشد:

$$۱) \begin{vmatrix} 15 & -4 \\ b & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 15 & -4 \\ -15 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

$$۲) \begin{vmatrix} a & -15 \\ 4 & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & -15 \\ 4 & -15 \end{vmatrix} = 0$$

$$۳) \begin{vmatrix} a & 15 \\ b & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 15 \\ -15 & 4 \end{vmatrix} \neq 0$$

$$۴) \begin{vmatrix} a & b \\ 3a & 3b \end{vmatrix} = 0$$

بنابراین دستگاه معادلات گزینه «۳» جواب یکتا دارد.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه های ۲۵ و ۲۶)

(افشین فاضله خان)

۵۷- گزینه «۳»

ماتریس ضرایب را تشکیل داده و وارونش را به دست می آوریم:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ 3 & -5 \end{bmatrix} \xrightarrow{|A|=17} A^{-1} = \frac{1}{17} \begin{bmatrix} -5 & -b \\ -3 & a \end{bmatrix}$$

$$AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{17} \begin{bmatrix} -5 & -b \\ -3 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{17}(-25 - 3b) \xrightarrow{x=-2} -2 = \frac{1}{17}(-25 - 3b)$$

$$\Rightarrow -25 - 3b = -34 \Rightarrow b = 3$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه های ۲۳ تا ۲۵)

(افشین فاضله خان)

۵۸- گزینه «۴»

می دانیم که اگر یک سطر (یا یک ستون) یک ماتریس مربعی را در عدد حقیقی دلخواه k ضرب کنیم، دترمینان ماتریس k برابر می شود.

درایه های سطر اول ماتریس در ۱، درایه های سطر دوم ماتریس در ۲ و درایه های سطر سوم ماتریس در ۳ ضرب می شوند و به طور مشابه درایه های ستون های اول، دوم و سوم ماتریس به ترتیب در ۱، ۲ و ۳ ضرب می شوند.

$$|B| = (1 \times 2 \times 3) \times (1 \times 2 \times 3) |A| = 3! \times 3! |A|$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ برگرفته از تمرین ۸ صفحه ۳۱)

آمار و احتمال

۶۱- گزینه «۲»

(امیرحسین ملازینل)

مطابق با تعاریف صفحه ۱۰۷ کتاب درسی، (الف) زمانی از «مصاحبه» استفاده می‌شود که آمارگیر از همه پاسخ‌های ممکن اطلاعات کافی نداشته باشد، (ب) در بسیاری از مؤسسات و سامانه‌ها استفاده از روش «دادگان» برای جمع‌آوری اطلاعات به سرعت رواج یافته و (ج) «مشاهده» گردآوری داده‌ها بدون نیاز به فرد پاسخگو می‌باشد.

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه ۱۰۷)

۶۲- گزینه «۱»

(امیررضا فلاح)

این نوع نمونه‌گیری، «نمونه‌گیری خوشه‌ای» نام دارد. در این روش نمونه‌گیری، کل جامعه در قالب چند گروه یا خوشه در نظر گرفته می‌شوند. این خوشه‌ها به عنوان واحدهای آماری اولیه در نظر گرفته می‌شوند و تعدادی از آن‌ها انتخاب می‌شوند؛ سپس همه واحدهای آماری آن خوشه‌ها به عنوان نمونه در نظر گرفته شده و بررسی می‌شوند. در این روش نمونه‌گیری اگر تعداد کل خوشه‌ها n و تعداد خوشه‌های انتخاب شده m باشد، احتمال

انتخاب هر عضو جامعه $\frac{m}{n}$ خواهد بود. پس:

$$\begin{cases} m = 4 \\ n = 10 \end{cases} \Rightarrow P = \frac{4}{10} = 0.4$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۱)

۶۳- گزینه «۳»

(مصطفی روبری)

از آنجا که $\frac{605}{55} = 11$ ، پس افراد به ۵۵ گروه ۱۱ تایی تقسیم شده‌اند. همچنین چون $7 + 11 \times 6 = 73$ ، پس شماره اولین نفر انتخاب شده برابر ۷ و قدرنسبت شماره‌های انتخابی برابر ۱۱ است و در نتیجه شماره‌های انتخاب شده به صورت $7 + 11k$ هستند. حالا شماره افرادی که بیشترین و کمترین شماره سه رقمی را دارند را پیدا می‌کنیم:

$$100 \leq 11k + 7 \leq 605 \Rightarrow 93 \leq 11k \leq 598$$

$$k \in \mathbb{Z} \rightarrow 9 \leq k \leq 54 \Rightarrow \begin{cases} 11 \times 9 + 7 = 106 & \text{کمترین} \\ 11 \times 54 + 7 = 601 & \text{بیشترین} \end{cases}$$

$$601 - 106 = 495 = 3^2 \times 5 \times 11 = 15 \times 33$$

بنابراین عدد داده شده مضرب ۳۳ است.

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه ۱۰۱)

۶۴- گزینه «۲»

(علی ایمانی)

نفرات انتخاب شده در روش سامانمند تشکیل دنباله حسابی می‌دهند:

$$\begin{cases} a_1 = m + 2 \\ a_7 = 3m + 4 \Rightarrow d = 2m + 2 \xrightarrow{\times 3} 3d = 6m + 6 \\ a_8 = 7m + 16 \end{cases} \quad (1)$$

$$a_8 - a_7 = 3d = 6m + 12 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 6m + 6 = 6m + 12 \Rightarrow 2m = 6 \Rightarrow m = 3$$

$$a_1 = 5, a_7 = 13 \Rightarrow \text{طول دسته} = 8$$

$$\text{تعداد دسته‌ها} = \frac{240}{8} = 30 \Rightarrow a_{30} = \frac{5}{a_1} + 29(8) = 237$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه ۱۰۱)

۶۵- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

با توجه به رابطه انحراف معیار برآورد میانگین جامعه داریم:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{9}{\sqrt{144}} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}}^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه ۱۱۵)

۶۶- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

ابتدا میانه این نمونه را محاسبه می‌کنیم. برای این کار اعداد نمونه را از

کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$0, 5, 6, 11, 12, 17$$

$$Q_2 = \frac{6 + 11}{2} = 8.5$$

حال میانه اعداد N تا N را پیدا می‌کنیم. اگر N زوج باشد، تعداد این اعداد

فرد است و میانه برابر عدد وسط یعنی $\frac{N}{2}$ خواهد بود.

$$[\bar{x} - \frac{10}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{10}{\sqrt{n}}] = [15/6, 16/4]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{20}{\sqrt{n}} = 0/8 \Rightarrow \sqrt{n} = 25 \Rightarrow n = 625 \\ \bar{x} - \frac{10}{\sqrt{n}} = 15/6 \Rightarrow \bar{x} - 0/4 = 15/6 \Rightarrow \bar{x} = 16 \end{cases}$$

بنابراین مجموع داده‌های نمونه برابرند با:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \Rightarrow x_1 + \dots + x_n = n\bar{x} = 625 \times 16 = 10^4$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

(نیلوفر مهروی)

۷۰- گزینه «۲»

بازه اطمینان بیش از ۹۵٪ برای میانگین جامعه به صورت زیر است:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 7/32, \quad \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 7/68$$

$$\frac{7/32 + 7/68}{2} = 7/5 \quad \text{میانگین داده‌های نمونه برابر است با:}$$

یکی از روابط فوق را در نظر گرفته و مقادیر اندازه نمونه و میانگین را

جای گذاری کرده تا مقدار انحراف معیار به دست آید:

$$7/5 + \frac{2\sigma}{\sqrt{2500}} = 7/68 \Rightarrow \frac{2\sigma}{50} = 0/18$$

$$\Rightarrow 2\sigma = 9 \Rightarrow \sigma = 4/5$$

بنابراین مقدار واریانس جامعه برابر است با: $\sigma^2 = (4/5)^2 = 20/25$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

اگر N فرد باشد، تعداد این اعداد زوج است و میانه برابر میانگین دو عدد

وسطی یعنی $\frac{N-1}{2}$ و $\frac{N+1}{2}$ خواهد بود که این مقدار نیز برابر $\frac{N}{2}$ است.

$$\frac{N}{2} = 8/5 \Rightarrow N = 17$$

بنابراین همواره داریم:

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۵)

۶۷- گزینه «۴» (مصطفی دیداری)

$$\text{میانگین جامعه} = \frac{1+3+5+\dots+(2N-1)}{N} = \frac{N^2}{N} = N$$

$$\text{میانگین نمونه} = \frac{7+13+5+23}{4} = \frac{48}{4} = 12$$

میانگین نمونه برآوردی از میانگین جامعه است، پس $N = 12$ برآورد می‌شود.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۱)

۶۸- گزینه «۴» (سوکندر روشنی)

می‌دانیم کران بالای بازه اطمینان $\bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ است که σ انحراف معیار

جامعه و n اندازه نمونه است. طبق فرض داریم:

$$11 + \frac{2\sigma}{\sqrt{1600}} = 11/15 \Rightarrow \frac{2\sigma}{40} = \frac{15}{100} = \frac{6}{40} \Rightarrow \sigma = 3$$

اگر تعداد اعضای نمونه ۷۰۰ واحد کاهش یابد، $n = 900$ خواهد شد و داریم:

$$\text{طول بازه اطمینان} : \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4(3)}{\sqrt{900}} = \frac{4(3)}{30} = 0/4$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

۶۹- گزینه «۱» (کیوان دارابی)

در جامعه‌ای با انحراف معیار σ و میانگین $\bar{x}$ ، برای نمونه‌ای با اندازه n .

بازه با اطمینان بیش از ۹۵٪ به صورت $[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}]$ می‌باشد.

در این جامعه $\sigma = 5$ می‌باشد، بنابراین:

ریاضیات گسسته

گزینه «۱» - ۷۱

(فرزاد یواری)

طبق فرض داریم:

$$\overline{11} \quad \overline{11} \\ 31024a \equiv 1 \Rightarrow a - 4 + 2 - 0 + 1 - 3 \equiv 1$$

$$\Rightarrow a \equiv 5 \Rightarrow a = 11k + 5 \Rightarrow a \in \{..., -6, 5, 16, 27, \dots\}$$

a یک رقم است پس a فقط می تواند ۵ باشد. بنابراین:

$$\overline{9} \quad \overline{9} \quad \overline{9} \\ 5535 \equiv 5 + 5 + 3 + 5 \equiv 18 \equiv 0$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۲۲ و ۲۳)

گزینه «۴» - ۷۲

(علی ایمانی)

عددی مضرب ۳۳ است که بر ۳ و ۱۱ بخش پذیر باشد. با توجه به این

موضوع که $0 \leq x, y \leq 9$ داریم:

$$\overline{3} \quad \overline{3} \\ 34x2y \equiv 0 \Rightarrow 3 + 4 + x + 2 + y \equiv 0 \Rightarrow 9 + x + y \equiv 0$$

$$\Rightarrow x + y \equiv 0 \Rightarrow x + y = 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18 \quad (1)$$

$$\overline{11} \quad \overline{11} \\ 34x2y \equiv 0 \Rightarrow y - 2 + x - 4 + 3 \equiv 0 \Rightarrow x + y - 3 \equiv 0$$

$$\Rightarrow x + y \equiv 3 \Rightarrow x + y = 3, 14 \quad (2)$$

از روابط (۱) و (۲) نتیجه می شود که $x + y = 3$ است، بنابراین ۴ حالت زیر

برای x و y و در نتیجه عدد $\overline{34x2y}$ امکان پذیر است:

$$\begin{cases} x=0, y=3 \Rightarrow 34023 \\ x=1, y=2 \Rightarrow 34122 \\ x=2, y=1 \Rightarrow 34221 \\ x=3, y=0 \Rightarrow 34320 \end{cases}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۲۲ و ۲۳)

گزینه «۳» - ۷۳

(نیلوغر مهروری)

می دانیم $100 \equiv -1$ ، با توجه به این موضوع که $0 < y \leq 9$ و $0 < x \leq 9$ داریم:

$$\overline{101} \quad \overline{101} \quad \overline{101} \\ xy7124 \equiv 0 \Rightarrow 24 + 71 \times 100 + xy \times 1000 \equiv 0 \Rightarrow 24 - 71 + xy \equiv 0$$

$$\Rightarrow xy \equiv 47 \Rightarrow x = 4, y = 7$$

$$\overline{11} \quad \overline{11} \quad \overline{11} \quad \overline{11} \quad \overline{11} \\ y06x \equiv 7064 \equiv 4 - 6 + 0 - 7 \equiv -9 \equiv -9 + 11 \equiv 2$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۲۲ و ۲۳)

گزینه «۲» - ۷۴

(نیلوغر مهروری)

فرض کنید x روز قبل شنبه بوده است، برای این که y روز بعد هم شنبه

باشد، کافی است تعداد روزهای بین این دو تاریخ، یعنی (x + y) مضربی از

۷ باشد. با توجه به گزینه ها داریم:

$$\overline{7} \\ 12 + 33 \equiv 3 \quad \times$$

$$\overline{7} \\ 12 + 37 \equiv 0 \quad \checkmark$$

$$\overline{7} \\ 12 + 46 \equiv 2 \quad \times$$

$$\overline{7} \\ 12 + 48 \equiv 4 \quad \times$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۴)

(مشابه فعالیت صفحه ۲۴)

گزینه «۳» - ۷۵

(محمدرضا صمدکار)

ابتدا فاصله پنجم اردیبهشت تا اول اسفند را محاسبه می کنیم:

$$\overline{26} + \overline{4 \times 31} + \overline{5 \times 30} + \overline{1} = 301$$

↓ ↓ ↓ ↓
اسفند مهر تا بهمن خرداد تا شهریور اردیبهشت

$$\overline{7} \\ 301 = 43 \times 7 \equiv 0$$

پس اول اسفند نیز شنبه است و در نتیجه اولین سه شنبه اسفند ماه، ۴ اسفند

خواهد بود:

$$25 \text{ اسفند} \rightarrow 18 \text{ اسفند} \rightarrow 11 \text{ اسفند} \rightarrow 4 \text{ اسفند}$$

بنابراین آخرین سه شنبه ماه اسفند (آخرین سه شنبه سال) روز ۲۵م این ماه است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۴)

گزینه «۲» - ۷۶

(سوکندر روشنی)

مطابق فرض مسئله داریم:

$$\sum_{n=0}^{1403} n! = 0! + 1! + \dots + 1402! + 1403!$$

$$\Rightarrow (0! + 1! + 2! + 3! + 4! + 5! + 6! + \dots + 1403!) \times \overline{15} \equiv 1403$$

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
1 1 2 6 24

$$\Rightarrow \overline{15} \quad \overline{15} \\ 4x \equiv 8 \xrightarrow{+4} x \equiv 2 \Rightarrow x = 15k + 2$$

(4, 15) = 1

$$7(4k+1) + 4y = 67 \Rightarrow 4y = -28k + 60 \Rightarrow y = -7k + 15$$

$$\left. \begin{aligned} x \geq 0 &\Rightarrow 4k+1 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{1}{4} \\ y \geq 0 &\Rightarrow -7k+15 \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{15}{7} \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{15}{7}$$

$$k \in \mathbb{Z} \rightarrow k = 0, 1, 2$$

بنابراین سه حالت برای جابجایی کارکنان با این دو خودرو وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(علی ایمانی)

۸۰. گزینه «۲»

فرض کنید تعداد اسکناس‌های ۲۰۰ و ۵۰۰ تومانی به ترتیب برابر x و y

باشد. در این صورت داریم:

$$200x + 500y = 13000 \Rightarrow 2x + 5y = 130$$

$$\Rightarrow 5y \equiv 130 \pmod{2} \Rightarrow y \equiv 0 \pmod{2} \Rightarrow y = 2k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$2x + 5(2k) = 130 \Rightarrow 2x = -10k + 130 \Rightarrow x = -5k + 65$$

$$\left. \begin{aligned} x > 0 &\Rightarrow -5k + 65 > 0 \Rightarrow k < 13 \\ y > 0 &\Rightarrow 2k > 0 \Rightarrow k > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 1 \leq k \leq 12$$

بنابراین در صورتی که بخواهیم از هر دو مدل اسکناس استفاده کنیم، به ۱۲

طریق می‌توان این کار را انجام داد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۲۹)

به ازای $k = 66$ بزرگ‌ترین مقدار سه رقمی x به دست می‌آید:

$$x_{\max} = 992 \Rightarrow 9 + 9 + 2 = 20$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۷۷. گزینه «۴» (افشین فاضله‌نار)

$$a = 21q + 4 \xrightarrow{\text{مضرب ۵ است}} 5a = 105q + 20$$

$$\Rightarrow q - 1 \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow q \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow q = 5m + 1$$

$$a = 21(5m+1) + 4 = 105m + 25$$

$$100 \leq a \leq 999 \Rightarrow 100 \leq 105m + 25 \leq 999$$

$$\Rightarrow 75 \leq 105m \leq 974 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} 1 \leq m \leq 9$$

بنابراین ۹ مقدار برای m و در نتیجه ۹ عدد طبیعی a با مشخصات موردنظر وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۷۸. گزینه «۱» (علی ایمانی)

$$48x + 72y = 1440 \xrightarrow{+24} 2x + 3y = 60 \Rightarrow 3y \equiv 60 \pmod{2} \Rightarrow y \equiv 0 \pmod{2}$$

$$\Rightarrow y \equiv 0 \pmod{2} \Rightarrow y = 2k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$2x + 3(2k) = 60 \Rightarrow 2x = 60 - 6k \Rightarrow x = 30 - 3k$$

$$\left. \begin{aligned} x > 0 &\Rightarrow 30 - 3k > 0 \Rightarrow k < 10 \\ y > 0 &\Rightarrow 2k > 0 \Rightarrow k > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0 < k < 10 \Rightarrow 1 \leq k \leq 9$$

بنابراین معادله سیاله موردنظر دارای ۹ دسته جواب طبیعی است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(مشابه کار در کلاس صفحه ۲۷)

۷۹. گزینه «۳» (افشین فاضله‌نار)

فرض کنید خودروی ون x بار و خودروی سمند y بار کارکنان کارخانه را جابه‌جا کنند. در این صورت داریم:

$$7x + 4y = 67 \Rightarrow 7x \equiv 67 \pmod{4} \Rightarrow -x \equiv -1 \pmod{4} \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow x = 4k + 1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

فیزیک ۲

۸۱- گزینه «۴»

(مهمترین معرّیان)

با توجه به اینکه خط‌های میدان مغناطیسی در جهت محور x هستند، بنابراین تعداد خط‌های میدان مغناطیسی عبوری از سطح $ABCD$ (شار مغناطیسی عبوری) برابر با تعداد خط‌های مغناطیسی عبوری از سطح $ABOE$ است. در نتیجه:

$$\Phi = AB \cos \theta = (5 \times 10^{-2} \times 4 \times 10^{-2}) \times 0.5 \times 1$$

$$= 10^{-3} \text{ Wb} = 1 \text{ mWb}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۸۲- گزینه «۲»

(شارمان ویسی)

در حالت اول چون سطح حلقه بر خط‌های میدان مغناطیسی عمود است:

$$\theta_1 = 0 \Rightarrow \cos \theta_1 = 1$$

و در حالت دوم خطوط میدان با سطح حلقه زاویه 30° درجه می‌سازند. یعنی:

$$\theta_2 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ \Rightarrow \cos \theta_2 = \frac{1}{2}$$

طبق قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

$$|\varepsilon_{av}| = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \frac{AB(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow |\varepsilon_{av}| = 1 \times \frac{0.5 \times 0.4 \times (\frac{1}{2} - 1)}{2 \times 10^{-3}} \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = 50 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

۸۳- گزینه «۳»

(شارمان ویسی)

در حالت اول ابعاد $8 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ از مستطیل درون میدان قرار دارد و پس از افتادن، تمام مستطیل داخل میدان قرار می‌گیرد.

$$A_1 = 8 \times 20 = 160 \text{ cm}^2 = 16 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$A_2 = 8 \times 40 = 320 \text{ cm}^2 = 32 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow \Delta A = 16 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

می‌دانیم تغییر مساحت مستطیل باعث ایجاد شدن نیروی محرکه القایی در حلقه می‌شود:

$$|\varepsilon_{av}| = -NB \cos \theta \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

$$|\varepsilon_{av}| = -1 \times 15 \times 1 \times \frac{16 \times 10^{-3}}{0.5} = 0.48 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

۸۴- گزینه «۲»

(زهره آقاممدری)

با توجه به قانون القای فاراده داریم:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \xrightarrow{\Phi = AB \cos \theta} \varepsilon_{av} = -NA \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

در بازه 0 تا 1 s داریم:

$$\varepsilon_{av_1} = -500 \times 20 \times 10^{-4} \times \left(\frac{0 - 4}{1} \right) \Rightarrow \varepsilon_{av_1} = 4 \text{ V}$$

$$\varepsilon_{av_2} = -500 \times 20 \times 10^{-4} \times \frac{6 - 0}{2} = -3 \text{ V}$$

در بازه 1 s تا 3 s داریم:

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

۸۵- گزینه «۱»

(سیرممد رضا روحانی)

در شکل (الف)، آهنربا در حال نزدیک شدن به سیملوله است. طبق قانون لنز باید سیملوله با نزدیک شدن آهنربا مخالفت کند؛ لذا سمت راست سیملوله قطب N و سمت چپ قطب S قرار می‌گیرد. به این ترتیب با توجه به قانون دست راست، جهت جریان در سیملوله رو به پایین خواهد بود و در نهایت جهت جریان در مقاومت R از چپ به راست است. در شکل (ب)، (پ) و (ت) جهت جریان I' باید عکس شود تا جهت آن درست باشد.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۸۶- گزینه «۱»

(عبدالرضا امینی نسب)

با کاهش مقاومت رثوستا در سیملوله A ، جریان الکتریکی در آن افزایش یافته و در نتیجه میدان مغناطیسی ایجاد شده در آن پیچیده افزایش می‌یابد. طبق قانون لنز جهت جریان القایی در سیملوله B باید به گونه‌ای باشد که از افزایش میدان در سیملوله A جلوگیری کند. بنابراین جریان القایی از a به b خواهد بود.

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{\rho = 2 \times 10^{-8} \Omega \cdot m, L = 1m, A = 3mm^2 = 3 \times 10^{-6} m^2} R = 6 \Omega$$

$$I = \frac{21}{6+1} \Rightarrow I = 3A$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \xrightarrow{\frac{L=2H}{I=3A}} U = \frac{1}{2} \times 2 \times 9 \Rightarrow U = 9J$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۲)

(زهره آقاممیری)

۸۹- گزینه «۱»

دوره جریان برابر $T = 8ms$ است. لحظه $2ms$ برابر با $\frac{T}{4}$ است.

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t = I_m \sin \frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4} \Rightarrow I = I_m \sin \frac{\pi}{2}$$

در عبارت بالا یعنی زاویه بین خط عمود بر سطح پیچه و خط‌های میدان $\frac{\pi}{2}$

رادیان است پس زاویه بین سطح پیچه و خط‌های میدان صفر خواهد شد.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

(مهمعلی راست‌پیمان)

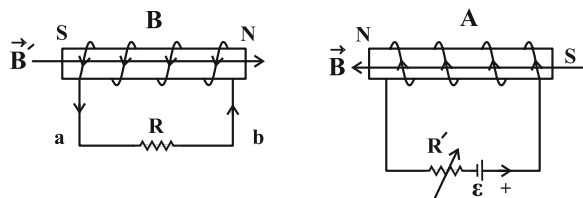
۹۰- گزینه «۳»

باید از مدل کاهنده استفاده کنیم. بنابراین، با استفاده از رابطه زیر داریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \xrightarrow{V_2=33V, N_1=600, V_1=220V} \frac{33}{220} = \frac{N_2}{600} \Rightarrow N_2 = 90$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۲۷)

از طرفی مطابق شکل، دو قطب همنام کنار یکدیگر قرار دارند و نیروی دافعه به هم وارد می‌کنند.



(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

(علیرضا گونه)

۸۷- گزینه «۳»

با توجه به جهت حرکت میله AC، مساحت قاب و در نتیجه شار عبوری از

آن در حال کاهش است. بنابراین طبق قانون لنز، جریان القایی در جهتی در

قاب القا می‌شود که با اثر مغناطیسی خود، با کاهش شار درون قاب مخالفت

کند. در نتیجه جهت جریان القایی در قاب، ساعتگرد خواهد بود که با ایجاد

میدان مغناطیسی درون سو، با کاهش شار مخالفت کند. با استفاده از قانون

القای الکترومغناطیسی فاراده، داریم: $|\mathcal{E}_{av}| = B\ell v \Rightarrow I_{av} R = B\ell v$

$$\Rightarrow 2 \times 10^{-3} \times 3 = 6 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-2} \times v \Rightarrow v = 2 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۸)

(مصطفی کیانی)

۸۸- گزینه «۲»

برای محاسبه انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی سیملوله باید از رابطه

$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$$

مقاومت سیملوله را می‌یابیم و سپس از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$

جریان الکتریکی را حساب می‌کنیم. بنابراین داریم:

فیزیک ۱

۹۱- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

ابتدا دمای سلسیوس را به کلوین تبدیل می‌کنیم و سپس از رابطه

$$W = -nR\Delta T$$

کار انجام شده بر روی گاز را می‌یابیم.

$$T_2 = T_1 + 273 = 27 + 273 = 300\text{K}$$

$$W = -nR(T_2 - T_1) = -3 \times 8.314 \times (300 - 500) = 4800\text{J}$$

$$W = -3 \times 8.314 \times (300 - 500) = 4800\text{J}$$

می‌بینیم کار انجام شده بر روی گاز ۴۸۰۰ J است، بنابراین کار انجام شده

توسط گاز $W' = -W = -4800\text{J}$ خواهد بود.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۹ تا ۱۳۵)

۹۲- گزینه «۴»

(بهنام رستمی)

عبارت گزینه (۴) نادرست است. در فرایند تراکم بی‌دررو، تغییرات انرژی

درونی مثبت است.

$$\Delta U = W > 0 \Rightarrow \Delta V < 0 \Rightarrow \Delta U > 0$$

تراکم بی‌دررو

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

۹۳- گزینه «۴»

(فسرو ارغوانی فرد)

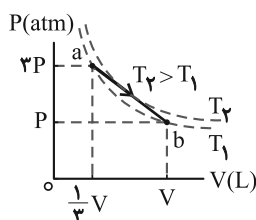
طبق معادله حالت گازهای کامل، داریم:

$$T = \frac{PV}{nR} \Rightarrow \frac{T_b}{T_a} = \frac{P_b V_b}{P_a V_a} \Rightarrow T_a = T_b$$

هر چند $T_a = T_b$ است، اما فرایند ab فرایندی هم‌دما نیست، بلکه مطابق

شکل زیر طی فرایند ab به نقاطی می‌رسیم که دمای آن بیشتر از دمای اولیه

و انتهایی فرایند است. (نادرستی گزینه «۱»)



از طرفی چون فرایند انبساطی است، کار انجام شده توسط گاز روی محیط،

مثبت خواهد بود. (نادرستی گزینه «۲»)

با توجه به قانون اول ترمودینامیک و در نظر گرفتن این نکته که انرژی درونی

مقدار معینی گاز کامل با دمای مطلق آن متناسب است، داریم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow U_b - U_a = Q + W$$

$$\frac{U \propto T}{T_a = T_b} \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow |Q| = |W| \quad (\text{نادرستی گزینه «۳»})$$

با توجه به اینکه دمای مطلق گاز ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد، انرژی

درونی گاز ابتدا افزایش و سپس کاهش خواهد یافت.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۹)

(امیرمهری جعفری)

۹۴- گزینه «۱»

طبق رابطه $P = \frac{nR}{V} T$ ، شیب نمودار P-T که از مبدأ می‌گذرد با حجم گاز

نسبت معکوس دارد، لذا حجم گاز در نقاط A و C کم‌تر از نقاط B و D است.

بنابراین در فرایند هم‌دمای AB، حجم گاز افزایش و در فرایند هم‌فشار CD

نیز حجم گاز افزایش می‌یابد. در نتیجه با توجه به رابطه $p = \frac{m}{V}$ ، چگالی گاز

در هر دو فرایند هم‌دمای AB و هم‌فشار CD کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۹)

۹۵- گزینه «۲»

(سیرعلی میرنوری)

می‌دانیم که نمودار $P-V$ فرایند بی‌دررو نسبت به هم‌دما تندتر است یعنی برای یک حجم مشخص فشار آن سریع‌تر تغییر می‌کند پس فرایند AB بی‌دررو و فرایند AC هم‌دما است.

بنابراین داریم: (W : کار انجام شده توسط محیط در فرایند بی‌دررو)

$$\left. \begin{array}{l} A \rightarrow B: U_B - U_A = W \\ A \rightarrow C: U_C - U_A = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow U_B - U_C = W$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹)

۹۶- گزینه «۲»

(مهمر نهاوندی مقدم)

ابتدا کار انجام شده بر روی گاز در فرایند هم‌فشار ab را محاسبه می‌نماییم:

$$W_{ab} = -P\Delta V = 2 \times 3 \times 10^2 = 600 \text{ J}$$

در چرخه $abca$ ، تغییرات انرژی درونی صفر است که با استفاده از قانون

اول ترمودینامیک، $\Delta U = Q + W$ ، داریم:

$$\Delta U_{abca} = \Delta U_{abc} + \Delta U_{ca} = Q_{abc} + W_{abc} + W_{ca} + Q_{ca}$$

$$\Rightarrow 0 = 300 + 600 + W_{ca} + 0 \Rightarrow W_{ca} = -900 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۴۰)

۹۷- گزینه «۴»

(مسام ندری)

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_H = 1200 \text{ J} \\ |Q_L| = 900 \text{ J} \end{array} \right\} \Rightarrow |W| = Q_H - |Q_L| = 300 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{300}{1200} = 0.25 \Rightarrow 25\%$$

$$P = \frac{|W|}{t} = \frac{300}{1} = 300 \text{ W}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه ۱۴۵)

۹۸- گزینه «۲»

(مهمرعلی راست پیمان)

با توجه به رابطه بازده یک ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} \Rightarrow 0.5 = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} \Rightarrow \frac{|Q_L|}{Q_H} = 0.5$$

در حالت دوم، با کاهش گرمای اتلافی، داریم:

$$|Q'_L| = |Q_L| - 0.4|Q_L| \Rightarrow |Q'_L| = 0.6|Q_L|$$

$$\eta' = 1 - \frac{|Q'_L|}{Q_H} \Rightarrow \eta' = 1 - \frac{0.6|Q_L|}{Q_H}$$

$$\eta' = 1 - 0.6 \times 0.5 = 1 - 0.3 \Rightarrow \eta' = 0.7$$

$$\Rightarrow \Delta\eta = 0.7 - 0.5 = 0.2$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۶)

۹۹- گزینه «۴»

(بابک اسلامی)

طبق متن کتاب درسی، هر چهار عبارت داده شده صحیح هستند.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸، ۱۴۰، ۱۴۵ و ۱۴۷)

۱۰۰- گزینه «۱»

(مصطفی کیانی)

طبق قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی، ممکن نیست گرما به‌طور

خودبه‌خود از جسم با دمای پایین‌تر به جسم با دمای بالاتر منتقل شود. یعنی

برای انتقال گرما از جسم سرد به جسم گرم، باید کار انجام داد. بنابراین، در

یخچال $W > 0$ ، $Q_L > 0$ و $Q_H < 0$ است. با توجه به جدول می‌بینیم،

وسیله‌های B و D که در آن‌ها $Q_H > 0$ است، نمی‌توانند یخچال باشند. از

طرف دیگر، وسیله C بدون انجام کار، گرما را از منبع دمایی به منبع

دمابالا منتقل کرده است. بنابراین، فقط وسیله A که در

آن $W > 0$ ، $Q_L > 0$ و $Q_H < 0$ است، یخچال می‌باشد.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۷)

فیزیک ۳

گزینه ۱» ۱۰۱-

(امسان ایرانی)

الف) نادرست است. تا هنگامی که کف دست دو شخص با هم در تماس است، به یکدیگر نیرو وارد می کنند و طبق قانون سوم نیوتون، این نیروها هم اندازه و در خلاف جهت یکدیگرند. طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{F_1}{F_2} \times \frac{m_2}{m_1} \quad \frac{F_1 = F_2}{m_1 = 2m_2}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = 1 \times \frac{m_2}{2m_2} \Rightarrow a_2 = 2a_1$$

بنابراین، شتاب حرکت دو شخص یکسان نخواهد بود.

ب) نادرست است، طبق قانون سوم نیوتون، اندازه نیرویی که دو شخص به هم وارد می کنند، یکسان است.

پ) نادرست است. چون پس از جدا شدن دو شخص از یکدیگر، نیرویی بر آنها وارد نمی شود، طبق قانون اول نیوتون، به حرکت خود با سرعت ثابت ادامه می دهند، لذا متوقف نخواهند شد. دقت کنید، پس از جدا شدن، نیرویی که دو شخص به هم وارد می کردند، قطع می شود و نیروی اصطکاک هم وجود ندارد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای؛ صفحه های ۳۰ تا ۳۵)

گزینه ۲» ۱۰۲-

(مصطفی کیانی)

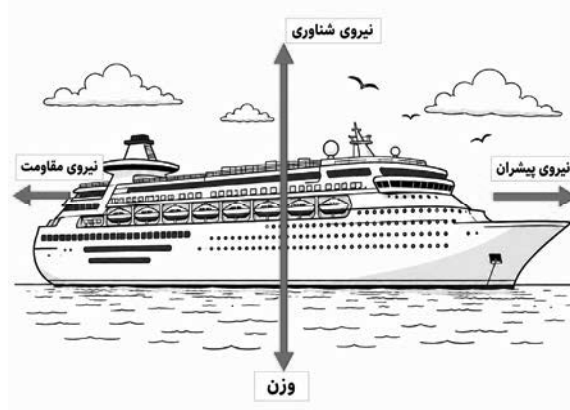
طبق قانون سوم نیوتون، نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ هم اندازه، هم نوع، هم راستا و در جهت مخالف یکدیگرند و این دو نیرو، چون بر دو جسم وارد می شوند، نمی توان برآیند آنها را به دست آورد، لذا اثر یکدیگر را نمی توانند خنثی کنند.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای؛ صفحه های ۳۴ و ۳۵)

گزینه ۴» ۱۰۳-

(حسین الهی)

اگر جسمی درون مایعی قرار گیرد، از طرف مایع بر آن نیرویی رو به بالا وارد می شود که به آن نیروی شناوری می گویند. منظور از نیروی پیشران نیز همان نیروی موتور قایق یا نیرویی است که باد بر بادبانها وارد می کند و یا نیرویی است که در اثر پارو زدن باعث پیشروی قایق می شود. با توجه به ثابت بودن سرعت، نیروی پیشران باید با نیروی دیگری خنثی شود که همان نیروی مقاومت می باشد که شامل مقاومت هوا و آب می باشد.



(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای؛ صفحه های ۳۰ و ۳۱)

(برگرفته از پرسش ۲-۳ کتاب درسی)

گزینه ۲» ۱۰۴-

(پژمان بربربار)

با توجه به اینکه گفته شده جسم در حالت تعادل است، داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_3 = -\vec{F}_2 \quad (1)$$

$$\vec{F}'_{\text{net}} = \vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 + \vec{F}'_3 = m\vec{a} \quad \frac{\vec{F}'_1 = -\frac{1}{3}\vec{F}_1}{\vec{F}'_2 = -\frac{1}{3}\vec{F}_2}$$

$$\vec{F}'_{\text{net}} = -\frac{1}{3}\vec{F}_1 - \frac{1}{3}\vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3}(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) + \vec{F}_3 = m\vec{a} \xrightarrow{(1)} -\frac{1}{3}(-\vec{F}_2) + \vec{F}_3 = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m\vec{a} \Rightarrow \frac{4\vec{F}_3}{3} = m\vec{a} \quad \frac{F_3 = 12\text{N}}{m = 2\text{kg}}$$

$$\frac{4 \times 12}{3} = 2 \times a \Rightarrow 16 = 2 \times a \Rightarrow a = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

سرعت جسم پس از ۵ ثانیه برابر است با:

$$v = at + v_0 \quad \frac{a = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{v_0 = 0}, t = 5\text{s} \rightarrow v = 8 \times 5 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای؛ صفحه های ۳۰ تا ۳۴)

گزینه ۲» ۱۰۵-

(حسین الهی)

لختی، ویژگی اجسام در مقاومت در برابر تغییر حالت حرکت یا سکون است. در این آزمایش، سکه در ابتدا ساکن است. وقتی کارت را به سرعت می کشیم، سکه تمایل دارد حالت سکون خود را حفظ کند. به همین دلیل همراه کارت حرکت نمی کند و تقریباً در جای خود می ماند و درون ظرف سقوط می کند. پس لختی همان مقاومتی است که جسم در برابر تغییر وضعیت خود نشان می دهد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای؛ صفحه های ۳۰ تا ۳۲)

(برگرفته از پرسش ۲-۳ کتاب درسی)

گزینه ۱» ۱۰۶-

(مهمرکظم منشادی)

اگر سطح بدون اصطکاک باشد، در اثر نیروی F جسم شروع به حرکت می کند (تندشونده) و پس از به صفر رسیدن نیروی F چون اصطکاکی نداریم، جسم با سرعت ثابت به حرکت ادامه می دهد.

اگر سطح اصطکاک داشته باشد ولی شرط حرکت یعنی $f_{s,\text{max}} < F$ برقرار باشد، جسم به صورت تندشونده شروع به حرکت می کند و پس از قطع نیروی F حرکت جسم توسط نیروی f_k به صورت کندشونده ادامه می یابد تا متوقف شود.

همچنین اگر سطح اصطکاک داشته باشد ولی شرط حرکت $f_{s,\text{max}} < F$ برقرار نباشد، جسم حرکت نمی کند.

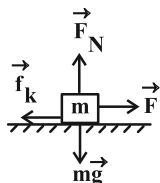
(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای؛ صفحه های ۳۰ تا ۳۲)

حال با توجه به قانون دوم نیوتون، در راستای قائم و افقی داریم:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_N = mg = 36 \times 10 = 360 \text{ N}$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \xrightarrow{F=177 \text{ N}, a=\frac{2}{5} \frac{m}{s^2}} m=36 \text{ kg}$$

$$177 - f_k = 36 \times \frac{2}{5} \Rightarrow f_k = 177 - 27 = 150 \text{ N}$$



در نهایت داریم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{360^2 + 150^2} = \sqrt{(30 \times 12)^2 + (30 \times 5)^2}$$

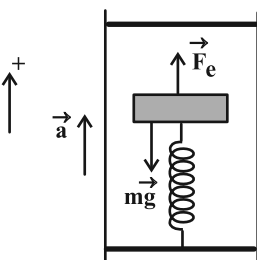
$$\Rightarrow R = 30 \sqrt{12^2 + 5^2} = 30 \times 13 = 390 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴ و ۳۷ تا ۳۸)

(آزاده حسین‌نژاد)

۱۱- گزینه «۱»

مطابق شکل زیر، بر جسم نیروی کشسانی فنر رو به بالا و نیروی وزن جسم رو به پایین وارد می‌شود. بنابراین ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون، تغییر طول فنر را می‌یابیم. دقت کنید، چون حرکت آسانسور تندشونده است با انتخاب جهت مثبت به سمت بالا، $a > 0$ می‌باشد.



$$F_{net} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma \xrightarrow{F_e = k|x|}$$

$$k|x| - mg = ma \xrightarrow{k=400 \frac{\text{N}}{\text{m}}, m=2 \text{ kg}} a=\frac{2}{5} \frac{m}{s^2}$$

$$400|x| - 2 \times 10 = 2 \times \frac{2}{5} \Rightarrow 400|x| = 24 \Rightarrow |x| = 0.06 \text{ m} = 6 \text{ cm}$$

اکنون طول فنر را می‌یابیم. دقت کنید، چون نیروی فنر رو به بالا به جسم وارد می‌شود، واکنش آن رو به پایین بر فنر وارد خواهد شد، لذا فنر را فشرده نموده و تغییر طول آن منفی می‌شود.

$$x = L_2 - L_1 \xrightarrow{x=-6 \text{ cm}, L_1=30 \text{ cm}} -6 = L_2 - 30 \Rightarrow L_2 = 24 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۸ و ۳۳)

(عساکر نازری)

۱۰۷- گزینه «۲»

با رسم نیروهای وارد بر سطل و نوشتن قانون دوم نیوتون برای آن داریم:



$$F_{net} = m \times a$$

$$\Rightarrow T - mg - f_D = ma$$

$$\Rightarrow 60 - 50 - 2/5 = 5a$$

$$\Rightarrow a = 1/5 \frac{m}{s^2}$$

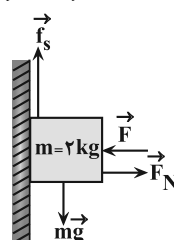
(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه ۳۵)

(برگرفته از آزمون نهایی فردار ۱۴۰۳)

(سعید شرق)

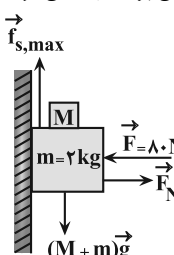
۱۰۸- گزینه «۳»

چون قبل از قرار دادن جسم دوم بر روی جسم اول، این جسم ساکن است، برآیند نیروهای وارد بر آن در راستای عمودی صفر است. لذا داریم:



$$F_{net} = 0 \Rightarrow mg - f_s = 0 \Rightarrow f_s = mg = 2 \times 10 = 20 \text{ N}$$

بعد از قرار دادن جسم دوم، جسم اول در آستانه لغزش قرار می‌گیرد. بنابراین بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی بر آن وارد می‌شود. در این حالت داریم:



برآیند نیروها در راستای افقی صفر است. بنابراین:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_N - F = 0 \Rightarrow F_N = F = 80 \text{ N}$$

,

$$f_{s,max} = \mu_s \times F_N \xrightarrow{\mu_s=0.4, F_N=80 \text{ N}} f_{s,max} = 0.4 \times 80 = 32 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۷ تا ۳۸)

(کتاب آبی)

۱۰۹- گزینه «۲»

در اینجا جسم در حال حرکت است. بنابراین نیروی سطح از

رابطه $R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2}$ به دست می‌آید. ابتدا شتاب حرکت را می‌یابیم:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \xrightarrow{v_0=0, v=\frac{m}{s}, t=4 \text{ s}} a = \frac{3}{4} \frac{m}{s^2}$$

شیمی ۲

۱۱۱- گزینه «۴»

(امیرحسین طیبی)

دی‌الکل‌ها، دی‌اسیدها و دی‌آمین‌ها مونومرهایی هستند که از طریق واکنش بین گروه‌های عاملی منجر به تولید پلیمر می‌شوند و لزوماً در ساختار زنجیر کربنی خود پیوند دوگانه $C=C$ ندارند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۶)

۱۱۲- گزینه «۳»

(آترین صبا)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) از پلی پروپن می‌توان برای ساخت سرنگ استفاده کرد.

(۲) از کولار می‌توان برای ساخت قایق بادبانی استفاده کرد.

(۴) از کولار می‌توان برای ساخت جلیقه ضد گلوله استفاده کرد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۱۷)

۱۱۳- گزینه «۳»

(حمید زهبی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) تعداد اتم‌ها در جرم‌های برابر از دو پلیمر یکسان است.

(۲) چگالی هر دو کوچک‌تر از 1 g.cm^{-3} است.

(۴) شاخه‌ها باعث ایجاد فاصله بین زنجیرها و کاهش سطح تماس می‌شود.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۰۹)

۱۱۴- گزینه «۴»

(امیرعلی برفورداربون)

تفلون از نظر شیمیایی بی‌اثر است و با مواد شیمیایی واکنش نمی‌دهد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۱۱۵- گزینه «۳»

(امیرمهرنگرانی خراهمانی)

بررسی همه موارد:

(۱) در کاهو و کلم، ویتامین «کا» وجود دارد که ترکیبی آروماتیک است.

(۲) در ویتامین «آ» همانند ویتامین «ث»، گروه عاملی هیدروکسیل وجود دارد.

(۳) در ویتامین «کا»، اتم H متصل به یکی از اتم‌های O و F وجود نداشته و امکان تشکیل پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های آن وجود ندارد.

(۴) ویتامین موجود در شیر، ویتامین «دی» است که ترکیبی ناقطبی است.

گشتاور دوقطبی ویتامین «دی»، همانند هیدروکربن‌ها تقریباً صفر است.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۱۱۶- گزینه «۳»

(میشی ممیوب)

مونومر سازنده پلی وینیل کلرید در ساختار خود ۲ اتم کربن دارد و در

ساختار مونومر سازنده پلی سیانواتن یک جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

بنابراین a برابر با ۲ و b برابر با ۱ است و با استفاده از آن و به کمک اتحاد

مزدوج حاصل عبارت زیر را به دست می‌آوریم:

$$\frac{a^2 - b^2}{a + b} = \frac{(a - b)(a + b)}{a + b} = a - b = 2 - 1 = 1$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه ۱۰۶)

۱۱۷- گزینه «۳»

(امیرحسین توفیری)

ویتامین «دی» سیرنشده است زیرا در ساختار آن پیوندهای دوگانه وجود دارد.

بررسی نادرستی سایر گزینه‌ها:

(۱) فرمول شیمیایی این ویتامین $C_{28}H_{43}OH$ یا $C_{28}H_{44}O$ است.

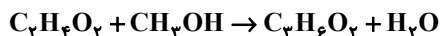
(۲) در ساختار ویتامین «دی» گروه عاملی هیدروکسیل وجود دارد ولی به

علت غلبه بخش ناقطبی بر بخش قطبی در ساختار آن در آب نامحلول است.

(۴) مصرف بیش از حد ویتامین‌های محلول در چربی مانند ویتامین D

برخلاف ویتامین «ث» که ویتامینی محلول در آب است برای بدن مضر است.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)



حال مقدار آب تولید شده در این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$? H_2O = 180 \text{ g } C_7H_8O_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_7H_8O_2}{60 \text{ g } C_7H_8O_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } C_7H_8O_2} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 54 \text{ g } H_2O$$

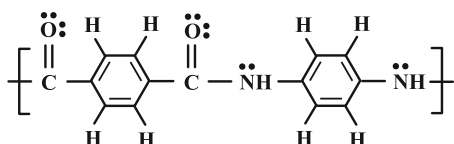
(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۱ و ۱۱۳ تا ۱۱۶)

(روزبه رضوانی)

۱۲۰- گزینه «۴»

بررسی همه گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ واحد تکرارشونده آن به صورت زیر است:



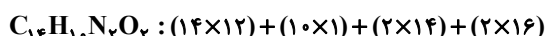
(۲) نادرست؛ با توجه به این که جرم مولی (NH_2) از جرم مولی

$(COOH)$ کمتر است. آمین دوعاملی، مونومر سبک‌تر است. پلی‌استرها از

واکنش دی‌اسید و دی‌الکل به دست می‌آیند و دی‌آمین‌ها در این واکنش

نقشی ندارند.

(۳)



$$= 238 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\frac{\text{جفت الکترون ناپیوندی}}{\text{تعداد اتم هیدروژن}} = \frac{6}{10}$$

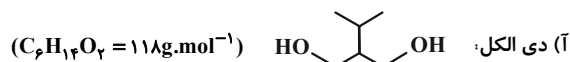
(۴) درست؛

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۹، ۱۱۰، ۱۱۶ و ۱۱۷)

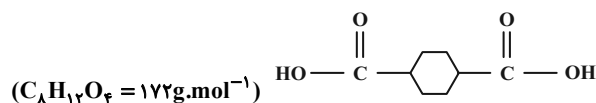
(امیرمسین طیبی)

۱۱۸- گزینه «۲»

بررسی همه موارد:

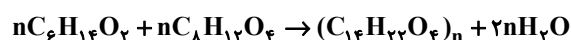


دی‌اسید:



$\Delta 4 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ = اختلاف جرم مولی

(ب)



$$? H_2O : 7 / 62 \text{ kg} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } (C_{14}H_{22}O_4)_n}{254 \text{ g } (C_{14}H_{22}O_4)_n} \times \frac{2n \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } (C_{14}H_{22}O_4)_n}$$

$$\times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ مولکول } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 3 / 612 \times 10^{25} \text{ مولکول } H_2O$$

(پ) در دی‌اسید سازنده آن، ۱۰ پیوند C-H وجود دارد، اما در استیرین

$(H_2C=CH)$ ، ۸ پیوند کربن داریم.



(ت)

$$\text{تعداد جفت الکترون پیوندی} = \frac{(C \times 4) + (H \times 1) + (O \times 2)}{2}$$

$$= \frac{(6 \times 4) + (14 \times 1) + (2 \times 2)}{2} = 21$$

متیل آمین (CH_3NH_2) ، ۷ اتم دارد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۱۳ تا ۱۱۶)

(میتبی محبوب)

۱۱۹- گزینه «۴»

عامل استری موجود در موز پنتیل اتانوات است که اسید سازنده این استر

اتانویک اسید می‌باشد. همچنین عامل استری موجود در سیب متیل بوتانوات

است که الکل سازنده این استر متانول می‌باشد. اگر متانول و اتانویک اسید

در شرایط مناسب با هم واکنش دهند، طبق واکنش زیر متیل اتانوات (ماده

آلی) با فرمول مولکولی $C_4H_8O_2$ به دست می‌آید.

شیمی ۱

۱۲۱- گزینه «۱»

(ارزنگ شانلری)

$$\text{HCl محلول} \begin{cases} C_M(\text{HCl}) = 2M \\ V_{(L)} = 500 \text{ mL} = 0.5L \end{cases}$$

$$7/2 \text{ g} = \text{جرم منیزیم (Mg) در واکنش}$$

تمام منیزیم در واکنش شرکت کرده است. از روی جرم منیزیم مصرفی،

تعداد مول‌های HCl مصرف شده را حساب می‌کنیم. mol HCl

مصرف شده را از mol HCl اولیه کم می‌کنیم تا mol HCl

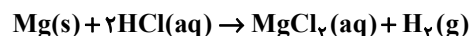
باقی‌مانده به دست آید. از رابطه $M = \frac{n}{V}$ ، برای تبدیل غلظت مولار

HCl به مول آن و برعکس استفاده می‌کنیم.

$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow n = M \times V$$

$$\Rightarrow n = 2M \times 0.5L = 1 \text{ mol HCl مول اولیه}$$

محاسبه HCl مصرف شده به ازای مصرف ۷/۲ گرم منیزیم (Mg)



$$7/2 \text{ g Mg} \times \frac{1 \text{ mol Mg}}{24 \text{ g Mg}} \times \frac{2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol Mg}}$$

$$= 0.6 \text{ mol HCl مصرف می‌شود}$$

محاسبه mol HCl باقی‌مانده پس از انجام واکنش

$$1 - 0.6 = 0.4 \text{ mol HCl باقی‌مانده}$$

محاسبه غلظت مولار HCl باقی‌مانده

$$M = \frac{n}{V} = \frac{0.4 \text{ mol HCl}}{0.5L} = 0.8M \text{ (مولار)}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

۱۲۲- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

کلسیم فسفات ← نامحلول نقره کلرید ← نامحلول

استون ← محلول کلسیم سولفات ← کم‌محلول

شکر ← محلول باریم سولفات ← نامحلول

نقره نیترات ← محلول

در نتیجه $\left\{ \begin{array}{l} \text{محلول} \leftarrow 3 \text{ ماده} \\ \text{کم‌محلول} \leftarrow 1 \text{ ماده} \\ \text{نامحلول} \leftarrow 3 \text{ ماده} \end{array} \right.$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲ و ۱۰۷)

۱۲۳- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

۲۱ گرم نمک با تغییر دما از ۶۰°C به ۲۰°C ته‌نشین می‌شود.

$$\frac{\text{نمک } 42\text{g}}{\text{محلول } 160\text{g}} = \frac{\text{نمک } x\text{g}}{\text{محلول } 80\text{g}} \Rightarrow x = 21\text{g نمک}$$

مقدار آب ۲۰°C لازم برای حل کردن ۲۱g نمک

$$\frac{\text{نمک } 18\text{g}}{\text{آب } 100\text{g}} = \frac{\text{نمک } 21\text{g}}{\text{آب } y\text{g}} \Rightarrow y = 116.6\text{g آب}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۱۲۴- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

جهت‌گیری آب به دلیل قطبی بودن آن است و مولکول آب از نظر بار

الکتریکی خنثی می‌باشد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۱۲۵- گزینه «۳»

(آترین صبا)

$$S_X = S_Y \Rightarrow 1/2\theta + 46 = 1/5\theta + 28 \Rightarrow 0/3\theta = 18 \Rightarrow \theta = 60$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه ۱۰۳)

۱۲۶- گزینه «۴»

(غریزین بوستانی)

مولکول سنگین تر لزوماً نیروی بین مولکولی قوی تری ندارد؛ برای مثال H_2S

سنگین تر از H_2O است اما نیروی بین مولکولی ضعیف تری نسبت به

H_2O دارد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۱۲۷- گزینه «۴»

(میشی محبوب)

با توجه به این که نقطه جوش NH_3 برابر با $-33/5^\circ C$ ، نقطه جوش H_2O

برابر با $100^\circ C$ و نقطه جوش HF برابر با $19^\circ C$ می‌باشد گزینه «۴»

صحیح است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۱۲۸- گزینه «۲»

(هری بهاری پور)

فقط گزینه «۲» نادرست است. زیرا میانگین رد پای آب برای هر فرد در یک

سال برابر با یک میلیون لیتر است نه میلی‌لیتر.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

۱۲۹- گزینه «۲»

(میلاد شیخ الاسلامی)

آب آشامیدنی: با توجه به نمودار، انحلال پذیری گاز اکسیژن در دمای

$28^\circ C$ و $46/5^\circ C$ به ترتیب ۰/۸ و ۰/۶ میلی گرم در ۱۰۰ گرم آب

است. با این افزایش دما، از هر ۱۰۰ گرم آب آشامیدنی به اندازه

$2mg$ $0/6 - 0/8$ اکسیژن آزاد می‌شود. در ادامه جرم ۱۰ لیتر

آب آشامیدنی را به کمک چگالی به دست آورده و اکسیژن آزاد شده به

ازای این مقدار آب را حساب می‌کنیم:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1 = \frac{x}{10000mL} \Rightarrow x = 10000g$$

$$O_2 = 2mg \times \frac{0/2mg \text{ اکسیژن}}{100g \text{ آب}} = 20mg \text{ اکسیژن} = 10000g \text{ آب}$$

آب دریا: انحلال پذیری گاز اکسیژن در دمای $8^\circ C$ و $31^\circ C$ به ترتیب ۱ و

۰/۶ میلی گرم در ۱۰۰ گرم آب است. میزان گاز آزاد شده در اثر این

افزایش دما، $4/0$ میلی گرم به ازای ۱۰۰ گرم آب است. محاسبات بالا را

برای آب دریا نیز انجام می‌دهیم.

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1/2 = \frac{x}{10000mL} \Rightarrow x = 12000g$$

$$O_2 = 48mg \times \frac{0/4mg \text{ اکسیژن}}{100g \text{ آب}} = 48mg \text{ اکسیژن} = 12000g \text{ آب}$$

جمع جرم اکسیژن آزاد شده برابر با ۶۸ میلی گرم یا همان $0/068$ گرم

می‌باشد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴ و ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۱۳۰- گزینه «۲»

(میشی محبوب)

در هر سه روش تصفیه آب ذکر شده همه مواد به جز میکروب‌ها از آب

جداسازی می‌شوند و فقط در روش تقطیر ترکیب‌های آلی فرار باقی می‌مانند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه ۱۱۹)

شیمی ۳

۱۳۱- گزینه «۱»

(پیمان فوازی مدیر)

الکتروشیمی



(پ) اندازه گیری و کنترل کیفی (اطمینان از کیفیت فراورده)

(ب) تولید مواد (مانند برقکافت و آبکاری)

(آ) تامین انرژی (باتری ها، سلول سوختی و سوخت آنها)

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه ۳۸)

(برگرفته از متن و شکل کتاب)

۱۳۲- گزینه «۱»

(امیرحسین مرتضوی)

در یک واکنش اکسایش - کاهش گونه‌ای که الکترون از دست می‌دهد، اکسایش یافته و یک کاهنده محسوب می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

(برگرفته از با هم بیندیشیم صفحه ۴۰)

۱۳۳- گزینه «۴»

(مسعود جعفری)

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



در این واکنش به ازای اکسایش ۳ مول Mg، ۲ مول Al تولید می‌شود که نصف (۵۰ درصد) آن به سطح تیغه می‌چسبد. بنابراین به ازای مبادله ۶ مول الکترون بین اکسند و کاهنده، جرم ۳ مول Mg از تیغه کاسته شده و جرم یک مول Al به آن افزوده می‌شود.

$$-3\text{mol(Mg)} + \text{mol(Al)} = -3(24) + 27$$

$$= -45\text{g} \sim 6\text{mole}$$

اکنون با توجه به کاهش جرم تیغه ۴۰ گرمی داریم:

$$\frac{\text{جرم کاهش یافته}}{\text{جرم اولیه}} \times 100 = 45 = \frac{m}{40} \times 100$$

$$\Rightarrow m = 18\text{g}$$

در نهایت می‌توان تعداد e های مبادله شده را محاسبه کرد:

$$? e^{-} = 18\text{g کاهش جرم} \times \frac{6\text{mole } e^{-}}{45\text{g کاهش جرم}} \times \frac{6 \times 10^{23} e^{-}}{1\text{mole } e^{-}}$$

$$= 14 / 448 \times 10^{23} e^{-}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

۱۳۴- گزینه «۳»

(سعید تیزرو)

بررسی همه گزینه‌ها:

(۱) برای تشکیل هر مول Al_2O_3 ، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود.

(۲) تبدیل هر اتم فلزی به کاتیون آن با کاهش شعاع همراه است.

(۳) Al با از دست دادن ۳ الکترون، اکسید شده و به Al^{3+} تبدیل می‌شود. گونه‌ای که اکسید می‌شود، همان کاهنده است.

(۴) نیم‌واکنش کاهش به صورت روبه‌رو است: $\text{O}_2(\text{g}) + 4e^{-} \rightarrow 2\text{O}^{2-}(\text{s})$ (شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

۱۳۵- گزینه «۲»

(امیرحسین مرتضوی)

واکنش انجام شده در ظرف: $\text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + \text{Zn(s)} \rightarrow \text{Cu(s)} + \text{Zn}^{2+}(\text{aq})$

نیم واکنش کاهش: $\text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + 2e^{-} \rightarrow \text{Cu(s)}$

نیم واکنش اکسایش: $\text{Zn(s)} \rightarrow \text{Zn}^{2+}(\text{aq}) + 2e^{-}$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه ۴۱)

(برگرفته از نوایی شورپور ۱۴۰۲)

۱۳۶- گزینه «۱»

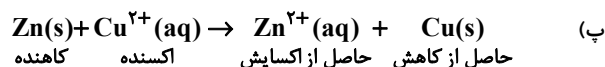
(امیرحسین طیبی)

تنها عبارت (الف) درست است.

بررسی همه عبارت‌ها:



(ب) چون ضریب هر دو یون فلزی در طرفین واکنش برابر است، مجموع غلظت یون‌ها قبل و بعد از واکنش ثابت می‌ماند.



(ت) به ازای هر یک مول Zn مصرفی، یک مول Cu بر روی تیغه رسوب می‌کند. از آنجایی که جرم مولی Zn از Cu بیشتر است، جرم تیغه کاهش می‌یابد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

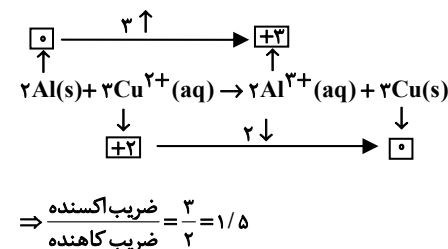
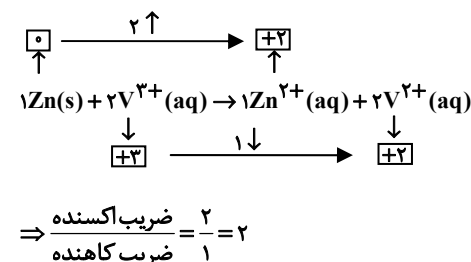
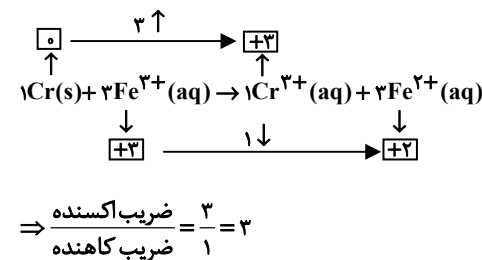
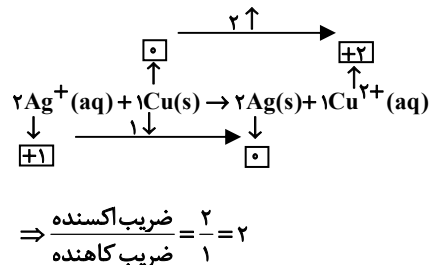
۱۳۷- گزینه «۲»

(مهمراهی شریفی)

- گونه اکسند گونه‌ای است که با گرفتن الکترون، کاهش یافته است.

- گونه کاهنده گونه‌ای است که با از دست دادن الکترون، اکسایش یافته است.

← واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۳۸- گزینه «۴»

(هاری عباری)

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه «۱»: با توجه به گرماده بودن واکنش، محتوای انرژی فراورده‌ها کمتر از واکنش‌دهنده‌ها خواهد بود و در نتیجه پایداری فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.

گزینه «۲» چون واکنش‌پذیری مس از آهن کمتر است.

گزینه «۳»: هرچه تغییر دمای محلول بیشتر باشد، قدرت کاهندگی فلز بیشتر است و همچنین با توجه به عدم واکنش طلا با Cu^{2+} فلز Cu کاهنده‌تر از فلز Au است. پس داریم: $\text{Zn} > \text{Fe} > \text{Cu} > \text{Au}$

گزینه «۴»: تمایل روی به از دست دادن الکترون و اکسید شدن بیشتر از مس است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۱ تا ۴۴)

۱۳۹- گزینه «۱»

(مهری پورفولار)

با توجه به توضیحات داده شده قدرت کاهندگی سه فلز به صورت $\text{Al} > \text{Mn} > \text{V}$ است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۱۴۰- گزینه «۴»

(آرمین عظیمی)

مقایسه قدرت کاهندگی فلزها و قدرت اکسندگی کاتیون‌ها به صورت زیر است:

کاهندگی: $\text{C} > \text{A} > \text{D} > \text{Cu} > \text{B}$

اکسندگی: $\text{B}^{2+} > \text{Cu}^{2+} > \text{D}^{2+} > \text{A}^{2+} > \text{C}^{2+}$

بررسی عبارت‌ها:

الف) قدرت کاهندگی فلز B از C کمتر است، بنابراین واکنشی میان فلز

B و کاتیون C^{2+} رخ نمی‌دهد و می‌توان آن‌ها را کنار هم نگه داشت.

ب) تمایل به گرفتن الکترون در یون D^{2+} نسبت به یون A^{2+} بیشتر است،

زیرا یون D^{2+} قدرت اکسندگی بیشتری دارد.

پ) قدرت کاهندگی فلز Cu از فلز B بیشتر است، بنابراین واکنش داده

شده به صورت خودبه‌خودی انجام می‌شود و پایداری فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.

ت) دمای محلول دارای تیغه فلز C بیشتر تغییر کرده است، بنابراین سرعت

تغییر رنگ آبی محلول مس (II) سولفات در آن نیز بیشتر خواهد بود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)