



آزمون ۳ مهر ۱۴۰۵ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفتر قلمچی پاسخ

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	دانیال ابراهیمی-کاظم اجلائی-محمد بحیرایی-میثم بهرامی-جويا-شاهین پروازی-سعید تن آرا-عادل حسینی-یاسین سپهر میلاد سجادی-لاریجانی-علی سلامت-حسین شفیع زاده-رضا علی نواز-حمید عزیزاده-کامیار علییون-کیان کریمی-خراسانی سیدسپهر متولیان-رحیم مشتاق نظم-میلاد منصوری-علیرضا نداف زاده-حمیدرضا نوش کاران-جهانبخش نیکنام
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-عباس اسدی-امیرآبادی-کاظم باقرزاده-رضا پورحسینی-جواد حاتمی-سیدعادل حسینی-محمد خندان محمد رضا دلاورزاد-محسن رجبی-محمد طاهر شعاعی-محمد صحت کار-رضا عباسی اصل-عزیزاله علی اصغری-علی فتح آبادی علی اصغر فرضی-مرتضی فهیم علوی-کیان کریمی-خراسانی-علیرضا کلاتری-محمد ابراهیم گیتی زاده-نوید مجیدی-سینا محمدپور محسن محمد کریمی-سیدعادل رضا مرتضوی-محمد مصطفی پورپورکندلوس-امیرحسین ملازینل-مهرداد ملوندی-مختار منصوری میلاد منصوری-بهزاد نظام هاشمی-هومن نورائی-محمد جواد نوری
فیزیک	سعید اردم-خسرو ارغوانی-فرد حسین الهی-عبدالرضا امینی-نسب زهره آقامحمدی-محمدعلی راست پیمان-محمد امین سلمانی-عطاله شادآباد علی قائمی-مسعود قره خانی-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-محمدصادق مام سیده-غلامرضا محبی-حسین مخدومی-سیدعلی میرنوری حسام نادری-مصطفی واثقی
شیمی	نیما اکبری-محمد رضا پورجاوید-محمد رضا جمشیدی-امیر حاتمان-حمید ذبچی-حسن رحمتی-کوکنده-فرزاد رضایی-علی رضایی احسان روستایی-عرفان شاکری-راد-آترین صبا-امیرحسین طیبی-علیرضا عبداللهی-محمد عظیمیان-زواره-میثم کوثری-لشگری مجتبی محجوب-امیرحسین مرتضوی-حسین ناصری ثانی

گروه علمی اختصاصی

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
گروه ویراستاری	سینا صالحی آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیر ترکمپور زهره آقامحمدی	مجید جلیل ناغونی احسان پنجه شاهی آترین صبا
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	ابراهیم نوری	علیرضا نجفی
ویراستاران مستند	سجاد سلیمی-معصومه صنعت کار-مهسا محمدنیا-فرشته کبرانی	سجاد بهارلویی امیرعباس محمدی	سینا صالحی حسین بصیر ترکمپور زهره آقامحمدی	فاطمه الهی رزتنا حبیب اله محسن دستجردی

گروه فنی و تولید اختصاصی

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: علیرضا همایون خواه
حروف نگار و صفحه آرا	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۳۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حسابان ۱

گزینه ۱-۱

(میثم بهرامی یویا)

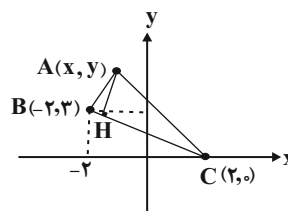
$$\begin{aligned} x^2 + x - 1 &= 0 \xrightarrow{x=\beta} \beta^2 + \beta - 1 = 0 \Rightarrow \beta^2 = 1 - \beta \\ \Rightarrow \beta^4 &= \beta^2 - 2\beta + 1 \xrightarrow{\beta^2=1-\beta} \beta^4 = 2 - 2\beta \\ \beta^4(3\alpha - 2) &= -(3\beta - 2)(3\alpha - 2) = -(9\alpha\beta - 6(\alpha + \beta) + 4) \\ \frac{\alpha\beta = -1}{\alpha + \beta = -1} &\rightarrow -(9 + 6 + 4) = -19 \end{aligned}$$

(حسابان ۱- فیبر و معادله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

گزینه ۳-۲

(محمید علینازاره)

چون نقطه $A(x, y)$ روی خط $x + y = 2$ واقع است، مختصات آن به صورت $A(x, 2-x)$ است. حال معادله ضلع BC را نوشته و اندازه ارتفاع AH را محاسبه می‌کنیم. شکل فرضی زیر را در نظر بگیرید:



$$m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{0 - 3}{2 - (-2)} = -\frac{3}{4}$$

$$C(2, 0) \rightarrow y - 0 = -\frac{3}{4}(x - 2)$$

$$\Rightarrow \boxed{3x + 4y - 6 = 0} \text{ (معادله ضلع BC)}$$

$$\left. \begin{aligned} A(x, 2-x) \\ 3x + 4y - 6 = 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{|3x + 4(2-x) - 6|}{\sqrt{(3)^2 + (4)^2}} = \frac{|-x + 2|}{5} = 1/2$$

$$\Rightarrow |-x + 2| = 6 \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 8 \end{cases}$$

(حسابان ۱- فیبر و معادله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

گزینه ۲-۳

(علیرضا نرافزاده)

با توجه به جزء صحیح‌های $[x]$ و $[2x]$ ، دو شاخه مشخص شده در نمودار

تابع f مربوط به بازه‌های $[0, \frac{1}{2})$ و $(\frac{1}{2}, 1)$ هستند. پس $b = \frac{1}{2}$.

در بازه‌های $[0, \frac{1}{2})$ و $(\frac{1}{2}, 1)$ ، ضابطه تابع f به ترتیب $y = \sqrt{x}$

و $y = \sqrt{x} - 1$ شده و داریم:

$$\begin{cases} a = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \sqrt{x} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ c = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} (\sqrt{x} - 1) = \sqrt{\frac{1}{2}} - 1 = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \end{cases}$$

$$a + b + c = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 = \sqrt{2} - \frac{1}{2}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳ و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

گزینه ۴-۴

(سیدرسپهر متولیان)

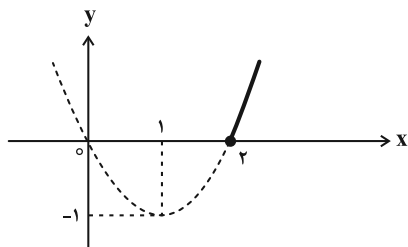
دامنه‌های توابع f و g به ترتیب برابر $[2, +\infty)$ و $(-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$ است. پس دامنه تابع $f + g$ برابر است با:

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = [2, +\infty)$$

حال ضابطه تابع $f + g$ را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} (f+g)(x) &= f(x) + g(x) = x^2 - \sqrt{x^2 - 2x} + \sqrt{x^2 - 2x} - 2x \\ &= x^2 - 2x \end{aligned}$$

نمودار این تابع در شکل زیر رسم شده است:



بر این تابع بازه $[0, +\infty)$ است.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

گزینه ۱-۵

(کاظم ایلانی)

ابتدا ضابطه‌های توابع $f \circ g$ و $g \circ f$ را می‌یابیم:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 4^{g(x)} - 1 = 4^{\log_2(x+1)} - 1$$

$$= (x+1)^{\log_2 4} - 1 = (x+1)^2 - 1$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \log_2(f(x)+1)$$

$$= \log_2(4^x - 1 + 1) = \log_2 4^x = x \log_2 4 = 2x$$

بنابراین معادله موردنظر به صورت زیر است:

$$(x+1)^2 - 1 = 2x, (x > -1) \Rightarrow x^2 + 2x = 2x$$

$$\Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

پس معادله فقط یک جواب دارد.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۲ تا ۹۰)



۶- گزینه «۴»

(جوابش نیکنام)

می‌دانیم $\frac{1}{\log_a^b} = \log_a^b$ ، لذا عبارت داده شده به صورت زیر قابل

بازنویسی است:

$$\log_2 24 \log_2 3 - \log_2 12 \log_2 6$$

با فرض $a = \log_2 3$ ، عبارت به صورت زیر ساده می‌شود:

$$(3+a)a - (2+a)(1+a) = a^2 + 3a - (a^2 + 3a + 2) = -2$$

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۷- گزینه «۲»

(سیرسپهر متولیان)

در ابتدا دقت می‌کنیم که برای x های قابل قبول:

$$\frac{\cos x}{2 + 2 \sin x} = \frac{1 - \sin x}{2 \cos x}$$

(چون با طرفین وسطین، به عبارت همواره درست $(2 \cos^2 x = 2(1 - \sin^2 x))$ می‌رسیم)

حالا با جایگذاری $t = \frac{\cos x}{2 + 2 \sin x}$ داریم:

$$t + \frac{1}{t} = 2 - \frac{x}{t} \rightarrow t^2 - 2t + 1 = 0 \Rightarrow t = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\cos x}{2 + 2 \sin x} = 1 \Rightarrow \cos x = 2 + 2 \sin x \Rightarrow \cos x - 2 \sin x = 2$$

از طرفی داریم:

$$\sin\left(\frac{9\pi}{4} - x\right) + 2 \cos\left(\frac{9\pi}{4} + x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + 2 \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$$

$$= \cos x - 2 \sin x = 2$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۸- گزینه «۴»

(میلاد منصوری)

$$A = \sqrt{\tan x} - \sqrt{\cot x} = \sqrt{\frac{\sin x}{\cos x}} - \sqrt{\frac{\cos x}{\sin x}} = \frac{|\sin x| - |\cos x|}{\sqrt{\sin x \cos x}}$$

$$B = \sqrt{2 \tan x + 2 \cot x} = \sqrt{2 \frac{\sin x}{\cos x} + 2 \frac{\cos x}{\sin x}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\sin x \cos x}}$$

$$= \frac{\sqrt{2 \sin^2 x + 2 \cos^2 x}}{\sqrt{\sin x \cos x}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\sin x \cos x}}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{\frac{|\sin x| - |\cos x|}{\sqrt{\sin x \cos x}}}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\sin x \cos x}}} = \frac{|\sin x| - |\cos x|}{\sqrt{2}}$$

$$\xrightarrow{45^\circ < x < 90^\circ} \frac{A}{B} = \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{2}} = \sin(x - 45^\circ)$$

بنابراین حاصل عبارت داده‌شده، به ازای $x = 75^\circ$ ، برابر است با:

$$\sin(75^\circ - 45^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۹- گزینه «۴»

(میلاد سبازی لاریجانی)

با توجه به مقادیر حاصل حد در گزینه‌ها و هم چنین اینکه مقدار عبارت مخرج

کسر موردنظر به ازای $x = 1$ صفر است، نتیجه می‌گیریم که حد مورد نظر،

مبهم $\frac{0}{0}$ است. یعنی مقدار عبارت صورت نیز به ازای $x = 1$ باید صفر باشد:

$$\Rightarrow \sqrt{f(1)} - 1 = 0 \Rightarrow f(1) = 1 \Rightarrow (1, 1) \in f$$

پس تابع خطی f از نقاط $(1, 1)$ و $(-1, 3)$ می‌گذرد.

$$m = \frac{3-1}{-1-1} = -1$$

$$\Rightarrow y - 3 = -(x + 1) \Rightarrow f(x) = -x + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{-x+2}-1}{x^2-1}$$

حال حاصل حد را می‌یابیم:

با ضرب صورت و مخرج کسر در مزدوج عبارت صورت داریم:

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{-x+2}-1}{x^2-1} \right) \left(\frac{\sqrt{-x+2}+1}{\sqrt{-x+2}+1} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x+1}{(x^2-1)(\sqrt{-x+2}+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x-1)}{(x-1)(x+1)(\sqrt{-x+2}+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{(x+1)(\sqrt{-x+2}+1)} = -\frac{1}{4}$$

(مسابان ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۰- گزینه «۳»

(رضا علی نواز)

باید حد تابع f در نقطه $x = \pi$ با مقدار تابع در نقطه $x = \pi$ برابر باشد:

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x + \cos 2x}{\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x + 2 \cos^2 x - 1}{1 - \cos^2 x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(2 \cos x - 1)(\cos x + 1)}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} = \frac{-2-1}{1-(-1)} = \frac{-3}{2} = f(\pi) = a$$

(مسابان ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

ریاضی ۱

۱۱- گزینه «۴»

(دانیال ابراهیمی)

در دنباله حسابی، جمله عمومی به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ است که a_1 و d به ترتیب جمله اول و قدرنسبت این دنباله هستند. همچنین اگر m ، n و p سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، رابطه $mp = n^2$ میان آن‌ها برقرار است. بنابراین برای جملات ۵، ۱۰ و ۱۴ از دنباله حسابی داریم:

$$\begin{aligned} a_5 a_{14} &= (a_1)^2 \Rightarrow (a_1 + 4d)(a_1 + 13d) = (a_1 + 9d)^2 \\ \Rightarrow a_1^2 + 17a_1 d + 52d^2 &= a_1^2 + 18a_1 d + 81d^2 \\ \Rightarrow a_1 d + 29d^2 &= 0 \xrightarrow{d \neq 0} a_1 + 29d = 0 \Rightarrow a_{30} = 0 \end{aligned}$$

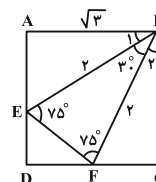
(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۱۲- گزینه «۲»

(سعید تن‌آرا)

دو مثلث ABE و BCF بنابه حالت (ض ض) هم‌نهشت‌اند. بنابراین $BF = 2$ است و مثلث BEF متساوی‌الساقین است و در نتیجه $\hat{E}FB = 75^\circ$. پس در مثلث BEF داریم: $\hat{B} = 30^\circ$. مساحت مثلث BEF برابر است با:

$$S_{BEF} = \frac{1}{2} BE \times BF \times \sin \hat{B} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 30^\circ = 1$$



از طرفی از هم‌نهشتی مثلث‌های ABE و BFC داریم:

$$\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \frac{90^\circ - \hat{B}}{2} = 30^\circ$$

و در نتیجه $AB = 2 \cos 30^\circ = \sqrt{3}$ به دست می‌آید. در نتیجه مساحت مربع $ABCD$ برابر $\sqrt{3}^2 = 3$ است و مساحت قسمت رنگی برابر است با: $S = S_{ABCD} - S_{BEF} = 3 - 1 = 2$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۱۳- گزینه «۴»

(معمیرضا نوش‌کلران)

با توجه به اینکه $\sqrt{1 + \tan^2 x}$ همواره مثبت است، داریم:

$$\cos x \sqrt{1 + \tan^2 x} > \sqrt{1 + \sin x \cos x} > 0$$

$$\Rightarrow \cos x \sqrt{1 + \tan^2 x} > 0$$

$$\cos x > 0 \quad (1)$$

پس از رابطه بالا داریم:

همچنین می‌دانیم: $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$ است:

$$\Rightarrow \cos x \sqrt{1 + \tan^2 x} \stackrel{\cos x > 0}{=} \cos x \times \frac{1}{\cos x} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 + \sin x \cos x} < 1$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 1 + \sin x \cos x < 1 \Rightarrow \sin x \cos x < 0$$

با توجه به رابطه (۱) داریم: $\sin x < 0$. در نتیجه انتهای کمان x در ناحیه چهارم قرار دارد.

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۴- گزینه «۲»

(کامیار علی‌یون)

ابتدا عبارت A را ساده‌تر می‌کنیم:

$$A = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\sqrt{27}-3} \cdot \sqrt[4]{4+2\sqrt{3}}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3(\sqrt{3}-1)} \cdot \sqrt[4]{(\sqrt{3}+1)^2}}$$

$$\Rightarrow A = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

در نهایت داریم:

$$B = \sqrt{1-A^{-1}} - \sqrt{1+A^{-1}} = \sqrt{1-\frac{\sqrt{3}}{2}} - \sqrt{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\Rightarrow B^2 = \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 2\sqrt{1-\frac{3}{4}} = 2 - 2\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

که با توجه به منفی بودن مقدار B ، $B = -1$ قابل قبول است.

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

۱۵- گزینه «۱»

(کیان کریمی‌شراسانی)

با توجه به نقطه $(-24, 0)$ ، معادله سهمی را به صورت

$$y = ax^2 + bx - 24$$

داریم: $(4, 0)$

$$y = ax^2 + bx - 24 \xrightarrow{(4, 0)} 0 = 16a + 4b - 24$$

$$\Rightarrow b = -4a + 6 \Rightarrow y = ax^2 + (6-4a)x - 24$$

با توجه به شکل، تفاضل ریشه‌های معادله زیر برابر با ۴ است:

$$ax^2 + (6-4a)x - 24 = -3 \Rightarrow ax^2 + (6-4a)x - 21 = 0$$

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 4 \Rightarrow 36 - 4(6-4a) + 84a = 16a^2 \Rightarrow a = -1$$

نکته: از آنجا که ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ به

$$\text{صورت } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ به دست می‌آیند، پس اختلاف آن‌ها برابر است با:}$$

$$|x_2 - x_1| = \left| \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right| = \frac{2\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱۶- گزینه «۳»

(سیرسپهر متولیان)

ابتدا معادله داده شده را ساده تر می کنیم:

$$\frac{3x+a}{bx+5} - 4 > 0 \Rightarrow \frac{(3-4b)x+a-20}{bx+5} > 0$$

برای اینکه مجموعه جواب به صورت یک بازه کراندار شود، باید ضرایب x در صورت و مخرج مختلف علامت باشند:

$$(3-4b)b < 0 \Rightarrow b < 0 \quad \text{یا} \quad \frac{3}{4} < b$$

اکنون دو حالت به وجود می آید:

$$I) \begin{cases} \text{ریشه مخرج} = -\frac{5}{b} = -5 \Rightarrow b = 1 \\ \text{ریشه صورت} = \frac{a-20}{4b-3} = 1 \Rightarrow a = 21 \end{cases}$$

$$II) \begin{cases} \text{ریشه مخرج} = -\frac{5}{b} = 1 \Rightarrow b = -5 \\ \text{ریشه صورت} = \frac{a-20}{4b-3} = -5 \Rightarrow a = 135 \end{cases}$$

جواب های هر دو حالت قابل قبول بوده و کمترین مقدار $a-b$ برابر با ۲۰ است.

(ریاضی ۱- معادله ها و نامعادله ها؛ صفحه های ۸۸ تا ۹۱)

۱۷- گزینه «۳»

(کامیار علیپور)

در دامنه هر دو ضابطه $x = \pm 2$ حضور دارد، پس مقدار ضابطه ها به ازای $x = \pm 2$ باید برابر باشند:

$$x = -2 : a - (-4)^2 = \frac{(-2)^2 + b(-2) - 1}{(-2) + 1}$$

$$\Rightarrow a - 16 = 2b - 3 \Rightarrow a - 2b = 13 \quad (I)$$

$$x = 2 : a - (0)^2 = \frac{(2)^2 + b(2) - 1}{(2) + 1} \Rightarrow a = 1 + \frac{2b}{3} \quad (II)$$

از دستگاه دو معادله - دو مجهول بالا $a = -5$ و $b = -9$ به دست می آید.

$$\Rightarrow f(a-b) = f(4) = -\frac{21}{5} = -4 \frac{1}{5}$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه های ۹۳ تا ۱۰۳)

۱۸- گزینه «۱»

(شمیر علیزاده)

در تابع همانی مؤلفه های اول و دوم با هم برابرند، پس خواهیم داشت:

$$3a - b = 2 - b \Rightarrow 3a = 2 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$3a + b^2 = 2 + 3b \xrightarrow{a=\frac{2}{3}} 2 + b^2 = 2 + 3b \Rightarrow b^2 - 3b = 0$$

$$\Rightarrow b(b-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 3 \\ b = 0 \end{cases}$$

در مورد $(b^2, 9)$ نیز باید $b^2 = 9$ برقرار باشد که $b = \pm 3$ می شود و با توجه به نتایج قبلی، فقط $b = 3$ قابل قبول است. پس:

$$3a - b = 2 - 3 = -1$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه ۱۱۰)

۱۹- گزینه «۱»

(رفیع مشتاقی نظم)

حالت هایی که برای سخنرانی این دو نفر در بین افراد رخ می دهد، به صورت زیر است:

ترتیب سخنرانی ها و تعداد حالت ها:

$$\begin{array}{ccccccc} 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ \bigcirc & \bigcirc & \bullet & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bullet \end{array} \rightarrow 2! \times 5! \\ \begin{array}{ccccccc} \bigcirc & \bullet & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bullet & \bigcirc \end{array} \rightarrow 2! \times 5! \\ \begin{array}{ccccccc} \bullet & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bullet & \bigcirc \end{array} \rightarrow 2! \times 5!$$

$$\text{تعداد کل حالت ها} = 3 \times 2! \times 5! = 6 \times 5! = 6!$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن؛ صفحه های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۲۰- گزینه «۳»

(سیرسپهر متولیان)

تمام حالاتی که می تواند جمع دو تاس برابر تاس دیگر شود، در دو دسته کلی قرار می گیرد.

دسته اول (اعداد تکراری):

$$\{(2,1,1), (4,2,2), (6,3,3)\} \Rightarrow \text{حالات} = 3 \times 3 = 9$$

دسته دوم (اعداد غیر تکراری):

$$\{(3,1,2), (4,1,3), (5,1,4), (5,2,3), (6,1,5), (6,2,4)\}$$

$$\Rightarrow \text{حالات} = 6 \times 3! = 36$$

در نتیجه احتمال مورد نظر به صورت زیر می شود:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9+36}{6^3} = \frac{5}{24}$$

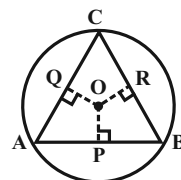
(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه های ۱۴۶ تا ۱۵۱)



هندسه ۲

گزینه ۲» ۲۱-

(سید عادل حسینی)



$$\left. \begin{aligned} \hat{B} &= 40^\circ \\ \hat{C} &= 75^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A} = 65^\circ$$

می دانیم در یک مثلث، ضلع روبه رو به بزرگ ترین زاویه، بزرگ ترین ضلع است و ضلع روبه رو به کوچک ترین زاویه، کوچک ترین ضلع است. داریم:

$$\hat{B} < \hat{A} < \hat{C} \Rightarrow AC < BC < AB$$

می دانیم در یک دایره هر چه وتر بزرگ تر باشد، به مرکز دایره نزدیک تر است، پس:

$OQ > OR > OP$

گزینه ۱» ۲۲-

(امیر حسین ابومصوب)

اگر $\widehat{CD} = x$ باشد، آنگاه $\widehat{AB} = 3x$ است. از طرفی چون $AB \parallel CD$ پس $\widehat{AD} = \widehat{BC} = y$ است و داریم:

$$\hat{E} = \widehat{ABD} \Rightarrow \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2} = \frac{\widehat{AD}}{2} \Rightarrow \frac{3x - x}{2} = \frac{y}{2} \Rightarrow 2x = y$$

$$\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD} + \widehat{AD} = 360^\circ \Rightarrow 3x + y + x + y = 360^\circ$$

$$\xrightarrow{2x=y} 8x = 360^\circ \Rightarrow x = 45^\circ \Rightarrow y = 90^\circ$$

$$\widehat{BCD} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{AD}}{2} = \frac{135^\circ + 90^\circ}{2} = \frac{225^\circ}{2} = 112.5^\circ$$

(هندسه ۲- رایره: صفحه های ۱۱ تا ۱۶)

گزینه ۴» ۲۳-

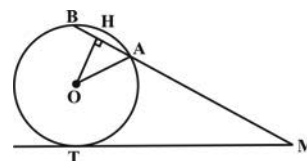
(نور میری)

با توجه به شکل، طول OH مورد نظر است، داریم:

$$MT^2 = MA.MB \Rightarrow (4\sqrt{7})^2 = (14 - AB) \times 14$$

$$\Rightarrow 112 = (14 - AB) \times 14 \Rightarrow AB = 6$$

اکنون با توجه به اینکه شعاع عمود بر وتر، آن وتر را نصف می کند، می توانیم بنویسیم:



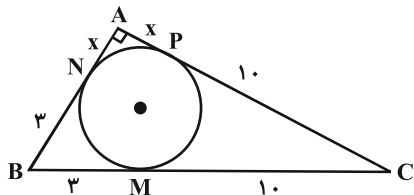
$$OA^2 = OH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow OH = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$$

(هندسه ۲- رایره: صفحه های ۱۸ و ۱۹)

گزینه ۱» ۲۴-

(مهریار ملونری)



طول مماس های رسم شده بر یک دایره از هر نقطه خارج آن با هم برابر است، لذا داریم:

$$BM = BN = 3, CM = CP = 10, AN = AP = x$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow (x+3)^2 + (x+10)^2 = 169$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 26x + 109 = 169 \Rightarrow x^2 + 13x - 30 = 0$$

$$\Rightarrow (x+15)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -15 \text{ ق.ق. غ} \\ x = 2 \text{ ق.ق. ق} \end{cases}$$

$$AC = AP + CP = 2 + 10 = 12$$

(هندسه ۲- رایره: صفحه های ۱۹، ۲۰، ۲۵ و ۲۶)

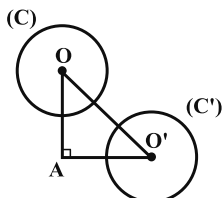
گزینه ۴» ۲۵-

(سینا ممبرور)

چون دوران تبدیلی طولی است، پس طول شعاع های دو دایره با هم برابر است. داریم:

$$R = R' \Rightarrow 2a + 1 = 9 - 2a \Rightarrow a = 2 \Rightarrow R = R' = 5$$

مطابق شکل دایره C' تصویر دایره C در دوران به مرکز A و با زاویه ۹۰° در جهت حرکت عقربه های ساعت است.



$$AO = AO' = 10 \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} OO' = 10\sqrt{2}$$

$$\text{طول مماس مشترک داخلی دو دایره: } TT' = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2}$$

$$= \sqrt{(10\sqrt{2})^2 - (5 + 5)^2} = \sqrt{200 - 100} = 10$$

(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های ۴۰ و ۴۱)

گزینه ۳» ۲۶-

(مهمر فندان)

اگر رأس دیگر مثلث را M فرض کنیم، برای یافتن نقطه M به طوری که محیط مثلث PBM حداقل باشد، باید کم ترین مقدار $PM + BM$ را پیدا کنیم. (مقدار $PB = 7$ مشخص و ثابت است). برای این کار از روش هرون کمک می گیریم. نقطه P را نسبت به AC بازتاب داده و P' می نامیم. نقطه M محل برخورد P'B با AC است.

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times CD \Rightarrow 30 = AB \times AC - 4 \times 6$$

$$\Rightarrow AB \times AC = 54 \quad (1)$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} = \frac{4}{6} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} AB = 6 \\ AC = 9 \end{cases}$$

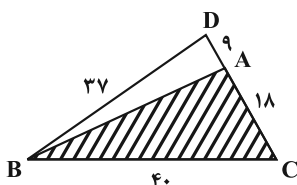
پس محیط مثلث ABC برابر است با:

$$AB + AC + BC = 6 + 9 + 10 = 25$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(سینا ممردپور)

گزینه «۲» - ۲۹



ابتدا با کمک قاعده هرون اندازه مساحت مثلث BCD را به دست می‌آوریم:

$$p = \frac{27 + 37 + 40}{2} = \frac{104}{2} = 52$$

$$\Rightarrow S_{BCD} = \sqrt{52(52-27)(52-37)(52-40)} = 60\sqrt{65}$$

ارتفاع رسم شده از رأس B در مثلث‌های ABC و BCD مشترک است،

پس داریم:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{BCD}} = \frac{AC}{CD} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{60\sqrt{65}} = \frac{18}{27} \Rightarrow S_{ABC} = 40\sqrt{65}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

(سینا ممردپور)

گزینه «۱» - ۳۰

می‌دانیم طول نیمساز داخلی AD در مثلث ABC از رابطه زیر به دست

$$AD = \frac{2bc \cos \frac{\hat{A}}{2}}{b+c}$$

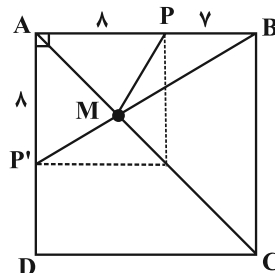
می‌آید:

پس اگر $AD = 5$ و $\hat{A} = 90^\circ$ باشد، داریم:

$$5 = \frac{2bc \cos 45^\circ}{b+c} \Rightarrow 5 = \frac{\sqrt{2}bc}{b+c} \Rightarrow \frac{b+c}{bc} = \frac{\sqrt{2}}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{\sqrt{2}}{5} = 0.2\sqrt{2}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)



با توجه به شکل داریم:

$$PM + BM = P'M + BM = P'B$$

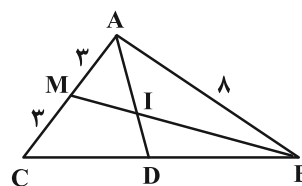
$$\Delta BAP' : P'B^2 = \frac{AP'^2}{8} + \frac{AB^2}{15} \Rightarrow P'B = 17$$

$$PBM \text{ مثلث } = \frac{PM + BM}{17} + \frac{PB}{7} = 24$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه ۵۲)

(میلاد منصوری)

گزینه «۴» - ۲۷



طبق قضیه میانه‌ها در مثلث ABC داریم:

$$BA^2 + BC^2 = 2BM^2 + \frac{AC^2}{2} \Rightarrow 64 + 144 = 2BM^2 + 18$$

$$2BM^2 = 190 \Rightarrow BM^2 = 95 \Rightarrow BM = \sqrt{95}$$

AI نیمساز زاویه داخلی A در مثلث AMB است، بنابراین طبق قضیه

نیمسازهای زاویه‌های داخلی داریم:

$$\frac{MI}{BI} = \frac{AM}{AB} = \frac{3}{8} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{MI}{BM} = \frac{3}{11}$$

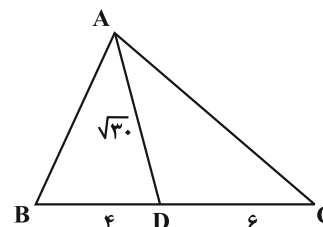
$$\Rightarrow MI = \frac{3\sqrt{95}}{11}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

(امیرحسین ابومصوب)

گزینه «۳» - ۲۸

از روابط نیمساز زاویه داخلی در مثلث ABC استفاده می‌کنیم:





$$\left. \begin{array}{l} \frac{S_{AOD}}{S_{DOC}} = \frac{AO}{OC} \\ \frac{S_{AOB}}{S_{BOC}} = \frac{AO}{OC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{S_{AOD}}{S_{DOC}} = \frac{S_{AOB}}{S_{BOC}}$$

$$\frac{S_{AOD}}{S_{BOC}} = x \Rightarrow \frac{x}{25} = \frac{16}{x} \Rightarrow x^2 = 400 \Rightarrow x = 20$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = 16 + 20 + 25 + 20 = 81$$

بنابراین نسبت مطلوب سوال برابر $\frac{81}{20} = 4.05$ است.

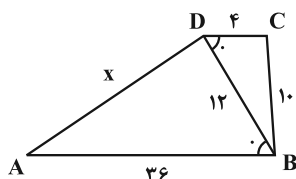
(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

(رضا عباسی اصل)

۳۴- گزینه «۴»

بنابر قضیه خطوط موازی و مورب داریم: $\begin{cases} AB \parallel CD \\ \text{مورب } BD \end{cases} \Rightarrow \hat{A}BD = \hat{B}DC$

از طرفی اضلاع دو زاویه فوق متناسب‌اند، پس مثلث‌های ABD و BDC متشابه‌اند:



$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A}BD = \hat{B}DC \\ \frac{AB}{DB} = \frac{DB}{DC} = 3 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\Delta ABD}{\Delta BDC}$$

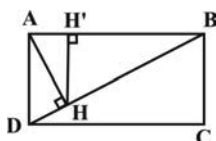
$$\frac{x}{10} = 3 \Rightarrow x = 30 \quad \text{پس:}$$

(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

(امیرحسین ابومصوب)

۳۵- گزینه «۲»

در مثلث قائم‌الزاویه ABD، داریم:



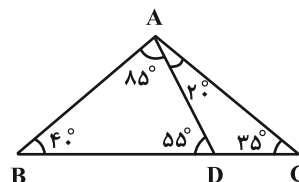
$$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 64 + 36 = 100 \Rightarrow BD = 10$$

$$AB^2 = BD \cdot BH \Rightarrow 64 = 10 \cdot BH \Rightarrow BH = 6.4$$

هندسه ۱

۳۱- گزینه «۱»

(ممدطاهر شعاعی)



گزینه «۱»: در مثلث ABD، $\hat{B}AD > \hat{B}DA$ ، پس $BD > AB$.

سایر گزینه‌ها صحیح‌اند:

گزینه «۲»: $\Delta ABC: \hat{B} > \hat{C} \Rightarrow AC > AB$

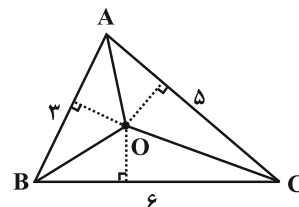
گزینه «۳»: $\Delta ACD: \hat{A}DC > \hat{C} \Rightarrow AC > AD$

گزینه «۴»: $\Delta ABD: \hat{B}AD > \hat{B} \Rightarrow BD > AD$

(هنر سه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

(علی فتح‌آبادی)

۳۲- گزینه «۳»



می‌دانیم که نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث هم‌رس‌اند و این نقطه از سه ضلع مثلث به یک فاصله است. این فاصله را h می‌نامیم. داریم:

$$\frac{S_{BOC}}{S_{ABOC}} = \frac{S_{BOC}}{S_{AOB} + S_{AOC}} = \frac{\frac{1}{2}h \times 6}{\frac{1}{2}h \times 3 + \frac{1}{2}h \times 5} = \frac{\frac{6}{2}h}{\frac{8}{2}h} = \frac{3}{4}$$

(هنر سه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۱، ۱۲، ۱۹ و ۲۰)

(مفسن ممدکریمی)

۳۳- گزینه «۲»

دو مثلث ABC و ABD، دارای قاعده مشترک AB هستند و همچنین ارتفاع‌های نظیر این قاعده در دو مثلث، طول یکسانی دارند (فاصله دو خط موازی). پس $S_{ABC} = S_{ABD}$. با کم کردن مساحت مثلث AOB از

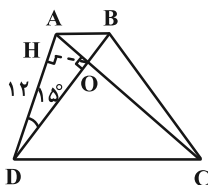
مساحت این دو مثلث داریم:

$$S_{AOD} = S_{BOC}$$



(مفسر ریسی)

۳۸- گزینه «۴»



در هر مثلث قائم الزاویه، با یک زاویه 15° ، طول ارتفاع وارد بر وتر $\frac{1}{4}$ طول

وتر است. داریم:

$$\begin{cases} AD = 12 \\ \angle ADO = 15^\circ \end{cases} \Rightarrow OH = 3 \Rightarrow S_{AOD} = \frac{3 \times 12}{2} = 18$$

قاعده CD در دو مثلث ADC و BDC یکسان بوده و ارتفاع نظیر این قاعده در دو مثلث با هم برابر است، بنابراین داریم:

$$S_{ADC} = S_{BCD} \Rightarrow S_{ADC} - S_{OCD} = S_{BCD} - S_{OCD}$$

$$\Rightarrow S_{AOD} = S_{BOC} \Rightarrow S_{BOC} = 18$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه ۶۴ تا ۶۷)

(معمداً ابراهیم کیتی زاده)

۳۹- گزینه «۲»

صفحه موازی با d لزوماً با صفحه Q موازی نیست (می تواند Q را قطع کند)، پس گزینه «۲» در حالت کلی درست نیست.

(هنر سه ۱- تقسیم فضایی؛ صفحه های ۷۸ تا ۸۶)

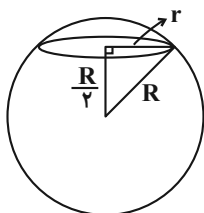
(عباس اسری امیرآبادی)

۴۰- گزینه «۱»

$$r^2 = R^2 - \frac{R^2}{4} = \frac{3R^2}{4} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{3}}{2} R$$

$$\text{محیط سطح مقطع} = 2\pi r = \sqrt{3}\pi R = 12\pi$$

$$\Rightarrow R = 4\sqrt{3}$$



(هنر سه ۱- تقسیم فضایی؛ صفحه های ۹۲ تا ۹۴)

حال اگر از H ، عمود HH' را بر ضلع AB رسم کنیم، آنگاه طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$HH' \parallel AD \Rightarrow \frac{HH'}{AD} = \frac{BH}{BD} \Rightarrow \frac{HH'}{6} = \frac{4}{10} \Rightarrow HH' = \frac{3}{4}$$

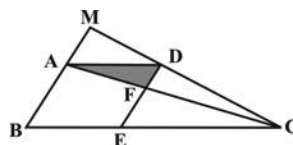
(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه های ۴۱ و ۴۲)

(نوبر ممیری)

۳۶- گزینه «۴»

طبق فرض $ABED$ متوازی الاضلاع است، پس $AD \parallel BC$ ، که از آنجا به راحتی نتیجه می شود که دو زاویه از مثلث ADF با دو زاویه از

مثلث ABC برابر بوده و لذا این دو مثلث با هم متشابه اند و داریم:



$$\frac{S_{ADF}}{S_{ABC}} = k^2 = \left(\frac{AD}{BC}\right)^2 = \left(\frac{4}{4+6}\right)^2 = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}$$

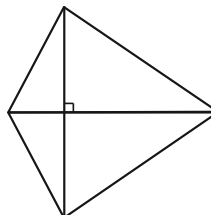
(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه های ۴۶ و ۴۷)

(مهمان فندان)

۳۷- گزینه «۳»

گزینه های «۱»، «۲» و «۴» قضیه های دو شرطی هستند. اما برای عکس قضیه گزینه «۳»، اگر در یک چهارضلعی دو قطر هم اندازه و عمود بر هم باشند،

آنگاه چهارضلعی مربع است. مثال نقض وجود دارد، مانند شکل زیر:



(هنر سه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه های ۵۶ تا ۶۳)



آمار و احتمال

گزینه «۴»

(مرتضی فقیه علوی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اگر $p \Rightarrow q$ نادرست باشد، تنها حالت ممکن آن است که p درست و q نادرست باشد.

گزینه «۲»: اگر $p \wedge \sim q$ درست باشد، آن گاه هر دو گزاره p و $\sim p$ درست هستند، پس p نادرست و q نادرست است.

گزینه «۳»: اگر $p \Leftrightarrow q$ درست باشد، یعنی هر دوی p و q دارای ارزش یکسان هستند. اگر هر دو دارای ارزش نادرست باشند، $p \wedge q$ درست نخواهد بود. پس قطعاً p و q هر دو درست هستند.

گزینه «۴»: در این حالت نمی‌توان راجع به ارزش هر دو گزاره p و q با قطعیت اظهار نظر کرد، زیرا به ازای هر دو حالت p درست و q درست یا p نادرست و q نادرست، گزاره‌های داده شده درست می‌شوند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۴ تا ۱۱)

گزینه «۴»

(مرتضی فقیه علوی)

در گزینه «۱»، تابع $f(x) = \frac{x^2 - 16}{x + 4}$ به ازای $x = -4$ تعریف نشده است، پس این گزاره سوری نادرست است.

در گزینه «۲»، اگر $x = -1$ باشد، آنگاه $x + \frac{1}{x} = -2$ است، پس این گزاره سوری نادرست است.

در گزینه «۳»، به ازای هیچ مقدار x که متعلق به مجموعه A باشد، تساوی برقرار نیست، پس این گزاره سوری نادرست است.

در گزینه «۴»، اگر $x = -\frac{1}{4}$ باشد، آنگاه $x - \frac{1}{x} = -\frac{1}{4} + 4 > 3$ است، پس این گزاره سوری درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

گزینه «۲»

(نوبر میری)

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\} \text{ و } B = \{3, 7, 11, 19\}$$

حال از طریق جبر مجموعه‌ها می‌توانیم به سادگی ثابت کنیم که $A \cap B = \{3, 7\}$ پس $|A^c - B^c| = |A^c| - |A \cap B|$ خواهیم داشت:

$$|A^c - B^c| = 5^2 - 2^2 = 25 - 4 = 21$$

$21 = 2^1$ تعداد زیر مجموعه‌های مجموعه $(A^c - B^c)$

(ممبر رضا دلاور نژاد)

گزینه «۳»

طرفین عبارت را ساده می‌کنیم:

$$B - A' = B \cap (A')' = B \cap A = A \cap B$$

طرف چپ:

$$A' \cup (A \cap B') = (A' \cup A) \cap (A' \cup B')$$

طرف راست:

$$= A' \cup B' \xrightarrow{\text{قانون دموگان}} (A \cap B)'$$

پس الزاماً $A \cap B = \emptyset$ می‌باشد. زیرا هیچ مجموعه‌ای به غیر از تهی، زیر مجموعه متمم خودش نیست. بنابراین، $A \subseteq B'$ یا $B \subseteq A'$ می‌باشد، زیرا: $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A - B = A \Rightarrow A \cap B' = A \Rightarrow A \subseteq B'$ به طریق مشابه، $B \subseteq A'$ می‌باشد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۱ تا ۳۰)

گزینه «۱»

(هومن نورانی)

فضای نمونه‌ای این آزمایش، شامل تمام حالت‌های قرار گرفتن ۸ نفر در یک ردیف است، بنابراین $n(S) = 8!$ می‌باشد.

اگر پیشامد مورد نظر را A بنامیم، آنگاه تعداد اعضای پیشامد A مطابق شکل زیر برابر است با:

$$\begin{array}{cccccccc} \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc \\ 2 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 & n(A) = 2 \times 6! \end{array}$$

در واقع برای ابتدای ردیف، یکی از دو دوست را انتخاب می‌کنیم و دوست دیگر در انتهای ردیف قرار می‌گیرد و ۶ نفر باقی‌مانده در جایگاه‌های دوم تا هفتم به ۶! حالت می‌توانند قرار بگیرند. بنابراین احتمال پیشامد A برابر

$$P(A) = \frac{2 \times 6!}{8!} = \frac{2 \times 6!}{8 \times 7 \times 6!} = \frac{1}{28}$$

است با:

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۴۶- گزینه «۲»

(رضا عباسی اصل)

$$D = \{4, 7, 10, \dots, 43\}$$

هفت عضو از D فرد و هفت عضو دیگر آن زوج هستند. می‌دانیم مجموع دو عدد زمانی زوج است که هر دو عدد زوج یا هر دو عدد فرد باشند، بنابراین فضای نمونه‌ای کاهش یافته شامل حالت‌هایی است که هر دو عدد زوج و یا

$$n(S) = \binom{7}{2} + \binom{7}{2} = 21 + 21 = 42$$

هر دو عدد فرد هستند:

تعداد اعضای پیشامد A که در آن هر دو عدد انتخابی زوج باشند، برابر

$$n(A) = \binom{7}{2} = 21$$

است با:

$$P(A) = \frac{21}{42} = \frac{1}{2}$$

بنابراین احتمال وقوع این پیشامد برابر $\frac{1}{2}$ است.

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۲)

۴۷- گزینه «۲»

(مرتضی فقیه علوی)

برای انتخاب ۲ مهره از جعبه A دو حالت داریم:

الف) هر دو مهره قرمز باشند.

ب) ۱ مهره قرمز و ۱ مهره سفید باشد.

در حالت الف)، جعبه B دارای ۳ مهره سفید و ۴ مهره قرمز می‌شود و در

حالت ب)، جعبه B دارای ۴ مهره سفید و ۳ مهره قرمز خواهد بود.

احتمال آن که دو مهره خارج شده از جعبه B سفید باشند به تفکیک

حالت‌های «الف» و «ب» عبارت‌اند از:

$$\text{الف)} \frac{\binom{2}{2}}{\binom{3}{2}} \times \frac{\binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{21} = \frac{1}{21}$$

$$\text{ب)} \frac{\binom{2}{1} \times \binom{1}{1}}{\binom{3}{2}} \times \frac{\binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{2}{3} \times \frac{6}{21} = \frac{4}{21}$$

$$\frac{1}{21} + \frac{4}{21} = \frac{5}{21}$$

بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۴۸- گزینه «۴»

(کیان کریمی شراسانی)

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{11}}{11} = 22 \xrightarrow{x_1=24, x_2=22} 46 + x_3 + \dots + x_{11}$$

$$= 22 \times 11 = 242 \Rightarrow x_3 + \dots + x_{11} = 196$$

مجموع سن دو فرد جدید را y در نظر می‌گیریم. پس:

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = 21 \Rightarrow \frac{y + x_3 + \dots + x_{11}}{11} = \frac{y + 196}{11} = 21$$

$$\Rightarrow y + 196 = 231 \Rightarrow y = 35$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

۴۹- گزینه «۴»

(عزیزاله علی اصغری)

انحراف معیار داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ برابر است با $\sqrt{2/56} = 1/6$. اگر داده‌ها در عددی ثابت ضرب شوند، انحراف معیار آنها در قدرمطلق آن عدد ثابت ضرب می‌شود و اگر مقداری ثابت به همه داده‌ها اضافه شود، انحراف معیار تغییری نمی‌کند.

$$\sigma' = \left| -\frac{1}{4} \right| \times 1/6 = \frac{1}{4} \times 1/6 = 0/4$$

انحراف معیار جدید

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

۵۰- گزینه «۱»

(مرتضی فقیه علوی)

$$\bar{x} = \frac{1+2+\dots+6}{6} = 3/5$$

میانگین جامعه برابر است با:

بنابراین اگر یک نمونه ۴ تایی میانگین را دقیق برآورد کند، باید میانگین نمونه برابر $3/5$ باشد، در این صورت مجموع اعضای این نمونه برابر است با:

$$4 \times 3/5 = 12$$

و با توجه به اینکه مجموع تمامی اعضای جامعه برابر با $1+2+\dots+6=21$

است، می‌توان نتیجه گرفت که مجموع دو عضوی که در نمونه نمی‌باشند برابر

با ۷ است. بنابراین این دو عضو حالات زیر را دارند:

$$\{1, 6\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}$$

$$\binom{6}{4} = \frac{6!}{4!2!} = 15$$

تعداد کل نمونه‌های ۴ تایی برابر است با:

بنابراین احتمال اینکه یک نمونه ۴ تایی میانگین جامعه را دقیق برآورد کند،

$$P(A) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

برابر است با:

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

فیزیک ۲

گزینه ۱» ۵۱-

(مصطفی واثقی)

چوب به انتهای منفی سری و نایلون به انتهای مثبت سری الکتریسیته مالشی نزدیک تر است. پس با مالش چوب با نایلون، چوب دارای بار منفی و نایلون دارای بار مثبت می شود. حال اگر نایلون با بار مثبت را به الکتروسکوپ با بار مثبت نزدیک کنیم، الکترون ها از تیغه ها به سمت کلاهک می روند که در این حالت تیغه ها نسبت به حالت قبل مثبت تر و از یکدیگر دور تر می شوند.

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه های ۳ و ۴)

گزینه ۴» ۵۲-

(مصطفی کیانی)

ابتدا اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و D را به دست می آوریم. دقت کنید، چون نقطه D به زمین متصل است، پتانسیل الکتریکی آن برابر با صفر است:

$$|\Delta V_{AD}| = |V_D - V_A| = \frac{V_D - 0}{V_A - 0} \Rightarrow |\Delta V_{AD}| = 0 - 100$$

$$\Rightarrow |\Delta V_{AD}| = 100V$$

اکنون فاصله بین نقطه های C و D را می یابیم. چون $AD = 5cm$ است، داریم:

$$CD = AD - AC = \frac{AD - 5cm}{AC = 3/5cm} \Rightarrow CD = 5 - 3/5 = 1/5cm$$

با توجه به اینکه $|\Delta V| = Ed$ و E ثابت می باشد، می توان نوشت:

$$|\Delta V| = Ed \xrightarrow{E=\text{ثابت}} \frac{|\Delta V_{AD}|}{|\Delta V_{CD}|} = \frac{d_{AD}}{d_{CD}}$$

$$\frac{|\Delta V_{AD}| = 100V}{d_{AD} = 5cm, d_{CD} = 1/5cm} \Rightarrow \frac{100}{5} = \frac{5}{1/5} \Rightarrow |\Delta V_{CD}| = 30V$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه ۲۶)

گزینه ۱» ۵۳-

(علیرضا گونه)

فاصله طی شده از نقطه A تا نقطه B برابر با ۱۶cm است. بنابراین با توجه

به رابطه $E = \frac{|\Delta V|}{d}$ می توان نوشت:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} \Rightarrow 0/5 \times 10^5 = \frac{|\Delta V|}{16 \times 10^{-2}} \Rightarrow |\Delta V| = 8 \times 10^3 V$$

چون در خلاف جهت خط های میدان جابه جا می شویم، $V_B > V_A$ است و بنابراین $\Delta V = 8 \times 10^3 V$ خواهد بود.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow 8 \times 10^3 = \frac{\Delta U}{-1 \times 10^{-6}} \Rightarrow \Delta U = -8 \times 10^{-3} J$$

طبق اصل پایستگی انرژی، انرژی پتانسیل آن 8×10^{-3} ژول کاهش می یابد و این مقدار به انرژی جنبشی آن افزوده می شود.

$$\Delta K = -\Delta U = 8 \times 10^{-3} J \Rightarrow 8 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} m v^2 - 0 \Rightarrow v^2 = 400 \Rightarrow v = 20 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه های ۲۱ تا ۲۷)

گزینه ۲» ۵۴-

(محمدرحی راست پیمان)

در مقاومت های نوری (LDR)، مقاومت الکتریکی به نور تابیده شده به مقاومت بستگی دارد به طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می شود.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛

صفحه های ۵۲، ۵۳، ۵۷، ۵۹ و ۷۳)

گزینه ۱» ۵۵-

(مسعود قره فانی)

ابتدا مقدار r_p را محاسبه می کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_{eq} + r_1 + r_2} \Rightarrow 1 = \frac{12 - 4}{(3 + 2 + 2) + (0/5 + r_p)}$$

$$\Rightarrow r_p = 0/5 \Omega$$

باتری (۱) به صورت ضد محرکه در مدار قرار گرفته است و اندازه اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر است با:

$$V_1 = \varepsilon_1 + I r_1 = 4 + 1 \times 0/5 = 4/5 V$$

باتری (۲) به صورت محرکه در مدار قرار گرفته است و اندازه اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر است با:

$$V_2 = \varepsilon_2 - I r_2 = 12 - 1 \times 0/5 = 11/5 V$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{4/5}{11/5} = \frac{4}{11}$$

بنابراین:

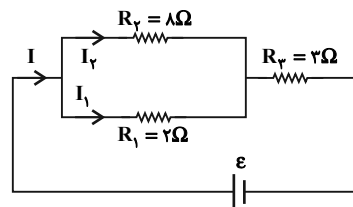
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه های ۶۱ تا ۶۶)

۵۶- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

با توجه به توان مصرفی مقاومت ۲ اهمی، جریان عبوری از این مقاومت را

می یابیم. داریم:



$$P_1 = R_1 I_1^2 \Rightarrow 32 = 2 I_1^2 \Rightarrow I_1 = 4A$$

دو مقاومت R_1 و R_2 موازی هستند، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آنها

یکسان است. داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow 2 \times 4 = 8 I_2 \Rightarrow I_2 = 1A$$

از طرفی طبق قاعده انشعاب می توان نوشت:

$$I = I_1 + I_2 = 4 + 1 \Rightarrow I = 5A$$

بنابراین انرژی مصرفی در مقاومت $R_3 = 3\Omega$ در مدت ۱۰s برابر است با:

$$U_3 = R_3 I^2 t = 3 \times 5^2 \times 10 \Rightarrow U_3 = 750J$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه های ۶۷ تا ۷۷)

۵۷- گزینه «۳»

(مهمعلی راست پیمان)

به بار الکتریکی متحرک در میدان مغناطیسی نیروی مغناطیسی وارد می شود و

جهت این نیرو با توجه به قاعده دست راست برای بار مثبت به طرف بالا خواهد

بود. میدان الکتریکی هم به بار الکتریکی مثبت نیروی الکتریکی در جهت

خطوط میدان الکتریکی وارد می کند که جهت آن به طرف پایین است.

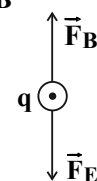
چون بار الکتریکی باید بدون انحراف از میدان خارج شود، باید داشته باشیم:

$$F_B = F_E \xrightarrow{\sin \theta = 1} |q| v B = E |q| \Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

$$\Rightarrow v = \frac{10^4}{0.2} = 5 \times 10^4 \text{ m/s}$$

تنها تندی بار C برابر این مقدار است

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه های ۸۹ و ۹۰)



۵۸- گزینه «۱»

(عبدالرضا امینی نسب)

ابتدا به کمک مساحت پیچه، شعاع آن را محاسبه می کنیم، داریم:

$$S = \pi R^2 \Rightarrow 81\pi = \pi R^2 \Rightarrow R = 9\text{cm}$$

بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه از رابطه $B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$ قابل محاسبه

است.

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \Rightarrow 8\pi \times 10^{-4} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 120 \times I}{2 \times 9 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow I = \frac{144\pi \times 10^{-6}}{48\pi \times 10^{-6}} = 3A$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه های ۹۷ تا ۹۹)

۵۹- گزینه «۲»

(سعید اردم)

مقدار انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی سیملوله از رابطه

$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r}$$

سیملوله می پردازیم:

$$I = \frac{18}{2+2+1} = \frac{18}{5} = 3.6A$$

$$U = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \times 3.6^2 = \frac{9}{25} = 0.36J$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب:

صفحه های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۶۰- گزینه «۱»

(عبدالرضا امینی نسب)

به کمک رابطه مبدل ها ولتاژ دو سر مقاومت R را می یابیم، داریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{V_2}{220} = \frac{200}{1000} \Rightarrow V_2 = 44V$$

$$I_m = \frac{V_2}{R} = \frac{44}{11} = 4A$$

از طرفی طبق قانون اهم داریم:

در نهایت با توجه به رابطه جریان متناوب داریم:

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = 4 \sin(20\pi t)$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه های ۱۲۲ تا ۱۲۷)

فیزیک ۱

۶۱- گزینه ۱»

(معمده سارق مام سیره)

با تبدیل واحد مربوط به هر کدام از عبارات سوال در سیستم SI داریم:

$$2/5 \times 10^4 \text{ mm} = ? \text{ m} \Rightarrow 2/5 \times 10^4 \times 10^{-3} \text{ m} = x$$

$$\Rightarrow x = 25 \text{ m}$$

$$0/8 \times 10^3 \text{ dm} = ? \text{ m} \Rightarrow 0/8 \times 10^3 \times 10^{-1} \text{ m} = x$$

$$\Rightarrow x = 80 \text{ m}$$

$$2 \times 10^{-5} \text{ ks}^2 = ? \text{ s}^2 \Rightarrow 2 \times 10^{-5} \times 10^6 \text{ s}^2 = x$$

$$\Rightarrow x = 20 \text{ s}^2$$

$$\frac{25 \text{ m} + 80 \text{ m}}{20 \text{ s}^2 + 15 \text{ s}^2} = \frac{105 \text{ m}}{35 \text{ s}^2} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بنابراین کمیت محاسبه شده شتاب است.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری: صفحه های ۶ تا ۱۱)

۶۲- گزینه ۱»

(زهره آقاممدری)

ابتدا حجم حفره را محاسبه می کنیم:

$$V_{\text{مایع}} = V_{\text{حفره}} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 64 = 256 \text{ cm}^3$$

چون جرم مایع $0/1 \text{ m}$ است، پس می توان نوشت:

$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{V_{\text{مایع}}} \Rightarrow 0/1 \text{ m} = 2 \times 256 \Rightarrow m = 5120 \text{ g}$$

اکنون برای محاسبه حجم واقعی مکعب، ابتدا حجم ظاهری مکعب را محاسبه کرده و سپس حجم حفره را از آن کم می کنیم:

$$V_{\text{ظاهری}} = (8)^3 = 512 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{واقعی}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{حفره}} = 512 - 256 = 256 \text{ cm}^3$$

در نهایت، می توانیم چگالی ماده سازنده مکعب را به دست آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V_{\text{واقعی}}} = \frac{5120}{256} = 20 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری: صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

۶۳- گزینه ۳»

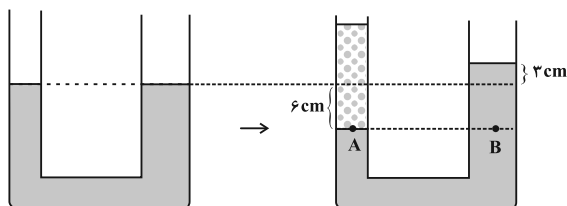
(فسره ارغوانی فرد)

حجم آب جابه جا شده در دو شاخه یکسان است. اگر در سمت راست، سطح

آزاد آب 3 cm بالا رود، سطح آزاد آب در سمت چپ 6 cm پایین می آید:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 h_1 = A_2 h_2 \Rightarrow 5 \times h = 10 \times 3$$

$$\Rightarrow h = 6 \text{ cm}$$



حال با توجه به برابری فشار در نقاط هم تراز یک مایع ساکن داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \frac{mg}{A} = P_0 + \rho gh$$

$$\Rightarrow \frac{m \times 10}{5 \times 10^{-4}} = 1000 \times 10 \times [(6+3) \times 10^{-2}]$$

$$\Rightarrow m = 45 \times 10^{-3} \text{ kg} = 45 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های ۳۲ تا ۳۸)

۶۴- گزینه ۱»

(علی قائمی)

به دلیل اینکه حجم قطعه چوب $\frac{1}{3}$ برابر می شود و جرم آن ثابت است،

چگالی قطعه چوب سه برابر می شود، اگر چگالی اولیه چوب را با ρ_1 و

چگالی ثانویه را با ρ_2 نشان دهیم، داریم:

$$\rho_2 = \frac{m}{V_2} = \frac{m}{\frac{V_1}{3}} = 3 \frac{m}{V_1} = 3 \rho_1 = 3 \times 0/1 = 0/3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

می بینیم که چگالی ثانویه قطعه چوب از چگالی آب کمتر است. بنابراین قطعه

چوب بر روی آب شناور می ماند. در این حالت نیروی شناوری برابر با وزن

چوب می باشد و چون وزن چوب تغییری نکرده است. بنابراین نیروی شناوری

ثابت می ماند.

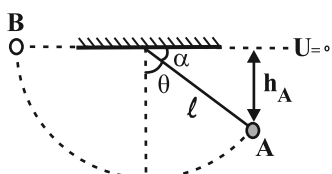
(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های ۴۰ تا ۴۲)

۶۵- گزینه ۴»

(زهره آقاممدری)

اگر فرض کنیم میله در سمت دیگر تا نقطه B بالا برود و نقطه B را مبدأ انرژی

پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

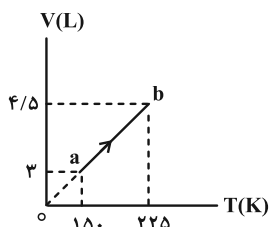


۶۹- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

چون امتداد فرایند ab که به صورت یک خط راست است، از مبدأ مختصات می‌گذرد، نمودار $V-T$ رسم شده مربوط به فرایندی هم‌فشار است.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{3}{150} = \frac{4/5}{T_2} \Rightarrow T_2 = 225K$$



حال با استفاده از رابطه $W = -P\Delta V = -nR\Delta T$ ، کار انجام شده بر روی گاز را می‌یابیم:

$$W = -nR\Delta T = \frac{\Delta T = T_2 - T_1 = 225 - 150 = 75K}{n=1mol, R=8 \frac{J}{mol.K}}$$

$$W = -1 \times 8 \times 75 \Rightarrow W = -600J$$

اکنون با استفاده از قانون اول ترمودینامیک Q را می‌یابیم. دقت کنید چون $\Delta T > 0$ است، $\Delta U > 0$ می‌باشد.

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow 2000 = Q - 600 \Rightarrow Q = 2600J$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۰ و ۱۳۲ تا ۱۳۵)

۷۰- گزینه «۲»

(مسعود قره‌فانی)

می‌دانیم که برای مقدار معینی گاز آرمانی، انرژی درونی با مقدار PV رابطه مستقیم دارد. بنابراین می‌توان گفت:

$$\frac{P_C V_C}{P_A V_A} = \frac{U_C}{U_A} \Rightarrow \frac{P_1 \times 3V_1}{\frac{1}{2}P_1 \times V_1} = \frac{U_C}{4900}$$

$$\Rightarrow \frac{U_C}{4900} = \frac{6}{1} \Rightarrow U_C = 4200J$$

حال می‌توانیم مقدار تغییرات انرژی درونی بین دو نقطه A و C را محاسبه کنیم:

$$\Delta U_{CA} = U_A - U_C = 4900 - 4200 = 700J$$

همچنین در فرایند بی‌دررو $Q = 0$ است. پس طبق قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U_{CA} = Q_{CA} + W_{CA} \Rightarrow W_{CA} = 700J$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۰)

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow -mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = 0 + 0$$

$$\Rightarrow h_A = \frac{v_A^2}{2g} = \frac{4^2}{2 \times 10} = 0.8m = 80cm$$

از طرفی می‌توان نوشت:

$$\sin \alpha = \frac{h_A}{\ell} = \frac{80}{160} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ \Rightarrow \theta = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۶۶- گزینه «۴»

(مهمرب علی راست‌پیمان)

ابتدا ارتفاعی را که شخص بالا می‌رود، محاسبه می‌کنیم:

$$h = 40 \times 0.5 = 20m$$

چون تندی بالا رفتن شخص ثابت است، بنابراین اندازه کاری که شخص انجام می‌دهد با اندازه کار نیروی وزن شخص برابر است. بنابراین:

$$W = mgh = 80 \times 10 \times 8 = 6400J$$

در نتیجه توان خروجی شخص برابر است با:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{6400}{40} \Rightarrow P = 160W$$

با توجه به اینکه بازده بدن شخص ۸۰ درصد است، توان مصرفی شخص برابر است با:

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{مصرفی}}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{160}{P_{\text{مصرفی}}} \times 100$$

$$\Rightarrow P_{\text{مصرفی}} = 200W$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸ و ۷۳ تا ۷۶)

۶۷- گزینه «۲»

(غلامرضا ممینی)

ابتدا با توجه به رابطه گرما، جرم جسم را می‌یابیم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 40000 = m \times 2000 \times (270 - 260) \Rightarrow m = 2kg$$

حال برای تغییر حالت جسم می‌توان نوشت:

$$Q = mL_F \Rightarrow \frac{Q'}{Q''} = \frac{m'}{m''} \Rightarrow \frac{(640 - 40) \times 10^3}{(340 - 40) \times 10^3} = \frac{2}{m''}$$

$$\Rightarrow m'' = 1kg$$

$$\text{جرم باقی‌مانده} = m - m'' = 2 - 1 = 1kg$$

بنابراین:

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۸ و ۱۰۴ تا ۱۰۶)

۶۸- گزینه «۳»

(مسین الهی)

بررسی گزینه نادرست: تف‌سنج برخلاف سایر دماسنج‌ها بدون تماس با جسمی که می‌خواهیم دمای آن را اندازه بگیریم، دمای جسم را اندازه می‌گیرد.

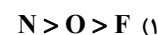
(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۹، ۱۱۱، ۱۱۳ و ۱۱۷)

شیمی ۲

۷۱- گزینه ۲

(مبتنی میباید)

در جدول تناوبی در یک دوره از راست به چپ شعاع اتمی افزایش می یابد. همچنین در یک گروه از بالا به پایین شعاع اتمی افزایش می یابد. بررسی ترتیب شعاع اتمی در سایر گزینه ها:

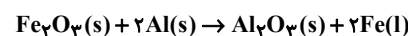


(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه های ۱۰ تا ۱۴)

۷۲- گزینه ۲

(آترین صبا)

فرآورده مذاب واکنش ترمیت، آهن است.



$$100 \times \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} = \text{بازده درصدی آهن}$$

$$50 = \frac{14g}{xg} \times 100 \Rightarrow x = 28g$$

$$Fe_2O_3 \text{ ناخالص } 28g Fe \times \frac{1 \text{ mol } Fe}{56g Fe} \times \frac{1 \text{ mol } Fe_2O_3}{2 \text{ mol } Fe} = ?g$$

$$\frac{160g Fe_2O_3}{1 \text{ mol } Fe_2O_3} \times \frac{100g Fe_2O_3}{80g Fe_2O_3} = 50g Fe_2O_3 \text{ ناخالص}$$

روش تناسب:

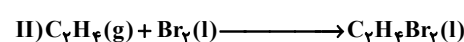
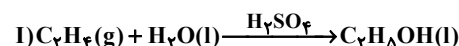
$$\frac{50 \times 80 \times xg \text{ ناخالص } Fe_2O_3}{100 \times 100 \times 160} = \frac{14g Fe}{2 \times 56}$$

$$\Rightarrow xg \text{ ناخالص } Fe_2O_3 = 50$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه های ۲۲ تا ۲۴)

۷۳- گزینه ۳

(مهمر عظیمیان زواره)



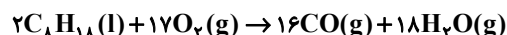
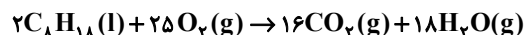
کاتالیزگر به کار رفته در واکنش I، سولفوریک اسید (H₂SO₄) می باشد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه های ۳۵، ۴۰ و ۴۱)

۷۴- گزینه ۴

(مبتنی میباید)

ابتدا واکنش های سوختن کامل و ناقص اوکتان در این مسئله را نوشته و موازنه می کنیم:



با توجه به این که ضریب اوکتان و بخار آب در این دو واکنش یکسان است پس در ازای مقدار یکسان از مصرف اوکتان، مقدار یکسانی بخار آب از دو واکنش تولید می شود و اختلاف جرم بخار آب تولید شده از دو واکنش برابر با صفر است.

روش دوم: با توجه به این که در هر دو واکنش تنها در ساختار اوکتان و آب اتم هیدروژن وجود دارد و مقدار آن هم برابر است. پس بدون موازنه کردن نیز می توان دریافت که ضریب آب در هر دو واکنش یکسان است و مقدار یکسانی نیز بخار آب در هر دو واکنش تولید می شود و اختلاف جرم بخار آب تولید شده از دو واکنش نیز برابر با صفر است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه های ۳۶ تا ۳۸)

۷۵- گزینه ۴

(علی رمشانی)

۱) دما کمیتی است که میزان گرمی و سردی مواد را نشان می دهد. پس آب درون ظرف A گرم تر است.

۲) انرژی گرمایی با دو عامل دما و مقدار ماده رابطه مستقیم دارد. با وجود این که دمای ظرف A اندکی از ظرف B بیشتر است، اما چون مقدار آب ظرف B خیلی بیشتر از ظرف A است (۲۰ برابر) بنابراین در مجموع انرژی گرمایی ظرف B بیشتر از ظرف A است.

۳) دما معیاری برای توصیف میانگین تندی و انرژی جنبشی ذرات اجسام است. هر چه دما بیشتر باشد، میانگین انرژی جنبشی ذرات بیشتر است و دما و بنابراین میانگین انرژی جنبشی مولکول ها در ظرف A از ظرف B بیشتر است.

۴) اختلاط محتویات دو ظرف باعث کاهش دمای محتویات ظرف A و رسیدن به دمای تعادل می شود، که باعث می شود میانگین تندی مولکول های آب ظرف A کاهش یابد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۵۲ تا ۵۵، ۵۶ و ۵۸)

۷۶- گزینه «۱»

(معمردر شا پورشاویر)

گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای محلول آبی داده شده برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta = 94g \times 4 / 0 \frac{J}{g \cdot ^\circ C} \times 25^\circ C = 9400J$$

از طرفی گرمای واکنش تجزیه هیدرازین نیز عبارت است از:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \left[\text{مجموع آنتالپی پیوند} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش دهنده ها} \right]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \Delta H_{(N-N)} + 4\Delta H_{(N-H)} - \Delta H_{(N \equiv N)} - 2\Delta H_{(H-H)} \\ = 159 + 4(391) - 945 - 2(436) = -94kJ = -94000J$$

بنابراین جرم هیدرازین مورد نیاز برای فراهم کردن ۹۴۰۰ ژول گرمای مورد نیاز به صورت زیر به دست می آید:

$$9400J \times \frac{1 \text{ mol } N_2H_4}{94000J} \times \frac{32g N_2H_4}{1 \text{ mol } N_2H_4} = 3 / 2g N_2H_4$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۵۸ تا ۶۰ و ۶۵ تا ۷۰)

۷۷- گزینه «۱»

(مجتبی ممیوب)

جرم کاهش یافته همان مجموع جرم CO_2 و H_2O گازی آزاد شده است. می توان مول CO_2 تولید شده را از روی کاهش جرم محاسبه کرد:

$$? \text{ mol } CO_2 = 24 / 8g (CO_2 \text{ و } H_2O)$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44g CO_2 + 18g H_2O} = 0 / 4 \text{ mol } CO_2$$

$$\bar{R}_{CO_2} = \frac{\Delta n_{CO_2}}{V \times \Delta t} = \frac{0 / 4}{20 \times 400} = 5 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_{CO_2} = 5 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۸۷، ۸۸ و ۹۰ تا ۹۲)

۷۸- گزینه «۴»

(معمرد عظیمیان زواره)

ترکیب های (I)، (II) و (III) به ترتیب در بادام، گشنیز و دارچین یافت می شوند.

بررسی نادرستی گزینه «۴»: در نفتالن نیز ۵ پیوند دوگانه وجود دارد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۷۰، ۷۱ و ۷۲)

۷۹- گزینه «۱»

(نیمه آکبری)

موارد «الف» و «ب» نادرست هستند. بررسی همه موارد:

الف) ترکیب (۳) پلی پروپن است که در ساخت سرنگ کاربرد دارد. دقت کنید که پلی استیرن در ساخت ظروف پلاستیکی یک بار مصرف کاربرد دارد، نه پلی پروپن.

ب) ترکیب (۱) پلی استیرن است و بسیار به کار رفته در ساخت پتو، پلی سیانواتن است که فاقد حلقه آلی سیر نشده است.

پ) ترکیب (۲) پلی تترافلوئورواتن (تفلون) است که در تهیه نخ دندان و اتوی لباس کاربرد دارد و در حلال های آلی حل نمی شود.

ت) ترکیب (۴) پلی وینیل کلرید است که جزء بسپارهای ماندگار در طبیعت می باشد و برخلاف پلی لاکتیک اسید، زیست تخریب پذیر نمی باشد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان تا پزیر: صفحه های ۱۰۳، ۱۰۵، ۱۱۹، ۱۰۶، ۱۰۷ و ۱۲۱)

۸۰- گزینه «۱»

(معمرد زبئی)

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ فرمول مولکولی این ترکیب $C_7H_{12}O_4$ بوده و دارای ۵۵ جفت الکترون پیوندی است.

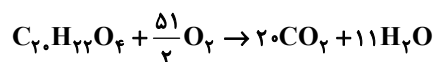
$$\text{شمار جفت الکترون پیوندی} = \frac{20 \times 4 + 22 \times 2 + 4 \times 2}{2} = 55$$

مورد دوم: درست؛ دارای ۲۲ اتم هیدروژن است که فقط یکی از آن ها به O متصل است، مابقی اتم های هیدروژن به C متصل شده اند.

مورد سوم: درست؛ دارای گروه عاملی کربوکسیل ($-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-OH$) است و می تواند در واکنش با یک الکل تک عاملی، استر تولید کند.

مورد چهارم: درست

مورد پنجم: نادرست



(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان تا پزیر: صفحه های ۱۱۰، ۱۱۱، ۱۱۳ و ۱۱۵)

+ در پی غذای سالم: صفحه های ۷۰ تا ۷۲)

شیمی ۱

۸۱- گزینه «۳»

(مبتنی محبوب)

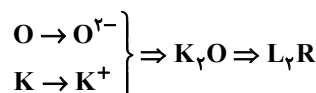
$$3m - 1 = (3m - 2) + 1 : \text{تعداد نوترون ها}$$

$$p + n = A \Rightarrow (3m - 2) + (3m - 1) = 5m + 4$$

$$\Rightarrow 6m - 3 = 5m + 4 \Rightarrow m = 7 \Rightarrow {}^{39}_{19}\text{L} \Rightarrow {}^{39}_{19}\text{K}$$

$$3n + 1 = 2(3n - 2) \Rightarrow 3n + 1 = 4n - 4$$

$$\Rightarrow n = 5 \Rightarrow {}^{16}_8\text{R} \Rightarrow {}^{16}_8\text{O}$$



(شیمی ۱- کیهان زاگله عناصر؛ صفحه های ۵ و ۳۴ تا ۳۹)

۸۲- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

بررسی عبارت ها:

(۱) گلوکز نشان دار برای تشخیص سرطان کاربرد دارد و برای درمان آن به کار نمی رود.

(۲) نماد شیمیایی نخستین عنصر ساخت بشر (تکنسیم Tc) همانند فراوان ترین عنصر سازنده سیاره زمین (آهن Fe) دو حرفی است.

(۳) ایزوتوپ های پرتوزا اغلب بر اثر متلاشی شدن، افزون بر ذره های پرانرژی، مقدار زیادی انرژی نیز آزاد می کنند.

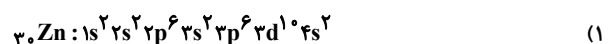
(۴) فراوانی رادیوایزوتوپی از اورانیم که به عنوان سوخت در نیروگاه ها به کار می رود در نمونه طبیعی آن کمتر از ۰/۷ درصد است.

(شیمی ۱- کیهان زاگله عناصر؛ صفحه های ۵ تا ۹)

۸۳- گزینه «۲»

(میثم کوثری لشکری)

عناصر A, B, C, D و E به ترتیب ${}^{19}\text{K}$, ${}^{15}\text{P}$, ${}^{20}\text{Ca}$, ${}^{30}\text{Zn}$ و ${}^{21}\text{Sc}$ هستند.



(۲) B و C به ترتیب نافلز و فلزند و ترکیب حاصل یونی است. برای ترکیب های یونی واژه فرمول شیمیایی به کار می رود نه فرمول مولکولی.

(۳) هر دو در لایه ظرفیت ۳ الکترون دارند.

(۴) ترکیب یونی حاصل K_3P است و برای تشکیل ۱ مول از آن ۳ مول الکترون مبادله می شود.

(شیمی ۱- کیهان زاگله عناصر؛ صفحه های ۳۰ تا ۳۹)

۸۴- گزینه «۱»

(مسین ناصری ثانی)

نام ترکیب های FeBr_3 , SiBr_4 , OF_2 درست و نام بقیه ترکیب ها نادرست است.

نام درست ترکیب هایی که به صورت صحیح نامگذاری نشده اند:

NO_2 : نیتروژن دی اکسید، Sr_3P_2 : استرانسیم فسفید،

Cr_2O_3 : کروم (III) اکسید

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه های ۵۵ تا ۵۷)

۸۵- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

بررسی گزینه ها:

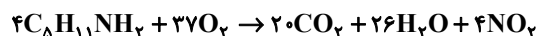
(۱)



: اختلاف مجموع واکنش دهنده ها و فرآورده ها

$$|(7 + 3 + 2 + 2) - (14 + 1)| = 1$$

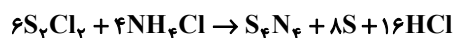
(۲)



: اختلاف مجموع ضرایب واکنش دهنده ها و فرآورده ها

$$|(20 + 26 + 4) - (37 + 4)| = 9$$

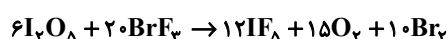
(۳)



: اختلاف مجموع ضرایب واکنش دهنده ها و فرآورده ها

$$|(1 + 8 + 16) - (6 + 4)| = 15$$

(۴)



: اختلاف مجموع ضرایب واکنش دهنده ها و فرآورده ها

$$|(12 + 15 + 10) - (20 + 6)| = 11$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه های ۶۲ تا ۶۵)

۸۶- گزینه «۲»

(مبتنی محبوب)

با استفاده از رابطه زیر می توان حجم ثانویه را محاسبه کرد:

$$\frac{P_1 \times V_1}{T_1} = \frac{P_2 \times V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1 \times (h \times A)}{T_1} = \frac{0 / \Delta P_1 \times (h_2 \times A)}{T_1}$$

$$\Rightarrow h_2 = 1 / 25 h$$

در رابطه بالا حجم سیلندر استوانه ای شکل برابر با حاصل ضرب مساحت

سطح مقطع (A) در ارتفاع پیستون (h) است.

بر اساس معادلات بالا ارتفاع پیستون بیشتر شده است پس پیستون به سمت

بالا حرکت کرده.

(مسئله رهمتی کولنره)

۸۹- گزینه «۲»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) با توجه به نمودار کتاب درسی این مورد درست است.

(۲) هرچه نقطه جوش یک گاز، بیشتر باشد، آسان‌تر مایع می‌شود. HCl

برخلاف O_2 و N_2 قطبی است و دمای جوش بالاتری دارد ($-85^\circ C$).

همچنین با توجه به جرم مولی بیشتر O_2 نسبت به N_2 ، دمای جوش O_2

($-183^\circ C$)، بیشتر از دمای جوش N_2 ($-196^\circ C$) می‌باشد.

(۳) گشتاور دوقطبی مولکول‌های H_2O و H_2S به ترتیب برابر با $1/85D$

و $0/97D$ است و گشتاور دوقطبی CH_4 به عنوان یک مولکول غیرقطبی

برابر صفر است.

(۴) ترکیب NH_3 با وجود داشتن جرم مولی کمتر نسبت به PH_3 و AsH_3 ،

به علت تشکیل پیوند هیدروژنی، نقطه جوش بالاتری دارد. همچنین نقطه جوش

AsH_3 به دلیل جرم مولی بیشتر نسبت به PH_3 ، بالاتر است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷ و ۱۱۵)

(مبش میوب)

۹۰- گزینه «۴»

چون معادله انحلال پذیری این نمک بر حسب دما خطی است، پس ضریب θ

باید برابر با صفر باشد و با توجه به این که می‌توانیم a را به دست آوریم:

$$10a - 8 = 0 \Rightarrow a = 0/8 \Rightarrow S = 0/8\theta + 52$$

از اختلاف جرم محلول و آب مقطر اولیه مقدار نمک حل شده در 400 گرم

آب برابر با 240 گرم به دست می‌آید و با استفاده از تناسب مقدار نمک حل

شده در 100 گرم آب در دمای خواسته شده را به دست می‌آوریم.

$$\frac{\text{مقدار نمک حل شده}}{\text{مقدار آب}} = \frac{240}{400} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 60g$$

$$S = 0/8\theta + 52 = 60 \Rightarrow \theta = 10^\circ C$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{P_1}{0/8P_1} = 1/25 = 125\%$$

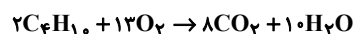
پس حجم جدید، 125 درصد حجم اولیه است.

(شیمی ۱- رد پای گل‌ها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۶ تا ۸۰)

(ممدرضا یمشیری)

۸۷- گزینه «۱»

معادله واکنش سوختن کامل گاز بوتان در حضور گاز اکسیژن به صورت زیر است:



با توجه به معادله، به ازای سوختن 2 مول بوتان (معادل 116 گرم بوتان)، 13

مول گاز اکسیژن (معادل 416 گرم گاز اکسیژن) مصرف شده که تفاوت

شمار مول‌های بوتان و اکسیژن مصرف شده برابر 11 مول می‌شود. پس

می‌توان گفت برای مصرف 532 گرم واکنش دهنده، تفاوت شمار مول‌های

بوتان و اکسیژن مصرف شده برابر با 11 مول است.

واکنش دهنده $106/4g$ = تفاوت حجم L ?

$$\frac{\text{تفاوت حجم } 22/4L}{\text{تفاوت شمار مول } 1mol} \times \frac{\text{تفاوت شمار مول واکنش دهنده ها } 1mol}{\text{واکنش دهنده } 532g}$$

$$\text{تفاوت حجم } 49/28L =$$

(شیمی ۱- رد پای گل‌ها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

(مبش میوب)

۸۸- گزینه «۴»

$$\frac{\text{مقدار } KNO_3 \text{ حل شده در دمای } 40^\circ C}{\text{مقدار محلول در دمای } 40^\circ C} = \frac{50}{150} = \frac{x}{250}$$

$$\Rightarrow x = 250g$$

$$750 - 250 = 500g = \text{مقدار آب موجود در ظرف}$$

$$\frac{\text{مقدار } KNO_3 \text{ حل شده در دمای } 20^\circ C}{\text{مقدار آب}} = \frac{20}{100} = \frac{y}{500}$$

$$\Rightarrow y = 100g$$

$$250 - 100 = 150g = \text{مقدار رسوب ته نشین شده}$$

$$\frac{\text{مقدار } KNO_3 \text{ که باید حل شود}}{\text{مقدار آب افزوده شده}} = \frac{20}{100} = \frac{150}{z}$$

$$\Rightarrow z = 750g = \text{مقدار آبی که باید افزوده شود}$$

$$750g \text{ آب} \times \frac{1mL \text{ آب}}{1g \text{ آب}} = 750mL \text{ آب}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۶، ۱۰۰، ۱۰۱ تا ۱۰۳)



حسابان ۲

۹۱- گزینه «۱»

(کاملاً)

اگر نمودار تابع $y = f(2x - 1)$ را یک واحد به چپ منتقل کنیم، نمودار تابع $y = f(2(x + 1) - 1) = f(2x + 1)$ به دست می‌آید. اگر این نمودار را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کنیم، نمودار تابع $y = f(-2x + 1)$ به دست می‌آید و اگر طول نقاط این نمودار را دو برابر کنیم، نمودار تابع $y = f(-x + 1)$ به دست می‌آید.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

(مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۲)

۹۲- گزینه «۴»

(علی سلامت)

ابتدا ضابطه تابع g را به دست می‌آوریم:

$$f(x) \xrightarrow{\text{واحد به راست } 3k} f(x - 3k)$$

$$\xrightarrow[\text{برابر عمودی } 3]{\text{برابر افقی } k} g(x) = 3f\left(\frac{x}{k} - 3k\right)$$

صفرهای تابع f مقادیر α و β هستند که مجموع آن‌ها برابر -10 است.

صفرهای تابع g نیز جواب‌های معادله‌های β یا α $\frac{x}{k} - 3k = \alpha$ یا $\frac{x}{k} - 3k = \beta$ هستند.

$$\frac{x_1}{k} - 3k = \alpha, \quad \frac{x_2}{k} - 3k = \beta$$

پس داریم:

$$\alpha + \beta = -10 \rightarrow \frac{x_1 + x_2}{k} - 6k = \alpha + \beta = -10$$

$x_1 + x_2$ برابر با مجموع صفرهای تابع g می‌باشد که برابر 4 است، پس:

$$\frac{4}{k} - 6k = -10 \Rightarrow 4 - 6k^2 = -10k$$

$$\Rightarrow 3k^2 - 5k - 2 = (k - 2)(3k + 1) = 0 \Rightarrow k = 2 \text{ یا } -\frac{1}{3}$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

۹۳- گزینه «۴»

(یاسین سپهر)

$$f(x) = \sqrt{1 + \log_3(x + 1)} - 1$$

$$g(x) = \sqrt{1 + \log_3(x + 1)} + 1$$

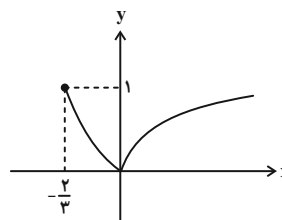
پس ضابطه تابع $|f \cdot g|$ به صورت زیر است:

$$h(x) = |f(x) \times g(x)| = |\log_3(x + 1)|$$

دامنه تابع h همان دامنه توابع f و g است:

$$D_f : \begin{cases} x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1 \\ 1 + \log_3(x + 1) \geq 0 \Rightarrow x + 1 \geq \frac{1}{3} \Rightarrow x \geq -\frac{2}{3} \end{cases}$$

پس $D_h = [-\frac{2}{3}, +\infty)$ است. نمودار تابع h در شکل زیر رسم شده است:



این تابع روی بازه $(0, +\infty)$ و هر زیرمجموعه از آن اکیداً صعودی است.

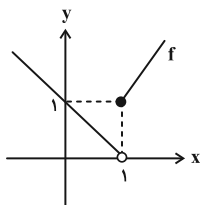
(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹۴- گزینه «۳»

(شاهین پروازی)

تابع f روی بازه $(1, +\infty)$ اکیداً نزولی و روی بازه $(-\infty, 1)$ اکیداً صعودی است.



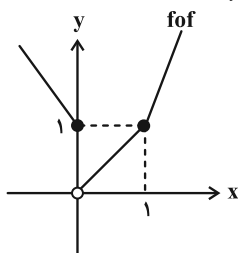
ضابطه تابع $f \circ f$ را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$f(f(x)) = \begin{cases} 1 - f(x) & ; f(x) < 1 \Rightarrow 0 < x < 1 \\ 2f(x) - 1 & ; f(x) \geq 1 \Rightarrow x \in \mathbb{R} - (0, 1) \end{cases}$$

$$(f \circ f)(x) = \begin{cases} -2x + 1 & ; x \leq 0 \\ x & ; 0 < x < 1 \\ 4x - 3 & ; x \geq 1 \end{cases}$$

پس داریم:

پس تابع $f \circ f$ روی بازه $(0, +\infty)$ اکیداً نزولی و روی بازه $(-\infty, 0)$ اکیداً صعودی است. این یعنی وضعیت یکنواپی توابع f و $f \circ f$ روی بازه $(0, 1)$ مخالف یکدیگر است.



(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹۵- گزینه «۲»

(مهمرب بصرایی)

چون $P(x)$ بر $x - 2$ بخش‌پذیر است، پس:

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow P(2) = 0 \Rightarrow 4a - 2b - 1 = 0$$

چون باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x + 1$ برابر با -2 است، پس:

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow P(-1) = -2 \Rightarrow -a + b - 1 = -2 \Rightarrow -a + b = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a - 2b = 1 \\ -a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow 6a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{6} \Rightarrow b = -\frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow Q(x) = -\frac{x^2}{6} - \frac{5x}{6}$$

$$\Rightarrow Q(1) = -\frac{1}{6} - \frac{5}{6} = -1$$

پس باقی مانده تقسیم $Q(x)$ بر $x - 1$ برابر است با:

$$R = Q(1) = -\frac{1}{6} - \frac{5}{6} = -1$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

(مشابه تمرین ۷ صفحه ۲۲)

$$x \in \left[-\frac{3\pi}{8}, \frac{13\pi}{8}\right] \rightarrow x = -\frac{5\pi}{24}, \frac{11\pi}{24}$$

بنابراین معادله دو جواب دارد.

روش دوم (تحلیل معادله):

$$\sin\left(x + \frac{3\pi}{8}\right) \text{ از آنجا که بازه } \left[-\frac{3\pi}{8}, \frac{13\pi}{8}\right] \text{ یک دوره تناوب کامل برای } \sin\left(x + \frac{3\pi}{8}\right)$$

است، پس معادله به دست آمده دو جواب در بازه مورد نظر دارد.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۴)

(فسین شفیق زاده)

گزینه «۴» ۹۹

$$\sin(\pi - 4x) = \sin 4x$$

معادله را ساده تر می نویسیم:

$$\cot\left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right) = \tan 2x$$

$$\Rightarrow \sin 4x + \tan 2x = 0$$

از اتحاد $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ استفاده می کنیم و داریم:

$$2 \sin 2x \cos 2x + \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = 0 \Rightarrow \sin 2x \left(\frac{2 \cos^2 2x + 1}{\cos 2x} \right) = 0$$

$$\frac{2 \cos^2 2x + 1 \neq 0}{\sin 2x = 0} \Rightarrow 2x = k\pi$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

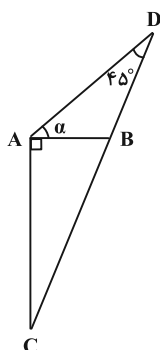
جواب های بازه $\left(0, \frac{3\pi}{2}\right)$ عبارتند از $\frac{\pi}{2}$ و π که مجموع آنها برابر

$$\cos \frac{\theta}{9} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \theta = \frac{3\pi}{2} \text{ است، پس داریم:}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۴)

(علیرضا نراف زاده)

گزینه «۱» ۱۰۰



$\angle ABC = \beta$ زاویه خارجی برای مثلث ABD محسوب می شود،

پس $\beta = \alpha + 45^\circ$ است و در نتیجه داریم:

$$\frac{AC}{AB} = \tan \beta = \tan(\alpha + 45^\circ) = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{1 + \left(\frac{1}{2}\right)}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{1}{3}$$

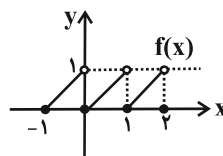
(حسابان ۲- مثلثات: صفحه ۳۲)

(مشابه مثال صفحه ۳۳)

(کامظم ایلالی)

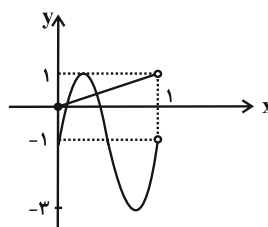
گزینه «۲» ۹۶

نمودار تابع f به شکل زیر است و دوره تناوب آن برابر با یک است.



دوره تناوب تابع g برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

بنابراین نمودار توابع f و g در یک دوره تناوب به صورت شکل مقابل اند و نمودارها در دو نقطه یکدیگر را قطع می کنند.



دقت کنید که اگر b را منفی هم در نظر بگیریم، تعداد نقاط برخورد برابر ۲ خواهد بود.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

(عارل فسینی)

گزینه «۳» ۹۷

کمترین مقدار تابع برابر با $-\frac{5}{2}$ است، پس داریم:

$$-|a| - 1 = -\frac{5}{2} \Rightarrow |a| = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \pm \frac{3}{2}$$

از طرفی نصف دوره تناوب برابر $\frac{T}{2} = \frac{11}{6} - \frac{5}{6} = 1$ است، پس داریم:

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = \pi$$

چون تابع در همسایگی $x = 0$ نزولی است، پس حاصل ab باید منفی باشد.

$$ab = -\frac{3\pi}{2} = -1 / \Delta\pi$$

بنابراین داریم:

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(شاهین پروازی)

گزینه «۳» ۹۸

اختلاف زوایای $\frac{\pi}{8}$ و $\frac{5\pi}{8}$ برابر با $\frac{\pi}{4}$ است:

$$\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{8}$$

پس معادله به صورت زیر خواهد شد:

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{8}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

از اتحاد $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$ استفاده می کنیم:

$$\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin\left(x + \frac{3\pi}{8}\right) = \frac{1}{2}$$

روش اول (حل معادله):

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{3\pi}{8} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{5\pi}{24} \\ x + \frac{3\pi}{8} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{11\pi}{24} \end{cases}$$



هندسه ۳

۱۰۱- گزینه «۲»

(معمریوار نوری)

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

طبق تعریف ماتریس B داریم:

دو ماتریس A و B مساوی یکدیگرند، پس درایه‌های آنها باید نظیر به

$$\begin{cases} m+2=2 \Rightarrow m=0 \\ n-1=6 \Rightarrow n=7 \end{cases}$$

نظیر برابر یکدیگر باشند:

$$m+n=0+7=7$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

(مشابه تمرین ۲ صفحه ۲۰ کتاب درسی)

۱۰۲- گزینه «۱»

(رضا عباسی اصل)

با توجه به معادلات داده شده، A یک ماتریس ۲×۲ است.

$$\text{اگر } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ باشد، داریم:}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a+c=3 \\ 2b+d=5 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3a+4c=-1 \\ 3b+4d=2 \end{cases} \quad (2)$$

دو برابر معادلات (۲) را با معادلات (۱) جمع می‌کنیم، داریم:

$$\begin{cases} (2a+c)+2(3a+4c)=3+2(-1) \Rightarrow 8a+9c=1 \\ (2b+d)+2(3b+4d)=5+2(2) \Rightarrow 8b+9d=9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 8 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 9 \end{bmatrix}$$

راه دوم:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times 2} \begin{bmatrix} 6 & 8 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} (\begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 8 \end{bmatrix}) \times A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 8 & 9 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} 1 & 9 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱۰۳- گزینه «۴»

(مشابه امتحان نهایی ضررادر ۱۴۰۴)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^2 - 4A = A(A - 4I)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = 5I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

۱۰۴- گزینه «۴»

(کاظم باقرزاده)

می‌دانیم برای ماتریس دلخواه و وارون پذیر A رابطه $AA^{-1} = I$ همواره

برقرار است. حال طبق فرض داریم: $A^{-1} = A \Rightarrow AA^{-1} = A^2 = I$

$$(A + A^{-1})^2 = (A + A)^2 = (2A)^2 = 4A^2 = 4I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۰۵- گزینه «۳»

(کتاب آبی هندسه ۳)

رابطه $A^{-1} + B^{-1} = I$ را در نظر می‌گیریم. طرفین رابطه را از چپ در

ماتریس A ضرب می‌کنیم:

$$A(A^{-1} + B^{-1}) = AI \Rightarrow I + AB^{-1} = A$$

حالا طرفین رابطه فوق را از راست در ماتریس B ضرب می‌کنیم:

$$(I + AB^{-1})B = AB \Rightarrow B + A \underbrace{(B^{-1}B)}_I = AB$$

$$\Rightarrow B + A = AB \Rightarrow A + B = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)



۱۰۶- گزینه «۴»

(امیرحسین ملازینل)

برای آنکه دستگاه جواب منحصر به فرد داشته باشد، باید دو خط

$$3x + (12m - 6)y = 5 \quad \text{و} \quad -x + (2 - 4m)y = \frac{5}{2}$$

که یعنی باید $\frac{3}{-1} \neq \frac{12m - 6}{2 - 4m}$ باشد، اما این نامساوی به ازای هیچ مقداری

از m برقرار نیست.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

(مشابه امتحان نهایی فرورد ۱۴۰۳)

۱۰۷- گزینه «۱»

(علی اصغر فرضی)

طبق فرض داریم:

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \left(A - \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} A - \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} A - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

از طرفین تساوی بالا دترمینان می‌گیریم:

$$\Rightarrow \left| \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} A \right| = \left| \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \right| \Rightarrow \left| \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \right| \times |A| = \left| \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \right|$$

$$\Rightarrow (-1)|A| = 9 \Rightarrow |A| = -9$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱ و ۲۷ تا ۳۱)

۱۰۸- گزینه «۳»

(عباس اسری امیرآبادی)

به کمک دستور ساروس، دترمینان را محاسبه کرده و مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & x+1 \\ 2 & x+2 & 0 \\ k & 0 & x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$x(x+2) - k(x+1)(x+2) = 0 \Rightarrow (x+2)[x - k(x+1)] = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+2=0 \Rightarrow x=-2 \\ x(1-k) - k=0 \Rightarrow x = \frac{k}{1-k} \end{cases}$$

برای این که معادله ریشه مضاعف ۲- داشته باشد باید $\frac{k}{1-k} = -2$ باشد،

$$\frac{k}{1-k} = -2 \Rightarrow k = -2 + 2k \Rightarrow k = 2$$

پس:

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱۰۹- گزینه «۴»

(مهمر صدت‌کار)

از طرفین تساوی داده شده دترمینان می‌گیریم:

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \\ 2 & -5 & 2 \end{vmatrix} \times |A| \times \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix} = |6I|$$

$$\Rightarrow (-6) \times |A| \times (-6) = 6^3 |I| \Rightarrow |A| = 6$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱۱۰- گزینه «۳»

(بهزاد نظام‌هاشمی)

اگر دترمینان ماتریس را با بسط برحسب سطر سوم به دست آوریم، داریم:

$$|A| = 3 \times \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 12 \end{vmatrix} - 7 \times \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 12 \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= 3 \times 9 - 7 \times 0 + 1 \times (-3)$$

واضح است که با تغییر مقدار $a_{32} = 7$ ، دترمینان تغییر نمی‌کند، چون برای

محاسبه دترمینان، این درایه در صفر ضرب می‌شود؛ ولی با تغییر درایه a_{33} ،

حاصل دترمینان عوض می‌شود.

اگر دترمینان ماتریس را با بسط بر حسب سطر دوم به دست آوریم، داریم:

$$|A| = -4 \times \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 7 & 1 \end{vmatrix} + 5 \times \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - 12 \times \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= -4 \times (-19) + 5 \times (-8) - 12 \times 1$$

همان‌طور که دیده می‌شود با تغییر درایه‌های a_{22} و a_{23} ، مقدار دترمینان

عوض می‌شود.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

ریاضیات گسسته

۱۱۱- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومحبوب)

$$(x-1)(x^2+2x-3)=0 \text{ ، گزینه «۱»}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x^2+2x-3=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases} \end{cases}$$

یعنی اگر $(x-1)(x^2+2x-3)=0$ باشد، x می‌تواند برابر ۱ یا (-3)

باشد، پس عکس قضیه در حالت کلی برقرار نیست.

درستی سایر گزینه‌ها را به عنوان تمرین خودتان بررسی کنید.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۶ و ۷)

۱۱۲- گزینه «۲»

(کتاب آبی گسسته)

$$\frac{n^2(n+1)^2}{4} \text{ می‌دانیم } \frac{n^2(n+1)^2}{4} = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 \text{ است، پس اگر}$$

$$\frac{n(n+1)}{2} \text{ زوج باشد، آنگاه } \frac{n(n+1)}{2} \text{ نیز زوج است. با توجه به آن که}$$

زوج است، پس $n(n+1)$ باید مضرب ۴ باشد، در نتیجه ۲ حالت داریم:

$$n = 4k \xrightarrow{1 \leq n < 100} 1 \leq 4k < 100$$

$$\Rightarrow 1 \leq k < 25 \Rightarrow k \text{ به دست می‌آید.}$$

$$n+1 = 4k \Rightarrow n = 4k-1$$

$$\xrightarrow{1 \leq n < 100} 1 \leq 4k-1 < 100 \Rightarrow 2 \leq 4k < 101$$

$$\Rightarrow 1 \leq k \leq 25 \Rightarrow k \text{ به دست می‌آید.}$$

پس در مجموع به ازای ۴۹ مقدار طبیعی $1 \leq n < 100$ ، حاصل

$$\frac{n^2(n+1)^2}{4} \text{ زوج است.}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۴ و ۵)

(مشابه کار در کلاس صفحه ۵ کتاب درسی)

۱۱۳- گزینه «۳»

(سید عارف مرثضوی)

a عددی طبیعی و در نتیجه مخالف صفر است. بنابراین داریم:

$$abc \mid ab+ac \Rightarrow abc \mid a(b+c) \xrightarrow{+a} bc \mid b+c$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b \mid b+c \Rightarrow b \mid c \Rightarrow b \mid 3c \\ c \mid b+c \Rightarrow c \mid b \Rightarrow c \mid 2b \end{cases}$$

گزینه «۳» در حالت کلی صحیح نیست. (مثال نقض: $a=3, b=1, c=1$)

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۱۴- گزینه «۲»

(مقدار منصوری)

$$x = 27q_1 + 12 \Rightarrow 2x = 2(27q_1) + 24 \quad (q_1 \in \mathbb{Z})$$

$$y = 27q_2 + 13 \Rightarrow 3y = 3(27q_2) + 39 \quad (q_2 \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow 2x - 3y = 27(2q_1 - 3q_2) - 15 = 27q - 15$$

$$= 27q - 27 + 12 = 27(q-1) + 12 \Rightarrow r = 12$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۵)

۱۱۵- گزینه «۳»

(پوار هاتمی)

$$(n^2 + n, 3n-1) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid n^2 + n \xrightarrow{\times 3} d \mid 3n^2 + 3n \\ d \mid 3n-1 \xrightarrow{\times n} d \mid 3n^2 - n \end{cases} \Rightarrow d \mid 4n$$

$$\begin{cases} d \mid 4n \xrightarrow{\times 3} d \mid 12n \\ d \mid 3n-1 \xrightarrow{\times 4} d \mid 12n-4 \end{cases} \Rightarrow d \mid 4 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 4$$

بنابراین d سه مقدار متفاوت می‌تواند داشته باشد.

مقادیر ۱، ۲ و ۳ برای n به ترتیب مقادیر ۱، ۲ و ۴ را برای d در پی خواهند داشت.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۱۱۶ - گزینه «۲»

(کتاب آبی کسسته)

$$m \mid 77 \Rightarrow m \mid 145 - 68 \Rightarrow m \mid 77$$

$$\frac{m \neq 1}{m \in \mathbb{N}} \rightarrow m = 77 \text{ یا } 11$$

$$160 = 2 \times 77 + 6 \Rightarrow 160 \equiv 6$$

$$77 \mid 160 \Rightarrow 6$$

$$11 \mid 77 \Rightarrow 160 \equiv 6$$

تذکر: فرض کنید $a \equiv r$ و $m \mid b$ ، آنگاه داریم:

$$a \equiv r \Rightarrow a = bq + r$$

$$\Rightarrow a = \underbrace{(mq)}_b + r = mq_1 + r \Rightarrow a \equiv r$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱ و ۲۹)

۱۱۷ - گزینه «۳»

(رضا پورفسینی)

$$25 = 32 \equiv 1 \xrightarrow{14 \text{ توان}} 270 \equiv 1 \xrightarrow{\times 2} 271 \equiv 2$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(مشابه تمرین ۹ صفحه ۲۹ کتاب درسی)

۱۱۸ - گزینه «۴»

(هومن نورائی)

ابتدا فاصله ۱۵ خرداد تا ۲۲ بهمن را پیدا می‌کنیم.

با توجه به آنکه ۶ ماه اول سال ۳۱ روزه و ۵ ماه بعدی ۳۰ روزه است، داریم:

$$16 + (3 \times 31) + (4 \times 30) + 22 = 251$$

با توجه به آنکه ۲۲ بهمن شنبه است، شنبه را به عنوان مبدأ در نظر گرفته و با توجه به جدول زیر مشخص می‌کنیم که ۲۵۱ روز قبل چه روزی است. پس کافیت باقی‌مانده ۲۵۱ - را بر ۷ به دست آوریم، در نتیجه داریم:

$$-251 \equiv -251 + 36 \times 7 \equiv 1$$

شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
صفر	۱	۲	۳	۴	۵	۶

در نتیجه ۱۵ خرداد همان سال یکشنبه خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۴)

(مشابه تمرین ۱۶ صفحه ۳۰ کتاب درسی)

۱۱۹ - گزینه «۱»

(علیرضا کلانتری)

به ازای $n \geq 4$ ، $n! \equiv 0$ ، پس داریم:

$$x(1! + 2! + 3! + \dots + n!) \equiv 3 \Rightarrow 9x \equiv 3 \xrightarrow{(3, 12)=3} 3x \equiv 1$$

$$\Rightarrow 3x \equiv 1 \xrightarrow{(3, 4)=1} x \equiv 3 \Rightarrow x = 4k + 3 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$10 \leq 4k + 3 \leq 99 \Rightarrow 7 \leq 4k \leq 96 \Rightarrow 2 \leq k \leq 24$$

$$\Rightarrow k = 23 \text{ تعداد مقادیر}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲، ۲۴ و ۲۵)

۱۲۰ - گزینه «۳»

(محمدرضا پورکندلوس)

$$2x + 5y = 51 \Rightarrow 5y \equiv 51 \Rightarrow y \equiv 1 \Rightarrow y = 2k + 1$$

$$2x + 5(2k + 1) = 51 \Rightarrow 2x = -10k + 46 \Rightarrow x = -5k + 23$$

چون تعداد کیسه‌ها عددی صحیح و نامنفی است، داریم:

$$\left. \begin{aligned} x \geq 0 &\Rightarrow -5k + 23 \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{23}{5} \\ y \geq 0 &\Rightarrow 2k + 1 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} 0 \leq k \leq 4$$

پس k می‌تواند مقادیر صفر، ۱، ۲، ۳ و ۴ را بپذیرد، یعنی بسته‌بندی شکر به ۵ طریق امکان‌پذیر است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

فیزیک ۳

۱۲۱- گزینه «۳»

(سیدعلی میرنوری)

گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» عبارت‌های نادرستی هستند. عبارت «۳» عبارت صحیحی است زیرا در مسیر خمیده، کوتاه‌ترین فاصله بین نقطه شروع و پایان (جابه‌جایی) همواره از طول مسیر طی شده کمتر است و فقط در حرکت بر خط راست و حرکت در یک جهت هر دو برابر می‌شوند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۲۱)

۱۲۲- گزینه «۴»

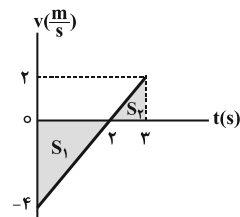
(عبدالرضا امینی نسب)

با مقایسه معادله حرکت با رابطه $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ ، می‌توانیم شتاب و سرعت اولیه متحرک را بیابیم. داریم:

$$x = t^2 - 4t + 4 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -4 \frac{m}{s} \end{cases}$$

آنگاه معادله سرعت - زمان را می‌نویسیم و نمودار آن را رسم می‌کنیم. داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 4$$



برای محاسبه تندی متوسط، داریم:

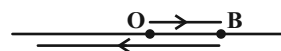
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{|S_1| + |S_2|}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \times 2 \times 4 + \frac{1}{2} \times 1 \times 2}{3} = \frac{5}{3} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ و ۱۵ تا ۲۱)

۱۲۳- گزینه «۲»

(سیدعلی میرنوری)

با توجه به مثبت بودن سرعت متحرک هنگام عبور از مبدأ، مسیر حرکت به صورت زیر است:



در ابتدا با استفاده از رابطه سرعت - جابه‌جایی، شتاب حرکت را می‌یابیم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 24^2 - 12^2 = 2(a)(-54) \Rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2}$$

حال معادله حرکت را می‌نویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = -2t^2 + 12t$$

به دلیل توقف در نقطه B داریم:

$$v = -4t + 12 = 0 \Rightarrow t = 3s$$

$$x_B = -2(3)^2 + 12 \times 3 \Rightarrow x_B = 18m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۲۴- گزینه «۴»

(مهدامین سلمانی)

با توجه به اینکه در لحظه $t = 4s$ شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر با صفر است، در این لحظه سرعت متحرک صفر می‌باشد. بنابراین، با استفاده از معادله سرعت - زمان می‌توان نوشت:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=4s, v=0} 0 = a \times 4 + v_0 \Rightarrow v_0 = -4a$$

از طرف دیگر، با استفاده از معادله مکان - زمان داریم:

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{t=10s \Rightarrow x=0} 0 = \frac{1}{2}a \times 10^2 - 4a \times 10 + 18 \Rightarrow -10a = 18 \Rightarrow a = -1.8 \frac{m}{s^2} \\ v_0 &= -4a = -4 \times (-1.8) \Rightarrow v_0 = 7.2 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

اکنون مکان متحرک در لحظه $t = 4s$ را پیدا می‌کنیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_{4s} = \frac{1}{2} \times (-1.8) \times 16 + 7.2 \times 4 + 18 = 14.4m$$

حال مسافت طی‌شده در مدت ۱۰s را می‌یابیم:

$$\ell = |x_{4s} - x_0| + |x_{10s} - x_{4s}| = |14.4 - 18| + |0 - 14.4| = 20.8m$$

در آخر تندی متوسط را حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{20.8m}{10s} = 2.08 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۲۵- گزینه «۳»

(عسام نازری)

از آنجا که گلوله در خلأ رها می‌شود، تنها نیروی وارد بر آن، وزن است؛ بنابراین شتاب حرکت در تمام مدت ثابت و برابر با g است. منظور از ثانیه سوم حرکت از $t = ۲s$ تا $t = ۳s$ می‌باشد. جهت مثبت را به سمت بالا در نظر می‌گیریم. بنابراین:

$$v = -gt \Rightarrow v_۲ = -۱۰ \times ۲ = -۲۰ \frac{m}{s}$$

$$v_۳ = -۱۰ \times ۳ = -۳۰ \frac{m}{s}$$

می‌دانیم در حرکت با شتاب ثابت،

$$v_{av} = \frac{v_۲ + v_۳}{۲} \Rightarrow v_{av} = \frac{-۲۰ + (-۳۰)}{۲} = -۲۵ \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow |v_{av}| = ۲۵ \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(برگرفته از آزمون نهایی دی ماه ۱۴۰۲)

۱۲۶- گزینه «۴»

(عطااله شادآباد)

چون در مسیر حرکت چتر باز دو بار اندازه شتاب چتر باز با هم برابر بوده است، این لحظه‌ها یک‌بار قبل از باز شدن چتر و بار دیگر بعد از باز شدن چتر خواهد بود. بنابراین، با توجه به این که قبل از باز شدن چتر $mg > f_D$ و بعد از باز شدن چتر $mg < f_D$ است، با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow \begin{cases} W - f_D = ma \\ f_D' - W = ma \end{cases}$$

$$\Rightarrow W - f_D = f_D' - W \xrightarrow{f_D = ۱۵۰N, f_D' = ۱۴۰۰N}$$

$$W - ۱۵۰ = ۱۴۰۰ - W \Rightarrow ۲W = ۱۵۵۰$$

$$\Rightarrow W = ۷۷۵N$$



در حالتی که چتر باز با تندی حدی پایین می‌رود، نیروی خالص وارد بر چتر باز صفر است. در این حالت داریم:

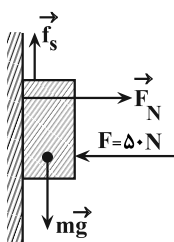
$$F_{net} = 0 \Rightarrow W - f_D'' = 0 \Rightarrow f_D'' = W = ۷۷۵N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۱۲۷- گزینه «۱»

(مصطفی کیانی)

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم نموده و سپس بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح دیوار قائم را می‌یابیم و نیروی وزن جسم را با آن مقایسه می‌کنیم. اگر $mg > f_{s,max}$ باشد، جسم حرکت می‌کند و باید نیروی اصطکاک جنبشی را حساب کنیم؛ در غیر این صورت جسم ساکن می‌ماند و $f_s = mg$ خواهد بود. دقت کنید، چون جسم در راستای افقی ساکن است، $F_N = F = ۵۰N$ می‌باشد.



$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow{\mu_s = ۰/۶, F_N = ۵۰N} f_{s,max} = ۰/۶ \times ۵۰ = ۳۰N$$

چون $mg = ۲۵N < f_{s,max} = ۳۰N$ است، جسم ساکن می‌ماند؛ بنابراین

$$f_s = mg = ۲/۵ \times ۱۰ = ۲۵N$$

دو نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} \xrightarrow{f_s = ۲۵N, F_N = ۵۰N} R = \sqrt{۶۲۵ + ۲۵۰۰}$$

$$= \sqrt{۳۱۲۵} = \sqrt{۵ \times ۶۲۵} \Rightarrow R = ۲۵\sqrt{۵}N \quad (I)$$

اگر نیروی $\vec{F}$ ، ۲۰ نیوتون کاهش یابد، در حالت جدید نیز بررسی می‌کنیم آیا جسم حرکت می‌کند یا خیر.

$$f'_{s,max} = \mu_s F'_N = ۰/۶ \times ۳۰ = ۱۸N \xrightarrow{mg > f'_{s,max}} \text{جسم حرکت می‌کند}$$

بنابراین در این حالت نیروی اصطکاک از نوع جنبشی است:

$$f_k = \mu_k F'_N = ۰/۵ \times ۳۰ = ۱۵N$$

$$R' = \sqrt{f_k^2 + F_N'^2}$$

$$\xrightarrow{f_k = ۱۵N, F'_N = ۳۰N} R' = \sqrt{۱۵^2 + ۳۰^2} = ۱۵\sqrt{۵} \quad (II)$$

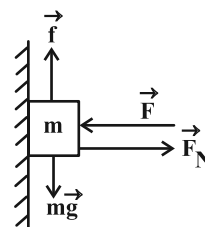
$$\xrightarrow{(I), (II)} \frac{R'}{R} = \frac{۱۵\sqrt{۵}}{۲۵\sqrt{۵}} = \frac{۳}{۵}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۳۸)

۱۲۸- گزینه «۴»

(مسئله الهی)

با رسم نیروهای وارد بر جعبه مطابق شکل داریم:



- چون جسم در حال سکون است، در راستای افقی داریم $F_N = F$ ، پس با افزایش ضریب اصطکاک ایستایی، نیروی عمودی سطح تغییر نمی‌کند. بنابراین (الف) درست است.

- در راستای عمودی چون جسم ساکن است، نیروی اصطکاک باید وزن جسم را خنثی کند، پس $f_s = mg$ و با تغییر ضریب اصطکاک، تا وقتی جسم ساکن است، مقدار اصطکاک تغییر نمی‌کند. بنابراین (ب) درست است.

- بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی برابر با $f_{s,max} = \mu_s F_N$ است و با افزایش μ_s بزرگ‌تر می‌شود. بنابراین (پ) درست است.

- نیروی واکنش دیوار همان $\vec{F}_N$ و $\vec{f}_s$ است و اندازه آن برابر است با:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{F^2 + (mg)^2}$$
 چون F_N و f با تغییر μ_s تغییر نمی‌کنند، مقدار R نیز تغییر نمی‌کند. بنابراین (ت) نادرست است.

پس سه گزاره (الف)، (ب)، و (پ) درست و گزاره (ت) نادرست است؛ بنابراین پاسخ گزینه «۴» است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۳)

(مشابه سوال ۱۵ پرسش‌های پایان فصل کتاب درسی)

۱۲۹- گزینه «۱»

(مسئله مفرومی)

با استفاده از رابطه اندازه نیروی کشسانی فنر ($F_e = k\Delta x$) برای دو نقطه مشخص بر روی نمودار داریم:

$$\begin{cases} F_1 = k(x_1 - x_0) \Rightarrow 12 = k\left(\frac{6}{100} - x_0\right) & (1) \\ F_2 = k(x_2 - x_0) \Rightarrow 48 = k\left(\frac{12}{100} - x_0\right) & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} 48 - 12 &= \frac{12}{100}k - \frac{6}{100}k \Rightarrow 36 = \frac{6}{100}k \\ \Rightarrow k &= 600 \frac{\text{N}}{\text{m}} \end{aligned}$$

حال در یکی از روابط (۱) یا (۲)، k را جایگذاری کرده و طول اولیه فنر را به دست می‌آوریم:

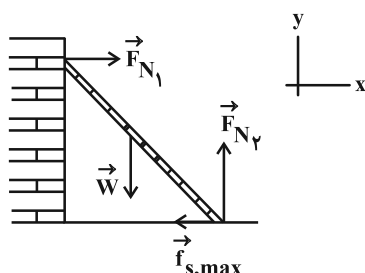
$$\begin{aligned} \xrightarrow{(1)} 12 &= 600\left(\frac{6}{100} - x_0\right) \Rightarrow 12 = 36 - 600x_0 \\ \Rightarrow 600x_0 &= 24 \Rightarrow x_0 = \frac{24}{600} \text{ m} = 4 \times 10^{-2} \text{ m} = 4 \text{ cm} \end{aligned}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۱۳۰- گزینه «۱»

(مسئله الهی)

نیروهایی که به نردبان وارد می‌شود، مطابق شکل زیر است:



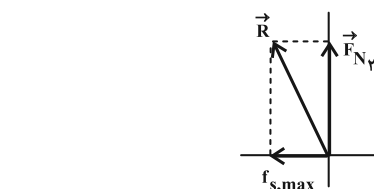
در آستانه حرکت، نردبان همچنان در حال تعادل است. بنابراین نیروی خالص در راستای قائم و افقی صفر است.

$$F_{N_2} - W = 0 \Rightarrow F_{N_2} = W = mg = 20 \times 10 = 200 \text{ N}$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_{N_2} = 0.5 \times 200 = 100 \text{ N}$$

از طرف سطح زمین بر نردبان دو نیروی عمودی F_{N_2} و افقی $f_{s,max}$ وارد می‌شود. بنابراین برآیند این دو نیرو که آن را با $\vec{R}$ نشان می‌دهیم، نیرویی

است که سطح زمین بر نردبان وارد می‌کند:



که بزرگی آن برابر است با:

$$R = \sqrt{F_{N_2}^2 + f_{s,max}^2} = \sqrt{200^2 + 100^2} = 100\sqrt{5} \text{ N}$$

و همچنین نیرویی که دیوار به نردبان وارد می‌کند $F_{N_1} = f_{s,max} = 100 \text{ N}$ می‌باشد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۳، ۴۵ و ۴۶)

(مشابه مثال ۲-۱۰ کتاب درسی)

شیمی ۳

۱۳۱- گزینه «۲»

(عرفان شاکری راد)

بررسی نادرستی سایر موارد:

(۱) برخی محلول‌ها همانند محلول کات کبود می‌توانند رنگی باشند.

(۳) در کلوتیدها و سوسپانسیون‌ها برخلاف محلول‌ها مسیر حرکت نور مشخص است.

(۴) در مخلوط‌های همگن (محلول‌ها) برخلاف کلوتیدها و سوسپانسیون‌ها حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در همه قسمت‌ها یکسان است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ مشابه فور را ببازماید)

صفحه‌های ۶ و ۷

۱۳۲- گزینه «۲»

(افسان روستایی)

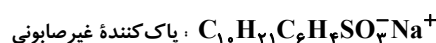
بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ پاک‌کننده غیرصابونی از مواد پتروشیمیایی طی واکنش‌های پیچیده در صنعت تولید می‌شود و در تهیه آن از چربی استفاده نمی‌شود.

(ب) درست؛ پاک‌کننده غیرصابونی دارای ۳ اتم اکسیژن و صابون دارای ۲ اتم اکسیژن می‌باشد. در نتیجه تعداد جفت الکترون ناپیوندی در پاک‌کننده غیرصابونی بیشتر است.

(پ) نادرست؛ پاک‌کننده غیرصابونی برخلاف پاک‌کننده صابونی با یون Mg^{2+} موجود در آب سخت تشکیل رسوب نمی‌دهد.

(ت) درست؛ فرمول شیمیایی پاک‌کننده غیرصابونی و صابون با ۱۶ اتم کربن و R سیر شده به صورت زیر است:



تفاوت جرم مولی برابر خواهد بود با:

$$[(16 \times 12) + (25 \times 1) + 32 + (3 \times 16) + 23]$$

$$- [(16 \times 12) + (31 \times 1) + (2 \times 16) + 23] = 42 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۹ و ۱۱)

(برگرفته از متن کتاب)

۱۳۳- گزینه «۲»

(علیرضا عبدالهی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) میزان رسانایی محلول اسیدهای مختلف به دما و غلظت و نوع اسید بستگی داشته و لزوماً با هم برابر نیست.

(۳) به موادی که انحلال آن‌ها در آب باعث افزایش غلظت یون هیدرونیوم می‌شود اسید آرنیوس گفته می‌شود. اکسیدهای نافلزی (به جز CO و NO و N_2O) اسید آرنیوس هستند ولی در مولکول آن‌ها هیدروژن وجود ندارد و برعکس موادی مانند CH_4 با اینکه در ساختار خود هیدروژن دارند اما در آب یون هیدرونیوم آزاد نمی‌کنند و اسید آرنیوس نمی‌باشند.

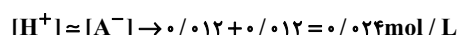
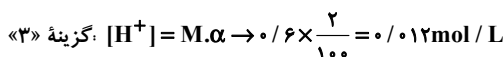
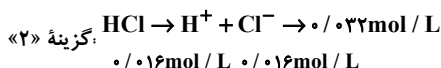
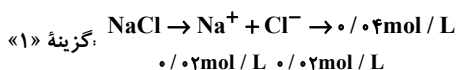
(۴) با استفاده از مدل آرنیوس می‌توان اسید و باز را در محلول‌های آبی تشخیص داد اما نمی‌توان در مورد میزان اسیدی و بازی بودن آن‌ها اظهار نظر کرد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۲، ۱۳ تا ۱۶)

۱۳۴- گزینه «۲»

(کتاب اول)

غلظت یون‌های موجود در هر گزینه را محاسبه می‌کنیم:

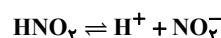


گزینه «۴»: از آنجا که اتانول غیرالکترولیت است و در آب به صورت مولکولی حل می‌شود، در نتیجه رسانایی الکتریکی آن حدود صفر است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

۱۳۵- گزینه «۲»

(امیر فاطمیان)



$$K_a = \frac{[H^+][NO_2^-]}{[HNO_2]} = \frac{4/25 \times 10^{-3} \times 4/25 \times 10^{-3}}{0.4 - 4/25 \times 10^{-3}}$$

قابل صرف نظر کردن

$$\approx 4/5 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} [H^+] = a \times 10^{-b} \\ pH = b - \log a \end{cases}$$

روش سریع محاسبه

$$[H^+] = 4/25 \times 10^{-3} \Rightarrow \begin{cases} pH = 3 - \log \frac{4}{25} = 3 - (\log 4 - \log 25) \\ pH = 3 - (0.7 - 0.7) = 2.27 \end{cases}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۸)

۱۳۶- گزینه «۲»

(مبینی محبوب)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ به طور مثال $Mg(OH)_2(s)$ رسوب است و در آب نامحلول می‌باشد ولی به عنوان ضد اسید به کار می‌رود.

(۲) درست؛ گل ادریسی در خاک‌هایی با خاصیت اسیدی به رنگ آبی در می‌آید.

(۳) نادرست؛ موادی مانند HCl با وجود این که مولکولی هستند در آب یونش می‌یابند و با تغییر غلظت یون‌ها رسانایی الکتریکی محلول را تغییر می‌دهند.

(۴) نادرست؛ به ترکیبات یونی در حالت جامد الکترولیت و در صورتی که در آب محلول باشند، به محلول آبی آن‌ها محلول الکترولیت گفته می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۷، ۳۲ و ۳۴)

(برگرفته از متن کتاب)

۱۳۷- گزینه «۲»

(امیرحسین طیبی)

بررسی همه موارد:

الف) نادرست؛ با توجه به شکل درمی یابیم که در ابتدا ۱۰ ذره NH_3 وجود داشته که ۲ ذره آن یونیده شده است.

$$\alpha = \frac{2}{10} \times 100 = 20\%$$

ب) درست

$$[\text{OH}^-] = \frac{2 \times 10^{-4} \text{ mol}}{0.8 \text{ L}} = 2.5 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = \frac{10^{-14}}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-14}}{2.5 \times 10^{-4}} = 4 \times 10^{-11} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log(4 \times 10^{-11}) = 11 - 0.6 = 10.4$$

پ) نادرست؛ لوله بازکن محلول باز قوی NaOH در آب است.

ت) درست

$$K_b = \frac{[\text{OH}^-]^2}{[\text{NH}_3]} = \frac{(2.5 \times 10^{-4})^2}{4 \times 10^{-3}} = 1.56 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تدرستی: صفحه های ۲۴ تا ۳۰)

۱۳۸- گزینه «۱»

(امیرحسین مرتضوی)

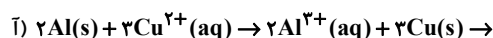
در این واکنش گونه Fe^{2+} با گرفتن الکترون، به Fe^{3+} تبدیل شده و کاهش یافته است و گونه Sn^{2+} با از دست دادن الکترون، به Sn^{4+} تبدیل شده و اکسایش یافته است. بنابراین آن را کاهنده می نامیم.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های ۳۰ تا ۳۲)

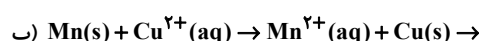
۱۳۹- گزینه «۲»

(فرزاد رضایی)

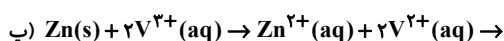
ابتدا واکنش ها را موازنه می کنیم:



(۶ مول الکترون مبادله شده)



(۲ مول الکترون مبادله شده)



(۲ مول الکترون مبادله شده)

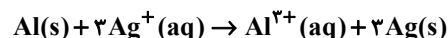
$$\frac{\text{بیشترین مول الکترون های مبادله شده}}{\text{کمترین مول الکترون های مبادله شده}} = \frac{6}{2} = 3$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های ۳۰ تا ۳۲)

۱۴۰- گزینه «۲»

(امیر ماتیان)

معادله موازنه شده واکنش:



مول یون نقره در محلول اولیه در ابتدای واکنش:



$$? \text{ mol Ag}^+ = 0.2 \text{ L} \times \frac{0.2 \text{ mol Ag}^+}{1 \text{ L}} = 0.04 \text{ mol Ag}^+$$

چون غلظت نصف شده پس می توانیم مقدار مول یون نقره در محلول پس از گذشت مدت زمانی از واکنش را حساب کنیم:

$$? \text{ mol Ag}^+ = 0.2 \text{ L} \times \frac{0.1 \text{ mol Ag}^+}{1 \text{ L}} = 0.02 \text{ mol Ag}^+$$

$$\text{Ag}^+ \text{ مصرفی} = 0.04 - 0.02 = 0.02 \text{ mol Ag}^+$$

$$\text{Al} ? = 0.02 \text{ mol Ag}^+ \times \frac{1 \text{ mol Al}}{3 \text{ mol Ag}^+}$$

$$\times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} = 0.18 \text{ g Al}$$

$$\text{مقدار Ag تولید شده} = 0.02 \text{ mol Ag}^+ \times \frac{3 \text{ mol Ag}}{3 \text{ mol Ag}^+}$$

$$\times \frac{108 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} = 2.16 \text{ g Ag}$$

$$(\text{جرم مصرف شده Al}) - (\text{جرم Ag تولید شده}) = \frac{50}{100}$$

$$= \frac{50}{100} \times 2.16 - 0.18 = 0.9 \text{ g}$$

تغییرات جرم

$$\text{درصد تغییرات جرم تیغه} = \frac{0.9}{2.5} \times 100 = 36\%$$

جرم اولیه تیغه

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های ۳۱ تا ۳۴)