



کد کنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۴/۲۸



پاسخنامه آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی - مرحله صفر

درس	گزینشگر	ویراستاران
ریاضیات	سیدجواد نظری	مهرداد اسپیدکار
فیزیک	سجاد صادقی‌زاده	علیرضا ملک‌حسینی
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد	محمد داوودآبادی‌فراهانی - علی‌اصغر رضایی
مدیر آزمون: رسول خنجری		

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



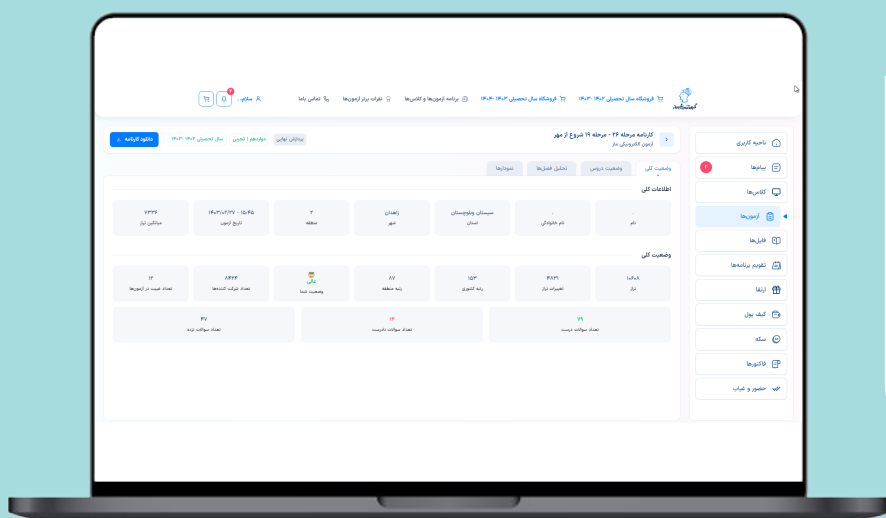
AzmonVIP



سلام دوست من!

در این متن کوتاه، می‌خواهیم به طور خلاصه ویژگی‌های کارنامه آزمون ماز رو بهت معرفی کنیم تا بتونی به خوبی، از اطلاعات موجود در این کارنامه استفاده کنی!

صفحه اول کارنامه آزمون‌های ماز، شامل دو قسمت **(اطلاعات کلی)** و **(وضعیت کلی)** می‌شود. در بخش (اطلاعات کلی) کارنامه، نام، نام خانوادگی، استان و شهر محل ثبت‌نام، منطقه مربوط به شهر داوطلب، زمان شرکت در آزمون و **میانگین تراز داوطلب** از اولین آزمون نشان داده می‌شود. توجه کنید که میانگین تراز شما در آزمون‌های ماز، وضعیت کلی شما در این آزمون‌ها از ابتدای سال تا به حال را نشان می‌دهد. در بخش (وضعیت کلی)، شرایط کلی شما در **آزمون جاری** نشان داده می‌شود.

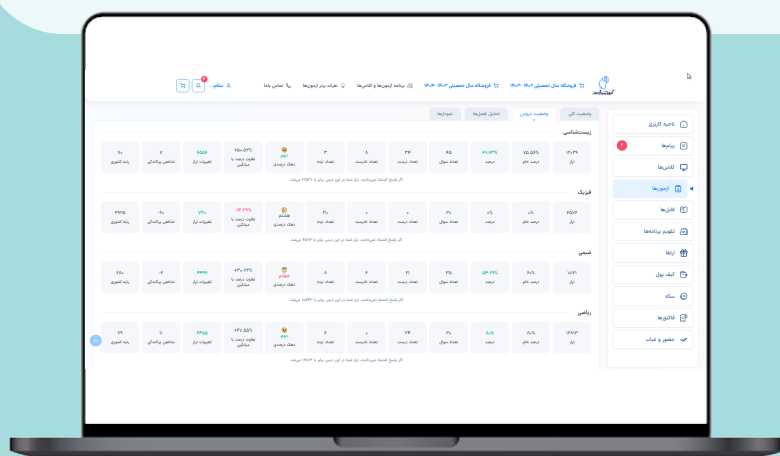


در ابتدای این قسمت، تراز کلی آزمون شما مشخص شده است. تراز، معیاری است که به شما نشان می‌دهد که در آن آزمون، **چگونه عملکردی** داشته‌اید. هرچه تراز شما بالاتر باشد، یعنی عملکرد شما در آن آزمون مناسب‌تر بوده است.

تراز نفرات برتر آزمون‌ها، در اغلب مراحل بیشتر از ۱۲۰۰۰ شده و طبعاً هرچقدر که تراز شما به این عدد نزدیک‌تر باشد، یعنی عملکرد شما در آن آزمون بهتر بوده است. به طور کلی، افراد با ترازهای بالاتر از ۱۰۰۰۰ در آزمون‌های ماز، وضعیت مناسبی داشته و همه داوطلبان باید سعی کنند در هدف‌گذاری خود، از این حد تراز عبور کنند. توجه کنید که تراز آزمون، وضعیت شما را نسبت به بقیه داوطلبان سنجیده و درجه سختی آزمون مورد نظر، تأثیری در حداکثر تراز داوطلبان ندارد. علاوه بر اطلاعات گفته شده، در صفحه اول کارنامه وضعیت کلی شما نیز مشخص شده است. این بخش، به شما نشان می‌دهد که عملکرد شما در آزمون تا چه اندازه مطلوب بوده است. اطلاعات نشان داده شده در این بخش، توسط هوش مصنوعی و **با تحلیل عملکرد شما در این آزمون و مقایسه آن با سایر آزمون‌ها** مشخص می‌شوند.

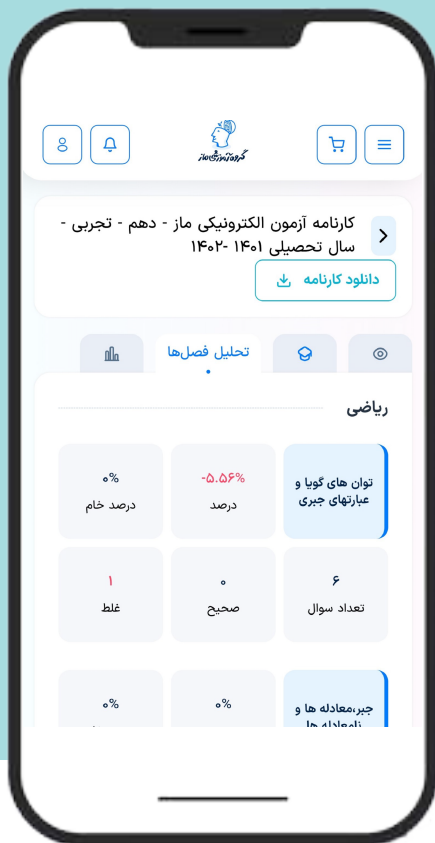


در دومین صفحه از کارنامه آزمون‌های ماز، تراز شما در هر درس مشخص شده است. تراز، معیاری است که به شما نشان می‌دهد که در آن درس، چگونه عملکردی داشته‌اید. هرچه تراز شما در یک درس بالاتر باشد، یعنی عملکرد شما در آن درس مناسب‌تر بوده است. در ادامه، درصد خام هر درس به شما نشان داده می‌شود. درصد خام، معادل با درصد شما در آن درس، بدون در نظر گرفتن نمره منفی است. پس از آن، درصد حقیقی داوطلب با در نظر گرفتن نمره منفی مشخص شده و در قسمت‌های بعدی نیز تعداد کل سوالات آن درس، تعداد پاسخ‌های درست، تعداد پاسخ‌های نادرست و تعداد سوالات نزده در آن درس مشخص می‌شود. در ادامه، دهک درصدی داوطلب مشخص شده است. دهک درصدی، به شما نشان می‌دهد که در حداصل میان حداقل و حداکثر درصد پاسخ‌گویی در آن درس، در چه موقعیتی قرار گرفته‌اید. باید سعی کنید در هر درس، در **دهک‌های درصدی پایین‌تر**، **مثل دهک اول تا چهارم** قرار بگیرید. هر درسی که در آن در دهک‌های بالاتر از پنجم قرار گرفته‌اید، نیاز به مطالعه جدی‌تر، حل تست بیشتر و برنامه‌ریزی دقیق‌تری دارد.



در ادامه صفحه دوم کارنامه، شاخص پراکندگی و رتبه کشوری مربوط به هر درس آورده شده است. شاخص پراکندگی، به شما نشان می‌دهد که تراز شما در دروس مختلف تا چه اندازه از هم دور بوده و پراکندگی دارد. برای مثال، اگر شاخص پراکندگی شما در یک درس با عدد ۵+ نشان داده شود، یعنی وضعیت پاسخ‌گویی شما به سوالات آن درس در مقایسه با سایر دروس خیلی بهتر بوده است. در نقطه مقابل، اگر **شاخص پراکندگی** شما در یک درس با عدد ۶- نشان داده شود، یعنی وضعیت پاسخ‌گویی شما به سوالات آن درس در مقایسه با سایر دروس خیلی ضعیف‌تر بوده است. برای بهبود عملکرد خود، باید سعی کنید درس‌هایی که شاخص پراکندگی منفی دارند را به مقدار بیشتری مطالعه کنید تا به مرور، در آن درس‌ها شرایط بهتری را پیدا کنید. باید سعی کنید در هیچ درسی، شاخص پراکندگی کمتر از ۵- نداشته باشید.





در صفحه سوم کارنامه آزمون‌های ماز، هریک دروس **به صورت جزئی** و بر اساس **سرفصل‌های سازنده آن** تحلیل شده و وضعیت شما در هر فصل از آن درس به صورت تفکیک شده مشخص می‌شود. این صفحه از کارنامه، حاوی اطلاعات بسیار مهمی بوده و به مقدار زیادی در راستای تحلیل آزمون و بهبود تراز به شما کمک می‌کند. در این بخش، هر درس به سرفصل‌های مختلف سازنده آن تفکیک شده و وضعیت شما در هر بخش مشخص می‌شود. هر فصل یا مبحثی از یک درس که در آن **درصد پاسخگویی کمتری** داشته باشید، باید در برنامه‌ریزی هفته‌های آینده شما قرار بگیرد تا با مطالعه مجدد آن، وضعیت خود در آن فصل را بهبود ببخشید.

در صفحه چهارم کارنامه آزمون‌های ماز، **اطلاعات نموداری** مختلف به شما ارائه شده است. اولین نمودار، **پراکندگی درصدهای مختلف** شما نسبت به همدیگر و در مقایسه با میانگین درصد پاسخ‌گویی شما نشان داده می‌شود. خط چین خاکستری، معادل با میانگین درصد پاسخ‌گویی شما بوده و نمودار هر درس، در مقایسه با این خط مقایسه شده است. به طور کلی، باید سعی کنید درصدهای شما در دروس مختلف پراکندگی کمتری داشته باشد. در نمودارهای بعدی، **روند تغییر تراز کل و تراز تک تک دروس** شما مشخص شده است. باید سعی کنید که در طول سال، تراز کلی شما و تراز تک‌تک دروس شما **رشد افزایشی** داشته باشد و ظاهر نمودار، همواره **به صورت صعودی** باشد. در ادامه صفحه چهارم کارنامه ماز، نسبتی از داوطلبان که درصد پاسخ‌گویی آن‌ها در هر درس در بازه‌های مختلف قرار گرفته است، نشان داده شده است.

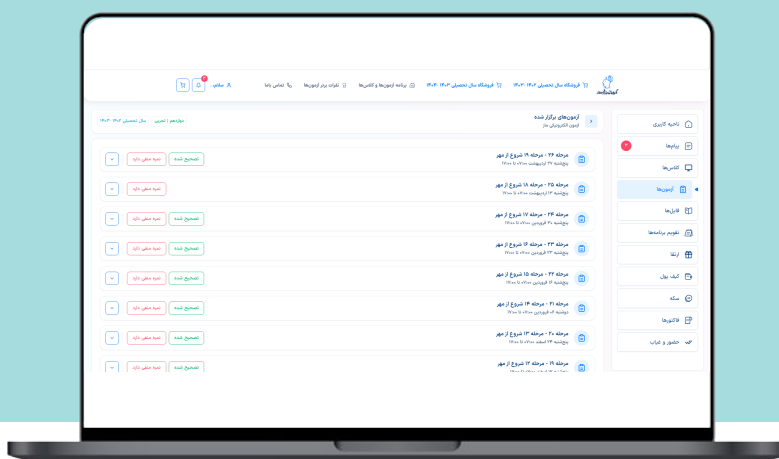


هرچقدر که یک درس درجه سختی بالاتری داشته باشد، داوطلبان در آن درس، درصد پاسخ‌گویی پایین‌تری خواهند داشت و هرچقدر که یک درس درجه سختی پایین‌تری داشته و آسان‌تر باشد، بخش بیشتری از داوطلبان در آن درس، درصد پاسخ‌گویی بالاتری خواهند داشت. با مشاهده این نمودارها، می‌توانید وضعیت کلی خود در مقایسه با سایر شرکت‌کنندگان آزمون را بسنجید.

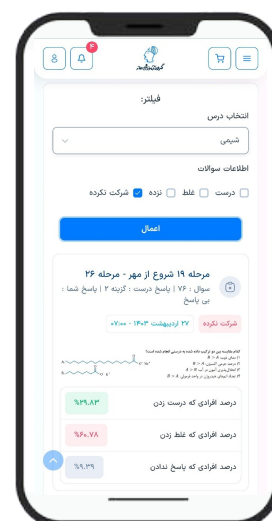
مرور شخصی سازی شده سوالات آزمون ها

با توجه به نزدیکی به کنکور و اهمیت خیلی بالای جمع بندی مطالب، قسمتی تحت عنوان (مرور شخصی سازی شده) به پنل آزمون های شما در سایت ماز افزوده شده است. در این متن کوتاه، به طور خلاصه در رابطه با این ویژگی سایت ماز با شما صحبت خواهیم کرد.

یکی از مهم ترین نیازهای دانش آموزان در طول ایام جمع بندی، حل تست های مهم و چالشی است که در طول سال تحصیلی، آن ها را در آزمون های آزمایشی جواب نداده و یا به آن ها پاسخ نادرست داده اند. با مراجعه به پنل آزمون های ماز، در بخش مربوط به هر آزمون و کلیک بر روی گزینه (مشاهده جزئیات آزمون)، می توانید وارد قسمت (مرور شخصی سازی شده) شوید.



در قسمت بالای صفحه باز شده، درس مورد نظر را انتخاب کرده و پس از آن، نوع سوالات مد نظر خود که شامل سوالات درست، نادرست، نزده و یا شرکت نکرده (سوالاتی که در آزمون مربوط به آن ها شرکت نکرده اید) می شود را انتخاب کنید. با کلیک بر روی گزینه (اعمال)، لیست سوالات مورد نظر به همراه پاسخ کلیدی آن ها به شما نشان داده خواهد شد. در این بخش، میزان درصد پاسخگویی سایر داوطلبان در سوال مورد نظر نیز به شما نشان داده می شود تا بتوانید درجه سختی آن سوال را دقیق تر تعیین کنید. دقت کنید که به سوالات سخت، کمتر از ۲۵٪ از داوطلبان پاسخ درست می دهند، درحالی که درصد پاسخگویی درست برای سوالات متوسط در حدود ۲۵ تا ۵۵٪ بوده و درصد پاسخگویی درست برای سوالات آسان، بالای ۵۵٪ است.



سعی کنید در طول ایام پایانی کنکور، سوالات چالشی آزمون های آزمایشی در طول سال تحصیلی و بخصوص سوالات مطرح شده در آزمون های جامع مختلف را مجدداً بررسی کنید تا مطالب به خوبی در ذهن شما مرور شود. با جمع بندی درست و اصولی، قطعاً همه مطالب به خوبی در ذهن شما مرور شده و در کنکور، نتیجه دلخواه خود را خواهید گرفت.



- ۱- در یک مهمانی ۳۰ نفره، ۱۶ نفر به بارسلونا، ۱۴ نفر به رئال مادرید و ۲۴ نفر فقط به یکی از این دو تیم علاقه مندند. چند نفر به هیچ یک از دو تیم علاقه ندارند؟
- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) \Leftrightarrow A \text{ و } B \text{ جدا از هم هستند}$$

روش اول:

$$n(B) = 16 \quad n(R) = 14 \quad n(B - R) + n(R - B) = 24$$

می دانیم:

خواهیم داشت:

$$n(B - R) + n(R - B) = n(B \cup R) - n(B \cap R) = n(B) + n(R) - n(B \cap R) - n(B \cap R)$$

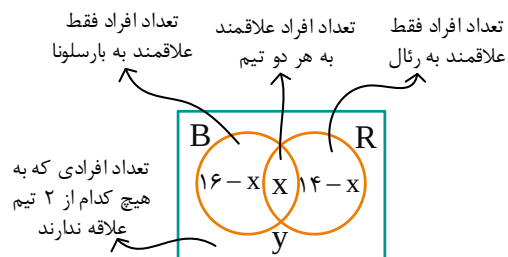
$$24 = 16 + 14 - 2n(B \cap R) \Rightarrow n(B \cap R) = 3 \Rightarrow n(B \cup R) = 16 + 14 - 3 = 27$$

$$n(B' \cap R') = n((B \cup R)') = n(U) - n(B \cup R) = 30 - 27 = 3$$

بنابراین:

روش دوم:

نمودار ون:



$$16 - x + 14 - x = 24 \Rightarrow x = 3$$

$$(16 - x) + (x) + (14 - x) + y = 30 \Rightarrow 13 + 3 + 11 + y = 30 \Rightarrow y = 3$$

گروه آموزشی ماز

- ۲- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{\sqrt{5}+2} + \sqrt{\sqrt{5}-2}}{\sqrt{\sqrt{5}+1}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ کدام است؟

(۴) -۱

(۳) $2\sqrt{2} + 1$

(۲) $2\sqrt{2} - 1$

(۱) ۱

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

گویا کردن مخرج کسرها:

اگر در مخرج کسر دو عبارت رادیکالی با فرجهی دو و یا یک عبارت رادیکالی با فرجهی دو و یک عدد غیررادیکالی داشته باشیم، باید از اتحاد مزدوج برای گویا کردن مخرج کسر استفاده کنیم.

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

اتحاد مزدوج

$$\frac{A}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}$$

$$\frac{A}{\sqrt{a} \pm b} \times \frac{\sqrt{a} \mp b}{\sqrt{a} \mp b}$$

پاسخ سریعی:

$$\text{ابتدا کسر } \frac{\sqrt{\sqrt{5}+2} + \sqrt{\sqrt{5}-2}}{\sqrt{\sqrt{5}+1}} \text{ را ساده می کنیم:}$$

$$A = \frac{\sqrt{\sqrt{5}+2} + \sqrt{\sqrt{5}-2}}{\sqrt{\sqrt{5}+1}} \Rightarrow A^2 = \frac{\sqrt{5}+2 + \sqrt{5}-2 + 2\sqrt{5-4}}{\sqrt{5}+1} = \frac{2+2\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1} = \frac{2(\sqrt{5}+1)}{\sqrt{5}+1} = 2 \Rightarrow A^2 = 2 \Rightarrow A = \sqrt{2}$$

از طرفی $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ برابر است با:

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = \sqrt{2}-1$$

بنابراین حاصل عبارت برابر است با:

$$\sqrt{2} - (\sqrt{2} - 1) = \sqrt{2} - \sqrt{2} + 1 = 1$$

گروه آموزشی ماز

۳- مجموعه جواب نامعادله $20x^2 + 67x + 21 < 0$ ، به صورت $|x + \alpha| < \beta$ می باشد. $\alpha + \beta$ کدام است؟

$-\frac{7}{3}$ (۴)

-3 (۳)

$\frac{7}{3}$ (۲)

3 (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

روش ac برای حل معادله درجه دوم:

اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشند برای حل این معادله کافی است ضریب x^2 یعنی a را در عدد ثابت یعنی c ضرب کنیم. بنابراین معادله به فرم $x^2 + bx + ac = 0$ درمی آید. اگر ریشه های معادله α و β باشد با تقسیم بر ضریب x^2 یعنی a ریشه های معادله $x^2 + bx + ac = 0$ اولیه بدست می آید.

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x^2 + bx + ac = 0 \xrightarrow{\text{ریشه ها}} \begin{cases} \alpha \\ \beta \end{cases} \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{\text{ریشه ها}} \begin{cases} \frac{\alpha}{a} \\ \frac{\beta}{a} \end{cases}$$

به عنوان مثال:

$2x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow$ ریشه ها = ?

$$2x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x + 4)(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 3x - 2 = 0 \xrightarrow{\text{ریشه ها}} \begin{cases} x = \frac{-4}{2} = -2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

نامعادله قدر مطلق معروف:

$$|x| \leq k \xrightarrow{k > 0} -k \leq x \leq k$$

پاسخ تشریحی:

معادله را به روش ac حل می کنیم:

$20x^2 + 67x + 21 = 0$

$$k^2 + 67k + 420 = 0 \Rightarrow (k + 60)(k + 7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k_1 = -60 \Rightarrow x_1 = -\frac{60}{20} = -3 \\ k_2 = -7 \Rightarrow x_2 = -\frac{7}{20} \end{cases}$$

$20x^2 + 67x + 21 < 0 \Rightarrow -3 < x < -\frac{7}{20}$

بنابراین:

$|x + \alpha| < \beta \Rightarrow -\beta < x + \alpha < \beta \Rightarrow -\beta - \alpha < x < \beta - \alpha \Rightarrow -\beta - \alpha = -3 \Rightarrow \alpha + \beta = 3$

خواهیم داشت:

گروه آموزشی ماز

۴- مجموع جملات یک دنباله حسابی از رابطه $S_n = 2n^2 - 6n$ محاسبه می شود. این دنباله چند جمله ۳ رقمی دارد؟

۲۲۷ (۴)

۲۲۶ (۳)

۲۲۵ (۲)

۲۲۴ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

جمله عمومی در دنباله حسابی:

$a_n = a_1 + (n - 1)d$

مجموع جملات دنباله حسابی:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{n}{2}(2a_1 + (n - 1)d) = \frac{d}{2}n^2 + (a_1 - \frac{d}{2})n$$

روش اول:

ابتدا جمله اول و قدرنسبت دنباله حسابی را به دست می آوریم. ببینید:

$$S_n = 2n^2 - 6n \Rightarrow \begin{cases} S_1 = a_1 = 2 - 6 \Rightarrow a_1 = -4 \\ S_2 = a_1 + a_2 = -4 \Rightarrow a_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow d = a_2 - a_1 \Rightarrow d = 4$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = -4 + (n-1) \times 4 \Rightarrow a_n = 4n - 8$$

بنابراین جمله عمومی دنباله به صورت مقابل است: آزمون وی ای پی

برای محاسبه جملات ۳ رقمی دنباله باید نامعادله $100 \leq a_n \leq 999$ را حل کنیم، یعنی:

$$100 \leq a_n \leq 999 \Rightarrow 100 \leq 4n - 8 \leq 999 \Rightarrow 108 \leq 4n \leq 1007 \Rightarrow 27 \leq n \leq 251/75 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} 27 \leq n \leq 251$$

$$100 \leq a_n \leq 999 \Rightarrow 100 \leq 4n - 8 \leq 999 \Rightarrow 108 \leq 4n \leq 1007 \Rightarrow 27 \leq n \leq 251/75 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} 27 \leq n \leq 251$$

$$100 \leq a_n \leq 999 \Rightarrow 100 \leq 4n - 8 \leq 999 \Rightarrow 108 \leq 4n \leq 1007 \Rightarrow 27 \leq n \leq 251/75 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} 27 \leq n \leq 251$$

$$100 \leq a_n \leq 999 \Rightarrow 100 \leq 4n - 8 \leq 999 \Rightarrow 108 \leq 4n \leq 1007 \Rightarrow 27 \leq n \leq 251/75 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} 27 \leq n \leq 251$$

روش دوم:

برای محاسبه a_1 و d (جمله اول و قدرنسبت) می توانیم روش دیگری به کار بگیریم، ببینید:

با توجه به این که $S_n = \frac{d}{2}n^2 + (a_1 - \frac{d}{2})n$ می باشد، پس:

$$S_n = 2n^2 - 6n \Rightarrow \begin{cases} \frac{d}{2} = 2 \Rightarrow d = 4 \\ a_1 - \frac{d}{2} = -6 \Rightarrow a_1 - 2 = -6 \Rightarrow a_1 = -4 \end{cases}$$

ادامه ی روند سؤال مانند روش اول می باشد.

گروه آموزشی ماز

۵- تابع همانی از رأس سهمی $y = 2x^2 + ax + b$ ، عبور کرده و این سهمی را در نقطه ای دیگر به طول $\frac{3}{4}$ قطع می کند. $a - b$ کدام است؟

-۷ (۴)

۷ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

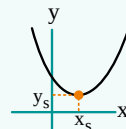
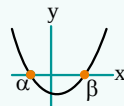


نوشتن تابع درجه ۲:

۱) سه معادله، سه مجهول $\rightarrow$ مختصات ۳ نقطه

۲) دو ریشه $y = a(x - \alpha)(x - \beta)$

۳) مختصات رأس سهمی $y = a(x - x_s)^2 + y_s$



پاسخ تشریحی:

رأس سهمی $y = 2x^2 + ax + b$ بر تابع همانی $y = x$ واقع است. پس رأس سهمی $S(\alpha, \alpha)$ می باشد، بنابراین ضابطه سهمی به صورت $y = 2(x - \alpha)^2 + \alpha$ است. سهمی از نقطه $(\frac{3}{4}, \frac{3}{4})$ عبور می کند. بنابراین:

$$\frac{3}{4} = 2\left(\frac{3}{4} - \alpha\right)^2 + \alpha \Rightarrow \frac{3}{4} - \alpha = 2\left(\frac{3}{4} - \alpha\right)^2 \xrightarrow{\alpha \neq \frac{3}{4}} 1 = 2\left(\frac{3}{4} - \alpha\right) \Rightarrow \frac{3}{4} - \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{4}$$

خواهیم داشت:

$$y = 2(x - \frac{1}{4})^2 + \frac{1}{4} = 2x^2 - 4x + \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow a - b = -7$$

گروه آموزشی ماز

۶- اختلاف بزرگترین و کوچکترین ریشه معادله $(x^2 - 2x)^2 - 11(x^2 - 2x) + 24 = 0$ چقدر است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

روش تغییر متغیر برای حل معادلات:

برای حل برخی معادلات که ظاهری شبیه معادله درجه دوم دارند، می توان با عوض کردن متغیر، معادله را به یک معادله درجه دوم تبدیل و بعد آن را حل کرد و بعد متغیر را به حالت اول بازگرداند تا جواب های معادله اولیه بدست آید.



این معادله درجه ۲ نیست، اما با تغییر متغیر $x^2 - 2x = A$ به یک معادله درجه دوم تبدیل می شود، پس:

$$A^2 - 11A + 24 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 8 \\ A = 3 \end{cases}$$

$$A = 8 \Rightarrow x^2 - 2x = 8 \Rightarrow (x-1)^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x-1=3 \Rightarrow x=4 \\ x-1=-3 \Rightarrow x=-2 \end{cases}$$

$$A = 3 \Rightarrow x^2 - 2x = 3 \Rightarrow (x-1)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x-1=2 \Rightarrow x=3 \\ x-1=-2 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

اگر ریشه ها (صفه های) معادله را به ترتیب مرتب کنیم اختلاف بزرگترین و کوچکترین صفر معادله برابر ۶ واحد است.

گروه آموزشی ماز

۷- x_1 و x_2 ریشه های معادله $x^2 + x - 1 = 0$ هستند. اگر $x_1\sqrt{k+x_2} + x_2\sqrt{k+x_1} = \sqrt{5}$ باشد، k کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

رابط بین ریشه های معادله درجه دوم:

اگر α و β ریشه های حقیقی معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشد، داریم:

$$۱) S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$۲) P = \alpha \times \beta = \frac{c}{a}$$

$$۳) |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$۴) \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$$

$$۵) \alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS$$

$$۶) \sqrt{\alpha} \pm \sqrt{\beta} = \sqrt{S \pm 2\sqrt{P}}$$



می دانیم که x_1 و x_2 ، ریشه های معادله $x^2 + x - 1 = 0$ هستند، پس:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -1 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -1 \end{cases}$$

$$x_1\sqrt{k+x_2} + x_2\sqrt{k+x_1} = \sqrt{5} \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} x_1^2(k+x_2) + x_2^2(k+x_1) + 2x_1x_2\sqrt{(k+x_1)(k+x_2)} = 5$$

$$\Rightarrow kx_1^2 + x_1^2x_2 + kx_2^2 + x_2^2x_1 + 2x_1x_2\sqrt{k^2 + kx_1 + kx_2 + x_1x_2} = 5$$

$$\Rightarrow k(x_1^2 + x_2^2) + x_1x_2(x_1 + x_2) + 2x_1x_2\sqrt{k^2 + k(x_1 + x_2) + x_1x_2} = 5$$

از طرفی:

$$\xrightarrow{\substack{x_1x_2=-1 \\ x_1+x_2=-1}} k[(-1)^2 - 2(-1)] - (-1) - 2\sqrt{k^2 - k - 1} = 5$$

$$\Rightarrow 3k + 1 - 2\sqrt{k^2 - k - 1} = 5 \Rightarrow 3k - 4 = 2\sqrt{k^2 - k - 1}$$

حال طرفین رابطه فوق را به توان ۲ می رسانیم:

$$9k^2 - 24k + 16 = 4k^2 - 4k - 4 \Rightarrow 5k^2 - 20k + 20 = 0 \xrightarrow{\div 5} k^2 - 4k + 4 = 0 \Rightarrow (k-2)^2 = 0 \Rightarrow k = 2$$

۸- دو ضلع مربعی بر خطوط $4x - 10y = -26$ و $-10x + 25y + 225 = 0$ منطبق هستند. قطر مربع کدام است؟

$\sqrt{58}$ (۴)

$\sqrt{29}$ (۳)

$\sqrt{232}$ (۲)

$\sqrt{116}$ (۱)

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

فاصله دو خط موازی:

فاصله بین دو خط موازی $ax + by = c$ و $ax + by = c'$ از رابطه $\frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ به دست می آید.

پاسخ تشریحی:

ابتدا معادلات دو خط را به صورت زیر بازنویسی می کنیم:

$2x - 5y = -13$

$2x - 5y = 45$

این دو خط موازی اند و دو ضلع روبه روی مربع، روی آن ها قرار دارند. فاصله دو خط را می یابیم و با استفاده از آن، ضلع مربع به دست می آید.

ضلع مربع $a = \frac{|45 - (-13)|}{\sqrt{2^2 + 5^2}} = \frac{58}{\sqrt{29}} = \frac{58}{\sqrt{29}} \times \frac{\sqrt{29}}{\sqrt{29}} = \frac{58}{29} \sqrt{29} = 2\sqrt{29}$

می دانیم قطر مربع به ضلع a از رابطه $a\sqrt{2}$ به دست می آید. بنابراین داریم:

قطر مربع $= 2\sqrt{29} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{58} = \sqrt{232}$

گروه آموزشی ماز

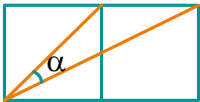
۹- طول ضلع هر دو مربع در شکل مقابل ۱ می باشد. $\cot \alpha$ کدام است؟

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

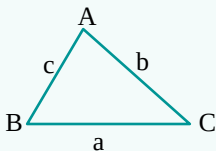
۵ (۴)



(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

مساحت مثلث:



$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \sin \hat{C} = \frac{1}{2} ac \sin \hat{B} = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

اتجاه های مقدماتی در مثلثات:

۱) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

۲) $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

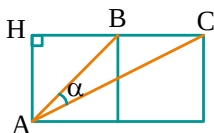
۳) $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

۴) $\tan \alpha \times \cot \alpha = 1$

۵) $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

۶) $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

روش اول:



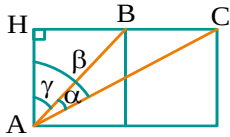
طول اضلاع AB و AC به ترتیب برابر $\sqrt{2}$ و $\sqrt{5}$ می باشد. پس:

$$\left\{ \begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \alpha = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{2} \sin \alpha \\ S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\sqrt{10}}{2} \sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

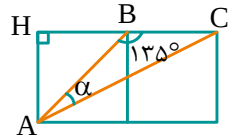
با توجه به این که $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ و $\alpha < 90^\circ$ می باشد به محاسبه $\cot \alpha$ می پردازیم. ببینید:

$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = 10 \Rightarrow \cot^2 \alpha = 9 \Rightarrow \cot \alpha = 3$

روش دوم:



$$\tan \alpha = \tan(\beta - \gamma) = \frac{\tan \beta - \tan \gamma}{1 + \tan \beta \times \tan \gamma} = \frac{2 - 1}{1 + 2 \times 1} = \frac{1}{3} \Rightarrow \cot \alpha = 3$$



روش سوم:

با استفاده از قضیه ی sin ها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{\sin \hat{C}}{AB} = \frac{\sin \hat{B}}{AC} = \frac{\sin \hat{A}}{BC} \Rightarrow \frac{\sin 135^\circ}{\sqrt{5}} = \frac{\sin \alpha}{1}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} \xrightarrow{0 < \alpha < 90^\circ} 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 10 \Rightarrow \cot^2 \alpha = 9 \Rightarrow \cot \alpha = 3$$

گروه آموزشی ماز

۱۰- اگر $-\frac{\pi}{6} \leq x < \frac{\pi}{3}$ باشد، محدوده $\sin x \cos x$ کدام است؟

(۴) $[-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}]$

(۳) $[-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$

(۲) $[-\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4}]$

(۱) $[-\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{2}]$

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

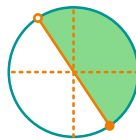
نسبت های مثلثاتی برابر زاویه:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

روش اول:

می دانیم $\sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$ است.

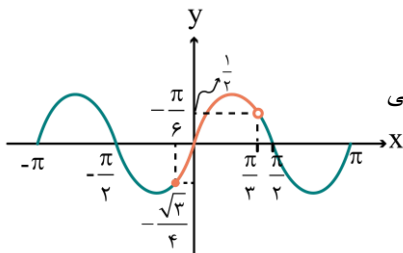


$$-\frac{\pi}{6} \leq x < \frac{\pi}{3} \Rightarrow -\frac{\pi}{3} \leq 2x < \frac{2\pi}{3}$$

در ناحیه رنگی واقع است. بیشترین مقدار sin در این ناحیه در $\frac{\pi}{4}$ و کمترین مقدار آن در $-\frac{\pi}{6}$ است. بنابراین:

$$\sin(-\frac{\pi}{6}) \leq \sin 2x \leq \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \sin 2x \leq 1 \Rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{4} \leq \frac{1}{2} \sin 2x \leq \frac{1}{2}$$

روش دوم:

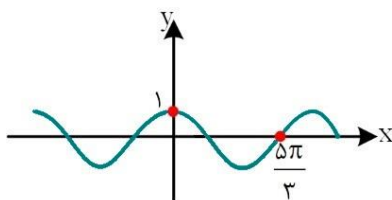


با توجه به این که $\sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$ می باشد، نمودار $y = \frac{1}{2} \sin 2x$ را رسم می کنیم: آزمون وی ای پی

در بازه ی $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ حاصل $\frac{1}{2} \sin 2x$ در بازه ی $[-\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{2}]$ قرار دارد.

گروه آموزشی ماز

۱۱- نمودار تابع $f(x) = a \cos x + b$ به صورت مقابل است. $f(\frac{2\pi}{3})$ کدام است؟



(۱) صفر

(۲) -۱

(۳) -۲

(۴) $\frac{1}{2}$



(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

با توجه به نمودار، $f(0) = 1$ و $f(\frac{5\pi}{3}) = 0$ است.

$$\left. \begin{aligned} f(0) = 1 &\Rightarrow a + b = 1 \\ f(\frac{5\pi}{3}) = 0 &\Rightarrow \frac{a}{2} + b = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{a}{2} = 1 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = -1$$

$$f(x) = 2 \cos x - 1 \Rightarrow f(\frac{2\pi}{3}) = 2(-\frac{1}{2}) - 1 = -2$$

خواهیم داشت:

گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر توابع $f = \{(4, 8), (8, 16), (12, 0)\}$ و $g = \{(4, 2), (8, 6), (12, 10)\}$ و $h = \{(2, 4), (6, 8), (8, 2), (10, 2)\}$ مفروض باشند، تعداد اعضای برد تابع $\frac{h}{f \circ g^{-1}}$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱) صفر

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

اگر f و g توابعی مفروض باشند همواره داریم:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad \text{و} \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\}$$

پاسخ تشریحی:

$$g^{-1} = \{(2, 4), (6, 8), (10, 2)\} \Rightarrow f \circ g^{-1} = \{(2, 8), (6, 16), (10, 0)\} \Rightarrow D_{f \circ g^{-1}} = \{2, 6, 10\}$$

$$h = \{(2, 4), (6, 8), (8, 2), (10, 2)\} \Rightarrow D_h = \{2, 6, 8, 10\}$$

$$D_h \cap D_{f \circ g^{-1}} = \{2, 6, 10\}$$

$$D_{\frac{h}{f \circ g^{-1}}} = D_h \cap D_{f \circ g^{-1}} - \{x | f \circ g^{-1}(x) = 0\} = \{2, 6, 10\} - \{10\} = \{2, 6\}$$

$$\frac{h}{f \circ g^{-1}} = \left\{ \left(2, \frac{4}{8}\right), \left(6, \frac{8}{16}\right) \right\} = \left\{ \left(2, \frac{1}{2}\right), \left(6, \frac{1}{2}\right) \right\}$$

پس برد تابع $\frac{h}{f \circ g^{-1}}$ مجموعه‌ای تک عضوی است.

گروه آموزشی ماز

۱۳- اگر $f(x) = -2x + 3$ و $f^{-1}(x) = \frac{x-7}{x-1}$ باشد، $g(2)$ کدام است؟

۵ (۴)

-۴ (۳)

-۵ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

نکته مهم:

$$\text{در تابع هموگرافیک } f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \text{ با شرط } a \neq -d \text{ خواهیم داشت: } f^{-1}(x) = f(x)$$

روش اول:

برای دو تابع معکوس‌پذیر f و g داریم:

$$(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$$

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$$

اگر $g(2) = k$ باشد، آن گاه $g^{-1}(k) = 2$ است.

$$(f \circ g)^{-1}(x) = g^{-1} \circ f^{-1}(x) = \frac{x-7}{x-1} \Rightarrow g^{-1}(f^{-1}(x)) = 2 \Rightarrow \frac{x-7}{x-1} = 2 \Rightarrow x = -5$$

$$\Rightarrow f^{-1}(-5) = k \Rightarrow f(k) = -5 \Rightarrow -2k + 3 = -5 \Rightarrow k = 4$$

روش دوم:

وارون تابع $y = \frac{x-7}{x-1}$ با خود تابع برابر است.

$$(f \circ g)^{-1}(x) = f \circ g(x) = \frac{x-7}{x-1} \Rightarrow f(g(2)) = -5 \Rightarrow -2g(2) + 3 = -5 \Rightarrow g(2) = 4$$

گروه آموزشی ماز

۱۴- اگر $\log_2^3 = a$ باشد، حاصل $\log_{\Delta^4}^{72}$ بر حسب a کدام است؟

$$\frac{2a+3}{a+3} \quad (4)$$

$$\frac{3a+2}{a+3} \quad (3)$$

$$\frac{2a+3}{3a+1} \quad (2)$$

$$\frac{3a+2}{3a+1} \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

یکی از ویژگی‌های لگاریتم به صورت زیر است:

$$\log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b}$$

پاسخ شریعی:

$$\log_{\Delta^4}^{72} = \frac{\log_2^{72}}{\log_2^{\Delta^4}} = \frac{\log_2^{2^3 \times 3^2}}{\log_2^{2^2 \times 3^2}} = \frac{\log_2^{2^3} + \log_2^{3^2}}{\log_2^{2^2} + \log_2^{3^2}} = \frac{3 \log_2^2 + 2 \log_2^3}{2 \log_2^2 + \log_2^3} = \frac{2a+3}{a+3}$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- اگر $1 = \log_2(2 \log_3(3 \log_4^{(x+2)}))$ باشد، آن گاه مقدار x کدام است؟

$$5 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

اینم از تعریف لگاریتم:

با فرض $a > 0$ ، $b > 0$ و $b \neq 1$:

$$\log_b^a = c \Leftrightarrow b^c = a$$

پاسخ شریعی:

$$\log_2(2 \log_3(3 \log_4^{(x+2)})) = 1 \Rightarrow 2 \log_2 \log_3(3 \log_4^{(x+2)}) = 2$$

$$\Rightarrow \log_2 \log_3(3 \log_4^{(x+2)}) = 1 \Rightarrow \log_3(3 \log_4^{(x+2)}) = 2 \Rightarrow \log_4^{(x+2)} = 2$$

$$\Rightarrow x+2 = 4 \Rightarrow x = 2$$

گروه آموزشی ماز

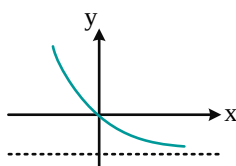
۱۶- اگر $f(x) = -ax + a + 1$ و نمودار تابع $g(x) = -4 + 2^{f(x)}$ به صورت زیر باشد، حاصل $g(3) + f(3)$ کدام است؟

$$-1/5 \quad (1)$$

$$-2/5 \quad (2)$$

$$-4/5 \quad (3)$$

$$-3/5 \quad (4)$$





(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

نمودار تابع $g(x)$ از مبدأ می گذرد، بنابراین:

$$g(x) = -4 + 2^{-ax+a+1} \xrightarrow{g(0)=0} g(0) = -4 + 2^{a+1} = 0 \Rightarrow a+1=2 \Rightarrow a=1$$

$$f(x) = -x+2, g(x) = -4 + 2^{-x+2} \Rightarrow f(2) + g(2) = (-1) + (-\frac{1}{2}) = -\frac{3}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+b}-a}{2x^2-3x+1} = \frac{a}{4}$ مقدار $\frac{a}{b+1}$ کدام است؟

$\frac{3}{4}$ (۴)

۲ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

نکته‌های مهم و شایسته تأمل!!

اگر $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ برابر عددی غیر صفر شود و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ باشد، پس قطعاً $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ نیز برابر صفر می باشد.

اولاً: $x=1$ ریشه مخرج است، پس $x=1$ ریشه صورت هم می باشد.

$$\sqrt{2+b}-a=0 \Rightarrow a=\sqrt{b+2} \quad a>0$$

ثانیاً: حد به حالت ابهام $\frac{0}{0}$ رسیده، حال رفع ابهام می کنیم، به جای a ، $\sqrt{b+2}$ را جایگزین می کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+b}-\sqrt{b+2}}{(x-1)(2x-1)} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x+b)-(b+2)}{(x-1)(2x-1)(\sqrt{2x+b}+\sqrt{b+2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x-1)}{(x-1)(2x-1)(\sqrt{2x+b}+\sqrt{b+2})} = \frac{1}{\sqrt{b+2}} = \frac{1}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{a}{4} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \Rightarrow a=2, b=2 \\ a=-2 \text{ غ ق ق} \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b+1} = \frac{2}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- تابع $f(x) = \begin{cases} 1+\sin \pi x & x < -1 \\ x[x] & -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}} & x > 1 \end{cases}$ چند نقطه‌ی ناپیوستگی دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

تابع $1+\sin \pi x$ در همه نقاط پیوسته است. تابع $[x]$ در فاصله $(-1,1)$ در $x=0$ ناپیوسته است. اما تابع $x[x]$ در $x=0$ نیز پیوسته می باشد. همچنین تابع

در بازه $(1, +\infty)$ پیوسته است. بنابراین پیوستگی تابع را باید فقط در $x=1$ و $x=-1$ بررسی کنیم.

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -1^-} 1+\sin \pi x = 1+\sin(-\pi) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -1^+} x[x] = -1 \times -1 = 1 \\ f(-1) &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{تابع } f(x) \text{ در } x=-1 \text{ پیوسته می باشد}$$



$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} x[x] = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}} = 0 \\ f(1) &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{تابع } f(x) \text{ در } x=1 \text{ پیوسته نمی باشد.}$$

بنابراین تابع $f(x)$ یک نقطه ناپیوستگی ($x=1$) دارد.

گروه آموزشی ماز

۱۹- چند عدد سه رقمی با ارقام متمایز وجود دارد به طوری که حداقل دو رقم از ارقام آن، زوج باشند؟

۲۸۲ (۴)

۲۸۸ (۳)

۳۰۲ (۲)

۳۰۸ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۱

دو حالت زیر را در نظر می گیریم:

(I) هر سه رقم زوج باشند که تعداد این اعداد ۴۸ خواهد بود. زیرا:

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & 3 \end{bmatrix} = 4 \times 4 \times 3 = 48$$

(II) دقیقاً دو رقم زوج داشته باشد که خود دو حالت می شود:

(a) شامل رقم ۰ نباشند:

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \times 3! = 180$$

(b) شامل رقم ۰ باشند:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \times 4 = 80$$

$$\Rightarrow \text{جواب} = 48 + 180 + 80 = 308$$

گروه آموزشی ماز

۲۰- در مثلث قائم الزاویه $\hat{A}BC$ ($\hat{A} = 90^\circ$) نیمساز زاویه $\hat{C}$ ضلع مقابل خود را در نقطه D قطع می کند. به طوری که $AD = BD = 4$ باشد، $BC - AC$ کدام است؟

 $3\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

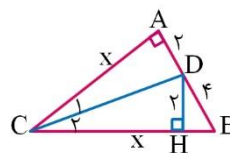
پاسخ تشریحی:

اگر مثلث $\hat{A}BC$ را به صورت مقابل در نظر بگیریم، با توجه به اینکه فاصله هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع زاویه به یک اندازه است، خواهیم داشت:

$$AD = BD = 4 \Rightarrow \begin{cases} AD = 2 \\ BD = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \\ DC = DC \end{cases} \Rightarrow \hat{A}CD \cong \hat{H}CD \Rightarrow CH = AC = x$$

$$\hat{A} = \hat{H} = 90^\circ$$

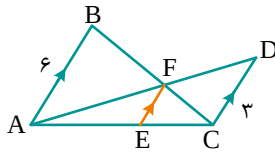


$$\hat{B}HD \text{ در مثلث } BHD: BD^2 = DH^2 + BH^2 \Rightarrow BH = \sqrt{16 - 4} = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow BC - AC = BH = 2\sqrt{3}$$

گروه آموزشی ماز

۲۱- در شکل زیر، $AB \parallel EF \parallel CD$ و همچنین اگر $AB = 6$ و $CD = 3$ باشد و پاره خط PQ را به گونه ای موازی با آن ها رسم کنیم که $\frac{EP}{PC} = \frac{FQ}{QD} = \frac{1}{5}$ باشد، PQ تقریباً کدام است؟



- (۱) $1/7$
(۲) $2/16$
(۳) $3/1$
(۴) $3/51$

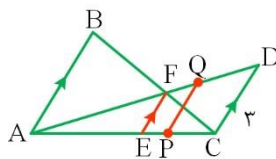
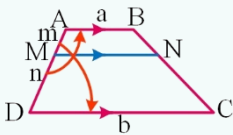
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

دورنقه دوست داشتنی:

اگر در دورنقه خطی به موازت دو قاعده رسم کنیم که ساق ها را به نسبت m و n قطع می کند، خواهیم داشت:

$$|MN| = \frac{mb + na}{m + n}$$



با توجه به خطوط موازی در شکل خواهیم داشت:

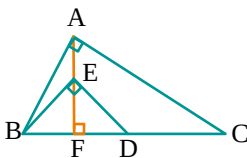
$$\begin{aligned} EF \parallel AB &\xrightarrow{\text{در مثل } \triangle ABC} \frac{CE}{AC} = \frac{EF}{AB} \\ EF \parallel CD &\xrightarrow{\text{در مثل } \triangle ACD} \frac{AE}{AC} = \frac{EF}{CD} \end{aligned} \xrightarrow{\text{طرفین را جمع کنید}} \frac{AE + CE}{AC} = \frac{EF}{6} + \frac{EF}{3} \Rightarrow 1 = \frac{2EF}{6} \Rightarrow EF = 2$$

بنابراین در دورنقه EFDC خواهیم داشت:

$$PQ = \frac{1 \times 3 + 5 \times 2}{1 + 5} = \frac{13}{6} \approx 2/16$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- در شکل مقابل، $EB = 6$ و $BF = 4$ است. اگر $DC = 7$ باشد، حاصل $AC - AF$ کدام است؟ آزمون وی ای پی



- (۱) $2\sqrt{3}$
(۲) $4\sqrt{3}$
(۳) $6\sqrt{3}$
(۴) $8\sqrt{3}$

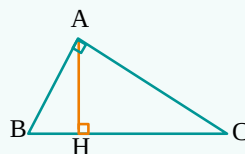
(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

روابط طولی در مثلث قائم الزاویه:

اگر در یک مثلث قائم الزاویه ارتفاع وارد بر وتر را رسم کنیم، روابط زیر برقرار می شوند:

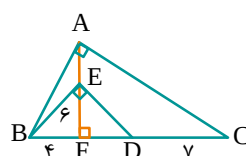
$$\begin{aligned} AB^2 &= BH \times BC \\ AC^2 &= CH \times BC \\ AH^2 &= BH \times HC \\ AH \times BC &= AB \times AC \end{aligned}$$



پاسخ تشریحی:

ابتدا به کمک روابط طولی در مثلث قائم الزاویه $\triangle BED$ ، داریم:

$$\begin{aligned} EB^2 &= BF \times BD \\ 36 &= 4 \times BD \Rightarrow BD = 9 \xrightarrow{BF=4} FD = 5 \end{aligned}$$



از طرفی، در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ نیز داریم:

$$\begin{cases} AC^2 = CF \times BC \\ CF = 7 + 5 = 12 \Rightarrow AC = \sqrt{12 \times 16} = 8\sqrt{3} \\ BC = 16 \end{cases}$$

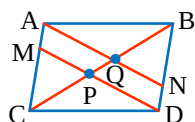
$$AF^2 = BF \times FC \Rightarrow AF = \sqrt{4 \times 12} = 4\sqrt{3}$$

$$AC - AF = 8\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

در نتیجه:

گروه آموزشی ماز

۲۳- در متوازی الاضلاع مقابل، $MC = 3AM$ و $BN = 3ND$ ، آن گاه $\frac{PQ}{BC}$ کدام است؟



$$\frac{1}{5} \quad (2)$$

$$\frac{1}{7} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

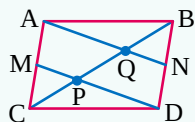


تمرین کتاب درسی رو یادتون هست؟

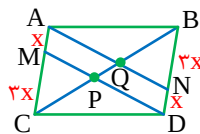


در متوازی الاضلاع مقابل، M و N وسط اضلاع مقابل هستند، در این صورت، خواهیم داشت:

$$CP = PQ = QB$$



$$\begin{cases} MC = 3AM \Rightarrow AM = \frac{1}{4} AC \\ BN = 3ND \Rightarrow ND = \frac{1}{4} BD \end{cases} \xrightarrow{AC=BD} AM = ND$$



از طرفی $AM \parallel ND$ ، بنابراین چهارضلعی ANDM متوازی الاضلاع است. پس: $AN \parallel MD$

حال در مثلث $\triangle BPD$ طبق تالس خواهیم داشت:

$$\frac{BQ}{PQ} = \frac{BN}{ND} = 3 \Rightarrow BQ = 3PQ$$

به همین ترتیب: $CP = 3PQ$

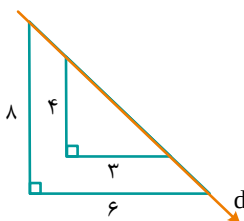
$$BC = CP + PQ + QB = 3PQ + PQ + 3PQ = 7PQ \Rightarrow \frac{PQ}{BC} = \frac{1}{7}$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۲۴- از داخل مثلث قائم الزاویه ای به اضلاع ۶ و ۸، مثلث قائم الزاویه ای به اضلاع ۳ و ۴ را خارج کرده ایم. اگر این شکل را حول خط d دوران دهیم، حجم شکل

حاصل کدام است؟ ($\pi \approx 3$)



$$208/4 \quad (1)$$

$$201/6 \quad (2)$$

$$198/2 \quad (3)$$

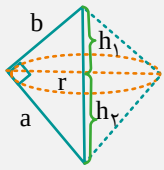
$$190/5 \quad (4)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

دوران بدیم ببینیم چی میشه؟!

اگر مثلث قائم الزاویه ای را حول وتر آن دوران دهیم، ۲ مخروط پدید می آید با شعاع r و ارتفاع های h_1 و h_2 که همان ارتفاع وارد بر وتر است و h_1 و h_2 نیز طول قطعات جدا شده روی وتر توسط ارتفاع وارد بر وتر می باشند.

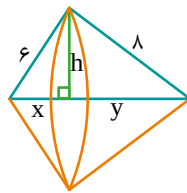


پاسخ شریقی:

اگر مثلث قائم الزاویه با اضلاع ۶ و ۸ را حول وتر دوران دهیم، حجم شکل حاصل به صورت زیر خواهد بود.

اولاً: $6 \times 8 = h \times 10 \Rightarrow h = 4.8$

$$V = \frac{1}{3} \pi h^2 x + \frac{1}{3} \pi h^2 y = \frac{1}{3} \pi h^2 (x + y)$$

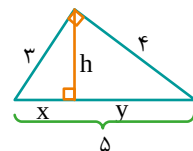


$$V = \frac{1}{3} \pi (4.8)^2 \times 10 = 10 \times (4.8)^2 \quad (1)$$

و اگر مثلث قائم الزاویه به اضلاع ۳ و ۴ را حول وتر دوران دهیم، حجم شکل حاصل به صورت زیر است:

اولاً: $3 \times 4 = h \times 5 \Rightarrow h = 2.4$

$$V = \frac{1}{3} \pi h^2 \times 5 = \frac{1}{3} \times 3 \times (2.4)^2 \times 5 = 5 \times (2.4)^2 \quad (2)$$

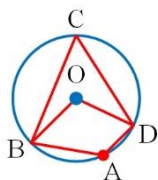


$$(1) - (2): 230.4 - 28.8 = 201.6$$

برای حجم داده شده در سوال کافی است دو عدد را از هم کم کنیم:

گروه آموزشی ماز

۲۵- در چهار ضلعی ABCD، زاویه $\hat{BAD}$ دو برابر زاویه $\hat{BOD}$ است. زاویه $\hat{C}$ کدام است؟



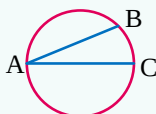
- ۱) 18°
- ۲) 36°
- ۳) 72°
- ۴) 81°

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

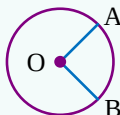
نکات طلایی:

• زاویه محاطی در دایره، زاویه ای است که رأس آن روی محیط دایره و دو ضلع آن، وترهای دایره باشند. اندازه زاویه محاطی نصف کمان روبه روی آن است.



$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

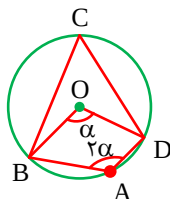
• زاویه مرکزی در دایره، زاویه ای است که رأس آن روی مرکز دایره و دو ضلع آن شعاع های دایره باشند. اندازه زاویه مرکزی با کمان روبه روی آن برابر است.



$$\hat{O} = \widehat{AB}$$

پاسخ شریقی:

با توجه به اطلاعات سوال و درسنامه و اینکه محیط دایره 360° است خواهیم داشت:

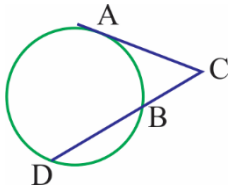


$$\begin{cases} \widehat{BCD} = 4\alpha \\ \widehat{BAD} = \alpha \end{cases}$$

$$\widehat{BCD} + \widehat{BAD} = 360^\circ \Rightarrow 4\alpha + \alpha = 360^\circ \Rightarrow 5\alpha = 360^\circ \Rightarrow \alpha = 72^\circ$$

$$\hat{C} = \frac{\widehat{BAD}}{2} = \frac{\alpha}{2} = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$

۲۶- در شکل مقابل، پاره خط AC بر دایره مماس است. اگر $BD = 3BC$ باشد، $\frac{AC}{BD}$ کدام است؟



۱ (۱)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۲ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

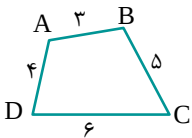
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

$$\begin{aligned} BD = 3BC &\Rightarrow \frac{BD}{BC} = 3 \Rightarrow \frac{BC + BD}{BC} = 4 \Rightarrow \frac{CD}{BC} = 4 \\ \Rightarrow \frac{CD \times BC}{BC^2} = 4 &\xrightarrow{CD \times BC = AC^2} \frac{AC^2}{BC^2} = 4 \Rightarrow \frac{AC}{BC} = 2 \\ \Rightarrow AC = 2BC &\xrightarrow{BD = 3BC} \frac{AC}{BD} = \frac{2BC}{3BC} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۲۷- چهارضلعی ABCD محاطی است. امتداد اضلاع DA و CB یکدیگر را در نقطه M قطع می کنند. طول پاره خط MA چقدر است؟



$\frac{13}{3}$ (۲)

$\frac{16}{3}$ (۴)

$\frac{14}{3}$ (۱)

$\frac{11}{3}$ (۳)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

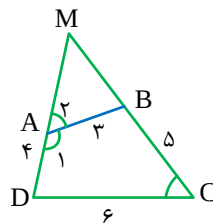
پاسخ تشریحی:

چهارضلعی ABCD محاطی است. بنابراین: آزمون وی ای پی

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_3 = 180^\circ$$

$$\hat{A}_3 = \hat{C}$$

در نتیجه:



$$\hat{A}_1 + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\begin{cases} \hat{M} = \hat{M} \\ \hat{A}_3 = \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \triangle MAB \sim \triangle MDC$$

$$\Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MB}{MD} = \frac{AB}{DC}$$

$$\Rightarrow \frac{MA}{MB + 5} = \frac{MB}{MA + 4} = \frac{3}{6} \Rightarrow \begin{cases} 2MA = MB + 5 \\ 2MB = MA + 4 \end{cases} \Rightarrow 2MA = \left(\frac{MA + 4}{2}\right) + 5 = \frac{MA + 4 + 10}{2}$$

$$\Rightarrow 4MA = MA + 4 + 10 \Rightarrow 3MA = 14 \Rightarrow MA = \frac{14}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۲۸- خط $L: 3x + 4y = 12$ در تجانس به مرکز مبدأ مختصات و نسبت تجانس ۲ به خط L' تبدیل شده است. مساحت ناحیه بین L و L' کدام است؟
 (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴) ۲۸

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

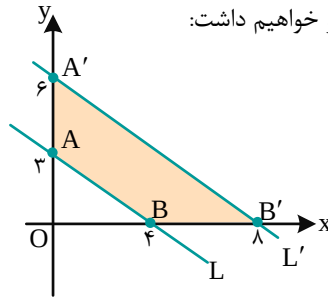
پاسخ تشریحی:

تجانس به مرکز O و نسبت ۲ مستقیم است و خواهیم داشت:

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

$$S_{\triangle OA'B'} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

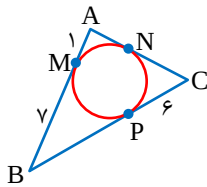
$$\Rightarrow S_{\triangle OA'B'} - S_{\triangle OAB} = 24 - 6 = 18$$



گروه آموزشی ماز

۲۹- در شکل زیر، اندازه زاویه $\hat{A}$ کدام است؟

- (۱) 150°
 (۲) 145°
 (۳) 135°
 (۴) 120°



(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

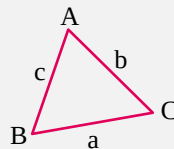
یادآوری:

طول مماس‌های رسم شده از هر نقطه خارج دایره، بر دایره با هم برابر است.

$$AB = AC$$

نکته:

طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث $\triangle ABC$ با اضلاع $AB = c$ ، $AC = b$ و $BC = a$ داریم:



$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B} \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C} \end{cases}$$

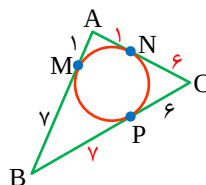
پاسخ تشریحی:

اولاً با توجه به قضیه دو مماس، طول اضلاع مثلث $\triangle ABC$ عبارتند از: $AB = 8$ و $AC = 7$ ، $BC = 13$

ثانیاً به کمک قضیه کسینوس‌ها خواهیم داشت:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \hat{A}$$

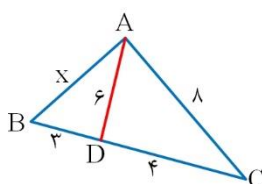
$$169 = 64 + 49 - 2(8)(7) \cos \hat{A} \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{-56}{112} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ$$



گروه آموزشی ماز

۳۰- در شکل مقابل، اگر $AC = 8$ ، $AD = 6$ ، $BD = 3$ و $DC = 4$ باشد، آن‌گاه اندازه AB چقدر است؟

- (۱) ۶
 (۲) ۷
 (۳) ۵
 (۴) ۴



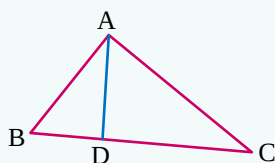
(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱



قضیه استوارت:

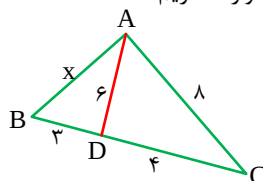
اگر D نقطه‌ای دلخواه روی ضلع BC باشد، آن‌گاه:



$$AD^2 = \frac{AB^2 \times DC + AC^2 \times BD}{BC} - BD \times DC$$

پاسخ تشریحی:

طبق قضیه استوارت داریم:



$$AD^2 = \frac{AB^2 \times DC + AC^2 \times BD}{BC} - BD \times DC \Rightarrow 36 = \frac{x^2 \times 4 + 64 \times 3}{7} - 12 \Rightarrow 48 = \frac{4x^2 + 192}{7}$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 192 = 7 \times 48 = 336 \Rightarrow 4x^2 = 336 - 192 = 144 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

گروه آموزشی ماز

۳۱- اگر در مثلث ABC شعاع دایره محیطی مثلث، برابر $\sqrt{3}$ و حاصل ضرب سینوس زوایای آن، $\frac{\sqrt{3}}{8}$ باشد، مساحت مثلث کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴)

$3\sqrt{3}$ (۳)

$2\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

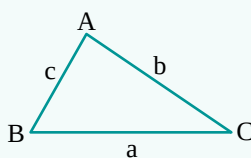
پاسخ: گزینه ۴



مساحت مثلث:

مساحت هر مثلث برابر یک دوم حاصل ضرب دو ضلع در سینوس زاویه بین آن دو ضلع می‌باشد.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \sin \hat{C} = \frac{1}{2} ac \sin \hat{B} = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$



قضیه sin ها در مثلث:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

شعاع دایره محیطی مثلث

پاسخ تشریحی:

$$S = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A} \text{ و } \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R \Rightarrow \begin{cases} b = 2R \sin \hat{B} \\ c = 2R \sin \hat{C} \end{cases}$$

جای گذاری در مساحت مثلث $\Rightarrow S = \frac{1}{2} (2R \sin \hat{B}) \times (2R \sin \hat{C}) \sin \hat{A} \Rightarrow S = 2R^2 \sin \hat{B} \sin \hat{C} \sin \hat{A}$

$$\Rightarrow S = 2 \times \sqrt{2}^2 \times \frac{\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۳۲- هم ارز گزاره $(p \Rightarrow [(q \Rightarrow p) \vee q]) \vee (q \Rightarrow \sim(p \Rightarrow q) \wedge \sim p)$ کدام است؟

$\sim p \wedge \sim q$ (۴)

$p \wedge q$ (۳)

T (۲)

F (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

$$p \Rightarrow [\sim(q \Rightarrow p) \vee q] \equiv p \Rightarrow (\underbrace{\sim(\sim q \vee p)}_{q \wedge \sim p} \vee q) \equiv p \Rightarrow q$$

$$q \Rightarrow \sim(p \Rightarrow q) \wedge \sim p \equiv q \Rightarrow (\underbrace{\sim(\sim p \vee q)}_{p \wedge \sim q}) \wedge \sim p \equiv q \Rightarrow F \equiv q$$

$$\Rightarrow (p \Rightarrow q) \vee \sim q \equiv (\sim p \vee q) \vee \sim q \equiv T$$

گروه آموزشی ماز

۳۳- ساده شده مجموعه $[A' \cup (A \cap B)] \cap [(A \cup B) \cap (A' \cap B)']$ کدام است؟

B' (۴)

A' (۳)

$\emptyset$ (۲)

U (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

برای سه مجموعه دلخواه A، B و C از مجموعه مرجع U داریم:

قانون جذب $A \cup (A \cap B) = A$

قانون دمورگان $(A \cap B)' = A' \cup B'$

$(A')' = A$

قانون فاکتورگیری $(A \cup B) \cap (A \cup C) = A \cup (B \cap C)$

$A \cap A' = \emptyset$

$A \cup \emptyset = A$

پاسخ تشریحی:

به کمک قوانین جبر مجموعه‌ها، عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} [A' \cup (A \cap B)] \cap [(A \cup B) \cap (A' \cap B)'] &= A' \cap [(A \cup B) \cap (A \cup B')] = A' \cap [A \cup \underbrace{(B \cap B')}_{\emptyset}] \\ &= A' \cap \underbrace{(A \cup \emptyset)}_A = A' \cap A = \emptyset \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۳۴- عددی به تصادف از اعداد طبیعی کمتر از ۱۰۱ انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این عدد مضرب ۳ یا ۵ است ولی مضرب ۱۵ نیست؟

$0/5$ (۴)

$0/43$ (۳)

$0/41$ (۲)

$0/39$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

قوانین احتمال:

$P(A) + P(A') = 1$: مجموع احتمال رخ دادن یک پیشامد با احتمال رخ ندادن آن پیشامد برابر ۱ است.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$: احتمال آن که از بین پیشامدهای A و B حداقل یکی رخ دهد.

$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$: احتمال آن که A رخ دهد ولی B رخ ندهد (فقط A رخ دهد)

$P(A \Delta B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$: احتمال آن که A رخ دهد ولی B رخ ندهد یا B رخ دهد ولی A رخ ندهد (فقط یکی از دو پیشامد رخ دهند)
 $= P(A \cup B) - P(A \cap B)$

پاسخ تشریحی:

A را پیشامد انتخاب عدد ۳ و B را پیشامد انتخاب عدد ۵ می نامیم. خواسته سوال $P(A \cup B) - P(A \cap B)$ است.

احتمال آن که عدد انتخابی بر ۳ و ۵ (یعنی ۱۵) بخش پذیر باشد

$$P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

احتمال آن که عدد انتخابی بر ۳ یا ۵ بخش پذیر باشد

فضای نمونه ای برابر $n(S) = \binom{100}{1}$ است. بنابراین:

$$P(A) = \frac{\binom{100}{3}}{\binom{100}{1}} = \frac{33}{100} \quad P(B) = \frac{\binom{100}{5}}{\binom{100}{1}} = \frac{20}{100} \quad P(A \cap B) = \frac{\binom{100}{15}}{\binom{100}{1}} = \frac{6}{100}$$

$$P(A \cup B) - P(A \cap B) = \frac{33}{100} + \frac{20}{100} - 2 \times \frac{6}{100} = \frac{41}{100} = 0.41$$

بنابراین جواب برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۳۵- اگر فضای نمونه ای یک آزمایش $\{a, b, c\}$ باشد و احتمال های $P(a)$ ، $P(b)$ و $P(c)$ تشکیل دنباله ای حسابی با قدرنسبت $\frac{1}{5}$ بدهند، حاصل

$P(\{a, b\} | \{b, c\})$ کدام است؟

$\frac{8}{15}$ (۴)

$\frac{7}{15}$ (۳)

$\frac{7}{13}$ (۲)

$\frac{5}{13}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

فرض کنیم $P(b) = x$ باشد، در این صورت داریم:

$$\begin{cases} P(a) = x - \frac{1}{5} \\ P(b) = x \\ P(c) = x + \frac{1}{5} \end{cases} \xrightarrow{P(a)+P(b)+P(c)=1} \left(x - \frac{1}{5}\right) + x + \left(x + \frac{1}{5}\right) = 1 \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} P(a) = \frac{2}{15} \\ P(b) = \frac{1}{3} \\ P(c) = \frac{8}{15} \end{cases}$$

$$P(\{a, b\} | \{b, c\}) = \frac{P(\{a, b\} \cap \{b, c\})}{P(\{b, c\})} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3} + \frac{8}{15}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{13}{15}} = \frac{5}{13}$$

پس داریم:

گروه آموزشی ماز

۳۶- در ظرف یک، چهار مهره آبی و سه مهره قرمز و در ظرف دو، ۵ مهره آبی و ۵ مهره قرمز قرار دارد. یک مهره از ظرف اول بر می داریم و در ظرف دوم قرار می دهیم. حال از ظرف دوم مهره ای بر می داریم. اگر این مهره آبی باشد، با چه احتمالی مهره ای که از ظرف اول در ظرف دوم قرار دادیم هم آبی بوده است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{6}{11}$ (۳)

$\frac{8}{13}$ (۲)

$\frac{4}{7}$ (۱)

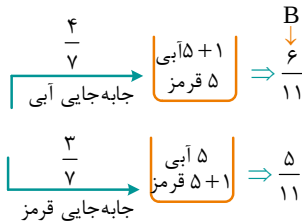
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

A: جابه جایی آبی

B: مهره برداشته شده از ظرف دوم آبی



$$P(A|B) = \frac{\frac{4}{7} \times \frac{6}{11}}{\frac{4}{7} \times \frac{6}{11} + \frac{3}{7} \times \frac{5}{11}} = \frac{24}{39} = \frac{8}{13}$$

$P(A \cap B)$ $P(A' \cap B)$

گروه آموزشی ماز

۳۷- در داده‌هایی با جدول فراوانی مقابل، اگر واریانس برابر ۶ باشد، در نمودار دایره‌ای، زاویه قطاع مربوط به دسته‌ای که نماینده آن، عدد ۱۰ می‌باشد، کدام

حدود دسته	۵-۷	۷-۹	۹-۱۱	۱۱-۱۳	۱۳-۱۵
فراوانی	۳	۲	a	۶	۱

۴۵° (۲)

۳۰° (۴)

است؟

۶۰° (۱)

۹۰° (۳)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

ابتدا مرکز هر دسته را مشخص می‌کنیم. بنابراین:

x_i	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴
f_i	۳	۲	a	۶	۱

برای ساده‌تر شدن محاسبات، داده‌ها را منهای ده می‌کنیم و می‌دانیم که واریانس تغییری نمی‌کند.

$x_i - 10$	-۴	-۲	۰	۲	۴
f_i	۳	۲	a	۶	۱

$$\bar{x} = \frac{-12 - 4 + 0 + 12 + 4}{12 + a} = 0 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{3 \times (-4)^2 + 2 \times (-2)^2 + a \times 0 + 6 \times 2^2 + 1 \times 4^2}{12 + a} = \frac{48 + 8 + 24 + 16}{12 + a} = 6 \Rightarrow \frac{96}{12 + a} = 6$$

$$72 + 6a = 96 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow \alpha = \frac{f_i}{n} \times 360^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{4}{16} \times 360^\circ \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

گروه آموزشی ماز

۳۸- میانگین و انحراف معیار ۱۵ داده آماری به ترتیب ۴ و ۲ می‌باشد. اگر داده‌های ۳، ۳ و ۹ از بین آن‌ها حذف شوند، واریانس داده‌های باقی‌مانده تقریباً

کدام است؟

۲/۷ (۴)

۱/۷ (۳)

۳/۴ (۲)

۳/۲ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

واریانس داده‌ها:

واریانس داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ از روابط زیر به دست می‌آید:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + \dots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2$$

$\bar{x}$ میانگین داده‌هاست.



مجموع مربعات ۱۵ داده برابر است با: $\sigma^2 = 2 \Rightarrow \sigma^2 = 4 \Rightarrow 4 = \frac{x_1^2 + \dots + x_{15}^2}{15} - 4^2 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{15}^2 = 300$

وقتی داده‌های ۳، ۳ و ۹ حذف می‌شوند، مجموع مربعات داده‌ها $201 = 300 - (9 + 9 + 81)$ خواهد شد. از طرفی میانگین داده‌های جدید برابر است با:

$$4 = \frac{x_1 + \dots + x_{15}}{15} \Rightarrow x_1 + \dots + x_{15} = 60 \Rightarrow \text{مجموع داده‌های جدید} = 60 - (3 + 3 + 9) = 45$$

$$\Rightarrow \bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{45}{12} = \frac{15}{4}$$

$$\sigma^2_{\text{جدید}} = \frac{201}{12} - \left(\frac{15}{4}\right)^2 = \frac{43}{16} = 2.7$$

اکنون، واریانس داده‌های جدید برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۳۹- در نمودار جعبه‌ای شامل ۲۵ داده‌ی آماری، اگر میانگین داده‌های سمت چپ جعبه برابر ۱۴ و میانگین داده‌های سمت راست جعبه برابر ۱۸ و میانگین بقیه‌ی داده‌ها ۱۶ باشد، میانگین کل داده‌ها چقدر است؟

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

نمودار جعبه‌ای:

اگر n داده‌ی آماری داشته باشیم: تعداد داده‌های سمت چپ و راست جعبه، برابر $\left[\frac{n}{4}\right]$ است.



$$\text{تعداد داده‌های سمت چپ جعبه} = \text{تعداد داده‌های سمت راست جعبه} = \left[\frac{25}{4}\right] = 6$$

پس در دو سمت جعبه، ۱۲ داده‌ی آماری داریم و تعداد سایر داده‌ها نیز برابر $25 - 12 = 13$ می‌باشد.

$$\left. \begin{array}{l} \text{مجموع داده‌های سمت چپ جعبه} = 14 \times 6 = 84 \\ \text{مجموع داده‌های سمت راست جعبه} = 18 \times 6 = 108 \\ \text{مجموع سایر داده‌ها} = 13 \times 16 = 208 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{مجموع کل داده‌ها} = 84 + 108 + 208 = 400$$

$$\Rightarrow \text{میانگین کل داده‌ها} = \bar{x} = \frac{400}{25} = 16$$

گروه آموزشی ماز

۴۰- دانش‌آموزان یک کلاس ۴۵ نفری را به ۴ گروه ۱۸، ۱۷، ۶ و ۴ تایی دسته‌بندی کرده‌ایم. از روش نمونه‌گیری خوشه‌ای، یک خوشه انتخاب می‌کنیم. احتمال انتخاب گروه ۶ نفره چقدر است؟

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۴)



در روش نمونه‌گیری خوشه‌ای، احتمال انتخاب خوشه‌ها با هم برابر است. پس احتمال انتخاب گروه ۶ نفره، برابر $\frac{1}{4}$ است.

گروه آموزشی ماز

۴۱- استخری با آهنگ $300 \frac{L}{min}$ در حال پر شدن است. این مقدار برحسب $\frac{m^3}{s}$ و به صورت نمادگذاری علمی در کدام گزینه به درستی آمده است؟

- (۱) 0.3×10^{-3} (۲) 3×10^{-2} (۳) 5×10^{-3} (۴) 0.5×10^{-2}

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

ضرایب پیشوند یکاها

برخی ضرایب مربوط به پیشوند یکاها در جدول زیر بیان شده است. آن‌ها را به ذهن بسپارید و در مسائل از آن‌ها استفاده نمایید.

p	پیکو	10^{-12}	T	ترا	10^{12}
n	نانو	10^{-9}	G	گیگا	10^9
μ	میکرو	10^{-6}	M	مگا	10^6
m	میلی	10^{-3}	k	کیلو	10^3
c	سانتی	10^{-2}	h	هکتو	10^2
d	دسی	10^{-1}	da	دکا	10^1

برای تبدیل واحد به روش زنجیره‌ای لازم است که ابتدا عدد و یکای اولیه را نوشته و سپس به تعداد تبدیل واحدهای لازم، از خط کسری استفاده کنید و در نهایت در صورت و مخرج هر کسر از ضرایب تبدیل مربوطه استفاده نمایید.

نکته:

برای جمع، تفریق و یا مقایسه دو یا چند کمیت، حتماً باید یکا و حتی پیشوند یکای آن‌ها با یکدیگر مساوی باشد.

مثال:

اگر هر اینچ معادل 2.54 cm بوده و طول جسمی 50 میکرومتر باشد، طول آن چند اینچ خواهد بود؟

پاسخ: ابتدا عدد داده شده را به متر، سپس به سانتی‌متر و در نهایت آن را به اینچ تبدیل می‌کنیم. در نتیجه 3 تبدیل واحد و 3 خط کسری نیاز داریم. به صورت زیر مراحل تبدیل واحد را انجام می‌دهیم:

$$50 \mu\text{m} \times \frac{10^{-6} \text{ m}}{1 \mu\text{m}} \times \frac{1 \text{ cm}}{10^{-2} \text{ m}} \times \frac{1 \text{ in}}{2.54 \text{ cm}} = 2 \times 10^{-3} \text{ in}$$

پاسخ تشریحی

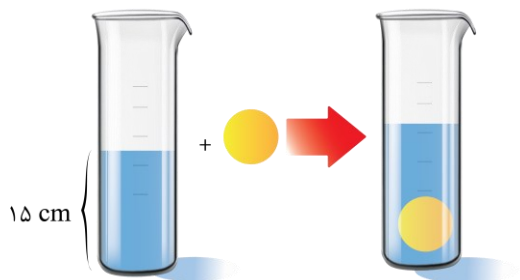
از تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$300 \frac{L}{min} = 300 \frac{L}{min} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 L} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 5 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{s}$$

دقت کنید که عدد نهایی را باید به صورت حاصل ضرب عددی بین 1 تا 10 در توانی از 10 بنویسیم.

گروه آموزشی ماز

۴۲- مطابق شکل زیر، درون ظرفی استوانه‌ای شکل که مساحت قاعده آن 4 cm^2 و ارتفاع آن 50 cm است، به ارتفاع 15 cm از یک مایع ریخته‌ایم. اگر یک گلوله کروی شکل توپر به شعاع 2 cm درون ظرف بیندازیم، پس از قرارگیری گلوله در کف ظرف، فاصله سطح آزاد مایع از لبه ظرف چند سانتی‌متر خواهد شد؟ ($\pi = 3$)



(۱) ۳

(۲) ۲۷

(۳) ۲۳

(۴) ۱۸

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

هرگاه جسم جامدی را درون ظرفی شامل مایع بیندازیم و جسم به طور کامل در مایع فرو رود، حجم مایع بالا آمده یا بیرون ریخته شده از ظرف (در صورتی که در ابتدا ظرف پر از مایع باشد) با حجم جسم، مساوی است.

حجم مایع بالا آمده در ظرف به اندازه حجم گلوله کروی است. پس در ابتدا حجم گلوله را به دست می آوریم:

$$V_{\text{گلوله}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times 3 \times (2 \text{ cm})^3 = 32 \text{ cm}^3$$

بنابراین با انداختن گلوله در ظرف، حجم مایع بالا آمده نیز معادل حجم گلوله، یعنی 32 cm^3 خواهد شد. اکنون می توان ارتفاع مایع بالا آمده را به دست آورد:

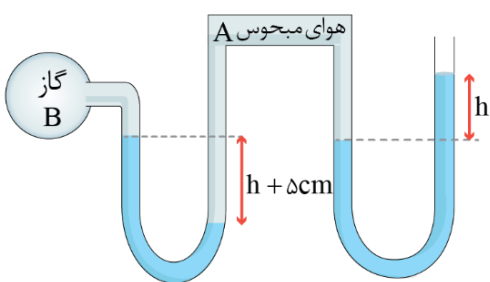
$$V_{\text{مایع بالا آمده}} = A \Delta h \rightarrow 32 = 4 \Delta h \rightarrow \Delta h = 8 \text{ cm}$$

پس اگر مایع 8 cm بالا بیاید، ارتفاع جدید آن معادل $15 + 8 = 23 \text{ cm}$ خواهد شد. در این صورت فاصله سطح آزاد مایع از لبه ظرف معادل است با:

$$50 - 23 = 27 \text{ cm}$$

گروه آموزشی ماز

۴۳- در شکل زیر، درون لوله ها آب در حال تعادل قرار دارد. فشار پیمانه ای مخزن B چند پاسکال است؟



$$\left(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, P_0 = 9/73 \times 10^4 \text{ Pa}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right)$$

$$(1) \quad 5 \times 10^2$$

$$(2) \quad -5 \times 10^2$$

$$(3) \quad 5 \times 10^4$$

$$(4) \quad -5 \times 10^4$$

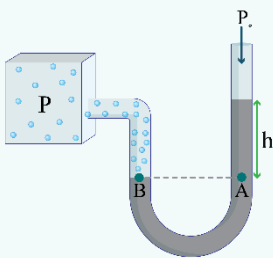
(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

مانومتر



هنگامی که یک طرف لوله U شکل را به مخزن گاز متصل کنیم، یک فشارسنج (مانومتر) ایجاد می شود. در این باره به موارد زیر توجه کنید:



۱- فشار در نقاط A و B برابر است، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} P_A = P_0 + \rho gh \\ P_B = P_{\text{گاز}} \end{cases} \xrightarrow{P_A = P_B} P_{\text{گاز}} = P_0 + \rho gh$$

۲- اگر مایع در شاخه سمت چپ، بالاتر باشد، فشار گاز درون مخزن برابر $P_{\text{گاز}} = P_0 - \rho gh$ خواهد بود.

۳- اختلاف فشار گاز درون مخزن و فشار هوا را فشار پیمانه ای گاز می نامیم، بنابراین داریم:

الف: اگر مایع در شاخه راست بالاتر باشد:

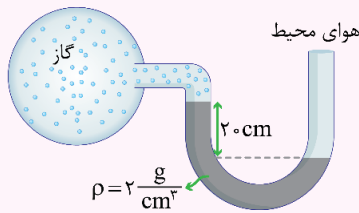
$$P_{\text{گاز}} = P_0 + \rho gh \rightarrow \underbrace{P_{\text{گاز}} - P_0}_{\text{فشار پیمانه ای}} = +\rho gh \Rightarrow P_g = +\rho gh$$

ب: اگر مایع در شاخه چپ بالاتر باشد:

$$P_{\text{گاز}} = P_0 - \rho gh \rightarrow \underbrace{P_{\text{گاز}} - P_0}_{\text{فشار پیمانه ای}} = -\rho gh \Rightarrow P_g = -\rho gh$$

۴- بنابراین فشار پیمانه ای می تواند مثبت یا منفی باشد. اگر مایع در شاخه سمت راست، بالاتر باشد، فشار پیمانه ای گاز برابر $+\rho gh$ است و اگر مایع در شاخه سمت چپ بالاتر باشد، فشار پیمانه ای برابر $-\rho gh$ است.

مثال:



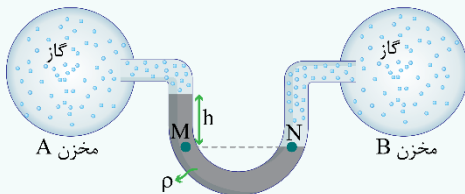
فشار پیمانه‌ای گاز درون مخزن مقابل چند پاسکال است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

پاسخ:

مایع در شاخهٔ چپ، بالاتر است و فشار پیمانه‌ای گاز برابر $- \rho gh$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_{\text{پیمانه‌ای}} = - \rho gh = - 2000 \times 10 \times 0.2 = - 4000 \text{ Pa}$$

۵- گاهی مانند شکل زیر دو سر یک لولهٔ U شکل را به مخزن‌های گاز متصل می‌کنند. در این حالت با توجه به برابری فشار در نقاط M و N می‌توان نوشت:



$$P_M = P_N \rightarrow P_A + \rho gh = P_B$$

دقت کنید که اگر مایع در شاخهٔ متصل به هر مخزنی بالاتر قرار گیرد، فشار گاز درون آن مخزن، کمتر است.

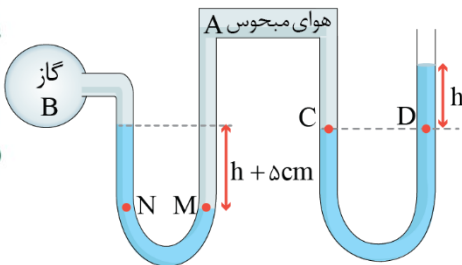
فشار پیمانه‌ای

اختلاف فشار شاره و هوا را فشار پیمانه‌ای گویند.

پس فشارسنج‌های پزشکی و صنعتی (مانومتر و بوردون و ...) فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهند، (نه فشار مطلق را) که سه حالت دارد:

$$P_g = P_{\text{شاره}} - P \rightarrow \begin{cases} P_{\text{شاره}} > P \rightarrow P_g > 0 \\ P_{\text{شاره}} = P \rightarrow P_g = 0 \\ P_{\text{شاره}} < P \rightarrow P_g < 0 \end{cases}$$

پاسخ تشریحی:



مطابق شکل مقابل، در هر دو لوله فشار را در نقاط هم‌تراز برابر قرار می‌دهیم و دو معادله ایجاد می‌کنیم:

$$P_C = P_D \rightarrow P_A = \rho gh + P \rightarrow P_A = 10^3 \times 10 \times h + P$$

$$P_M = P_N \rightarrow P_A = \rho g(h + 0.5) + P_B \rightarrow P_A = 10^3 \times 10 \times (h + 0.5) + P_B$$

در معادلات (۱) و (۲) چون P_A مشترک است، قسمت دوم را برابر هم قرار می‌دهیم:

$$10^4 h + P = 10^4 h + 10^4 \times 0.5 + P_B \rightarrow P_B - P = - 500 \text{ Pa}$$

همان‌طور که می‌دانیم فشار پیمانه‌ای اختلاف فشار شاره و هوا است به همین دلیل $P_B - P$ را محاسبه کردیم.

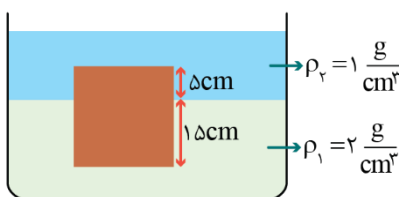
نکته

در این سؤال چون فشار پیمانه‌ای خواسته شده است از همان ابتدا می‌توانستیم به جای فشار هوا صفر قرار دهیم و سؤال را حل کنیم، یعنی نیازی به دادن فشار هوا در این سؤال نبود.

گروه آموزشی ماز

۴۴- مطابق شکل زیر، جسمی مکعبی شکل به طول ضلع ۲۰ cm بین دو شاره غوطه‌ور و در حال تعادل است. اختلاف بزرگی نیرویی که بر دو وجه بالا و پایین

مکعب وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



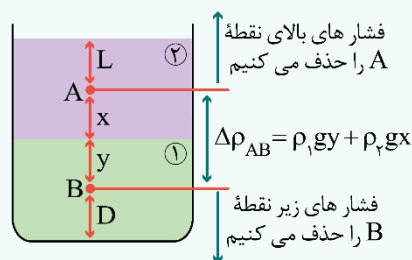
۳۵۰۰ (۱)

۳۵ (۲)

۱۴ (۳)

۱۴۰ (۴)

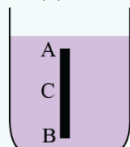
فشار و نیروی حاصل از مایع



برای محاسبه اختلاف فشار دو نقطه، کاری به محتویات بالا و پایین آن دو نقطه نداریم و فقط فشارهای بین آن دو نقطه را محاسبه می‌کنیم:

محاسبه نیروی وارد بر سطوح از طرف شاره

مطابق شکل زیر، شاره‌ها بر سطوح نیرو وارد می‌کنند. برای این‌که این نیرو را حساب کنیم، اول فشار در مرکز سطح را به دست می‌آوریم و در نهایت در رابطه زیر قرار می‌دهیم:



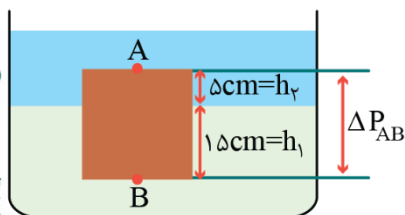
$$F = P_C \times A$$

نیرویی که شاره به سطح وارد می‌کند، همیشه بر سطح عمود است.

پاسخ تشریحی

ابتدا اختلاف فشار ناشی از دو وجه بالا و پایین را محاسبه می‌کنیم:

همان‌طور که می‌دانیم برای محاسبه اختلاف فشار دو نقطه، فقط فشار شاره‌های محصور بین همان دو نقطه را به دست می‌آوریم و اصلاً کاری به فشارهای بالا و زیر این دو نقطه نداریم:



$$\Delta P_{AB} = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = 2 \times 10^3 \times 10 \times 0.15 + 1 \times 10^3 \times 10 \times 0.05$$

$$\rightarrow \Delta P_{AB} = 3500 \text{ Pa}$$

چون جسم به شکل مکعب است، مساحت همه وجه‌ها باهم برابر است، بنابراین:

$$A = a^2 = (2 \times 10^{-2} \text{ m})^2 = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

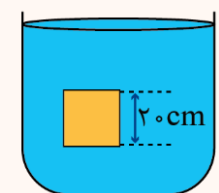
حال با توجه به رابطه $F = PA$ اختلاف بزرگی نیروی وارد بر دو وجه را به دست می‌آوریم:

$$\Delta F = P_B A - P_A A = (P_B - P_A) A = 3500 \times 4 \times 10^{-4} = 140 \text{ N}$$

کنکور سراسری تجربی دی ۱۴۰۱

مطابق شکل، جسمی مکعبی به طول ضلع ۲۰ cm درون شاره‌ای غوطه‌ور و در حال تعادل است. فشار در بالا و زیر جسم، ۱۰۱ kPa و ۱۰۵ kPa است. چگالی مایع، چند

گرم بر لیتر است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



۲ (۱)

۳ (۲)

۲۰۰۰ (۳)

۳۰۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

برای به دست آوردن اختلاف فشار از رابطه $\Delta P = \rho g \Delta h$ کمک می‌گیریم:

$$\Delta P = \rho g \Delta h$$

↓

$$(105 - 101) \times 10^3 = \rho \times 10 \times 20 \times 10^{-2} \Rightarrow \rho = 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 2000 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

۴۵- دلیل رخداد کدامیک از پدیده های زیر با اصل برنولی توجیه نمی شود؟

الف: پُف کردن پوشش برزنتی روی کامیون زمانی که کامیون حرکت می کند.

ب: افزایش تندی جریان آب با کاهش سطح مقطع لوله.

پ: بالاتر بودن ارتفاع موج دریا از ارتفاع میانگین، در روزهایی که باد می وزد.

۲) فقط «ب»

۱) فقط «الف»

۴) هر سه پدیده به وسیله اصل برنولی توجیه می شوند.

۳) فقط «پ»

(آسان - مفهومی / خطبه خط کتاب درسی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

اصل برنولی

بنابر اصل برنولی، در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی، فشار شاره دچار کاهش می شود.

پاسخ تشریحی:

بررسی موارد:

الف: وقتی کامیون حرکت می کند، تندی جریان هوا در بالای پوشش برزنتی افزایش و طبق اصل برنولی، فشار در این ناحیه کاهش می یابد، در نتیجه فشار قسمت درونی پوشش برزنتی بیش تر از فشار بیرون شده و سبب می شود که پوشش برزنتی پف کند. (*)

ب: طبق معادله پیوستگی حاصل ضرب $A \times v$ در قسمت های مختلف یک لوله مساوی است؛ بنابراین با کاهش سطح مقطع هر قسمت، تندی شاره در آن قسمت افزایش می یابد. این موضوع به کمک معادله پیوستگی توجیه می شود و ارتباطی به اصل برنولی ندارد. (✓)

پ: زمانی که باد می وزد، تندی جریان هوای بالای آب افزایش و طبق اصل برنولی فشار هوا بر روی آب کاهش می یابد، در نتیجه ارتفاع موجها بیش تر از ارتفاع میانگین خواهد بود. (*)

طبق توضیحات بیان شده، عبارت «ب» به کمک اصل برنولی توجیه نمی شود.

گروه آموزشی ماز

۴۶- در شکل زیر، یک بارومتر و یک مانومتر نشان داده شده است که هر دو در یک محل قرار داشته و مایع های درون آنها در حال تعادل می باشد. اگر مساحت انتهای بسته لوله در بارومتر برابر 4 cm^2 و بزرگی نیرویی که جیوه بر انتهای بسته لوله وارد می کند برابر $27/2 \text{ N}$ باشد، فشار گاز درون مخزن

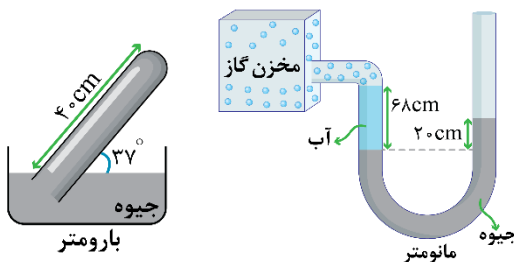
چند سانتی متر جیوه است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \sin 37^\circ = 0/6)$

۹۰ (۱)

۹۱ (۲)

۸۸ (۳)

۸۹ (۴)

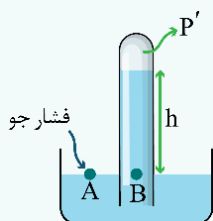


فشارسنج هوا

۱- فشارسنج هوا (بارومتر) وسیله ای است که با آن می توان فشار هوا را به دست آورد.

۲- ارتفاع ستون مایع، فشار هوا را نشان می دهد.

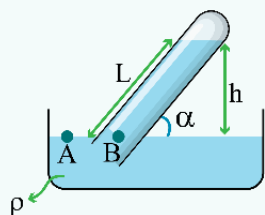
برای مثال اگر در شکل زیر $h = 75 \text{ cm}$ و مایع، جیوه باشد، فشار هوا 75 سانتی متر جیوه است و فضای بالای لوله خلأ است. ($P' = 0$) اگر بالای لوله خلأ نبود، ارتفاع ستون جیوه کم تر از 75 cm می شد.



$$P_A = P_B \rightarrow P = P' + \rho gh \xrightarrow{P'=0} h < 75 \text{ cm}$$

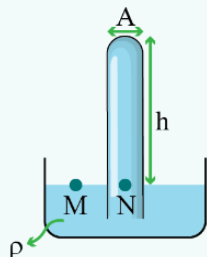
یعنی بالای ستون مایع (جیوه) خلأ نیست و یک فشاری وجود دارد.

۳- اگر لوله به طور قائم در ظرف قرار نگیرد، در محاسبه فشار باید ارتفاع قائم مایع را لحاظ کنیم.



$$P_A = P_B \rightarrow P_1 = \rho gh \xrightarrow{h=L \sin \alpha} P_1 = \rho g L \sin \alpha$$

۴- گاهی طول لوله بارومتر، کوتاه است و مایع به سقف لوله می‌رسد. در این حالت مایع به سقف لوله فشار و نیرو وارد می‌کند. فشار وارد بر سقف لوله برابر اختلاف فشار هوا و فشار ستون مایع است.



$$P_M = P_N$$

$$\rightarrow P_1 = P_{\text{مایع}} + P_{\text{سقف}}$$

$$\rightarrow P_1 = \rho gh + P_{\text{سقف}} \rightarrow P_{\text{سقف}} = P_1 - \rho gh$$

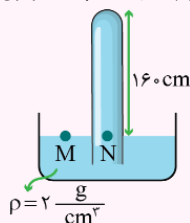
با ضرب کردن فشار وارد بر سقف لوله در مساحت آن، بزرگی نیروی وارد بر سقف لوله به دست می‌آید:

$$F_{\text{سقف}} = P_{\text{سقف}} A$$

مثال:

در شکل زیر، مساحت مقطع انتهای لوله برابر 2 cm^2 است. اگر فشار هوای محیط برابر 10^5 پاسکال باشد، بزرگی نیرویی که مایع بر انتهای لوله وارد می‌کند، چند نیوتون

$$\text{است؟ } (g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$



پاسخ:

با توجه به نکات فوق داریم:

$$P_{\text{سقف}} = P_1 - \rho gh = 10^5 - (2000 \times 10 \times 1/6) = 68000 \text{ Pa}$$

$$F_{\text{سقف}} = P_{\text{سقف}} A = 68000 \times 2 \times 10^{-4} = 13/6 \text{ N}$$

پاسخ شریعی:

گام اول:

ابتدا ارتفاع قائم لوله (h) را در بارومتر محاسبه می‌کنیم:

$$\sin 37^\circ = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} \Rightarrow \sin 37^\circ = \frac{h}{\text{وتر}} \xrightarrow{\sin 37^\circ = 3/5, \text{ وتر} = 40 \text{ cm}} \frac{3}{5} = \frac{h}{40} \rightarrow h = 24 \text{ cm}$$

پس ارتفاع ستون جیوه برابر 24 cm است.

اکنون به محاسبه فشار وارد بر انتهای بسته لوله می‌پردازیم:

$$P_{\text{انتهای بسته لوله}} = \frac{F}{A} \xrightarrow{F=27/2 \text{ N}, A=4 \text{ cm}^2 = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^2} P_{\text{انتهای بسته لوله}} = \frac{27/2 \times 10^{-1}}{4 \times 10^{-4}} \Rightarrow P_{\text{انتهای بسته لوله}} = 68 \times 10^3 \text{ Pa}$$

حال باید ببینیم $68 \times 10^3 \text{ Pa}$ معادل چند سانتی‌متر جیوه است:

$$P = \rho_{\text{جیوه}} gh \xrightarrow{P=68 \times 10^3 \text{ Pa}, \rho_{\text{جیوه}} = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} 68 \times 10^3 = 13600 \times 10 \times h \xrightarrow{h} h_{\text{جیوه}} = 50 \text{ cm}$$

$$\rightarrow h_{\text{جیوه}} = 50 \text{ cm}$$

پس فشار در انتهای لوله برابر 50 cmHg است.

با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز A و B در یک مایع ساکن داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 = P_{\text{سقف}} + P_{\text{سقف}} \xrightarrow{P_{\text{سقف}} = 24 \text{ cmHg}, P_{\text{سقف}} = 50 \text{ cmHg}} P_1 = 24 + 50 = 74 \text{ cmHg}$$

پس فشار هوا (P_1) در محل قرارگیری بارومتر و نانومتر برابر با 74 سانتی‌متر جیوه است.

گام آخر:

حال با توجه به مانومتر، ابتدا فشار حاصل از ۶۸ cm آب را برحسب سانتی متر جیوه به دست می آوریم:

$$\rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} \Rightarrow \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}$$

$$\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, h_{\text{آب}} = 68 \text{ cm}$$

$$\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \rightarrow 1 \times 68 = 13.6 h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 5 \text{ cm}$$

پس ۶۸ cm آب، فشاری معادل ۵ سانتی متر جیوه (۵ cmHg) ایجاد می کند.

با توجه به برابری فشار نقاط هم تراز C و D در یک مایع ساکن داریم:

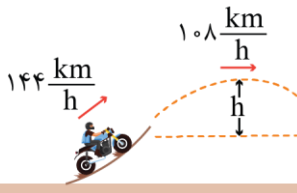
$$P_C = P_D \Rightarrow P_{\text{گاز}} + P_{68 \text{ cm آب}} = P_{20 \text{ cm جیوه}} + P.$$

$$\frac{P_{68 \text{ cm آب}} = 5 \text{ cmHg}}{P_{20 \text{ cm جیوه}} = 20 \text{ cmHg}, P = 74 \text{ cmHg}} \rightarrow P_{\text{گاز}} + 5 = 20 + 74 \Rightarrow P_{\text{مطلق گاز}} = 89 \text{ cmHg}$$

گروه آموزشی ماز

۴۷- در شکل زیر، موتورسواری با تندی $144 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ از انتهای سکویی می پرد و تندی حرکت آن در بالاترین نقطه مسیرش به $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ می رسد. ارتفاع h چند

متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ، مقاومت هوا ناچیز است).



۳۵ (۱)

۳۰ (۲)

۴۰ (۳)

۲۵ (۴)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

بین محل پرش و بالاترین نقطه مسیر از پایستگی انرژی مکانیکی استفاده می کنیم:

$$E_1 = E_2 \rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 = mgh + \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \times (40)^2 = (10 \times h) + \frac{1}{2} \times 30^2$$

$$\rightarrow 800 = 10h + 450 \rightarrow h = 35 \text{ m}$$

دقت کنید که در روابط فوق، تندی ها باید برحسب $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ جایگذاری شوند.

$$v_1 = 144 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v_2 = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گروه آموزشی ماز

۴۸- یک پمپ در مدت ۲ دقیقه ۲۴۰ kg آب ساکن را از عمق ۵ متری سطح زمین بالا کشیده و آن را با تندی $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ درون یک مخزن که در ارتفاع ۱۵ متری

سطح زمین است، می ریزد. اگر بازده پمپ ۸۵ درصد باشد، توان آن چند وات است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

۵۰۰ (۴)

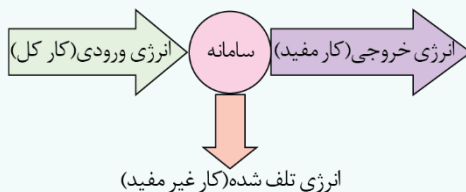
۴۷۰ (۳)

۴۲۵ (۲)

۴۰۰ (۱)

$$Ra = \frac{\text{انرژی مفید (خروجی)}}{\text{انرژی کل (ورودی)}} \times 100 = \frac{\text{توان مفید (خروجی)}}{\text{توان کل (ورودی)}} \times 100$$

ماشین آرمانی: $Ra = 100\%$



$$P_{\text{کل}} = P_{\text{مفید}} + P_{\text{غیرمفید}}$$

✓ بازده یکا ندارد و درصد آن همواره کوچکتر مساوی ۱۰۰ است.

انواع توان

۱- **توان کل (توان ورودی):** توانی که به دستگاه می‌دهیم تا برای ما کار انجام دهد.

✓ وقتی گفته می‌شود توان دستگاه مثلاً ۲۰۰ وات است، منظور توان کل دستگاه است.

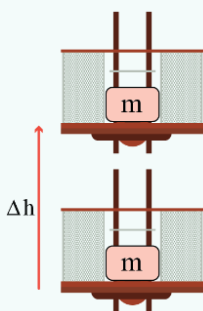
✓ توان کل اصولاً روی دستگاه نوشته می‌شود.

۲- **توان غیرمفید (توان تلف شده در داخل دستگاه):** این توان داخل دستگاه به صورت گرما و ... تلف می‌شود و صرف هدف اصلی دستگاه نمی‌شود.

۳- **توان مفید (خروجی):** این توان از دستگاه خارج شده و صرف هدف اصلی دستگاه می‌شود.

این توان را در عمل و به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W}{\Delta t}$$



نحوه محاسبه توان مفید بالابر و پمپ
کار مفیدی که بالابر و پمپ بر روی جسم انجام می‌دهند، صرف افزایش انرژی مکانیکی جسم می‌شود، بنابراین:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

✓ در اکثر سؤالات، تندی جسم تغییر نمی‌کند (مثلاً جسم در ابتدا و انتها ساکن است). در این حالت تغییر انرژی جنبشی جسم، صفر است و کار مفید برابر تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم می‌باشد:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{mg\Delta h}{\Delta t} \quad \text{توان مفید پمپ (بالابر)}$$

پاسخ تشریحی:

در ابتدا آب ساکن و در پایان آب با تندی $\frac{5}{s} m$ از پمپ خارج می‌شود، پس پمپ، انرژی جنبشی آب را افزایش داده است. از طرفی ارتفاع آب هم زیاد شده است، پس انرژی پتانسیل گرانشی آب را هم افزایش داده است. پس کار مفیدی که پمپ روی آب انجام داده باعث تغییر انرژی جنبشی و پتانسیل گرانشی آب شده است:

$$W_{\text{مفید}} = \Delta U + \Delta K = mg\Delta h + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$P = \frac{W_{\text{مفید}}}{\Delta t} \quad \text{توان مفید پمپ}$$

$$P = \frac{mg\Delta h + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)}{\Delta t} \rightarrow \text{توان مفید پمپ}$$

$$\rightarrow P_{\text{مفید}} = \frac{240 \times 10 \times 20 + \frac{1}{2} \times 240 \times (5^2 - 0)}{2 \times 60} = 425 W$$

با توجه به رابطه بازده داریم:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \times 100 \rightarrow 85 = \frac{425}{P_{\text{کل}}} \times 100 \rightarrow P_{\text{کل}} = 500 W$$

۴۹- اگر جرم جسمی ۳۶ درصد کاهش یابد، تندی آن باید چند درصد افزایش یابد تا انرژی جنبشی آن ثابت بماند؟

۲۵ (۴)

۲۰ (۳)

۴۰ (۲)

۶۰ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴



انرژی جنبشی



انرژی ای است که جسم به دلیل حرکت خود دارا می باشد، نماد آن K بوده و یکای آن در SI، ژول است. کمیتی نرده ای می باشد و همواره مثبت است. انرژی جنبشی جسم به جرم (m) و تندی جسم (v) بستگی دارد و به جهت حرکت جسم وابسته نیست. آزمون وی ای پی

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

نکته:



فرمول مقایسه ای انرژی جنبشی دو جسم با یکدیگر:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

پاسخ سریعی:

طبق رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ داریم:

$$K_2 = K_1 \rightarrow \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2$$

$$\rightarrow m_2v_2^2 = m_1v_1^2 \rightarrow \frac{64}{100}m_1v_1^2 = m_1v_1^2$$

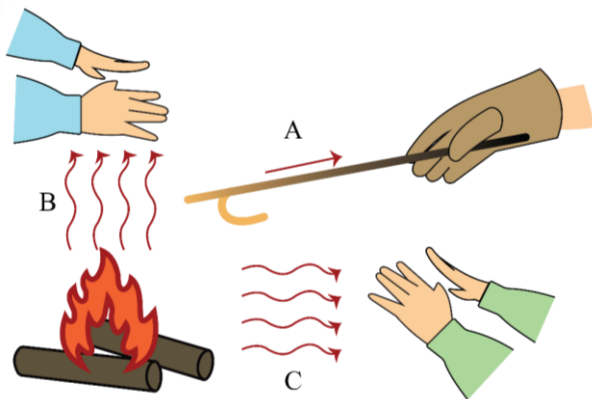
$$\rightarrow v_2^2 = \frac{100}{64}v_1^2 \rightarrow v_2 = \frac{10}{8}v_1 = \frac{5}{4}v_1$$

$$\rightarrow v_2 = \frac{125}{100}v_1$$

پس تندی حرکت جسم باید ۲۵ درصد افزایش یابد.

گروه آموزشی ماز

۵۰- هر سه روش انتقال گرما را در شکل زیر مشاهده می کنید. روش در همه شاره ها، چه مایع و چه گاز انجام می شود و روش بدون نیاز به ماده نیز به وقوع می پیوندد.



C - B (۱)

A - C (۲)

A - B (۳)

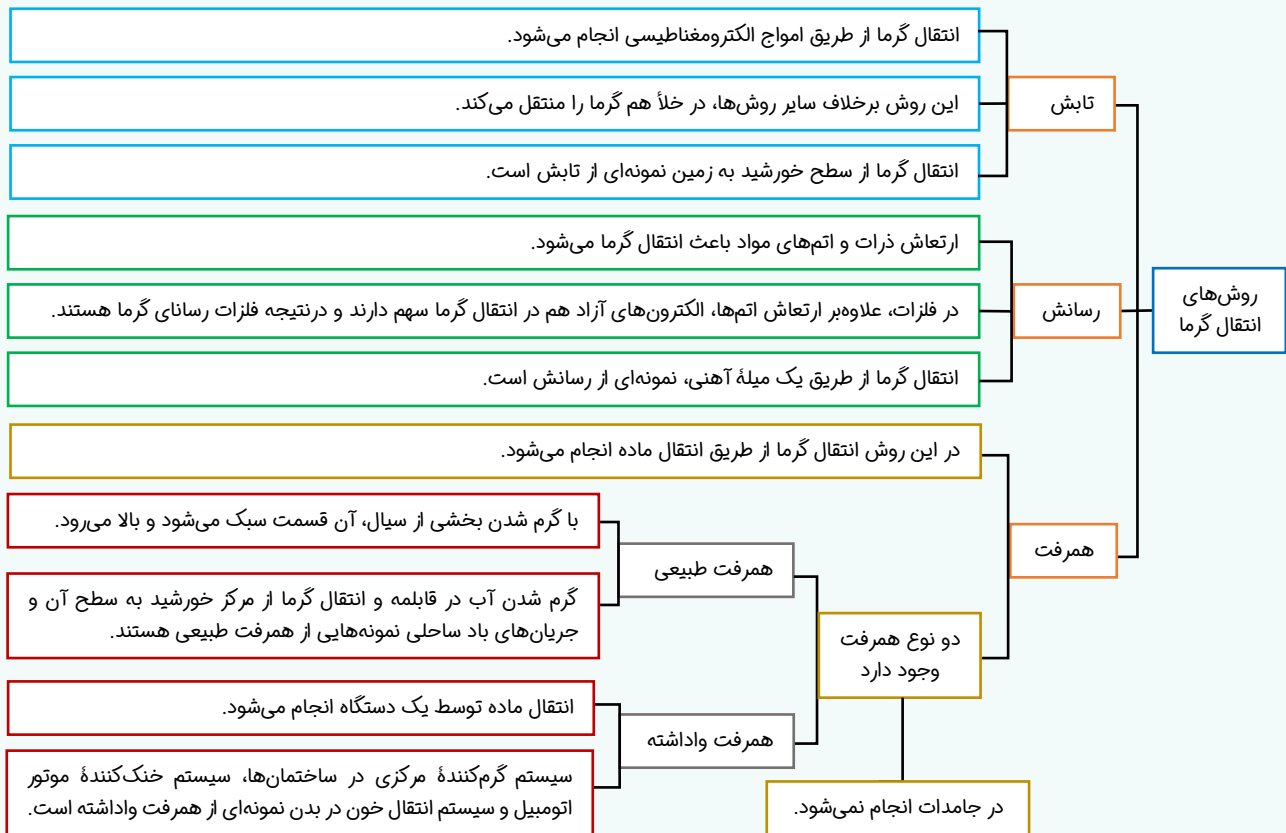
B - A (۴)

پاسخ: گزینه ۱

(آسان - مفهومی / خطبه خط کتاب درسی - ۱۴۰۴)

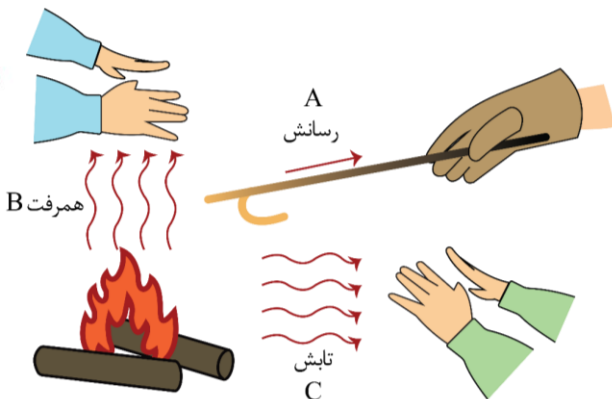
روش های انتقال گرما

در این بخش روش های انتقال گرما را با کمک طرحواره زیر مرور می کنیم:



پاسخ تشریحی

در شکل زیر، روش های A، B و C مشخص شده اند. روش همرفت (B) در همه شاره ها انجام می شود و روش تابش (C)، بدون نیاز به ماده نیز به وقوع می پیوندد، زیرا امواج الکترومغناطیسی برای انتشار نیاز به محیط مادی ندارند.



گروه آموزشی ماز

۵۱- در مدت یک سال، اختلاف بیشترین و کمترین دمای هوا در شهری برابر 45°F است. اگر طول یک پل در سردترین روز این شهر برابر ۱km باشد، طول

این پل در گرمترین روز این شهر چند متر است؟ $(\alpha = 2 \times 10^{-5} \frac{1}{K})$

۱۰۰۱ (۴)

۱۰۰۰/۹ (۳)

۱۰۰۰/۵ (۲)

۱۰۰۰/۲ (۱)



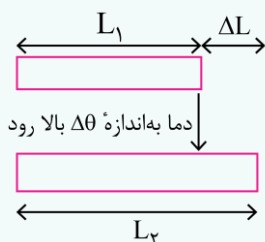
انبساط طولی



۱- هنگامی که به یک جسم گرما می‌دهیم تا دمای آن به اندازه $\Delta\theta$ بالا برود، طول آن مطابق رابطه زیر تغییر می‌کند:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta$$

$$L_2 = L_1 (1 + \alpha \Delta\theta)$$



ضریب انبساط طولی با یکای $\frac{1}{^\circ\text{C}}$ یا $\frac{1}{\text{K}}$ α :

۲- در سؤالات مربوط به انبساط طولی ۳ چیز ممکن است پرسیده شود:
الف: طول جسم چند برابر شده است؟

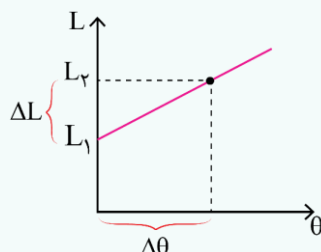
ب: طول جسم چقدر تغییر کرده است؟

ج: طول جسم چند درصد تغییر کرده است؟

$$L_2 = L_1 (1 + \alpha \Delta\theta) \rightarrow \text{چند برابر شدن طول: } \frac{L_2}{L_1} = 1 + \alpha \Delta\theta$$

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta: \text{تغییر طول جسم}$$

$$\text{درصد تغییر طول: } \frac{\Delta L}{L_1} \times (100) = \frac{L_1 \alpha \Delta\theta}{L_1} \times (100) \rightarrow \alpha \Delta\theta \times (100): \text{درصد تغییر طول}$$



۳- نمودار تغییرات طول جسم برحسب دما مطابق شکل زیر است:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta \rightarrow \frac{\Delta L}{\Delta\theta} = L_1 \alpha$$

بنابراین شیب نمودار طول برحسب دما برابر $L_1 \alpha$ است و هم به جنس جسم و هم به طول اولیه آن وابسته است.

پاسخ تشریحی:

گام اول:

تغییرات دما برحسب درجه سلسیوس برابر است با:

$$\Delta\theta = \frac{5}{9} \Delta F = \frac{5}{9} \times 45 = 25^\circ\text{C}$$

گام آخر:

طول نهایی پل برابر است با:

$$L_2 = L_1 (1 + \alpha \Delta\theta) \rightarrow L_2 = 1000 (1 + 2 \times 10^{-5} \times 25) = 1000.5 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز

۵۲- درون گرماسنجی با ظرفیت گرمایی $2100 \frac{\text{J}}{\text{K}}$ ، 2 kg آب در دمای 50°C در حال تعادل قرار دارد. چند کیلوگرم یخ صفر درجه سلسیوس درون آب

بیندازیم تا دمای تعادل 10°C درجه سلسیوس شود؟ $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$

$$\frac{5}{4} \quad (4)$$

$$\frac{4}{5} \quad (3)$$

$$\frac{10}{9} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$



پاسخ تشریحی:

دمای آب از 50°C به 10°C رسیده است و گرمایی که آب از دست داده برابر است با:

$$|Q_{\text{آب}}| = m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} |\Delta\theta_{\text{آب}}| = 2 \times 4200 \times 40 = 80 \times 4200 \text{ J}$$

گرمایی که گرماسنج از دست داده برابر است با:

$$|Q_{\text{گرماسنج}}| = C_{\text{گرماسنج}} |\Delta\theta| = 2100 \times 40 = 20 \times 4200 \text{ J}$$

اگر جرم یخ برابر m باشد، گرمایی که یخ می گیرد تا به آب 10°C تبدیل شود برابر است با:

$$Q_{\text{یخ}} = m_{\text{یخ}} L_F + m_{\text{یخ}} c_{\text{آب}} \Delta\theta = m \times \underbrace{336000}_{80 \times 4200} + m \times 4200 \times 10$$

$$\Rightarrow Q_{\text{یخ}} = 90m \times 4200 \text{ J}$$

در نهایت با توجه به پایستگی انرژی می توان نوشت:

$$Q_{\text{یخ}} = |Q_{\text{آب}}| + |Q_{\text{گرماسنج}}|$$

$$\Rightarrow 90m \times 4200 = 80 \times 4200 + 20 \times 4200$$

$$\Rightarrow 90m = 80 + 20 \Rightarrow m = \frac{10}{9} \text{ kg}$$

گروه آموزشی ماز

۵۳- یک حباب هوا به شعاع 5 mm در ته یک دریاچه به عمق h تشکیل شده است که دما در آنجا 2°C است. حباب تا سطح آب بالا می آید که دما در آنجا 27°C است. اگر تا لحظه ای که حباب به سطح دریاچه می رسد، شعاع آن 1 mm افزایش یافته باشد، h چند متر است؟

$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, P_0 = 1.0^5 \text{ Pa}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

۸/۵۴ (۴)

۵/۸۴ (۳)

۱۵/۸۴ (۲)

۱۸/۵۴ (۱)

(سخت - محاسباتی و ترکیبی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳



برای حل این سؤال از قانون گازهای کامل استفاده می کنیم.

$$\text{کف دریاچه: } \begin{cases} P_1 \\ V_1 = \frac{4}{3} \pi \times 5^3 \text{ mm}^3 \\ T_1 = 2 + 273 = 275 \text{ K} \end{cases}$$

$$\text{سطح دریاچه: } \begin{cases} P_2 = P_0 = 1.0^5 \text{ Pa} \\ V_2 = \frac{4}{3} \pi \times 6^3 \text{ mm}^3 \\ T_2 = 27 + 273 = 300 \text{ K} \end{cases}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_1 \times \frac{4}{3} \pi \times 5^3}{275} = \frac{1.0^5 \times \frac{4}{3} \pi \times 6^3}{300}$$

$$\rightarrow \frac{P_1 \times 5^3}{275} = \frac{1.0^5 \times 6^3}{300} \rightarrow P_1 = \frac{275 \times 216}{300 \times 125} \times 1.0^5 \text{ Pa}$$

$$\rightarrow P_1 = \frac{396}{250} \times 1.0^5 \text{ Pa} = 1/584 \times 1.0^5 \text{ Pa}$$

$$P_1 = P_0 + \rho g h \Rightarrow 1/584 \times 1.0^5 = 1.0^5 + 1000 \times 10 \times h \rightarrow h = 5/84 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز

۵۴- شکل زیر، نمودار $P-V$ یک گاز کامل را در دو فرایند ترمودینامیکی نشان می دهد. کدام یک از عبارتهای زیر صحیح است؟

الف: اگر دمای گاز در نقاط A ، B و C به ترتیب T_A ، T_B و T_C باشد، آن گاه $T_C > T_A > T_B$ است.

ب: کار انجام شده روی گاز در فرایند AB کوچک تر از اندازه گرمایی است که گاز در این فرایند از دست می دهد.

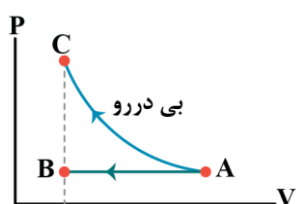
پ: تغییر انرژی درونی گاز در فرایند AC بزرگ تر از کاری است که محیط در این فرایند روی گاز انجام می دهد.

(۲) فقط (الف)

(۱) (الف) و (ب)

(۴) فقط (پ)

(۳) (ب) و (پ)





فرایند هم‌دمایی در



نکته: براساس معادله حالت گازهای کامل، یعنی $PV = nRT$ برای یک گاز معین می‌توان نتیجه گرفت:

$$PV \propto T$$

یعنی برای مقایسه دمای دو نقطه بدون داشتن مقدار دماها می‌توان از مقایسه حاصل ضرب PV در آن دو نقطه استفاده کرد به گونه‌ای که:

$$۱) P_2 V_2 > P_1 V_1 \rightarrow T_2 > T_1 \rightarrow U_2 > U_1 \rightarrow \text{دما و انرژی درونی گاز افزایش می‌یابند.}$$

$$۲) P_2 V_2 = P_1 V_1 \rightarrow T_2 = T_1 \rightarrow U_2 = U_1 \rightarrow \text{دما و انرژی درونی گاز در آغاز و پایان فرایند، مساوی است.}$$

$$۳) P_2 V_2 < P_1 V_1 \rightarrow T_2 < T_1 \rightarrow U_2 < U_1 \rightarrow \text{دما و انرژی درونی گاز کاهش می‌یابند.}$$

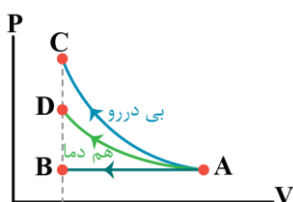
در فرایند بی‌دررو:

۱- اگر گاز دچار انبساط شود ($V_2 > V_1$): دما و انرژی درونی گاز کاهش می‌یابند.

۲- اگر گاز دچار تراکم شود ($V_2 < V_1$): دما و انرژی درونی گاز افزایش می‌یابند.

پاسخ تشریحی:

بررسی موارد:



برای بررسی بهتر سؤال، نمودار هم‌دما را هم در کنار دو نمودار دیگر رسم می‌کنیم.

الف: نقاط B, C و D در حجم یکسانی قرار دارند، بنابراین هر کدام که فشار بیش‌تری داشته باشد، طبق رابطه $PV = nRT$ ، دمای بیش‌تری هم دارد، بنابراین $T_C > T_D > T_B$ است.

از طرفی دمای نقاط A و D هم برابر است، بنابراین:

$$T_C > T_D = T_A > T_B$$

ب: فرایند AB یک فرایند هم‌فشار است که در آن، حجم گاز کاهش یافته است، بنابراین $W > 0$ ، $Q < 0$ و $\Delta U < 0$ است. از طرفی طبق قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \rightarrow Q = \Delta U - W$$

$$\rightarrow |Q| = |\Delta U| + |W|$$

$$\rightarrow |Q| > |W|$$

بنابراین در یک انقباض هم‌فشار، اندازه کار از اندازه گرما کوچک‌تر است.

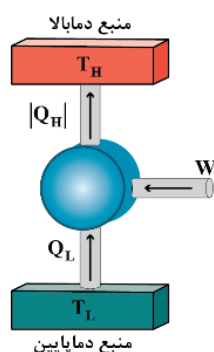
پ: فرایند AC بی‌دررو است، بنابراین گرما در آن مبادله نمی‌شود ($Q = 0$)، بنابراین تغییر انرژی درونی گاز و کار انجام‌شده روی آن در این فرایند، یکسان است:

$$\Delta V + Q \xrightarrow{Q=0} \Delta V = W$$

با توجه به توضیحات فوق، عبارت‌های (الف) و (ب) صحیح هستند.

گروه آموزشی ماز

۵۵- شکل زیر، طرح‌واره‌ای از یک است. در این طرح‌واره، اگر $W = 0$ باشد، قانون ترمودینامیک نقض می‌شود.



(۱) یخچال - اول

(۲) یخچال - دوم

(۳) ماشین گرمایی - اول

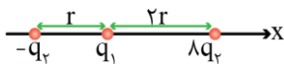
(۴) ماشین گرمایی - دوم



وسیله داده شده، با گرفتن کار از بیرون، گرما را از منبع سرد به منبع گرم منتقل کرده است، بنابراین یک یخچال است. صفر شدن W به معنی آن است که گرما به صورت خودبه خودی از دمای پایین تر به دمای بالاتر رفته است که قانون دوم ترمودینامیک (به بیان یخچالی) را نقض می کند.

گروه آموزشی ماز

۵۶- دو بار الکتریکی نقطه ای q_1 و q_2 در فاصله r از یکدیگر با نیرویی به بزرگی $10N$ همدیگر را جذب می کنند. در شکل زیر، بردار برایندهای الکتریکی وارد بر بار q_1 از طرف دو بار دیگر، برحسب نیوتون در کدام گزینه به درستی آمده است؟



$$-10\vec{i} \text{ (۲)}$$

$$-30\vec{i} \text{ (۱)}$$

$$30\vec{i} \text{ (۴)}$$

$$10\vec{i} \text{ (۳)}$$



۱- اگر دو بار q_1 و q_2 در فاصله r از یکدیگر باشند، نیروی الکتریکی F را به یکدیگر وارد می کنند که بزرگی آن از رابطه زیر محاسبه می شود:

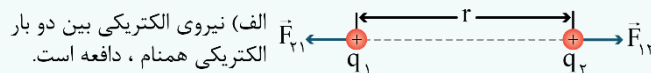
$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

$|q_1|$ و $|q_2|$: اندازه بار الکتریکی برحسب کولن (C) است.

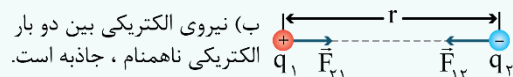
r : فاصله بین دو بار برحسب متر (m)

k : ثابت کولن که برابر با $\frac{9 \times 10^{-9} \text{ N.m}^2}{\text{C}^2}$ است.

اگر بارهای q_1 و q_2 هم نام باشند، نیروی الکتریکی بین آن ها دافعه و اگر ناهم نام باشند، نیروی بین آن ها از نوع جاذبه است.



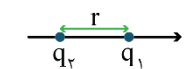
الف) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی هم نام ، دافعه است.



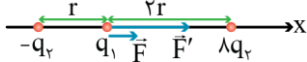
ب) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی ناهم نام ، جاذبه است.



چون بارهای q_1 و q_2 یکدیگر را جذب می کنند، پس ناهم نام هستند.



$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \rightarrow 10 = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$



در شکل مقابل، ابتدا نیروی بین q_1 و q_2 را پیدا می کنیم. چون q_1 و q_2 ناهم نام هستند، پس q_1 و q_2 هم نام هستند و نیروی بین آن ها دافعه است، اسم این نیرو را F می گذاریم که اندازه آن $10N$ است و جهت آن به سمت مثبت محور x است، بنابراین بردار نیروی $\vec{F}$ برابر است با:

$$\vec{F} = 10\vec{i} \text{ (N)}$$

حالا به سراغ نیروی الکتریکی بین q_1 و $4q_2$ که آن را F' می نامیم، می رویم. چون q_1 و $4q_2$ ناهم نام بودند، پس نیروی بین q_1 و $4q_2$ جاذبه است.

برای اندازه این نیرو توجه کنیم که فاصله بین دو بار، ۲ برابر و اندازه یکی از بارها ۸ برابر شده است، بنابراین داریم:

$$F' = k \frac{|q_1| \times 4 \times |q_2|}{(2r)^2} = \frac{4}{4} k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = 2 \times 10 = 20 \text{ N}$$

اما چون این نیرو جاذبه است، پس جهت آن به سمت مثبت محور x است، یعنی بردار نیروی $\vec{F}'$ برابر است با:

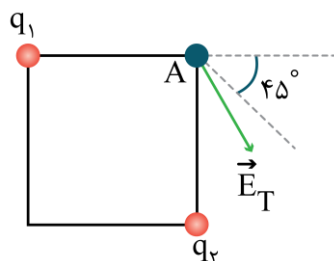
$$\vec{F}' = 20\vec{i} \text{ (N)}$$

پس برایندهای نیروهای وارد بر q_1 برابر است:

$$\vec{F}_t = \vec{F} + \vec{F}' = 10\vec{i} + 20\vec{i} = 30\vec{i} \text{ (N)}$$

گروه آموزشی ماز

۵۷- در دو رأس مربع زیر، بارهای q_1 و q_2 قرار داده شده‌اند. بردار میدان خالص $\vec{E}_T$ در نقطه A نشان داده شده است. در مورد اندازه بارهای q_1 و q_2 و همچنین علامت آن‌ها کدام گزینه صحیح است؟



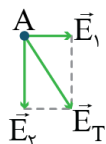
- (۱) $q_2 > 0, q_1 < 0, |q_2| > |q_1|$
- (۲) $q_2 < 0, q_1 > 0, |q_2| < |q_1|$
- (۳) $q_2 < 0, q_1 > 0, |q_2| > |q_1|$
- (۴) $q_2 > 0, q_1 < 0, |q_2| < |q_1|$

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

میدان الکتریکی بار نقطه‌ای

بار نقطه‌ای q در فاصله r از خود، میدان الکتریکی ایجاد می‌کند که بزرگی آن از رابطه $E = k \frac{|q|}{r^2}$ به دست می‌آید. جهت میدان الکتریکی را به کمک بار آزمون به دست می‌آوریم. در هر نقطه‌ای که جهت میدان را بخواهیم، یک بار آزمون مثبت در آن نقطه می‌گذاریم، جهت میدان هم‌جهت با نیروی وارد بر بار آزمون است.



اگر بردار $\vec{E}_T$ را تجزیه کنیم، به این صورت خواهد شد:

که اگر بار آزمون در نقطه A قرار داده شود، مشاهده می‌شود که باید بار q_2 منفی و بار q_1 مثبت باشد. اندازه میدان حاصل از q_2 از میدان حاصل از q_1 بزرگ‌تر است، چون بردار $\vec{E}_2$ بیش‌تر به سمت $\vec{E}_2$ منحرف شده است (زاویه آن کم‌تر از 45° درجه است). چون اندازه میدان حاصل از بار q در فاصله r از آن برابر با $\frac{k|q|}{r^2}$ است و فاصله نقطه A از بارهای q_1 و q_2 برابر است، پس باید اندازه بار q_2 از اندازه بار q_1 بزرگ‌تر باشد.

گروه آموزشی ماز

۵۸- در جابه‌جایی بار $q = 24 \text{ nC}$ از نقطه A تا B ، انرژی پتانسیل الکتریکی این بار 192 nJ کاهش می‌یابد. اختلاف پتانسیل نقاط A و B ، $(V_A - V_B)$ چند ولت است؟

(۴) -۱۲

(۳) ۱۲

(۲) -۸

(۱) ۸

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی و اختلاف پتانسیل الکتریکی

۱- هنگامی که بار q بین دو نقطه که اختلاف پتانسیل آن‌ها برابر ΔV است، جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن تغییر می‌کند. تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار یعنی ΔU به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta U = q\Delta V$$

۲- مطابق رابطه بالا، بار مثبت با حرکت به سمت پتانسیل‌های بیش‌تر، انرژی پتانسیل الکتریکی‌اش زیاد می‌شود و انرژی پتانسیل الکتریکی بار منفی با حرکت به سمت پتانسیل‌های کم‌تر بیش‌تر می‌شود.

۳- اگر یک بار الکتریکی در جهت خودبه‌خودی حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن حتماً کم می‌شود. جهت حرکت خودبه‌خودی بار مثبت در جهت خطوط میدان الکتریکی است، درحالی‌که جهت حرکت خودبه‌خودی بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی است.

۴- با حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی (V) کاهش می‌یابد.



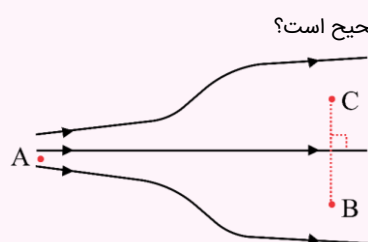
$$V_B < V_A$$

نکته:

نوع بار ذره در نحوه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی (ΔU) مؤثر است ولی در نحوه تغییرات پتانسیل الکتریکی (ΔV) تأثیری ندارد. همچنین با حرکت در جهت عمود بر خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی ثابت می‌ماند.



مثال:



شکل زیر، خطوط میدان الکتریکی را در ناحیه‌ای از صفحه نشان می‌دهد. چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد این شکل صحیح است؟
الف: بزرگی میدان الکتریکی در نقطه A بیش‌تر از نقطه B است.

ب: پتانسیل الکتریکی نقاط B و C برابر است.

پ: با حرکت یک بار منفی از A تا B، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

ت: تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی یک بار الکتریکی در حرکت از A تا B، برابر تغییرات

انرژی پتانسیل الکتریکی آن در حرکت از A تا C است.

پاسخ:

هریک از عبارت‌ها را جداگانه بررسی می‌کنیم.

بررسی (الف): تراکم خطوط میدان در نزدیکی نقطه A بیش‌تر از B است، پس بزرگی میدان الکتریکی در A بیش‌تر از B است.

بررسی (ب): نقاط B و C در یک سطح عمود بر خطوط میدان قرار دارند، پس پتانسیل الکتریکی آن‌ها برابر است.

بررسی (پ): با حرکت بار منفی از A تا B، این بار در خلاف جهت خودبه‌خودی حرکت کرده است و در نتیجه انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

بررسی (ت): چون پتانسیل الکتریکی نقاط B و C برابر است، تغییرات پتانسیل و انرژی پتانسیل الکتریکی با جابه‌جایی از A تا B با جابه‌جایی از A تا C یکسان است.

بنابراین هر ۴ عبارت، صحیح است.



با توجه به رابطه زیر، به راحتی می‌توان نوشت:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \rightarrow V_B - V_A = \frac{-192}{24} = -8V$$

$$\rightarrow V_A - V_B = 8V$$

گروه آموزشی ماز

۵۹- خازن تختی که بین صفحه‌های آن هوا است به یک باتری متصل می‌باشد. اگر در همین حالت، دی الکتریکی با ثابت ۴ فاصله بین صفحه‌های خازن را پر کند، ظرفیت و بار الکتریکی خازن چگونه تغییر می‌کنند؟

۱ - ۱ (۴)

۴ - ۴ (۳)

۴ - ۱ (۲)

۱ - ۴ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

نکته:

هنگامی که در ویژگی‌های یک خازن تغییر ایجاد کنیم، دو حالت زیر امکان‌پذیر است:

۱- خازن به باتری وصل باشد: در این حالت ولتاژ خازن ثابت می‌ماند.

۲- خازن شارژ شده و از باتری جدا شده باشد: در این حالت بار خازن ثابت می‌ماند.



گام اول:

بررسی ظرفیت خازن:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} = \frac{4}{1} = 4$$

گام آخر:

بررسی بار الکتریکی خازن:

$$q = CV \rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2}{V_1} = 4 \times 1 = 4$$

گروه آموزشی ماز

۶۰- ظرفیت خازن تختی ۱۲ μF است. اگر ولتاژ این خازن ۴V بیش‌تر شود، انرژی ذخیره‌شده در آن ۴۸۰ μJ افزایش می‌یابد. اختلاف بار صفحه‌های خازن در حالت اولیه چند میکروکولن بوده است؟

۱۹۲ (۴)

۲۴ (۳)

۴۸ (۲)

۹۶ (۱)



اگر ولتاژ اولیه خازن برابر V_1 باشد، ولتاژ نهایی آن برابر $V_2 = V_1 + 4$ است، بنابراین با توجه به این که ظرفیت خازن ثابت است، داریم:

$$\begin{cases} U_1 = \frac{1}{2} CV_1^2 = 6V_1^2 \\ U_2 = \frac{1}{2} CV_2^2 = 6(V_1 + 4)^2 \end{cases} \rightarrow U_2 - U_1 = 6((V_1 + 4)^2 - V_1^2) \rightarrow 480 = 6(8V_1 + 16) \rightarrow V_1 = 8V$$

بار اولیه خازن برابر است با:

$$q_1 = CV_1 = 12 \times 8 = 96 \mu C$$

در حالت اولیه، بار صفحه مثبت برابر $+q_1$ و بار صفحه منفی برابر $-q_1$ بوده است، پس اختلاف بار دو صفحه برابر $2q_1 = 192 \mu C$ بوده است.

گروه آموزشی ماز

۶۱- دو سر یک سیم آهنی به مقاومت 25Ω را به اختلاف پتانسیل $16V$ وصل کرده ایم. در هر ثانیه الکترون به طور خالص از هر مقطع سیم عبور می کند و اگر دمای سیم افزایش یابد، تعداد این الکترون ها می یابد. ($e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

(۴) - افزایش 10^{20}

(۳) - کاهش 10^{20}

(۲) - افزایش 5×10^{19}

(۱) - کاهش 5×10^{19}

قانون اهم

۱- مطابق قانون اهم، رابطه ولتاژ و جریان برای یک مقاومت الکتریکی به صورت زیر است:

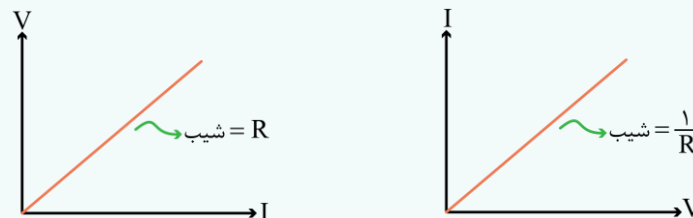
$$V = RI$$

V : اختلاف پتانسیل با یکای ولت

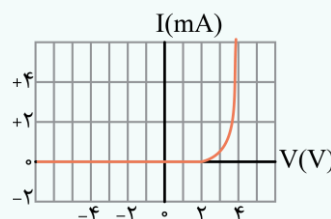
I : جریان الکتریکی با یکای آمپر

R : مقاومت الکتریکی با یکای اهم

۲- مطابق قانون اهم، نمودار تغییرات ولتاژ یک مقاومت بر حسب جریان الکتریکی آن و نمودار جریان الکتریکی بر حسب ولتاژ، مطابق شکل زیر به صورت یک خط صعودی است.



۳- مقاومت های الکتریکی به دو دسته اهمی و غیراهمی تقسیم می شوند. مقاومت های اهمی از قانون اهم پیروی می کنند که در نکته قبل با آن ها آشنا شدیم. برخلاف مقاومت های اهمی که ولتاژ و جریان، باهم رابطه مستقیم و خطی دارند، ولتاژ و جریان مقاومت های غیراهمی دارای رابطه غیرخطی هستند، مثلاً شکل زیر نمودار جریان-ولتاژ برای یک دیود نورگسیل (LED) را نشان می دهد که یک مقاومت غیراهمی می باشد.



دقت کنید که در دمای ثابت نسبت ولتاژ به جریان ($\frac{V}{I}$) در مقاومت های اهمی همواره ثابت است، درحالی که این نسبت در مقاومت های غیراهمی متغیر می باشد.



گام اول:

جریان الکتریکی گذرنده از مقاومت برابر است با:

$$I = \frac{V}{R} \rightarrow I = \frac{16}{2} = 8A$$

گام آخر:

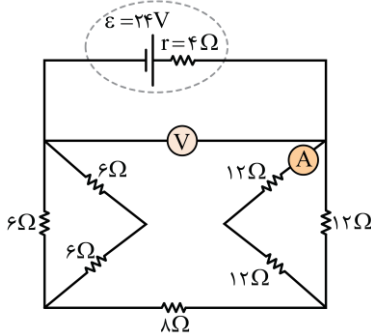
تعداد الکترون هایی که در هر ثانیه از هر مقطع سیم می گذرند برابر است با:

$$\begin{cases} \Delta q = I \Delta t \\ \Delta q = ne \end{cases} \rightarrow ne = I \Delta t \rightarrow n = \frac{I \Delta t}{e} \rightarrow n = \frac{8 \times 1}{1.6 \times 10^{-19}} = 5 \times 10^{19}$$

دقت کنید که با افزایش دمای مقاومت فلزی، مقدار مقاومت آن نیز افزایش می یابد؛ بنابراین جریان الکتریکی و تعداد الکترون ها کاهش می یابند.

گروه آموزشی ماز

۶۲- در مدار زیر، آمپرسنج آرمانی و ولتسنج آرمانی به ترتیب از راست به چپ چه مقداری را اندازه می گیرند؟



۱) $20V, \frac{1}{3}A$

۲) $22V, \frac{1}{3}A$

۳) $20V, \frac{2}{3}A$

۴) $22V, \frac{2}{3}A$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

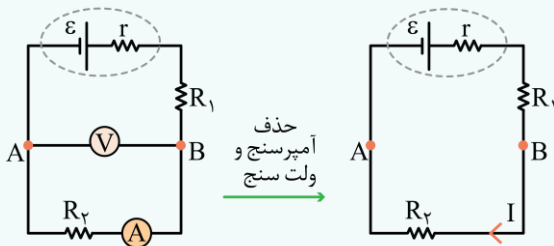
ولتسنج ایده آل و آمپرسنج ایده آل

در سؤالاتی که عدد آمپرسنج یا ولتسنج آرمانی پرسیده می شود، برای راحتی می توانیم به صورت زیر عمل کنیم:

۱- آمپرسنج را از مدار حذف کرده و به جای آن سیم قرار می دهیم.

۲- ولتسنج را از مدار حذف کرده و سیم های شاخه آن را پاک می کنیم.

به عنوان مثال مدار مقابل را به صورت نشان داده شده ساده می کنیم:

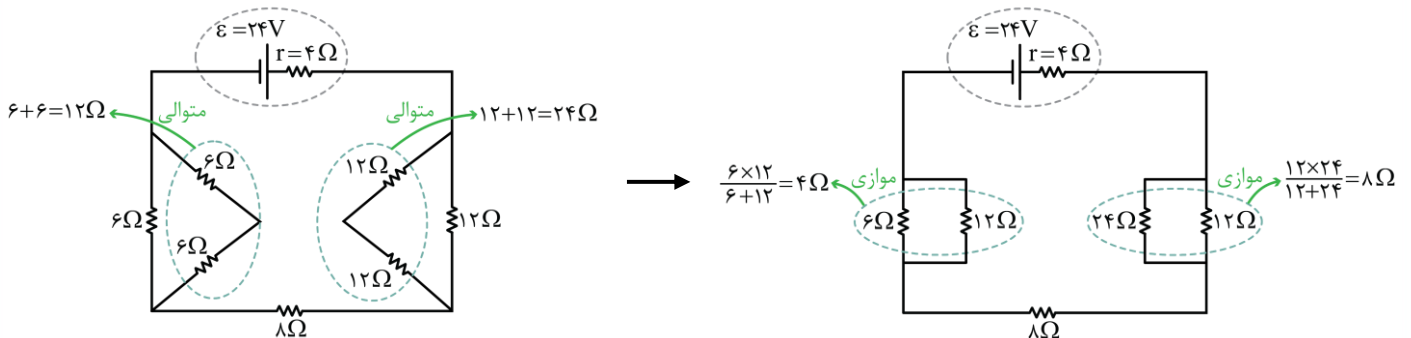


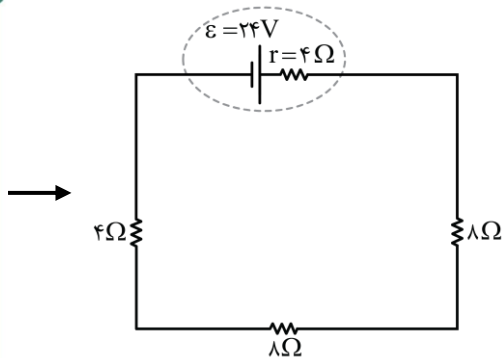
پس از حذف آمپرسنج و ولتسنج می توانیم مدار ساده شده را به راحتی حل کنیم. در این صورت جریان I همان عدد آمپرسنج است و اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B (دو سر ولتسنج) برابر عدد ولتسنج می باشد. برای محاسبه اختلاف پتانسیل نقاط می توان از تکنیک پتانسیل نویسی استفاده کرد.

پاسخ تشریحی:

گام اول:

پس از حذف آمپرسنج و ولتسنج طبق نکته ارائه شده، مقاومت معادل مدار را به دست می آوریم.





$$R_{eq} = 4 + 8 + 8 = 20\Omega$$

گام دوم:

جریان خروجی از باتری برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{24}{4 + 20} = 1A$$

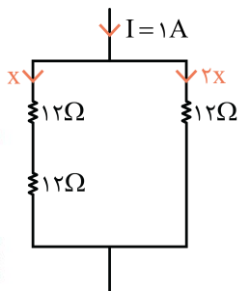
گام سوم:

ولت سنج ولتاژ دو سر باتری را اندازه می گیرد که برابر است با:

$$V = \varepsilon - rI \rightarrow V = 24 - 4 \times 1 = 20V$$

گام آخر:

با تقسیم جریان بین شاخه های موازی، جریان گذرنده از آمپرسنج را به دست می آوریم.

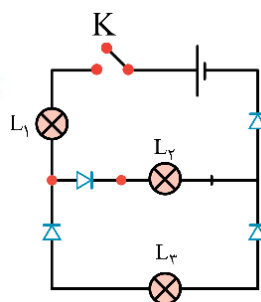


$$x + 2x = I \rightarrow 3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{3}A$$

بنابراین جریان گذرنده از آمپرسنج برابر $\frac{1}{3}A$ خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۶۳- در مدار زیر، با بستن کلید K، چه تعداد از لامپ ها روشن می شوند؟



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

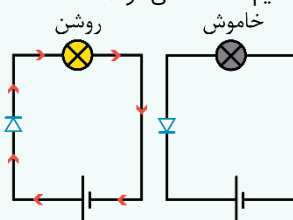
(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

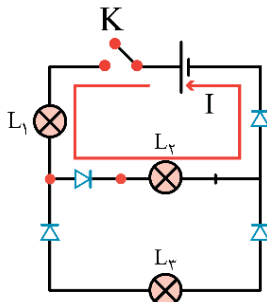
پاسخ: گزینه ۳

دیود



دیود قطعه ای است که هرگاه در مداری قرار گیرد، جریان را تنها از یک سو عبور می دهد و مقاومت آن در برابر عبور جریان در این سو ناچیز است. به همین دلیل، دیود را اغلب به عنوان یک سوکننده جریان در نظر می گیرند و آن را با نماد $\rightarrow|$ در مدارهای الکتریکی نشان می دهند. پیکان در این نماد، جهتی را نشان می دهد که جریان می تواند از دیود عبور کند. مثلاً مدارهای ساده زیر نشان می دهد که با تعویض جهت دیود، جریان از مدار عبور نمی کند و لامپ خاموش می شود. همچنین از دیود در مدارهای یک سوکننده برای تبدیل جریان های متناوب به جریان های مستقیم استفاده می شود.

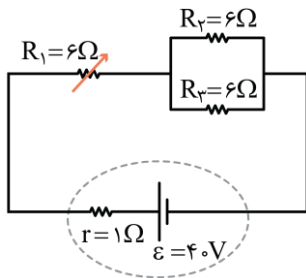




با توجه به این که دیود جریان را در یک جهت عبور می دهد، مسیر عبور جریان در مدار، مطابق شکل مقابل است، بنابراین لامپ های L_1 و L_2 روشن می شوند.

از این لامپ جریانی نمی گذرد.

گروه آموزشی ماز



۶۴- کدام یک از عبارت های زیر در مورد مدار مقابل صحیح است؟

الف: جریان عبوری از مقاومت R_2 برابر $4A$ است.

ب: توان مصرفی مقاومت R_1 برابر $48W$ است.

پ: در مقاومت درونی باتری، در هر دقیقه $960J$ انرژی تلف می شود.

ت: اگر مقاومت R_1 افزایش یابد، ولتاژ دو سر باتری افزایش می یابد.

(۲) (ب) و (پ)

(۱) (الف) و (ت)

(۴) (پ) و (ت)

(۳) (الف) و (ب)

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

توان مصرفی

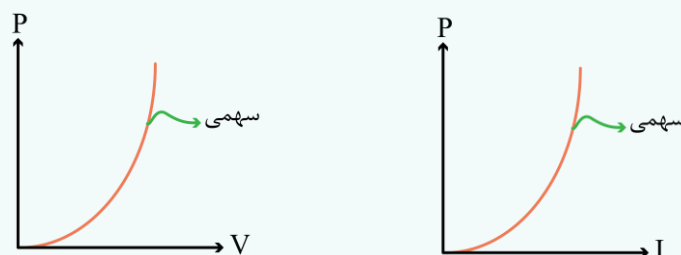
۱- توان الکتریکی هر وسیله الکتریکی برابر حاصل ضرب اختلاف پتانسیل دو سر آن در جریان عبوری از آن وسیله است.

$$P = VI$$

۲- برای یک مقاومت اهمی با توجه به رابطه $V = RI$ ، توان مقاومت از روابط زیر قابل محاسبه است.

$$\left\{ \begin{array}{l} P = VI \\ P = RI^2 \\ P = \frac{V^2}{R} \end{array} \right.$$

۳- نمودار توان مصرفی در یک مقاومت برحسب ولتاژ و جریان آن مطابق شکل های زیر است.



۴- با ضرب کردن توان الکتریکی در زمان، می توان انرژی مصرفی در مقاومت را محاسبه کرد.

$$U = Pt \left\{ \begin{array}{l} U = VIt \\ U = RI^2 t \\ U = \frac{V^2}{R} t \end{array} \right.$$

۵- در استفاده از رابطه $U = Pt$ ، اگر توان برحسب وات و زمان برحسب ثانیه جایگزین شود، انرژی برحسب ژول به دست می آید و اگر توان برحسب کیلووات و زمان برحسب ساعت جایگزین شود، انرژی برحسب کیلووات ساعت به دست می آید.

۶- هر کیلووات ساعت معادل 3.6×10^6 ژول است.

$$1 \text{ kW.h} \equiv 3.6 \times 10^6 \text{ J}$$

پاسخ تشریحی:

مقاومت معادل مدار برابر $\frac{6}{1} + \frac{6}{9} = 9\Omega$ است؛ بنابراین جریان خروجی از باتری برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{40}{1 + 9} = 4A$$

بررسی موارد:

الف: جریان $I = 4A$ که از باتری خارج می شود، بین دو مقاومت R_3 و R_4 به طور مساوی تقسیم می شود و از هریک جریان $2A$ می گذرد. (*)
ب: توان مصرفی مقاومت R_1 برابر است با:

$$P_1 = R_1 I^2 = 6 \times 4^2 = 96W$$

بنابراین عبارت (ب) نیز نادرست است. (*)

پ: انرژی مصرفی در مقاومت درونی باتری برابر است با:

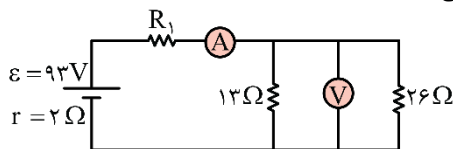
$$U = r I^2 t = 1 \times 4^2 \times 60 = 960J$$

عبارت (پ) صحیح است. (✓)

ت: با افزایش مقاومت R_1 ، جریان مدار کاهش می یابد و طبق رابطه $\varepsilon - rI = V_{\text{باتری}}$ ، با کاهش جریان مدار، ولتاژ باتری افزایش می یابد. (✓)

گروه آموزشی ماز

۶۵- در مدار زیر، ولتسنج آرمانی $39V$ را اندازه می گیرد. آمپرسنج آرمانی چند آمپر را نشان می دهد؟



۴/۵ (۱)

۳ (۲)

۶ (۳)

(۴) مقاومت R_1 باید مشخص باشد.

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱



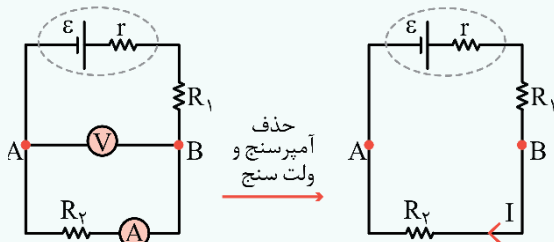
ولتسنج ایده آل و آمپرسنج ایده آل

در سؤالاتی که عدد آمپرسنج یا ولتسنج آرمانی پرسیده می شود، برای راحتی می توانیم به صورت زیر عمل کنیم:

۱- آمپرسنج را از مدار حذف کرده و به جای آن سیم قرار می دهیم.

۲- ولتسنج را از مدار حذف کرده و سیم های شاخه آن را پاک می کنیم.

به عنوان مثال مدار مقابل را به صورت نشان داده شده ساده می کنیم:



پس از حذف آمپرسنج و ولتسنج می توانیم مدار ساده شده را به راحتی حل کنیم. در این صورت جریان I همان عدد آمپرسنج است و اختلاف پتانسیل نقاط A و B (دو سر ولتسنج) برابر عدد ولتسنج می باشد. برای محاسبه اختلاف پتانسیل نقاط می توان از تکنیک پتانسیل نویسی استفاده کرد.

پاسخ تشریحی:

ولتسنج ولتاژ دو سر مقاومت های 13Ω و 26Ω را اندازه می گیرد. با استفاده از قانون اهم برای هر یک از مقاومت ها، داریم:

$$V = R_1 I_1 \rightarrow 39 = 13 I_1 \rightarrow I_1 = 3A$$

$$V = R_2 I_2 \rightarrow 39 = 26 I_2 \rightarrow I_2 = 1.5A$$

جریان گذرنده از آمپرسنج برابر مجموع جریان های گذرنده از مقاومت های 13Ω و 26Ω است، بنابراین می توان نوشت:

$$I = I_1 + I_2 = 3 + 1.5 = 4.5A$$

اگر...

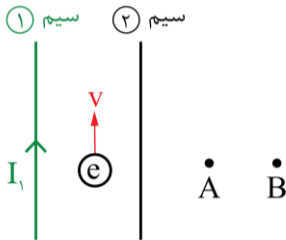
اگر مقدار مقاومت R_1 پرسیده می‌شد، پاسخ چه بود؟
پاسخ: با توجه به این که جریان کل مدار را می‌دانیم، می‌توان نوشت:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_{eq}} \rightarrow \frac{93}{2 + R_{eq}} \rightarrow R_{eq} = \frac{56}{3} \Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + \frac{13 \times 26}{13 + 26} \rightarrow \frac{56}{3} = R_1 + \frac{26}{3} \rightarrow R_1 = 10 \Omega$$

گروه آموزشی ماز

۶۶- در شکل زیر میدان خالص حاصل از دو سیم حامل جریان در نقطه B ، برابر صفر است. جهت میدان خالص در نقطه A و جهت نیروی وارد بر الکترون، به ترتیب کدام است؟

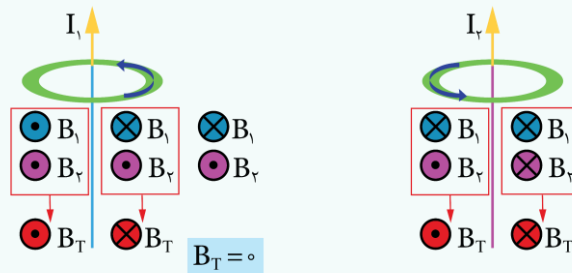


- (۱) $\leftarrow - \odot$
- (۲) $\rightarrow - \odot$
- (۳) $\leftarrow - \otimes$
- (۴) $\rightarrow - \otimes$

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

محاسبه میدان خالص در فضای بین و اطراف دو سیم حامل جریان



اگر جریان دو سیم هم‌جهت باشند، بین دو سیم و اگر خلاف جهت باشند، خارج دو سیم و در هر دو حالت نزدیک به سیم با جریان کمتر میدان مغناطیسی خالص صفر است.



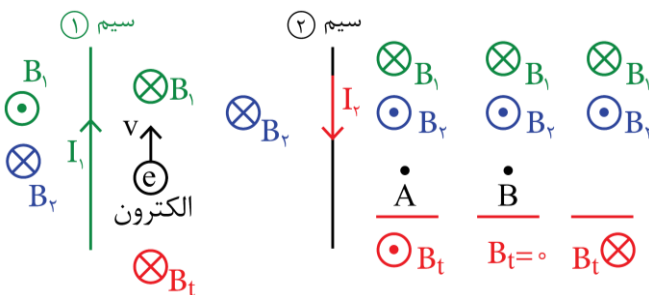
نیروی بین سیم‌های موازی حامل جریان

اگر جریان‌ها در یک جهت از دو سیم موازی بگذرند، نیروی بین آن‌ها **ربایشی** است. همچنین اگر جریان‌ها در دو جهت مخالف از دو سیم موازی بگذرند، نیروی بین آن‌ها **رانشی** است.

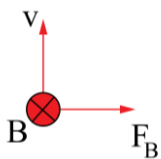


پاسخ تشریحی

چون جهت میدان سیم (۱) در نقطه B درون سو است، پس میدان سیم (۲) باید برون سو باشد تا آن را خنثی کند و با توجه به آن، جهت جریان سیم (۲) به سمت پایین است:



از طرفی نقطه A چون در نزدیکی سیم (۲) قرار دارد، پس میدان سیم (۲) قوی تر است و میدان خالص برون سو است. در مکان الکترون میدان خالص درون سو است پس طبق قاعده دست چپ، جهت نیروی وارد بر الکترون به سمت راست است.



گروه آموزشی ماز

۶۷- بزرگی میدان مغناطیسی دور سر انسان حدود $3 \times 10^{-8} \text{ G}$ اندازه گیری شده است. با در نظر گرفتن این جریان ها به صورت تک حلقه ای دایره ای به قطر

۱۶cm (پهنای یک سر نوعی)، جریان الکتریکی لازم برای تولید این میدان مغناطیسی چند میکروآمپر است؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$)

۰/۸ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۴ (۲)

۰/۲ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

برای محاسبه جریان حلقه می توان نوشت:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \Rightarrow 3 \times 10^{-8} \times 10^{-4} = \frac{12 \times 10^{-7} \times I}{0.16}$$

$$\Rightarrow I = 4 \times 10^{-7} \text{ A} = 0.4 \mu\text{A}$$

گروه آموزشی ماز

۶۸- در شکل زیر، دو سیملوله P و Q هم محورند و برابند میدان مغناطیسی ناشی از دو سیملوله در نقطه M صفر است. تعداد دورهای سیملوله P دو برابر

تعداد دورهای سیملوله Q است و طول سیملوله P و Q به ترتیب ۳۰cm و ۴۰cm می باشد. اگر اختلاف جریان عبوری از دو سیملوله ۲/۵A باشد، جریان

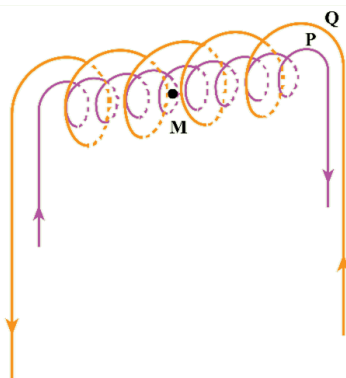
عبوری از سیملوله Q چند آمپر است؟

۱/۵ (۱)

۳/۵ (۲)

۴ (۳)

۶ (۴)

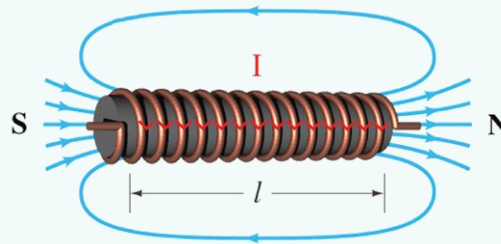




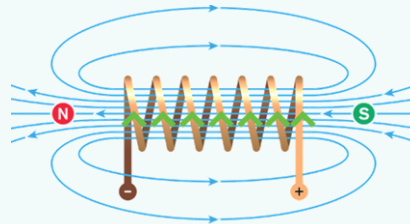
میدان مغناطیسی حاصل از سیملوله حامل جریان



سیملوله، سیم درازی است که به صورت مارپیچی بلند، پیچیده شده است. با عبور جریان الکتریکی از سیملوله در فضای اطراف آن میدان مغناطیسی به وجود می آید.

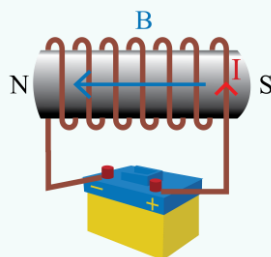
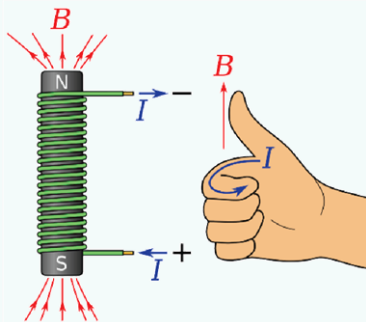


خطهای میدان در داخل سیملوله، به ویژه در نقطه های نسبتاً دور از لبه های آن، تقریباً موازی و هم فاصله اند و این، نشانگر **یکنواخت بودن میدان مغناطیسی درون سیملوله است**.

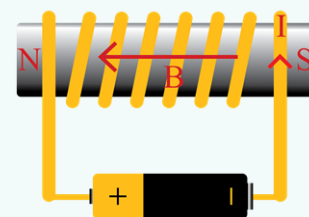


خطهای میدان داخل سیملوله بسیار متراکم تر از خطهای میدان در خارج آن است و این نشانگر **بزرگ تر بودن میدان در داخل سیملوله است**. تعیین جهت میدان مغناطیسی سیملوله:

جهت میدان مغناطیسی سیملوله به کمک قاعده دست راست که در شکل نشان داده شده است تعیین می شود:



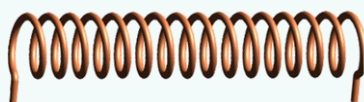
مثال از تعیین جهت میدان مغناطیسی سیملوله:



سیملوله آرمانی



اگر قطر حلقه های سیملوله در مقایسه با طول آن، بسیار کوچک و حلقه های آن، خیلی به هم نزدیک باشند، به این سیملوله، **سیملوله آرمانی** گفته می شود.



میدان مغناطیسی سیملوله آرمانی:

میدان مغناطیسی داخل یک سیملوله آرمانی در نقطه های دور از لبه ها یکنواخت است و اندازه آن از رابطه زیر به دست می آید:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{L}$$

N : تعداد دورهای سیملوله

μ_0 : تراوایی مغناطیسی خلأ $(\frac{T.m}{A})$

L : طول سیملوله

I : جریان عبوری از سیملوله

صورت دوم میدان مغناطیسی سیملوله آرمانی:

$$n = \frac{N}{L} \rightarrow B = \mu_0 n I$$

n: تعداد دورها در واحد طول سیملوله

L: طول سیملوله

N: تعداد دورهای سیملوله

عوامل مؤثر بر میدان مغناطیسی سیملوله



جریان عبوری از سیملوله: هرچه قدر جریان بیش تری از سیملوله عبور کند میدان مغناطیسی آن قوی تر است.

$$B \propto I$$

تعداد دور در واحد طول سیملوله: هرچه قدر تعداد دورها در واحد طول سیملوله بیش تر باشد میدان مغناطیسی سیملوله قوی تر خواهد شد.

$$B \propto n$$

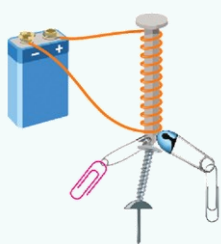
❖ میدان مغناطیسی سیملوله به تعداد حلقه ها و طول سیملوله به تنهایی بستگی ندارد و با نسبت آن ها، یعنی $\frac{N}{L}$ رابطه مستقیم دارد.

❖ وجود هسته آهنی باعث تقویت میدان مغناطیسی سیملوله می شود. میدان مغناطیسی سیملوله بدون هسته آهنی به قدری ضعیف است که در عمل کاربردهای کمی دارد.

آهنربای الکتریکی سیملوله با هسته آهنی:

وقتی جریانی در سیملوله برقرار می شود، میدان مغناطیسی سیملوله، در هسته آهنی خاصیت مغناطیسی القا می کند و هسته آهنی، آهنربا می شود. این آهنربا را آهنربای الکتریکی می نامند.

آهنربای الکتریکی صنعتی شامل پیچهای حامل جریان است که تعداد دور سیم زیادی دارد و میدان مغناطیسی حاصل از آن قادر است مقدار زیادی میله های فولادی و دیگر قراضه های آهنی را بلند کند.



پاسخ تشریحی:

چون میدان خالص صفر است باید میدان های حاصل از دو سیملوله هم اندازه باشند:

$$N_P = 2N_Q, L_P = 30 \text{ cm}, L_Q = 40 \text{ cm}$$

$$B_P = B_Q \rightarrow \frac{\mu_0 N_P I_P}{L_P} = \frac{\mu_0 N_Q I_Q}{L_Q} \rightarrow \frac{2 N_Q I_P}{30} = \frac{N_Q I_Q}{40} \rightarrow I_P = \frac{3}{8} I_Q$$

$$I_Q - I_P = 2/5 \rightarrow I_Q - \frac{3}{8} I_Q = 2/5 \rightarrow I_Q = 4 \text{ A}$$

گروه آموزشی ماز

۶۹- بردار میدان مغناطیسی در یک محیط، در SI به صورت $\vec{B} = 5\vec{i} + 12\vec{j}$ است. اگر در آن محیط، سطح یک حلقه دایره ای شکل به قطر ۲۰ cm عمود بر محور y باشد، شار مغناطیسی عبوری از آن چند وبر است؟ ($\pi \approx 3$)

۱/۴۴ (۴)

۰/۳۹ (۳)

۰/۳۶ (۲)

۰/۱۵ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۳)

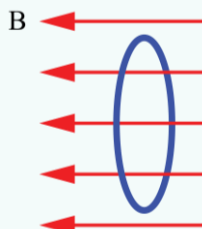
پاسخ: گزینه ۲



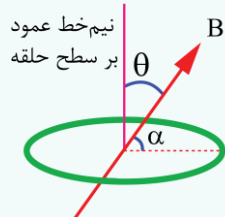
شار مغناطیسی



مجموعه خطوط میدان مغناطیسی که از یک سطح بسته می گذرد را شار مغناطیسی می گویند.



شار مغناطیسی کمیتی **نرده ای** است و برای میدان مغناطیسی یکنواخت B که از پیچه ای با مساحت معین A می گذرد به صورت زیر تعریف می شود:



$$\Phi = BA \cos \theta$$

Φ : شار مغناطیسی (وبر Wb)

B: میدان مغناطیسی (تسلا T)

A: مساحت پیچه (m^2)

θ : زاویه بین بردار میدان مغناطیسی و نیم خط عمود بر سطح حلقه

اگر در سؤالی زاویه میدان و سطح حلقه (یعنی α) داده شد، باید ابتدا آن را از 90° کم کنید و در رابطه قرار دهید:

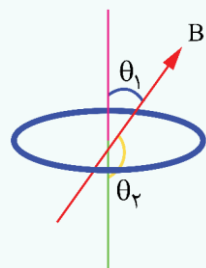
$$\cos \theta = \sin \alpha \quad \text{یا} \quad \theta = 90^\circ - \alpha$$

یکای شار مغناطیسی در SI **وبر (Wb)** است.

$$\Phi = BA \cos \theta$$

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \times 1 \text{ m}^2$$

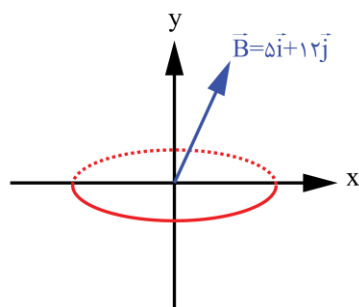
همواره دو جهت برای رسم نیم خط عمود بر سطح معین وجود دارد که علامت شار مغناطیسی عبوری از این سطح نیز به انتخاب این جهت بستگی دارد؛ یعنی بر حسب انتخاب زاویه θ ، شار عبوری از سطح ممکن است مثبت یا منفی شود. پس در انتخاب این زاویه دقت کنید که در حل یک مسئله، نیم خط عمود بر سطح را در هر جهتی در نظر گرفتید تا پایان آن را تغییر ندهید.



پاسخ تشریحی:

$$A = \pi r^2 = 3 \times (1 \times 10^{-2} \text{ m})^2 = 0.03 \text{ m}^2$$

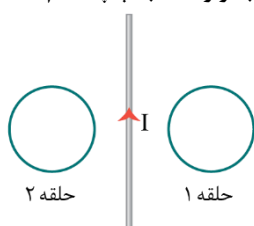
طبق رابطه شار مغناطیسی ($\Phi = AB \cos \theta$) مؤلفه ای از میدان که در راستای محور X قرار دارد از حلقه عبور نمی کند. پس برای محاسبه شار، فقط مؤلفه Z که با نیم خط عمود بر حلقه، زاویه صفر می سازد را محاسبه می کنیم:



$$\Phi = AB \cos \theta = 0.03 \times 12 \times \cos 0 = 0.36 \text{ Wb}$$

گروه آموزشی ماز

۷۰- در شکل زیر، اگر جریان عبوری از سیم راست در حال افزایش باشد، جهت جریان القایی در حلقه های (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



(۱) ساعتگرد، ساعتگرد

(۲) ساعتگرد، پادساعتگرد

(۳) پادساعتگرد، ساعتگرد

(۴) پادساعتگرد، پادساعتگرد



قانون لنز

برای تعیین جهت جریان القایی حاصل از تغییر شار مغناطیسی از قانون لنز که به صورت زیر بیان می شود، استفاده می کنیم. طبق قانون لنز، جهت جریان القایی حاصل از نیروی محرکه القایی به گونه ای است که به وسیله آثار مغناطیسی که از خود نشان می دهد با عامل به وجود آورنده خودش، یعنی تغییر شار مخالفت می کند، این مخالفت در قانون فاراده با علامت منفی به صورت زیر بیان می شود:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$$

برای تعیین جهت جریان القایی به کمک قانون لنز مراحل زیر را طی می کنیم:

۱- تعیین جهت $\vec{B}$ اصلی (میدانی که شار مغناطیسی را به کمک آن تعریف می کنیم $\phi = BA \cos \theta$)

۲- تعیین نحوه تغییر شار: افزایش شار - کاهش شار

۳- تعیین جهت $\vec{B}$ القایی به صورت زیر:

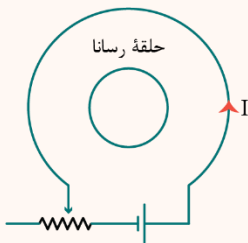
اگر شار مغناطیسی عبوری افزایش یافته است؛ جهت $\vec{B}$ القایی خلاف جهت $\vec{B}$ اصلی

اگر شار مغناطیسی عبوری کاهش یافته است؛ جهت $\vec{B}$ القایی هم جهت $\vec{B}$ اصلی

۴- با توجه به جهت $\vec{B}$ القایی به دست آمده و قاعده دست راست جهت I القایی تعیین می شود.

کنکور سراسری ریاضی فارغ ۹۵

در شکل زیر اگر لغزنده رؤستا در حال حرکت به سمت چپ باشد، جریان I چگونه تغییر می کند و جهت جریان القایی در حلقه رسانا در کدام جهت خواهد بود؟



(۱) افزایش - ساعتگرد

(۲) افزایش - پادساعتگرد

(۳) کاهش - ساعتگرد

(۴) کاهش - پادساعتگرد

پاسخ: گزینه ۴

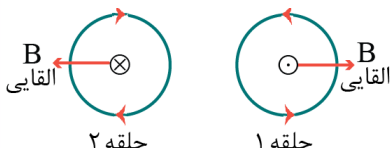
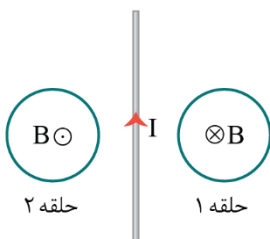
اگر لغزنده رؤستا به سمت چپ حرکت کند، مقاومت رؤستا افزایش می یابد، در نتیجه جریان I کاهش می یابد. از طرفی $\vec{B}$ اصلی گذرنده از حلقه رسانا که توسط جریان I تولید شده است، طبق قاعده دست راست، برون سو می باشد. با کاهش I و در نتیجه کاهش $\vec{B}$ ، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه کاهش می یابد، پس طبق قانون لنز $\vec{B}$ القایی باید هم جهت $\vec{B}$ اصلی، یعنی باید برون سو باشد. پس طبق قاعده دست راست، جریان القایی در حلقه رسانا، پادساعتگرد می باشد.

پاسخ تشریحی

جریان عبوری از سیم راست، $\vec{B}$ اصلی را در حلقه های (۱) و (۲) ایجاد می کند که طبق قاعده دست راست، جهت این $\vec{B}$ در حلقه (۱) درون سو و در حلقه (۲) برون سو می باشد.

با افزایش جریان سیم B اصلی درون حلقه های (۱) و (۲) افزایش یافته که این امر منجر به افزایش شار مغناطیسی عبوری در حلقه های (۱) و (۲) می شود، بنابراین جهت $\vec{B}$ القایی در حلقه ها باید خلاف جهت $\vec{B}$ اصلی در آن ها باشد، یعنی $\vec{B}$ القایی در حلقه (۱) برون سو و در حلقه (۲) درون سو می باشد.

بنابراین طبق قاعده دست راست، جهت جریان القایی در حلقه های (۱) و (۲) به ترتیب پادساعتگرد و ساعتگرد خواهد بود.



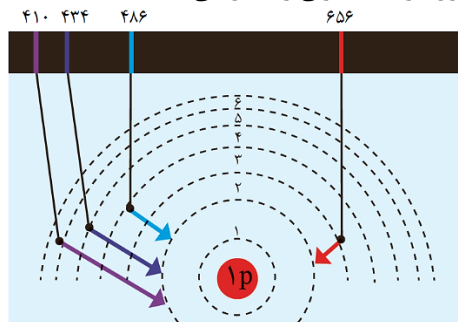
۷۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) جرم ایزوتوپهای ^1H و ^{12}C ، به ترتیب معادل با $1/0.08$ و 12 برابر یکای جرم اتمی (amu) است.
- (۲) عنصری که آرایش الکترونی آن به $4p^4$ ختم می شود، دارای ۱۸ الکترون با $n = 3$ در ساختار خود است.
- (۳) امواج رادیویی از جمله پرتوهای الکترومغناطیسی به شمار رفته و طول موج آن ها بلندتر از پرتوهای گاما است.
- (۴) در اتم ^1H ، با انتقال الکترون از لایه $n = 3$ به لایه $n = 1$ ، یک پرتو مرئی با طول موج $486nm$ نشر می شود.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ شریانی

به طور کلی، در اتم هیدروژن با انتقال الکترون از لایه های الکترونی بالاتر به لایه الکترونی $n = 2$ ، پرتوهای الکترومغناطیسی مرئی (پرتوهایی با طول موج ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر) گسیل می شود. در اتم های این عنصر، با انتقال الکترون از لایه $n = 4$ به لایه $n = 2$ ، یک پرتو مرئی آبی رنگ با طول موج $486nm$ نشر می شود. شکل زیر، انتقال های الکترونی در اتم هیدروژن در ناحیه مرئی را نشان می دهد:

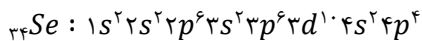


بررسی سایر گزینه ها:

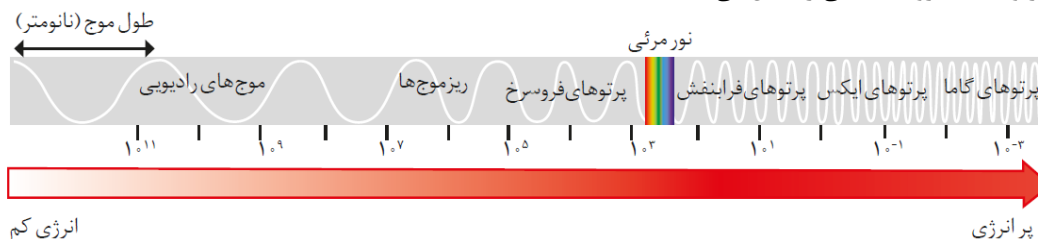
۱ هر amu برابر با $\frac{1}{12}$ جرم هر اتم کربن-۱۲ است؛ پس می توان گفت جرم هر اتم ^{12}C برابر با $12 amu$ می شود. این درحالی است که جرم هر اتم ^1H اندکی بیشتر از یک واحد جرم اتمی و معادل با $1/0.08 amu$ است.

ایزوتوپی که از آن جهت ایجاد یک سنجه برای اندازه گیری جرم اتم ها استفاده شده است، ایزوتوپ ^{12}C است. در ساختار این ایزوتوپ، شمار نوترون ها و پروتون ها با هم برابر است. دانشمندان برای اینکه بتوانند خواص فیزیکی و شیمیایی هر ماده را در محیطی مانند بدن انسان، محیط زیست و محیط آزمایش بررسی کرده و اثر آن را گزارش کنند، باید بدانند که چه جرمی از اتم ها یا مولکول های آن ماده وارد محیط شده است. به همین خاطر، آنها همواره در پی یافتن سنجهای مناسب و در دسترس برای اندازه گیری جرم اتم ها بوده اند. در چنین شرایطی، دانشمندان مقیاس جرم نسبی را برای تعیین جرم اتم ها به کار می برند. مطابق این مقیاس، جرم اتم ها را با وزنه ای می سنجند که جرم آن معادل با $\frac{1}{12}$ جرم اتم های کربن-۱۲ است.

۲ عدد اتمی عنصری که آرایش الکترونی آن به $4p^4$ ختم می شود، برابر با ۳۴ است. نماد این عنصر به صورت ^{34}Se بوده و هر اتم آن دارای ۱۸ الکترون با $n = 3$ در ساختار خود است. این الکترون ها در زیر لایه های $3d$ ، $3p$ و $3s$ قرار گرفته اند. آرایش الکترونی عنصر مورد نظر به صورت زیر است:



۳ امواج رادیویی از جمله پرتوهای الکترومغناطیسی به شمار می روند. این امواج طول موج بلندتر و انرژی کمتری نسبت به پرتوهای گاما دارند. تصویر زیر، نمایی از انواع پرتوهای الکترومغناطیسی را نشان می دهد:



نور خورشید، اگرچه سفید به نظر می رسد اما با عبور از یک منشور و یا قطره های آب موجود در هوا، تجزیه شده و گستره ای پیوسته از رنگ ها را ایجاد می کند. این گستره رنگی، شامل بی نهایت طول موج از رنگ های گوناگون می شود. بررسی ها نشان می دهد که نور خورشید، شامل گستره بسیار بزرگتری از این پرتوها است. پرتوهایی که از نوع پرتوهای الکترومغناطیسی بوده و با خود انرژی حمل می کنند؛ به طوری که هر چه طول موج این پرتوها کوتاه تر باشد، انرژی بیشتری با خود حمل می کنند. توجه داریم که میزان انحراف پرتوهای الکترومغناطیسی در منشور، با طول موج این پرتوها رابطه وارونه دارد.

۷۲- شمار عناصری از تناوب سوم که در نماد آن ها یک حرف کوچک انگلیسی وجود دارد، چند برابر شمار عناصری از تناوب چهارم است که آرایش الکترونی آن ها به یک زیرلایه یک الکترونی ختم می شود؟

۱/۵ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۱/۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ شریعی

تصویر زیر، نمایی از عناصر موجود در تناوب سوم را نشان می دهد:

11 Na Sodium 22.99	12 Mg Magnesium 24.31
-----------------------------	--------------------------------

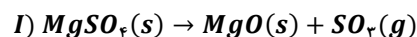
13 Al Aluminum 26.98	14 Si Silicon 28.09	15 P Phosphorus 30.97	16 S Sulfur 32.06	17 Cl Chlorine 35.45	18 Ar Argon 39.95
-------------------------------	------------------------------	--------------------------------	----------------------------	-------------------------------	----------------------------

همانطور که مشخص است، نماد ۶ مورد از عناصر موجود در این تناوب دو حرفی بوده و دارای یک حرف کوچک است. تصویر زیر نیز نمایی از عناصر موجود در تناوب چهارم را نشان می دهد:

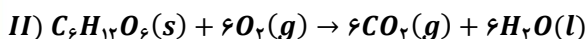
19 K Potassium 39.10	20 Ca Calcium 40.08	21 Sc Scandium 44.96	22 Ti Titanium 47.88	23 V Vanadium 50.94	24 Cr Chromium 51.99	25 Mn Manganese 54.94	26 Fe Iron 55.85	27 Co Cobalt 58.93	28 Ni Nickel 58.69	29 Cu Copper 63.55	30 Zn Zinc 65.38	31 Ga Gallium 69.72	32 Ge Germanium 72.63	33 As Arsenic 74.92	34 Se Selenium 78.97	35 Br Bromine 79.90	36 Kr Krypton 84.80
-------------------------------	------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	------------------------------	-------------------------------	--------------------------------	---------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	---------------------------	------------------------------	--------------------------------	------------------------------	-------------------------------	------------------------------	------------------------------

از میان این عناصر، آرایش الکترونی عناصر پتاسیم، کروم و مس به زیرلایه $4s^1$ (یک زیرلایه تک الکترونی) و آرایش الکترونی گالیم نیز به زیرلایه $4p^1$ (یک زیرلایه تک الکترونی) ختم می شود.

گروه آموزشی ماز



۷۳- معادله واکنش های مقابل را در نظر بگیرید:



اگر حجم فراورده گازی تولید شده در این دو واکنش (با فرض کامل بودن) با هم برابر باشد، جرم ماده جامد مصرف شده در واکنش (I)، چند برابر واکنش (II) بوده و اگر $360^\circ C$ گرم از هر ماده جامد در این دو واکنش مصرف شود، جرم آب تولید شده در واکنش (II)، چند برابر جرم منیزیم اکسید تولید شده در واکنش (I) خواهد شد؟

($S = 32$ و $Mg = 24$ و $O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)

۱/۸ - ۴ (۴)

۱/۸ - ۳ (۳)

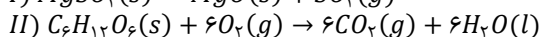
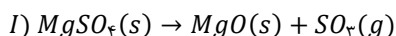
۱/۲ - ۴ (۲)

۱/۲ - ۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مساله - ۱۰۰۲)

پاسخ شریعی

معادله موازنه شده واکنش های انجام شده به صورت زیر است:



با توجه به قانون گازها، در شرایط یکسان، نسبت حجم گازها معادل نسبت مول آن ها است؛ پس در واکنش های انجام شده، مول گاز گوگرد تری اکسید تولید شده در واکنش I برابر مول گاز کربن دی اکسید تولید شده در واکنش II است. مول هر کدام از گازها را برابر x فرض می کنیم و با استفاده از ضرائب استوکیومتری، جرم مواد جامد مصرف شده را محاسبه می کنیم. در این رابطه، داریم:

$$? g MgSO_4 = x mol SO_2 \times \frac{1 mol MgSO_4}{1 mol SO_2} \times \frac{120 g MgSO_4}{1 mol MgSO_4} = 120x g$$

$$? g C_6H_{12}O_6 = x mol CO_2 \times \frac{1 mol C_6H_{12}O_6}{6 mol CO_2} \times \frac{180 g C_6H_{12}O_6}{1 mol C_6H_{12}O_6} = 30x g$$

طبق محاسبات انجام شده، نسبت جرم مواد جامد مصرف شده در دو واکنش، برابر $\frac{120x}{30x}$ یا ۴ است. حال به حل قسمت دوم سوال می پردازیم. در رابطه با جرم فراورده های تولید شده، داریم:

$$? g MgO = 360 g MgSO_4 \times \frac{1 mol MgSO_4}{120 g MgSO_4} \times \frac{1 mol MgO}{1 mol MgSO_4} \times \frac{40 g MgO}{1 mol MgO} = 120 g$$

$$? g H_2O = 360 g C_6H_{12}O_6 \times \frac{1 mol C_6H_{12}O_6}{180 g C_6H_{12}O_6} \times \frac{6 mol H_2O}{1 mol C_6H_{12}O_6} \times \frac{18 g H_2O}{1 mol H_2O} = 216 g$$

همانطور که مشخص است، نسبت جرم آب تولید شده در واکنش دوم به جرم منیزیم اکسید تولید شده در واکنش اول برابر $\frac{216}{120}$ یا $\frac{3}{2}$ است.

گروه آموزشی ماز

۷۴- جدول زیر را در نظر بگیرید:

ستون	۱	۲	۳	۴
نام ترکیب	گالیم اکسید	کلسیم فسفات	اسکاندیم نیتريد	آمونیم نترات

نسبت شمار آنيون به کاتيون در تركيب موجود در ستون معادل با برابر نسبت شمار جفت الكترون هاي ناپيوندی به شمار جفت الكترون هاي پيوندی در ساختار است.

(۱) ۱ - ۳ - مولکول اوزون

(۲) ۲ - ۲ - مولکول آمونیاک

(۴) ۴ - ۰/۲۵ - یون کربنات

(۳) ۳ - ۲ - یون سولفات

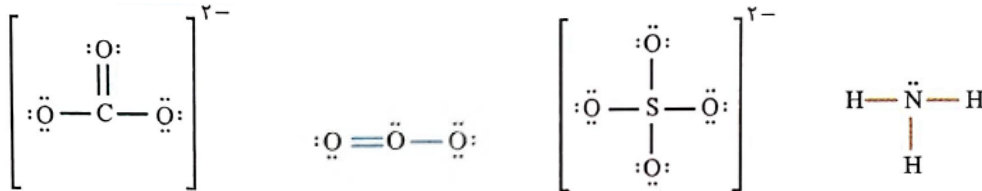
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ شریعی:

جدول زیر، نسبت شمار آنيون به کاتيون را در تركيب هاي يونی ذکر شده نشان می دهد:

ستون	۱	۲	۳	۴
نام و فرمول شیمیایی ترکیب	گالیم اکسید Ga_2O_3	کلسیم فسفات $Ca_3(PO_4)_2$	اسکاندیم نیتريد ScN	آمونیم نترات NH_4NO_3
نسبت شمار آنيون به کاتيون	۱/۵	۲/۳	۱	۱

ساختار لوویس گونه های اوزون، آمونیاک، یون سولفات و یون کربنات نیز به صورت زیر است:



نسبت شمار جفت الكترون هاي ناپيوندی به جفت الكترون هاي پيوندی در اين گونه ها به ترتيب از راست به چپ برابر ۲، ۳، ۱/۵ و ۲ است. همانطور که مشخص است، نسبت شمار آنيون به کاتيون در تركيب کلسیم فسفات، ۲ برابر نسبت شمار جفت الكترون ناپيوندی به شمار جفت الكترون پيوندی در آمونیاک است.

گروه آموزشی ماز

۷۵- چه تعداد از عبارت های داده شده درست هستند؟

آ: در لایه تروپوسفر زمین، از واکنش گاز اکسیژن با یک گونه رادیکال، گاز اوزون تولید می شود.

ب: در دمای -۶۰°C ، دو مورد از مواد شرکت کننده در فرایند هابر به حالت گاز و یک ماده به حالت مایع است.

پ: با افزایش ارتفاع در هریک از لایه های هواکره، میزان جنب و جوش ذرات سازنده هواکره همواره کاهش می یابد.

ت: گاز نیتروژن مونوکسید موجود در تروپوسفر، فقط از واکنش گازهای N_2 و O_2 در موتور خودروها می تواند تولید شود.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

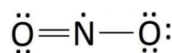
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ شریعی:

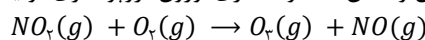
فقط عبارت های (آ) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: ساختار لوویس نیتروژن دی اکسید، به صورت زیر است:

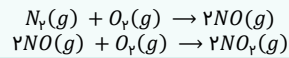


نیتروژن دی اکسید در حضور نور خورشید با گاز اکسیژن واکنش داده و مقداری اوزون تروپوسفری تولید می کند. معادله این واکنش به صورت زیر است:

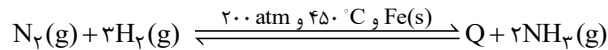


اکسیژن در واکنش با یک گونه رادیکال (نیتروژن دی اکسید)، اوزون تروپوسفری را تولید می کند. رادیکال، گونه فعال و ناپایداری است که در ساختار خود الكترون جفت نشده دارد. در بدن ما طی واکنش های متنوع و پیچیده، رادیکال هایی تولید می شوند که اگر به وسیله بازدارنده ها جذب نشوند، می توانند با انجام واکنش های سریع، به بافت بدن آسیب برسانند. لیکوپن یکی از این بازدارنده ها است که در گوجه فرنگی و هندوانه یافت می شود.

نیتروژن با عدد اتمی ۷، نخستین عنصر گروه ۱۵ جدول دوره‌ای است. این گاز در صنعت و زندگی روزمره، کاربردهای مختلفی از جمله پرکردن تایر خودروها، نگهداری نمونه‌های بیولوژیکی و همچنین انجماد مواد دارد. توجه داریم که گیاهان نمی‌توانند به طور مستقیم از گاز نیتروژن موجود در هواکره استفاده کنند و جانداران ذره‌بینی موجود در خاک، این گاز را برای مصرف گیاهان در خاک تثبیت می‌کنند. گاز نیتروژن به عنوان اصلی‌ترین جزء سازنده هواکره، واکنش‌پذیری بسیار کمی دارد و به طور معمول با اکسیژن واکنش نمی‌دهد. تنها در هنگام رعد و برق و همچنین درون موتور خودروها، این دو گاز ترکیب شده و به اکسیدهای نیتروژن تبدیل می‌شوند. معادله این واکنش‌ها به صورت زیر است:

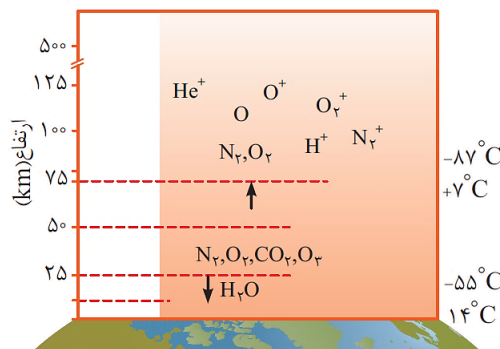


ب: معادله واکنش فرایند هابر به صورت زیر است:



در طی فرایند هابر، گازهای نیتروژن و هیدروژن را در فشار 200 atm و دمای $450^\circ C$ وارد مخزن می‌کنند. این واکنش برگشت‌پذیر بوده و در مخلوط نهایی، هر سه گاز نیتروژن، هیدروژن و آمونیاک حضور دارند. با کاهش دمای مخزن تا پایین‌تر از نقطه جوش آمونیاک ($-33^\circ C$)، این گاز را به حالت مایع درآورده و آن را از مخلوط جدا می‌کنند. در پایان، باقی مانده گازهای نیتروژن و هیدروژن را برای مصرف در واکنش تولید آمونیاک به مخزن اول باز می‌گردانند. نقطه جوش گازهای هیدروژن، نیتروژن و آمونیاک به ترتیب برابر $-253^\circ C$ ، $-196^\circ C$ و $-33^\circ C$ است. هر ماده‌ای در بالاتر از نقطه جوش خود، به حالت گاز است. در دمایی بین نقطه جوش و نقطه ذوب خود به حالت مایع و در دماهایی پایین‌تر از نقطه ذوب خود به حالت جامد یافت می‌شود. دمای $-60^\circ C$ ، از نقطه جوش نیتروژن و هیدروژن بالاتر است، پس این دو نمونه در این دما به حالت گاز هستند اما این دما از نقطه جوش آمونیاک پایین‌تر است، پس آمونیاک در این دما به حالت مایع یافت می‌شود.

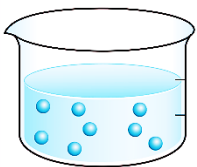
پ: دمای یک نمونه، میزان جنب و جوش ذرات آن نمونه از ماده را نشان می‌دهد. با افزایش دما، میزان جنب و جوش ذرات سازنده مواد افزایش پیدا می‌کند. تصویر زیر، روند تغییر دما در لایه‌های مختلف هواکره را نشان می‌دهد:



همانطور که مشخص است، روند تغییر دما در لایه‌های مختلف هواکره یکسان نیست. در برخی از لایه‌ها، با افزایش ارتفاع، دما کاهش یافته و در برخی از لایه‌ها، با افزایش ارتفاع، دما افزایش پیدا می‌کند.

ت: به طور معمول، گازهای نیتروژن و اکسیژن با هم واکنش نمی‌دهند. برای انجام واکنش میان این دو گاز، دما باید بسیار بالا باشد. علاوه بر فرایندهای انجام شده در موتور خودروها، گاز نیتروژن در حین رعد و برق از واکنش گازهای نیتروژن و اکسیژن نیز تولید می‌شود.

گروه آموزشی ماز



۷۶- اگر هر ذره نشان داده شده در محلول ۲۰۰ میلی‌لیتری مقابل، هم‌ارز با $3/01 \times 10^{22}$ ذره از یون کلرید موجود در محلول منیزیم کلرید باشد، غلظت نمک در این محلول چند مولار است؟

۰/۲۵ (۴)

۰/۷۵ (۳)

۰/۵ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مساله ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی

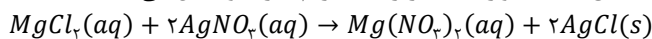
ابتدا تعداد مول منیزیم کلرید موجود در محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } MgCl_2 = \text{ذره} \times \frac{3/01 \times 10^{22} \text{ ion } Cl^-}{\text{ذره} 1} \times \frac{1 \text{ mol } Cl^-}{6/02 \times 10^{23} \text{ ion } Cl^-} \times \frac{1 \text{ mol } MgCl_2}{2 \text{ mol } Cl^-} = 0/2 \text{ mol}$$

در مرحله بعد، غلظت منیزیم کلرید را در محلول بدست می‌آوریم:

$$\text{غلظت مولار} = \frac{\text{تعداد مول}}{\text{حجم}} = \frac{0/2 \text{ mol}}{0/2 \text{ L}} = 1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

فرض کنید که در ادامه سوال، از شما پرسیده شود که ((50 mL) از آن، با چند گرم نقره نیترات با خلوص 80% به طور کامل واکنش می دهد؟!)) در این حالت، سوال مورد نظر دوقسمتی شده و سطح دشواری آن افزایش پیدا می کند. نقره نیترات طبق معادله موازنه شده زیر، با منیزیم کلرید واکنش می دهد:



در مرحله بعد، جرم نقره نیترات خالص مصرف شده را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ g AgNO}_3 = 50 \text{ mL محلول} \times \frac{0.8 \text{ mol MgCl}_2}{200 \text{ mL محلول}} \times \frac{2 \text{ mol AgNO}_3}{1 \text{ mol MgCl}_2} \times \frac{170 \text{ g AgNO}_3}{1 \text{ mol AgNO}_3} = 17 \text{ g}$$

در پایان، باتوجه به فرمول، جرم نقره نیترات ناخالص مصرف شده را بدست می آوریم:

$$\text{جرم ماده خالص} = \frac{\text{جرم ماده ناخالص}}{\text{درصد خلوص}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{17}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times 100 \Rightarrow \text{جرم ماده ناخالص} = 21.25 \text{ g}$$

گروه آموزشی ماز

۷۷- اگر در واکنش سوختن مقداری گلوکز، 25 لیتر بخار آب با چگالی 0.9 گرم بر لیتر تولید شده باشد، جرم گلوکز مصرف شده برابر با چند گرم است و برای به دام انداختن کربن دی اکسید تولید شده در این فرایند، به چند مول کلسیم اکسید نیاز داریم؟

$$(O = 16 \text{ و } C = 12 \text{ و } H = 1 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$

$$1/5 - 37/5 \text{ (۴)}$$

$$1/25 - 37/5 \text{ (۳)}$$

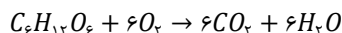
$$1/5 - 30 \text{ (۲)}$$

$$1/25 - 30 \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مساله - ۱۰۰۲)



معادله واکنش سوختن گلوکز ($\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$) به صورت زیر است:

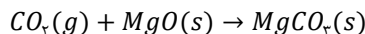
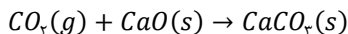


با توجه به معادله این واکنش و حجم بخار آب تولید شده، شمار مول های کربن دی اکسید حاصل و جرم گلوکز مصرف شده را بدست می آوریم.

$$? \text{ mol CO}_2 = 25 \text{ L H}_2\text{O} \times \frac{0.9 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ L H}_2\text{O}} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} \times \frac{6 \text{ mol CO}_2}{6 \text{ mol H}_2\text{O}} = 1/25 \text{ mol}$$

$$? \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 = 25 \text{ L H}_2\text{O} \times \frac{0.9 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ L H}_2\text{O}} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} \times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{6 \text{ mol H}_2\text{O}} \times \frac{180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} = 37/5 \text{ g}$$

بر اساس اصول شیمی سبز، برای به دام انداختن گاز کربن دی اکسید تولید شده، از واکنش این ماده با کلسیم اکسید و یا منیزیم اکسید بر اساس معادله های زیر استفاده می کنیم:



با انجام شدن این واکنش ها، گاز کربن دی اکسید به مواد معدنی جامد تبدیل شده و وارد هواکره نمی شود. در مرحله آخر، باتوجه به معادله واکنش گاز CO_2 با کلسیم اکسید، شمار مول های CaO مورد نیاز را محاسبه می کنیم.

$$? \text{ mol CaO} = 1/25 \text{ mol CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CaO}}{1 \text{ mol CO}_2} = 1/25 \text{ mol}$$

همانطور که مشخص است، طی این فرایند $1/25$ مول کلسیم اکسید مصرف می شود.

گروه آموزشی ماز

۷۸- چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟

آ: در فرایند تصفیه آب برای آشامیدن، آنیون حاصل از واکنش پذیرترین نافلز موجود در تناوب دوم، به آب افزوده می شود.

ب: اگر گشتاور دوقطبی مولکول A بیشتر از مولکول B باشد، دمای جوش ماده A به یقین بیشتر از ماده B خواهد بود.

پ: در ساختار یک ترکیب یونی دوتایی، تعداد ذرات یونی که قدر مطلق بار بیشتری دارد، کمتر از یون دیگر است.

ت: همه مولکول های سه اتمی خمیده با ساختار V شکل، در حضور یک میدان الکتریکی جهت گیری پیدا می کنند.

$$4 \text{ (۴)}$$

$$3 \text{ (۳)}$$

$$2 \text{ (۲)}$$

$$1 \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)



فقط عبارت (ب) نادرست است.

بررسی موارد:

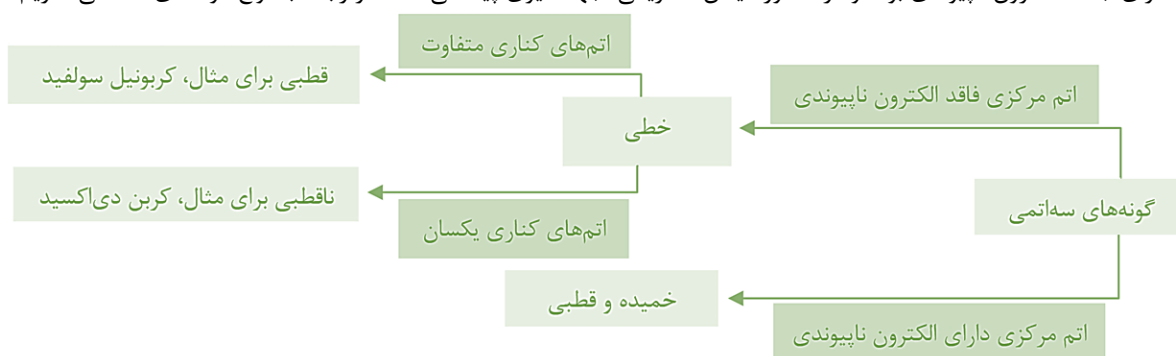
آ: آب آشامیدنی مخلوطی زلال و همگن بوده که حاوی مقداری از یون های مختلف است. برخی از این یون ها به طور طبیعی در آب حل شده و برخی نیز در مراکز تامین آب آشامیدنی به آن افزوده می شود. برای نمونه، یون فلوئورید برای حفظ سلامت دندان ها به آب آشامیدنی افزوده می شود. از طرفی غلظت برخی از یون ها از جمله یون نیترات، در آب آشامیدنی باید کمترین حد ممکن باشد، پس اگر مقدار آن در آب از حدی بالاتر باشد، آن را از طریق روش های مختلف جداسازی می کنند. توجه داریم که فلوئور اولین عضو خانواده هالوژن ها در گروه ۱۷ جدول دوره دوم و همچنین کل عناصر جدول دوره های، بیشترین خاصیت نافلزی را دارد.

ب: نقطه جوش یک ماده، به عوامل مختلفی از جمله جرم مولی، قطبیت و داشتن یا نداشتن پیوند هیدروژنی بستگی دارد. اگر نقطه جوش ماده A نسبت به ماده B بیشتر باشد، نمی توان گفت به طور حتم قطبیت آن نیز بالاتر است، بلکه ممکن است جرم مولی این ماده در مقایسه با ماده دیگر خیلی بیشتر باشد. برای مثال، با اینکه ید ناقطبی است، در مقایسه با آمونیاک و یا آب، دمای جوش بالاتری دارد.

به برهم کنش های بین مولکول های سازنده یک ماده، نیروهای بین مولکولی گفته می شود که به دو دسته پیوند هیدروژنی و نیروهای وان دروالس تقسیم بندی می شود. اگر بین دو مولکول پیوند هیدروژنی برقرار نباشد، نیروی بین مولکولی آن ها از نوع وان دروالس است. برای ایجاد پیوند هیدروژنی بین دو مولکول، دو شرط لازم است: شرط اول) در یکی از مولکول ها، اتم هیدروژن به طور مستقیم (یا پیوند اشتراکی) به یکی از سه اتم F ، O و یا N متصل باشد. شرط دوم) در مولکول دیگر کافیسیت فقط یکی از سه اتم F ، O و یا N وجود داشته باشد و در عین حال، مولکول مورد نظر قطبی باشد.

پ: ترکیب های یونی از نظر بار الکتریکی خنثی هستند، به این معنی که مجموع بار الکتریکی یون های موجود در آن ها برابر صفر است. به همین دلیل یونی که قدر مطلق بار آن بزرگ تر باشد، تعداد کمتری در ترکیب یونی خواهد داشت. برای مثال در ترکیب منیزیم کلرید ($MgCl_2$)، اندازه بار یون منیزیم دو برابر اندازه بار یون کلرید است، پس برای اینکه مجموع بار یون ها برابر صفر شود، تعداد یون های کلرید باید دو برابر یون های منیزیم باشد.

ت: جهت گیری مولکول های قطبی یک ماده در میدان الکتریکی، مبنای اندازه گیری کمیتی به نام گشتاور دو قطبی است. در واقع مولکول های قطبی، در میدان الکتریکی جهت گیری پیدا کرده و مولکول های ناقطبی، جهت گیری پیدا نمی کنند. مولکول های سه اتمی با ساختار خمیده (ساختار V شکل)، قطعاً روی اتم مرکزی خود دارای جفت الکترون ناپیوندی بوده و در حضور میدان الکتریکی، جهت گیری پیدا می کنند. در رابطه با انواع گونه های سه اتمی، داریم:



مولکول های ناقطبی شرایط زیر را دارند:

مولکول های دارای دو اتم یکسان مانند N_2 و F_2
 مولکول هایی با اتم های مشابه پیرامون اتم مرکزی و فاقد جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی مانند CO_2 و CH_4

مولکول های قطبی شرایط زیر را دارند:

مولکول های دارای جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی مانند NH_3 و SO_2

مولکول های دواتمی با دو اتم متفاوت مانند HCl و CO

مولکول های دارای اتم های متفاوت پیرامون اتم مرکزی مانند CH_3Cl

عوامل موثر بر نیروی بین مولکولی (وان دروالسی)، به شرح زیر هستند:

۱) قطبیت مولکول: هر چه قطبیت بیشتر باشد ← نیروی بین مولکولی قوی تر است ← نقطه جوش ماده مورد نظر بیشتر است
 مثال: HCl قطبی و N_2 ناقطبی است. بنابراین نیروی بین مولکولی و نقطه جوش HCl بیشتر است.

۲) جرم و حجم مولکول: هر چه جرم و حجم بیشتر باشد ← نیروی بین مولکولی قوی تر است ← نقطه جوش بیشتر است
 مثال: I_2 جرم و حجم بیشتری نسبت به Br_2 دارد، بنابراین نیروی بین مولکولی قوی تر و نقطه جوش بالاتری دارد.

نکته: هر چه نقطه جوش یک گاز بالاتر باشد (به صفر نزدیک تر باشد)، آن ماده راحت تر به مایع تبدیل می شود. به عبارتی هر چه نقطه جوش یک گاز بالاتر باشد، مایع کردن آن در دماهای بالاتری انجام می شود.

گروه آموزشی ماز

۷۹- شمار جفت الکترون های ناپیوندی در یون نیترات، برابر شمار الکترون های پیوندی موجود در مولکول NO_2Cl بوده و چپش اتم های کناری در اطراف اتم مرکزی در این یون مشابه به چپش اتم های کناری در اطراف اتم مرکزی در است.

۲ - گوگرد تری اکسید

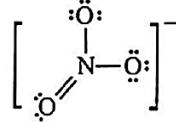
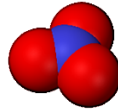
۲ - آمونیاک

۱ - گوگرد تری اکسید

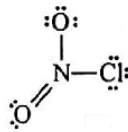
۳ - آمونیاک



برخی از یون‌های موجود در یک نمونه از آب آشامیدنی از جمله یون‌های هیدروکسید، سولفات و نیتрат، در دسته یون‌های چنداتیمی قرار می‌گیرند. در ساختار این یون‌ها بین اتم‌ها پیوند اشتراکی برقرار شده است. در واقع، به یون‌هایی که از دو یا چند اتم یکسان یا متفاوت تشکیل شده باشند، یون‌های چنداتیمی می‌گویند. در یون‌های چنداتیمی بار الکتریکی به اتم خاصی تعلق ندارد و متعلق به کل یون است. یون نیترات (NO_3^-)، از جمله یون‌های چنداتیمی به شمار می‌رود. ساختار لوویس و مدل فضاپرکن یون نیترات به صورت زیر است.



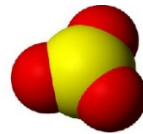
همانطور که مشخص است، در این یون ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود داشته و مدل فضاپرکن آن نیز کاملاً مسطح (غیر برجسته) است. ساختار لوویس NO_3^- به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، در این مولکول ۴ جفت الکترون پیوندی در قالب ۴ پیوند اشتراکی در بین اتم‌ها دیده می‌شود. مدل فضاپرکن و ساختار لوویس مولکول‌های گوگرد تری‌اکسید و آمونیاک نیز به صورت زیر است:



آمونیاک:



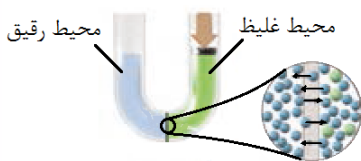
گوگرد تری‌اکسید:

همانطور که مشخص است، چینش اتم‌ها در مولکول گوگرد تری‌اکسید به صورت مسطح و در مولکول آمونیاک به صورت غیرمسطح (برجسته) است.

گروه آموزشی ماز

۸۰- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) یون K^+ فراوان‌ترین کاتیون موجود در آب دریاها بوده و نیاز روزانه بدن یک فرد بالغ به آن، ۲ برابر یون سدیم است.
- (۲) در روش اسمز معکوس، ذرات آب با استفاده از یک نیروی خارجی از محیط غلیظ‌تر به سمت محیط رقیق‌تر می‌روند.
- (۳) استون، ترکیب آلی است که یک گروه کتونی داشته و همانند یک نمونه نمک خوراکی، به صورت یونی در آب حل می‌شود.
- (۴) ردپای آب ایجاد شده در مراحل تهیه یک بلوز نخی، بیشتر از ردپای آب در مراحل تهیه یک جفت کفش چرمی است.



در روش اسمز معکوس، مولکول‌های آب با استفاده از یک نیروی خارجی از محیط غلیظ‌تر (محیطی که غلظت حل‌شونده‌ها در آن بیشتر است) به سمت محیط رقیق‌تر (محیطی که غلظت حل‌شونده‌ها در آن کمتر است) می‌روند. تصویر مقابل، نمایی از انجام شدن اسمز معکوس را نشان می‌دهد: با توجه به تصویر نشان داده شده این فرایند، می‌توان گفت طی فرایند اسمز معکوس، محلول غلیظ به مرور غلیظ‌تر می‌شود. مقایسه فرایند اسمز و اسمز معکوس در جدول زیر آورده شده است:

اسمز	اسمز معکوس	جهت کلی حرکت آب	
از محلول رقیق به غلیظ	از محلول غلیظ به رقیق	تغییر غلظت محلول‌ها	محلول رقیق
رقیق‌تر می‌شود	غلیظ‌تر می‌شود	تغییر غلظت محلول‌ها	محلول غلیظ
رقیق‌تر می‌شود	غلیظ‌تر می‌شود	تغییر حجم محلول‌ها	محلول رقیق
کاهش می‌یابد	افزایش می‌یابد	تغییر حجم محلول‌ها	محلول غلیظ
افزایش می‌یابد	کاهش می‌یابد	فرایند	خود به خودی
با اعمال فشار خارجی			

- ۱ فراوان ترین کاتیون موجود در آب دریاها، یون سدیم است. پس از یون سدیم، یون منیزیم فراوان ترین کاتیون موجود در آب دریاها به شمار می رود. یون پتاسیم نیز چهارمین یون فراوان موجود در آب دریاها است. این یون یکی از مهم ترین یون های موجود در بدن بوده و نیاز روزانه بدن انسان به آن، دو برابر نیاز روزانه به یون سدیم است. یون پتاسیم، با نماد K^+ نشان داده می شود. وجود این یون در بدن، برای تنظیم و عملکرد مناسب دستگاه عصبی بسیار ضروری است؛ به طوری که انتقال پیام های عصبی بدون وجود این یون در بدن، امکان پذیر نیست. درواقع، اختلال در حرکت این یون مانع از انتقال پیام های عصبی در بدن شده و گاهی در موارد شدید، منجر به مرگ می شود.
- ۳ استون، دارای یک گروه عاملی کتونی است. این ماده به صورت کاملاً مولکولی در آب حل شده و بخاطر عدم تولید یون های باردار به هنگام انحلال، محلول آبی آن رسانای جریان برق نیست. برخلاف استون، یک نمونه از نمک خوراکی، به صورت یونی در آب حل شده و پس از ورود به محلول، یون های سازنده آن از هم جدا شده و در میان مولکول های آب قرار می گیرند.
- ۴ رد پای آب نشان می دهد که هر فرد چه مقدار از آب قابل استفاده و در دسترس مصرف می کند و در نتیجه چه مقدار از حجم منابع آب کم می شود. رد پای آب ایجاد شده در مراحل تهیه یک بلوز نخی (۲۷۰۰ لیتر) بیشتر از رد پای آب ایجاد شده در مراحل تهیه کفش چرمی (۱۶۶۰۰ لیتر) است. نمودار زیر مقدار آب مصرفی را در فرایند تولید برخی وسایل و خوراکی های گوناگون نمایش می دهد:



گروه آموزشی ماز

۸۱- کدام موارد از عبارات زیر درست هستند؟

- آ: در شرایط یکسان از نظر دما و فشار محیط، انحلال پذیری گاز آمونیاک در آب بیشتر از گاز نیتروژن خواهد بود.
 ب: مطابق قانون هنری، انحلال گازها در آب گرماده بوده و افزایش دما، انحلال پذیری گازها در آب را کاهش می دهد.
 پ: با رساندن دمای یک محلول از 20°C به 40°C ، انحلال پذیری پتاسیم نیترات در این محلول کمتر از ۲۵٪ افزایش می یابد.
 ت: اگر در دمای θ_1 ، انحلال پذیری لیتیم سولفات و پتاسیم کلرید در آب برابر باشد، در دماهای بالاتر از θ_1 ، درصد جرمی محلول سیر شده پتاسیم کلرید بیشتر از لیتیم سولفات می شود.

(۴) «ب» و «ت»

(۳) «ب» و «پ»

(۲) «آ» و «ت»

(۱) «آ» و «پ»

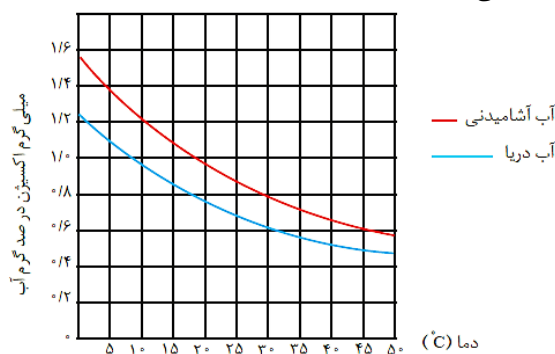
پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

عبارات های (آ) و (ت) درست هستند.

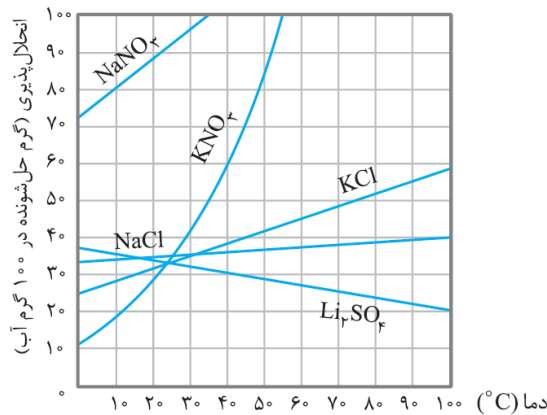
بررسی موارد:

- آ: انحلال پذیری گازها در آب به عوامل مختلفی بستگی دارد. از جمله این عوامل، واکنش دادن آن گاز با آب و میزان قطبیت گاز است. آمونیاک، یک گاز قطبی است که در هنگام حل شدن در آب، با آن واکنش داده و یون های آمونیوم (NH_4^+) و هیدروکسید (OH^-) را تولید می کند. علاوه بر این، ذرات آمونیاک توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با آب را هم دارند. این در حالی است که گاز نیتروژن با آب واکنش نمی دهد. به طور کلی انحلال پذیری گازهایی که با آب واکنش می دهند، نسبت به انحلال پذیری گازهایی که با آن واکنش نمی دهند، بیشتر است.
- ب: طبق قانون هنری، انحلال پذیری گازها با فشار، رابطه مستقیم و خطی دارد. توجه داریم که این قانون، ارتباط بین دما و انحلال پذیری گازها در آب را مقایسه نمی کند. به طور کلی، با افزایش دمای محلول، انحلال پذیری گازها در محلول کاهش پیدا می کند. تصویر زیر، مقایسه انحلال پذیری گاز اکسیژن را در آب آشامیدنی و آب دریا در دماهای مختلف مقایسه می کند:



همانطور که مشخص است، با افزایش مقدار نمک در آب، انحلال پذیری گاز اکسیژن در آن کاهش پیدا کرده است. از طرفی، با افزایش دما نیز انحلال پذیری این گاز در آب کاهش پیدا می کند، پس می توان گفت انحلال گازها در آب، فرایندی گرماده است.

پ: جدول زیر، انحلال پذیری برخی نمکها را در آب در دماهای متفاوت مقایسه می کند.



انحلال پذیری نمک پتاسیم نیترات (KNO_3) در دمای $20^\circ C$ کمی کمتر از $30^\circ C$ در $100^\circ C$ گرم آب است، درحالیکه انحلال پذیری این نمک در دمای $60^\circ C$ بیش از $60^\circ C$ گرم در $100^\circ C$ گرم آب است. بر این اساس، می توان گفت با تغییر دمای محلول، انحلال پذیری نمک مورد نظر بیشتر از ۲۵ درصد (در حدود $100^\circ C$ درصد) افزایش پیدا کرده است.

ت: انحلال پذیری نمک لیتیم سولفات با دما رابطه عکس و انحلال پذیری نمک پتاسیم کلرید با دما رابطه مستقیم دارد. اگر در دمای θ_1 انحلال پذیری این دو ترکیب یکسان باشد، در دماهای بالاتر، انحلال پذیری و در نتیجه درصد جرمی محلول سیر شده پتاسیم کلرید بالاتر خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۸۲- اولین عنصری که آرایش الکترونی آن از قاعده آفبا پیروی نمی کند، دارای ۲ ایزوتوپ متفاوت است که در هسته یکی از آن ها ۲۸ نوترون و در هسته دیگری، ۲۷ نوترون وجود دارد. اگر جرم اتمی میانگین این عنصر برابر با $51/9 amu$ باشد، فراوانی ایزوتوپ سنگین تر، چند برابر فراوانی ایزوتوپ دیگر است؟

۴ (۴)

۵ (۳)

۸ (۲)

۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مساله - ۱۰۰۱)



اولین عنصری که آرایش الکترونی آن از قاعده آفبا پیروی نمی کند، کروم با عدد اتمی ۲۴ است. عدد جرمی (A) حاصل جمع عدد اتمی (Z) و تعداد نوترون های موجود در هسته اتم است؛ بنابراین عدد جرمی دو ایزوتوپ این عنصر برابر $(27+24)51$ و $(28+24)52$ است. جمع فراوانی ایزوتوپ های یک عنصر، برابر 100 است، پس اگر فراوانی ایزوتوپ اول را برابر x فرض کنیم، فراوانی ایزوتوپ دوم برابر $100 - x$ خواهد بود.

قاعده آفبا ترتیب پر شدن زیرلایه ها را در اتم های گوناگون نشان می دهد. مطابق این قاعده هنگام افزودن الکترون به زیرلایه ها، نخست زیرلایه های نزدیک تر به هسته پر می شوند که دارای انرژی کمتر هستند و سپس لایه های بالاتر پر خواهند شد. براساس قاعده آفبا هرچه انرژی یک زیرلایه کمتر باشد، آن زیرلایه زودتر از الکترون پر می شود. هرچه یک زیرلایه $n+l$ پایین تری داشته باشد، انرژی آن زیرلایه نیز کمتر است. برای مثال زیرلایه $4s$ زودتر از زیرلایه $3d$ شروع به گرفتن الکترون می کند. هنگامی که مقدار $n+l$ برای دو زیرلایه برابر باشد، زیرلایه با عدد کوانتومی اصلی کوچک تر، انرژی کمتری داشته و زودتر از الکترون پر می شود. برای مثال، زیرلایه $3p$ نسبت به زیرلایه $4s$ انرژی کمتری دارد. داده های طیف سنجی نشان می دهند که قاعده آفبا برای برخی اتم ها نارسایی دارد. برای مثال عناصر کروم و مس در بیرونی ترین زیرلایه خود ($4s$)، تنها دارای یک الکترون هستند. آرایش الکترونی این عناصر به شرح زیر است:



حال با استفاده از فرمول، میانگین جرم اتمی کروم را محاسبه می کنیم:

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2}{F_1 + F_2} = \frac{(51 \times x) + (52 \times (100 - x))}{100} = 51/9 \Rightarrow x = 10$$

در قدم پایانی، نسبت فراوانی ایزوتوپ سنگین تر به ایزوتوپ سبک تر را بدست می آوریم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{90}{10} = 9$$

گروه آموزشی ماز

۸۳- 100 میلی لیتر محلول منیزیم نیترات با غلظت $74 ppm$ و چگالی $1/25$ گرم بر میلی لیتر را با 250 میلی لیتر محلول منیزیم کلرید با غلظت $190 ppm$ و چگالی 1 گرم بر میلی لیتر مخلوط می کنیم. غلظت یون منیزیم در محلول حاصل از این فرایند برابر با چند ppm می شود؟

$$(Cl = 35/5 \text{ و } Mg = 24 \text{ و } O = 16 \text{ و } N = 14 : g.mol^{-1})$$

۳۶ (۴)

۷۲ (۳)

۴۸ (۲)

۲۴ (۱)



برای محاسبه غلظت یک گونه شیمیایی در یک محلول در مقیاس ppm، از رابطه زیر استفاده می شود:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل شونده (گرم)}}{\text{جرم محلول (گرم)}} \times 10^6$$

در رابطه با محلول ها، به مطالب زیر توجه کنید:

- محلول، مخلوطی همگن از دو یا چند ماده است که حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی محلول در سرتاسر آن، یکسان و یکنواخت است.
- محلول ها می توانند به سه حالت وجود داشته باشند:

الف: گازی ← هوا

ب: مایع ← سرم فیزیولوژیک، ضدیخ (اتیلن گلیکول در آب)، گلاب (مخلوط همگن از چند ماده آلی در آب)

ج: جامد ← سکه فلزی

- برخی محلول ها رقیق و برخی غلیظ هستند که از جمله محلول های رقیق، سرم فیزیولوژیک را می توان نام برد. از جمله محلول های غلیظ گلاب دوآتشه، محلول نیتریک اسید ۷۰٪ جرمی، آب دریای مرده و آب دریاچه ارومیه را می توان مثال زد. برای بیان غلظت محلول های خیلی رقیق، اغلب از مقیاس ppm استفاده می شود.
- مقایسه غلظت آب چهار دریا به صورت زیر است:

اقیانوس آرام > دریای مدیترانه > دریای سرخ > دریای مرده

برای راحت تر به خاطر سپردن ترتیب نام دریاها، می توانید از رمز «مدره، در سرخی مدیترانه آرام گرفت» استفاده کنید.

با توجه به اطلاعات داده شده از محلول منیزیم نیترات، جرم این محلول و جرم یون منیزیم موجود در آن را محاسبه می کنیم:

$$125 \text{ g} = 100 \text{ mL} \times 1.25 \text{ g mL}^{-1} = \text{چگالی} \times \text{حجم محلول} = \text{جرم محلول}$$

$$? \text{ g Mg}^{2+} = 125 \text{ g محلول} \times \frac{24 \text{ g Mg(NO}_3)_2}{106 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol Mg(NO}_3)_2}{148 \text{ g Mg(NO}_3)_2} \times \frac{1 \text{ mol Mg}^{2+}}{1 \text{ mol Mg(NO}_3)_2} \times \frac{24 \text{ g Mg}^{2+}}{1 \text{ mol Mg}^{2+}} = 1/5 \times 10^{-3}$$

در مرحله بعد، جرم محلول منیزیم کلرید و جرم یون منیزیم موجود در آن را محاسبه می کنیم:

$$250 \text{ g} = 250 \text{ mL} \times 1 \text{ g mL}^{-1} = \text{چگالی} \times \text{حجم محلول} = \text{جرم محلول}$$

$$? \text{ g Mg}^{2+} = 250 \text{ g محلول} \times \frac{190 \text{ g MgCl}_2}{106 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol MgCl}_2}{95 \text{ g MgCl}_2} \times \frac{1 \text{ mol Mg}^{2+}}{1 \text{ mol MgCl}_2} \times \frac{24 \text{ g Mg}^{2+}}{1 \text{ mol Mg}^{2+}} = 12 \times 10^{-3}$$

با توجه به جرم هر محلول و جرم یون منیزیم موجود در آن ها، غلظت یون منیزیم را در محلول نهایی محاسبه می کنیم:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{1/5 \times 10^{-3} + 12 \times 10^{-3}}{125 + 250} \times 10^6 = 36$$

گروه آموزشی ماز

۸۴- اگر معادله انحلال پذیری نمک های زیر را بر حسب تغییر دما به صورت $S = a\theta + b$ نشان دهیم، علامت a در معادله کدام ترکیب در مقایسه با سایر

ترکیب ها متفاوت است؟

(۴) سدیم نیترات

(۳) پتاسیم کلرید

(۲) لیتیم سولفات

(۱) سدیم کلرید



اگر معادله انحلال پذیری ترکیب های یونی را معادله $S = a\theta + b$ (یک معادله خطی با شیب ثابت) در نظر بگیریم، مقدار b (عرض از مبدا) برای هر نمک برابر با انحلال پذیری آن نمک در دمای صفر درجه $(\theta = 0^\circ \text{C})$ خواهد بود و مقدار a (شیب خط نمودار انحلال پذیری) نیز وابستگی میزان انحلال پذیری آن ترکیب را به تغییر دما نشان می دهد. به عبارت دیگر، اگر قدرمطلق a برای یک نمک نسبت به سایر نمک ها بزرگ تر باشد، میزان انحلال پذیری آن نمک وابستگی بیشتری به تغییر دما داشته و با تغییر دما، مقدار انحلال پذیری آن نمک (S) به مقدار بیشتری تغییر می کند. علامت a نیز روند تغییر میزان انحلال پذیری آن ترکیب را بر حسب تغییر دما مشخص می کند. در این شرایط، اگر علامت a مثبت باشد، میزان انحلال پذیری ترکیب مورد نظر با افزایش دما افزایش پیدا می کند در حالی که اگر علامت a منفی باشد، میزان انحلال پذیری ترکیب مورد نظر با افزایش دما کاهش پیدا می کند. با توجه به نمودار مطرح شده در کتاب درسی، با افزایش دما انحلال پذیری نمک های پتاسیم کلرید، سدیم کلرید و سدیم نیترات در آب افزایش پیدا می کند؛ پس علامت a در معادله انحلال پذیری این مواد مثبت خواهد بود. در نقطه مقابل، با افزایش دما انحلال پذیری نمک لیتیم سولفات کاهش پیدا می کند؛ پس علامت a در معادله انحلال پذیری این ترکیب یونی منفی خواهد بود.



۸۵- تصویر مقابل، محلولی از متانول در آب به حجم ۱۲۵ میلی لیتر را نشان می دهد. اگر هریک از گوی های نشان داده شده در این محلول معادل با $10^{23} \times 1/505$ مولکول اتانول باشد، برای تهیه ۸۰۰ میلی لیتر محلول ۰/۲ مولار اتانول، باید چند میلی لیتر از این محلول را با مقدار کافی آب مخلوط کنیم؟

۷۵ (۴)

۱۵ (۳)

۵۰ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مساله - ۱۰۰۳)

پاسخ شریعی

ابتدا شمار مول های اتانول موجود در ۸۰۰ میلی لیتر محلول ۰/۲ مولار اتانول (محلول نهایی) را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ mol اتانول} = 800 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}} \times \frac{0.2 \text{ mol اتانول}}{1 \text{ L محلول}} = 0.16 \text{ mol}$$

در مرحله بعد، تعداد مول های اتانول موجود در محلول ۱۲۵ میلی لیتری اولیه را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ mol اتانول} = 8 \text{ گوی} \times \frac{10^{23} \times 1/505 \text{ مولکول}}{1 \text{ گوی}} \times \frac{1 \text{ mol اتانول}}{6/02 \times 10^{23} \text{ مولکول}} = 2 \text{ mol}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، در ۱۲۵ میلی لیتر از این محلول ۲ مول اتانول وجود دارد. ما برای تهیه ۸۰۰ میلی لیتر محلول ۰/۲ مولار اتانول، به ۰/۱۶ مول از این ماده نیاز داریم. با توجه به شمار مول های اتانول موجود در محلول نهایی، حجم مورد نیاز از این محلول را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ mL محلول} = 0.16 \text{ mol اتانول} \times \frac{125 \text{ mL محلول}}{2 \text{ mol اتانول}} = 10 \text{ mL}$$

گروه آموزشی ماز

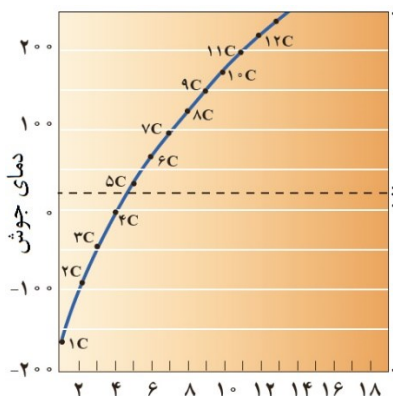
۸۶- کدام عبارت در رابطه با هیدروکربن مقابل درست است؟

- (۱) مولکول های آن نسبت به مولکول های ۲، ۲-دی متیل-۳-تیل پنتان ایزومر محسوب می شوند.
- (۲) گرانشی یک نمونه از این ماده در مقایسه با گرانشی یک نمونه خالص از هگزان کمتر است.
- (۳) بخار حاصل از این ماده بسیار سمی بوده و استنشاق آن ها آسیب های شدیدی به بدن می رساند.
- (۴) یک نمونه از این ماده برخلاف یک نمونه خالص از بوتان، در دمای اتاق به حالت مایع است.

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی و حفظی - ۱۱۰۱)

پاسخ شریعی

تصویر داده شده در صورت سوال، نمایی از اوکتان (نوعی آلکان راست زنجیر با ۸ اتم کربن) را نشان می دهد. نمودار زیر، نقطه جوش انواع آلکان ها را با توجه به شمار اتم های کربن موجود در مولکول آن ها نشان می دهد:

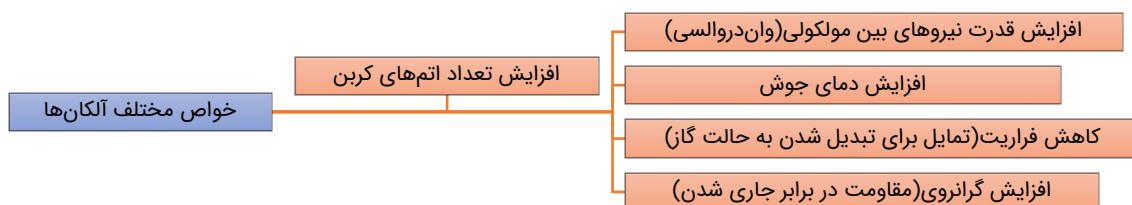


آلکان هایی که نیروهای بین مولکولی قوی تری داشته و در دمای اتاق به حالت مایع هستند.

آلکان هایی که نیروهای بین مولکولی ضعیف تری داشته و در دمای اتاق به حالت گاز هستند.

با توجه به داده های موجود در این نمودار، با افزایش شمار اتم های کربن در آلکان ها، قدرت نیروهای بین مولکولی در این مواد افزایش یافته و دمای جوش آن ها افزایش پیدا می کند. از آنجا که دمای جوش آلکان هایی که بیشتر از ۴ اتم کربن دارند، بیشتر از دمای اتاق (دمای ۲۵ درجه سانتی گراد) است، پس این مواد در دمای اتاق به حالت مایع دیده می شوند.

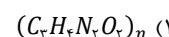
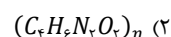
- ۱ از آنجا که فرمول شیمیایی کلی آلکان ها مشابه هم است، اگر دو آلکان متفاوت شمار اتم های کربن برابری داشته باشند، نسبت به هم ایزومر به شمار می روند. آلکان نشان داده شده در تصویر، معادل با اوکتان بوده و در هر مولکول آن ۸ اتم کربن وجود دارد درحالی که ۲،۲-دی متیل-۳-اتیل پنتان دارای ۹ اتم کربن در ساختار خود است.
- ۲ گرانیوی آلکان ها با شمار اتم های کربن موجود در ساختار آن ها رابطه مستقیم دارد. بر این اساس، گرانیوی یک نمونه از اوکتان (آلکان ۸ کربنه) در مقایسه با گرانیوی یک نمونه خالص از هگزان (آلکان ۶ کربنه) بیشتر است. نمودار زیر، روند تغییر خواص مختلف آلکان های راست زنجیر را با توجه به تعداد اتم های کربن موجود در آن ها نشان می دهد:



- ۳ در ساختار آلکان ها، هر اتم کربن با چهار پیوند اشتراکی به چهار اتم دیگر متصل بوده و این مواد به اصطلاح سیرشده هستند. از این رو آلکان ها تمایل چندانی به انجام واکنش های شیمیایی ندارند. این ویژگی سبب می شود تا میزان سمی بودن آنها کمتر شده و استنشاق آنها بر شش ها و بدن تأثیر چندانی نداشته باشد و تنها سبب کاهش مقدار اکسیژن موجود در هوای دم می شوند.

گروه آموزشی ماز

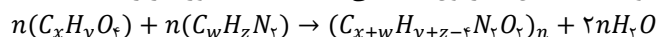
۸۷- فرمول شیمیایی پلی آمیدی که از واکنش میان ساده ترین عضو خانواده دی آمین ها و ساده ترین عضو خانواده دی اسیدها بدست می آید، به چه صورت است؟



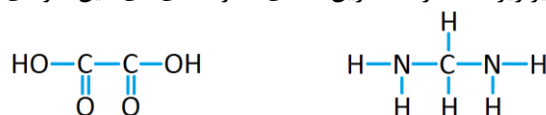
پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)



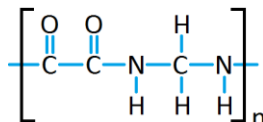
فرمول کلی دی آمین ها به صورت $H_2N-R-NH_2$ و فرمول کلی دی اسیدها به صورت $HOOC-R-COOH$ است. معادله کلی تولید یک پلی آمید از یک دی اسید با فرمول شیمیایی $C_xH_yO_4$ و یک دی آمین با فرمول شیمیایی $C_wH_zN_2$ به صورت زیر است:



از آنجا که در واکنش تولید پلی آمیدها علاوه بر مولکول های پلیمر، مولکول های آب نیز تولید می شود، جرم پلیمر حاصل از این فرایند کمتر از مجموع جرم مونومرهای مصرف شده در آن خواهد بود. تصاویر زیر، ساختار ساده ترین اعضای خانواده های دی آمین ها و دی اسیدها را نشان می دهد:



باتوجه به ساختار این مواد، ساختار پلی آمید مورد نظر با فرمول $(C_7H_8N_2O_4)_n$ ، به صورت زیر می شود:



مو، ناخن، پوست بدن انسان، شاخ حیوانات و پشم گوسفند، از جمله موادی هستند که پلی آمیدهای طبیعی در ساختار آن ها وجود دارد. در نقطه مقابل، پلی آمیدهای ساختگی را در صنایع پتروشیمی از واکنش میان دی آمین ها و دی اسیدها تولید می کنند. کولار یکی از معروفترین پلی آمیدهای مصنوعی است. کولار از فولاد هم جرم خود ۵ برابر مقاوم تر بوده و از آن در تهیه تیر اتومبیل ها، قایق بادبانی، لباس های مخصوص مسابقه موتورسواری و جلیقه های ضدگلوله استفاده می شود. پوشاک دوخته شده از کولار سبک و بسیار محکم بوده و در برابر ضربه، خراش و بریدگی مقاوم هستند.

گروه آموزشی ماز

۸۸- چه تعداد از عبارت های داده شده درست هستند؟

- آ: زیرلایه هایی که آرایش الکترونی عناصر موجود در تناوب چهارم به آن ها ختم می شود، مقدار $n + l$ برابری دارند.
- ب: شماره گروه دو عنصر از دوره دوم که کمترین واکنش پذیری را در این دوره دارند، ۴ واحد با یکدیگر تفاوت دارد.
- پ: در عنصری از تناوب چهارم که با Hg هم گروه است، شمار الکترون هایی با $l = 2$ و $n = 2$ با هم برابر است.
- ت: در پنج مورد از عناصر تناوب چهارم، همانند دو مورد از عناصر تناوب سوم، زیرلایه تک الکترونی وجود دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

عبارت‌های (ب) و (ت) درست هستند.

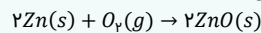
بررسی موارد:

آ: بیرونی‌ترین زیرلایه عناصر دسته S در دوره چهارم، زیرلایه 4s بوده که $n + l$ آن برابر ۴ است. از طرفی، آرایش الکترونی عناصر دسته d نیز به زیرلایه 4s ختم می‌شود. تصویر زیر، آرایش الکترونی عناصر دسته d را در دوره چهارم جدول تناوبی نشان می‌دهد:

$[18Ar]3d^1 4s^2$	$[18Ar]3d^2 4s^2$	$[18Ar]3d^3 4s^2$	$[18Ar]3d^5 4s^2$	$[18Ar]3d^5 4s^2$	$[18Ar]3d^6 4s^2$	$[18Ar]3d^7 4s^2$	$[18Ar]3d^8 4s^2$	$[18Ar]3d^{10} 4s^1$	$[18Ar]3d^{10} 4s^2$
۲۱ Sc اسکاندیم	۲۲ Ti تیتانیوم	۲۳ V وانادیم	۲۴ Cr کروم	۲۵ Mn منگنز	۲۶ Fe آهن	۲۷ Co کوبالت	۲۸ Ni نیکل	۲۹ Cu مس	۳۰ Zn روی

در این دوره، آرایش الکترونی عناصر دسته p به زیرلایه 4p ختم می‌شود که $n + l$ آن برابر ۵ است.

روی (۳۰Zn)، آخرین فلز واسطه موجود در تناوب چهارم است. این عنصر فلزی در واکنش با نافلزها دو الکترون از دست داده و به یون Zn^{2+} تبدیل می‌شود. به عنوان مثال، معادله‌های زیر، مربوط به واکنش میان فلزهای روی و اکسیژن هستند.



طی این فرایند، اتم روی دو الکترون از دست می‌دهد. یون روی به آرایش الکترونی $[Ar]3d^{10}$ می‌رسد و همانطور که می‌دانیم، این آرایش الکترونی مشابه آرایش الکترونی هیچ گاز نجیبی نیست.

ب: در دوره دوم جدول تناوبی، عناصر نئون و کربن به ترتیب کم‌ترین واکنش‌پذیری را دارند. کربن اولین عنصر گروه ۱۴ و نئون دومین عنصر گروه ۱۸ جدول دوره‌ای است. شماره گروه این دو عنصر، ۴ واحد با هم تفاوت دارد.

اگر فقط عناصر اصلی (s و p) را در نظر بگیریم، در هر تناوب، با حرکت از سمت چپ به راست، ابتدا از خاصیت فلزی عناصر کاسته شده و واکنش‌پذیری آن‌ها نیز کاهش می‌یابد. این روند تا گروه ۱۴ هر تناوب ادامه پیدا می‌کند اما پس از آن، خاصیت نافلزی عناصر افزایش پیدا کرده و واکنش‌پذیری آن‌ها نیز افزایش پیدا می‌کند تا نهایتاً به گروه ۱۷ از هر تناوب برسیم. توجه داریم که در آخرین خانه هر تناوب (گروه ۱۸) نیز یک گاز نجیب با واکنش‌پذیری بسیار اندک وجود دارد. به عنوان مثال، نمودار زیر تغییر واکنش‌پذیری عناصر تناوب دوم جدول دوره‌ای را نشان می‌دهد:



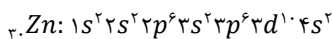
پ: برای تعیین شماره گروه عناصر با استفاده از عدد اتمی، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

(عدد اتمی عنصر مورد نظر - عدد اتمی گاز نجیب بعدی) - ۱۸ = شماره گروه

حال شماره گروه عنصر جیوه (Hg , ۸۰) را تعیین می‌کنیم:

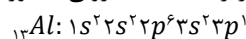
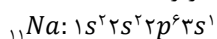
$$۱۲ = ۸۰ - (۸۶ - ۱۸) = \text{شماره گروه}$$

در تناوب چهارم، عنصر روی (Zn) در گروه ۱۲ قرار دارد. آرایش الکترون این عنصر به صورت زیر است:

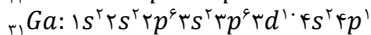
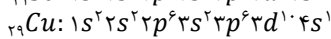
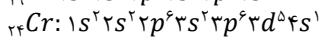
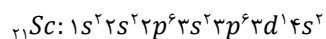
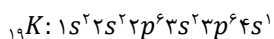


در آرایش الکترونی اتم این عنصر، ۱۰ الکترون در زیرلایه 3d قرار دارد، درحالی‌که در لایه دوم این عنصر ($n = 2$)، ۸ الکترون قرار گرفته است.

ت: در تناوب سوم، در آرایش الکترونی عناصر سدیم و آلومینیم، زیرلایه تک الکترونی حضور دارد. آرایش الکترونی این عناصر به صورت زیر است:



در تناوب چهارم جدول دوره‌ای نیز، عناصر پتاسیم، اسکاندیم، کروم، مس و گالیوم در آرایش الکترونی خود زیرلایه تک الکترونی دارند. آرایش الکترونی این عناصر به صورت زیر است:



۸۹- یک مخلوط ۲۵ گرمی از گاز کربن مونوکسید و بخار پروپان را در حضور مقدار کافی اکسیژن، به طور کامل می سوزانیم. اگر طی این فرایند، ۲۸ لیتر گاز کربن دی اکسید در شرایط استاندارد تولید شود، درصد جرمی اتم های هیدروژن در مخلوط آغازی چقدر بوده است؟

($O = ۱۶$ و $C = ۱۲$ و $H = ۱$: $g \cdot mol^{-1}$)

۲۴ (۴)

۱۶ (۳)

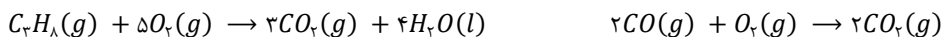
۱۲ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مساله - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

ابتدا معادله موازنه شده واکنش های انجام شده را می نویسیم:



توجه داریم بخاطر اینکه در صوت سوال ذکر شده که واکنش در شرایط استاندارد اتفاق می افتد، حالت آب را باید مایع فرض کنیم. مول کربن مونوکسید را برابر x و مول پروپان را برابر y در نظر می گیریم. مقدار x مول کربن مونوکسید جرمی معادل $28x$ گرم و y مول پروپان جرمی معادل $44y$ گرم خواهد داشت. مجموع جرم این دو ماده برابر ۲۵ گرم است، پس داریم:

$$28x + 44y = 25$$

مقدار x مول کربن مونوکسید طبق معادله موازنه شده، x مول کربن دی اکسید و y مول پروپان طبق معادله موازنه شده، $3y$ مول کربن دی اکسید تولید می کند. پس مجموع گاز کربن دی اکسید تولید شده برابر $x + 3y$ مول خواهد بود. در مرحله بعد، مول گاز کربن دی اکسید تولید شده را محاسبه می کنیم:

$$? mol CO_2 = 28 L CO_2 \times \frac{1 mol CO_2}{22.4 L CO_2} = 1/25 mol$$

پس در رابطه با مقدار گاز کربن دی اکسید تولید شده، داریم:

$$3y + x = 1/25$$

در قدم بعد، با تشکیل دستگاه و حل دو معادله، مول اولیه هر کدام از گازها را محاسبه می کنیم:

$$\begin{cases} 28x + 44y = 25 \\ 3y + x = 1/25 \end{cases} \Rightarrow x = 0/5, \quad y = 0/25$$

در کربن مونوکسید که اتم هیدروژنی وجود ندارد. در پروپان به ازای $0/25$ مول گاز، ۲ مول اتم هیدروژن معادل ۲ گرم هیدروژن حضور دارد. در پایان، درصد جرمی هیدروژن را در مخلوط اولیه بدست می آوریم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم عنصر نظر مورد (هیدروژن)}}{\text{جرم کل مخلوط}} \times 100 = \frac{2}{25} \times 100 = 8\%$$

گروه آموزشی ماز

۹۰- کدام یک از مطالب داده شده، درست است؟

- (۱) اگر کاتیون یک ترکیب را با کاتیون حاصل از یک فلز واکنش پذیرتر جایگزین کنیم، انحلال پذیری آن در آب کاهش می یابد.
- (۲) در صورت انداختن قطعاتی از فلزهای آهن، منیزیم و یا مس در محلول روی سولفات، یک محلول رنگی ایجاد می شود.
- (۳) در صورت انداختن یک میخ آهنی زنگ زده در محلول هیدروکلریک اسید، یک رسوب آجری در محلول ایجاد می شود.
- (۴) اگر به کمک فلز X بتوان آهن را از Fe_2O_3 استخراج کنیم، فلز X به یقین با Ag_2O نیز واکنش می دهد.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

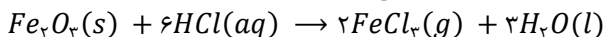
طبق یک قاعده کلی، اگر واکنش پذیری فلز X از واکنش پذیری فلز Y بیشتر باشد، با استفاده از فلز X می توان فلز Y را از ترکیب هایش جداسازی و استخراج کرد. واکنش پذیری آهن نسبت به نقره بیشتر است. از طرفی واکنش پذیری فلز X نسبت به آهن بیشتر است، پس می توان نتیجه گرفت که فلز X نسبت به نقره نیز فعال تر است و می تواند آن را از ترکیب هایش جداسازی کند.

بررسی سایر گزینه ها:

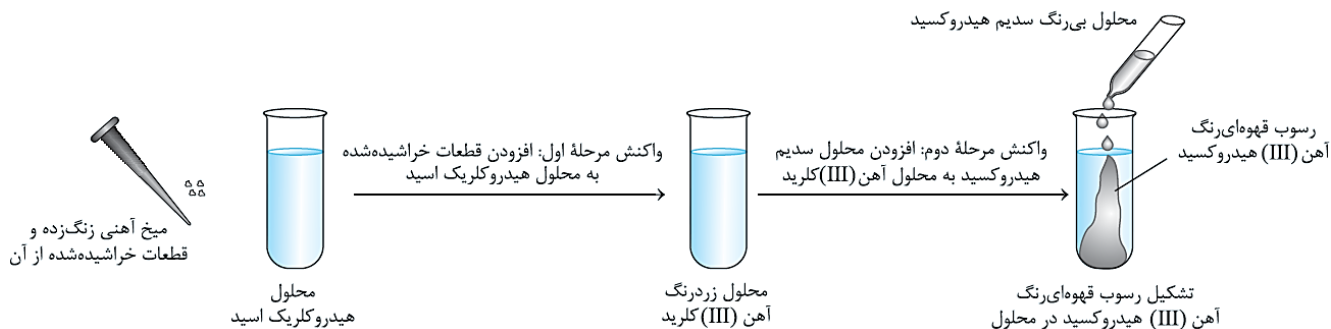
۱ واکنش پذیری کاتیون لزوماً با انحلال پذیری ترکیب یونی حاصل ارتباط مستقیم ندارد. برای مثال ترکیب یونی آهن (II) کلرید در آب محلول و ترکیب یونی نقره کلرید در آب نامحلول است. این در حالی است که آهن نسبت به نقره فلزی فعال تر و با واکنش پذیری بالاتر است.

۲ محلول حاصل از انحلال روی سولفات در آب، بی رنگ است. فلزهای مس و آهن نسبت به روی واکنش پذیری کمتری داشته و با انداختن قطعاتی از آنها در محلول روی سولفات، واکنشی رخ نمی دهد پس تغییری نیز در رنگ محلول اتفاق نمی افتد.

میخ زنگ زده حاوی آهن (III) اکسید است. با انداختن آن در محلول هیدروکلریک اسید، واکنش زیر انجام می شود:



محلول حاوی یون Fe^{2+} محلول در آب، زرد رنگ است. توجه داریم که طی این فرایند، هیچ ترکیب رسوبی در محلول ایجاد نمی شود. اگر محلول ایجاد شده طی این فرایند را با سدیم هیدروکسید وارد واکنش کنیم، رسوب قرمز رنگ ایجاد می شود. مراحل انجام این فرایند به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، با ریختن Fe_2O_3 در محلول HCl ، محلول زرد رنگ آهن (III) کلرید ایجاد می شود. محلول زرد رنگ آهن (III) کلرید نیز در واکنش با محلول سود، یک رسوب قرمز متمایل به قهوه ای را ایجاد می کند.

گروه آموزشی ماز

۹۱- اگر آرایش الکترونی عنصر نافلزی X به زیرلایه $3p$ ختم شود، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

آ: اگر عنصر Y یک شبه فلز از تناوب چهارم باشد، عدد اتمی آن می تواند به اندازه ۱۶ واحد بیشتر از عنصر X باشد.

ب: اگر واکنش پذیری نافلز D از تناوب سوم، بیشتر از واکنش پذیری X باشد، عدد اتمی D به یقین برابر ۱۷ است.

پ: اگر عنصر X دارای ۱۰ الکترون با $l = 1$ باشد، در واکنش با فلز منیزیم ترکیب MgX را ایجاد خواهد کرد.

ت: عدد اتمی عنصر X ، به یقین کمتر از عدد اتمی تنها هالوژن مایع جدول دوره ای است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

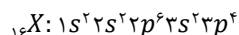
آرایش الکترونی عناصر دسته p در دوره سوم که در گروه های ۱۳ تا ۱۸ قرار گرفته اند، به زیرلایه $3p$ ختم می شود. عدد اتمی این عناصر بین ۱۳ تا ۱۸ است. در این بین آلومینیم با عدد اتمی ۱۳، نخستین فلز گروه ۱۳ محسوب می شود. سیلیسیم نیز با عدد اتمی ۱۴، نخستین شبه فلز گروه ۱۴ جدول دوره ای است. پس عدد اتمی عنصر نافلزی مورد نظر بین ۱۵ تا ۱۸ است. در رابطه با این عنصر، عبارت های (آ)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: در دوره چهارم، دو عنصر ژرمانیم (Ge) و آرسنیک (As) جزو عناصر شبه فلزی طبقه بندی می شوند. عدد اتمی این دو عنصر به ترتیب برابر با ۳۲ و ۳۳ است. در دو حالت، تفاوت عدد اتمی دو عنصر برابر ۱۶ می شود. اگر X را معادل عنصر گوگرد (با عدد اتمی ۱۶) و Y را معادل ژرمانیم در نظر بگیریم، یا اینکه X را معادل عنصر کلر (با عدد اتمی ۱۷) و Y را معادل عنصر آرسنیک در نظر بگیریم.

ب: در هر تناوب از جدول دوره ای، با حرکت از سمت چپ به راست از خاصیت فلزی عناصر کاسته شده و به خاصیت نافلزی آن ها افزوده می شود. در تناوب سوم جدول دوره ای، ۴ عنصر نافلزی (فسفر، گوگرد، کلر و آرگون) حضور دارند. عنصر D می تواند معادل گوگرد و عنصر X می تواند معادل فسفر باشد.

پ: در آرایش الکترونی اتم X ، مجموعاً ۱۰ الکترون در زیرلایه هایی با $l = 1$ قرار دارد. با توجه به اینکه ۶ تا از این الکترون ها در زیرلایه $2p$ حضور دارند، آرایش الکترونی عنصر X باید به $3p^4$ ختم شود. در این رابطه، داریم:



در این صورت، این عنصر معادل گوگرد بوده و در ترکیب های یونی به یون سولفید (S^{2-}) تبدیل می شود. منیزیم نیز در ترکیب های یونی به یون منیزیم (Mg^{2+}) تبدیل می شود. پس ترکیب یونی حاصل از این دو یون به صورت MgS خواهد بود.

ت: هالوژن ها عناصر گروه ۱۷ جدول تناوبی بوده که در واکنش با فلزها به یون هالید (X^-) تبدیل می شوند. این عناصر در دوره خود بیشترین خاصیت نافلزی را دارند. در دمای اتاق، عناصر فلوئور و کلر به حالت گاز، عنصر برم به حالت مایع و عنصر ید به حالت جامد یافت می شود. برم (Br_2) تنها نافلز مایع جدول دوره ای محسوب می شود. عدد اتمی این عنصر برابر ۳۵ بوده و قطعاً از عدد اتمی عنصر X بالاتر خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۹۲- بر اثر سوختن ۰/۰۲ مول از یک هیدروکربن سیرشده که دارای ۲ حلقه کربنی در ساختار خود است، ۵/۴ گرم آب تولید شده است. در ساختار این ماده، چند اتم کربن وجود داشته و جرم مولی آن، چند برابر جرم مولی پروپین خواهد بود؟

($O = ۱۶$ و $C = ۱۲$ و $H = ۱ : g.mol^{-1}$)

۶/۲۵ - ۱۸ (۴)

۵/۵۵ - ۱۶ (۳)

۶/۴۵ - ۱۸ (۲)

۵/۷۵ - ۱۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مساله - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

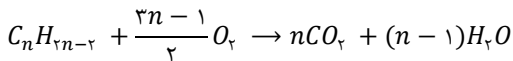
برای تعیین شمار اتم‌های هیدروژن موجود در یک هیدروکربن (ترکیبی که از کنار هم قرار گرفتن اتم‌های کربن و هیدروژن تشکیل شده است)، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$(۴ \times \text{تعداد پیوند سه‌گانه}) - (۲ \times \text{تعداد پیوند دوگانه}) - (۲ \times \text{تعداد حلقه}) + ۲ - (۲ \times \text{تعداد کربن}) = \text{تعداد اتم هیدروژن}$$

باتوجه به فرمول، هیدروکربن سیرشده با n کربن و دو حلقه کربنی، تعداد $2n - ۲$ هیدروژن در ساختار خود خواهد داشت. در این رابطه، داریم:

$$(۲ \times n) + ۲ - (۲ \times \text{تعداد حلقه}) = (۲ \times n) + ۲ - (۲ \times ۲) = ۲n - ۲$$

بر این اساس، فرمول شیمیایی هیدروکربن مورد نظر به صورت C_nH_{2n-2} است. معادله موازنه شده سوختن کامل این هیدروکربن، به صورت زیر است:



طبق معادله موازنه شده، ۰/۰۲ مول از این هیدروکربن در طی سوختن کامل، مقدار $(۰/۰۲n - ۰/۰۲)$ مول آب (معادل با $۰/۳۶n - ۰/۳۶$ گرم آب) تولید خواهد کرد، پس خواهیم داشت:

$$۰/۳۶n - ۰/۳۶ = ۵/۴ \Rightarrow n = ۱۶$$

پس فرمول شیمیایی هیدروکربن مدنظر به صورت $C_{۱۶}H_{۲۶}$ بوده و در هر واحد از مولکول این ترکیب آلی، تعداد ۱۶ اتم کربن وجود دارد. جرم مولی این ترکیب برابر ۲۲۲ گرم بر مول است.

آلکین‌ها دسته‌ای از هیدروکربن‌های زنجیری هستند که در ساختار خود، یک پیوند سه‌گانه دارند. آلکین‌ها واکنش‌پذیری بالایی داشته و همانند سایر هیدروکربن‌ها ناطبی هستند. توجه داریم که مقدار قطبیت این مواد، تقریباً برابر صفر است. نخستین و ساده‌ترین عضو این خانواده، اتین با فرمول مولکولی C_2H_2 بوده که در گذشته آن را با نام استیلن می‌خواندند. از اتین در جوشکاری و برشکاری فلزها استفاده می‌شود. دومین عضو خانواده آلکین‌ها، پروپین با فرمول شیمیایی C_3H_4 است.

پروپین دومین عضو خانواده آلکین‌ها با فرمول مولکولی C_3H_4 و جرم مولی ۴۰ گرم بر مول است. در پایان نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{۲۲۲}{۴۰} = ۵/۵۵$$

گروه آموزشی ماز

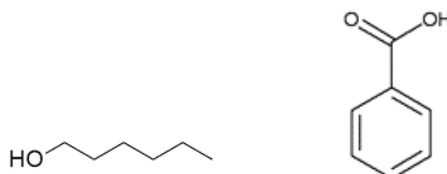
۹۳- کدام مطلب در رابطه با بنزوئیک اسید و ۱-هگزانول، درست است؟

- (۱) در ساختار هر دو، یک اتم هیدروژن متصل به اکسیژن وجود دارد.
- (۲) شمار اتم‌های کربن سازنده مولکول این دو ترکیب آلی با هم برابر است.
- (۳) هر دو مولکول در میدان الکتریکی جهت‌گیری کرده و انحلال‌پذیری آن‌ها در آب زیاد است.
- (۴) در ساختار مولکولی این دو ماده، اتم‌های کربنی یافت می‌شود که به دو اتم هیدروژن متصل شده‌اند.

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - حفظی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

ساختار بنزوئیک اسید و ۱-هگزانول به صورت زیر است:



یکی از این مواد دارای گروه هیدروکسیل بوده و یکی دارای گروه عاملی کربوکسیل است. همانطور که مشخص است، در ساختار هر دو ماده، یکی از اتم‌های هیدروژن به اتم اکسیژن با پیوند کووالانسی (اشتراکی) متصل شده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ در ساختار بنزوئیک اسید، ۷ اتم کربن و در ساختار ۱-هگزانول، ۶ اتم کربن وجود دارد.

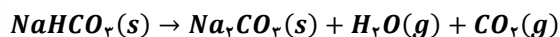
۳ هر دو مولکول، در ساختار خود بخش‌های قطبی و ناقطبی دارند، اما در هر دوی این مولکول‌ها، به ویژه مولکول هگزانول، بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه داشته و به همین دلیل، این مواد انحلال‌پذیری بالایی در آب ندارند.

۴ در ساختار بنزوئیک اسید، هر اتم کربن حداکثر به یک اتم هیدروژن متصل بوده و هیچ اتم کربنی وجود ندارد که به دو اتم هیدروژن متصل شده باشد.

گروه آموزشی ماز

۹۴- یک نمونه از سدیم هیدروژن کربنات به جرم ۱۴۰ گرم را به طور کامل تجزیه می‌کنیم. اگر تفاوت جرم فراورده‌های گازی تولید شده در این فرایند برابر با ۶/۵ گرم باشد، درصد خلوص سدیم هیدروژن کربنات مصرف شده چقدر بوده است؟

$$(Na = 23 \text{ و } O = 16 \text{ و } C = 12 \text{ و } H = 1 : g.mol^{-1})$$



معادله واکنش موازنه شود

۳۰ (۴)

۴۰ (۳)

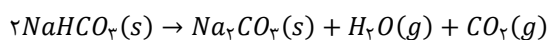
۶۰ (۲)

۸۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



فراورده‌های گازی این واکنش شامل بخار آب و کربن دی‌اکسید می‌شود. باتوجه به معادله موازنه شده، به ازای مصرف ۲ مول سدیم هیدروژن کربنات (۱۶۸ گرم سدیم هیدروژن کربنات)، ۱ مول گاز کربن دی‌اکسید (۴۴ گرم گاز کربن دی‌اکسید) و ۱ مول بخار آب (۱۸ گرم بخار آب) تولید می‌شود. پس به ازای مصرف ۱۶۸ گرم سدیم هیدروژن کربنات، تفاوت جرم فراورده‌های گازی تولیدشده برابر ۲۶ گرم (۴۴-۱۸) خواهد بود. در مرحله بعد، مقدار سدیم هیدروژن کربنات خالص مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? g NaHCO_3 = \frac{168 g NaHCO_3}{26 g \text{ تفاوت}} \times \text{تفاوت } 6/5 g = 42 g$$

در مرحله آخر، درصد خلوص سدیم هیدروژن کربنات را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times 100 = \frac{42}{140} \times 100 = 30\%$$

در بسیاری از سوالات استوکیومتری، با مفاهیم درصد خلوص و بازده سر و کار داریم. برای محاسبه مقدار بازده یا درصد خلوص یک ماده بهتر است عیناً از فرمول درصد خلوص و بازده استفاده کنیم. اما برای سایر حالت‌ها، راه حل تستی وجود دارد:

۱) اگر سوال مقدار ماده خالص و درصد خلوص را داده بود، از تقسیم مقدار ماده خالص به درصد خلوص، مقدار ماده ناخالص (کل) بدست می‌آید.

۲) اگر سوال مقدار ماده ناخالص مصرفی (مقدار کل ماده مصرف شده) و درصد خلوص را داده بود، از ضرب مقدار ماده ناخالص در درصد خلوص، مقدار ماده خالص بدست می‌آید.

۳) اگر سوال مول یک واکنش‌دهنده و بازده را داده بود و مول یک فراورده را خواسته بود، مول واکنش‌دهنده را علاوه بر نسبت ضرایب استوکیومتری، در مقدار بازده نیز ضرب می‌کنیم تا مقدار عملی فراورده محاسبه شود.

۴) اگر سوال مول یک فراورده و بازده را داده بود و مول یک واکنش‌دهنده را خواسته بود، مول فراورده را در نسبت ضرایب استوکیومتری ضرب کرده و سپس به بازده تقسیم می‌کنیم تا مقدار واکنش‌دهنده مصرف شده محاسبه شود.

توجه داریم در تبدیل مول دو فراورده به یکدیگر یا دو واکنش‌دهنده به یکدیگر، بازده هیچ تأثیری نخواهد داشت.

گروه آموزشی ماز

۹۵- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

آ: اگر در یک سامانه، گاز N_2O_4 به NO_2 تجزیه شود، دمای محیط اطراف آن سامانه افزایش می‌یابد.

ب: یک گلوله آهن گداخته شده در مقایسه با یک استخر آب با دمای $50^\circ C$ ، انرژی گرمایی بیشتری دارد.

پ: اگر ظرفیت گرمایی نمونه‌هایی از آب و روغن زیتون برابر باشد، جرم نمونه روغن زیتون بیشتر خواهد بود.

ت: اگر حجم یک مول گاز برابر $30L$ باشد، میانگین انرژی جنبشی ذرات این ماده به یقین بیشتر از مقداری آب $10^\circ C$ است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

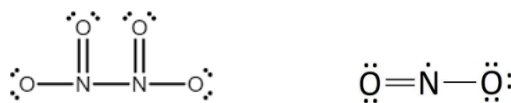
۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

فقط عبارت (پ) درست است.

آ: تصاویر زیر ساختار ترکیب های N_2O_4 و NO_2 را نمایش می دهد:



واکنش تجزیه گاز N_2O_4 به NO_2 ، با شکستن یک پیوند اشتراکی $N-N$ همراه است. این واکنش شیمیایی، گرماگیر بوده و با گرفتن گرما از محیط اطراف، دمای محیط را کاهش می دهد.

به عنوان یک قانون کلی، شکستن پیوند گرماگیر بوده و با گرفتن انرژی از محیط اطراف، دمای آن محیط را کاهش می دهد. توجه داریم که در فرایندهای گرماگیر، انرژی فراورده ها بیشتر از انرژی واکنش دهنده ها است. تشکیل پیوند نیز یک واکنش گرماده بوده و با دادن انرژی به محیط اطراف، دمای آن را افزایش می دهد. توجه داریم که در فرایندهای گرماده، انرژی مواد واکنش دهنده بیشتر از فراورده ها است.

ب: انرژی گرمایی، به مجموع انرژی جنبشی ذرات سازنده یک ماده گفته می شود و به عواملی مثل جرم، دما و جنس آن نمونه بستگی دارد. با توجه به اینکه جرم آب موجود در استخر به مراتب از گلوله آهن بیشتر است، انرژی گرمایی آن نیز نسبت به گلوله آهنی بیشتر است.

پ: ظرفیت گرمایی (C) به گرمای لازم برای افزایش دمای یک نمونه به اندازه 1°C گفته می شود و با حاصل ضرب ظرفیت گرمایی ویژه (c) در جرم نمونه (m)، رابطه مستقیم دارد. ظرفیت گرمایی ویژه، گرمای لازم برای افزایش دمای یک نمونه ۱ گرمی از ماده به اندازه 1°C است. ظرفیت گرمایی ویژه روغن نسبت به آب کمتر است، پس برای اینکه ظرفیت گرمایی دو نمونه برابر باشد، باید جرم نمونه روغن بیشتر از آب باشد.

روغن و چربی از جمله ترکیب های آلی هستند که به دلیل تفاوت در ساختار، رفتارهای فیزیکی و شیمیایی متفاوتی دارند. روغن دارای حالت فیزیکی مایع (l) بوده و چربی دارای حالت فیزیکی جامد (s) است. از دیدگاه شیمیایی، در ساختار مولکول های روغن پیوندهای دوگانه بیشتری وجود داشته و به همین خاطر، روغن در مقایسه با چربی واکنش پذیری بیشتری دارد. هرچقدر که تعداد پیوندهای دوگانه در یک نمونه از روغن بیشتر باشد، آن نمونه از روغن با سرعت بالاتری با محلول برم واکنش داده و آن را بی رنگ می کند.

ت: با توجه به قانون گازها ($PV = nRT$)، حجم یک نمونه گاز با حاصل تقسیم دما به فشار آن نمونه ($\frac{T}{P}$) رابطه مستقیم دارد. در شرایط استاندارد (دمای 0°C و فشار 1 atm)، مقدار ۱ مول از هر گازی 22.4 لیتر حجم دارد. در شرایط ذکر شده، حجم ۱ مول گاز 30 لیتر شده است، پس می توان گفت نسبت $\frac{T}{P}$ در این نمونه گاز بیشتر از حالت استاندارد است ولی نمی توان به یقین گفت که دما در این شرایط بیشتر از شرایط استاندارد است. توجه داریم دمای یک نمونه نشان دهنده میانگین انرژی جنبشی ذرات آن نمونه است.

گروه آموزشی ماز

۹۶- با توجه به واکنش $2\text{CH}_4(g) \rightarrow \text{C}_2\text{H}_6(g) + \text{H}_2(g), \Delta H = +65\text{ kJ}$ میانگین آنتالپی پیوند $H-H$ برابر چند کیلوژول بر مول بوده و به ازای مصرف ۳ مول گاز متان در این واکنش، چند کیلوژول گرما مبادله می شود؟ (آنتالپی پیوندهای اشتراکی $C-H$ و $C-C$ به ترتیب برابر 424 و 348 کیلوژول بر مول در نظر گرفته شود.)

۴۸/۷۵ - ۴۵۳ (۴)

۴۸/۷۵ - ۴۳۵ (۳)

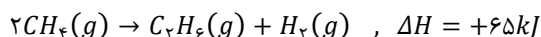
۹۷/۵ - ۴۵۳ (۲)

۹۷/۵ - ۴۳۵ (۱)

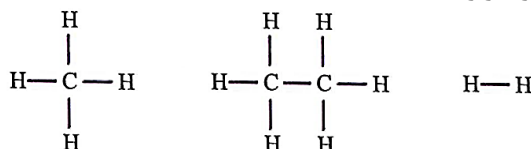
پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)



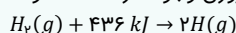
معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



ساختار مواد شرکت کننده در این واکنش به صورت زیر است:



به مقدار انرژی لازم برای شکستن یک مول پیوند اشتراکی (کووالانسی) یکسان در حالت گازی، آنتالپی پیوند گفته می شود. به عنوان مثال، یک مول گاز H_2 را در نظر بگیرید. در این نمونه گازی، یک مول پیوند $H-H$ بین اتم های هیدروژن وجود دارد. معادله واکنش شیمیایی مربوط به شکستن این پیوندها به صورت زیر است:



در ترموشیمی به انرژی مصرف شده در این واکنش که منجر به تولید ۲ مول اتم مجزای گازی هیدروژن می شود، آنتالپی پیوند $H-H$ گفته شده و مقدار آن با نماد $\Delta H(H-H) = +436\text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ نشان داده می شود. هرچقدر که اتم ها دخیل در تشکیل یک پیوند کووالانسی با قدرت بیشتری یکدیگر را جذب کنند، انرژی مورد نیاز برای جدا کردن آن دو اتم مورد نظر بیشتر خواهد بود. عوامل زیر، بر مقدار آنتالپی پیوندهای اشتراکی موثر هستند:

۱- مرتبه پیوند: هرچه مرتبه پیوند اشتراکی بین دو اتم بیشتر باشد، آنتالپی پیوند بیشتر خواهد بود. به عبارت دیگر، به شرط ثابت بودن اتم های دخیل در پیوند، آنتالپی پیوند سه گانه بیشتر از پیوند دوگانه و آنتالپی پیوند دوگانه نیز بیشتر از پیوند یگانه خواهد شد.

۲- شعاع اتم‌های دخیل در تشکیل پیوند: هرچقدر که شعاع اتم‌های دخیل در تشکیل پیوندهای کووالانسی کوچکتر باشد، آن اتم‌ها با قدرت بیشتری یکدیگر را جذب کرده و آنتالپی آن پیوند بیشتر می‌شود.

یکی از راه‌های محاسبه غیرمستقیم آنتالپی یک واکنش، استفاده از آنتالپی پیوندها است. برای این منظور، از فرمول زیر استفاده می‌شود:

(آنتالپی پیوند مواد فراورده) - (آنتالپی پیوند مواد واکنش‌دهنده) $\Delta H =$ واکنش

با استفاده از آنتالپی واکنش و آنتالپی پیوندهای $C-H$ و $C-C$ و $H-H$ آنتالپی پیوند $H-H$ را محاسبه می‌کنیم:

$$+65 = (8 \times (C-H)) - (1 \times (C-C) + 6 \times (C-H) + 1 \times (H-H)) \Rightarrow +65 = 3392 - (348 + 2544 + H-H) \Rightarrow H-H = 435 kJ \cdot mol^{-1}$$

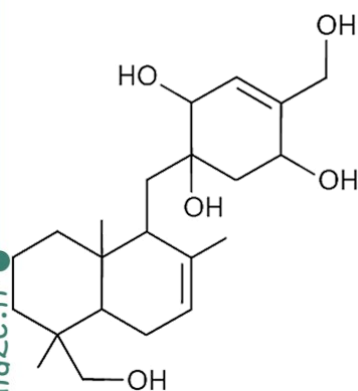
در قدم آخر، مقدار انرژی مبادله شده حاصل از مصرف ۳ مول متان را بدست می‌آوریم:

$$? kJ = 3 \text{ mol } CH_4 \times \frac{65 kJ}{2 \text{ mol } CH_4} = 97.5 kJ$$

به طور کلی میزان پایداری اجزای سازنده یک سامانه، با سطح انرژی آن اجزا رابطه عکس دارد. به عبارت دیگر، سامانه‌ای که سطح انرژی بیشتری داشته باشد، پایداری کمتری خواهد داشت و سامانه‌ای که سطح انرژی کمتری داشته باشد نیز پایداری بیشتری خواهد داشت. در واکنش‌های گرماده، سطح انرژی مواد شرکت‌کننده در واکنش کاهش پیدا می‌کند؛ پس این واکنش‌ها با افزایش سطح پایداری مواد همراه هستند. در واکنش‌های گرماگیر، سطح انرژی مواد شرکت‌کننده در واکنش کاهش پیدا می‌کند؛ پس این واکنش‌ها با کاهش سطح پایداری مواد همراه هستند.

گروه آموزشی ماز

۹۷- با توجه به ساختار ترکیب شیمیایی مقابل، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



($H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

آ: چهار اتم کربن در آن، تنها به اتم‌های کربن متصل شده‌اند.

ب: بیشتر از ۲۵٪ اتم‌های کربن، با اتم‌های اکسیژن پیوند دارند.

پ: شمار گروه‌های CH_3 در آن، ۲ برابر شمار گروه‌های CH_2 است.

ت: شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آن، ۵ برابر متیل آمین است.

ث: اگر پیوندهای $C=C$ آن به پیوند یگانه تبدیل شود، جرم مولی آن ۴ واحد افزایش می‌یابد.

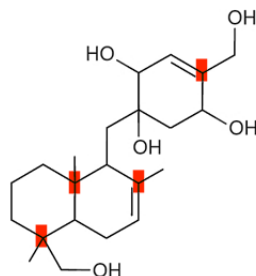
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

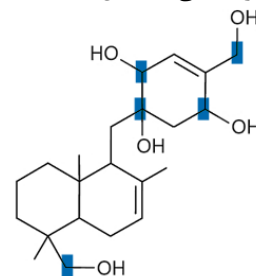
فرمول شیمیایی این ترکیب به صورت $C_{27}H_{44}O_5$ است. در رابطه با این ترکیب، عبارت‌های (آ) و (ث) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: هر اتم کربن، در ساختار خود ۴ الکترون ظرفیتی دارد که با استفاده از آن‌ها می‌تواند در تشکیل ۴ پیوند شرکت کند. کربنی که از ۴ الکترون ظرفیتی خود برای اتصال به سایر اتم‌های کربن استفاده کند، نمی‌تواند با سایر اتم‌ها (اکسیژن یا هیدروژن) پیوندی برقرار کند. کربن‌هایی با این شرایط، در شکل زیر با رنگ قرمز مشخص شده‌اند:

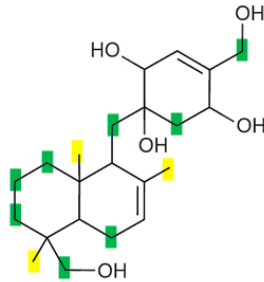


ب: اتم‌های کربنی که با اتم اکسیژن پیوند دارند، در شکل زیر با رنگ آبی مشخص شده‌اند:



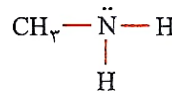
همانطور که مشخص است، تعداد ۵ اتم کربن با اتم های اکسیژن پیوند اشتراکی برقرار کرده اند که تقریباً معادل $22/7$ درصد شمار اتم های کربن ترکیب است ($22/7 \approx 100 \times \frac{5}{22}$).

پ: کربنی که با سایر اتم های کربن و اتم های اکسیژن ۲ پیوند برقرار کند، به صورت گروه CH_3 و کربنی که با سایر اتم های کربن و اکسیژن ها تنها ۱ پیوند برقرار کند، به صورت گروه CH_2 دیده می شود. در تصویر زیر، گروه های CH_3 با رنگ سبز و گروه های CH_2 با رنگ زرد مشخص شده اند:



همانطور که مشخص است شمار گروه های CH_3 بیش از دو برابر شمار گروه های CH_2 است.

ت: در ساختار مولکولی ترکیب ذکر شده، ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم های اکسیژن قرار دارد. در متیل آمین نیز تنها ۱ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم نیتروژن حضور دارد ($\frac{1}{2} = 10$). ساختار متیل آمین به صورت زیر است:



در ترکیب های آلی، اتم های کربن و هیدروژن از همه الکترون های ظرفیتی خود برای تشکیل پیوند استفاده می کنند. اتم های اکسیژن و عناصر هم گروه آن مانند گوگرد، ۶ الکترون ظرفیتی دارند که ۲ مورد از آن ها را برای تشکیل پیوند استفاده می کنند و ۴ الکترون به صورت ۲ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم آن ها قرار می گیرد. اتم های نیتروژن و عناصر هم گروه آن نیز ۵ الکترون ظرفیتی دارند که ۳ مورد از آن ها را برای تشکیل پیوند استفاده می کنند و ۲ الکترون نیز به صورت ۱ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم آن ها قرار می گیرد. هالوژن ها نیز ۷ الکترون ظرفیتی دارند که از ۱ الکترون برای تشکیل پیوند استفاده می کنند و ۶ الکترون باقی مانده به صورت ۳ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم آن ها قرار می گیرد. باتوجه به نکات گفته شده، برای شمارش تعداد جفت الکترون پیوندی (تعداد پیوند) و تعداد جفت الکترون های ناپیوندی در ترکیب های آلی، از فرمول های زیر استفاده می کنیم:

$$\text{تعداد پیوند} = \frac{(1 \times \text{اتم های هالوژن}) + (3 \times \text{اتم های نیتروژن}) + (2 \times \text{اتم های اکسیژن}) + (1 \times \text{اتم های هیدروژن}) + (4 \times \text{اتم های کربن})}{2}$$

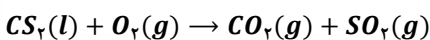
$$\text{تعداد جفت الکترون ناپیوندی} = (3 \times \text{اتم های هالوژن}) + (1 \times \text{اتم های نیتروژن}) + (2 \times \text{اتم های اکسیژن})$$

ث: با تبدیل هر پیوند $C = C$ به پیوند $C - C$ ، به هر کدام از اتم های کربن که در تشکیل پیوند شرکت داشته اند، ۱ اتم هیدروژن متصل می شود. بر این اساس، به ازای هر پیوند دوگانه، ۲ گرم بر مول به جرم مولی ترکیب مورد نظر اضافه می شود. ترکیب ذکر شده، دو پیوند دوگانه کربن-کربن دارد، بنابراین با این تغییر ۴ گرم بر مول به جرم مولی آن افزوده می شود.

گروه آموزشی ماز

۹۸- با توجه به واکنش زیر، برای تشکیل ۳۲ گرم گاز SO_2 ، چند میلی لیتر کربن دی سولفید با چگالی $3/8 \text{ g.mL}^{-1}$ و با درصد خلوص ۵۰٪ لازم است و تفاوت جرم کربن دی اکسید تولید شده و اکسیژن مصرف شده در این واکنش، برابر با چند گرم خواهد بود؟

$$(S = 32 \text{ و } O = 16 \text{ و } C = 12 : \text{g.mol}^{-1})$$



معادله واکنش موازنه شود

$$26 - 5 (4)$$

$$26 - 10 (3)$$

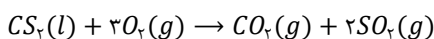
$$13 - 5 (2)$$

$$13 - 10 (1)$$

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مساله - ۱۱۰۱)



معادله موازنه شده واکنش انجام شده، به صورت زیر است:



ابتدا با استفاده از مقدار گاز گوگرد دی اکسید تولید شده، جرم کربن دی سولفید خالص مصرف شده را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ g } CS_2 = 32 \text{ g } SO_2 \times \frac{1 \text{ mol } SO_2}{64 \text{ g } SO_2} \times \frac{1 \text{ mol } CS_2}{2 \text{ mol } SO_2} \times \frac{76 \text{ g } CS_2}{1 \text{ mol } CS_2} = 19 \text{ g}$$

در مرحله بعد جرم کربن دی سولفید ناخالص را بدست می آوریم:

$$\text{جرم ماده ناخالص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{درصد خلوص}} \times 100 \Rightarrow 50 = \frac{19}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times 100 \Rightarrow 38 \text{ g}$$

با استفاده از فرمول چگالی، جرم کربن دی سولفید ناخالص را به حجم آن تبدیل می کنیم:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \Rightarrow \frac{38 \text{ g}}{\text{حجم}} = 3/8 \text{ g.mL}^{-1} \Rightarrow \text{حجم} = 10 \text{ mL}$$

حال، مقدار اکسیژن مصرف شده و کربن دی اکسید تولید شده را بدست می آوریم:

$$? \text{ g O}_2 = 32 \text{ g SO}_2 \times \frac{1 \text{ mol SO}_2}{64 \text{ g SO}_2} \times \frac{2 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol SO}_2} \times \frac{32 \text{ g O}_2}{1 \text{ mol CS}_2} = 24 \text{ g}$$

$$? \text{ g CO}_2 = 32 \text{ g SO}_2 \times \frac{1 \text{ mol SO}_2}{64 \text{ g SO}_2} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol SO}_2} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 11 \text{ g}$$

بنابراین تفاوت جرم اکسیژن مصرف شده و کربن دی اکسید تولید شده، برابر ۱۳ گرم خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۹۹- چند مورد از مطالب زیر در رابطه با سلولز درست است؟

آ: برخلاف کولار، یک پلیمر زیست تخریب پذیر است.

ب: مونومر سازنده آن، از تجزیه ذرات مالتوز تولید می شود.

پ: نوعی پلی استر بوده و در ساختار آن، حلقه های شش ضلعی وجود دارد.

ت: عناصر موجود در ساختار این پلیمر، در ساختار ذرات پلی لاکتیک اسید نیز یافت می شود.

ث: در طول سال های اخیر، روند تولید الیاف ساخته شده از این پلیمر، روند افزایشی داشته است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

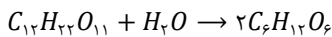
پاسخ تشریحی:

عبارت های (آ)، (ب)، (ت) و (ث) درست هستند.

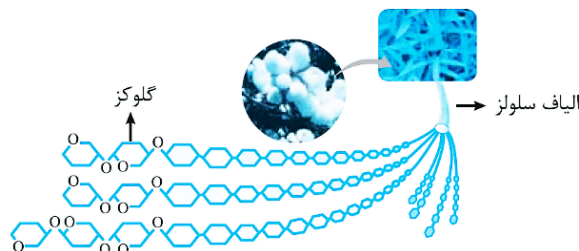
بررسی موارد:

آ: کولار یکی از پلی آمیدهای ساختگی است. این پلیمر همانند اغلب پلیمرهای ساختگی زیست تخریب ناپذیر بوده و از جمله پلیمرهای ماندگار است. سلولز نوعی پلیمر طبیعی و زیست تخریب پذیر است که همانند نشاسته از اتصال ذرات گلوکز به یکدیگر تولید شده است.

ب: گلوکز که واحد تشکیل دهنده سلولز است، از واکنش مالتوز موجود در جوانه گندم با آب نیز تولید می شود. معادله این واکنش به صورت زیر است:

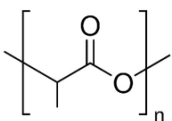


پ: ساختار سلولز به صورت زیر است:

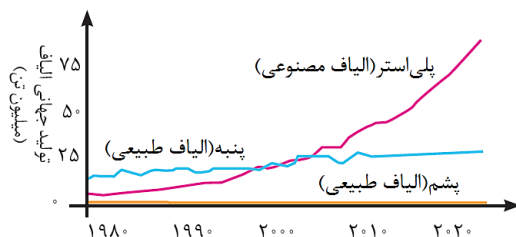


همانطور که مشخص است، سلولز از اتصال واحدهای شش ضلعی تشکیل شده است که در ساختار این حلقه های شش ضلعی، تعداد ۵ اتم کربن و ۱ اتم اکسیژن حضور دارد. اتم اکسیژن، حلقه های شش ضلعی گلوکز را به صورت گروه عاملی اتری به یکدیگر متصل می کند و نشاسته که نوعی پلیمر با گروه عاملی اتری است را ایجاد می کند. در ساختار این ماده، هیچ گروه عاملی استری وجود ندارد.

ت: در ساختار نشاسته، همانند پلی لاکتیک اسید، عناصر کربن، هیدروژن و اکسیژن حضور دارند. برای تولید پلی لاکتیک اسید به صورت صنعتی، ابتدا نشاسته موجود در فراورده های کشاورزی مانند سیب زمینی، ذرت و نیلر را به لاکتیک اسید تبدیل می کنند. مولکول های لاکتیک اسید، یک گروه عاملی الکلی و یک گروه عاملی کربوکسیل دارند. از واکنش مولکول های لاکتیک اسید با یکدیگر، پلی استری زیست تخریب پذیر به نام پلی لاکتیک اسید تولید می شود. تصویر مقابل، ساختار پلی لاکتیک اسید را نمایش می دهد:



ث: الیاف پنبه از سلولز ساخته شده‌اند. نمودار زیر روند تولید الیاف پشمی، نخ (پنبه) و پلی‌استری را در سطح جهان نشان دهد:



همانطور که مشخص است، روند تولید الیاف نخ همانند الیاف پلی‌استری، در طی سالیان اخیر رو به افزایش بوده است.

گروه آموزشی ماز

۱۰۰- مولکول‌های موجود در یک نمونه از عامل ایجاد کننده بو و طعم آناناس، مجموعاً شامل $10^{24} \times \frac{1}{204}$ اتم در ساختار خود می‌شوند. برای تجزیه این ترکیب به اسید و الکل سازنده آن، به چند گرم آب نیاز است؟

($O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)

۷/۲ (۴)

۵/۴ (۳)

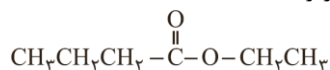
۳/۶ (۲)

۱/۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مساله - ۱۱۰۳)



عامل ایجادکننده بو و طعم آناناس، اتیل بوتانوات با ساختار زیر است:



جدول زیر، نام استرهای موجود در میوه‌های مختلف و نام اسید و الکل سازنده هر استر را نشان می‌دهد:

کربوکسیلیک اسید سازنده	الکل سازنده	ساختار استر سازنده	نام استر	نام گل یا میوه
بوتانوئیک اسید	اتانول		اتیل بوتانوات ($C_6H_{12}O_2$)	آناناس
اتانوئیک اسید	۱- پنتانول		پنتیل اتانوات ($C_7H_{14}O_2$)	موز
بوتانوئیک اسید	متانول		متیل بوتانوات ($C_6H_{12}O_2$)	سیب
هپتانوئیک اسید	اتانول		اتیل هپتانوات ($C_9H_{18}O_2$)	انگور

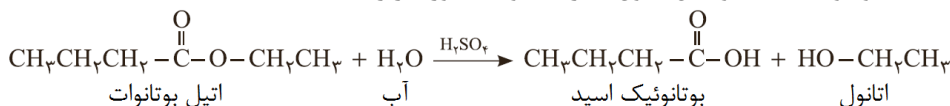
برای پیدا کردن نام یک ترکیب استری به کمک نام الکل و اسید سازنده آن ترکیب استری، از الگوی زیر استفاده می‌کنیم:

انتقال نام الکل از وزن (آلکانول) به وزن (آلکیل) + انتقال نام اسید از وزن (آلکانوئیک اسید) به وزن (آلکانوات) : نام استر

فرمول شیمیایی اتیل بوتانوات به صورت $C_6H_{12}O_2$ بوده و در هر مولکول آن ۲۰ اتم (۶ اتم کربن، ۱۲ اتم هیدروژن و ۲ اتم اکسیژن) وجود دارد. با توجه به شمار اتم‌های موجود در هر مولکول اتیل بوتانوات، شمار مول‌های این ماده را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ mol } C_6H_{12}O_2 = \frac{1}{204} \times 10^{24} \text{ اتم} \times \frac{1 \text{ مولکول } C_6H_{12}O_2}{20 \text{ اتم}} \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_2}{6.02 \times 10^{23} \text{ مولکول } C_6H_{12}O_2} = 0.1 \text{ mol}$$

واکنش تجزیه این ماده به اسید (بوتانوئیک اسید) و الکل (اتانول) سازنده خود به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش شیمیایی، برای تجزیه کامل ۰/۱ مول اتیل بوتانوات، به ۰/۱ مول آب (معادل با ۱/۸ گرم آب) نیاز داریم. برای محاسبه این مقدار به روش کسر تبدیل، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$? \text{ g } H_2O = 0.1 \text{ mol } C_6H_{12}O_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_2} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 1.8 \text{ g}$$

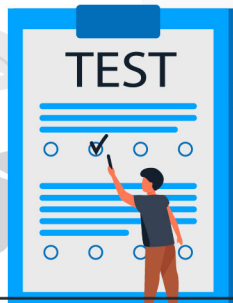
سلام به همه دوستان خوبم! 

خب این هم از اولین محتوای ماز برای کنکوری‌های سال ۱۴۰۴ که در قالب یک آزمون تعیین سطح برگزار شد! حالا چرا آزمون تعیین سطح رو برگزار کردیم؟ جواب واضح! برای اینکه شما بتونید به شناخت دقیق‌تر و بهتری از وضعیت درسی خودتون برسید و بتونید با دید بهتری استراتژی مطالعاتی تابستان خودتون رو مشخص کنید! سعی کردیم اغلب سوالات این آزمون، در سطح سوالات کنکور سراسری باشن تا شما با استفاده از این آزمون، بتونید بفهمید مطالب پایه یازدهم رو چقدر خوب یاد گرفتید و مطالب پایه دهم چقدر توی ذهنتون باقی مانده! با توجه به نتیجه این آزمون و با مشورت با اساتید و مشاور خودتون، باید انتخاب کنید که در طول تابستان شیمی پایه دهم رو بخونید یا شیمی پایه یازدهم! امیدوارم که حل این آزمون، در انتخاب درست مسیر بتونه به شما کمک کنه و در انتهای تابستان، جوری پیش رفته باشید که از کلی از رقباتون جلوتر باشید ...

موفق و پیروز باشید!

دکتر فرشاد هادیان‌فرد

تا کنکوری شدن



۱

مشخص کردن هدف

قبل از اینکه مطالعه کنکوری را شروع کنید بهتر است هدفتان را مشخص کنید. اگر به فکر تحصیل در رشته حقوق یا پزشکی دانشگاه تهران هستید در نظر داشته باشید باید میانگین ۷۰ تا ۸۰ درصد بزنید و میانگین نمرات امتحانات نهایی شما ۱۸ باشد. (اعداد فرضی هستند هر سال با توجه به سطح کنکور و امتحان نهایی درصدها متفاوت هستند.)

کسی که قصد قبول شدن در رشته‌های تاپ و دانشگاه‌های برتر را دارد لازم است تا ساعت مطالعه مناسب با آن را نیز داشته باشد. اگر دانش آموز متوسط و قوی باشد با مطالعه سبک از پایه یازدهم کنکوری خواندن را شروع می‌کند اگر ضعیف از دهم یا یازدهم با مطالعه ۵ تا ۶ ساعت شروع میکند. در سال کنکور هم بالای ۸ ساعت. در نتیجه رشته مورد علاقه شما ساعت مطالعه شمارا مشخص می‌کند.

۲

کتاب‌های درسی مناسب خودتان را بخريد

با توجه به هر درس و به نسبت ضعیف یا قوی بودن‌تان، کتابی متناسب با شرایط خودتان انتخاب کنید. اگر در این زمینه تخصصی ندارید، حتماً از یک مشاور کمک بگیرید.

۳

برنامه‌ریزی درسی مخصوص خود را داشته باشید

در سال کنکور، برنامه‌ریزی مثل یک فانوس در دل تاریکی است؛ باعث روشنایی مسیر و هدفمند کردن تلاش شما می‌شود. یک برنامه درسی خوب باید یک دید بلند مدت به شما بدهد که در یک سال قرار است چه مباحثی را مطالعه کنید. یک دید میان مدت به شما بدهد و برنامه یک الی ۲ هفته شما را مشخص کند و یک برنامه کوتاه مدت داشته باشد که به نسبت وقت و زمانی که در طول روز دارید آن برنامه را اجرا کنید.

۷

شروع کنید

۴ در دروسی که ضعیف هستید در کلاس‌های کمک آموزشی ثبت نام کنید

گاهی اوقات دانش آموزان مباحث را در کلاس درس یاد نمی‌گیرند، حتی از دوستان خودشان کمک می‌گیرند اما تاثیری ندارد. در این شرایط بهتر است یک دبیر آن درس را به آنان آموزش بدهد.

گاهی اوقات دانش آموز با سبک تدریس مدرسه نمی‌تواند تست‌های آموزشی را حل کند. در این شرایط نیز بهتر است در کلاس‌های کمک آموزشی شرکت کند تا پایه درسی او قوی شود و نکات کنکوری را در کلاس‌ها آموزش ببیند.

۵

آزمون آزمایشی مناسب خود را انتخاب کنید

اگر دوست دارید از همان ابتدا وارد فضای رقابت کنکوری شوید و مدام خودتان را محک بزنید و ببینید آیا پیشرفتی در درس داشته‌اید یا نه، حتماً آزمون آزمایشی ثبت نام کنید.

مزایای شرکت در آزمون‌های آزمایشی:

- ✓ داشتن یک برنامه هدفمند با دید بلند مدت + ایستگاه‌های جبرانی
- ✓ اطلاع از نقاط قوت و ضعف
- ✓ یادگیری مدیریت زمان در تست زنی
- ✓ کاهش استرس و ترس از کنکور
- ✓ شرکت در آزمون‌های آزمایشی همواره پیشنهاد تمام مشاوران بوده است و پیشنهاد رتبه برترها آزمون‌های ماز.

۶

شیوه صحیح مطالعه دروس و تست زنی را یاد بگیرید

برای شروع لازم است روش صحیح مطالعه و تست زنی را بدانید تا از همان ابتدا از زمان مطالعه‌تان بهترین بهره را ببرید.

حال که تمام موارد لازم برای یک شروع پر قدرت برای کنکور را دارید، وقت آن رسیده است که دست به کار شوید و درس خواندن را شروع کنید. برای شروع کردن منتظر روز خاص یا ساعت خاص نباشید.

اگر عادت به مطالعه نداشتید بهتر است با ساعت مطالعه کم شروع کنید و به مرور ساعت مطالعه‌تان را افزایش دهید. اگر انگیزه‌ای برای درس خواندن ندارید و تنبلی می‌کنید بهتر است از دروسی شروع کنید که به آن علاقه دارید.

برای شرکت در آزمون‌های آزمایشی در تابستان

«» درس بخوان وقتی که دیگران در خوابند؛

«» تلاش کن وقتی دیگران در حال وقت تلف کردن اند؛

«» آماده شو وقتی دیگران در حال بازی کردن اند؛

«» رویا پردازی کن وقتی که دیگران در حال آرزو کردن اند.

«» یقینا این قضیه مهم‌ترین مسئله است چرا که شروع زودتر از رقبای شما را به تسلط بیشتری می‌رساند.

❓ اما دلایل اصلی‌تر برای اینکه آزمون‌های تابستان باعث موفقیت بیشتر شما می‌شوند چیست؟

۲ تقویت و مهارت آزمون دادن

کنکور علاوه بر سواد علمی توان علمی شما را نیز می‌سنجد. مهارت آزمون دادن فقط با تمرین و تکرار بدست می‌آید و به شما کمک می‌کند سرعت عمل خودتان را بالا ببرید، مدیریت زمان داشته باشید، سوالات مناسب سطح خودتان را پیدا کنید، تکنیک‌های تست‌زنی را فرا بگیرید.

۱ برنامه منظم

به کمک برنامه راهبردی آزمون ماز، برنامه دقیقی برای آنچه لازم است در تابستان انجام بدهید دارید. در نتیجه دچار سردرگمی و اتلاف وقت نخواهید شد.

۴ عادت به درس خواندن

بهتر است باهم صادق باشیم! اگر به دنبال نتیجه مطلوبی هستید باید عادت کنید تحت هر شرایطی برنامه درسی خودتان را اجرا کنید. بهترین فرصت برای عادت سازی تابستان است.

۳ یافتن روش مطالعه صحیح

آزمون‌ها به شما کمک می‌کنند روش مطالعه صحیح دروس مختلف را یاد بگیرید و ایرادات مطالعه‌ای خودتان را پیدا و رفع کنید.

۵ به خودشناسی برسید

به کمک آزمون‌ها ترتیب تست‌زنی دروس، تقسیم زمان بین دروس یک دفترچه، روش صحیح مطالعه و تست‌زنی، روند افزایش درصد و تراز و... را یاد می‌گیرید.

در نهایت پیشنهاد ما به شما این است از آزمون‌ها برای خودتان غول‌نسا زیداتی‌تان می‌توانید آزمون حل کنید چرا که آزمون‌ها شما را به تسلط بالا در دروس رسانده و دید طراحان آزمون کتاب را یادتان می‌دهند. بهترین حالیاقت شماست.



تکنیک‌ها و روش‌های آزمون دادن

آزمون دادن یکی از مهم‌ترین کارهایی است که دانش‌آموزان در سال کنکور انجام می‌دهند که بهتر است اصول درست آن را یاد بگیرند و به درستی پیاده کنند. به کمک **گام ۴** پیش‌رو می‌توانید از پس آزمون‌ها بهتر بر بیایید.

گام اول : تقسیم زمان

زمان هر درس در ابتدای دفترچه نوشته شده است. شما لازم است آزمون را در ۸۰ درصد از زمان اعلامی تمام کنید.

گام دوم : تست شناسی

شما ۸۰ درصد زمان را دارید و لازم است زمان مواجهه با هر تست بعد از خواندن صورت سوال باید یکی از ۵ حالت زیر را به آن تست داشته باشید.

- ① تست را بلد هستید و می‌توانید در زمان مناسب حل کنید.
- ② تست را بلد هستید و زمان زیادی لازم است تا به جواب برسید.
- ③ در حل تست شک دارید، مبحث را فراموش کرده‌اید یا در رسیدن به جواب شک دارید.
- ④ مبحث آن را مطالعه کرده‌اید ولی نمی‌توانید تست را حل کنید.
- ⑤ آن مبحث را مطالعه نکرده‌اید.

گام سوم : استفاده از اطلاعات

تست‌های دسته اول را به سرعت حل کنید.
در دسته دوم و سوم کنار سوال علامت بزنید و اگر وقت اضاف آوردید به آن برگردید.
سوالات دسته چهارم و پنجم را حل نکنید و به سرعت از آن‌ها رد شوید.

گام چهارم : بازگشت

در ۸۰ درصد زمان سوالات را حل کنید. در ۲۰ درصد باقی مانده به سراغ سوالات دسته دوم و سوم بروید. در مدت زمانی که دارید هر تعداد از سوالات را که می‌توانید حل کنید.
در بازگشت به تست‌های دسته دوم و سوم بهتر است ابتدا به سراغ درسی بروید که در آن تسلط بالاتری دارید.

با تمرین و تکرار این روش‌ها می‌توانید تست‌ها را به درستی شناسایی کنید و تمام سوالات ساده و متوسط را حل کنید.

