



کد کنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۶/۰۱



پاسخنامه آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی - مرحله ۳

درس	گزینشگر	ویراستاران
ریاضیات	سید جواد نظری	مهرداد اسپیدکار
فیزیک	سجاد صادقی‌زاده	علیرضا ملک‌حسینی
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد	بنیامین بهرامی - عالیہ میرزایی
مدیر آزمون: رسول خنجری		

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



AzmonVIP



استراتژی موفقیت (قسمت اول)

در گذشته‌های دور، وقتی که کشورهای قدرتمند دنیا دنبال تسلط بر سرزمین‌های جدید بودن، به مشکل خیلی اساسی داشتن:

مسیریابی در سرزمین‌هایی که به تازگی تصرف کرده بودن!

تصور کنین لشکر یک کشور از راه دریا به سرزمینی می‌رسید و حالا باید در اون سرزمین، مقصدشو پیدا می‌کرد. مشکل چی بود؟ این که باید راهشون رو به اون مقصد از میون خشکی‌های وسیع و نامعلوم پیدا می‌کردن، سرزمینی که توسعه نیافته و حتی جاده و مسیر درستی نداره و حتی نقشه درستی ازش ندارن. در واقع اون افراد می‌دونستن هدف چیه (مثلاً حرکت به سمت غرب) و سعی می‌کردن به سمتش پیش برن، اما تنها با چند درجه انحراف به راحتی گم می‌شدن و کیلومترها از هدف اصلی‌شون دور می‌شدن و خیلی اوقات هم به طور کلی گم می‌شدن! راه‌کار چی بود؟ اینکه جاده بسازن! اما اینقدر مسیرها طولانی بود که هزینه و توان جاده‌سازی نداشتن! پس چه کاری می‌شد کرد؟

یک ایده جذاب به ذهن‌شون رسید!

با بشکه‌های چوبی که توی کشتی‌ها داشتن در فواصل مشخص که با چشم دیده بشه، دکل‌های چوبی ساختن!

این دکل‌های چوبی در واقع باعث شد علاوه بر هدف بلندمدت (مقصد نهایی)، اهداف کوتاه‌مدت و میان‌مدت رو هم بتونن برای خودشون مشخص کنن تا در نهایت به مقصد اصلی‌شون برسن.

در واقع مسیریابی در سال کنکور هم خیلی شبیه به همین داستان هست؛ اکثر دانش آموزها با این که جهت مقصد و هدف بلندمدت‌شون (موفقیت در کنکور) رو می‌شناسن و اتفاقاً خیلی هم خوب پیگیر رسیدن به اهداف‌شون هستن، اما در این مسیر گم می‌شن، کیلومترها از هدف‌شون دور می‌شن و در نهایت، خیلی‌ها کلاً ناامید می‌شن!

و در واقع اون چیزی که باعث تفاوت ۱۰ درصد برتر کنکور با بقیه رقبا میشه، هدف‌گذاری‌های کوتاه‌مدت و میان‌مدت هست.

پس رعایت این سه نوع هدف‌گذاری، استراتژی موفقیت شما در مسیریابی سال پرچالش کنکور خواهد بود.





برنامه راهبردی ماز در کل سال بر اساس این سه نوع هدف‌گذاری طراحی می‌شه:

1 اهداف بلندمدت

رسیدن به کنکور اردیبهشت (کنکور اصلی)
آمادگی امتحانات نهایی + کامبک برای کنکور تیر

2 اهداف میان‌مدت

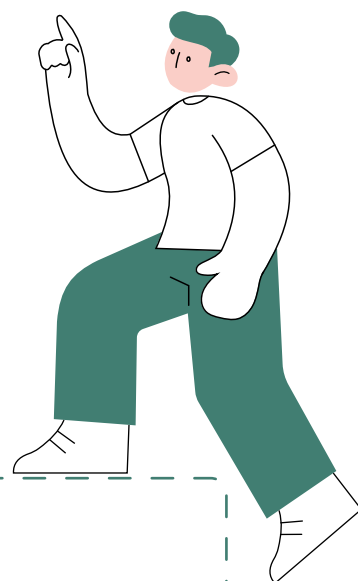
داشتن یک هدف میان‌مدت منطقی و قابل رسیدن برای بازه‌های زمانی مختلف،
(مثل همون دکل‌های چوبی که با فاصله‌های منطقی در مسیر قرار داده شدن)

حالا اهداف میان‌مدت برای کنکوی‌ها چیا هستن؟

- **هدف میان‌مدت تابستان:** مطالعه و تسلط کامل بر دروس یک پایه (دهم یا یازدهم) + پیش‌خوانی ۲۰ درصدی از مباحث دوازدهم
- **هدف میان‌مدت پاییز:** مطالعه و تسلط کامل بر نیمسال اول دوازدهم + دروس پایه دهم
- **هدف میان‌مدت زمستان:** مطالعه و تسلط کامل بر نیمسال دوم دوازدهم + دروس پایه یازدهم
- **هدف میان‌مدت فروردین ماه:** مرور و جمع‌بندی بقچه‌ای به صورت پایه‌ای و نیمسالی و آماده شدن برای شرکت در آزمون جامع
- **هدف میان‌مدت سه هفته مانده به کنکور اردیبهشت:** شرکت در آزمون‌های جامع کاملاً شبیه‌ساز کنکور با سطوح مختلف (آمادگی برای مواجهه با هر نوع کنکور)
- **هدف میان‌مدت اردیبهشت و خرداد:** کسب آمادگی کامل برای ۲۰ شدن در امتحانات نهایی
- **هدف میان‌مدت دو هفته مانده به کنکور تیر:** مرور سریع و آماده شدن برای کنکور تیر

3 اهداف کوتاه‌مدت:

رسیدن به بودجه‌بندی آزمون بعد
با پیروی از این استراتژی، نیازی به مسیریابی مجدد ندارین، فقط طبق برنامه
پیش برین و تلاش کنین! همونطور که رتبه‌های برتر کنکور در ۱۰ سال اخیر
از این استراتژی پیروی کردن و موفق شدن.



پس در یک کلام؛

استراتژی و مسیریابی از ما(ز)،

تلاش و رسیدن به اهداف از شما!



سؤال: استراتژی ماز قطعاً جواب میده؟

کنکور ۱۴۰۲:

تنها آزمون ویژه کنکور دی‌ماه توسط ماز برگزار شد؛
نتیجه؟ رتبه یک کنکور از کنکور دی‌ماه تراز گرفت!

کنکور ۱۴۰۳:

تنها آزمونی که کنکور اردیبهشت رو به عنوان
هدف اصلی در برنامه راهبردی خودش قرار داد،
ماز بود؛

نتیجه؟ **کنکور اردیبهشت تراز بالاتری به داوطلبان داد
و کنکور اصلی شد!**

امتحانات نهایی ۱۴۰۳:

تنها مؤسسه‌ای که آزمون‌های برنامه‌ای دوهفته یک‌بار تحت عنوان
«شبیه‌ساز نهایی» برگزار کرد، ماز بود؛

نتیجه؟ **تکرار بیش از ۷۰۰ سوال از امتحانات شبیه‌ساز ماز در
امتحانات نهایی و کسب تراز بسیار بالای مازی‌ها از نمرات نهایی!**

سؤال: در تابستون بهتره که هر دو پایه دهم و یازدهم رو بخونیم یا فقط یک پایه؟

اگر اهداف میان‌مدت اونقدر از شما دور باشن که نتونین بهشون برسین، صرفاً باعث می‌شن که تو راه گم‌شین و وقتتون هدر بره. بهتره که ۵۰ درصد مطالب رو ۱۰۰ درصد یاد بگیرین، تا اینکه ۱۰۰ درصد مطالب رو ۵۰ درصد یاد بگیرین! در ضمن، از مهرماه مجدداً کل دروس سه پایه در برنامه راهبردی ماز به طور کامل بررسی می‌شن! پس از تابستان برای یادگیری ۱۰۰ درصدی باید استفاده کرد، نه برای مرور و یادگیری ۵۰ درصدی! اما اگر احساس کردین به یادگیری صد درصدی رسیدین، می‌تونید سؤالات زوج درس پایه دیگه رو هم در منزل حل و بررسی کنید.

**دوست‌تون داریم!
واحد آزمون ماز**



۱- در پرتاب دو تاس با هم، اگر عدد تاس اول بزرگتر از عدد تاس دوم آمده باشد، با کدام احتمال جمع اعداد دو تاس فرد است؟

$\frac{11}{15}$ (۴)

$\frac{7}{15}$ (۳)

$\frac{3}{5}$ (۲)

$\frac{2}{5}$ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

روشی اولی:

برای یافتن فضای نمونه، همه حالت‌هایی که عدد تاس اول بزرگتر از عدد تاس دوم آمده است را می‌نویسیم:

$$S = \left\{ (2,1), (3,1), (3,2), (4,1), (4,2), (4,3), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (7,1), (7,2), (7,3), (7,4), (7,5), (7,6), (8,1), (8,2), (8,3), (8,4), (8,5), (8,6), (8,7), (8,8), (8,9), (8,10), (9,1), (9,2), (9,3), (9,4), (9,5), (9,6), (9,7), (9,8), (9,9), (9,10), (10,1), (10,2), (10,3), (10,4), (10,5), (10,6), (10,7), (10,8), (10,9), (10,10) \right\}$$

بنابراین فضای نمونه‌ای ۱۵ عضو دارد.

حالت‌هایی که جمع دو عدد فرد است عبارتست از:

$$A = \{(2,1), (3,2), (4,1), (4,3), (5,2), (5,4), (6,1), (6,3), (6,5), (7,2), (7,4), (7,6), (8,3), (8,5), (8,7), (9,4), (9,6), (9,8), (10,5), (10,7), (10,9)\}$$

$$n(A) = 9$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

بنابراین:

روشی دوم:

کلاً ۳۶ حالت داریم که در ۶ تا از آن‌ها اعداد روی تاس‌ها با هم برابرند و در نیمی از مابقی حالات تاس اول بزرگتر است و در نیمی دیگر تاس دوم. پس در فضای نمونه‌ای جدیدمان ۱۵ حالت داریم.

مجموع اعداد روی دو تاس هم در ۱۸ حالت زوج و در ۱۸ حالت فرد است که در ۹ حالت از این ۱۸ حالت عدد روی تاس اول بزرگتر است. پس جواب سوال بدون نوشتن هم برابر با $\frac{9}{18} = \frac{1}{2}$ بود!

گروه آموزشی ماز

۲- فرض کنید $P(A|B) = \frac{1}{7}$ ، $P(B|A) = \frac{1}{6}$ و $P(A' \cap B') = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $P(A)$ کدام است؟

$\frac{4}{15}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{1}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B) = \frac{1}{7} \cdot P(B)$$

$$P(A|B) = \frac{1}{7} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(B) = 7P(A \cap B)$$

$$P(B|A) = \frac{1}{6} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A) = 6P(A \cap B)$$

طبق قوانین دمورگان می‌دانیم $P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ پس $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ است.

$$\frac{1}{2} = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 6P(A \cap B) + 7P(A \cap B) - P(A \cap B) = 12P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{\frac{1}{2}}{12} = \frac{1}{24} \quad \text{و} \quad P(A) = 6P(A \cap B) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4} \quad \text{می‌باشد.}$$

گروه آموزشی ماز

۳- احتمال ایمنی فردی در برابر ویروس نوع A، $\frac{4}{5}$ و در برابر ویروس نوع B، $\frac{5}{7}$ است. اگر این فرد در برابر ویروس نوع A ایمن باشد احتمال ایمنی او در برابر ویروس نوع B برابر $\frac{5}{7}$ است. با فرض این که این فرد در برابر ویروس نوع A ایمن نباشد، احتمال این که در برابر ویروس نوع B نیز ایمن نباشد، کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{4}{5}$ (۲)

$\frac{2}{5}$ (۱)



احتمال ایمنی فرد در برابر ویروس نوع A را $P(A)$ و احتمال ایمنی او در مقابل ویروس نوع B را $P(B)$ در نظر گرفته و داریم:

$$\begin{cases} P(A) = 0/4 \\ P(B) = 0/5 \end{cases} \Rightarrow P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow 0/75 = \frac{P(A \cap B)}{0/4} \Rightarrow P(A \cap B) = 0/3$$

$$P(B|A) = 0/75$$

حال برای به دست آوردن احتمال خواسته شده باید $P(B'|A')$ را محاسبه کنیم، پس:

$$P(B'|A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{P((A \cup B)')}{P(A')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)} = \frac{1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))}{1 - P(A)}$$

$$P(B'|A') = \frac{1 - (0/4 + 0/5 - 0/3)}{1 - 0/4} = \frac{1 - 0/6}{0/6} = \frac{0/4}{0/6} = \frac{2}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۴- ۶۰ کارت یک اندازه از ۴ رنگ سبز، سفید، قرمز و آبی داریم. تعداد کارتهای هر رنگ ۱۵ عدد است و روی هر کدام اعداد ۱ تا ۱۵ نوشته شده است. دو کارت به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر بدانیم دو کارت هم‌رنگ هستند احتمال زوج بودن عدد هر دو کارت کدام است؟

(۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{1}{4}$



مسئله را به کمک فرمول کاهش فضای نمونه‌ای حل می‌کنیم:

پیشامد اینکه دو کارت هم‌رنگ باشند $B =$

پیشامد اینکه عدد هر دو کارت زوج باشند $A =$

خواست مسئله محاسبه $P(A|B)$ می‌باشد. زمانی دو کارت هم‌رنگ هستند که هر دو کارت از یکی از رنگ‌ها انتخاب شود. پس داریم:

$$|B| = \binom{4}{1} \binom{15}{2}$$

انتخاب کارتها از همان رنگ انتخاب رنگ

حال حاصل $|A \cap B|$ را محاسبه می‌کنیم:

در $A \cap B$ دو کارت باید هم هم‌رنگ و هم هر دو زوج باشند در بین اعداد یک تا ۱۵، هفت عدد زوج داریم:

$$|A \cap B| = \binom{4}{1} \binom{7}{2}$$

و هر دو زوج

از یک رنگ

$$P(A|B) = \frac{|A \cap B|}{|B|} = \frac{\binom{4}{1} \binom{7}{2}}{\binom{4}{1} \binom{15}{2}} = \frac{1}{5}$$

اما داریم:

گروه آموزشی ماز

۵- در ظرف A، ۵ مهره سفید و ۳ مهره قرمز و در ظرف B، ۳ مهره سفید و ۵ مهره قرمز وجود دارد. از ظرف A شش مهره برداشته و در ظرف B قرار می‌دهیم. سپس از ظرف B مهره‌ای خارج می‌کنیم. با کدام احتمال این مهره سفید است؟

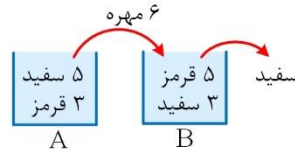
(۱) $\frac{53}{112}$ (۲) $\frac{27}{56}$ (۳) $\frac{3}{14}$ (۴) $\frac{15}{56}$

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

با توجه به توضیحات سوال، خواهیم داشت:



$$\frac{8}{14} \times \frac{3}{8} + \frac{6}{14} \times \frac{5}{8} = \frac{24}{112} + \frac{30}{112} = \frac{54}{112} = \frac{27}{56}$$

گروه آموزشی ماز

۶- دو ظرف داریم که ظرف اول شامل ۳ مهره آبی و ۴ مهره قرمز و ظرف دوم شامل ۲ مهره آبی و ۵ مهره قرمز است. از هر ظرف، ۲ مهره به تصادف خارج کرده و در ظرف خالی دیگری قرار می‌دهیم. با کدام احتمال، در ظرف جدید، تعداد مهره‌های آبی بیشتر از تعداد مهره‌های قرمز است؟

$\frac{1}{9}$ (۴)

$\frac{5}{49}$ (۳)

$\frac{10}{63}$ (۲)

$\frac{1}{21}$ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

حالت‌های ممکن برای اینکه تعداد مهره‌های آبی بیشتر از تعداد مهره‌های قرمز باشد، عبارت‌اند از:

- (۱) از هر ظرف، ۲ مهره آبی انتخاب شود.
 - (۲) از ظرف اول، ۲ مهره آبی و از ظرف دوم، ۱ مهره آبی انتخاب شود.
 - (۳) از ظرف اول، ۱ مهره آبی و از ظرف دوم، ۲ مهره آبی انتخاب شود.
- بنابراین احتمال پیشامد موردنظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} \times \frac{\binom{2}{2}}{\binom{7}{2}} + \frac{\binom{3}{1} \binom{2}{1}}{\binom{7}{2}} + \frac{\binom{3}{1} \binom{4}{1}}{\binom{7}{2}} \times \frac{\binom{2}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{3}{21} \times \frac{1}{21} + \frac{3}{21} \times \frac{10}{21} + \frac{12}{21} \times \frac{1}{21}$$

$$= \frac{45}{21 \times 21} = \frac{5}{7 \times 7} = \frac{5}{49}$$

نکته مهم:

اگر فضای نمونه S به پیشامدهای $B_1, B_2, \dots, B_n$ افراز شده باشد، احتمال وقوع پیشامد A در این فضای نمونه، طبق قانون احتمال کل برابر است با:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n)$$

گروه آموزشی ماز

۷- دو تیرانداز A و B به هدفی شلیک می‌کنند. احتمال اینکه A هدف را بزند ۰/۲ بیشتر از B است. احتمال اینکه حداقل تیر یکی از تیراندازها به هدف بخورد ۰/۹۷ است. احتمال اینکه فقط A به هدف بزند کدام است؟

$0/36$ (۴)

$0/27$ (۳)

$0/4$ (۲)

$0/7$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

فرض کنید $P(A) = x + 0/2$ و $P(B) = x$ باشد. احتمال اینکه حداقل یکی از آن‌ها هدف را بزند $P(A \cup B) = 0/97$ است. دقت کنید A و B مستقل می‌باشند:

$$P(A \cup B) = 0/97 = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$$

$$0/97 = x + 0/2 + x - (x + 0/2)x \Rightarrow x^2 - 1/8x + 0/77 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 1/8)(x - 0/7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1/8 & \text{غ ق ق} \\ x = 0/7 & \text{ق ق} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P(B) = 0/7 \\ P(A) = 0/9 \end{cases}$$

پیشامد اینکه فقط A به هدف بزند، $A - B$ می‌باشد. بنابراین:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0/9 - 0/9 \times 0/7 = 0/9 - 0/63 = 0/27$$

گروه آموزشی ماز

۸- در کیسه‌ای ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه داریم. افراد A، B و C به ترتیب یک مهره بدون جایگذاری خارج می‌کنند. کسی که برای اولین بار مهره سفید خارج کند برنده است. اگر بدانیم A برنده نشده است، احتمال اینکه B هم برنده نشده باشد کدام است؟ (این کار را آنقدر تکرار می‌کنند تا یک نفر برنده شود)

$$\frac{6}{17} \quad (4)$$

$$\frac{11}{35} \quad (3)$$

$$\frac{5}{17} \quad (2)$$

$$\frac{4}{17} \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

فرض کنید A، B و C پیشامد برنده شدن افراد باشد، خواست مسئله $P(B'|A')$ می‌باشد:

$$P(B'|A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{P(C)}{1 - P(A)}$$

دقت کنید زمانی که A و B برنده نشده باشند حتماً C برنده شده است.

$$P(A) = \frac{3}{7} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{7} + \frac{3}{35} = \frac{18}{35}$$

سیاه A سیاه C
↑ ↑
مرحله اول A سفید خارج کند B سیاه A اولین سفید باشد

$$P(C) = \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{35}$$

سیاه A سفید خارج کند سفید خارج کند
↑ ↑
B سیاه خارج کند

$$P(B'|A') = \frac{P(C)}{1 - P(A)} = \frac{\frac{6}{35}}{1 - \frac{18}{35}} = \frac{6}{17}$$

گروه آموزشی ماز

پایه دهم

۹- معادله‌های $x^2 - 2x - m = 0$ و $x^2 - 4x + m = 0$ ریشه مشترک غیر صفر دارند. جمع مربع ریشه‌های غیر مشترک آن‌ها چه عددی است؟

$$5 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$13 \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

فرض کنیم X ریشه مشترک آن‌ها باشد، پس در هر دو معادله صدق می‌کند، یعنی:

$$x^2 - 2x - m = 0 \Rightarrow x^2 = 2x + m$$

$$x^2 - 4x + m = 0 \Rightarrow x^2 = 4x - m$$

$$2x + m = 4x - m \Rightarrow 2m = 2x \Rightarrow x = m$$

پس $x = m$ ریشه مشترک آنهاست، حال اگر $x = m$ را در یکی از معادله‌ها جایگذاری کنیم، داریم:

$$x^2 - 2x - m = 0 \xrightarrow{x=m} m^2 - 2m - m = 0 \Rightarrow m^2 - 3m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases}$$

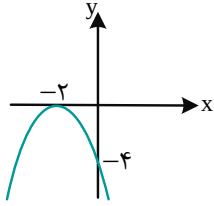
توجه کنید که ریشه مشترک هر دو معادله ($x = m$)، مخالف صفر است، پس $m = 3$ قابل قبول است. پس $m = 3$ بوده که در این صورت:

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$

پس ریشه‌های غیر مشترک دو معادله، $x = -1$ و $x = 1$ هستند و جمع مربع آن‌ها برابر ۲ است.

۱۰- نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر است. مجموع طول نقاط برخورد نمودار این سهمی با نیمساز ناحیه سوم محورهای مختصات کدام است؟



- (۱) -۴
(۲) -۴/۵
(۳) -۵
(۴) -۵/۵

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

ابتدا معادله سهمی را به دست می آوریم. می دانیم که سهمی از دو نقطه $(-2, 0)$ و $(0, -4)$ عبور می کند، پس:

$$y = ax^2 + bx + c \Rightarrow \begin{cases} (0, -4) \in \text{سهمی} \Rightarrow 0 + 0 + c = -4 \Rightarrow c = -4 \\ (-2, 0) \in \text{سهمی} \Rightarrow 4a - 2b + c = 0 \xrightarrow{c=-4} 4a - 2b = 4 \quad (A) \end{cases}$$

از طرفی، با توجه به نمودار مشخص است که طول رأس سهمی نیز برابر ۲- است، پس:

$$x_S = -2 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = -2 \Rightarrow b = 4a \quad (B)$$

حال با توجه به روابط (A) و (B) داریم:

$$4a - 2b = 4 \xrightarrow{b=4a} 4a - 8a = 4 \Rightarrow -4a = 4 \Rightarrow a = -1$$

$$b = 4a \xrightarrow{a=-1} b = -4$$

بنابراین، معادله سهمی به صورت $y = -x^2 - 4x - 4$ است. حال برای پیدا کردن طول نقاط برخورد سهمی با نیمساز ناحیه سوم $(y = x, x < 0)$ ، باید معادله این دو نمودار را با هم برابر قرار دهیم:

$$-x^2 - 4x - 4 = x \Rightarrow x^2 + 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x + 4)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = -1 \end{cases} \xrightarrow{\text{مجموع}} -5$$

بنابراین، مجموع طول نقاط برخورد سهمی با نیمساز ناحیه سوم برابر ۵- است.

گروه آموزشی ماز

۱۱- سهمی $y = x^2 - 2x - 3$ محور xها را در دو نقطه A و B قطع می کند. اگر نقطه C رأس این سهمی باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟

(۴) ۱۶

(۳) ۱۲

(۲) ۱۰

(۱) ۸

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

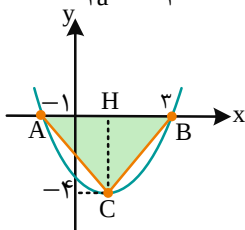
ابتدا محل تقاطع سهمی با محور xها را پیدا می کنیم که برای این کار باید معادله $y = 0$ را حل کنیم که از روش تجزیه یا Δ می توان کمک گرفت:

$$y = x^2 - 2x - 3 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(1)(-3) = 4 + 12 = 16$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 + \sqrt{16}}{2} = \frac{2 + 4}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 - \sqrt{16}}{2} = \frac{2 - 4}{2} = -1 \end{cases}$$

حال مختصات رأس سهمی را نیز پیدا می کنیم:

$$\begin{cases} x_{\text{رأس}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1 \\ y_{\text{رأس}} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{16}{4} = -4 \end{cases}$$



حال با توجه به نقاط به دست آمده، شکل مقابل را رسم کرده و مساحت مثلث ABC را به دست می آوریم:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times CH \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

مختصات رأس سهمی:

در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ ، مختصات رأس به صورت زیر است:

$$x_S = \frac{-b}{2a}$$

$$y_S = \frac{-\Delta}{4a}$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- خط به معادله $y = (m-3)x - 1$ بر سهمی $y = (2m+1)x^2 + (2m-1)x$ مماس است. مجموع مقادیر m کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳



می‌خواهیم خط به معادله $y = (m-3)x - 1$ بر سهمی $y = (2m+1)x^2 + (2m-1)x$ مماس باشد، بنابراین، معادله تلاقی آن‌ها باید ریشه مضاعف داشته باشد، پس معادله تلاقی را تشکیل داده و دلتای آن را برابر صفر می‌گذاریم:

$$(2m+1)x^2 + (2m-1)x = (m-3)x - 1 \Rightarrow (2m+1)x^2 + 2mx - x - mx + 3x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (2m+1)x^2 + mx + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (2m+1)x^2 + (m+2)x + 1 = 0$$

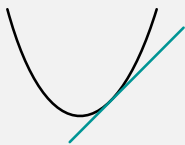
$$\Delta = b^2 - 4ac \xrightarrow{\Delta=0} (m+2)^2 - 4(2m+1)(1) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 4m + 4 - 4m - 4 = 0 \Rightarrow m^2 - 4m = 0 \Rightarrow m(m-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases}$$

بنابراین، مجموع مقادیر m برابر ۴ است.

خط مماس بر سهمی:

اگر خطی بر سهمی مماس باشد، می‌دانیم که آن خط فقط در یک نقطه با سهمی مشترک است، پس معادله تلاقی آن‌ها دارای یک ریشه مضاعف ($\Delta = 0$) است.



گروه آموزشی ماز

۱۳- در بازه (a, b) ، عبارت $6x^2 - 5x - 6$ منفی و عبارت $|2x-3| - x$ کمتر از ۲ است. حاصل $b-a$ کدام است؟

$\frac{5}{6}$ (۴)

$\frac{7}{6}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳



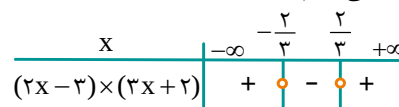
هر دو عبارت را تعیین علامت می‌کنیم:

$$1) 6x^2 - 5x - 6 < 0 \Rightarrow (2x-3)(3x+2) < 0 \Rightarrow -\frac{2}{3} < x < \frac{3}{2} \quad (1)$$

$$2) |2x-3| - x < 2 \Rightarrow \begin{cases} 2x-3-x < 2, x \geq \frac{3}{2} \\ 3-2x-x < 2, x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < 5, x \geq \frac{3}{2} \\ x > \frac{1}{3}, x < \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{3} < x < 5 \quad (2)$$

$$b-a = \frac{3}{2} - \frac{1}{3} = \frac{7}{6}$$



اشتراک دو بازه بالا به صورت بازه $(\frac{1}{3}, \frac{3}{2})$ است. پس:

گروه آموزشی ماز



۱۴- اگر یکی از جواب های معادله $x^2 - mx - 5 = 0$ بزرگ تر از ۳ و جواب دیگر آن کوچک تر از ۳ باشد، حدود m کدام است؟

$$m < \frac{5}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{4} < m < \frac{4}{3} \quad (۳)$$

$$m > \frac{5}{4} \quad (۲)$$

$$m > \frac{4}{3} \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

روش اول:

گام اول:

ضریب x^2 برابر ۱ است، پس ضریب x^2 مثبت است. جدول تعیین علامت با توجه به توضیحات بالا به صورت زیر است، حال دقت کنید که در صورت سوال گفته شده است که یک ریشه بزرگ تر از ۳ است و یک ریشه کوچک تر از ۳، این یعنی عدد ۳ بین دو ریشه قرار دارد، با توجه به این موضوع، عدد ۳ را هم وارد جدول می کنیم:

x	ریشه دوم	۳	ریشه اول
$x^2 - mx - 5$	+	-	+

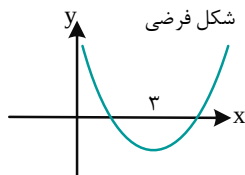
گام دوم:

همانطور که از جدول بالا پیداست، عبارت داده شده به ازای $x = 3$ باید منفی شود، پس:

$$y = x^2 - mx - 5 \xrightarrow[x < 0]{x = 3} 9 - 3m - 5 < 0 \Rightarrow 3m > 4 \Rightarrow m > \frac{4}{3}$$

پس گزینه ۱ صحیح است.

روش دوم:



می توانیم بگوییم سهمی $y = x^2 - mx - 5$ دو ریشه داشته و ۳ بین ریشه ها قرار دارد. ببینید:

پس در $x = 3$ عرض سهمی باید منفی باشد. بنابراین:

$$x = 3 \Rightarrow y = 3^2 - m \times 3 - 5 < 0 \Rightarrow -3m + 4 < 0 \Rightarrow m > \frac{4}{3}$$

روش سوم:

می توان ۲ مقدار مختلف برای m در نظر گرفت و با حل معادله و رد گزینه جواب را به دست آورد. مثلاً با قرار دادن $m = 6$ گزینه های ۳ و ۴ رد می شوند و اگر $m = \frac{4}{3}$ را در معادله جایگذاری کنیم، یکی از ریشه ها برابر ۳ می شود که این گزینه هم حذف می شود و گزینه ۱ پاسخ مورد نظر ما خواهد بود. توجه کنید که $\frac{5}{4} < \frac{4}{3}$ است پس با در نظر گرفتن $m = \frac{4}{3}$ گزینه ۲ هم حذف می شود.

تعیین علامت عبارات درجه دو:

برای تعیین علامت عبارات درجه دو، ابتدا ریشه های آن را مشخص می کنیم و سپس جدول تعیین علامت را به صورت زیر تنظیم می کنیم: ($\Delta > 0$)

x	ریشه کوچک	ریشه بزرگتر
عبارت درجه دوم	موافق علامت ضریب x^2	مخالف علامت ضریب x^2

گروه آموزشی ماز

۱۵- رابطه $f = \left\{ (1, 4), (a^2, 4), (1, b^2), (b+3, 2a), \left(\frac{b}{4}, b\right) \right\}$ یک تابع است. $a-b$ کدام است؟

$$-4 \quad (۴)$$

$$4 \quad (۳)$$

$$1 \quad (۲)$$

$$\text{صفر} \quad (۱)$$

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

رابطه f یک تابع است و با دقت به آن می بینیم که دو زوج مرتب، مولفه اول یکسان دارند که عدد ۱ است، پس مولفه دوم آن ها را نیز با هم برابر قرار می دهیم:

$$b^2 = 4 \Rightarrow b = \pm 2$$

گام دوم:

حال رابطه f را یکبار به ازای $b = 2$ و یکبار به ازای $b = -2$ بازنویسی می کنیم:

$$b = 2 \Rightarrow f = \left\{ (1, 4), (a^2, 4), (1, 4), (5, 2a), (1, 2) \right\}$$

می بینید که به ازای مولفه اول یکسان، مولفه دوم غیر تکراری داریم، پس $b = 2$ غیر قابل قبول است.

$$b = -2 \Rightarrow f = \{(1, 4), (a^2, 4), (1, 4), (1, 2a), (-1, -2)\}$$

گام سوم:

رابطه f را به ازای $b = -2$ نگاه کنید، اگر بخواهیم این رابطه تابع باشد، باید $2a = 4$ ، در نتیجه $a = 2$ باشد، پس خواسته سوال برابر است با:

$$a - b \xrightarrow[b=-2]{a=2} 2 - (-2) = 4$$

نمایش زوج مرتبی تابع:



یک رابطه زوج مرتبی، در صورتی نمایش دهنده یک تابع است که به ازای مولفه های اول تکراری، مولفه دوم غیرتکراری نداشته باشیم، به عبارت دیگر، به ازای هر مولفه اول، فقط یک مولفه دوم داشته باشیم.

گروه آموزشی ماز

۱۶- در یک n ضلعی منتظم، تعداد قطرهای ۳ تا از تعداد اضلاع بیشتر است. اختلاف اندازه هر زاویه داخلی و هر زاویه خارجی در این n ضلعی منتظم چقدر است؟

۹۰° (۴)

۸۰° (۳)

۷۰° (۲)

۶۰° (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱



گام اول:

تعداد قطرهای سه تا از تعداد اضلاع بیشتر است. پس ابتدا به کمک فرمول تعداد قطرهای n ضلعی، n را پیدا می کنیم:

$$\text{تعداد قطرهای } n \text{ ضلعی} = \frac{n(n-3)}{2} \Rightarrow \frac{n(n-3)}{2} = n+3$$

$$\Rightarrow n(n-3) = 2n+6 \Rightarrow n^2 - 5n - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -1 \text{ غ ق ق} \\ n = 6 \end{cases}$$

گام دوم:

هر زاویه داخلی n ضلعی منتظم برابر $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$ و اندازه هر زاویه خارجی n ضلعی منتظم برابر است با $\frac{360^\circ}{n}$ ، پس به سراغ محاسبه خواسته سوال می رویم:

$$\text{اندازه هر زاویه داخلی } 6 \text{ ضلعی منتظم: } \frac{(6-2) \times 180^\circ}{6} = 120^\circ$$

اختلاف $\rightarrow 60^\circ$

$$\text{اندازه هر زاویه خارجی } 6 \text{ ضلعی منتظم: } \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

نکات:

$$\frac{n(n-3)}{2}$$

(۱) تعداد قطرهای n ضلعی: از فرمول زیر تعداد قطرهای n ضلعی را می توان به دست آورد:

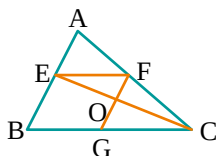
(۲) هر زاویه داخلی n ضلعی منتظم: مجموع زوایای داخلی هر n ضلعی برابر است با: $(n-2) \times 180^\circ$.

از آن جا که تمام زوایای n ضلعی منتظم با هم برابرند، پس اندازه هر کدام از آن ها از و رابطه $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{2}$ به دست می آید.

(۳) هر زاویه خارجی n ضلعی منتظم: مجموع زوایای خارجی تمام n ضلعی ها برابر 360° است و اندازه زاویه خارجی هر n ضلعی منتظم برابر $\frac{360^\circ}{n}$ است.

گروه آموزشی ماز

۱۷- اگر در شکل زیر، $AE = 2BE$ و $GF \parallel AB$ و $EF \parallel BC$ باشد، نسبت ارتفاع مثلث EFO به ارتفاع AEF کدام است؟



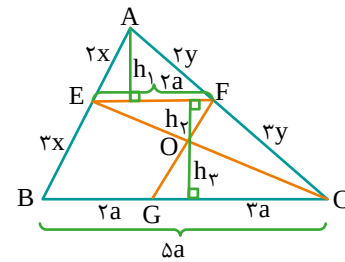
۰/۴ (۱)

۰/۵ (۲)

۰/۶ (۳)

۰/۷ (۴)

با توجه به اطلاعات صورت سوال خواهیم داشت:



$$2AE = 2BE \Rightarrow \begin{cases} AE = 2x \\ BE = 3x \end{cases} \xrightarrow[\text{طبق تالس}]{EF \parallel BC} \begin{cases} AF = 2y \\ FC = 3y \end{cases}$$

$$\triangle AEF \sim \triangle ABC: \frac{h_1}{h} = \frac{2}{5} \Rightarrow h_1 = \frac{2h}{5} \quad (1)$$

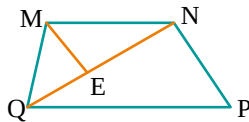
$$\triangle EFO \sim \triangle OCG: \frac{h_2}{h_3} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} h_2 = 2h' \\ h_3 = 3h' \end{cases} \quad (2)$$

$$(1): h_1 = \frac{2(h_1 + \delta h')}{5} = \frac{2h_1 + 2\delta h'}{5} \Rightarrow \delta h_1 = 2h_1 + 2\delta h' \Rightarrow 3h_1 = 2\delta h' \Rightarrow h_1 = \frac{2}{3}\delta h'$$

$$\Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{2h'}{\frac{2}{3}\delta h'} = \frac{6}{\delta} = \frac{6}{10}$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- در دوزنقه شکل زیر، $ME \parallel NP$ است و مساحت $\triangle MQE$ برابر ۴۰ و مساحت $\triangle MEN$ برابر ۶۰ است. مساحت کل دوزنقه کدام است؟



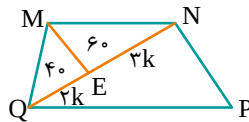
$$\frac{500}{3} \quad (2)$$

$$\frac{800}{3} \quad (1)$$

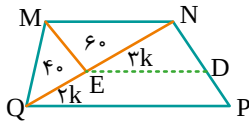
$$\frac{200}{3} \quad (4)$$

$$\frac{400}{3} \quad (3)$$

در مثلث $\triangle MQN$ خط ME رسم شده است. پس نسبت مساحت‌های ۲ مثلث ایجاد شده با نسبت قاعده‌های آن‌ها یکسان است.



حال از نقطه E خطی موازی MN رسم می‌کنیم تا NP را در نقطه D قطع کند. بنابراین، چهارضلعی $MNDE$ متوازی‌الاضلاع است و مساحت مثلث NDE نیز برابر ۶۰ است.



از طرفی، در مثلث $\triangle NPQ$ ، خط DE موازی PQ است، پس قضیه تالس در آن برقرار است و همچنین مثلث NDE با مثلث NPQ متشابه است، پس داریم:

$$\triangle NDE \sim \triangle NPQ \Rightarrow \frac{NE}{NQ} = \frac{ND}{NP} = \frac{3k}{5k} = \frac{3}{5}$$

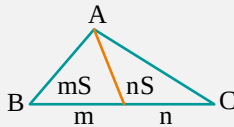
$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle NDE}}{S_{\triangle NPQ}} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 \Rightarrow \frac{60}{S_{\triangle NPQ}} = \frac{9}{25} \Rightarrow S_{\triangle NPQ} = \frac{25 \times 60}{9} = \frac{500}{3}$$

$$S_{MN PQ} = 40 + 60 + \frac{500}{3} = 100 + \frac{500}{3} = \frac{300 + 500}{3} = \frac{800}{3}$$

با توجه به فرضیات سؤال مساحت مثلث $\triangle MQN$ برابر ۱۰۰ می‌شود و می‌دانیم مساحت مثلث $\triangle QNP$ به دلیل داشتن ارتفاع مشترک با مثلث $\triangle MQN$ و قاعده بزرگتر عددی بیشتر از ۱۰۰ می‌شود. پس جواب نهایی که مساحت کل دوزنقه است باید بزرگتر از ۲۰۰ باشد که فقط گزینه ۱ می‌تواند درست باشد.

نکته ۱:

در هر مثلث دلخواه مانند $\triangle ABC$ ، اگر از رأس A خطی دلخواه به ضلع BC وصل کنیم نسبت مساحت مثلث های ایجاد شده با نسبت قاعده های این ۲ مثلث متناسب است.

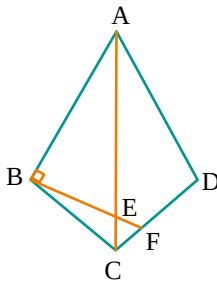


نکته ۲:

در هر ۲ مثلث متشابه با نسبت k ، نسبت مساحت ها برابر k^2 است.

گروه آموزشی ماز

۱۹- چهارضلعی $ABCD$ ، کایت است. اگر $AB = AD$ ، $AE = 18$ ، $EC = 4$ و $\angle BCD = 2\angle BAD$ باشند، اندازه FD چقدر است؟ $(AB \perp BF)$



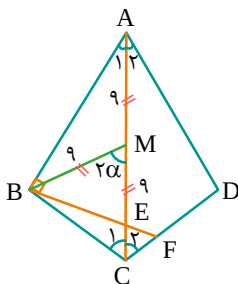
- (۱) ۴
(۲) ۵
(۳) ۶
(۴) ۷

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

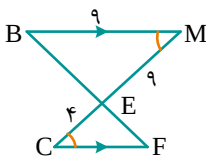
می دانیم که زاویه $\angle BCD$ دو برابر زاویه $\angle BAD$ است، حال اگر زاویه $\angle BCD$ را برابر 4α فرض کنیم با توجه به اینکه AC نیمساز زاویه های $\hat{A}$ و $\hat{C}$ است، داریم:



$$\begin{cases} \hat{C}_1 = \hat{C}_2 = 2\alpha \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \alpha \end{cases}$$

می دانیم که در یک مثلث قائم الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است حال اگر در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABE$ ، میانه BM را رسم کنیم، با توجه به اینکه $AE = 18$ است، $AM = ME = 9$ بوده و مثلث $\triangle AMB$ متساوی الساقین است لذا در این مثلث زاویه های $\hat{A}_1$ و $\hat{A}_2$ با هم برابرند و با کمی دقت می توان فهمید که چون زاویه $\angle BME$ ، زاویه خارجی مثلث $\triangle AMB$ است پس با جمع زاویه های داخلی غیرمجاور برابر است لذا $\angle BME = 2\alpha$.

از طرفی می دانیم که زاویه $\hat{C}_2$ نیز برابر 2α است پس می توانیم نتیجه بگیریم که $BM \parallel CD$ است. لذا به کمک تشابه مثلث ها داریم: (با توجه به فرض سؤال، $EC = 4$ است)



$$\frac{BE}{EF} = \frac{ME}{EC} = \frac{BM}{CF} \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{9}{CF} \Rightarrow CF = 4$$

از طرفی چون $\angle \hat{C}_1 = \hat{C}_2 = \angle BME = 2\alpha$ است، بنابراین مثلث $\triangle BMC$ متساوی الساقین است و داریم:

$$BC = BM = 9$$

و چون چهارضلعی $ABCD$ کایت است پس $BC = CD = 9$ در نتیجه:

$$CD = CF + FD \xrightarrow[\substack{CF=4 \\ CD=9}]{9=4+FD} FD = 5$$

گروه آموزشی ماز



۲۰- در متوازی الاضلاعی به اضلاع ۶ و ۱۱ واحد، طول قطر چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی متوازی الاضلاع، چقدر است؟

۵/۵ (۴)

۵ (۳)

۴/۵ (۲)

۴ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

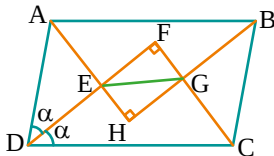
پاسخ: گزینه ۳

روش اول:

مطابق درسنامه، طول اضلاع این مستطیل به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} x = |a - b| \sin \alpha \Rightarrow x = |11 - 6| \sin \alpha \Rightarrow x = 5 \sin \alpha \\ y = |a - b| \cos \alpha \Rightarrow y = |11 - 6| \cos \alpha \Rightarrow y = 5 \cos \alpha \end{cases}$$

حال به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه FEG داریم:



$$EG^2 = EF^2 + FG^2$$

$$\Rightarrow EG^2 = 25 \sin^2 \alpha + 25 \cos^2 \alpha = 25 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 25$$

$$EG^2 = 25 \Rightarrow EG = 5$$

روش دوم:

در متوازی الاضلاعی به اضلاع a و b واحد، طول قطر چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی متوازی الاضلاع، برابر |a - b| است لذا:

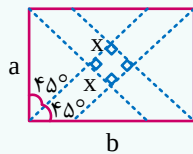
$$|a - b| = |11 - 6| = 5$$

شکل حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی چهارضلعی:



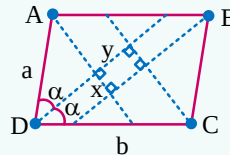
بر خلاف نیمسازهای داخلی تمام مثلثها که همرس هستند، نیمسازهای داخلی همه چهارضلعیها همرس نیستند و از برخورد آنها با هم (در صورت همرس نبودن) یک چهارضلعی دیگر حاصل می شود که نوع چهارضلعی ایجاد شده، به نوع چهارضلعی اولیه بستگی دارد. در کتاب درسی فقط به متوازی الاضلاع (حالت های خاص آن) پرداخته شده است.

(۲) از تقاطع نیمسازهای داخلی هر مستطیل، همواره یک مربع حاصل می شود.



$$\text{طول اضلاع این مربع، } x = \frac{|a - b|}{\sqrt{2}} \text{ است.}$$

(۱) از تقاطع نیمسازهای داخلی هر متوازی الاضلاع، همواره یک مستطیل حاصل می شود.



2α یکی از زاویه های متوازی الاضلاع است

$$\text{طول اضلاع این مستطیل، } x = |a - b| \sin \alpha, y = |a - b| \cos \alpha \text{ است.}$$

گروه آموزشی ماز

پایه یازدهم

۲۱- حاصل ضرب جواب های معادله $(\sqrt{10} - 3)^x + (\sqrt{10} + 3)^x = 38$ کدام است؟

۴ (۴)

-۴ (۳)

 $\frac{1}{2}$ (۲)

-۱ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

توجه کنید که:

$$(\sqrt{10} + 3)(\sqrt{10} - 3) = 10 - 9 = 1 \Rightarrow \sqrt{10} + 3 = \frac{1}{\sqrt{10} - 3}$$

پس اگر فرض کنیم: $(\sqrt{10}-3)^x = t$ ، آن گاه $(\sqrt{10}+3)^x = \frac{1}{t}$ ، بنابراین معادله مورد نظر به صورت زیر در می آید:

$$t + \frac{1}{t} = 38 \Rightarrow t^2 - 38t + 1 = 0$$

$$\begin{cases} t = 19 + 6\sqrt{10} = (\sqrt{10}+3)^2 = (\sqrt{10}-3)^{-2} \\ t = 19 - 6\sqrt{10} = (\sqrt{10}-3)^2 \end{cases}$$

بنابراین:

$$(\sqrt{10}-3)^x = (\sqrt{10}-3)^{-2} \Rightarrow x = -2$$

$$(\sqrt{10}-3)^x = (\sqrt{10}-3)^2 \Rightarrow x = 2$$

پس حاصل ضرب جواب های معادله برابر -4 است.

گروه آموزشی ماز

۲۲- اگر $\log 12 = a$ و $\log 8 = b$ باشد، مقدار $\log_4 3$ بر حسب a و b کدام است؟

$$\frac{3a}{b} - 1 \quad (4)$$

$$\frac{3a}{2b} - 1 \quad (3)$$

$$\frac{3a}{2b} \quad (2)$$

$$\frac{2a+b}{2b} \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

$$\begin{aligned} \log 12 = a &\Rightarrow \log 4 \times 3 = a \Rightarrow 2 \log 2 + \log 3 = a \\ \log 8 = b &\Rightarrow \log 2^3 = b \Rightarrow \log 2 = \frac{b}{3} \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \log 2 = \frac{b}{3} \\ \log 3 = a - \frac{2b}{3} \end{cases}$$

$$\log_4 3 = \frac{\log 3}{\log 4} = \frac{a - \frac{2b}{3}}{2 \log 2} = \frac{\frac{3a - 2b}{3}}{\frac{2b}{3}} = \frac{3a - 2b}{2b} = \frac{3a}{2b} - 1$$

پس:

قانون تغییر مبنا:

$$\log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b} \quad a, b, c > 0, b \neq 1, c \neq 1$$

گروه آموزشی ماز

۲۳- اگر $3^{x^2-2} = 9^{x+3}$ باشد، حاصل $\log_9 (x^2-2x)$ کدام است؟

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

$$3^{x^2-2} = 9^{x+3} = 3^{2x+6} \Rightarrow x^2 - 2 = 2x + 6 \Rightarrow x^2 - 2x = 8$$

$$\log_9 (x^2 - 2x) = \log_9 8 = \log_9 2^3 = \frac{3}{2}$$

نکته:

$$(1) \text{ اگر } a > 0 \text{ و } a \neq 1, \text{ آن گاه: } \log_a^n = \frac{n}{m}$$

(۲) تابع نمایی $y = a^x$ یک تابع یک به یک است؛ پس اگر $a^x = a^y$ باشد، آن گاه $x = y$ است.

گروه آموزشی ماز

۲۴- مجموع جواب‌های معادله $\log_7^x + \log_5^x = \log_7^x \cdot \log_5^x$ کدام است؟

۱۵ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

معادله را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$\frac{\log x}{\log 7} + \frac{\log x}{\log 5} = \frac{\log x}{\log 7} \times \frac{\log x}{\log 5}$$

$$\log x \left(\frac{\log 5 + \log 7}{\log 7 \log 5} \right) = \frac{(\log x)^2}{\log 7 \log 5} \xrightarrow{\log 5 + \log 7 = 1} \log x = (\log x)^2$$

$$\begin{cases} \log x = 0 \Rightarrow x_1 = 1 \\ \log x = 1 \Rightarrow x_2 = 10 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 11$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- اگر $\log_4^{x^2} + \log_7^{(2-x)} = 2$ باشد، حاصل $\log(1-x)$ کدام است؟

-۱ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

$$\log_4^{x^2} + \log_7^{(2-x)} = 2 \Rightarrow \frac{2}{2} \log_4^{|x|} + \log_7^{(2-x)} = 2$$

$$\Rightarrow \log_4^{|x|} + \log_7^{(2-x)} = 2 \Rightarrow \log_4^{|x|} = 2 - \log_7^{(2-x)} \Rightarrow |x|(2-x) = 9$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > 0 \Rightarrow x(2-x) = 9 \Rightarrow x^2 - 2x + 9 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \\ x < 0 \Rightarrow -x(2-x) = 9 \Rightarrow x^2 - 2x - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x < 0} x = 1 - \sqrt{10}$$

حال $x = 1 - \sqrt{10}$ را در عبارت خواسته شده قرار می‌دهیم.

$$\log(1-x) = \log(1-1+\sqrt{10}) = \log \sqrt{10} = \frac{1}{2}$$

نکته:

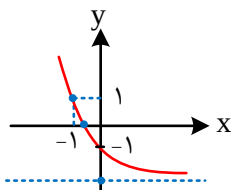
(۱) اگر $\log_a^x = \log_a^y$ باشد، آن‌گاه $x = y$ است.

(۲) اگر n زوج باشد، آن‌گاه: $\log_a^{x^n} = n \log_a^{|x|}$

(۳) اگر $a, b > 0$ و $b \neq 1$ ، آن‌گاه: $\log_{b^m}^a = \frac{1}{m} \log_b^a$

گروه آموزشی ماز

۲۶- شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 3^{ax+b} - 3$ را نشان می‌دهد. $f(2)$ کدام است؟



$-\frac{3}{2}$ (۱)

-۳ (۲)

$-\frac{5}{2}$ (۳)

-۵ (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

تابع از دو نقطه $(-1, 1)$ و $(0, -1)$ عبور می کند.

$$f(0) = -1 \Rightarrow 2^b - 3 = -1 \Rightarrow 2^b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$f(-1) = 1 \Rightarrow 2^{-a+b} - 3 = 1 \Rightarrow 2^{-a+1} = 4 \Rightarrow -a+1 = 2 \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = 2^{-x+1} - 3 \Rightarrow f(2) = 2^{-1} - 3 = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$$

هر تست ماز یک کلاس درس!

هر تابع با ضابطه $f(x) = a^x$ ، که در آن a عددی مثبت و مخالف یک است را یک تابع نمایی می نامیم.

گروه آموزشی ماز

۲۷- آب استخری روزانه ۴ درصد تبخیر می شود. اگر استخر پر از آب باشد، پس از چند روز ۴۰ درصد آب خود را از دست می دهد؟ $\log 2 = 0.301$ و $\log 3 = 0.48$

۱۵/۲ (۴)

۱۴/۶ (۳)

۱۴/۲ (۲)

۱۳/۸ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

طبق صورت سوال، روزانه ۹۶ درصد از آب استخر باقی می ماند. می خواهیم ببینیم پس از چند روز، ۶۰ درصد از آب استخر باقی می ماند.

می دانیم پس از n روز، میزان درصد آب باقی مانده برابر $(0.96)^n$ است، پس:

$$(0.96)^n = 0.60 \Rightarrow \log(0.96)^n = \log(0.6) \Rightarrow n \log 0.96 = \log 0.6 \Rightarrow n = \frac{\log 0.6}{\log 0.96} = \frac{\log 6 - \log 10}{\log 96 - \log 100} = \frac{\log 3 + \log 2 - 1}{\log 32 + \log 3 - 2}$$

$$\Rightarrow n = \frac{0.48 + 0.301 - 1}{0.5051 + 0.48 - 2} = \frac{1.000 - 0.699}{2.000 - 1.985} = \frac{0.301}{0.015} = 14.6$$

هر تست ماز یک کلاس درس!

$$۱) \log_b^a = \frac{\log a}{\log b} \quad \begin{matrix} a > 0 \\ b > 0, b \neq 1 \end{matrix} \quad ۲) b^a = c \Leftrightarrow \log_b^c = a \quad \begin{matrix} c > 0 \\ b > 0, b \neq 1 \end{matrix}$$

گروه آموزشی ماز

۲۸- چه تعداد از موارد گفته شده نادرست است؟

الف: می توان با تبدیل، شکل هندسی را به شکل هندسی دیگر تبدیل کرد.

ب: در تبدیل طول یا لزوماً شیب خط حفظ نمی شود.

پ: به تبدیلی که شیب بعضی خطها ثابت بماند تبدیل شیب پا می گویند.

ت: اگر در اثر تبدیل، شکل هندسی ای متشابه با شکل اصلی حاصل شود، تبدیل طول پا است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی گزینه ها:

به بررسی موارد گفته شده می پردازیم:

الف) در اثر تبدیل ممکن است، شکل جابه جا شود، بزرگ تر یا کوچک تر شود و یا شکل بچرخد، اما هیچ گاه شکل هندسی به شکل هندسی دیگر تبدیل نمی شود. ❌

ب) در تبدیل طول پا، اندازه پاره خط، فاصله بین نقاط و مساحت شکل ثابت می ماند ولی در مورد شیب نمی توان اظهار نظر کرد. ✅

پ) تبدیلی که شیب همه خطها در آن ثابت بماند تبدیل شیب پا نام دارد. ❌

ت) در تبدیل طول پا اندازه ها تغییر نمی کند، اما دو شکل متشابه می توانند اندازه های نابرابر داشته باشند (اگر در اثر تبدیل شکلی همنهشت با شکل اصلی ایجاد شود تبدیل طول پا است). ❌

هر تست ماز یک کلاس درس!



تابعی که به هر نقطه A از صفحه P دقیقاً یک نقطه مانند A' از همان صفحه را نظیر می‌کند و برعکس، هر نقطه A' از صفحه، تصویر دقیقاً یک نقطه مانند A از همان صفحه باشد، تبدیل نامیده می‌شود. اگر تبدیل روی صفحه P را با T نمایش دهیم، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} T: P \rightarrow P \\ T(A) = A' \end{cases}$$

(۱) عبارت $T: P \rightarrow P$ یعنی تبدیل T تمام نقاط صفحه P را تصویر می‌کند و عبارت $T(A) = A'$ یعنی در تبدیل T ، نقطه A' تصویر نقطه A است.

(۲) از تعریف تبدیل می‌توان دریافت که هر تبدیل باید برای تمام نقاط صفحه، تصویر [حاصل تبدیل] داشته باشد، همچنین در تبدیل هیچ دو نقطه متمایزی تصویر یکسان ندارند [تصویر هر دو نقطه متمایز مانند A و B دو نقطه متمایز دیگر مانند A' و B' است].

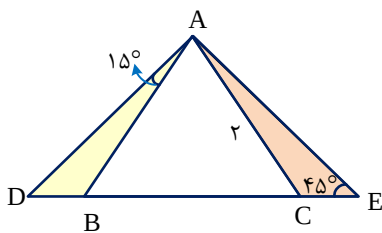
تبدیل‌هایی که قرار است بررسی کنیم، می‌توانند سه اثر مهم روی شکل داشته باشند:

شکل را جابه‌جا کنند شکل را بچرخانند ابعاد شکل را تغییر دهند

تبدیل‌های مورد بررسی در کتاب درسی ممکن است یک، دو یا هر سه اثر فوق را روی شکل داشته باشند ولی تغییر دیگری روی شکل ایجاد نمی‌کنند. تبدیلی که طول تمام پاره‌های صفحه را حفظ می‌کند (تغییر نمی‌دهد) ایزومتري یا طول‌پا نامیده می‌شود. به عبارت دیگر اگر یک تبدیل ایزومتري روی پاره‌خط AB اثر کند، طول پاره‌خط قبل از تبدیل با طول این پاره‌خط پس از تبدیل برابر است. تبدیل ایزومتري اندازه و ابعاد شکل را تغییر نمی‌دهد، به عبارت دیگر در تبدیل ایزومتري شکل و تصویرش هم‌نهشت هستند. اگر تبدیل T جهت اشکال هندسی را ثابت نگه دارد، تبدیل T را یک تبدیل جهت‌پا می‌نامند [منظور از جهت یک شکل یا یک چندضلعی ساعتگرد یا پادساعتگرد بودن پیمایش متوالی آن است]. اگر در تبدیل T شیب همه خط‌ها در اثر تبدیل ثابت بماند، تبدیل T را شیب‌پا می‌نامیم. بنابراین در تبدیل شیب‌پا، هر پاره‌خط باید با تصویرش موازی باشد.

گروه آموزشی ماز

۲۹- در شکل زیر، اگر دو مثلث رنگ شده با استفاده از بازتاب بتوانند روی هم تصویر شوند، مساحت مثلث $\triangle ABC$ چند برابر $\sqrt{3}$ است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۴

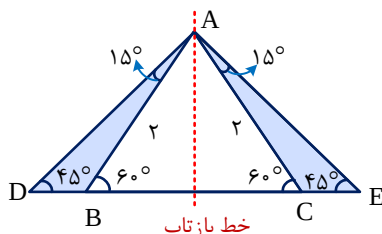
(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی

مطابق شکل خط بازتاب عمود منصف BC است که از خط A می‌گذرد، همچنین دو مثلث $\triangle ABD$ و $\triangle ACE$ هم‌نهشت‌اند، بنابراین داریم:



$$\begin{cases} AB = AC = 2 \\ \hat{D} = \hat{E} = 45^\circ \\ \hat{BAD} = \hat{CAE} = 15^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{ABC} = \hat{ACB} = 60^\circ$$

بنابراین مثلث $\triangle ABC$ متساوی‌الاضلاع است و می‌دانیم مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a برابر $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ است، بنابراین داریم:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = \sqrt{3}$$

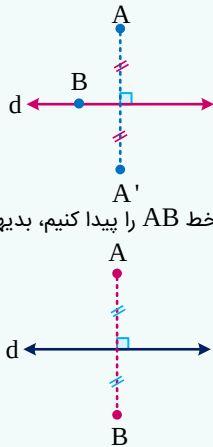
هر تست ماز یک کلاس درس!



تبدیل T را بازتاب نسبت به خط d می‌نامند، اگر و تنها اگر دو شرط زیر برقرار باشد:

(۱) تصویر هر نقطه دلخواه مانند A غیرواقع بر خط d نقطه‌ای مانند A' است، به طوری که خط d عمودمنصف پاره‌خط AA' باشد.

(۲) تصویر هر نقطه مانند B واقع بر خط d، بر خود نقطه B منطبق است.



اگر دو نقطه A و B را بدهند و ببرند تحت بازتاب نسبت به کدام خط، این دو نقطه تصویر یکدیگرند، کافیست عمودمنصف پاره‌خط AB را پیدا کنیم، بدیهی است که در این حالت دو نقطه A و B در طرفین محور بازتاب واقع‌اند و از محور بازتاب هم فاصله‌اند.

گروه آموزشی ماز

۳۰- خط $y = (a-2)x + a - 1$ تحت بازتاب نسبت به خط $4y - x = 6$ بر خودش تصویر می‌شود، مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

$\frac{19}{4}$ (۴)

$\frac{11}{4}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

-۲ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱



برای آنکه یک خط تحت بازتاب نسبت به خط d بر روی خودش تصویر شود باید یا بر d عمود باشد یا بر آن منطبق باشد. حالت اول) اگر دو خط عمود باشند باید شیب آنها قرینه و عکس هم باشد:

$$\begin{cases} 4y - x = 6 \Rightarrow m = \frac{1}{4} \\ y = (a-2)x + a - 1 \Rightarrow m' = a - 2 \end{cases} \Rightarrow a - 2 = -4 \Rightarrow a = -2$$

حالت دوم) برای آنکه دو خط بر هم منطبق شوند باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} 4y = x + 6 \\ y = (a-2)x + a - 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{4}{1} = \frac{1}{a-2} = \frac{6}{a-1} \Rightarrow \begin{matrix} a = \frac{9}{4} \\ a = \frac{5}{2} \end{matrix}$$

بنابراین امکان انطباق وجود ندارد (چون دو مقدار متفاوت برای a پیدا شده است). تنها حالت عمود بودن به ازای $a = -2$ امکان‌پذیر است.

هر تست ماز یک کلاس درس!



فرض کنیم خط L_1 در بازتاب نسبت به خط d، به خط L_2 تبدیل شود، آنگاه حالات زیر برای وضعیت خط نسبت به محور بازتاب وجود دارد:

خط L_1 موازی محور بازتاب باشد	خط L_1 عمود بر محور بازتاب باشد	زاویه خط L_1 با محور بازتاب برابر θ باشد.
خط L_2 نیز با محور بازتاب موازی است.	خط L_2 بر L_1 منطبق است، یعنی خط L_1 در این حالت، روی خودش تصویر می‌شود.	خط L_2 نیز با محور بازتاب همین زاویه را می‌سازد، یعنی محور بازتاب نیمساز زاویه بین L_1 و L_2 است.

اگر L_1 بر محور بازتاب منطبق باشد، تصویر L_1 چگونه خواهد بود؟

۳۱- دایره‌ای را با برداری به طول ۱۳ انتقال می‌دهیم. اگر طول مماس مشترک داخلی دایره و تصویرش ۱۲ باشد، مساحت این دایره کدام است؟

(۴) $\frac{25\pi}{4}$

(۳) $\frac{5\pi}{2}$

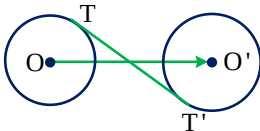
(۲) 25π

(۱) 5π

(متوسط - ترکیبی / مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

برای محاسبه طول مماس مشترک داخلی دو دایره، به شعاع‌های دو دایره و اندازه خط‌المركزین نیاز داریم. انتقال تبدیل طول‌پا است، پس شعاع دو دایره برابر است که آن را R فرض می‌کنیم. از طرفی مطابق شکل مشخص است طول خط‌المركزین همان طول بردار انتقال است.



$$TT' = \sqrt{(OO')^2 - (R + R)^2}$$

$$12 = \sqrt{13^2 - (2R)^2} \Rightarrow 2R = 5 \Rightarrow R = \frac{5}{2}$$

برای محاسبه مساحت دایره داریم:

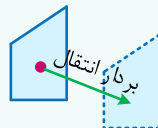
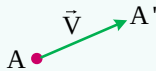
$$S_{\text{دایره}} = \pi R^2 = \frac{25\pi}{4}$$

هر تست ماز یک کلاس درس!



انتقال T تحت بردار $\vec{V}$ تبدیلی از صفحه است که در آن، تصویر هر نقطه A از صفحه P ، نقطه‌ای مانند A' از همان صفحه است، به طوری که:

$$\overrightarrow{AA'} = \vec{V}$$



انتقال تبدیلی است که هر نقطه از صفحه را به اندازه بردار $\vec{V}$ جابه‌جا می‌کند. می‌تونید ویژگی‌های انتقال را بگید؟

گروه آموزشی ماز

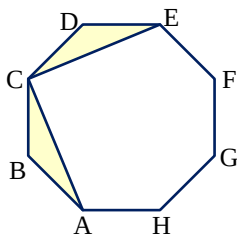
۳۲- در ۸ ضلعی منتظم شکل مقابل، دورانی که مثلث $\triangle ABC$ را به مثلث $\triangle CDE$ تصویر می‌کند، کدام است؟

(۱) دوران 90° به مرکز A

(۲) دوران 90° به مرکز G

(۳) دوران 90° به مرکز وسط AE

(۴) دوران 90° به مرکز C



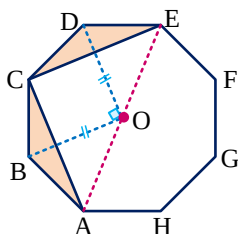
(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

مرکز ۸ ضلعی منتظم [وسط قطر AE] از نقاط B و D به یک فاصله است، پس مرکز دوران محسوب می‌شود. حال مطابق شکل، با استفاده از دوران 90° به

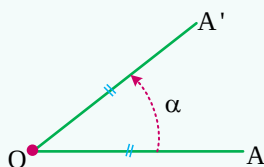
صورت ساعتگرد نقطه B روی نقطه D و در نتیجه مثلث $\triangle ABC$ روی مثلث $\triangle CDE$ تصویر می‌شود.



هر تست ماز یک کلاس درس!



نقطه A' تصویر نقطه A تحت تبدیل دوران به مرکز نقطه ثابت O و زاویه α است. هرگاه:

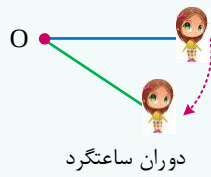
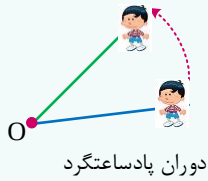


$$OA = OA' \quad \angle AOA' = \alpha$$

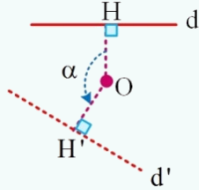


(۱) دوران تبدیلی است که هر نقطه از صفحه را حول نقطه O می‌چرخاند.

(۲) در دوران با زاویه α جهت چرخش می‌تواند ساعتگرد یا پادساعتگرد باشد که معمولاً در مسائل، طراح آن را مشخص می‌کند.



اگر نقطه O و خط d و زاویه α معلوم باشد برای پیدا کردن دوران یافته خط d تحت دوران به مرکز O و زاویه α ابتدا از نقطه O عمود OH را بر خط d رسم می‌کنیم، سپس نقطه H را با دوران به مرکز O و زاویه α به نقطه H' تصویر می‌کنیم. در انتها از نقطه H' خطی عمود بر OH' رسم می‌کنیم. این خط، همان دوران یافته خط d است.



پایه دهم

۳۳- دنده‌ای به جرم 80 kg ، از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. این دنده تندی خود را با آهنگ چند متر بر مربع ثانیه افزایش دهد تا پس از 5 s ، انرژی جنبشی او به 1440 J برسد؟

۲ (۴)

۱/۶ (۳)

۱/۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

گام اول:

برای آن که انرژی جنبشی دنده برابر 1440 J شود، تندی دنده باید برابر شود با:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 1440 = \frac{1}{2} \times 80 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 36 \Rightarrow v = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام آخر:

آهنگ تغییرات تندی برابر است با:

$$\Delta v = \frac{v - 0}{\Delta t} = \frac{6 - 0}{5} = 1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

انرژی جنبشی



۱- انرژی جنبشی یک جسم مطابق رابطه زیر به دست می‌آید.

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

در این رابطه m جرم جسم برحسب کیلوگرم (kg)، v تندی حرکت جسم برحسب متر بر ثانیه ($\frac{\text{m}}{\text{s}}$)، K انرژی جنبشی جسم برحسب ژول (J) است.

۲- مطابق رابطه فوق، هر ژول معادل با $\frac{\text{متر مربع} \times \text{کیلوگرم}}{\text{مربع ثانیه}}$ است. ($\text{J} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$)

۳- برای مقایسه انرژی جنبشی دو جسم می‌توان نوشت:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2$$

مثال:

تندی حرکت جسم A ، $\frac{8}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ بیش‌تر از تندی حرکت جسم B است. اگر جرم دو جسم برابر باشد و انرژی جنبشی A ، 21 درصد بیش‌تر از انرژی جنبشی جسم B باشد، تندی حرکت جسم B چند متر بر ثانیه است؟

اگر تندی حرکت جسم B برابر v باشد، تندی حرکت A برابر $v + 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{v_B} \right)^2 \rightarrow \frac{121}{100} = 1 \times \left(\frac{v+8}{v} \right)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{11}{10} = \frac{v+8}{v} \rightarrow v = 80 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گروه آموزشی ماز

۳۴- اگر تندی جسمی به جرم 3 kg ، $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ افزایش یابد، انرژی جنبشی آن 36 J افزایش می‌یابد. انرژی جنبشی اولیه آن چند ژول بوده است؟

۱/۵ (۴)

۳ (۳)

۶ (۲)

۱ (۱)





برای محاسبه تغییرات انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\rightarrow 36 = \frac{1}{2} \times 3 \times ((v_1 + 4)^2 - v_1^2) = \frac{3}{2} \times (8v_1 + 16)$$

$$\rightarrow 24 = 8v_1 + 16 \rightarrow v_1 = 1 \frac{m}{s}$$

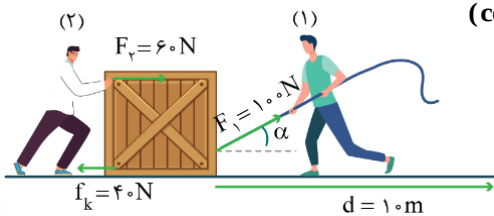
انرژی جنبشی اولیه جسم برابر است با:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = 1.5 J$$

گروه آموزشی ماز

۳۵- مطابق شکل زیر، دو شخص در حال جابه‌جا کردن جعبه‌ای سنگین بر روی سطح افقی دارای اصطکاک هستند. زاویه α چند درجه باشد تا در جابه‌جایی

نشان داده شده، کار کل انجام شده روی جعبه برابر $1 kJ$ شود؟ ($\cos 53^\circ = 0.6$, $\cos 37^\circ = 0.8$)



- (۱) ۳۰
(۲) ۳۷
(۳) ۵۳
(۴) ۶۰



گام اول:

کار نیروی شخص (۲) و کار نیروی اصطکاک را محاسبه می کنیم:

$$W_F = F_2 d \cos 0^\circ = 60 \times 10 \times 1 = 600 J$$

$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ = 40 \times 10 \times (-1) = -400 J$$

گام دوم:

کار کل انجام شده برابر $W_t = 1 kJ = 1000 J$ است، بنابراین کار نیروی شخص (۱) برابر است با:

$$W_{\text{کل}} = W_1 + W_F + W_{f_k} \Rightarrow 1000 = W_1 + 600 - 400 \Rightarrow W_1 = 800 J$$

گام آخر:

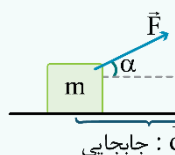
زاویه α برابر است با:

$$W_1 = F_1 d \cos \alpha \Rightarrow 800 = 100 \times 10 \times \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = 0.8 \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$

محاسبه کار

۱- هنگامی که مطابق شکل زیر، نیروی $\vec{F}$ به یک جسم وارد شود و آن را به اندازه d جابه‌جا کند، کار نیروی $\vec{F}$ برابر است با:

$$W = F d \cos \alpha$$



در رابطه فوق، $\vec{F}$ اندازه نیروی وارد بر جسم بر حسب (N)، d جابه‌جایی جسم بر حسب متر (m) و α زاویه بین نیرو و جابه‌جایی است.

۲- مطابق رابطه $W = F \cdot d \cos \alpha$ ، هر ژول معادل «متر × نیوتون» است.

۳- با توجه به زاویه α ، کار انجام شده می‌تواند مثبت، منفی یا صفر باشد.

$$0^\circ \leq \alpha < 90^\circ \rightarrow \cos \alpha > 0 \rightarrow W > 0$$

$$\alpha = 90^\circ \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow W = 0$$

$$90^\circ < \alpha \leq 180^\circ \rightarrow \cos \alpha < 0 \rightarrow W < 0$$

۴- اگر بردار نیروی وارد بر جسم به صورت $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$ باشد، در صورتی که جسم در راستای محور X جابه‌جا شود، نیروی F_y بر جابه‌جایی، عمود است و کار آن صفر خواهد بود و در نتیجه فقط نیروی F_x در محاسبه کار اهمیت خواهد داشت.

$$\begin{cases} \vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} \\ d: \text{جابه‌جایی در جهت محور } x \end{cases} \rightarrow W = F_x d$$

به همین ترتیب اگر جسم در راستای محور Y جابه‌جا شود، F_x کاری انجام نمی‌دهد و فقط F_y در محاسبه کار اهمیت خواهد داشت.

$$\begin{cases} \vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} \\ d: \text{جابه‌جایی در جهت محور } y \end{cases} \rightarrow W = F_y d$$

مثال:

نیروی $\vec{F} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ برحسب واحدهای SI به جسمی به جرم ۲ kg وارد می‌شود. به سؤالات زیر پاسخ دهید.
الف: اگر جسم ۱۰ متر در جهت محور X جابه‌جا شود، کار نیروی F چند ژول است؟

$$W = F_x d = 2 \times 10 = 20 \text{ J}$$

ب: اگر جسم ۱۰ متر در جهت محور Y جابه‌جا شود، کار نیروی F چند ژول است؟

$$W = F_y d = 3 \times 10 = 30 \text{ J}$$

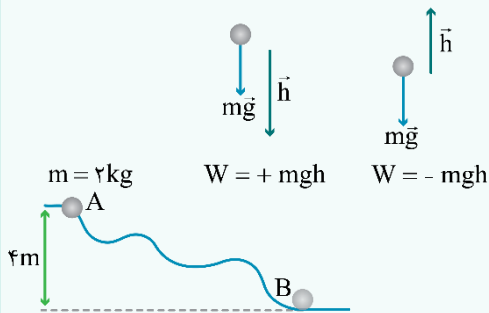
ج: اگر جسم ۱۰ متر در جهت نیروی F جابه‌جا شود، کار نیروی F چند ژول است؟
در این حالت زاویه بین نیرو و جابه‌جایی صفر است و باید اندازه نیرو را به دست آوریم:

$$F = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \text{ N} \rightarrow W = Fd = \sqrt{13} \times 10 = 10\sqrt{13} \text{ J}$$

۵- در این قسمت به اختصار کار نیروهایی مثل وزن، اصطکاک و مقاومت هوا را بررسی می‌کنیم.

الف: نیروی وزن

برای محاسبه کار نیروی وزن، کافی است که فقط جابه‌جایی جسم در راستای قائم را در نظر بگیریم. اگر جسم به اندازه h پایین بیاید، کار نیروی وزن برابر $W_{mg} = mgh$ است و اگر به اندازه h بالا برود، کار نیروی وزن برابر $W_{mg} = -mgh$ خواهد بود.



مثال:

کار نیروی وزن در جابه‌جایی جسم از A تا B چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

$$W = +mgh = +2 \times 10 \times 4 = 80 \text{ J}$$

جسم به اندازه ۴ متر پایین آمده است، بنابراین داریم:



کار نیروی وزن به مسیر جابه‌جایی جسم وابسته نیست و فقط به این که جسم چقدر بالا یا پایین رفته است، ربط دارد.

ب: کار نیروی اصطکاک جنبشی

با توجه به این که نیروی اصطکاک جنبشی در خلاف جهت حرکت جسم است، $\cos \alpha = -1$ خواهد بود و در نتیجه کار آن منفی می‌باشد.

$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ \rightarrow W_{f_k} = -f_k d$$

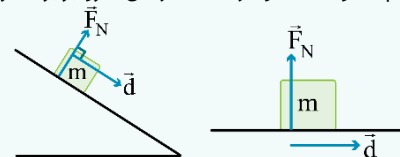
ج: نیروی مقاومت هوا

نیروی مقاومت هوا هم مانند اصطکاک در خلاف جهت حرکت جسم است، بنابراین کار آن منفی خواهد بود. اگر این نیرو را با f_D نشان دهیم، داریم:

$$W_{f_D} = -f_D d$$

د: کار نیروی عمودی سطح

در بیش‌تر مسائل که جسم روی یک سطح صاف یا شیب‌دار حرکت می‌کند، نیروی عمودی سطح بر جابه‌جایی جسم، عمود است و در نتیجه کار این نیرو برابر صفر خواهد بود.

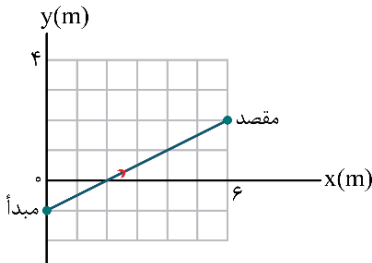


در برخی از مسائل مثل حرکت آسانسور، کار نیروی عمودی سطح صفر نیست. هنگامی که آسانسور به سمت بالا حرکت کند، نیروی عمودی سطح هم‌جهت با جابه‌جایی است و کار آن مثبت می‌باشد و اگر آسانسور پایین برود، کار نیروی عمودی سطح منفی خواهد بود.

$$W_{FN} = \pm F_N d \begin{cases} \text{آسانسور بالا رود: } W_{FN} = +F_N d \\ \text{آسانسور پایین بیاید: } W_{FN} = -F_N d \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۳۶- متحرکی مسیری مطابق شکل زیر را طی می کند. اگر نیروهای $\vec{F}_1$ ، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ مطابق جدول زیر در طول این مسیر بر جسم وارد شده باشند، اندازه کار انجام شده توسط کدام نیرو روی جسم بزرگ تر است؟



نیرو	اندازه	جهت
$\vec{F}_1$	۸N	در جهت محور x
$\vec{F}_2$	۱۲N	در جهت محور y
$\vec{F}_3$	۱۸N	در خلاف جهت محور y

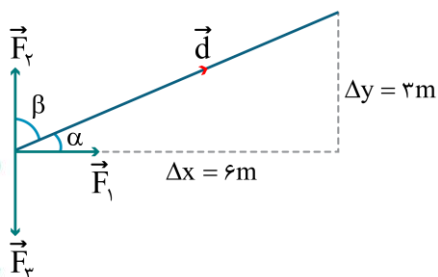
- (۱) نیروی $\vec{F}_1$
 (۲) نیروی $\vec{F}_2$
 (۳) نیروی $\vec{F}_3$
 (۴) کار هر سه نیرو هم اندازه است.

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳



کار هر یک از نیروها را محاسبه می کنیم:



$$\begin{cases} W_1 = F_1 d \cos \alpha = F_1 d \times \frac{\Delta x}{d} = F_1 \Delta x = 8 \times 6 = 48 \text{ J} \\ W_2 = F_2 d \cos \beta = F_2 d \times \frac{\Delta y}{d} = F_2 \Delta y = 12 \times 3 = 36 \text{ J} \\ W_3 = F_3 d \cos (180^\circ - \beta) = -F_3 d \cos \beta = -F_3 d \frac{\Delta y}{d} = -18 \times 3 = -54 \text{ J} \end{cases}$$

$$\rightarrow |W_3| > |W_1| > |W_2|$$

گروه آموزشی ماز

۳۷- اگر کار نیروی $\vec{F} = \alpha \vec{i} + \beta \vec{j}$ در جابه جایی $\vec{d} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ برابر صفر و کار آن در جابه جایی $\vec{d} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ برابر ۲۵ ژول باشد، اندازه نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون است؟ (کمیت های داده شده همگی بر حسب یکاهای SI هستند).

۴ (۴)

۳ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱



همان طور که می دانیم کار نیروی $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$ در جابه جایی $\vec{d} = d_x \vec{i} + d_y \vec{j}$ برابر است با:

$$W = F_x d_x + F_y d_y$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{cases} W_1 = 0 \rightarrow 4\alpha - 3\beta = 0 \rightarrow \alpha = \frac{3}{4}\beta \rightarrow \frac{9}{4}\beta + 4\beta = 25 \rightarrow \frac{25}{4}\beta = 25 \rightarrow \beta = 4 \text{ N} \rightarrow \alpha = \frac{3}{4}\beta = 3 \text{ N} \\ W_2 = 25 \text{ J} \rightarrow 3\alpha + 4\beta = 25 \end{cases}$$

پس نیروی $\vec{F}$ به صورت $\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ می باشد که اندازه آن برابر است با:

$$F = \sqrt{3^2 + 4^2} \rightarrow F = 5 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

۳۸- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم ۲kg تحت تأثیر نیروی ثابت $\vec{F}$ که موازی سطح شیب دار است با سرعت ثابت به اندازه ۲۰m روی سطح شیب دار جابه جا می شود. اگر در طی این جابه جایی، کار نیروی اصطکاک، نصف کار نیروی وزن باشد، به ترتیب از راست به چپ، کار نیروی وزن چند ژول و اندازه نیروی اصطکاک جنبشی چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و $\sin 37^\circ = 0.6$)



۱۲، ۱۲۰ (۲)

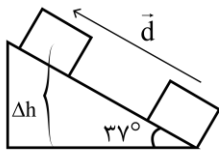
۶، -۲۴۰ (۴)

۱۲، -۱۲۰ (۱)

۱۲، -۲۴۰ (۳)



کار نیروی وزن برابر است با:



$$\sin 37^\circ = \frac{\Delta h}{d} \rightarrow 0.6 = \frac{\Delta h}{20} \rightarrow \Delta h = 12 \text{ m}$$

$$W_{mg} = -mg\Delta h = -2 \times 10 \times 12 \rightarrow W_{mg} = -240 \text{ J}$$

برای محاسبه نیروی اصطکاک می توان نوشت:

$$W_{f_k} = \frac{1}{2} W_{mg} \rightarrow -f_k d = \frac{1}{2} \times (-mg\Delta h)$$

$$\rightarrow f_k \times 20 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10 \times 12 \rightarrow f_k = 6 \text{ N}$$

کار نیروهای خاص

۱- کار نیروی اصطکاک ($\vec{f}_k$):

$$W_{f_k} = -f_k d$$

۲- کار نیروی وزن ($m\vec{g}$):

$$W_{mg} = -mg\Delta h$$

تغییر ارتفاع: Δh

$$\begin{cases} \text{اگر جسم بالا برود:} & \Delta h > 0 \rightarrow W_{mg} < 0 \\ \text{اگر جسم روی سطح افقی جابه جا شود:} & \Delta h = 0 \rightarrow W_{mg} = 0 \\ \text{اگر جسم رو به پایین حرکت کند:} & \Delta h < 0 \rightarrow W_{mg} > 0 \end{cases}$$

۳- کار نیروی عمودی سطح ($\vec{F}_N$):

$$W_{F_N} = 0 \text{ : اگر جسم روی سطح افقی حرکت کند}$$

$$W_{F_N} = 0 \text{ : اگر جسم روی سطح شیب دار حرکت کند}$$

$$\text{حرکت آسانسور: } \begin{cases} \text{حرکت رو به بالا: } W_{F_N} = F_N d \\ \text{حرکت رو به پایین: } W_{F_N} = -F_N d \end{cases}$$



شخصی در طبقه سوم ساختمان، سوار آسانسور می شود و به طبقه دهم می رود. جرم شخص ۷۰ kg است و یک کوله پشتی به جرم ۵ kg بر دوش دارد. آسانسور بین طبقات پنجم تا هفتم مسافت ۶ m را در مدت ۲ ثانیه با تندی ثابت طی می کند. در این ۲ ثانیه کار نیرویی که کف آسانسور به شخص وارد می کند، چند ژول است؟

$$(g = 10 \frac{m}{s^2}) \quad (\text{کنکور تجربی ۹۶})$$

(۱) صفر (۲) ۳۹۰۰ (۳) ۴۲۰۰ (۴) ۴۵۰۰

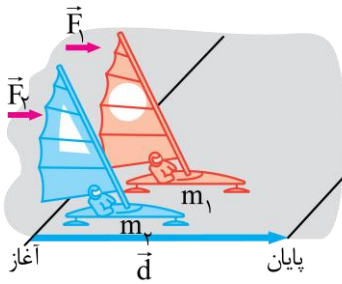
پاسخ: گزینه ۴

چون آسانسور با تندی ثابت بالا می رود، پس شخص (همراه کوله پشتی) نیز با تندی ثابت بالا می رود، پس شتاب حرکت آن و در نتیجه نیروی برآیند وارد بر شخص صفر است، پس:

$$F_N - mg = 0 \rightarrow F_N = mg = (70 + 5) \times 10 \rightarrow F_N = 750 \text{ N}$$

$$W_{F_N} = F_N d = (750) \times (6) = 4500 \text{ J}$$

۳۹- مطابق شکل زیر، دو قایق بادبانی مخصوص حرکت روی سطح یخزده، دارای جرم های m_1 و m_2 ، روی دریاچه افقی و بدون اصطکاکی قرار دارند و نیروهای ثابت $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ با وزیدن باد به هر دو وارد می شود. هر دو قایق از حال سکون شروع به حرکت می کنند و از خط پایان به فاصله d می گذرند. در هنگام عبور از خط پایان، تندی قایق (۲) چند برابر تندی قایق (۱) است؟



$$\sqrt{\frac{F_2}{F_1} \times \frac{m_1}{m_2}} \quad (2)$$

$$\frac{F_2}{F_1} \times \frac{m_1}{m_2} \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{F_2}{F_1} \times \frac{m_2}{m_1}} \quad (4)$$

$$\frac{F_2}{F_1} \times \frac{m_2}{m_1} \quad (3)$$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

کار کل انجام شده روی قایق ها برابر است با:

$$(1) \text{ قایق: } W_1 = F_1 d$$

$$(2) \text{ قایق: } W_2 = F_2 d$$

مطابق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی جسم برابر تغییرات انرژی جنبشی آن است؛ بنابراین داریم:

$$W_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \rightarrow F_1 d = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \quad \text{رابطه (۱):}$$

$$W_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \rightarrow F_2 d = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad \text{رابطه (۲):}$$

با تقسیم رابطه (۲) بر رابطه (۱) می توان نوشت:

$$\frac{F_2 d}{F_1 d} = \frac{m_2 v_2^2}{m_1 v_1^2} \rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\rightarrow \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{m_1}{m_2}$$

$$\rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1} \times \frac{m_1}{m_2}}$$

قضیه کار و انرژی جنبشی

۱- مطابق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی یک جسم برابر تغییرات انرژی جنبشی آن است.

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

۲- مطابق رابطه فوق، اگر کار کل انجام شده روی یک جسم، صفر باشد، تندی حرکت و انرژی جنبشی آن ثابت می ماند. اگر کار کل، مثبت باشد، تندی و انرژی جنبشی افزایش می یابند و اگر کار کل، منفی باشد، تندی و انرژی جنبشی کاهش می یابند.

۳- دقت کنید کار کل انجام شده روی جسم به طور مستقیم، اطلاعاتی در مورد انرژی پتانسیل و انرژی مکانیکی جسم به ما نمی دهد.

مثال:

یک چتر باز به جرم 80 kg از ارتفاع 1000 متری از سطح زمین، بدون تندی اولیه شروع به سقوط می کند. اگر چتر باز با تندی $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به سطح زمین برسد، کار نیروی مقاومت هوا روی چتر باز چند ژول بوده است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و نیروی مقاومت هوا را ثابت در نظر بگیرید.)

پاسخ:

با توجه به این که فقط نیروهای وزن و مقاومت هوا روی جسم کار انجام می دهند، کار کل انجام شده روی آن برابر مجموع کار نیروی وزن و کار نیروی مقاومت هوا است.

در ادامه با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$\begin{cases} W_t = W_{mg} + W_{fD} \\ W_t = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2) \end{cases} \rightarrow W_{mg} + W_{fD} = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\rightarrow +mgh + W_{fD} = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\rightarrow (8 \times 10 \times 100) + W_{fD} = \frac{1}{2} \times 80 \times (4^2 - 0)$$

$$\rightarrow 80000 + W_{fD} = 640 \rightarrow W_{fD} = -79936 \text{ J}$$

گروه آموزشی ماز

۴۰- ورزشکاری سعی می کند توپ بیسبالی به جرم ۲۰۰ گرم را از حال سکون به صورت افقی پرتاب کند. برای این کار، مانند شکل زیر، نیروی ثابت F را در راستای جابه جایی به توپ وارد می کند. اگر جابه جایی دست ورزشکار برابر 50 cm و تندی توپ هنگام جدا شدن از دست او برابر $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، بزرگی نیروی F برابر چند نیوتون است؟ (نیروهای اتلافی ناچیز هستند).



۱۰ (۱)

۲۰ (۲)

۳۰ (۳)

۴۰ (۴)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ شریعی

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کاری که نیروی F روی توپ انجام می دهد باعث تغییر انرژی جنبشی آن می شود، بنابراین می توان نوشت:

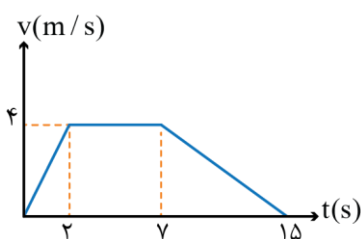
$$W = K_f - K_i \rightarrow Fd \cos \alpha = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\rightarrow F \times 0.5 \times \cos 0 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (10^2 - 0)$$

$$\rightarrow 0.5 F = 10 \rightarrow F = 20 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

۴۱- جسمی به جرم 20 kg کف آسانسوری قرار دارد. آسانسور به سمت بالا شروع به حرکت می کند و نمودار سرعت-زمان حرکت آن مطابق شکل است. چه



تعداد از عبارت های زیر صحیح است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

الف: کار نیروی وزن روی جسم در کل حرکت برابر 8 kJ است.

ب: کار نیرویی که کف آسانسور بر جسم وارد می کند، در کل حرکت برابر 8 kJ است.

پ: کار کل انجام شده روی جسم در ۲ ثانیه سوم حرکت صفر است.

۱ (۲)

صفر (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

(متوسط - نموداری - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ شریعی

ابتدا به کمک مساحت زیر نمودار سرعت-زمان، جابه جایی آسانسور به سمت بالا را به دست می آوریم:

$$d = \frac{5+15}{2} \times 4 = 40 \text{ m}$$

کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_{\text{وزن}} = -mgd = -20 \times 10 \times 40 = -8000 \text{ J} = -8 \text{ kJ}$$

با توجه به آن که تندی اولیه و نهایی جسم برابر است، طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی جسم صفر است و در نتیجه کار نیروی کف آسانسور قرینه کار وزن است.

$$W_N = -W_{\text{وزن}} = -(-8\text{kJ}) = +8\text{kJ}$$

همچنین دقت کنید که در ۲ ثانیه سوم، تندی جسم ثابت است و در نتیجه کار کل انجام شده روی آن صفر است. مطابق توضیحات فوق، هر سه عبارت صحیح هستند.

اگر...

اگر کار نیروی کف آسانسور بر جسم را در ۲ ثانیه اول حرکت می‌خواستیم پاسخ چه بود؟
پاسخ: جابه‌جایی آسانسور در ۲ ثانیه اول برابر مساحت زیر نمودار سرعت-زمان است.

$$d = \frac{2 \times 4}{2} = 4\text{m}$$

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_{\text{کل}} = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \rightarrow W_{\text{وزن}} + W_N = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\rightarrow -mgd + W_N = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \rightarrow (-20 \times 10 \times 4) + W_N = 10(4^2 - 0)$$

$$\rightarrow W_N = 960\text{N}$$

گروه آموزشی ماز

۴۲- شخصی گلوله‌ای برفی را از روی زمین برمی‌دارد و تا ارتفاع ۱۵۰cm بالا می‌برد و سپس آن را با تندی $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ پرتاب می‌کند. کار انجام شده توسط

شخص روی گلوله برف چند برابر کار انجام شده توسط نیروی وزن گلوله روی آن است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

$$-\frac{15}{2} \quad (4)$$

$$\frac{15}{2} \quad (3)$$

$$\frac{17}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{17}{2} \quad (1)$$

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

گام اول:

کار نیروی وزن گلوله برابر است با:

$$W_{\text{mg}} = -mgh = -m \times 10 \times 1/5 = -15\text{m}$$

گام آخر:

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

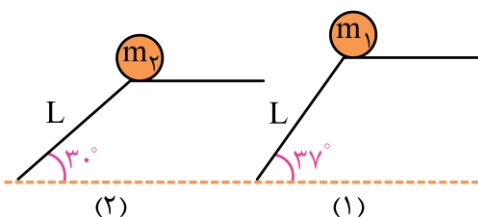
$$W_{\text{کل}} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow W_{\text{شخص}} + W_{\text{mg}} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow W_{\text{شخص}} - 15\text{m} = \frac{1}{2}m(15^2 - 0) = 112/5\text{m}$$

$$\Rightarrow W_{\text{شخص}} = 127/5\text{m} \Rightarrow \frac{W_{\text{شخص}}}{W_{\text{mg}}} = \frac{127/5\text{m}}{-15\text{m}} = -\frac{17}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۴۳- در شکل زیر، طول دو سرسره با یکدیگر برابر و سطح آن‌ها فاقد اصطکاک است. اگر دو گلوله به جرم‌های m_1 و $m_2 = 4m_1$ را مطابق شکل، روی دو سطح رها کنیم، تندی گلوله (۱) در لحظه رسیدن به پایین سرسره چند برابر تندی گلوله (۲) در لحظه رسیدن به پایین سرسره است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)



$$\sqrt{\frac{3}{10}} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{24}{5}} \quad (4)$$

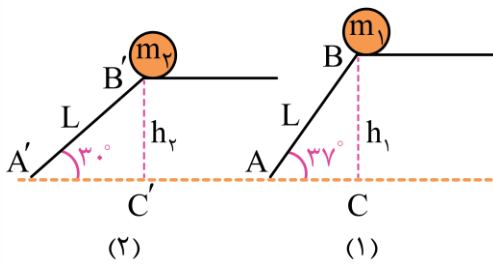
$$1 \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{6}{5}} \quad (3)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:



اولاً در هریک از دو شکل، نیروهای تلف کننده وجود ندارد و تندی در نقطه بالایی هر بازه صفر است، تندی در پائین مسیر را می توان از رابطه $v = \sqrt{2gh}$ به دست آورد. براساس این رابطه، تندی دو گلوله در لحظه رسیدن به زمین به جرم آن ها بستگی ندارد. همچنین باید مقادیر h_1 و h_2 را برحسب L به دست آوریم:

$$\begin{cases} \text{در مثلث } ABC \rightarrow \sin 37^\circ = \frac{h_1}{L} \rightarrow h_1 = L \sin 37^\circ = \frac{3}{5}L \\ \text{در مثلث } A'B'C' \rightarrow \sin 30^\circ = \frac{h_2}{L} \rightarrow h_2 = L \sin 30^\circ = \frac{1}{2}L \end{cases}$$

اکنون نسبت تندی ها را به این صورت به دست می آوریم:

$$v = \sqrt{2gh} \rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} = \sqrt{\frac{\frac{3}{5}L}{\frac{1}{2}L}} \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{6}{5}}$$

طبق پایستگی انرژی مکانیکی

۱- اگر در یک مسیر، نیروی تلف کننده انرژی وجود نداشته باشد:

$$E_2 = E_1$$

۲- اگر در یک مسیر، نیروی تلف کننده انرژی وجود داشته باشد:

$$E_2 - E_1 = W_f$$

انرژی مکانیکی در هر نقطه از رابطه $E = K + U$ به دست می آید.

نکته:

اگر در یک مسیر نیروهای تلف کننده انرژی وجود نداشته باشد، در بازه ای بین دو نقطه، چنانچه تندی در یکی از دو انتهای بازه صفر باشد، تندی در انتهای دیگر این بازه از رابطه زیر به دست می آید:

$$v = \sqrt{2gh}$$

در این رابطه، h ارتفاع عمودی بین دو انتهای بازه است.

گروه آموزشی ماز

۴۴- جسمی به جرم 2 kg را از بالنی که در ارتفاع 10 متری سطح زمین با تندی $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به سمت بالا در حرکت است، رها می کنیم. اگر تا لحظه رسیدن جسم به سطح زمین، 75 درصد از انرژی جنبشی اولیه به انرژی درونی تبدیل شود، تندی جسم در لحظه رسیدن به سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟

$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

۱۸ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

انرژی مکانیکی اولیه جسم برابر است با:

$$\begin{cases} K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = 100\text{ J} \\ U_1 = mgh = 2 \times 10 \times 10 = 200\text{ J} \end{cases} \rightarrow E_1 = U_1 + K_1 = 300\text{ J}$$

75 درصد انرژی جنبشی اولیه، یعنی 75 J از انرژی مکانیکی جسم به انرژی درونی تبدیل می شود، بنابراین انرژی مکانیکی نهایی جسم برابر $E_2 = E_1 - 75 = 225\text{ J}$ خواهد بود و در نتیجه تندی جسم هنگام رسیدن به زمین برابر می شود با:

$$K_2 = 225\text{ J}, K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow 225 = \frac{1}{2} \times 2 \times v^2 \rightarrow v = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

انرژی مکانیکی در حضور نیروهای اتلافی

همان طور که می دانیم، در صورتی که نیروهای غیرپایستار مانند نیروی مقاومت هوا و اصطکاک در مسئله وجود نداشتند، انرژی مکانیکی پایسته می ماند. در این درس نامه می خواهیم ببینیم در حضور این نیروها، انرژی مکانیکی چگونه تغییر خواهد کرد. به نکات زیر توجه کنید.

۱- کار نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا منفی است. این کار باعث کاهش یافتن انرژی مکانیکی جسم می شود؛ به عبارت دیگر:

$$E_2 - E_1 = W_f$$

با توجه به این که علامت کار منفی است، E_2 کوچکتر از E_1 می باشد.

۲- انرژی مکانیکی که جسم از دست می دهد، صرف افزایش انرژی درونی محیط و جسم می شود؛ به عبارت دیگر تغییرات انرژی درونی محیط و جسم برابر $E_1 - E_2$ خواهد بود.

مثال:

جسمی به جرم 20 kg از ارتفاع 1200 متری از سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می شود تا سقوط کند. اگر تا لحظه رسیدن جسم به زمین، انرژی درونی محیط و جسم در مجموع 236 kJ افزایش یابد، تندی جسم هنگام برخورد به زمین چند کیلومتر بر ساعت است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

مطابق نکات فوق، اختلاف انرژی مکانیکی اولیه و نهایی جسم برابر افزایش انرژی درونی محیط و جسم است، بنابراین می توان نوشت:

$$E_1 - E_2 = U_1 + K_1 - (U_2 + K_2)$$

$$\rightarrow 236 \times 10^3 = mgh_1 - \frac{1}{2}mv_2^2$$

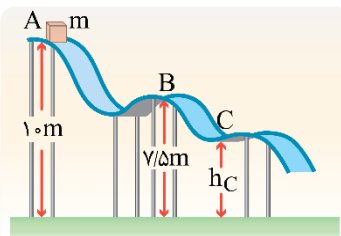
$$\rightarrow 236 \times 10^3 = (20 \times 10 \times 1200) - \frac{1}{2} \times 20 \times v_2^2$$

$$\rightarrow 236 \times 10^3 = 240 \times 10^3 - 10v_2^2$$

$$\rightarrow v_2^2 = 400 \rightarrow v_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

گروه آموزشی ماز

۴۵- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 3 kg از نقطه A با تندی اولیه $10\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ مماس بر سطح پرتاب می شود. اگر تندی جسم در نقطه C، 20% درصد بیش تر از تندی آن در نقطه B باشد، کار نیروی وزن در جابه جایی از نقطه B تا نقطه C چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$) و از اصطکاک بین جسم و سطح صرف نظر کنید.



کنید.

۱۶۵ (۱)

-۱۶۵ (۲)

۱۵۰ (۳)

-۱۵۰ (۴)

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ سریعی؟

با استفاده از قانون پایستگی انرژی مکانیکی بین نقاط A و B می توان نوشت:

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Rightarrow 10 \times 10 + \frac{1}{2} \times (10\sqrt{2})^2 = 10 \times 7.5 + \frac{1}{2} \times v_B^2$$

$$\Rightarrow 100 + 100 = 75 + \frac{1}{2}v_B^2 \Rightarrow v_B = 5\sqrt{10} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

تندی در نقطه C، 20% بیش تر از نقطه B است، بنابراین:

$$v_C = \frac{120}{100} v_B = \frac{120}{100} \times 5\sqrt{10} = 6\sqrt{10} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با استفاده از قانون پایستگی انرژی مکانیکی بین نقاط A و C می توان نوشت:

$$E_A = E_C \Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$\Rightarrow 10 \times 10 + \frac{1}{2} \times (10\sqrt{2})^2 = 10h_C + \frac{1}{2}(6\sqrt{10})^2$$

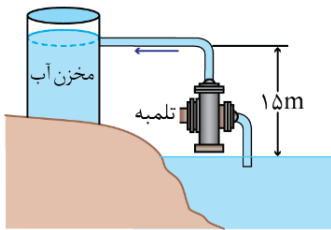
$$\Rightarrow 200 = 10h_C + 180 \Rightarrow h_C = 2m$$

بنابراین در جابه جایی از نقطه B تا نقطه C، جسم پایین آمده است و کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_{mg} = -\Delta U \Rightarrow W_{mg} = -mg(h_C - h_B) = -3 \times 10 \times (2 - 7/5) = 165J$$

گروه آموزشی ماز

۴۶- در شکل زیر، تلمبه با توان ورودی ۲kW در هر دقیقه ۳۰۰ لیتر از آب دریاچه را به ارتفاع ۱۵ متری می برد و با تندی $\frac{10}{9}m/s$ درون مخزن آب می ریزد.



اگر چگالی آب دریاچه $\frac{1}{0.2} \frac{g}{cm^3}$ باشد، بازده این تلمبه چند است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) ۴۹
(۲) ۵۱
(۳) ۴۸
(۴) ۵۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

گام اول:

توان خروجی تلمبه برابر است با:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{mgh + \frac{1}{2}mv^2}{\Delta t} = \frac{(\rho V)gh + \frac{1}{2}(\rho V)v^2}{\Delta t}$$

$$\rightarrow P_{\text{خروجی}} = \frac{(1020 \times 0.3 \times 10 \times 15) + (\frac{1}{2} \times 1020 \times 0.3 \times 10^2)}{60} = 1020 W$$

گام آخر:

بازده تلمبه برابر است با:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{1020}{2000} \times 100 = 51\%$$

توان و بازده

۱- توان یک دستگاه برابر کاری است که آن دستگاه در واحد زمان انجام می دهد.

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

با توجه به نوع دستگاه، این کار می تواند صرف افزایش انرژی پتانسیل گرانشی جسم (مثلاً بالابر) شود، می تواند صرف افزایش انرژی جنبشی جسم (مثلاً موتور خودرو) شود.

۲- ماشین ها معمولاً بخشی از انرژی ورودی به خود را تلف می کنند و فقط بخشی از انرژی ورودی به کار موردنظر ما تبدیل می شود. نسبت کار مفیدی که دستگاه انجام می دهد به کار کل (انرژی ورودی) آن برابر بازده دستگاه است.

$$Ra = \frac{\text{کار مفید}}{\text{کار کل}} \times 100$$

تبدیل به درصد

$$Ra = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} \times 100$$

تبدیل به درصد



مثال:

پمپ آبی با توان 10 kW در هر ساعت، 120000 لیتر آب با چگالی $\frac{gr}{cm^3}$ را به اندازه 8 متر بالا می برد. بازده این پمپ چقدر است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

$$P_{\text{مفید}} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{120000 \times 10 \times 8}{3600} = \frac{8000}{3} \text{ W}$$

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{اسمی}}} = \frac{\frac{8000}{3}}{10000} = \frac{4}{15} = 26.6\%$$

گروه آموزشی ماز

۴۷- جرم اتاقک آسانسوری 660 kg است و باری به جرم 540 kg درون آن قرار دارد. اگر آسانسور با تندی ثابت $\frac{m}{s}$ به اندازه 60 متر بالا برود، توان

متوسط موتور آسانسور چند کیلووات است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

۶/۶ (۴)

۸/۴ (۳)

۸ (۲)

۹/۶ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی:

چون آسانسور با تندی ثابت بالا می رود، نیروی موتور آن دقیقاً هم اندازه مجموع وزن اتاقک و بار درون آن است.

$$F = (m_{\text{اتاقک}} + m_{\text{بار}})g = (660 + 540) \times 10 = 12000 \text{ N}$$

بنابراین توان موتور آسانسور برابر است با:

$$P = Fv \rightarrow P = 12000 \times 0.8 = 9600 \text{ W} = 9.6 \text{ kW}$$



نکته:

اگر یک آسانسور با تندی ثابت v حرکت کند، توان متوسط آن برابر است با:

$$P = Fv$$

در این رابطه، F نیروی موتور آسانسور است.

گروه آموزشی ماز

پایه یازدهم

۴۸- اگر یک باتری با نیروی محرکه 80 ولت و مقاومت درونی 4Ω و ظرفیت 100 آمپر-ساعت را بین نقاط A و B ببندیم، پس از چند ساعت، باتری به طور

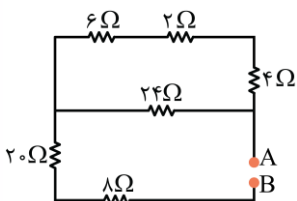
کامل تخلیه می شود؟

۲ (۱)

۴ (۲)

۲۵ (۳)

۵۰ (۴)



(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

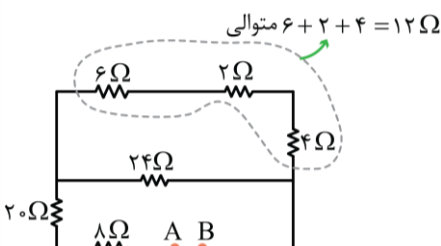
پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی:

گام اول:

ابتدا مقاومت معادل مدار را به دست می آوریم:



در مدار بالا مقاومت های 4Ω ، 2Ω و 4Ω باهم متوالی بوده و حاصل آن ها که برابر 12Ω است با مقاومت 24Ω موازی است؛ بنابراین مقاومت معادل برابر است با:

$$R_{eq} = 8 + 20 + \frac{12 \times 24}{12 + 24} \rightarrow R_{eq} = 36\Omega$$

↓
حاصل مقاومت های موازی 12Ω و 24Ω می

گام دوم:

جریان خروجی از باتری برابر است با:

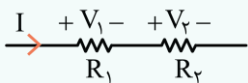
$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{10}{4 + 36} = 2A$$

گام آخر:

ظرفیت باتری $100Ah$ است، یعنی اگر از آن جریان $2A$ بگیریم، به مدت $\frac{100}{2} = 50h$ کار خواهد کرد تا به طور کامل تخلیه شود.

مقاومت معادل

۱- هنگامی که دو مقاومت بدون هیچ انشعابی با یک سیم به هم بسته شده باشند، به اتصال آن ها سری یا متوالی می گوییم. در مقاومت های متوالی روابط زیر برقرار است.

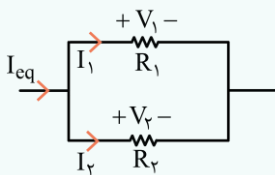


$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$I_{eq} = I_1 = I_2$$

$$V_{eq} = V_1 + V_2$$

۲- هنگامی که دو سر دو مقاومت با سیم رسانا به هم متصل باشند، این دو مقاومت به صورت موازی به هم متصل شده اند. در مقاومت های موازی روابط زیر برقرار است.

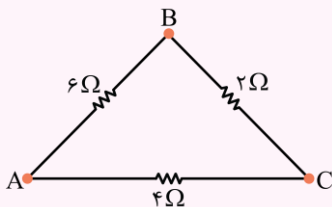


$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_{eq} = I_1 + I_2$$

$$V_{eq} = V_1 = V_2$$

۳- مقاومت معادل بین دو نقطه A و B به این معنی است که یک سیم به نقطه A وارد شده است و یک سیم از نقطه B خارج شده است. به مثال زیر توجه کنید.

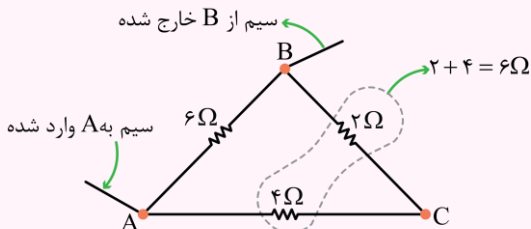


مثال:

در شکل مقابل مقاومت معادل بین نقاط A و B و مقاومت معادل بین نقاط A و C را محاسبه کنید.

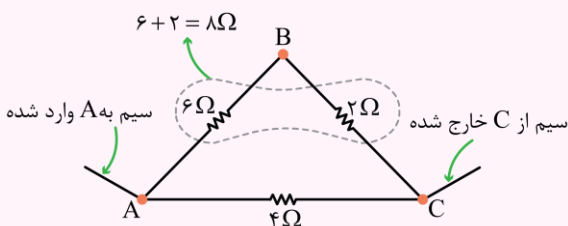
پاسخ:

حالت اول: ابتدا مقاومت معادل بین نقاط A و B را محاسبه می کنیم. در این حالت مقاومت های 2Ω و 4Ω باهم متوالی هستند و حاصل آن ها با مقاومت 6Ω موازی است؛ بنابراین داریم:



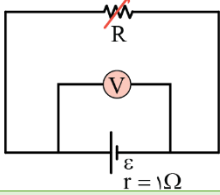
$$R_{AB} = \frac{6 \times 6}{6 + 6} = \frac{36}{12} = 3\Omega$$

حالت دوم: مقاومت معادل بین نقاط A و C را محاسبه می کنیم. در این حالت مقاومت های 2Ω و 6Ω متوالی هستند و حاصل آن ها با مقاومت 4Ω موازی است.



$$R_{AC} = \frac{8 \times 4}{8 + 4} = \frac{32}{12} = \frac{8}{3}\Omega$$

۴۹- در مدار زیر اگر مقاومت رئوستا را 3Ω کاهش دهیم، عددی که ولت سنج آرمانی نشان می دهد $\frac{22}{35}$ برابر می شود. مقاومت اولیه رئوستا چند اهم است؟



۳ (۱)

۶ (۲)

۵ (۳)

۷ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

در مدار با یک باتری و یک مقاومت داریم:

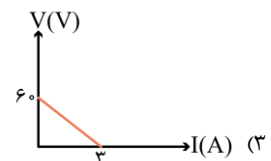
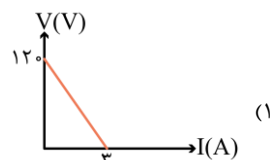
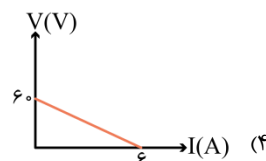
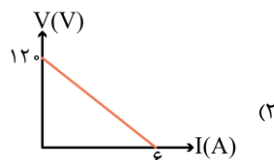
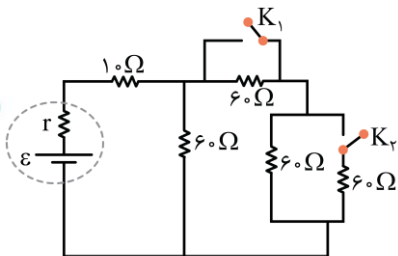
$$\begin{cases} I = \frac{\varepsilon}{R+r} & (1) \\ V = RI & (2) \end{cases} \xrightarrow{(1), (2)} V = \frac{R\varepsilon}{R+r}$$

با توجه به رابطه فوق و شرط داده شده در صورت سؤال داریم:

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{22}{35} V_1 \rightarrow \frac{(R-3)\varepsilon}{R-3+1} = \frac{22}{35} \frac{R\varepsilon}{R+1} \\ \rightarrow \frac{R-3}{R-2} &= \frac{22R}{35(R+1)} \rightarrow 35(R^2 - 2R - 3) = 22(R^2 - 2R) \\ \rightarrow 35R^2 - 70R - 105 &= 22R^2 - 44R \\ \rightarrow 13R^2 - 26R - 105 &= 0 \rightarrow R^2 - 2R - 35 = 0 \\ \rightarrow (R-7)(R+5) &= 0 \rightarrow R = 7\Omega \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۵۰- در مدار زیر، اگر فقط کلید K_1 بسته شود، جریان خروجی از باتری ۲۰ درصد افزایش می یابد و اگر هر دو کلید بسته شوند، جریان خروجی از باتری $0.5A$ نسبت به حالت اولیه افزایش می یابد. نمودار ولتاژ-جریان این باتری در کدام گزینه به درستی آمده است؟



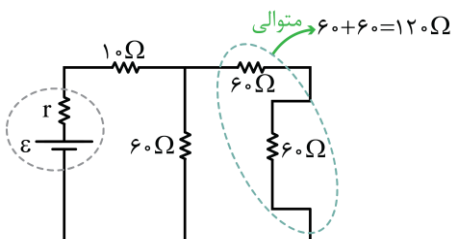
(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

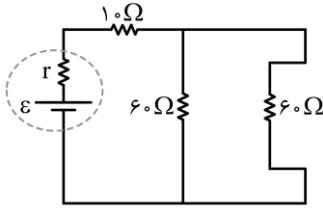
ابتدا مقاومت معادل مدار را در سه حالت زیر به دست می آوریم:

۱- هر دو کلید باز باشند:



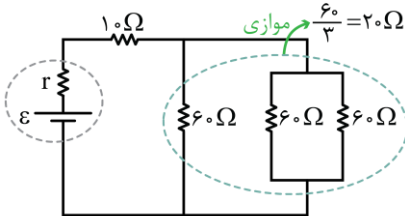
$$R_{eq} = 10 + \frac{60 \times 120}{60 + 120} = 10 + 40 = 50\Omega$$

۲- فقط کلید K_1 بسته باشد: در این حالت مقاومت 60Ω در بالای مدار اتصال کوتاه می شود:



$$R'_{eq} = 10 + \frac{60}{2} = 10 + 30 = 40\Omega$$

۳- هر دو کلید بسته باشند:



$$R''_{eq} = 10 + 20 = 30\Omega$$

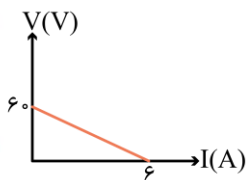
طبق صورت سؤال، در حالت دوم، جریان ۲۰ درصد بیش تر از حالت اول است؛ بنابراین می توان نوشت:

$$\begin{cases} I' = \frac{\varepsilon}{r + R'_{eq}} \\ I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} \end{cases} \rightarrow \frac{I'}{I} = \frac{r + R_{eq}}{r + R'_{eq}} \rightarrow \frac{120}{100} = \frac{r + 40}{r + 30} \rightarrow r = 10\Omega$$

در حالت سوم، جریان $0.5A$ بیش تر از حالت اول است؛ بنابراین می توان نوشت:

$$I'' - I = 0.5A \rightarrow \frac{\varepsilon}{r + R''_{eq}} - \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = 0.5 \rightarrow \frac{\varepsilon}{10 + 30} - \frac{\varepsilon}{10 + 40} = 0.5 \rightarrow \frac{\varepsilon}{40} - \frac{\varepsilon}{50} = 0.5 \rightarrow \frac{\varepsilon}{200} = 0.5 \rightarrow \varepsilon = 100V$$

بنابراین نیروی محرکه باتری $60V$ و مقاومت درونی آن 10Ω است، پس نمودار ولتاژ-جریان آن خطی با عرض از مبدأ $60V$ و شیب -10 می باشد.



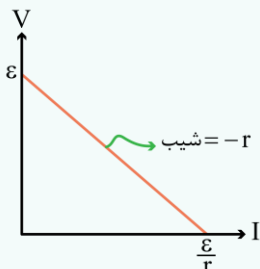
ولتاژ باتری

۱- معادله ولتاژ-جریان یک باتری (مولد) به صورت زیر است:

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI$$

در رابطه فوق، ε برابر نیروی محرکه باتری و r برابر مقاومت درونی آن است.

۲- مطابق رابطه $V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI$ ، نمودار ولتاژ-جریان یک باتری (مولد) مطابق شکل زیر است.



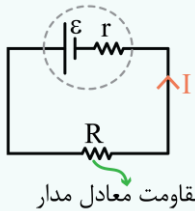
۳- در مورد نمودار ولتاژ-جریان باتری به نکات زیر توجه کنید:

الف: بیشینه ولتاژ باتری (مولد) برابر نیروی محرکه آن است.

ب: اندازه شیب نمودار برابر مقاومت درونی باتری است.

پ: عرض از مبدأ نمودار برابر ε و طول از مبدأ آن برابر $\frac{\varepsilon}{r}$ است.

ت: بیشینه جریان خروجی از باتری برابر $\frac{\varepsilon}{r}$ است که به آن، جریان اتصال کوتاه باتری می گوئیم.



$$I = \frac{\varepsilon}{r + R}$$

$$rI = r \times \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{\varepsilon r}{r + R}$$

افت پتانسیل در باتری

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI = \varepsilon - r \times \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{\varepsilon R}{r + R}$$

۴- همان طور که یاد گرفتیم، می توان مقاومت های مدار را ساده کرد و همه آنها را به یک مقاومت معادل تبدیل کرد؛ بنابراین در مدارهایی که دارای یک باتری هستند، همواره می توانیم مدار را به شکل مقابل ساده کنیم. این مدار یک مدار ساده تک حلقه است.

در مورد مدار تک حلقه به نکات زیر توجه کنید:
الف: جریان خروجی از باتری برابر است با:

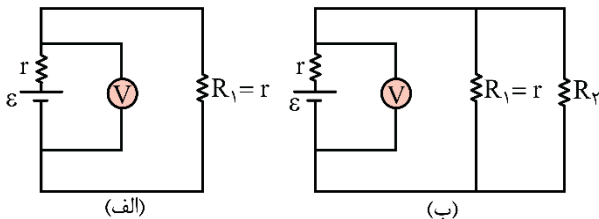
ب: افت پتانسیل در باتری برابر است با:

پ: ولتاژ دو سر باتری برابر است با:

ت: ولتاژ دو سر باتری با ولتاژ دو سر مقاومت معادل R برابر است و ولتاژ هر دو برابر $\frac{\varepsilon R}{r + R}$ می باشد.

گروه آموزشی ماز

۵۱- در مدارهای (الف) و (ب) شکل زیر، نیروی محرکه باتری ها، یکسان است. در صورتی که ولت سنج های آرمانی هر دو مدار، تقریباً عددی یکسانی را



نشان دهند، حاصل $k = \frac{R_2}{R_1}$ کدام است؟

۱) $k = 0$

۲) $k = 1$

۳) $k \gg 1$

۴) $k \ll 1$

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

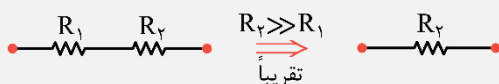


با توجه به این که ولت سنج در هر دو حالت تقریباً مقدار برابری را نشان می دهد، می توان گفت مقاومت معادل مدار در دو حالت، تقریباً یکسان است. با توجه به نکته ارائه شده، $R_2 \gg R_1$ است تا مقاومت معادل آنها تقریباً برابر R_1 شود.

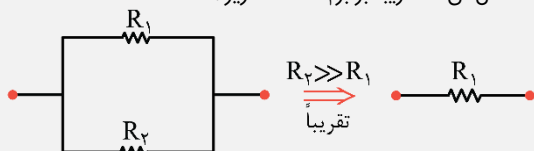
$$R_2 \gg R_1 \rightarrow k = \frac{R_2}{R_1} \gg 1$$



۱- اگر دو مقاومت R_1 و R_2 به طور متوالی به هم بسته شوند به طوری که $R_2 \gg R_1$ باشد، مقاومت معادل آنها تقریباً برابر R_1 است، زیرا می توان از R_1 در مقایسه با R_2 صرف نظر کرد.



۲- اگر دو مقاومت R_1 و R_2 به طور موازی به هم بسته شوند به طوری که $R_2 \gg R_1$ باشد، مقاومت معادل آنها تقریباً برابر R_1 است، زیرا:

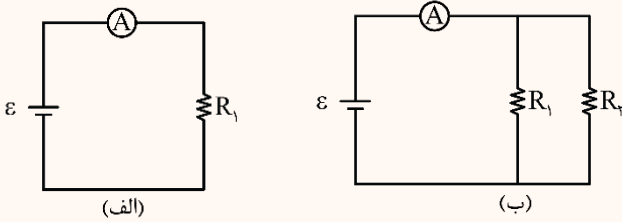


$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow R_{eq} = R_1$$

چون R_2 بزرگ است، از این قسمت صرف نظر می کنیم

کنکور مجدد تجربی ۱۴۰۱

در مدارهای (الف) و (ب) شکل زیر، نیروی محرکه باتری های آرمانی، یکسان است. در صورتی که آمپرسنج های آرمانی هردو مدار، تقریباً عددهای یکسانی را نشان دهند، کدام مورد، صحیح است؟ (R_1 در هردو مدار یکسان است).



۱) $R_2 = 0$

۲) $R_2 = R_1$

۳) $R_1 \gg R_2$

۴) $R_2 \gg R_1$

پاسخ: گزینه ۴

در هر دو مدار، آمپرسنج جریان خروجی از باتری را نشان می دهد. در نتیجه برای آن که آمپرسنج ها عدد یکسانی را نشان دهند، باید مقاومت معادل دو مدار نیز برابر باشد، پس باید $R_2 = \infty$ باشد.

مدار (الف): $R_{eq} = R_1$

مدار (ب): $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{\infty} = \frac{1}{R_1} \Rightarrow R_{eq} = R_1$

گروه آموزشی ماز

۵۲- اگر از یک باتری، جریان های ۲A یا ۳A خارج شود، توان خروجی از آن یکسان است. اگر یک مقاومت که اندازه آن ۴ برابر مقاومت درونی باتری است را به آن وصل کنیم، جریان خروجی از باتری چند آمپر می شود؟

۴) ۲/۵

۳) ۲

۲) ۱

۱) ۰/۵

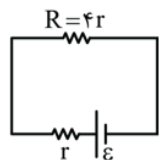
(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



مطابق نکته درس نامه زیر می توان نوشت:

$$I_1 + I_2 = \frac{\varepsilon}{r} \rightarrow 2 + 3 = \frac{\varepsilon}{r} \rightarrow \varepsilon = 5r$$

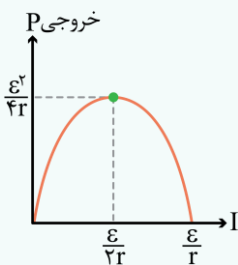


$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{\varepsilon = 5r}{R = 4r} \rightarrow I = \frac{5r}{r + 4r} = 1A$$

حال فرض کنید مقاومت $R = 4r$ را به این باتری وصل کنیم. جریان مدار برابر می شود با:

نمودار توان - جریان باتری و ویژگی های آن

۱- نمودار توان خروجی از یک باتری بر حسب جریان عبوری از آن، به صورت یک سهمی است و توصیه می شود این نمودار را هم به خاطر بسپارید.



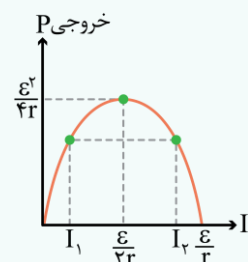
$$P = \varepsilon I - rI^2$$

$$\rightarrow \text{رأس سهمی} : \begin{cases} I = \frac{\varepsilon}{2r} \\ P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} \end{cases}$$

۲- همان طور که در نمودار بالا می بینید، توان خروجی از یک باتری زمانی بیشینه می شود که جریان آن برابر $\frac{\varepsilon}{2r}$ باشد. مقدار این توان بیشینه برابر $P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$ است.

۳- با توجه به تقارن سهمی حول رأس آن، اگر به ازای دو جریان مختلف، توان خروجی از باتری یکسان باشد،

می توان نتیجه گرفت که مجموع این دو جریان برابر $\frac{\varepsilon}{r}$ است. به شکل زیر دقت کنید:

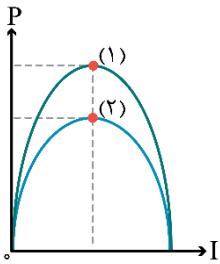


$$\frac{\varepsilon}{2r} = (I_2 \text{ و } I_1 \text{ میانگین}) = \frac{I_1 + I_2}{2}$$

$$\rightarrow I_1 + I_2 = \frac{\varepsilon}{r}$$

گروه آموزشی ماز

۵۳- نمودار توان خروجی از دو باتری بر حسب جریان خروجی از آن مطابق شکل است. اگر نیروی محرکه باتری ها برابر $\mathcal{E}_1$ و $\mathcal{E}_2$ و مقاومت درونی آن ها برابر r_1 و r_2 باشد، کدام مقایسه صحیح است؟



(۱) $r_1 > r_2$ و $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$

(۲) $r_1 = r_2$ و $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$

(۳) $r_1 > r_2$ و $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$

(۴) $r_1 = r_2$ و $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$

(متوسط - نموداری - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ شریقی:

با توجه به درس نامه سؤال قبل داریم:

(۱) $\frac{\mathcal{E}_1}{r_1} = \frac{\mathcal{E}_2}{r_2} \rightarrow \frac{\mathcal{E}_1}{r_1} = \frac{\mathcal{E}_2}{r_2}$:جریان در رأس سهمی برابر است.

توان در رأس سهمی برای باتری (۱) بزرگتر است. $\frac{\mathcal{E}_1^2}{4r_1} > \frac{\mathcal{E}_2^2}{4r_2} \rightarrow \frac{\mathcal{E}_1^2}{r_1} > \frac{\mathcal{E}_2^2}{r_2}$

رابطه (۱) $\rightarrow \mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2 \rightarrow r_1 > r_2$

گروه آموزشی ماز

۵۴- چه تعداد از عبارات زیر در مورد مدار مقابل صحیح است؟

الف: با افزایش مقاومت R_1 ، عدد ولتسنج افزایش می یابد.

ب: با بستن کلید K، نور لامپ کاهش می یابد.

پ: اگر جای ولتسنج و آمپرسنج عوض شود، نور لامپ افزایش می یابد.

(۲)

(۱) صفر

(۴)

(۳)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ شریقی:

بررسی موارد:

الف: با افزایش مقاومت R_1 ، مقاومت معادل مدار زیاد می شود و جریان مدار کاهش می یابد. ولتسنج ولتاژ دو سر مقاومت R_3 را نشان می دهد که طبق قانون اهم، با جریان آن متناسب است؛ بنابراین با کاهش جریان مدار، عدد ولتسنج نیز کاهش می یابد. (*)

ب: با بستن کلید K، مقاومت R_2 با لامپ موازی می شود و باعث کاهش مقاومت معادل مدار می شود و در نتیجه جریان مدار افزایش می یابد. برای بررسی نور لامپ، از ولتاژ باتری کمک می گیریم. (✓)

$V_{\text{باتری}} = \mathcal{E} - rI \xrightarrow{I \uparrow} V_{\text{باتری}} \downarrow$

$V_{\text{باتری}} = V_{R_1} + V_{\text{لامپ}} + V_{R_3} = R_1 I + V_{\text{لامپ}} + R_3 I \xrightarrow{I \uparrow} V_{\text{لامپ}} \downarrow$

بنابراین نور لامپ کاهش می یابد.

پ: اگر جای ولتسنج و آمپرسنج عوض شود، ولتسنج در شاخه اصلی مدار قرار می گیرد و باعث می شود جریان مدار قطع شود؛ بنابراین لامپ خاموش می شود. (*)

بررسی تغییر در مدارهای الکتریکی

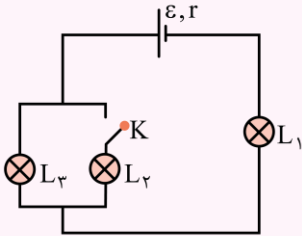
در این درس نامه به بررسی سؤالاتی می پردازیم که در آن ها مقدار یک مقاومت تغییر می کند یا کلیدی باز یا بسته می شود و اثر این تغییرات بر مقادیر ولتسنج ها، آمپرسنج ها و یا نور لامپ ها از ما پرسیده می شود. برای حل این نوع از سؤالات می توانیم گام های زیر را طی کنیم.

- ۱- تعیین می‌کنیم مقاومت معادل مدار چگونه تغییر کرده است.
- ۲- با توجه به نتیجه گام قبل، تعیین می‌کنیم جریان خروجی از باتری چگونه تغییر می‌کند.
- ۳- با مشخص شدن تغییرات جریان باتری، تغییر نور برخی از لامپ‌ها و یا تغییرات اعداد برخی از ولت‌سنج‌ها و آمپرسنج‌های مدار مشخص می‌شود. برای تعیین تغییرات نور لامپ‌های دیگر و مقادیر سایر ولت‌سنج‌ها و آمپرسنج‌ها ولتاژ باتری را بررسی می‌کنیم.



مثال:

در مدار مقابل با بستن کلید K، نور لامپ‌های L_1 و L_3 چگونه تغییر می‌کند؟



پاسخ:

برای حل این سؤال گام‌های زیر را طی می‌کنیم.

گام ۱: با بستن کلید K، دو لامپ باهم موازی می‌شوند و در نتیجه مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.

گام ۲: با کاهش مقاومت معادل مدار، جریان خروجی از باتری زیاد می‌شود. چون جریان باتری به‌طور کامل از لامپ L_1 می‌گذرد، با افزایش جریان، نور L_1 هم زیاد می‌شود.

گام ۳: جریان کل مدار زیاد شده است، ولی این جریان با بسته شدن کلید باید بین دو لامپ L_2 و L_3 تقسیم شود؛ بنابراین با کمک جریان نمی‌توانیم تغییرات نور لامپ L_3 را بررسی کنیم. برای این کار از تغییرات ولتاژ باتری در مدار کمک می‌گیریم.

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI \quad \uparrow \Rightarrow V_{\text{باتری}} \downarrow$$

$$\downarrow V_{\text{باتری}} = \uparrow V_{L_1} + V_{L_3} \Rightarrow V_{L_3} \downarrow$$

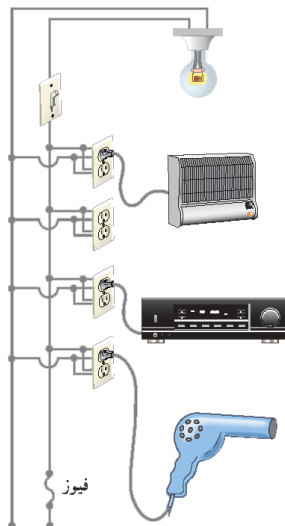
بنابراین نور لامپ L_3 با کاهش ولتاژ آن کم شده است. راه‌حل این مثال را می‌توان به‌صورت زیر خلاصه کرد:

$$K \text{ بستن} \Rightarrow R_{eq} \downarrow \Rightarrow I_t \uparrow \Rightarrow L_1 \text{ پرنورتر}$$

$$I_t \uparrow \Rightarrow V_{\text{باتری}} \downarrow \Rightarrow V_{L_3} \downarrow \Rightarrow L_3 \text{ کم‌نورتر}$$

گروه آموزشی ماز

۵۵- یک لامپ رشته‌ای $110W$ ، یک بخاری برقی $2200W$ ، یک دستگاه پخش صوت $220W$ و یک سشوار $2420W$ مطابق شکل به پریزهای یک مدار سیم‌کشی خانگی $220V$ وصل شده است. فیوز استفاده‌شده در مدار $10A$ است. اگر هر چهار وسیله هم‌زمان روشن شوند، فیوز و اگر فقط سشوار و دستگاه پخش صوت باهم روشن شوند، فیوز



(۱) می‌پرد - می‌پرد

(۲) نمی‌پرد - نمی‌پرد

(۳) نمی‌پرد - می‌پرد

(۴) می‌پرد - نمی‌پرد



جریان هر یک از وسیله‌ها را به دست می‌آوریم:

$$P = VI \rightarrow \begin{cases} ۱۱۰ = ۲۲ \cdot I \rightarrow I = ۵A \\ ۲۲۰ = ۲۲ \cdot I \rightarrow I = ۱۰A \\ ۲۲۰ = ۲۲ \cdot I \rightarrow I = ۱۰A \\ ۲۴۲۰ = ۲۲ \cdot I \rightarrow I = ۱۱A \end{cases}$$

در هر دو حالت ذکر شده در سؤال، مجموع جریان وسایل بیش از ۱۰A است، بنابراین فیوز در هر دو حالت می‌پرد.



هرگاه جریان گذرنده از یک مقاومت برابر I و اختلاف پتانسیل دو سر آن V باشد، توان مصرفی در مقاومت برابر است با:

$$P = VI = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$



مجموع توان مصرفی در تعدادی مقاومت که به شکل دلخواه به یکدیگر متصل شده‌اند برابر توان مصرفی در مقاومت معادل آن‌ها می‌باشد.



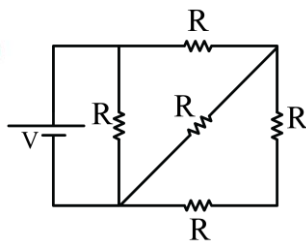
فیوز قطعه‌ای است که بیش‌ترین جریان عبوری از مدار به آن بستگی دارد. به عنوان مثال، اگر فیوز ۱۰ آمپری باشد، به این معنی است که اگر جریان کل مدار بیش‌تر از ۱۰ آمپر شود، فیوز اصطلاحاً می‌پرد و باعث قطع جریان مدار می‌شود.



اگر تمام مصرف‌کننده‌های مدار، موازی باشند، جریان کل برابر با جمع جریان عبوری از تکتک آن‌هاست، از طرفی سیم‌کشی منازل، خودروها و امثال آن‌ها، به صورت موازی انجام می‌شود، پس در مورد وسایل خانگی، اولاً همه وسایل با ولتاژ برق شهر (معمولاً ۲۲۰V) کار می‌کنند، یعنی موازی‌اند، دوماً جریان عبوری از فیوز، برابر با جمع جریان تکتک وسایل است.

گروه آموزشی ماز

۵۶- در مدار شکل زیر حداکثر توان قابل تحمل توسط هر یک از مقاومت‌ها ۳۰W است. حداکثر توان مصرف‌شده در مقاومت‌ها بدون آن که مقاومتی آسیب ببیند چند وات است؟

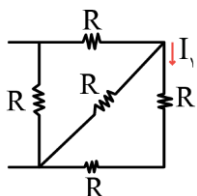


۱۸ (۱)

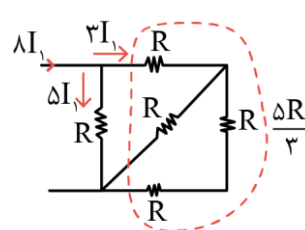
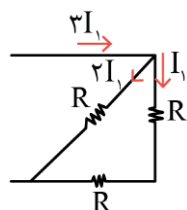
۴۸ (۲)

۵۰ (۳)

۸۰ (۴)



ابتدا باید فهمید که کدام مقاومت بیش‌ترین توان را دارد و آن را برابر ۳۰W قرار دهیم چون اگر به اشتباه توان مقاومت دیگری را ۳۰W انتخاب کنیم مقاومت دارای توان حداکثر خواهد سوخت. برای پیدا کردن مقاومتی که بیش‌ترین توان را دارد می‌توان از جریان استفاده کرد. بدین ترتیب که جریان جزئی‌ترین شاخه‌ای که مقاومت بیش‌تری را دارد I1 در نظر بگیریم حال مابقی جریان‌ها را بر حسب I1 به دست می‌آوریم.



پس مقاومتی که جریان $5I_1$ دارد بیشترین توان را نیز دارد:

$$P = R \times 25I_1^2 = 30W$$

$$RI_1^2 = \frac{30}{25} = \frac{6}{5}$$

حال توان کل را به دست می آوریم:

$$P_{\text{کل}} = R_{\text{کل}} I_{\text{کل}}^2 = \frac{5}{8} R \times 64I_1^2 = 40RI_1^2 = 40 \times \frac{6}{5} = 48W$$

مقایسه توان مقاومت ها



۱- برای مقایسه توان مصرفی در مقاومت های یک مدار، ابتدا جریان آن ها را باهم مقایسه می کنیم. در مقایسه جریان ها به نکات زیر توجه می کنیم:

الف: جریان مقاومت های متوالی باهم برابر است.

ب: جریان مقاومت های موازی با اندازه مقاومت رابطه عکس دارد.

پ: برای مقایسه جریان ها، جریان یکی از شاخه های مدار را برابر x در نظر می گیریم و جریان سایر قسمت ها را برحسب x به دست می آوریم.

۲- پس از مقایسه جریان ها، می توانیم به راحتی و با استفاده از رابطه $P = RI^2$ ، توان مقاومت ها را با یکدیگر مقایسه کنیم.

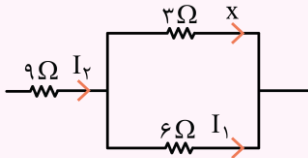
$$P = RI^2 \rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_2}{R_1} \times \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2$$

برای آن که نکته بالا واضح تر شود، بهتر است قبل از این که به حل این تست بپردازیم، چند تمرین زیر را حل کنیم.

تمرین:



در مدار مقابل، اگر جریان مقاومت 3Ω برابر x باشد، جریان سایر مقاومت ها را برحسب x به دست آورید.



پاسخ:

همان طور که یاد گرفتید در مقاومت های موازی، جریان با اندازه مقاومت رابطه عکس دارد؛ بنابراین می توان نوشت:

$$\frac{\text{جریان مقاومت } 6\Omega}{\text{جریان مقاومت } 3\Omega} = \frac{3}{6} \rightarrow \frac{I_1}{x} = \frac{3}{6} \rightarrow I_1 = \frac{x}{2}$$

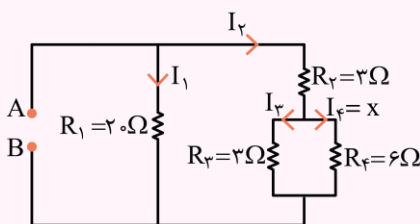
همچنین جریان مقاومت 9Ω برابر مجموع جریان های مقاومت های 3Ω و 6Ω است؛ بنابراین داریم:

$$I_2 = x + \frac{x}{2} = \frac{3x}{2}$$

تمرین:



در مدار مقابل، اگر جریان مقاومت 6Ω برابر x باشد، جریان سایر مقاومت ها را برحسب x به دست آورید.



پاسخ:

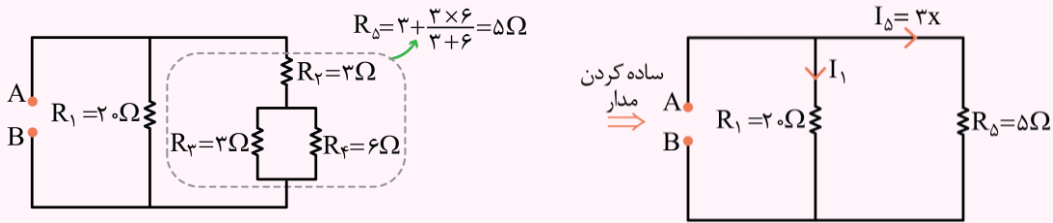
مقاومت های R_3 و R_4 باهم موازی هستند؛ بنابراین داریم:

$$\frac{I_3}{I_4} = \frac{R_4}{R_3} \rightarrow \frac{I_3}{x} = \frac{6}{3} \rightarrow I_3 = 2x$$

جریان I_2 برابر مجموع I_3 و I_4 است؛ بنابراین می توان نوشت:

$$I_2 = I_3 + I_4 = 2x + x = 3x$$

برای به دست آوردن جریان I_1 ، ابتدا سمت راست مدار را ساده می‌کنیم. مقاومت‌های R_3 و R_4 موازی هستند و حاصل آن‌ها با R_2 متوالی است؛ بنابراین داریم:



در نهایت چون مقاومت‌های R_1 و $R_Δ$ موازی هستند، می‌توانیم جریان I_1 را هم بر حسب x به دست آوریم.

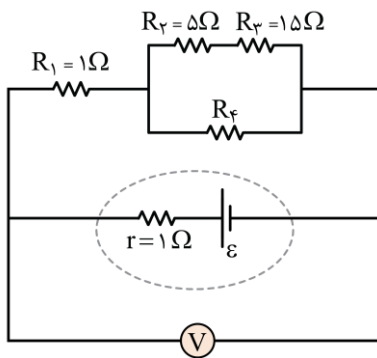
$$\frac{I_1}{I_Δ} = \frac{R_Δ}{R_1} \rightarrow \frac{I_1}{3x} = \frac{5}{20} \rightarrow I_1 = \frac{3}{4}x$$

گروه آموزشی ماز

۵۷- در مدار زیر، توان مصرفی مقاومت R_3 ، $\frac{3}{5}$ برابر توان مصرفی مقاومت R_1 است. اگر ولت‌سنج آرمانی 20 ولت را نشان دهد، نیروی محرکه باتری چند

ولت است؟

- ۲۰ (۱)
- ۲۲ (۲)
- ۲۴ (۳)
- ۳۰ (۴)



(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

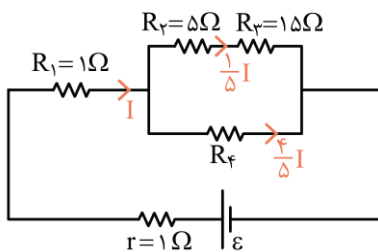
پاسخ تشریحی:

گام اول:

توان مقاومت R_3 ، $\frac{3}{5}$ برابر توان مقاومت R_1 است؛ بنابراین:

$$P = RI^2 \rightarrow \frac{P_3}{P_1} = \frac{R_3}{R_1} \times \left(\frac{I_3}{I_1}\right)^2 \rightarrow \frac{3}{5} = \frac{15}{1} \times \left(\frac{I_3}{I_1}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{I_3}{I_1}\right)^2 = \frac{1}{25} \rightarrow \frac{I_3}{I_1} = \frac{1}{5}$$

بنابراین اگر جریان شاخه اصلی مدار I باشد، $\frac{1}{5}I$ از شاخه بالا و $\frac{4}{5}I$ از شاخه پایین می‌گذرد.



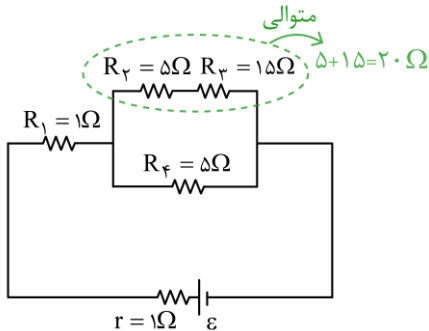
گام دوم:

ولتاژ مقاومت‌های موازی باهم برابر است؛ بنابراین:

$$(R_2 + R_3) \times \frac{1}{5}I = R_4 \times \frac{4}{5}I \rightarrow 20 \times \frac{1}{5}I = R_4 \times \frac{4}{5}I \rightarrow R_4 = 5\Omega$$

گام سوم:

حال که اندازه مقاومت R_4 را می دانیم، می توانیم مقاومت معادل مدار را به دست آوریم:



$$R_{eq} = 1 + \frac{20 \times 5}{20 + 5} = 1 + 4 = 5\Omega$$

گام آخر:

ولتاژ ولت سنج که همان ولتاژ دو سر باتری است برابر است با:

$$V = \frac{R_{eq}}{R_{eq} + r} \varepsilon \rightarrow 20 = \frac{5}{5 + 1} \varepsilon \rightarrow \varepsilon = 24V$$

گروه آموزشی ماز

- ۵۸- بهای برق مصرفی یک واحد مسکونی در یک ماه در صورتی که میانگین جریان عبوری از کنتور برق در یک شبانه روز $\frac{100}{11} A$ باشد، چند ریال است؟ (ولتاژ برق شهری ۲۲۰ ولت و بهای برق مصرفی به ازای هر کیلووات ساعت برابر با ۲۰۰ ریال فرض شود).
- (۱) ۱۴۴۰۰۰ (۲) ۲۸۸۰۰۰ (۳) ۴۳۲۰۰۰ (۴) ۵۷۶۰۰۰

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی:

به کمک رابطه $U = VIt$ انرژی مصرفی در یک ماه را برحسب kWh به دست می آوریم:

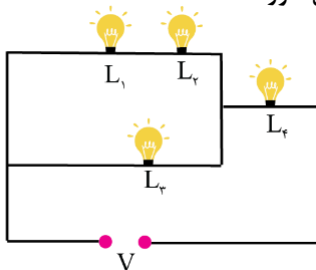
$$U = VIt \Rightarrow U = (220 \times \frac{100}{11} \times 10^{-3} kW) \times (30 \times 24h) = 1440 kWh$$

سپس با داشتن بهای هر kWh، بهای برق مصرفی در یک ماه را به دست می آوریم:

$$\text{ریال} = 288000 = 1440 kWh \times \frac{200 \text{ ریال}}{1 kWh}$$

گروه آموزشی ماز

- ۵۹- در شکل زیر، لامپ‌ها مشابه هستند و دو سر لامپ‌ها به ولتاژ ثابت وصل شده‌اند. اگر لامپ L_1 بسوزد، در این صورت:

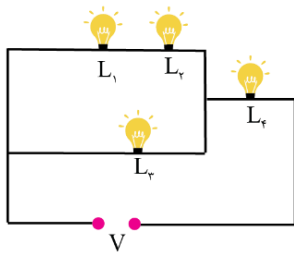


- (۱) نور لامپ‌های L_2 و L_3 هر دو زیاد می شود.
- (۲) نور لامپ L_2 زیاد شده و نور لامپ L_3 کاهش می یابد.
- (۳) نور لامپ L_4 زیاد شده و نور لامپ L_3 کاهش می یابد.
- (۴) نور لامپ L_3 زیاد شده و نور لامپ L_4 کاهش می یابد.

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:



$$V_T = V_{L_3} + V_{L_2}$$

در اینجا دو لامپ L_1 و L_2 متوالی اند، وقتی لامپ L_1 بسوزد جریان در لامپ L_2 نیز قطع می شود و این لامپ نیز خاموش می شود.

با بسته شدن مسیر لامپ L_1 مقاومت معادل مدار افزایش یافته و در نتیجه شدت جریان کل مدار کاهش می یابد. جریانی که از لامپ L_4 می گذرد همان جریان کل است؛ بنابراین نور لامپ L_4 کاهش می یابد. با سوختن لامپ L_1 فقط دو لامپ L_3 و L_4 به طور متوالی قرار خواهند داشت. با کاهش جریان در لامپ L_4 اختلاف پتانسیل دو سر این لامپ کاهش یافته است. با توجه به متوالی بودن دو لامپ L_3 و L_4 می توان گفت:

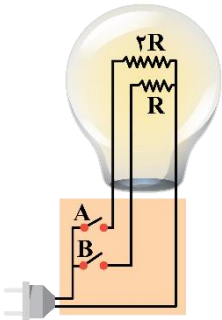
با کاهش V_{L_4} و ثابت بودن V_T می توان نتیجه گرفت که V_{L_3} افزایش می یابد و در نتیجه نور لامپ L_3 زیاد می شود.

نکته:

هرگاه چند وسیله الکتریکی متوالی باشند و یکی از آن ها بسوزد و جریان در آن قطع شود، جریان در تمامی آن وسایل متوالی قطع می شود.

گروه آموزشی ماز

۶۰- لامپ زیر با توجه به باز یا بسته بودن کلیدهای A و B، می تواند سه توان مختلف را مصرف کند. بیشینه توان مصرفی لامپ چند برابر کمینه توان مصرفی آن است؟



۳ (۱)

۲ (۲)

۶ (۳)

۴ (۴)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

کمترین توان به ازای بیشترین مقاومت لامپ مصرف می شود و بیشترین توان به ازای کمترین مقاومت لامپ مصرف می شود.

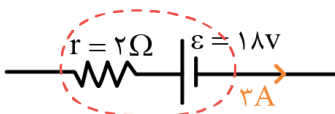
$$R_{\min} = \frac{R \times 2R}{R + 2R} = \frac{2}{3}R \quad \text{هر دو کلید بسته باشند} \rightarrow \text{کمترین مقاومت لامپ}$$

$$R_{\max} = 2R \quad \text{فقط کلید A بسته باشد} \rightarrow \text{بیشترین مقاومت لامپ}$$

$$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow \begin{cases} P_{\max} = \frac{V^2}{R_{\min}} \\ P_{\min} = \frac{V^2}{R_{\max}} \end{cases} \rightarrow \frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{R_{\max}}{R_{\min}} = \frac{2R}{\frac{2}{3}R} = 3$$

گروه آموزشی ماز

۶۱- شکل زیر، قسمتی از یک مدار الکتریکی را نشان می دهد. توان ورودی باتری چند وات است؟



۱۸ (۱)

۳۶ (۲)

۵۴ (۳)

۷۲ (۴)

پاسخ تشریحی:

باتری تست از نوع ضد محرکه می باشد پس ولتاژ آن برابر $V = \varepsilon + rI$ است و توان مصرفی آن برابر است با:

$$r = 2\Omega$$

$$\varepsilon = 18V$$

$$I = 3A$$

$$P = VI = (\varepsilon + rI)I$$

$$P = (18 + 2 \times 3) \times 3 = 24 \times 3 = 72W$$

نکته:

۱- در مدارهای چند باتری، اگر جریان از سر مثبت یک باتری خارج شود، این باتری در نقش مولد محرکه است و وظیفه رساندن انرژی به سایر اجزای مدار را برعهده دارد. ولتاژ این باتری و توان خروجی از آن برابر است با:

$$V = \varepsilon - rI$$

$$P_{\text{خروجی}} = VI = (\varepsilon - rI)I = \varepsilon I - rI^2$$

با ضرب کردن توان خروجی از باتری در زمان، می توانیم انرژی ای که باتری به مدار تحویل می دهد را هم محاسبه کنیم.

۲- در مدارهای چند باتری، اگر جریان از سر منفی یک باتری خارج شود، این باتری در نقش مصرف کننده است و مانند مقاومت های مدار، انرژی را مصرف می کند. ولتاژ این باتری و توان مصرفی از آن برابر است با:

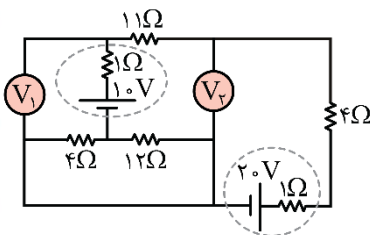
$$V = \varepsilon + rI$$

$$P_{\text{مصرفی}} = VI = (\varepsilon + rI)I = \varepsilon I + rI^2$$

با ضرب کردن توان مصرفی باتری در زمان، می توانیم انرژی ای که باتری مصرف می کند را هم محاسبه کنیم.

گروه آموزشی ماز

۶۲- در مدار زیر، ولتسنج های آرمانی (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ چند ولت را اندازه می گیرند؟



(۱) ۱۲ و ۱۸/۵

(۲) ۱۲/۵ و ۱۸/۵

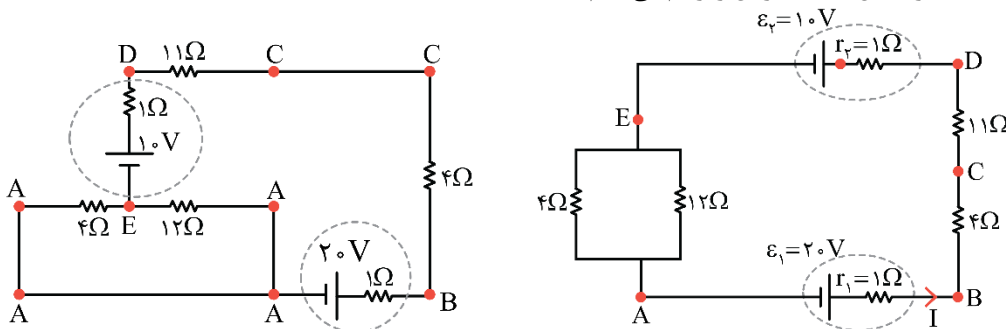
(۳) ۱۲ و ۱۷/۵

(۴) ۱۲/۵ و ۱۷/۵

پاسخ تشریحی:

گام اول:

با باز کردن شاخه ولتسنج ها و نام گذاری نقاط مدار، شکل ساده ای از آن را رسم می کنیم.



گام دوم:

مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{4 \times 12}{4 + 12} + 11 + 4 = 18\Omega$$

گام سوم:

جریان مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R_{eq}} = \frac{20 - 10}{1 + 1 + 18} = 0.5 \text{ A}$$

گام آخر:

ولت‌سنج (۱) ولتاژ بین نقاط A و D را نشان می‌دهد که برابر است با:

$$\begin{aligned} V_A + 3I + \varepsilon_2 + 1 \times I &= V_D \\ \rightarrow V_A + 1/5 + 10 + 0/5 &= V_D \\ \rightarrow V_D - V_A &= 12 \text{ V} \end{aligned}$$

ولت‌سنج (۲) اختلاف پتانسیل نقاط A و C را نشان می‌دهد که به صورت زیر به دست می‌آید:

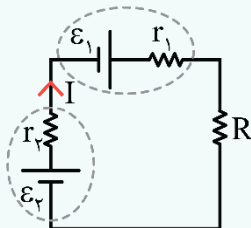
$$\begin{aligned} V_A + \varepsilon_1 - r_1 I - 4I &= V_C \\ \rightarrow V_A + 20 - 1 \times 0/5 - 4 \times 0/5 &= V_C \\ \rightarrow V_C - V_A &= 17/5 \text{ V} \end{aligned}$$

مدار تک حلقه با چند باتری

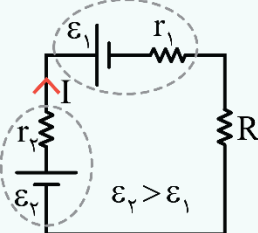
در این قسمت به مدارهایی که دارای چند باتری هستند، می‌پردازیم.
۱- جریان در مدارهای تک حلقه چند باتری به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum r + R_{eq}}$$

در رابطه فوق، ε های باتری‌های هم‌جهت باهم جمع می‌شود و ε های باتری در خلاف جهت هم از یکدیگر کم می‌شود. به مثال زیر توجه کنید.
مثال: رابطه جریان هر یک از مدارهای زیر را بنویسید.



$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R}$$



$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{r_1 + r_2 + R}$$

همان‌طور که در مثال فوق دیدید، در مدارهای دارای چند باتری، جهت جریان به گونه‌ای است که از سر مثبت برخی از باتری‌ها خارج می‌شود و به سر مثبت برخی از باتری‌ها وارد می‌شود که این موضوع باعث می‌شود برخی باتری‌ها در نقش تولیدکننده باشند و باقی باتری‌ها در نقش مصرف‌کننده باشند.

گروه آموزشی ماز

پایه دهم

۶۳- کدام یک از عبارات زیر در رابطه با گازهای موجود در هواکره نادرست است؟

- (۱) از فراوان ترین گاز موجود در هواکره می توان برای پر کردن تایر خودروها و در صنعت سرماسازی استفاده کرد.
- (۲) با افزایش ارتفاع هواکره، فشار گازها به مرور کم تر شده و تعداد ذرات آن ها در واحد حجم نیز کاهش پیدا می کند.
- (۳) سومین گاز فراوان موجود در هواکره، یک گاز گلخانه ای بوده و از سوختن کامل هیدروکربن ها تولید می شود.
- (۴) برای تهیه گازهای نیتروژن، اکسیژن و آرگون در صنعت، می توان از تقطیر جزء به جزء هوای مایع استفاده کرد.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

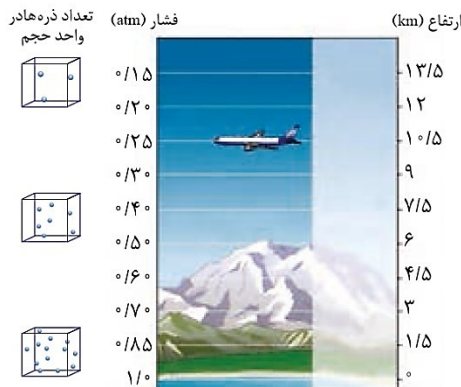
جدول زیر، گازهای موجود در هواکره را به همراه درصد حجمی هر گاز نشان می دهد:

نام گاز	درصد گازها در هوا
نیتروژن	۷۸/۰۷۹
اکسیژن	۲۰/۹۵۲
آرگون	۰/۹۲۸
کربن دی اکسید	۰/۰۳۸۵
نئون	۰/۰۰۱۸
هلیوم	۰/۰۰۰۵
کریپتون	۰/۰۰۰۱

سومین گاز فراوان موجود در هواکره، آرگون است. آرگون، سومین عضو از خانواده گازهای نجیب است. این گاز، گلخانه ای نبوده و در واکنش سوختن کامل هیدروکربن ها شرکت نمی کند.

بررسی سایر گزینه ها:

- ۱) فراوان ترین گاز موجود در هواکره، نیتروژن است. گاز نیتروژن واکنش پذیری بسیار کمی داشته و از آن می توان برای پر کردن تایر خودروها و در صنعت سرماسازی استفاده کرد.
- ۲) دما و فشار هواکره، از جمله عوامل مهم در تعیین ویژگی های آن است. با افزایش ارتفاع هواکره، فشار گازهای موجود در آن به مرور کم تر شده و تعداد ذرات سازنده این گازها در واحد حجم نیز به تدریج کاهش پیدا می کند. تصویر زیر، نمایی از فرایند تغییر فشار و تغییر تعداد ذرات در واحد حجم هواکره را بر حسب ارتفاع هواکره نشان می دهد:

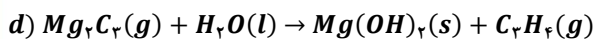
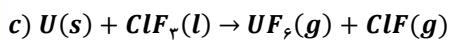
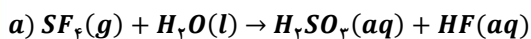


با افزایش ارتفاع در طول هواکره، شیب نمودار مربوط به تغییر فشار مرتباً کاهش پیدا می کند. به عبارت دیگر، با افزایش ارتفاع، به ازای مقدار مشخص Δh ، مقدار ΔP کاهش پیدا می کند. توجه داریم که در سطح زمین، فشار هواکره برابر با ۱ اتمسفر است.

- ۴) برای تهیه گازهای نیتروژن، اکسیژن و آرگون در صنعت، می توان از تقطیر جزء به جزء هوای مایع استفاده کرد. در این فرایند، نخست هوا را از صافی هایی عبور می دهند تا گرد و غبار آن گرفته شود. در مرحله بعد، دمای هوا را با استفاده از فشار پیوسته کاهش می دهند تا به 0°C برسد. در این دما، رطوبت هوا به صورت یخ از آن جدا می شود. با کاهش بیشتر دمای هوا تا -78°C ، گاز کربن دی اکسید هوا نیز به حالت جامد در آمده و از آن خارج می شود. با سرد کردن بیشتر هوا تا دمای -200°C ، مخلوط بسیار سردی از چند مایع پدید می آید که به آن هوای مایع می گویند. در پایان، با عبور هوای مایع از یک ستون تقطیر، گازهای سازنده موجود در آن جداسازی شده و در ظرف های جدا ذخیره می شوند.

گروه آموزشی ماز

۶۴- پس از موازنه معادله واکنش‌های زیر، نسبت مجموع ضریب‌های استوکیومتری واکنش‌دهنده‌های واکنش a به فراورده‌های واکنش c و تفاوت مجموع ضریب‌های استوکیومتری در واکنش‌های b و d کدام است؟



(٤) ١ ، صفر

٢. ١ (٣)

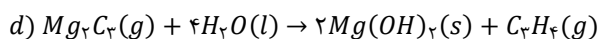
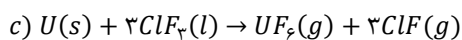
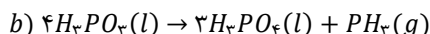
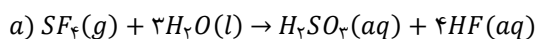
2. 1/25 (2

(۱) ۱/۲۵ ، صفر

۴۵ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)



معادله موازنه شده واکنش‌های داده شده به صورت زیر است:



مجموع ضریب‌های واکنش‌دهنده‌های واکنش a برابر ۴ و مجموع ضریب‌های فراورده‌های واکنش c نیز برابر ۴ است، پس نسبت بین این دو مقدار برابر با ۱ می‌شود. مجموع ضریب‌های استوکیومتری واکنش‌های b و d به ترتیب برابر با ۸ و ۸ بوده و تفاوت این دو مقدار نیز برابر با صفر است.

گروه آموزشی ماز

۶۵- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست هستند؟

(۱) درصد رطوبت موجود در هوا کره از جایی به جای دیگر و از روزی به روز دیگر، تغییر می‌کند.

(۲) گاز نجیبی که ۶ الکترون با $l = 0$ دارد را با استفاده از تقطیر جزبه جز هوای مایع تهیه می کنند.

(۳) چربی‌ها و کرپوهیدرات‌ها از جمله مولکول‌های زیستی هستند که در ساختار آن‌ها اکسیژن وجود دارد.

(۴) فلز آهن، در طبیعت فقط در ساختار اکسیدی یافت می‌شود که هر اتم فلزی در آن ۶ الکترون با $l = 2$ دارد.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۲)

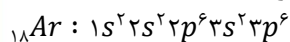


اکسیدی از آهن که در آن هر اتم فلزی ۶ الکترون با $l = 2$ دارد، معادل با FeO بوده و بار الکتریکی کاتیون در آن برابر با ۲+ است. توجه داریم که در طبیعت، یخ اکسید FeO از آهن، اکسید Fe_2O_3 نیز یافت می‌شود که بار الکتریکی کاتیون در آن برابر با ۳+ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

مقدار رطوبت موجود در هوا متغیر بوده و مقدار میانگین بخار آب در هوا، حدود یک درصد است. هر چند این مقدار از جایی به جای دیگر، از روزی به روز دیگر و حتی از ساعتی به ساعت دیگر تغییر می‌کند. در فرایند تقطیر هوا، در طول مدت زمانی که دمای هوا در حال کاهش یافتن است، بخار آب اولین جزئی از هواکره است که به حالت جامد(یخ) درآمده و از آن خارج می‌شود. پس از بخار آب، کربن دی‌اکسید دومین ماده‌ای است که به حالت جامد(یخ خشک) درآمده و از آن خارج می‌شود.

آرگون گاز نجیبی است که دارای ۶ الکترون با $l = 0$ در زیرلایه‌های s خود است. آرایش الکترونی این عنصر به صورت زیر است:



آرگون گازی بی‌رنگ، بی‌بو و غیرسمی است. واژه آرگون به معنای تنبل است؛ زیرا این گاز واکنش‌پذیری ناچیزی دارد. این گاز در پتروشیمی شیراز از تقطیر جزء به جزء هوای مایع با خلوص بسیار زیاد تهیه می‌شود. آرگون به عنوان محیط بی‌اثر در جوشکاری، برش فلزها و همچنین در ساخت لامپ‌های رشته‌ای به کار می‌رود. نقطه جوش آرگون بین نقطه جوش گازهای اکسیژن و نیتروژن قرار گرفته است. مقایسه نقطه جوش مواد موجود در هواکره به صورت زیر است:



اکسیژن یکی از مهم‌ترین گازهای تشکیل دهنده هواکره موجود در اطراف زمین است که زندگی روی زمین، به وجود آن گره خورده است. این عنصر در آب‌کره، در ساختار مولکول‌های آب و در سنگ‌کره نیز به صورت ترکیب با دیگر عناصرها وجود دارد. همچنین اتم‌های اکسیژن در ساختار همه مولکول‌های زیستی مانند کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها نیز یافت می‌شود. این گاز در هواکره به طور عمده به شکل مولکول‌های دو اتمی وجود دارد؛ هرچند مقدار این گاز در لایه‌های گوناگون هواکره با هم تفاوت دارد. توجه داریم که آزادسازی انرژی شیمیایی ذخیره شده در مواد غذایی مانند چربی‌ها و قندها

در سوخت و ساز یاخته ای نیز به کمک اکسیژن انجام می شود تا بدین ترتیب، انرژی لازم برای فعالیت های بدن فراهم شود. معادله نوشتاری کلی واکنش های انجام شده طی این فرایند به صورت مقابل است:

گروه آموزشی ماز

۶۶- اگر دمای هوا در قله اورست در مقیاس کلون ۱۸ درصد کم تر از سطح زمین باشد، ارتفاع قله کوه اورست برابر با چند متر است؟ (دمای سطح زمین را ۲۱°C در نظر بگیرید.)

۸۹۴۰ (۴)

۸۸۲۰ (۳)

۸۴۸۰ (۲)

۸۲۸۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مساله - ۱۰۰۲)



ابتدا دمای سطح زمین را بر حسب کلون حساب می کنیم:

$$T_1(K) = \theta(^{\circ}C) + 273 = 21 + 273 = 294 K$$

دما و ارزش دمایی

یکای رایج دما، درجه سلسیوس (°C) است؛ درحالی که یکای دما در SI، معادل با کلون (K) است. دمای یک جسم در مقیاس سلسیوس با نماد θ و در مقیاس کلون با نماد T نشان داده می شود. دقت داریم که رابطه بین این دو مقیاس دمایی به صورت $T(K) = \theta(^{\circ}C) + 273$ است. با توجه به این رابطه، ارزش دمایی ۱°C با ارزش دمایی ۱K برابر خواهد بود؛ پس میزان تغییر دمای یک جسم خاص در مقیاس سلسیوس ($\Delta\theta$) برابر با میزان تغییر دمای آن جسم در مقیاس کلون (ΔT) است.

در ادامه با استفاده از درصد تغییر دما، میزان تغییر دما را به دست می آوریم:

$$\text{درصد تغییر دما در مقیاس کلون} = \frac{\Delta T}{T_1} \times 100 \Rightarrow -18 = \frac{\Delta T}{294} \times 100 \Rightarrow \Delta T = \frac{-294 \times 18}{100} K \Rightarrow \Delta\theta = \frac{-294 \times 18}{100} ^{\circ}C$$

در نهایت با توجه به این که به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع، دمای هوا به اندازه ۶°C یا ۶K کاهش می یابد، ارتفاع قله اورست را محاسبه می کنیم:

$$? m = \frac{-294 \times 18}{100} ^{\circ}C \times \frac{1 km}{-6 ^{\circ}C} \times \frac{1000 m}{1 km} = 8820 m$$

گروه آموزشی ماز

۶۷- در دمای اتاق، گازهای موجود در مخلوطی از ۴ گاز فراوان موجود در هوای پاک و خشک را در فرایند تقطیر جزء به جزء، از یکدیگر جدا می کنیم. اولین و سومین ماده ای که از مخلوط جداسازی می شوند، رتبه چندم فراوانی را از نظر درصد حجمی در هواکره را دارند؟

(۴) اول و سوم

(۳) چهارم و دوم

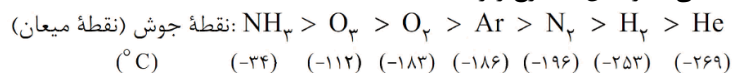
(۲) اول و دوم

(۱) چهارم و سوم

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

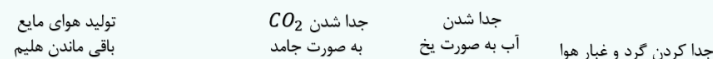


هواکره، لایه ای از گازهای مختلف است که در اطراف کره زمین قرار گرفته اند. چهار گاز فراوان هواکره در صورت حذف بخار آب از آن (هوای پاک و خشک)، به ترتیب فراوانی N_2 ، O_2 ، Ar و CO_2 هستند. در فرایند تقطیر جزء به جزء، ابتدا گاز CO_2 به صورت جامد از مخلوط خارج می شود. سپس دمای مخلوط را انقدر کاهش می دهیم تا ۳ گاز دیگر به حالت مایع تبدیل شوند. در مرحله بعد، دما را افزایش می دهیم. ماده ای که نقطه جوش پایین تری داشته باشد، زودتر به صورت گاز از مخلوط خارج می شود. بنابراین پس از CO_2 ، به ترتیب گازهای N_2 ، Ar و O_2 جداسازی می شوند. پس اولین ماده جداسازی شده، CO_2 است که رتبه چهارم فراوانی را در میان اجزای هواکره دارد. سومین ماده جداسازی شده نیز Ar است که رتبه سوم فراوانی را در هواکره دارد. دمای جوش برخی از گازهای مهم مطرح شده در کتاب های درسی شیمی دبیرستان به شرح زیر هستند:

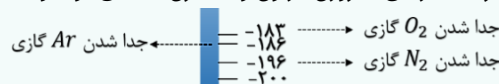


تقطیر هوای مایع

در فرایند تقطیر جزء به جزء، نخست هوا را از صافی هایی عبور می دهند تا گرد و غبار آن گرفته شود؛ سپس دمای هوا را با استفاده از تغییر فشار تا ۲۰۰°C - سرد می کنند. در فرایند کاهش دمای هوا، بخار آب و گاز کربن دی اکسید موجود در آن جدا می شوند. در این فرایند، ماده ای که نقطه جوش بالاتری دارد، زودتر به مایع تبدیل می شود. فرایند انجام شده به صورت زیر است:



در مرحله بعد از انجام این فرایند، با افزایش دما به ترتیب گازهای نیتروژن، آرگون و اکسیژن جدا می شوند و هلیوم به صورت گاز باقی می ماند.



به دلیل نزدیک بودن نقطه جوش اکسیژن و آرگون، تهیه اکسیژن صد در صد خالص در این روش دشوار است، اما گاز آرگون را با خلوص بسیار زیاد می توان تهیه کرد. توجه داریم که یک نمونه خشک و پاک از هواکره، فاقد بخار آب است.

۶۸- در یک مولکول آب، به هر اتم اکسیژن مجموعاً چند الکترون تعلق می گیرد و شمار پیوندهای اشتراکی در هریک از این مولکول ها، چند برابر تعداد پیوندهای اشتراکی در یک مولکول گوگرد تری اکسید است؟

(۴) ۸ - ۰/۶۶

(۳) ۱۰ - ۰/۶۶

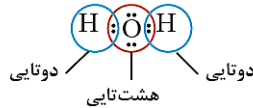
(۲) ۸ - ۰/۵

(۱) ۱۰ - ۰/۵

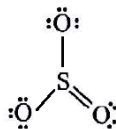
پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

ساختار الکترون نقطه ای مولکول های آب به صورت زیر است:



همانطور که می دانیم، الکترون هایی که در تشکیل پیوندهای اشتراکی شرکت می کنند، متعلق به هر دو اتم شرکت کننده در تشکیل آن پیوند هستند؛ پس می توان گفت که در مولکول های آب، هر اتم اکسیژن علاوه بر ۸ الکترون اصلی خود، ۲ الکترون دیگر نیز از سایر اتم ها دریافت کرده و ۱۰ الکترونی می شود. توجه داریم که در این حالت، ۸ الکترون در لایه ظرفیت اتم اکسیژن قرار داشته و ۲ الکترون نیز در لایه $n = 1$ این اتم حضور دارد. همانطور که مشخص است، در هر کدام از این مولکول ها، ۲ پیوند اشتراکی وجود دارد. ساختار لوویس مولکول های گوگرد تری اکسید نیز به صورت زیر است:



در این مولکول نیز ۴ پیوند اشتراکی بین اتم ها وجود دارد. توجه داریم که در شمارش تعداد پیوندهای اشتراکی، هر پیوند دوگانه را معادل با دو پیوند و هر پیوند سه گانه را معادل با ۳ پیوند اشتراکی در نظر می گیریم. به عنوان مثال، چون هریک از مولکول های اتین (استیلن) دارای ۱ پیوند سه گانه و دو پیوند یگانه در ساختار خود است، مجموع شمار پیوندهای اشتراکی موجود در آن را برابر با ۵ عدد در نظر می گیریم.

گروه آموزشی ماز

۶۹- در مخلوطی از گازهای نیتروژن و اکسیژن، مجموعاً $10^{23} \times 3/612$ مولکول وجود دارد. اگر جرم این مخلوط گازی، ۲ برابر جرم نمونه ای از پروپان باشد که در ساختار آن مجموعاً $1/6$ مول اتم هیدروژن وجود دارد، در ساختار چند درصد از مولکول های گازی موجود در این مخلوط گازی، پیوند سه گانه

یافت می شود؟ ($O = 16$ و $N = 14$ و $C = 12$ و $H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)

(۴) ۷۵

(۳) ۶۶/۷

(۲) ۳۳/۳

(۱) ۲۵

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مساله - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

در قدم اول، جرم نمونه پروپان (C_3H_8) را محاسبه می کنیم. توجه داریم که در ساختار هر مولکول پروپان، ۸ اتم هیدروژن وجود دارد. بر این اساس، داریم:

$$? g C_3H_8 = 1/6 mol H \times \frac{1 mol C_3H_8}{8 mol H} \times \frac{44 g C_3H_8}{1 mol C_3H_8} = 8/8 g$$

جرم نمونه پروپان برابر با ۸/۸ گرم است، پس جرم نمونه گازی مورد نظر، معادل با دو برابر این مقدار یعنی ۱۷/۶ گرم است. طبق فرض سوال، در مخلوط گازی مجموعاً $10^{23} \times 3/612$ مولکول وجود دارد. بر این اساس، مجموع شمار مول های گازی را محاسبه می کنیم:

$$? mol \text{ گاز} = \frac{1 mol \text{ گاز}}{6/0.2 \times 10^{23} \text{ مولکول گاز}} \times 10^{23} \times 3/612 \text{ مولکول گاز} = 3/612 \times 10^{23} \text{ گاز} = 3/612 \times 10^{23} \text{ گاز}$$

با توجه به اطلاعات بالا، در مخلوط مورد نظر مجموعاً $0/6$ مول ماده گازی وجود دارد. بر این اساس، اگر مقدار مول های گاز اکسیژن برابر با x مول باشد، مقدار مول های گاز نیتروژن برابر با $0/6 - x$ مول می شود. در رابطه با جرم این مخلوط گازی، داریم:

$$(\text{مقدار مول نیتروژن} \times \text{جرم مولی نیتروژن}) + (\text{مقدار مول اکسیژن} \times \text{جرم مولی اکسیژن}) = \text{جرم گاز اکسیژن} + \text{جرم گاز نیتروژن} = \text{جرم مخلوط گازی}$$

$$\implies 17/6 = (32 \times x) + (28 \times (0/6 - x)) \implies x = 0/2 mol$$

با توجه به محاسبات انجام شده، در مخلوط مورد نظر $0/2$ مول گاز اکسیژن (مولکول هایی با پیوند دوگانه) و $0/4$ مول گاز نیتروژن (مولکول هایی با پیوند سه گانه) وجود دارد. بر این اساس، می توان گفت در ساختار $1/3$ معادل با $66/7$ درصد از مولکول های موجود در مخلوط گازی، پیوند سه گانه وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۷۰- تصویر مقابل، برهم کنش هواکره با زیست کره را نمایش می دهد. چند مورد از عبارت های زیر در رابطه با اطلاعات موجود در تصویر، نادرست است؟

آ: با وارد کردن گاز B در آب، محلولی با $pH < 7$ حاصل می شود.

ب: در فرآیند تهیه هوای مایع، ابتدا گاز A به صورت مایع از هواکره جدا می شود.

پ: ماده B، فراوان ترین ترکیب در هوای پاک و خشک بوده و همانند ماده C، سه اتمی است.

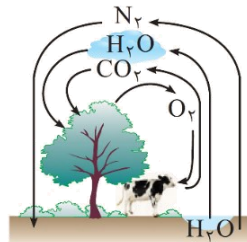
ت: شمار جفت الکترون های پیوندی در هر مولکول از A، $1/5$ برابر این الکترون ها در هر مولکول از C است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی

گازهای A، B و C، به ترتیب معادل با گاز نیتروژن (N_2)، گاز کربن دی اکسید (CO_2) و گاز اکسیژن (O_2) هستند. در این حالت، شکل داده شده در سوال، به صورت زیر خواهد بود:



بر این اساس، عبارت های (ب) و (پ) نادرست است.

بررسی موارد

آ: گاز B، معادل با کربن دی اکسید (CO_2) است. کربن دی اکسید، اکسیدی نافلزی بوده و با انحلال آن در آب، محلولی با خاصیت اسیدی به نام کربنیک اسید و با فرمول $H_2CO_3(aq)$ ایجاد می شود. می دانیم که به اکسیدهای نافلزی، اکسیدهای اسیدی و به اکسیدهای فلزی نیز اکسیدهای بازی گفته می شود.

اکسیدهای فلزی و نافلزی

اکسیدهای حاصل از برخی عناصر، با مولکول های آب وارد واکنش شده و pH آب را تغییر می دهند. از آنجا که طی انحلال این مواد در آب، غلظت یون های هیدروژن و هیدروکسید در آب تغییر می کند، می توان آن ها را جزء مواد اسیدی و بازی به حساب آورد. به طور کلی، اکسیدهای فلزی را اکسیدهای بازی می نامند. این مواد طی واکنش با آب، سبب افزایش غلظت یون هیدروکسید در محلول شده و pH محلول را افزایش می دهند. در نقطه مقابل، اکسیدهای نافلزی را اکسیدهای اسیدی می نامند. این مواد طی واکنش با آب، سبب افزایش غلظت یون هیدروژن در محلول شده و pH محلول را کاهش می دهند. برای مثال، در مناطق صنعتی مقداری از گازهای گوگرد تری اکسید و اکسیدهای نیتروژن در آب باران حل شده و سولفوریک اسید و نیتریک اسید در این آب ها تولید می شوند. به خاطر وجود این مواد، آب باران در مناطق صنعتی خاصیت اسیدی پیدا کرده و pH آن کمتر از ۷ است. در نقطه مقابل، در آب باران های معمولی نیز مقداری گاز کربن دی اکسید حل شده و کربنیک اسید (H_2CO_3) را به وجود می آورد. به خاطر وجود این ماده، آب باران های معمولی نیز خاصیت اسیدی پیدا می کند اما میزان اسیدی بودن آن از میزان اسیدی بودن باران های اسیدی کمتر خواهد بود.

ب: گاز A معادل با گاز نیتروژن است. در فرآیند تهیه هوای مایع، دمای هوا به تدریج کاهش داده شده و گاز نیتروژن بعد از گازهای اکسیژن و آرگون از هوا به صورت مایع خارج می شود.

پ: ماده B، کربن دی اکسید بوده و فراوان ترین ترکیب موجود در هوای پاک و خشک است. کربن دی اکسید، در ساختار خود دارای ۳ اتم از دو عنصر بوده و همانند مولکول های اکسیژن و نیتروژن، ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت گیری نمی کند. درصد حجمی گازهای سازنده هوای پاک و خشک در لایه تروپوسفر به صورت زیر است:

بقیه گازها $N_2 > O_2 > Ar > CO_2 > Ne > He > Kr > Xe$: درصد حجمی

نیتروژن فراوان ترین گاز، کربن دی اکسید فراوان ترین ترکیب و آرگون، فراوان ترین گاز نجیب در یک نمونه از هوای پاک و خشک هستند.

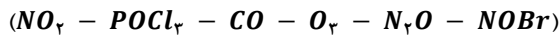
ت: در جدول زیر، اطلاعاتی در رابطه با سه مولکول نیتروژن، اکسیژن و کربن دی اکسید آورده شده است:

گازها	N_2	O_2	CO_2
ساختار لوویس	$:N \equiv N:$	$\ddot{O} = \ddot{O}$	$\ddot{O} = C = \ddot{O}$
شمار جفت الکترون های پیوندی	۳	۲	۴
شمار جفت الکترون های ناپیوندی	۲	۴	۴
قطبیت	ناقطبی	ناقطبی	ناقطبی

همانطور که مشخص است، در هر مولکول از نیتروژن، ۳ جفت الکترون پیوندی و در هر مولکول اکسیژن نیز ۲ جفت الکترون پیوندی یافت می‌شود. بر این اساس، مقدار نسبت خواسته شده در سوال برابر با ۱/۵ است.

گروه آموزشی ماز

۷۱- در ساختار چند مورد از مولکول‌های زیر، پیوند دوگانه یافت شده و مجموع شمار الکترون‌های ناپیوندی اتم نیتروژن در گونه‌های نیتروژن‌دار چقدر است؟



۸ - ۴ (۴)

۵ - ۴ (۳)

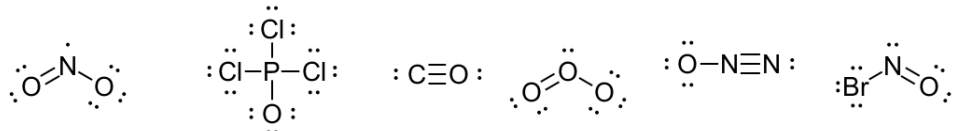
۸ - ۳ (۲)

۵ - ۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۰۰٪)



ساختار لوویس همه مولکول‌های داده شده به صورت زیر است:



در سه مولکول NO_2 و O_3 ، $NOBr$ ، پیوند دوگانه را مشاهده می‌کنید. همچنین گونه‌هایی که دارای اتم نیتروژن هستند، معادل با NO_2 و N_2O است. در این گونه‌ها، مجموع شمار الکترون‌های ناپیوندی اتم‌های نیتروژن برابر با ۵ عدد است.

گروه آموزشی ماز

۷۲- تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن و نیتروژن در ساختار ۵۱ گرم آمونیاک، چند برابر شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار ۳۲ گرم گاز متان است؟

$$(N = 14 \text{ و } C = 12 \text{ و } H = 1 : g.mol^{-1})$$

۱ (۴)

۰/۷۵ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مساله - ۱۰۰٪)



فرمول شیمیایی آمونیاک به صورت NH_3 است. در ساختار هر مول از این ماده، یک مول اتم نیتروژن و ۳ مول اتم هیدروژن وجود دارد، پس تفاوت شمار مول اتم‌های این دو عنصر در ساختار هر مول آمونیاک برابر با ۲ مول می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$\text{تفاوت شمار اتم‌ها} = \frac{2 \text{ mol } NH_3}{17 \text{ g } NH_3} \times \frac{1 \text{ mol } NH_3}{17 \text{ g } NH_3} \times 51 \text{ g } NH_3 = 6 \text{ mol}$$

فرمول شیمیایی متان نیز به صورت CH_4 است. در ساختار هر مول از این ماده، چهار مول اتم هیدروژن وجود دارد. بر این اساس، داریم:

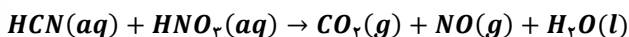
$$? \text{ mol } H = \frac{4 \text{ mol } H}{16 \text{ g } CH_4} \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16 \text{ g } CH_4} \times 32 \text{ g } CH_4 = 8 \text{ mol}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، مقدار نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{تفاوت شمار مول اتم‌ها در ساختار آمونیاک}}{\text{شمار مول اتم‌های هیدروژن در متان}} = \frac{6 \text{ mol}}{8 \text{ mol}} = 0.75$$

گروه آموزشی ماز

۷۳- کدام یک از عبارت‌های داده شده در رابطه با واکنش زیر نادرست است؟



(۱) پس از موازنه معادله این واکنش، مجموع ضرایب مواد محلول در آب موجود در آن برابر ۱۰ می‌شود.

(۲) شمار مول‌های آب تولید شده در آن، نصف شمار مول‌ها نیتروژن مونوکسید تولید شده خواهد بود.

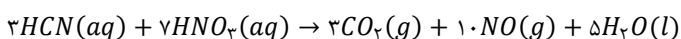
(۳) با انجام این واکنش شیمیایی، نوعی اکسید اسیدی تولید می‌شود که ذرات آن ساختار خطی دارند.

(۴) در ساختار مولکولی یکی از فراورده‌های تولید شده طی این واکنش، ۳ پیوند اشتراکی وجود دارد.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰٪)



معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت مقابل است:



با توجه به معادله این واکنش، آب، نیتروژن مونوکسید و کربن دی اکسید، فراورده های تولید شده هستند که در ساختار آن ها به ترتیب ۲، ۲ و ۴ پیوند اشتراکی وجود دارد. همانطور که مشخص است، در ساختار هیچکدام از این مواد ۳ پیوند اشتراکی یافت نمی شود. توجه داریم که برای پی بردن به غلط بودن این جمله، اصلا نیاز به موازنه معادله واکنش نداشتیم.

بررسی سایر گزینه ها:

۱) پس از موازنه معادله این واکنش، مجموع ضرایب مواد محلول در آب (هیدروسیانیک اسید و نیتریک اسید که هر دو از واکنش دهنده های واکنش هستند و با نماد aq مشخص شده اند) موجود در آن برابر ۱۰ می شود.

۲) چون ضریب آب در این واکنش، نصف ضریب گاز نیتروژن مونوکسید است، پس می توان گفت شمار مول های آب تولید شده در آن، نصف شمار مول های نیتروژن مونوکسید تولید شده خواهد بود.

۳) با انجام این واکنش شیمیایی، دو ترکیب اسیدی (هیدروسیانیک اسید و نیتریک اسید) مصرف شده و سه ترکیب تولید می شوند. آب و نیتروژن مونوکسید تولید شده، خنثی بوده و کربن دی اکسید نیز به حالت گاز درآمده و از سامانه خارج شده است. کربن دی اکسید، یک اکسید اسیدی است که ساختار خطی داشته و اتم های سازنده آن روی یک خط راست قرار می گیرند. ساختار این مولکول به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۷۴- نامگذاری چه تعداد از ترکیب های زیر نادرست است؟

پ: N_2O : دی نیتروژن مونوکسید	ب: ZnO : روی (II) اکسید	آ: SnO_2 : قلع (II) اکسید
ج: SO_3 : مونوگورد تری اکسید	ث: OF_2 : اکسیژن دی فلوئورید	ت: AlF_3 : آلومینیم فلوئورید
۴ (۴)	۳ (۳)	۲ (۲)

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۰۰٪)

پاسخ تشریحی:

نام ترکیب های (آ)، (ب) و (ج) نادرست است.

بررسی روند نام گذاری مواد:

آ: SnO_2 : قلع، از جمله فلزهایی است که توانایی ایجاد کاتیون هایی با بار متفاوت را دارد. در ساختار این ماده، بار الکتریکی یون قلع برابر با ۴+ است، پس نام صحیح این ترکیب قلع (IV) اکسید است.

ب: ZnO : روی تنها قادر به تشکیل یون Zn^{2+} است؛ پس در نامگذاری ترکیب های حاوی آن، نباید ظرفیت یون مورد نظر ذکر شود. بر این اساس، می توان گفت نام صحیح این ترکیب روی اکسید است. نقره و اسکاندیم نیز دو فلز واسطه دیگر هستند که فقط یک نوع کاتیون تشکیل داده و در نام گذاری ترکیب های یونی حاصل از آن ها، نیاز به بیان بار کاتیون نداریم.

پ: N_2O : این ترکیب، مولکولی است و دی نیتروژن مونوکسید نام دارد.

ت: AlF_3 : ترکیب آلومینیم با فلوئور و اکسیژن، از نوع یونی است. این ترکیب آلومینیم فلوئورید نام دارد.

ث: OF_2 : از واکنش دو نافلز، یک ترکیب مولکولی بدست می آید؛ بنابراین نام این ترکیب، اکسیژن دی فلوئورید است.

ج: SO_3 : ترکیب مورد نظر، یک ترکیب مولکولی است. فرمول مولکولی SO_3 ، متعلق به ترکیبی با نام گوگرد تری اکسید است.

گروه آموزشی ماز

۷۵- فاصله بین دو شهر به مسافت ۳۰۰ کیلومتر، توسط اتومبیلی پیموده شده و با طی هر کیلومتر مسافت توسط خودرو، ۲/۵ لیتر گاز کربن دی اکسید با چگالی $2g \cdot L^{-1}$ تولید می شود. با توجه به جدول زیر، اگر خودرو ۲۰ بار این مسافت را طی کند، چند اصله درخت با قطر ۱۳-۸ سانتی متر باید طی یک ماه کاشته شود تا کل CO_2 حاصل از این فرایند، به طور کامل جذب شود؟

اندازه قطر درخت (سانتی متر)	۸-۱۳
مقدار CO_2 مصرف شده (کیلوگرم در سال)	۹

۲۰ (۱) ۴۰ (۲) ۶۰ (۳) ۸۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۰۰٪)

پاسخ تشریحی:

چگالی هر ماده، جرمی که یک حجم مشخص از آن ماده دارد را نشان می دهد.

در این رابطه، داریم:

$$\text{جرم ماده} \xrightarrow{\text{چگالی} \times} \text{حجم ماده}$$

با توجه به فرمول چگالی، ابتدا جرم کربن دی اکسید تولید شده به ازای طی هر کیلومتر مسافت توسط خودرو را به صورت زیر بدست می آوریم:

$$g = \text{جرم} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \Rightarrow 2 = \frac{\text{جرم}}{2/5} \Rightarrow \text{جرم} = 2 \text{ g}$$

فاصله بین دو شهر، برابر با ۳۰۰ کیلومتر بوده و ۲۰ بار این فاصله طی شده است؛ در نتیجه خودرو در کل ۶۰۰۰ کیلومتر را طی کرده است. به ازای طی هر کیلومتر مسافت توسط خودرو، ۵ گرم CO_2 تولید شده؛ در نتیجه به ازای طی ۶۰۰۰ کیلومتر مسافت، ۳۰۰۰۰ گرم (معادل با ۳۰ کیلوگرم) CO_2 حاصل می شود که باید توسط درختان کاشته شده زوده شود. هر درخت با قطر ۱۳-۸ سانتی متر در سال (۱۲ ماه)، ۹ کیلوگرم CO_2 را جذب می کند؛ در نتیجه در هر ماه می تواند ۰/۷۵ کیلوگرم CO_2 را پاک سازی کند. بر این اساس می توان نوشت:

$$40 = \frac{\text{درخت ۱}}{0/75 \text{ kg } CO_2} \times 30 \text{ kg } CO_2 \text{ : درخت ؟}$$

برای پاک سازی ۳۰ کیلوگرم CO_2 حاصل شده از طی مسیر توسط مورد نظر خودرو، باید هر ماه ۴۰ اصله درخت با قطر ۱۳-۸ سانتی متر کاشته شود. طبیعت به کمک گیاهان مختلف، کربن دی اکسید را مصرف می کند؛ بنابراین یکی از راهکارهای کاهش رد پای کربن دی اکسید، کاشت و مراقبت از درختان و ایجاد کمربندهای سبز در شهرها، شهرک های صنعتی و روستاها است. به طور کلی، با افزایش قطر تنه درختان، توانایی آن ها در جذب گاز کربن دی اکسید از هواکره افزایش پیدا خواهد کرد.

گروه آموزشی ماز

۷۶- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) فشار گاز اکسیژن در هر نقطه از هواکره، بیشتر از ۰/۲۵ برابر فشار کل هواکره است.
- (۲) از ۲۰۰ میلیون سال پیش تا کنون، نسبت گازهای سازنده هواکره تقریباً ثابت باقی مانده است.
- (۳) در لایه هایی بالایی هواکره، تراکم مولکول ها در مقایسه با لایه های نزدیک تر به سطح زمین، بیشتر است.
- (۴) سبک ترین گاز نجیب، در هر اتم خود دارای یک لایه الکترونی بوده و در ایران، از گاز طبیعی جداسازی می شود.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

بررسی های دانشمندان برای هوای به دام افتاده درون بلورهای یخ در یخچال های قطبی و نیز سنگ های آتشفشانی نشان می دهد که از ۲۰۰ میلیون سال پیش تاکنون، نسبت گازهای سازنده هواکره تقریباً ثابت مانده است.

بررسی سایر گزینه ها:

۱ فشار هر گاز در قسمت های مختلف هواکره، با استفاده از رابطه زیر بدست می آید:

$$\text{درصد حجمی گاز مورد نظر} \times \text{فشار کلی هواکره} = \text{فشار گاز}$$

درصد حجمی گاز اکسیژن در حدود ۲۰٪ است، پس می توان گفت فشار گاز اکسیژن در هر نقطه از هواکره، در حدود ۰/۲ برابر فشار کل هواکره است. برای مثال، در سطح زمین فشار گاز اکسیژن حدود ۰/۲ اتمسفر و فشار هواکره در حدود ۱ اتمسفر است.

۲ دما و فشار هواکره، از جمله عوامل مهم در تعیین ویژگی های آن است. با افزایش ارتفاع در طول لایه های هواکره، فشار گازهای موجود در آن کاهش یافته و تعداد مولکول های گازی موجود در واحد حجم نیز کمتر می شود. بر این اساس، می توان گفت در لایه های بالاتر، تراکم ذرات گازی کمتر است.

۳ سبک ترین گاز نجیب، معادل با گاز هلیوم است. عدد اتمی هلیوم برابر با ۲ بوده و هر اتم این عنصر، دارای یک لایه الکترونی است. توجه داریم که بخاطر نبودن فناوری های لازم، گاز هلیوم در ایران از گاز طبیعی جداسازی نمی شود.

هلیوم

هلیوم در کره زمین به مقدار خیلی کم یافت می شود؛ به طوری که مقدار ناچیزی از آن در هوا و مقدار بیشتری در لایه های زیرین پوسته زمین وجود دارد؛ از این رو، منابع زمینی آن از هواکره سرشارتر و برای تولید هلیوم در مقیاس صنعتی مناسب تر هستند. این عنصر گازی، طی واکنش های هسته ای و در ژرفای زمین تولید می شود. این گاز پس از نفوذ به لایه های زمین، وارد میدان های گازی می شود. یافته های تجربی نشان می دهد که حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را هلیوم تشکیل می دهد. البته درصد حجمی گاز هلیوم در میدان های گازی گوناگون، متفاوت از یکدیگر است. جداسازی هلیوم از گاز طبیعی به دانش و فناوری پیشرفته ای نیاز دارد. متخصصان کشورمان تاکنون موفق به جداسازی و تهیه آن نشده اند و همچنان، هلیوم از دیگر کشورها وارد می شود.

گروه آموزشی ماز

۷۷- کدام یک از مطالب داده شده نادرست است؟

- (۱) دمای محیط درون گلخانه در حدود ساعات ۴ و ۱۴ هر روز، بیشتر از دمای هوای بیرون از گلخانه در همین ساعات است.
- (۲) اکسیدهای نیتروژن وارد شده به هواکره، در نهایت به نیتریک اسید تبدیل شده و باران‌های اسیدی را ایجاد می‌کنند.
- (۳) باران‌های اسیدی، بر بدن انسان‌ها تاثیر داشته و گاهی باعث ایجاد خشکی و ترک‌خوردگی پوست بدن می‌شوند.
- (۴) بین منابع تولید برق، نفت خام در مقایسه با یک نمونه گاز طبیعی ردپای کمتری از CO_2 را به جا می‌گذارد.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

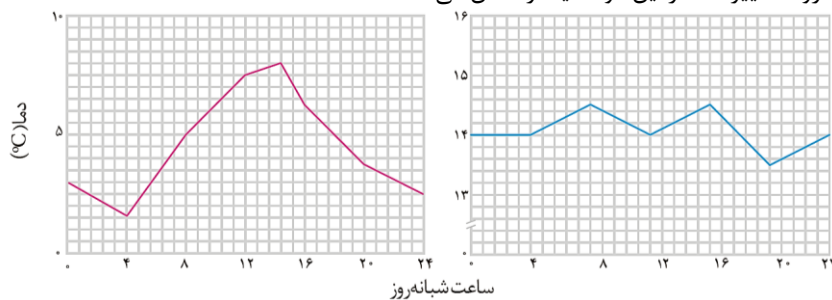
ردپای کربن دی‌اکسید نشان می‌دهد که در تولید یک محصول یا بر اثر انجام یک فعالیت، چه مقدار از این گاز تولید و وارد هواکره می‌شود. نمودار زیر میزان تولید (میزان ردپای) کربن دی‌اکسید را در منابع تولید کننده برق نمایش می‌دهد:



همانطور که مشخص است، بیشترین ردپای کربن دی‌اکسید مربوط به زغال سنگ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) لایه پلاستیکی اطراف گلخانه‌ها، گرمای درون گلخانه را حفظ می‌کند؛ بنابراین بازه تغییرات دما در آن، کمتر از بیرون از گلخانه است. بیرون از گلخانه در حدود ساعات ۴ و ۱۴، کمترین و بیشترین دما را دارد در حالی که در همین ساعات، دمای درون گلخانه به میانگین دمای درون آن، نزدیک‌تر است. توجه داریم که دمای هوای درون گلخانه در بازه بین ۱۳/۵ تا ۱۴/۵ تغییر می‌کند درحالی که محیط خارج گلخانه همواره دمای کمتر از ۸ درجه سانتی‌گراد دارد. نمودار زیر، روند تغییر دما در این دو محیط را نشان می‌دهد:

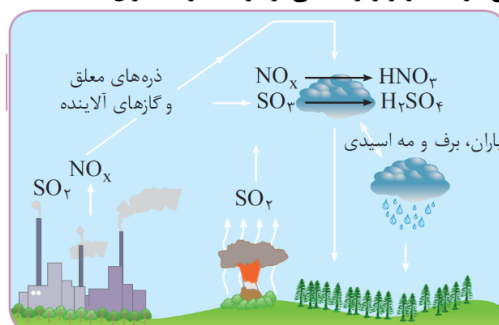


گازهای گلخانه‌ای

کره زمین با لایه‌ای از گازهای مختلف به نام هواکره احاطه شده‌است. این لایه برای زمین همانند لایه پلاستیکی برای گلخانه است و سبب گرم شدن آن می‌شود، به طوری که اگر این لایه وجود نداشت میانگین دمای کره زمین به $-18^{\circ}C$ کاهش می‌یافت. پرتوهای خورشیدی پس از برخورد به زمین، با طول موج‌های بلندتر به هواکره برمی‌گردند و برخی گازهای موجود در هواکره مانند CO_2 و H_2O مانع از خروج آن‌ها می‌شوند و بدین ترتیب زمین را گرم‌تر می‌کنند. توجه داریم که بخش قابل توجهی از پرتوهای گسیل شده از سطح زمین، از هواکره خارج می‌شوند و بخش کوچکی از آن، توسط گازهای گلخانه‌ای به زمین برمی‌گردد و همین پرتوها هستند که موجب افزایش دمای هواکره می‌شوند.

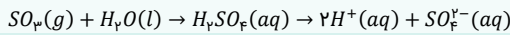
- (۲) اکسیدهای نیتروژن و گوگرد وارد شده به هواکره، در نهایت به ترتیب به نیتریک اسید و سولفوریک اسید تبدیل شده و اسیدهای تولید شده طی این فرایند، باران‌های اسیدی را ایجاد می‌کنند.

- (۳) باران اسیدی آثار جبران‌ناپذیری بر جنگل‌ها، باغ‌های میوه، زندگی انسان‌ها و زندگی آبزیان دارد؛ زیرا تغییر میزان خاصیت اسیدی آب به بافت‌های جانداران آسیب می‌زند. آثار زیانبار باران اسیدی بر روی پوست، دستگاه تنفس و چشم‌ها به سرعت قابل تشخیص است. گاهی خاصیت اسیدی باران باعث خشکی و ترک‌خوردگی پوست بدن می‌شود. تصویر زیر، نمایی از فرایند تولید باران‌های اسیدی را نشان می‌دهد:



باران اسیدی

بر اثر کارکرد کارخانه های و فعالیت آتشفشان ها و کارکرد موتور خودروها، گاز گوگرد دی اکسید (SO_2) تولید می شود. گاز گوگرد دی اکسید حاصل از آتشفشان ها و کارخانه ها، در لایه های بالایی هوا کره با گاز اکسیژن واکنش داده و به گاز گوگرد تری اکسید (SO_3) تبدیل می شود. گاز SO_3 نیز با بخار آب موجود در هوا واکنش داده و سبب ایجاد باران های اسیدی می شود. معادله واکنش این گاز با بخار آب به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

پایه یازدهم

۷۸- اگر آنتالپی سوختن اتانول برابر با -1365 کیلوژول بر مول باشد، با انرژی حاصل از سوختن $6/9$ گرم اتانول، به شرطی که بازده درصدی واکنش برابر با 25% باشد، دمای چند گرم آب را می توان به اندازه $50^\circ C$ افزایش داد؟ (جرم مولی اکسیژن، کربن و هیدروژن به ترتیب برابر با 12 ، 16 و 1 گرم بر مول بوده و گرمای ویژه آب برابر با $4.2 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ است.)

۲۴۳/۷۵ (۴)

۲۵۸/۲۵ (۳)

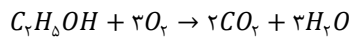
۴۸۷/۵ (۲)

۵۱۶/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی

معادله واکنش سوختن اتانول به صورت زیر است:



آنتالپی سوختن

آنتالپی سوختن یک ماده، هم ارز با آنتالپی واکنشی است که در آن یک مول از ماده مورد نظر در حضور اکسیژن کافی به طور کامل می سوزد. به عنوان مثال، مقدار ΔH واکنش $C_2H_5OH(g) + \frac{3}{2}O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g) + 3H_2O(l)$ معادل با آنتالپی سوختن گاز اتان در دمای اتاق است. گفتیم که مقدار آنتالپی سوختن برای یک مول از ماده مورد نظر تعریف می شود؛ پس ضریب آن ماده در معادله سوختن باید برابر با یک باشد. بر این اساس، $\Delta H_{\text{سوختن}}$ مواد و ترکیب های مختلف در مقیاس $kJ \cdot mol^{-1}$ بیان می شود. از آنجا که واکنش سوختن همواره یک فرایند گرماده است، مقدار آنتالپی سوختن همه مواد منفی خواهد بود. برای حل سوالات مربوط به بحث آنتالپی سوختن، کافی است مقدار $\Delta H_{\text{سوختن}}$ ترکیب مورد نظر را در کنار معادله واکنش سوختن آن ماده قرار داده و محاسبات لازم را انجام بدهیم.

با توجه به جرم اتانول مصرف شده، مقدار انرژی حاصل از سوختن این ماده را محاسبه می کنیم.

$$Q = m \times \Delta H_{\text{سوختن}} = 6/9 \text{ g } C_2H_5OH \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_5OH}{46 \text{ g } C_2H_5OH} \times \frac{1365 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_2H_5OH} = 100 \text{ J}$$

در مرحله بعد، با توجه به مقدار انرژی آزاد شده، جرم آبی که دمای آن را می توان افزایش داد محاسبه می کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \implies 100 = m \times 4.2 \times 50 \implies m = 243/75 \text{ g}$$

با توجه به محاسبات بالا، با این مقدار از انرژی می توان دمای $243/75$ گرم آب را افزایش داد.

گروه آموزشی ماز

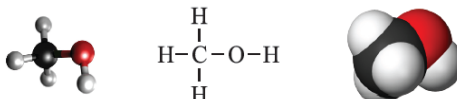
۷۹- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) کربوهیدرات ها و پروتئین ها ارزش سوختی برابری داشته و مواد اولیه و انرژی مورد نیاز یاخته ها را تامین می کنند.
- ۲) گرمای حاصل از واکنش گازهای N_2H_4 و H_2 که منجر به تولید NH_3 می شود را به روش تجربی می توان تعیین کرد.
- ۳) مولکول های کلر براساس یک فرایند گرماده با مولکول های هیدروژن واکنش داده و فرآورده ای با پایداری بیشتر را تولید می کنند.
- ۴) از میان پیوندهای موجود در هر مولکول متانول، انرژی مورد نیاز برای شکستن پیوند $C-O$ بیشتر از سایر پیوندها است.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی

ساختار مولکول های متانول (ساده ترین عضو خانواده الکل ها) به صورت زیر است:



چون شعاع اتم های دخیل در تشکیل پیوند اشتراکی $O-H$ نسبت به سایر پیوندهای اشتراکی کمتر است، آنتالپی این پیوند بیشتر از سایر پیوندهای موجود در متانول خواهد بود.

آنتالپی پیوند

هرچقدر که اتم‌ها دخیل در تشکیل یک پیوند کووالانسی با قدرت بیشتری یکدیگر را جذب کنند، انرژی مورد نیاز برای جدا کردن آن دو اتم بیشتر خواهد بود. عوامل زیر، بر مقدار آنتالپی پیوندهای اشتراکی موثر هستند:

✓ مرتبه پیوند: هرچه مرتبه پیوند اشتراکی بین دو اتم بیشتر باشد، آنتالپی پیوند بیشتر خواهد بود. به عبارت دیگر، به شرط ثابت بودن اتم‌های دخیل در پیوند، آنتالپی پیوند سه‌گانه بیشتر از پیوند دوگانه و آنتالپی پیوند دوگانه نیز بیشتر از پیوند یگانه خواهد شد. به عنوان مثال، آنتالپی پیوند $N \equiv N$ بیشتر از پیوند $N = N$ و آنتالپی پیوند $N = N$ نیز بیشتر از پیوند $N - N$ است.

✓ شعاع اتم‌های دخیل در تشکیل پیوند: هرچقدر که شعاع اتم‌های دخیل در تشکیل پیوندهای کووالانسی کوچکتر باشد، آن اتم‌ها با قدرت بیشتری یکدیگر را جذب کرده و آنتالپی آن پیوند بیشتر می‌شود. به عنوان مثال، چون ترتیب شعاع اتمی $Cl > Br > I$ است، آنتالپی پیوند میان این اتم‌ها با اتم هیدروژن به صورت $HCl > HBr > HI$ می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ بدن ما از غذا، مواد گوناگونی دریافت می‌کند. این مواد شامل کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها، پروتئین‌ها، آب، ویتامین‌ها و مواد معدنی هستند. کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها، افزون بر تأمین مواد اولیه برای سوخت و ساز یاخته‌ها، منابعی برای تأمین انرژی آنها نیز هستند. در این میان، تنها کربوهیدرات‌ها هستند که در بدن به گلوکز شکسته شده و گلوکز حاصل از آنها در خون حل می‌شود. خون این ماده را به یاخته‌ها رسانده و این ماده هنگام اکسایش در یاخته‌ها، انرژی تولید می‌کند.

۲ گرمای حاصل از واکنش میان گازهای N_2H_4 و H_2 که منجر به تولید NH_3 می‌شود را با استفاده از روش‌های تجربی می‌توان تعیین کرد.

واکنش چند مرحله‌ای تولید آمونیاک

تهیه گاز آمونیاک به روش هابر از گازهای نیتروژن و هیدروژن $(N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g))$ را می‌توان مجموعی از واکنش‌های زیر دانست:

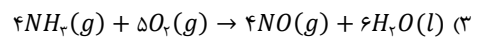
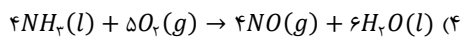
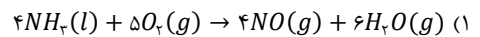
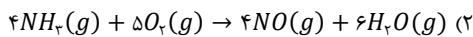
$$I) 2H_2(g) + N_2(g) \rightarrow 2NH_3(g) \quad II) N_2H_4(g) + H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$$

فرآورده تولید شده در واکنش (I)، هیدرازین نام دارد. ΔH واکنش تولید این ماده از گازهای هیدروژن و نیتروژن را نمی‌توان به طور مستقیم اندازه‌گیری کرد، پس برای اندازه‌گیری تغییر آنتالپی این واکنش باید از روش‌های غیرمستقیم مثل قانون هس کمک بگیریم.

۳ مولکول‌های دو اتمی کلر براساس یک فرایند گرماده ($\Delta H < 0$) با مولکول‌های هیدروژن واکنش داده و مولکول‌های هیدروژن کلرید را تولید می‌کنند. با توجه به گرماده بودن این واکنش، فرآورده تولید شده پایداری بیشتری نسبت به واکنش‌دهنده‌های مصرف شده دارد.

گروه آموزشی ماز

۸۰ - گاز آمونیاک بر اساس یک فرایند گرماده اکسایش پیدا می‌کند. گرما آزاد شده در کدام یک از معادله‌های زیر در مقایسه با سایر موارد کمتر است؟



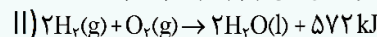
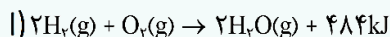
پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ شریقی:

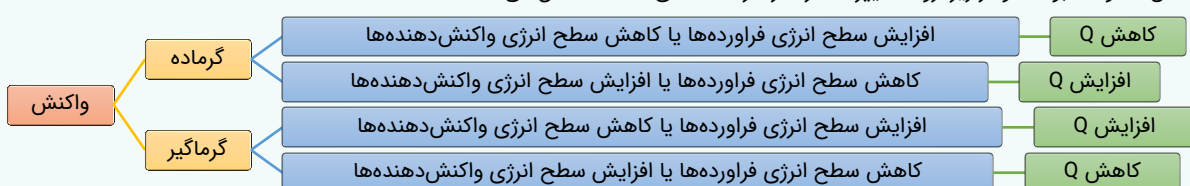
یکی از عوامل موثر بر گرمای مبادله شده در واکنش‌های شیمیایی، حالت فیزیکی مواد شرکت‌کننده (هم مواد واکنش‌دهنده مصرف شده، هم مواد فرآورده تولید شده) در آن واکنش است.

تغییر Q واکنش با تغییر سطح انرژی مواد

نوع واکنش‌دهنده‌ها، نوع فرآورده‌ها، مقدار واکنش‌دهنده‌های مصرف شده و حالت فیزیکی مواد شرکت‌کننده در واکنش، از جمله عوامل موثر بر انرژی مبادله شده در یک واکنش شیمیایی هستند. با تغییر حالت فیزیکی واکنش‌دهنده‌ها و یا فرآورده‌های تولید شده در یک واکنش شیمیایی، مقدار انرژی مبادله شده در آن واکنش نیز تغییر می‌کند. به عنوان مثال، واکنش‌های زیر را در نظر بگیرید:



با توجه به متفاوت بودن حالت فیزیکی H_2O تولید شده در این واکنش‌ها، مقدار گرمای آزاد شده در آنها نیز متفاوت از یکدیگر است. از آنجا که فرآورده تولید شده در واکنش II سطح انرژی کمتر و پایداری بیشتری در مقایسه با فرآورده تولید شده در واکنش I دارد؛ پس مقدار انرژی آزاد شده در واکنش II بیشتر از مقدار انرژی آزاد شده در واکنش I خواهد بود. نمودار زیر، روند تغییر مقدار Q را در حالت‌های مختلف نشان می‌دهد.



فرایند اکسایش آمونیاک گرماده است، پس با افزایش پایداری (کاهش سطح انرژی) واکنش دهنده‌ها و کاهش پایداری (افزایش سطح انرژی) فراورده‌ها، مقدار گرمای آزاد شده طی این واکنش کاهش پیدا می‌کند. مقایسه سطح انرژی حالت‌های مختلف یک ماده نیز به صورت زیر است:

جامد > مایع > گاز : سطح انرژی

بر این اساس، در واکنش $4NH_3(l) + 5O_2(g) \rightarrow 4NO(g) + 6H_2O(g)$ سطح انرژی واکنش دهنده (آمونیاک) در پایین‌ترین حالت ممکن و سطح انرژی فراورده (آب) در بالاترین حالت ممکن بوده و مقدار گرمای آزاد شده در این واکنش نیز کمتر از مقدار گرمای آزاد شده در سایر واکنش‌ها است.

گروه آموزشی ماز

۸۱- اگر برای تبدیل هر مول از گازهای متانال (CH_2O) و متان به اتم‌های سازنده آن‌ها به ترتیب به ۱۶۲۲ و ۱۶۶۰ کیلوژول انرژی نیاز باشد، برای تبدیل هر گرم گاز کربن دی‌اکسید به اتم‌های مجزا، چند کیلوژول انرژی مورد نیاز است؟

($O = 16$ و $C = 12 : g.mol^{-1}$)

۳۶ (۴)

۲۴ (۳)

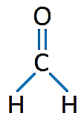
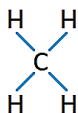
۴۸ (۲)

۱۸ (۱)

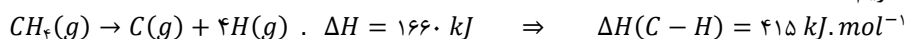
پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مساله - ۱۱۰۲)

پاسخ شریعی:

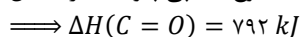
ساختار مولکول‌های متانال و متان به صورت زیر است:



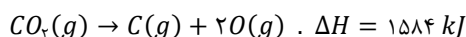
در هر مولکول متان، ۴ پیوند $C-H$ وجود دارد؛ پس داریم:



در هر مولکول متانال نیز ۲ پیوند $C-H$ و یک پیوند $C=O$ وجود دارد، پس داریم:



با توجه به محاسبات انجام شده، میانگین آنتالپی پیوند $C=O$ برابر با ۷۹۲ کیلوژول بر مول است. از طرفی، در هر مولکول کربن دی‌اکسید نیز دو پیوند $C=O$ وجود دارد؛ پس برای تبدیل هر مول کربن دی‌اکسید به اتم‌های گازی مجزا، به ۱۵۸۴ کیلوژول انرژی نیاز است. معادله این واکنش به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش، مقدار انرژی مورد نیاز برای تبدیل هر گرم گاز کربن دی‌اکسید به اتم‌های مجزا را محاسبه می‌کنیم:

$$1 \text{ g } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2} \times \frac{1584 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } CO_2} = 36 \text{ kJ}$$

گروه آموزشی ماز

۸۲- کدام یک از مطالب زیر در رابطه با هیدروکربن مقابل درست است؟

(۱) درصد جرمی کربن در این ترکیب، بیشتر از درصد جرمی کربن در ۳-هپتین است.

(۲) این ماده در مقایسه با یک نمونه از هگزان، مقاومت کمتری در برابر جاری شدن دارد.

(۳) دمای جوش یک نمونه از این ماده بالاتر از دمای جوش یک نمونه خالص از پنتان است.

(۴) جرم مولی ترکیب موجود در میخک به اندازه جرم مولی یک اتم اکسیژن بیشتر از این ترکیب است.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ شریعی:

تصویر مورد نظر، ساختار هپتان را نشان می‌دهد. این ترکیب، یک هیدروکربن ۷ کربنه و پنتان نیز یک هیدروکربن ۵ کربنه است. با توجه به تعداد اتم‌های کربن بیشتر هپتان، می‌توان گفت دمای جوش یک نمونه از این ماده بالاتر از دمای جوش یک نمونه خالص از پنتان است.

نمودار زیر، تغییر خواص آلکان‌ها را با توجه به تغییر تعداد اتم‌های کربن در آن‌ها نشان می‌دهد:



افزایش دمای جوش (دمایی که یک مایع در آن می‌جوشد)

کاهش فراریت (تمایل برای تبدیل شدن به حالت گاز)

افزایش گرانروی (مقاومت در برابر جاری شدن)

افزایش شمار اتم‌های کربن در آلکان‌ها

افزایش قدرت نیروهای وان‌دروالسی

در واقع، با افزایش شمار اتم‌های کربن موجود در آلکان‌ها (n)، جرم مولی و حجم مولکول‌های سازنده این مواد افزایش یافته و به دنبال آن، قدرت نیروهای بین مولکولی (نیروی وان‌دروالسی) نیز افزایش پیدا می‌کند. به عنوان مثال، چون جرم مولی و حجم مولکول‌های نونان (C_9H_{20}) بیشتر از هگزان (C_6H_{14}) است، می‌توان گفت قدرت نیروهای وان‌دروالسی بین مولکول‌های نونان نیز بیشتر از قدرت این نیرو بین مولکول‌های هگزان است. نقطه جوش، معادل با دمای است که در آن یک مایع شروع به جوشیدن کرده و به بخار تبدیل می‌شود. با بیشتر شدن تعداد اتم‌های کربن موجود در آلکان‌ها (n)، قدرت نیروهای نیروی وان‌دروالسی در این مواد افزایش پیدا کرده و دمای جوش آن‌ها نیز افزایش می‌یابد. توجه داریم که دمای جوش چهار عضو اول خانواده آلکان‌ها (متان، اتان، پروپان و بوتان)، کمتر از 0°C است، پس این مواد در دماهای بالاتر از 0°C (از جمله دمای اتاق که معادل با 22°C است) به حالت گاز (g) دیده می‌شوند. در نقطه مقابل، آلکان‌هایی که شمار اتم‌های کربن موجود در ساختار آن‌ها بیشتر از ۵ عدد است، در دمای اتاق به حالت مایع (l) دیده می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ فرمول مولکولی هپتان به صورت C_7H_{16} و فرمول شیمیایی هپتین به صورت C_7H_{12} است. با توجه به یکسان بودن زیروند کربن، می‌توان گفت جرم اتم کربن در این دو ترکیب برابر است؛ اما جرم مولی هپتان بیشتر از جرم مولی هپتین است. بر این اساس، می‌توان گفت درصد جرمی کربن در هپتان کمتر از درصد جرمی این عنصر در هپتین است.

۲ به مقاومتی که یک مایع در برابر جاری شدن از خود نشان می‌دهد، گرانروی گفته می‌شود. با افزایش شمار اتم‌های کربن موجود در آلکان‌ها (n)، مولکول‌های سازنده این مواد با نیروی بیشتری یکدیگر را جذب کرده و به همین خاطر، میزان گرانروی آن‌ها افزایش پیدا می‌کند. بر این اساس، می‌توان گفت گرانروی هپتان بیشتر از گرانروی هگزان است.

۴ ترکیب آلی موجود در گیاه میخک، ۲-هپتانول با فرمول شیمیایی $C_7H_{14}O$ است. جرم مولی این ترکیب به اندازه ۱۴ گرم بیشتر از جرم مولی هپتان است؛ در حالی که جرم مولی اکسیژن برابر با ۱۶ گرم بر مول است.

گروه آموزشی ماز

۸۳- به ازای سوختن هر مول از کدام ترکیب زیر، مقدار گرمای بیشتری آزاد می‌شود؟

(۴) متان

(۳) اتانول

(۲) پروپان

(۱) ۲-بوتن

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

متان و اتانول، دارای اتم‌های کربن کمتری نسبت به دو ترکیب دیگر بوده و بر این اساس، طی سوزاندن هر مول از آن‌ها گرمای کمتری آزاد می‌شود. فرمول شیمیایی پروپان و ۲-بوتن به ترتیب به صورت C_3H_8 و C_4H_{10} است. شمار اتم‌های هیدروژن در این دو ترکیب با هم برابر است، اما چون ۲-بوتن دارای یک اتم کربن بیشتر است، پس به ازای سوختن یک مول از آن گرمای بیشتری آزاد می‌شود.

مقایسه آنتالپی سوختن و ارزش سوختی هیدروکربن‌ها

✓ برای مقایسه تغییر آنتالپی سوختن دو نمونه از هیدروکربن‌ها ابتدا به تعداد اتم‌های کربن در هر نمونه نگاه می‌کنیم؛ هر کدام تعداد اتم‌های کربن بیشتری داشت، ΔH واکنش سوختن آن نمونه، منفی‌تری است. همچنین اگر تعداد اتم‌های کربن در هر دو نمونه مساوی باشد، نمونه‌ای که اتم هیدروژن بیشتری خواهد داشت، ΔH واکنش سوختن منفی‌تری دارد. برای مثال، داریم:

(۱) مقایسه گرمای آزاد شده از سوختن $1/5$ مول بوتان و $3/5$ مول اتن: مقدار کربن در نمونه بوتان و نمونه اتن به ترتیب برابر ۶ و ۷ مول اتم کربن هستند؛ پس گرمای آزاد شده از سوختن نمونه اتن بیشتر از نمونه بوتان است.

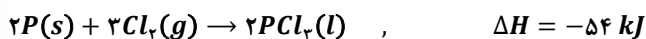
(۲) مقایسه گرمای آزاد شده از سوختن ۱ مول پروپن و $1/5$ مول اتان: مقدار کربن در این دو نمونه برابر ۳ مول است، پس تعداد اتم‌های هیدروژن را در این دو نمونه مقایسه می‌کنیم؛ مقدار هیدروژن در نمونه پروپن برابر ۶ مول و در نمونه اتان برابر ۹ مول است، پس از سوختن نمونه اتان گرمای بیشتری آزاد می‌شود.

✓ برای مقایسه ارزش سوختی اعضای خانواده آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌ها به صورت مجزا، هر کدام تعداد کربن کمتری داشت، ارزش سوختی بیشتری دارد. به عنوان مثال، ارزش سوختی متان از تمامی آلکان‌ها بیشتر است. همچنین ارزش سوختی پروپن از ارزش سوختی ۱-هگزن بیشتر می‌باشد.

✓ در مقایسه آنتالپی سوختن یک آلکان و الکل هم‌کربن، آنتالپی سوختن آلکان منفی‌تر بوده و ارزش سوختی بیشتری دارد. بر این اساس مقدار گرمای آزاد شده از یک مول متان بیشتر از یک مول متانول بوده و ارزش سوختی بیشتری دارد.

گروه آموزشی ماز

۸۴- برای افزایش دمای ۱۵ مول آهن ($c_{\text{آهن}} = 0.45 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$) از 280 K به 300 K ، چند کیلوژول انرژی لازم است و این مقدار انرژی، با مصرف چند مول گاز کالر در واکنش زیر بدست می‌آید؟ ($\text{Fe} = 56 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۰/۴۲ - ۷/۵۶ (۴)

۰/۴۲ - ۳/۷۸ (۳)

۰/۲۱ - ۷/۵۶ (۲)

۰/۲۱ - ۳/۷۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

ابتدا جرم آهن را به دست می آوریم. در این رابطه، داریم:

$$? g Fe = 15 \text{ mol Fe} \times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} = 840 \text{ g}$$

گرمای مبادله شده توسط اجسام را با نماد Q نشان می دهند که واحد آن در مقیاس SI، معادل با ژول (J) است. برای حساب کردن گرمای جذب یا آزاد شده در فرایندهایی که با تغییر دمای یک جسم همراه هستند، می توان از رابطه $Q = mc\Delta\theta$ استفاده کرد. در این رابطه، مولفه c معادل با ظرفیت گرمایی ویژه یا همان گرمای ویژه است.

یکای رایج دما، درجه سلسیوس ($^{\circ}C$) است؛ درحالی که یکای دما در SI کلین (K) است. دمای یک جسم در مقیاس سلسیوس با نماد θ و در مقیاس کلین با نماد T نشان داده می شود. رابطه بین این دو مقیاس دمایی به صورت $T(K) = \theta(^{\circ}C) + 273$ است. با توجه به این رابطه، ارزش دمایی $1^{\circ}C$ با ارزش دمایی $1K$ برابر خواهد بود؛ پس تغییر دمای یک جسم در مقیاس سلسیوس ($\Delta\theta$) برابر با میزان تغییر دمای آن جسم در مقیاس کلین (ΔT) است.

با استفاده از اطلاعات داده شده در صورت سوال، انرژی لازم برای افزایش دمای آهن را محاسبه می کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta = mc\Delta K \Rightarrow Q = 840 \times 0.45 \times (300 - 280) \Rightarrow Q = 7560 J = 7.56 \text{ kJ}$$

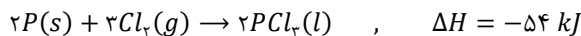
محاسبه گرمای مبادله شده

همانطور که می دانیم، ظرفیت گرمایی (c) یک جسم، به مقدار جرم (m) آن جسم وابسته است. دانشمندان برای از بین بردن این وابستگی، مفهوم ظرفیت گرمایی ویژه را معرفی کردند. ظرفیت گرمایی ویژه یک ماده، معادل با مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای یک گرم از آن ماده به اندازه یک درجه سانتی گراد است. مقدار گرمای ویژه مواد مختلف را با نماد c نشان می دهند. از رابطه زیر، برای بررسی میزان تغییر دمای یک جسم ($\Delta\theta$) با ظرفیت گرمایی ویژه c و جرم m گرم بر حسب میزان گرمای مبادله شده توسط آن جسم (Q) استفاده می شود:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{m \cdot c}$$

اگر دو جسم با دمای متفاوت در مجاورت هم قرار بگیرند، گرما از جسمی که دمای بالاتری دارد به سمت جسمی که دمای پایین تری دارد جاری می شود. فرایند انتقال گرما در این حالت تا جایی ادامه پیدا می کند که دمای اجسام مورد نظر با هم برابر شود.

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



بر این اساس، داریم:

$$? \text{ mol } Cl_2 = \frac{7.56 \text{ kJ}}{54 \text{ kJ}} \times \frac{3 \text{ mol } Cl_2}{\text{انرژی}} = 0.42 \text{ mol}$$

گروه آموزشی ماز

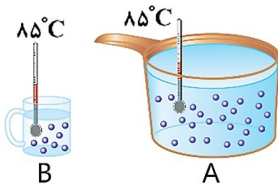
۸۵- با توجه به شکل زیر، چند مورد از مقایسه های داده شده درست اند؟

• انرژی گرمایی: $B < A$

• میانگین انرژی جنبشی ذره های سازنده: $A = B$

• مجموع انرژی جنبشی ذره های سازنده: $B < A$

• میانگین تندی مولکول های آب: $B < A$



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

مقدار انرژی گرمایی (مجموع انرژی جنبشی ذرات سازنده) یک نمونه از ماده، علاوه بر میزان تندی حرکت ذرات سازنده آن ماده، با مقدار (جرم) آن ماده نیز رابطه مستقیم دارد درحالی که دمای یک ماده فقط به میانگین تندی حرکت ذرات سازنده آن ماده وابسته بوده و ربطی به مقدار آن ماده ندارد. بر این اساس، موارد اول تا سوم درست اند. به ترتیب هر یک از موارد داده شده را بررسی می کنیم:

- هر چه مقدار یک ماده در دمای ثابت بیشتر شود، انرژی گرمایی آن ماده بیشتر می شود. به همین خاطر، نمونه ای که جرم بیشتری دارد، مقدار انرژی گرمایی بیشتری نیز خواهد داشت.
- در یک دمای معین، میانگین انرژی جنبشی ذره های سازنده یک ماده ثابت است.
- در دمای ثابت، هر چه مقدار یک ماده بیشتر شود، مجموع انرژی جنبشی ذره های سازنده آن ماده بیشتر می شود.
- دمای هر دو ظرف برابر است در نتیجه میانگین سرعت یا تندی مولکول های آب در دو ظرف برابر است.

رابطه دما و میانگین تند و انرژی جنبشی

ذرات سازنده یک ماده در سه حالت فیزیکی جامد، مایع یا گاز، پیوسته در حال حرکت و جنب و جوش هستند اما میزان جنبش ذره ها در حالت های فیزیکی مختلف، متفاوت از یکدیگر است. جنبش های نامنظم ذرات سازنده یک ماده در حالت گاز شدیدتر از حالت مایع و در حالت مایع نیز شدیدتر از حالت جامد است. به انرژی ذرات یک ماده که ناشی از حرکت ذرات سازنده آن ماده است، انرژی جنبشی گفته می شود. طبیعتاً هرچه سرعت (تندی) حرکت ذرات سازنده یک ماده بیشتر باشد، انرژی جنبشی ذرات سازنده آن ماده نیز بیشتر خواهد بود. دما کمیتی است که میزان گرمی و سردی یک نمونه ماده را نشان می دهد. از دیدگاه ذره ای، هر چه دمای یک نمونه از ماده بالاتر باشد، جنبش های نامنظم ذره های سازنده آن ماده نیز شدیدتر است. به عبارت دیگر، هر چه دمای یک ماده بالاتر باشد، میانگین سرعت (تندی) و میانگین انرژی جنبشی ذرات سازنده آن ماده نیز بیشتر است. در چنین شرایطی، دمای یک ماده را می توان به عنوان معیاری برای توصیف میانگین تند و میانگین انرژی جنبشی ذره های سازنده آن ماده در نظر گرفت.

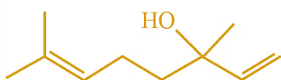
گروه آموزشی ماز

۸۶- کدام یک از عبارات های زیر نادرست هستند؟

- (۱) رنگ، بو و مزه خوشایند ادویه ها به طور عمده وابسته به ترکیب های آلی موجود در این مواد است.
- (۲) ترکیب آلی موجود در بادام، یک ترکیب آروماتیک بوده و گروه عاملی کربونیل در آن وجود دارد.
- (۳) بو و طعم گیاه گشنیز، بخاطر وجود یک ترکیب آلی با گروه عاملی اتری در این گیاه است.
- (۴) برای ۲-بوتانول، می توان ۳ ایزومر مختلف که دارای گروه عاملی اتری باشند، رسم کرد.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی



بو و طعم گیاه گشنیز، بخاطر وجود یک ترکیب آلی با گروه عاملی الکلی (هیدروکسیل) در این گیاه است. ساختار این ترکیب الکلی به صورت مقابل است:

فرمول شیمیایی این ترکیب به صورت $C_4H_{10}O$ بوده و در ساختار آن مجموعاً ۳۰ پیوند اشتراکی وجود دارد.

بررسی سایر گزینه ها:

۱ ادویه ها افزون بر رنگ، بو و مزه خوشایندی که به غذا می دهند، مصرف دارویی نیز دارند؛ آن چنان که امروزه از این مواد برای جلوگیری از گرسنگی، افزایش سوخت و ساز، جلوگیری از التهاب، پیشگیری از سرطان و گاهی بهبود یا رفع آن استفاده می شود. یافته های تجربی نشان می دهند که چنین خواصی در ادویه ها به طور عمده وابسته به ترکیب های آلی موجود در آنها است. ترکیب هایی که در ساختار خود افزون بر اتم های هیدروژن و کربن، اتم های اکسیژن، گاهی نیتروژن و گوگرد نیز دارند. بررسی مواد آلی موجود در ادویه ها نشان می دهد که وجود آرایش ویژه ای از اتم ها به نام گروه عاملی نقش تعیین کننده ای در خواص آنها دارد.

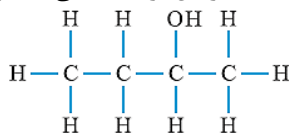
از میان خانواده های مطرح شده در این جدول، زوج ترکیب های (الکل ها و اترها)، (آلدهیدها و کتون ها) و (کربوکسیلیک اسیدها و استرها) در صورت داشتن تعداد اتم های کربن برابر (مساوی بودن مقدار n)، نسبت به یکدیگر ایزومر (همپار) محسوب می شوند.

۲ بادام و دارچین از جمله موادی هستند که در آنها ترکیبات آلدهیدی وجود دارد. جدول زیر، مشخصات ترکیب آلی موجود در بادام را نشان می دهد:

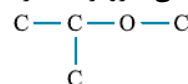
نام ماده خوراکی	نام ترکیب	ساختار	گروه عاملی	فرمول مولکولی	تعداد پیوند اشتراکی
بادام	بنزالدهید		آلدهیدی (کربونیل)	C_7H_6O	۱۸

چون این ترکیب آلی در ساختار خود یک حلقه شش ضلعی بنزنی دارد، جزو ترکیبات آروماتیک محسوب می شود.

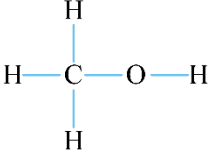
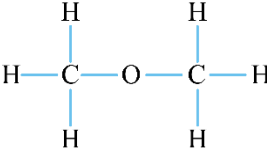
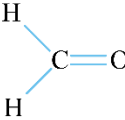
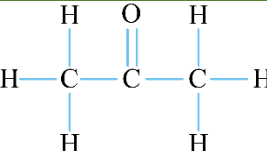
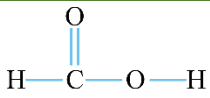
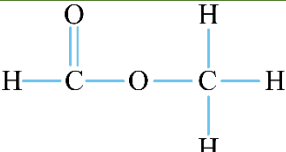
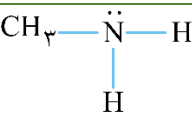
۴ شیمی دان ها به موادی که فرمول مولکولی یکسانی دارند اما ساختار آنها نسبت به یکدیگر متفاوت است، ایزومر یا همپار می گویند. ترکیبی به نام ۲-بوتانول، یک ماده الکلی با فرمول شیمیایی $C_4H_{10}O$ است. ساختار این ترکیب الکلی به صورت زیر است:



برای این ترکیب الکلی، ایزومرهای اتری زیر را می توان رسم کرد:



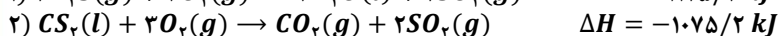
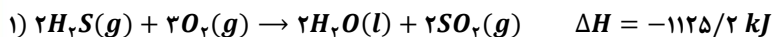
جدول زیر، اطلاعات مربوط به برخی از گروه‌های عاملی رایج را نشان می‌دهد:

خانواده	فرمول شیمیایی کلی	ساده‌ترین عضو	فرمول شیمیایی ساده‌ترین عضو	ساختار ساده‌ترین عضو
الکل‌ها	$C_nH_{2n+1}OH$	متانول	CH_3OH	
اترها	$C_nH_{2n+2}O$	دی‌متیل اتر	C_2H_6O	
آلدهیدها	$C_nH_{2n}O$	متانال (فرمالدهید)	CH_2O	
کتون‌ها	$C_nH_{2n}O$	پروپانون (استون)	C_3H_6O	
کربوکسیلیک اسیدها	$C_nH_{2n}O_2$	متانوئیک اسید (فرمیک اسید)	$HCOOH$	
استرها	$C_nH_{2n}O_2$	متیل متانوات	$HCOOCH_3$	
آمین‌ها		متیل آمین	CH_3NH_2	

گروه آموزشی ماز

۸۷- با توجه به واکنش‌های زیر، برای تولید $13/2$ گرم گاز CO_2 طبق معادله $CS_2(l) + 2H_2O(l) \rightarrow CO_2(g) + 2H_2S(g)$ چند کیلوژول انرژی مبادله شده و این مقدار گاز کربن دی‌اکسید را بر اثر سوزاندن کامل چند گرم گلوکز می‌توان تولید کرد؟

$$(O = 16 \text{ و } C = 12 \text{ و } H = 1 : g.mol^{-1})$$



۱۸ - ۱۵ (۴)

۱۸ - ۳۰ (۳)

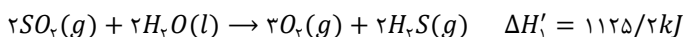
۹ - ۱۵ (۲)

۹ - ۳۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)

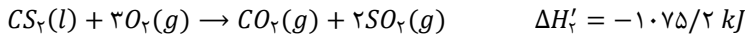
پاسخ سریعی؟

آنتالپی بسیاری از واکنش‌های شیمیایی را نمی‌توان به روش تجربی اندازه‌گیری کرد، زیرا برخی از آنها مرحله‌ای از یک واکنش پیچیده هستند و برخی دیگر به آسانی انجام نمی‌شوند. شیمی‌دان‌ها برای تعیین ΔH چنین واکنش‌هایی از روش‌های دقیق دیگری همانند قانون هس (جمع‌پذیری گرمای واکنش‌ها) بهره می‌برند. برای استفاده از قانون هس، در ابتدا باید با توجه به معادله واکنش‌های داده شده، واکنش نهایی را تشکیل دهیم. هیدروژن سولفید در واکنش خواسته شده با ضریب ۲ در سمت فراورده‌ها قرار دارد، درحالی‌که این ماده در واکنش ۱ با ضریب ۲ در سمت واکنش‌دهنده مصرف می‌شود. بر این اساس، واکنش ۱ را در ۱- ضرب می‌کنیم. بر این اساس، داریم:



ترکیب CS_2 در واکنش خواسته شده با ضریب ۱ در سمت واکنش‌دهنده قرار دارد و در واکنش ۱ نیز با ضریب ۱ در سمت فراورده تولید می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت واکنش ۲ نیازی به تغییر ندارد.

معادله این واکنش به صورت زیر است:



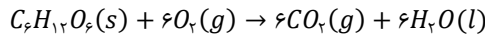
سپس با جمع ΔH واکنش‌های تغییر یافته، مقدار ΔH واکنش نهایی را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta H_T = \Delta H_1' + \Delta H_2' = 1125/2 + (-1075/2) = 50 \text{ kJ}$$

در پایان با استفاده از تغییر آنتالپی واکنش نهایی، مقدار انرژی مصرف شده به ازای $13/2$ گرم کربن دی‌اکسید به دست می‌آوریم:

$$1 \text{ kJ} = 13/2 \text{ g } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2} \times \frac{50 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } CO_2} = 15 \text{ kJ}$$

با توجه به محاسبات بالا، طی این فرایند 15 کیلوژول انرژی مبادله می‌شود. معادله واکنش سوختن گلوکز به صورت زیر است:



بر این اساس، داریم:

$$? \text{ g } C_6H_{12}O_6 = 13/2 \text{ g } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{6 \text{ mol } CO_2} \times \frac{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} = 9 \text{ g}$$

گروه آموزشی ماز

۸۸- در کدام یک از گزینه‌های زیر، آنتالپی پیوند کووالانسی اول، بیشتر از آنتالپی پیوند کووالانسی دوم است؟

- (۱) پیوند اشتراکی موجود در آمونیاک - پیوند اشتراکی موجود در آب
- (۲) پیوند میان اتم‌های کربن در اتین - پیوند موجود در مولکول نیتروژن
- (۳) پیوند موجود در هیدروژن فلوئورید - پیوند موجود در مولکول کلر
- (۴) پیوند موجود در کربن دی‌اکسید - پیوند موجود در کربن مونواکسید

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)



برای مقایسه قدرت و آنتالپی پیوندهای کووالانسی، ابتدا به مرتبه پیوندها (یگانه، دوگانه یا سه‌گانه) توجه می‌کنیم. هر چه مرتبه یک پیوند اشتراکی بیشتر باشد، آنتالپی آن پیوند بیشتر است. پس از آن، به شعاع اتمی دو اتم شرکت‌کننده در تشکیل پیوند توجه می‌کنیم. هر چه شعاع اتمی کمتر باشد، پیوند قوی‌تر است. در این بین چند استثنا وجود دارد. به این موارد، توجه کنید:

$$\Delta H(C=O) > \Delta H(C=C) > \Delta H(O=O)$$

$$\Delta H(C-C) > \Delta H(N-N) > \Delta H(O-O)$$

با توجه به توضیحات داده شده، آنتالپی پیوند یگانه $H-F$ بخاطر کوچک‌تر بودن شعاع اتمی ذرات سازنده آن، از آنتالپی پیوند $Cl-Cl$ بیشتر است.

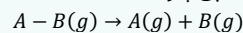
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱- پیوند موجود در گاز آمونیاک ($N-H$) و پیوند موجود در آب ($O-H$): شعاع اتمی اکسیژن از نیتروژن کمتر است، پس طول پیوند اکسیژن با هیدروژن کمتر از پیوند نیتروژن و هیدروژن بوده و آنتالپی آن بیشتر می‌باشد.

۲- پیوند میان اتم‌های کربن در اتین ($C \equiv C$) و پیوند موجود در نیتروژن ($N \equiv N$): شعاع اتمی نیتروژن از کربن کمتر است، پس آنتالپی پیوند کووالانسی سه‌گانه $N \equiv N$ بیشتر است.

۴- پیوند موجود در کربن دی‌اکسید ($C=O$) و پیوند موجود در کربن مونوکسید ($C \equiv O$): مرتبه پیوند در کربن مونوکسید بیشتر بوده و بر همین اساس می‌توان گفت آنتالپی آن بیشتر است.

به مقدار انرژی لازم برای شکستن یک مول پیوند اشتراکی میان دو اتم در حالت گازی، آنتالپی پیوند می‌گویند. برای شکستن پیوند، همواره به انرژی نیاز است؛ بنابراین آنتالپی پیوند همواره مثبت است. تغییر آنتالپی واکنش زیر، معادل آنتالپی پیوند $A-B$ است:



بنابراین، شرط آن که گرما مبادله شده در یک واکنش برابر آنتالپی پیوند باشد این است که در آن واکنش یک مول پیوند کووالانسی میان دو اتم شکسته شود و مواد شرکت‌کننده در واکنش نیز به حالت گازی باشند. آنتالپی پیوند میان دو اتم که نشان‌دهنده قدرت پیوند است، به جاذبه میان الکترون‌های پیوندی و هسته این دو اتم بستگی دارد. مسلماً هر چه جاذبه میان دو اتم بیشتر باشد، پیوند نیز قوی‌تر است. به طور کلی هر چه فاصله هسته‌ها از الکترون‌ها کمتر باشد، جاذبه آن پیوند بیشتر می‌شود؛ بنابراین هر چه طول پیوند کمتر باشد، آنتالپی پیوند نیز بیشتر است. به طور کلی، هر چه شعاع اتم‌های دخیل در تشکیل پیوند کوچک‌تر و مرتبه پیوند بیشتر باشد، شعاع پیوند کمتر می‌شود. بنابراین، به صورت کلی آنتالپی پیوند سه‌گانه نسبت به پیوند دوگانه و آن هم نسبت به پیوند یگانه بیشتر است. برای مثال، داریم:

$$\Delta H(N-N) < \Delta H(N=N) < \Delta H(N \equiv N)$$

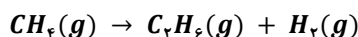
$$\Delta H(C-C) < \Delta H(C=C) < \Delta H(C \equiv C)$$

همچنین، غالباً هر چه شعاع اتم‌های تشکیل‌دهنده پیوند کوچک‌تر باشد، آنتالپی پیوند بیشتر خواهد بود. به طور مثال، داریم:

$$F < Cl < Br < I \Rightarrow \Delta H(H-F) > \Delta H(H-Cl) > \Delta H(H-Br) > \Delta H(H-I)$$

گروه آموزشی ماز

۸۹- با توجه به واکنش موازنه نشده گرمایشی زیر، اگر جرم اتان تولید شده برابر ۱/۵ گرم باشد، چند کیلوژول انرژی طی این فرایند مبادله شده است؟
(ارزش سوختی متان، اتان و گاز هیدروژن به ترتیب برابر ۵۵، ۵۲ و ۶۷/۵ کیلوژول بر گرم است.)



$$(C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$

۴ (۴)

۳/۲۵ (۳)

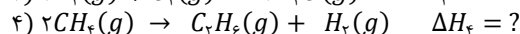
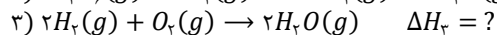
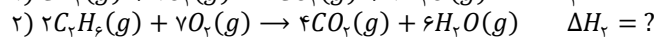
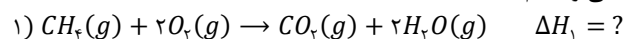
۲/۵ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مساله - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

ابتدا معادله موازنه شده سوختن متان، اتان، هیدروژن و همچنین معادله خواسته شده را می نویسیم:



در مرحله بعد آنتالپی هر واکنش را محاسبه می کنیم. توجه داریم سوختن همه مواد بجز نیتروژن گرماده بوده و آنتالپی واکنش آن ها منفی است. به این معنی که در طی آن انرژی از سامانه به محیط منتقل می شود. بر این اساس، داریم:

$$? kJ \text{ انرژی} = 1 \text{ mol } CH_4 \times \frac{16 \text{ g } CH_4}{1 \text{ mol } CH_4} \times \frac{55 \text{ kJ}}{1 \text{ g } CH_4} = 880 \text{ kJ} = |\Delta H_1|$$

$$? kJ \text{ انرژی} = 2 \text{ mol } C_2H_6 \times \frac{30 \text{ g } C_2H_6}{1 \text{ mol } C_2H_6} \times \frac{52 \text{ kJ}}{1 \text{ g } C_2H_6} = 3120 \text{ kJ} = |\Delta H_2|$$

$$? kJ \text{ انرژی} = 2 \text{ mol } H_2 \times \frac{2 \text{ g } H_2}{1 \text{ mol } H_2} \times \frac{67.5 \text{ kJ}}{1 \text{ g } H_2} = 270 \text{ kJ} = |\Delta H_3|$$

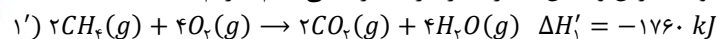
ارزش سوختی

به مقدار انرژی تولید شده در واکنش سوختن ۱ گرم از یک ماده سوختنی، ارزش سوختی گفته می شود. به عنوان مثال، اگر به ازای سوختن کامل هر گرم گاز اتان ۵۰ کیلوژول انرژی تولید شود، ارزش سوختی این ماده معادل با ۵۰ کیلوژول بر گرم ($kJ.g^{-1}$) است. برای محاسبه ارزش سوختی یک نمونه ماده، از رابطه زیر استفاده می شود:

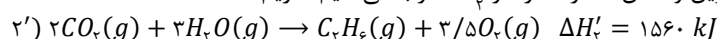
$$\text{ارزش سوختی} = \frac{\text{مقدار انرژی آزاد شده بر حسب کیلوژول}}{\text{جرم نمونه ماده بر حسب گرم}} = \frac{|\text{آنتالپی سوختن}| (kJ.mol^{-1})}{\text{جرم مولی}} (g.mol^{-1})$$

بین آنتالپی سوختن یک ماده و ارزش سوختی آن رابطه مقابل برقرار است:

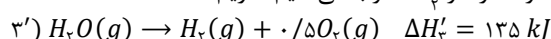
در واکنش خواسته شده، ۲ مولکول متان در سمت واکنش دهنده مصرف می شود؛ بنابراین واکنش شماره ۱ را در ۲ ضرب می کنیم. داریم:



در واکنش خواسته شده، ۱ مولکول اتان در سمت فراورده تولید می شود؛ بنابراین واکنش شماره ۲ را در $-\frac{1}{2}$ ضرب می کنیم. داریم:



در واکنش خواسته شده، ۱ مولکول هیدروژن در سمت فراورده تولید می شود؛ بنابراین واکنش شماره ۳ را در $-\frac{1}{2}$ ضرب می کنیم. داریم:



واکنش خواسته شده از جمع این سه واکنش حاصل می شود، پس آنتالپی آن نیز برابر مجموع آنتالپی این سه واکنش است.

$$\Delta H_4 = \Delta H'_1 + \Delta H'_2 + \Delta H'_3 = (-1760) + (1560) + (135) = -65 \text{ kJ}$$

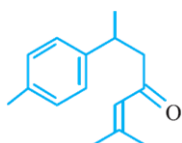
در مرحله آخر، مقدار انرژی مبادله شده را محاسبه می کنیم:

$$? kJ \text{ انرژی} = 1/5 \text{ g } C_2H_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_6}{30 \text{ g } C_2H_6} \times \frac{65 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_2H_6} = 3/25 \text{ kJ}$$

باتوجه به محاسبات انجام شده، در طی این واکنش ۳/۲۵ کیلوژول انرژی از سامانه به محیط انتقال پیدا می کند.

گروه آموزشی ماز

۹۰- شمار اتم های هیدروژن در ساختار مولکول مقابل، چند برابر شمار اتم های هیدروژن در ساده ترین عضو خانواده آلکین ها است؟



۵ (۲)

۱۰ (۱)

۵/۵ (۴)

۱۱ (۳)



برای محاسبه تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در یک ترکیب آلی که شامل چند مورد از اتم‌های کربن، هیدروژن، اکسیژن، نیتروژن و هالوژن می‌شود، می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$\text{تعداد } N + \text{تعداد هالوژن} - (\text{تعداد سه‌گانه}) \times 4 - (\text{تعداد حلقه} + \text{تعداد دوگانه}) \times 2 - (\text{تعداد } C \times 2) = \text{تعداد } H$$

توجه داریم که وجود و یا عدم وجود اتم‌های اکسیژن و گوگرد در ساختار یک ترکیب آلی، هیچ تاثیری در تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار مولکولی آن ماده ندارد. در ساختار ترکیب مورد نظر، ۱۵ اتم کربن، یک حلقه و ۵ پیوند دوگانه وجود دارد. بر این اساس، داریم:

$$\text{تعداد } H = (2 \times 15 + 2) - 2 \times (5 + 1) = 20$$

با توجه به محاسبات انجام شده، فرمول شیمیایی این ماده به صورت $C_{15}H_{20}O$ است. ساده‌ترین عضو خانواده آلکین‌ها نیز معادل با اتین (C_2H_2) بوده و در ساختار آن ۲ اتم هیدروژن وجود دارد. بر این اساس، مقدار نسبت خواسته شده برابر با ۱۰ می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۹۱- یک نمونه ۲۵ گرمی از یک ماده غذایی، شامل ۵/۵ گرم کربوهیدرات و یک گرم چربی و ۸ گرم پروتئین می‌شود. با توجه به داده‌های جدول، برای تامین 2400 cal انرژی مورد نیاز یک ورزشکار، به چند گرم از این ماده نیاز است؟ ($1 \text{ cal} = 4/2 \text{ J}$)

ماده غذایی	کربوهیدرات	پروتئین	چربی
ارزش سوختی ($\text{kJ} \cdot \text{g}^{-1}$)	۱۸	۱۸	۳۷

۳/۶ (۴)

۲/۷ (۳)

۱/۸ (۲)

۰/۹ (۱)



در قدم اول، مقدار انرژی موجود در یک نمونه ۲۵ گرمی از این ماده غذایی را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{18 \text{ kJ}}{1 \text{ g}} \times 5.5 \text{ g} = 99 \text{ kJ} \quad \text{انرژی کربوهیدرات } 5.5 \text{ g} = ? \text{ kJ}$$

$$\frac{37 \text{ kJ}}{1 \text{ g}} \times 1 \text{ g} = 37 \text{ kJ} \quad \text{انرژی چربی } 1 \text{ g} = ? \text{ kJ}$$

$$\frac{18 \text{ kJ}}{1 \text{ g}} \times 8 \text{ g} = 144 \text{ kJ} \quad \text{انرژی پروتئین } 8 \text{ g} = ? \text{ kJ}$$

فرایند سوختن و یا اکسایش مواد مختلف، همواره با آزاد شدن انرژی همراه است. به مقدار انرژی تولید شده در واکنش سوختن ۱ گرم از یک ماده سوختنی، ارزش سوختی گفته می‌شود. ارزش سوختی مواد مختلف، در مقیاس کیلوژول بر گرم گزارش می‌شود. بر این اساس، ارزش سوختی خوراکی مورد نظر را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{\text{مقدار انرژی آزاد شده بر حسب کیلوژول}}{\text{جرم نمونه ماده بر حسب گرم}} = \frac{99 + 37 + 144}{25} = 11/2 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1}$$

در قدم آخر، جرم ماده غذایی مورد نیاز را محاسبه می‌کنیم. توجه داریم که هر کالری تقریباً معادل با ۴/۲ ژول است.

$$0.9 \text{ g} = \frac{\text{ماده غذایی } 1 \text{ g}}{11/2 \text{ kJ}} \times \frac{1 \text{ kJ}}{1000 \text{ J}} \times \frac{4/2 \text{ J}}{1 \text{ cal}} \times 2400 \text{ cal} = ? \text{ g}$$

گروه آموزشی ماز

۹۲- شمار پیوندهای کربن-کربن موجود در ساختار هر مولکول ۲-هپتانون، با شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی موجود در مولکول برابر بوده و درصد جرمی اتم‌های کربن در این ترکیب، از درصد جرمی کربن در مولکول بنزالدهید است.

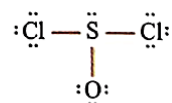
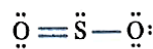
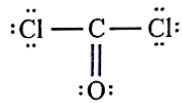
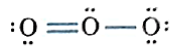
(۲) گوگرد دی‌اکسید - کمتر

(۴) اوزون - بیشتر

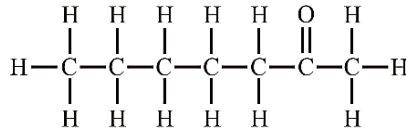
(۱) $SOCl_2$ - کمتر

(۳) $COCl_2$ - بیشتر

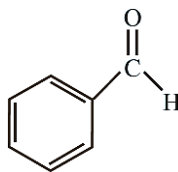
ساختار مولکول های داده شده به صورت زیر است:



ساختار مولکول ۲-هپتانون نیز به صورت زیر است:



در ساختار این مولکول، ۶ پیوند اشتراکی C - C وجود دارد. در ساختار مولکول های اوزون و گوگرد دی اکسید نیز ۶ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. تصویر زیر نیز ساختار بنزآلدهید را نشان می دهد:

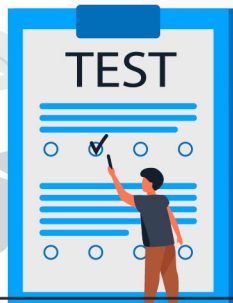


جدول زیر، اطلاعات مربوط به بنزآلدهید و ۲-هپتانون را نشان می دهد:

نام خوراکی	نام ترکیب	فرمول مولکولی	تعداد جفت الکترون ناپیوندی	تعداد پیوند اشتراکی	تعداد پیوندهای دوگانه
میخک	۲-هپتانون	$\text{C}_7\text{H}_{14}\text{O}$	۲	۲۲	۱
بادام	بنزآلدهید	$\text{C}_7\text{H}_6\text{O}$	۲	۱۸	۴

با توجه به اطلاعات داده شده در جدول بالا، جرم مولی ۲-هپتانون به اندازه جرم مولی ۸ اتم هیدروژن بیشتر از جرم مولی بنزآلدهید است، اما تعداد اتم های کربن موجود در ساختار این دو ترکیب برابر است. چون جرم کربن موجود در این دو مولکول برابر است، اما بنزآلدهید جرم مولی کمتری دارد، پس می توان گفت درصد جرمی اتم های کربن در مولکول بنزآلدهید کمتر از درصد جرمی اتم های کربن در مولکول ۲-هپتانون است.

تا کنکوری شدن



۱

مشخص کردن هدف

قبل از اینکه مطالعه کنکوری را شروع کنید بهتر است هدفتان را مشخص کنید. اگر به فکر تحصیل در رشته حقوق یا پزشکی دانشگاه تهران هستید در نظر داشته باشید باید میانگین ۷۰ تا ۸۰ درصد بزنید و میانگین نمرات امتحانات نهایی شما ۱۸ باشد. (اعداد فرضی هستند هر سال با توجه به سطح کنکور و امتحان نهایی درصدها متفاوت هستند.)

کسی که قصد قبول شدن در رشته‌های تاپ و دانشگاه‌های برتر را دارد لازم است تا ساعت مطالعه مناسب با آن را نیز داشته باشد. اگر دانش آموز متوسط و قوی باشد با مطالعه سبک از پایه یازدهم کنکوری خواندن را شروع می‌کند اگر ضعیف از دهم یا یازدهم با مطالعه ۵ تا ۶ ساعت شروع میکند. در سال کنکور هم بالای ۸ ساعت. در نتیجه رشته مورد علاقه شما ساعت مطالعه شمارا مشخص می‌کند.

۲

کتاب‌های درسی مناسب خودتان را بخريد

با توجه به هر درس و به نسبت ضعیف یا قوی بودن‌تان، کتابی متناسب با شرایط خودتان انتخاب کنید. اگر در این زمینه تخصصی ندارید، حتماً از یک مشاور کمک بگیرید.

۳

برنامه‌ریزی درسی مخصوص خود را داشته باشید

در سال کنکور، برنامه‌ریزی مثل یک فانوس در دل تاریکی است؛ باعث روشنایی مسیر و هدفمند کردن تلاش شما می‌شود. یک برنامه درسی خوب باید یک دید بلند مدت به شما بدهد که در یک سال قرار است چه مباحثی را مطالعه کنید. یک دید میان مدت به شما بدهد و برنامه یک الی ۲ هفته شمارا مشخص کند و یک برنامه کوتاه مدت داشته باشد که به نسبت وقت و زمانی که در طول روز دارید آن برنامه را اجرا کنید.

۷

شروع کنید

۴ در دروسی که ضعیف هستید در کلاس‌های کمک آموزشی ثبت نام کنید

گاهی اوقات دانش آموزان مباحث را در کلاس درس یاد نمی‌گیرند، حتی از دوستان خودشان کمک می‌گیرند اما تاثیری ندارد. در این شرایط بهتر است یک دبیر آن درس را به آنان آموزش بدهد.

گاهی اوقات دانش آموز با سبک تدریس مدرسه نمی‌تواند تست‌های آموزشی را حل کند. در این شرایط نیز بهتر است در کلاس‌های کمک آموزشی شرکت کند تا پایه درسی او قوی شود و نکات کنکوری را در کلاس‌ها آموزش ببیند.

۵

آزمون آزمایشی مناسب خود را انتخاب کنید

اگر دوست دارید از همان ابتدا وارد فضای رقابت کنکوری شوید و مدام خودتان را محک بزنید و ببینید آیا پیشرفتی در درس داشته‌اید یا نه، حتماً آزمون آزمایشی ثبت نام کنید.

مزایای شرکت در آزمون‌های آزمایشی:

- ✓ داشتن یک برنامه هدفمند با دید بلند مدت + ایستگاه‌های جبرانی
- ✓ اطلاع از نقاط قوت و ضعف
- ✓ یادگیری مدیریت زمان در تست زنی
- ✓ کاهش استرس و ترس از کنکور
- ✓ شرکت در آزمون‌های آزمایشی همواره پیشنهاد تمام مشاوران بوده است و پیشنهاد رتبه برترها آزمون‌های ماز.

۶

شیوه صحیح مطالعه دروس و تست زنی را یاد بگیرید

برای شروع لازم است روش صحیح مطالعه و تست زنی را بدانید تا از همان ابتدا از زمان مطالعه‌تان بهترین بهره را ببرید.

حال که تمام موارد لازم برای یک شروع پر قدرت برای کنکور را دارید، وقت آن رسیده است که دست به کار شوید و درس خواندن را شروع کنید. برای شروع کردن منتظر روز خاص یا ساعت خاص نباشید.

اگر عادت به مطالعه نداشتید بهتر است با ساعت مطالعه کم شروع کنید و به مرور ساعت مطالعه‌تان را افزایش دهید. اگر انگیزه ای برای درس خواندن ندارید و تنبلی می‌کنید بهتر است از دروسی شروع کنید که به آن علاقه دارید.