کدکنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۷/۰۵

گروه آموزشی ماز

پاسخنامه آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی ـ مرحله ۶

درس	گزینشگر	ویراستاران
ریاضیات	سید جواد نظری ـ مهرداد اسپیدکار	حمیدرضا ولیپور ـ نازنین امیری
فیزیک	سجاد صادقی‌زاده	علیرضا ملک‌حسینی
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد ـ بنیامین بهرامی	محمد داوودآبادی‌فراهانی ـ عالیه میرزایی
مدیر آزمون: رسول خنجری		

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفادهٔ غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

AzmonVIP

سلام به همه مازی‌ها.... امیدوارم حالتون خوب باشه!
خب رسیدیم به اولین چالش جدی ! بله بله چیزی نیست جز آزمون جمع‌بندی تابستان!
توی این آزمون شما باید تموم اون چیزی که توی این مدت ۲ ماهه براش تلاش کردین رو محک بزنین. در مورد این آزمون باید بهتون بگم که مباحث این آزمون به قدری مهم هستن که حدودا ۸ الی ۹ تست کنکورتون رو پوشش میدن (البته با توجه به نوع پایه‌ای که انتخاب کردین!)
پس اگه توی این آزمون نمره خوبی به دست آوردی بهت تبریک میگم ولی اگه از عملکرد خودت راضی نیستی اصلا نگران نباش چرا که توی آزمون‌های طی سال این مباحث بارها و بارها تکرار میشن که اونجا هم میتونی جبرانش کنی😊

حسین شفیع‌زاده - رتبهٔ ۶ کنکور ۶۷ و مسئول درس ریاضی گروه آموزشی ماز

آمار و احتمال (بخش اجباری)

۱- کدام گزاره با سایر گزاره‌ها دارای ارزش متفاوت است؟

۱) $p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ ۲) $\sim p \vee q$ ۳) $p \Rightarrow (p \wedge q)$ ۴) $(p \vee q) \Rightarrow (q \wedge p)$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

بررسی گزینه‌ها:

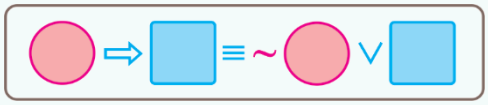
۱) $\overbrace{p \Rightarrow (p \Rightarrow q)}^{\text{عطف مقدمات}} \equiv (p \wedge p) \Rightarrow q \equiv p \Rightarrow q$

۲) $\sim p \vee q \equiv p \Rightarrow q$

۳) $\overbrace{p \Rightarrow (p \wedge q)}^{\text{شرطی به فصلی}} \equiv \sim p \vee (p \wedge q)$
$\equiv \underbrace{(\sim p \vee p)}_{T} \wedge (\sim p \vee q) \equiv \sim p \vee q \equiv p \Rightarrow q$

۴) $(p \vee q) \Rightarrow (q \wedge p) \equiv p \Leftrightarrow q$

اتحادهای مهم



گزاره‌های همواره درست یا همواره نادرست

$p \Leftrightarrow p \equiv T$	$p \Rightarrow T \equiv T$	$p \vee T \equiv T$	$p \vee \sim p \equiv T$
$p \Leftrightarrow \sim p \equiv F$	$F \Rightarrow p \equiv T$	$p \wedge F \equiv F$	$p \wedge \sim p \equiv F$

نقیض ترکیب فصلی و عطفی و شرطی و دوشرطی

قانون دمورگان	$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$	قانون دمورگان	$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
	$\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv p \Leftrightarrow \sim q \equiv \sim p \Leftrightarrow q$		$\sim (p \Rightarrow q) \equiv \sim (\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$

قوانین ترکیب‌های فصلی و عطفی

جذب	$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$	شرکت‌پذیری	$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$ $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$	خودتوانی	$p \vee p \equiv p$ $p \wedge p \equiv p$
هم‌پوشانی	$p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q$ $p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$	توزیع‌پذیری	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	جابه‌جایی	$p \vee q \equiv q \vee p$ $p \wedge q \equiv q \wedge p$

قانون زیر در ساده کردن عبارت‌هایی که دو بار ترکیب شرطی در آنها به کار رفته بسیار مؤثر است [این قانون به عطف مقدمات شهرت دارد].

$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$

سؤالات منتخب

کدام گزینه با سایر گزینه‌ها در جدول ارزش گزاره‌ها متفاوت است؟

۱) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$ ✓ ۲) $\sim q \Leftrightarrow \sim p$ ۳) $(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$ ۴) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

گروه آموزشی ماز

۲- مجموعه $((A \cup B) \cap (A' \cup B') \cap (A \cap B')) \cup (A' - B)$ با کدام مجموعه برابر است؟

۱) A ۲) B ۳) A' ۴) B'

www.biomaze.ir
AzmonVIP

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

با استفاده از خاصیت شرکت‌پذیری داریم:

$$((A\cup B)\cap(A'\cup B')\cap(A\cap B'))\cup(A'-B)=(((A\cup B)\cap(A'\cup B'))\cap(A\cap B'))\cup(A'-B)$$

از طرفی $(A\cup B)\cap(A'\cup B')$ دقیقاً یکی از A یا B است که با $(A-B)\cup(B-A)$ برابر است و $A\cap B'$ هم همان $A-B$ است، پس مجموعه بالا برابر است با:

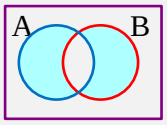
$$(((A-B)\cup(B-A))\cap(A-B))\cup(A'-B)$$

قوانین جذب را به یاد بیاورید: $\begin{cases}1)(A\cup B)\cap A=A\\2)(A\cap B)\cup A=A\end{cases}$ اگر در اولی به جای A، عبارت $A-B$ و به جای B، عبارت $B-A$ را بگذاریم در مجموعه بالا، عبارت داخل پرانتز بنفش حاصل می‌شود، یعنی داخل پرانتز بنفش، با $A-B$ برابر است، پس داریم:

$$(A-B)\cup(A'-B)=(A\cap B')\cup(A'\cap B')=\underbrace{(A\cup A')}_{U}\cap B'=U\cap B'=B'$$

نکته ۱

دقیقاً یکی از A یا B که نمودار آن به صورت



است با $(A-B)\cup(B-A)$ یا $(A\cup B)-(A\cap B)$ نمایش داده می‌شود.

نکته ۲

$$(A-B)\cup(B-A)=(A\cap B')\cup(B\cap A')=(A\cup B)-(A\cap B)=(A\cup B)\cap(A'\cup B')$$

نکته ۳

در متمم آن دقیقاً یکی از A یا B متمم می‌شود یعنی:

$$((A-B)\cup(B-A))'=(A'-B)\cup(B-A')=(A-B')\cup(B'-A)$$

نکته ۴

$$(A'-B')\cup(B'-A')=(A-B)\cup(B-A)$$
$$(A'\cup B')-(A'\cap B')=(A\cup B)-(A\cap B)$$

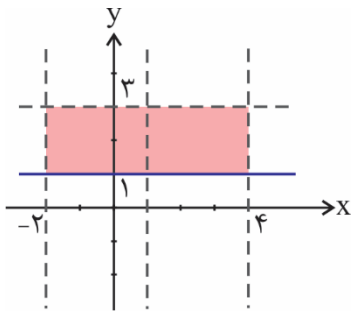
گروه آموزشی ماز

۳- اگر $A=[1,3)$ و $B=(-2,4)$ باشد، مساحت $(A\times B-B\times A)\cup(B\times A-A\times B)$ کدام است؟

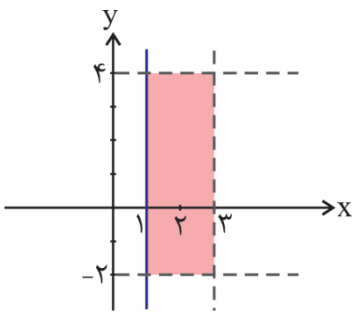
۱) صفر ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

روش اول:

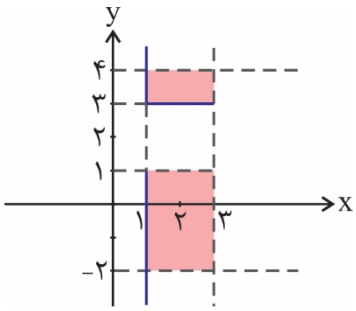


$B\times A=(-2,4)\times[1,3)$

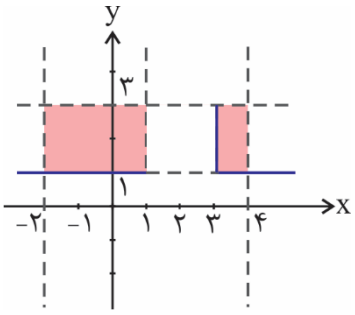


$A\times B=[1,3)\times(-2,4)$

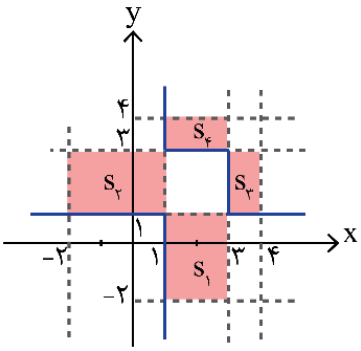
www.biomaze.ir
AzmonVIP



$A\times B-B\times A$



$B\times A-A\times B$



$(A\times B-B\times A)\cup(B\times A-A\times B)$

$S=S_۱+S_۲+S_۳+S_۴=۲\times۳+۳\times۲+۱\times۲+۲\times۱=۱۶$

روش دوم:

$|(A\times B-B\times A)\cup(B\times A-A\times B)|=$

$|A\times B|+|B\times A|-۲|(A\times B)\cap(B\times A)|=|A\times B|+|B\times A|-۲|A\cap B|^۲=۱۲+۱۲-۲\times۲^۲=۲۴-۸=۱۶$

روابط در مجموعه‌ها

$|(A-B)\cup(B-A)|=|A|+|B|-۲|A\cap B|$

$|(A\times B)\cap(B\times A)|=|A\cap B|^۲$

گروه آموزشی ماز

۴- اگر ارزش گزاره‌های p، q و r به تصادف انتخاب شوند، احتمال درست بودن ارزش گزاره $\sim p\Leftrightarrow[(q\wedge r)\Rightarrow(p\vee r)]$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۸}$ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱) آزمون وی ای پی

پاسخ تشریحی:

$A\equiv\underbrace{\sim p}_{B}\Leftrightarrow[\underbrace{(q\wedge r)\Rightarrow(p\vee r)}_{C}]$

برای آن‌که ارزش گزاره A درست باشد باید B و C هم‌ارزش باشند، تمامی حالات را بررسی می‌کنیم.

p	q	r	~p	$q\wedge r$	$p\vee r$	C	A
د	د	د	ن	د	د	د	ن
د	د	ن	ن	ن	د	د	ن
د	ن	د	ن	ن	د	د	ن
د	ن	ن	ن	ن	د	د	ن
ن	د	د	د	د	د	د	د
ن	د	ن	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	د	ن	د	د	د
ن	ن	ن	د	ن	ن	د	د

www.biomaze.ir

از بین ۸ حالت ممکن ۴ حالت مطلوب ماست، بنابراین احتمال درست بودن گزاره A برابر است با:

$$P=\frac{۴}{۸}=\frac{۱}{۲}$$

هر تست ما یک کلاس درس!

۱) ارزش گزاره $p\vee q$ تنها در صورتی نادرست است که هر دو گزاره p و q نادرست باشند.

۲) ارزش گزاره $p\wedge q$ تنها در صورتی درست است که هر دو گزاره p و q درست باشند.

۳) گزاره شرطی $p\Rightarrow q$ تنها در صورتی نادرست است که مقدم (p) درست و تالی (q) نادرست باشد.

۴) گزاره دو شرطی $p\Leftrightarrow q$ در صورتی درست است که p و q هم‌ارزش باشند (هر دو درست یا هر دو نادرست).

p	q	$p\vee q$	$p\wedge q$
د	د	د	د
د	ن	د	ن
ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن

p	q	$p\Rightarrow q$	$p\Leftrightarrow q$
د	د	د	د
د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن
ن	ن	د	د

نقیض گزاره p را با نماد $\sim p$ نشان می‌دهند که ارزشی مخالف ارزش p دارد.

گروه آموزشی ماز

۵- تاسی به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد مضرب ۳، سه برابر احتمال وقوع سایر برآمدهاست. این تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر مضرب ۳ بیاید، سه سکه می‌ریزیم و در غیر این صورت، شش سکه می‌ریزیم. با کدام احتمال دقیقاً یک «رو» ظاهر می‌شود؟

۱) $\frac{۳۳}{۳۲۰}$ ۲) $\frac{۹}{۸۰}$ ۳) $\frac{۲۱}{۸۰}$ ۴) $\frac{۳۹}{۳۲۰}$

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

ابتدا به کمک قوانین احتمال غیرهم‌شانس داریم:

$$P(\text{مضرب ۳})=۳P(\text{غیرمضرب ۳})$$

$$P(\text{غیرمضرب ۳})=x\Rightarrow P(\text{مضرب ۳})=۳x$$

$$P(۱)+P(۲)+P(۳)+P(۴)+P(۵)+P(۶)=۱$$

$$x+x+۳x+x+x+۳x=۱\Rightarrow x=\frac{۱}{۱۰}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}P(۳)=P(۶)=\frac{۳}{۱۰}\\ P(۱)=P(۲)=P(۴)=P(۵)=\frac{۱}{۱۰}\end{cases}$$

و اینک به کمک قانون احتمال کل، داریم:

مضرب ۳ ← $۲\times\frac{۳}{۱۰}$ ← سه سکه دقیقاً یک رو ← $\frac{\binom{۳}{۱}}{۲^۳}=\frac{۳}{۸}$

غیرمضرب ۳ ← $۴\times\frac{۱}{۱۰}$ ← شش سکه دقیقاً یک رو ← $\frac{\binom{۶}{۱}}{۲^۶}=\frac{۶}{۶۴}=\frac{۳}{۳۲}$

و در نهایت، احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A)=\frac{۶}{۱۰}\times\frac{۳}{۸}+\frac{۴}{۱۰}\times\frac{۳}{۳۲}=\frac{۱۸}{۸۰}+\frac{۱۲}{۳۲۰}=\frac{۸۴}{۳۲۰}=\frac{۲۱}{۸۰}$$

نکته

اگر $S=\{S_۱,S_۲,S_۳,...,S_n\}$ فضای نمونه‌ای غیرهم‌شانس باشد، داریم:

$$P(S_۱)+P(S_۲)+P(S_۳)+...+P(S_n)=۱$$

www.biomaze.ir
AzmonVIP

نکته۲

اگر پیشامدهای A_1 تا A_n فضای نمونه‌ای S را افراز کند و پیشامد A به آن‌ها وابسته باشد، احتمال وقوع پیشامد A برابر است با:

$$P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)\times P(A|A_i)$$

نکته۳

در n بار پرتاب یک تاس، احتمال اینکه k بار پشت (یا رو) بیاید، برابر است با:

$$\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$$

گروه آموزشی ماز

۶- آرش و بهروز به ترتیب با احتمال $\frac{2}{5}$ و $\frac{7}{20}$ برای دیدن مسابقه فوتبال به ورزشگاه می‌روند. اگر بهروز به ورزشگاه برود، آرش به احتمال $\frac{4}{7}$ به ورزشگاه نمی‌رود. اگر آرش به ورزشگاه نرود، بهروز با کدام احتمال به ورزشگاه نمی‌رود؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{4}{5}$ ۳) $\frac{3}{5}$ ۴) $\frac{3}{7}$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

اگر احتمال به ورزشگاه رفتن آرش و بهروز را به ترتیب با $P(A)$ و $P(B)$ نشان دهیم $P(B'|A')$ را می‌خواهیم. پس:

$$P(B'|A')=\frac{P(B'\cap A')}{P(A')}=\frac{P(A\cup B)'}{1-P(A)}=\frac{1-\big(P(A)+P(B)-P(A\cap B)\big)}{1-P(A)}$$

بنابراین باید $P(A\cap B)$ را به دست آوریم تا $P(B'|A')$ معلوم شود:

$$P(A'|B)=\frac{4}{7}\Rightarrow\frac{P(A'\cap B)}{P(B)}=\frac{4}{7}\Rightarrow\frac{P(B-A)}{P(B)}=\frac{4}{7}\Rightarrow\frac{P(B)-P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{4}{7}$$

$$\Rightarrow 1-\frac{P(A\cap B)}{\frac{7}{20}}=\frac{4}{7}\Rightarrow P(A\cap B)=\frac{3}{20}$$

حال می‌توان $P(B'|A')$ را محاسبه کرد:

$$P(B'|A')=\frac{1-(\frac{2}{5}+\frac{7}{20}-\frac{3}{20})}{1-\frac{2}{5}}=\frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{5}}=\frac{2}{3}$$

احتمال شرطی

احتمال رخ دادن پیشامد A به شرطی که پیشامد B رخ داده باشد را با نماد $P(A|B)$ نمایش می‌دهیم و از فرمول زیر برای محاسبهٔ آن استفاده می‌کنیم:

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

گروه آموزشی ماز

۷- در ظرف اول ۵ مهرهٔ آبی و ۳ مهرهٔ قرمز و در ظرف دوم ۶ مهرهٔ آبی و ۲ مهرهٔ قرمز وجود دارد. دو تاس پرتاب می‌کنیم. اگر تفاضل اعداد رو شده مضرب ۳ باشد، از ظرف اول مهره‌ای به تصادف خارج کرده و در ظرف دوم قرار می‌دهیم، در غیر این صورت یک مهره از ظرف دوم به تصادف خارج کرده و در ظرف اول قرار می‌دهیم. سپس از ظرف با تعداد مهره‌های بیشتر دو مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره همرنگ است؟

۱) $\frac{59}{144}$ ۲) $\frac{61}{144}$ ۳) $\frac{74}{144}$ ۴) $\frac{65}{144}$

www.biomaze.ir
AzmonVIP

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

احتمال آن که تفاضل اعداد رو شده مضرب ۳ باشد برابر است با:

$$A=\{(۱,۱),(۲,۲),(۳,۳),...(۶,۶),(۱,۴),(۴,۱),(۲,۵),(۵,۲),(۳,۶),(۶,۳)\}\Rightarrow P(A)=\frac{۱۲}{۳۶}=\frac{۱}{۳}$$

بنابراین داریم:

$$P=\underset{\uparrow}{\frac{۱}{۳}}\times(\underset{\text{آبی}}{\frac{۵}{۸}}\times\frac{\binom{۲}{۲}+\binom{۷}{۲}}{\binom{۹}{۲}}+\underset{\text{قرمز}}{\frac{۳}{۸}}\times\frac{\binom{۳}{۲}+\binom{۶}{۲}}{\binom{۹}{۲}})+\underset{\uparrow}{\frac{۲}{۳}}\times(\underset{\text{آبی}}{\frac{۶}{۸}}\times\frac{\binom{۶}{۲}+\binom{۳}{۲}}{\binom{۹}{۲}}+\underset{\text{قرمز}}{\frac{۲}{۸}}\times\frac{\binom{۴}{۲}+\binom{۵}{۲}}{\binom{۹}{۲}})$$

تفاضل مضرب۳ باشد — تفاضل مضرب۳ نباشد

$$\Rightarrow P=\frac{۱}{۳}\times(\frac{۵}{۸}\times\frac{۲۲}{۳۶}+\frac{۳}{۸}\times\frac{۱۸}{۳۶})+\frac{۲}{۳}\times(\frac{۶}{۸}\times\frac{۱۸}{۳۶}+\frac{۲}{۸}\times\frac{۱۶}{۳۶})=\frac{۱}{۳}\times\frac{۱۶۴}{۸\times۳۶}+\frac{۲}{۳}\times\frac{۱۴۰}{۸\times۳۶}=\frac{۱۶۴+۲۸۰}{۲۴\times۳۶}=\frac{۴۴۴}{۲۴\times۳۶}=\frac{۷۴}{۱۴۴}$$

گروه آموزشی ماز

۸- پنج داده آماری با میانگین ۱۲ و واریانس ۵ به همراه هفت داده دیگر با میانگین ۲۴ و واریانس ۶ ترکیب شده‌اند. جزء صحیح انحراف معیار داده‌های جدید کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

پاسخ تشریحی:

چون میانگین دو گروه برابر نیستند، ابتدا میانگین جدید را به دست می‌آوریم و خواهیم داشت:

$$\text{جدید}\ \bar{x}=\frac{۵\times۱۲+۷\times۲۴}{۵+۷}=۱۹$$

$$\text{گروه ۱}\ \sigma^۲=\frac{\Sigma x_i^۲}{n}-\bar{x}^۲\Rightarrow ۵=\frac{\Sigma x_i^۲}{۵}-۱۴۴\Rightarrow \Sigma x_i^۲=۷۴۵$$

$$\text{گروه ۲}\ \sigma^۲=\frac{\Sigma x_i^۲}{n}-\bar{x}^۲\Rightarrow ۶=\frac{\Sigma x_i^۲}{۷}-۵۷۶\Rightarrow \Sigma x_i^۲=۴۰۷۴$$

$$\Rightarrow \text{جدید}\ \sigma^۲=\frac{۴۰۷۴+۷۴۵}{۵+۷}-۱۹^۲=۴۰۱/۵۸-۳۶۱=۴۰/۵۸\Rightarrow \sigma=\sqrt{۴۰/۵۸}\simeq ۶/۳\Rightarrow [۶/۳]=۶$$

گروه آموزشی ماز

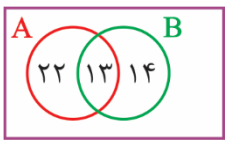
پایه دهم (بخش انتخابی)

۹- مجموعه A دارای ۳۵ عضو و مجموعه B دارای ۲۷ عضو و $A\cup B$ دارای ۴۹ عضو است. اگر ۱۲ عضو از مجموعه A حذف کنیم به مجموعه $B-A$، ۷ عضو اضافه می‌شود. در حالت جدید $n(A\cup B)-n(A\cap B)$ چقدر است؟

۱) ۴۳ ۲) ۳۸ ۳) ۳۳ ۴) ۳۱

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

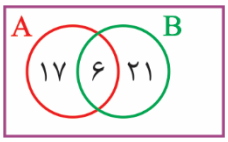


$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$
$$۴۹=۳۵+۲۷-x\Rightarrow x=۱۳$$

بر طبق صورت سؤال، اگر ۱۲ عضو از مجموعه A حذف کنیم، ۷ عضو به مجموعه $B-A$ اضافه می‌شود، بنابراین $B-A$ در حالت جدید ۲۱ عضو خواهد داشت. از طرفی تعداد اعضای B نباید تغییر کند و برای اینکه این اتفاق رخ بدهد، تعداد اعضای اشتراک دو مجموعه باید ۶ باشد تا مجموعه B همان ۲۷ عضو را داشته باشد، پس ۷ عضو از $A\cap B$ و ۵ عضو از $A-B$ کم می‌شود.

www.biomaze.ir
AzmonVIP

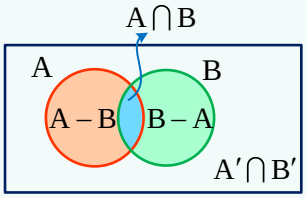
لذا در حالت جدید:



$$\begin{cases} n(A\cap B)=۶ \\ n(A)=۳۵-۱۲=۲۳ \\ n(B)=۲۷ \end{cases} \Rightarrow n(A\cup B)-n(A\cap B)=n(A)+n(B)-۲n(A\cap B)=۲۳+۲۷-۲(۶)=۳۸$$

دربارهٔ مجموعه‌ها بدانید و آگاه باشید

اگر A و B دو مجموعه متناهی دلخواه باشند، داریم:



$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

و با توجه به این که:

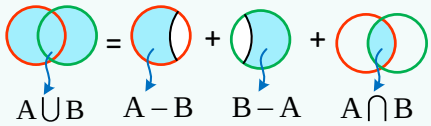
$$(A\cup B)'=A'\cap B'$$

اگر U مجموعهٔ مرجع باشد

$$n(A\cup B)=n(U)-n(A'\cap B')$$

از طرفی $n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)$ بنابراین تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه A و B را می‌توان به صورت زیر هم بدست آورد:

$$n(A\cup B)=n(A-B)+n(B-A)+n(A\cap B)$$



سوالات منتخب

اگر تعداد اعضای مجموعه‌های A، B و A∪B به ترتیب برابر ۷، ۱۵ و ۱۹ باشند، تعداد اعضای A − B کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ✓ ۳) ۵ ۴) ۶

گروه آموزشی ماز

۱۰- بین دو عدد ۸ و ۲۷ دو واسطه هندسی درج کرده‌ایم، جمع این دو واسطه با جمله چندم دنباله حسابی ۹۸,۹۴,۹۰,... برابر است؟

۱) ۲۴ ۲) ۳۴ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ ترکیبی ـ ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

در واقع در دنباله هندسی، ۸ جمله اول و ۲۷ جمله چهارم است و آن دو واسطه هندسی جملات دوم و سوم‌اند، پس:

$$۸,a,b,۲۷ \Rightarrow ۲۷=۸r^۳ \Rightarrow r^۳=\frac{۲۷}{۸} \Rightarrow r=\frac{۳}{۲} \Rightarrow \begin{cases} a=۸\times\frac{۳}{۲}=۱۲ \\ b=۱۲\times\frac{۳}{۲}=۱۸ \end{cases} \Rightarrow a+b=۳۰$$

از طرفی در دنباله حسابی داریم:

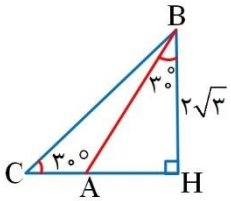
$$\begin{matrix} a_۱=۹۸ \\ d=-۴ \end{matrix} \Rightarrow a_n=۹۸+(n-۱)(-۴)=-۴n+۱۰۲$$

حال باید بدانیم چندمین جمله آن ۳۰ است، پس: $۱۰۲-۴n=۳۰$

$$۴n=۷۲ \Rightarrow n=۱۸$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- در شکل روبه‌رو، مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ کدام است؟



۱) ۶
۲) $۴\sqrt{۳}$
۳) $۸\sqrt{۳}$
۴) ۴

www.biomaze.ir
AzmonVIP

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

در مثلث قائم‌الزاویه $\overset{\triangle}{AHB}$ داریم:

$$\tan \hat{B} = \frac{AH}{BH} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{AH}{۲\sqrt{۳}} \Rightarrow AH = ۲$$

$$\cos \hat{B} = \frac{BH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۲\sqrt{۳}}{AB} \Rightarrow AB = ۴$$

در مثلث قائم‌الزاویه $\overset{\triangle}{CHB}$ داریم:

$$\tan \hat{C} = \frac{BH}{CH} \Rightarrow \tan ۳۰^\circ = \frac{۲\sqrt{۳}}{CH} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{۲\sqrt{۳}}{CH} \Rightarrow CH = ۶$$

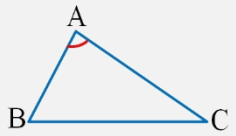
$$CH = ۶ \,,\, AH = ۲ \Rightarrow AC = ۴$$

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۱}{۲} AB.AC.\sin \hat{A} = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۴ \times \sin ۱۲۰^\circ = ۸ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۴\sqrt{۳}$$

البته مساحت مثلث به صورت زیر نیز قابل محاسبه است:

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{AC \times BH}{۲} = \frac{۴ \times ۲\sqrt{۳}}{۲} = ۴\sqrt{۳}$$

محاسبهٔ مساحت مثلث



$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۱}{۲} AB.AC.\sin \hat{A}$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر انتهای کمان x در ناحیهٔ دوم مثلثاتی و $\tan x = \frac{-۱}{\sin x}$ باشد، حاصل $\sqrt{\frac{۱-\cos x}{۱+\cos x}} - \sqrt{\tan^۲ x + \cot^۲ x + ۲}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) $\tan x$ ۴) $۲\tan x$

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

$$\sqrt{\frac{۱-\cos x}{۱+\cos x}} - \sqrt{\tan^۲ x + \cot^۲ x + ۲} = \sqrt{\frac{۱-\cos x}{۱+\cos x} \times \frac{۱-\cos x}{۱-\cos x}} - \sqrt{(\tan x + \cot x)^۲}$$

$$= \sqrt{\frac{(۱-\cos x)^۲}{۱-\cos^۲ x}} - |\tan x + \cot x| = \frac{|۱-\cos x|}{|\sin x|} - |\tan x + \cot x|$$

می‌دانیم $-۱ \le \cos x \le ۱$ است، بنابراین $۰ \le ۱-\cos x \le ۲$

از طرفی انتهای کمان x در ناحیهٔ دوم مثلثاتی است، بنابراین $\sin x > ۰$ ، $\tan x < ۰$ و $\cot x < ۰$ می‌باشد.

$$A = \frac{۱-\cos x}{\sin x} + (\tan x + \cot x) = \frac{۱}{\sin x} - \cot x + \tan x + \cot x = \frac{۱}{\sin x} + \tan x$$

از طرفی طبق فرض $\tan x = \frac{-۱}{\sin x}$ ، پس داریم:

$$A = \frac{۱}{\sin x} + \tan x = \frac{۱}{\sin x} - \frac{۱}{\sin x} = ۰$$

این نکات مهم مثلثاتی رو بلدید؟

۱) $(\tan x - \cot x)^۲ = \tan^۲ x + \cot^۲ x - ۲$ $\quad$ $(\tan x + \cot x)^۲ = \tan^۲ x + \cot^۲ x + ۲$

۲) $\sin^۲ x + \cos^۲ x = ۱$

۳) $-۱ \le \sin x \le ۱$ $\quad$ $-۱ \le \cos x \le ۱$

www.biomaze.ir
AzmonVIP

سوالات منتخب

اگر انتهای کمان α در ناحیهٔ اول دایره مثلثاتی باشد، عبارت $\sqrt{1+\cot^2\alpha}-\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$ برابر کدام است؟

۱) $-\tan\alpha$ ۲) $-\cot\alpha$ ۳) $\tan\alpha$ ۴) $\cot\alpha$ ✓

گروه آموزشی ماز

۱۳- حاصل $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{27}}{5-\sqrt{6}}+\frac{1}{2+\sqrt{3}}+\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ برابر کدام است؟

۱) ۵ ۲) $2\sqrt{2}-1$ ۳) $2\sqrt{2}+1$ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

$$\sqrt{8}+\sqrt{27}=\sqrt{2^3}+\sqrt{3^3}=(\sqrt{2}+\sqrt{3})(2-\sqrt{6}+3)\Rightarrow\frac{\sqrt{8}+\sqrt{27}}{5-\sqrt{6}}=\sqrt{2}+\sqrt{3}$$

از طرفی: $\frac{1}{2+\sqrt{3}}\times\frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{4-3}=2-\sqrt{3}$ و چون $(3-\sqrt{2})^2=9-6\sqrt{2}+2=11-6\sqrt{2}$

بنابراین: $\sqrt{11-6\sqrt{2}}=\sqrt{(3-\sqrt{2})^2}=|3-\sqrt{2}|=3-\sqrt{2}$

با جمع سه قسمت حاصل برابر $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}+3-\sqrt{2}=5$ است.

کاربرد اتحادها

۱) با توجه به اتحاد $a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$ داریم:

$$\frac{a^3\pm b^3}{a^2\mp ab+b^2}=a\pm b$$

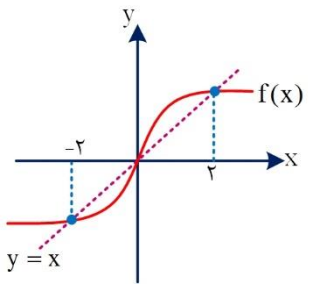
۲) با توجه به اتحاد $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ داریم:

$$\frac{a^2-b^2}{a\mp b}=a\pm b\Rightarrow\frac{u-w}{\sqrt{u}\mp\sqrt{w}}=\sqrt{u}\pm\sqrt{w}$$

۳) با توجه به اتحاد مربع دوجمله‌ای داریم: $\sqrt{a+b\pm2\sqrt{ab}}=|\sqrt{a}\pm\sqrt{b}|$

گروه آموزشی ماز

۱۴- شکل مقابل نمودار تابع $y=f(x)$ و نیمساز ناحیه اول و سوم را نشان می‌دهد، اگر مجموعه جواب نامعادلهٔ $f^2(x)-xf(x)<0$ به صورت $\mathbb{R}-[a,b]$ باشد، حاصل $a-b$ کدام است؟



۱) ۱-
۲) ۲-
۳) ۳-
۴) ۴-

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

پاسخ تشریحی:

با فرض $A=f^2(x)-xf(x)$ داریم:

$$f^2(x)-xf(x)<0\Rightarrow f(x)\big(f(x)-x\big)<0$$

x		-۲		۰		۲	
f(x)	−		−	۰	+		+
f(x)−x	+	۰	−	۰	+	۰	−
A	−	۰	+	۰	+	۰	−

پس عبارت $f^2(x)-xf(x)$ در بازهٔ $\mathbb{R}-[-2,2]$ منفی است، پس $a=-2$ و $b=2$ و $a-b=-4$ است.

www.biomaze.ir
AzmonVIP

حل معادلات بر حسب تابع

اگر نمودار تابع $y=f(x)$ را در اختیار داشته باشیم و بخواهیم نامعادله یا معادله‌ای بر حسب $f(x)$ حل کنیم، باید توجه داشته باشیم:

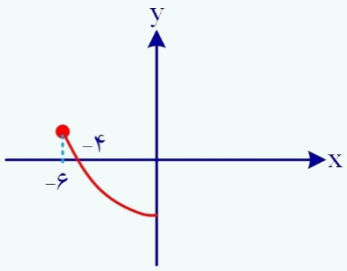
۱) جواب معادلهٔ $f=0$ شامل نقاطی است که نمودار با محور x ها برخورد داشته باشد.

۲) جواب نامعادلهٔ $f>0$ شامل بازه‌ای است که در آن بازه، نمودار f بالاتر از محور x ها قرار دارد.

۳) جواب نامعادلهٔ $f<0$ شامل بازه‌ای است که در آن بازه، نمودار f پایین‌تر از محور x ها قرار دارد.

مثال) شکل روبرو نمودار تابع $y=f(x)$ است. دامنهٔ تابع $\sqrt{xf(x)}$ کدام است؟

عبارت $xf(x)$ زیر رادیکال با فرجهٔ زوج قرار دارد، پس باید: $xf(x)\geq 0$

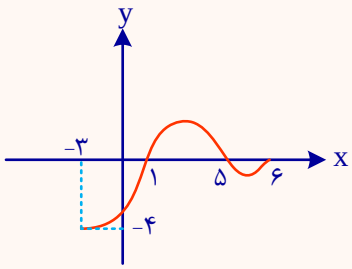


x		-۶		-۴		۰	
x			−		−	●	
f(x)			+	●	−		
xf(x)			−	●	+	●	

$\Rightarrow x\in[-4,0]$

سوالات منتخب

۱- شکل روبرو نمودار تابع $y=f(x)$ است، مجموعه جواب نامعادلهٔ $xf(x)<0$ کدام است؟



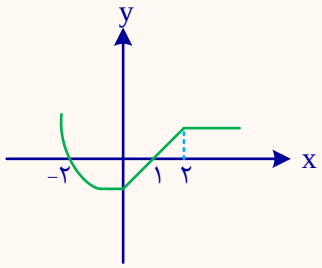
۱) $[1,5)\cup(5,6]$

۲) $(-3,0)\cup[1,5]$

۳) $[0,1)\cup[5,6]$

۴) $(0,1)\cup(5,6)$ ✓

۲- شکل روبه‌رو نمودار تابع $y=f(x)$ است. مجموعه جواب نامعادلهٔ $\frac{(x-1)f(x)}{x+3}<0$ کدام است؟



۱) $(-3,1]$

۲) $(-\infty,2)$

۳) $(-3,-2)$ ✓

۴) $[1,+\infty)$

گروه آموزشی ماز

۱۵- تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{-x^3-2ax}{x^2-1}+1 & ; |x|\neq 1\\ bx^2+cx & ; |x|=1\end{cases}$ خطی است. مقدار abc کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $-\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۵)آزمون وی ای پی

پاسخ تشریحی:

چون تابع f خطی است، پس باید کسر $\frac{-x^3-2ax}{x^2-1}+1$ ساده شود و به یک عبارت درجه اول تبدیل شود، پس a باید برابر $-\frac{1}{2}$ باشد، زیرا:

$$\frac{-x^3-2ax}{x^2-1}+1=\frac{-x(x^2+2a)}{x^2-1}+1=-x+1$$

از طرف دیگر باید نقاط $(1,f(1))$ و $(-1,f(-1))$ روی خط $y=-x+1$ باشند، پس:

$$\begin{cases}f(1)=b+c=0\\ f(-1)=b-c=2\end{cases}\Rightarrow b=1,\ c=-1$$

بنابراین: $abc=\frac{1}{2}$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
AzmonVIP

۱۶- نمودار تابع $y=\left|\frac{۱}{۲}x\right|-۲$ را ۴ واحد به طرف x های منفی و یک واحد به طرف y های مثبت انتقال می‌دهیم فاصله نقاط برخورد نمودار جدید با محور x ها کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۵)

پاسخ تشریحی:

نمودار ۴ واحد به طرف x های منفی یعنی $x \to x+۴$

نمودار ۱ واحد به طرف y های مثبت یعنی یک واحد به y اضافه شود، بنابراین:

$$\text{نمودار جدید} \Rightarrow y=\left|\frac{۱}{۲}(x+۴)\right|-۲+۱ \Rightarrow y=\left|\frac{۱}{۲}x+۲\right|-۱$$

برای به‌دست آوردن نقاط تقاطع تابع جدید با محور xها کافی است $y=۰$ قرار داده و x را بیابیم:

$$\left|\frac{۱}{۲}x+۲\right|-۱=۰ \Rightarrow \left|\frac{۱}{۲}x+۲\right|=۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲}x+۲=\pm ۱ \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{۱}{۲}x+۲=۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲}x=-۱ \Rightarrow x=-۲ \\ \frac{۱}{۲}x+۲=-۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲}x=-۳ \Rightarrow x=-۶ \end{cases}$$

فاصله بین ریشه‌ها = ۴

چنتا ترفند یاد بگیرید

اگر نمودار a واحد به چپ منتقل شود x به $x+a$ تبدیل می‌شود.

اگر نمودار a واحد به راست منتقل شود x به $x-a$ تبدیل می‌شود.

اگر نمودار b واحد به بالا منتقل شود b واحد به y اضافه می‌کنیم.

اگر نمودار b واحد به پائین منتقل شود b واحد از y کم می‌کنیم.

سوالات منتخب

سهمی $y=-۲x^۲+۱$ را یک واحد به چپ و یک واحد به بالا منتقل می‌کنیم، معادله جدید کدام است؟

۱) $y=(x-۱)^۲+۱$ ۲) $y=-۲x^۲-۴x$ ✓ ۳) $y=-۲x^۲+۲x$ ۴) $y=-x^۲+۲x+۳$

گروه آموزشی ماز

۱۷- با حروف کلمه "assessment" چند کلمه ده حرفی می‌توان نوشت که حروف e همواره کنار هم باشند و s ها یکی در میان قرار گیرند؟

۱) ۴۸ ۲) ۱۲۰ ۳) ۹۶ ۴) ۲۴۰

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۶)

پاسخ تشریحی:

چون e ها باید کنارهم باشند، آن‌ها را در یک بسته قرار می‌دهیم و سپس "s" ها را می‌چینیم.

$-s-s-s-s-$

در ادامه از بین دو خانهٔ اول و آخر، یکی را به eها اختصاص می‌دهیم و حروف باقی‌مانده (m و t و a و n) را در جایگاه‌های باقی‌مانده جایگشت می‌دهیم (توجه داشته باشید که بستهٔ eها فقط می‌توانند در جایگاه اول و آخر باشند چرا که در غیر این صورت sها یک در میان نخواهند بود) بنابراین تعداد حالت‌ها برابر است با:

جایگشت حروف (m و t و a و n)

$۲\times ۴!=۴۸$

جایگاه اول و آخر برای بستهٔ eها

گروه آموزشی ماز

۱۸- در پرتاب دو تاس، کدام رویداد احتمال کمتری دارد؟

۱) مجموع اعداد رو شده کمتر از ۸ نباشد.
۲) مجموع اعداد رو شده اول باشد.
۳) تفاضل اعداد رو شده زوج باشد.
۴) میانگین اعداد رو شده سه یا چهار باشد.

www.biomaze.ir
AzmonVIP

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۷)

پاسخ تشریحی:

در پرتاب دو تاس داریم: $n(S)=۶\times۶=۳۶$

بررسی گزینه‌ها:

۱) می‌خواهیم مجموع اعداد روشده ۸، ۹، ۱۰، ۱۱ یا ۱۲ باشد.

$$P(A)=\frac{\overbrace{(۱۳-۸)}^{\text{مجموع ۸}}+\overbrace{(۱۳-۹)}^{\text{مجموع ۹}}+\overbrace{(۱۳-۱۰)}^{\text{مجموع ۱۰}}+\overbrace{(۱۳-۱۱)}^{\text{مجموع ۱۱}}+\overbrace{(۱۳-۱۲)}^{\text{مجموع ۱۲}}}{۳۶}=\frac{۱۵}{۳۶}$$

۲) می‌خواهیم مجموع ۲، ۳، ۵، ۷ یا ۱۱ باشد.

$$P(B)=\frac{\overbrace{(۲-۱)}^{\text{مجموع ۲}}+\overbrace{(۳-۱)}^{\text{مجموع ۳}}+\overbrace{(۵-۱)}^{\text{مجموع ۵}}+\overbrace{(۷-۱)}^{\text{مجموع ۷}}+\overbrace{(۱۳-۱۱)}^{\text{مجموع ۱۱}}}{۳۶}=\frac{۱۵}{۳۶}$$

۳) می‌خواهیم تفاضل اعداد رو شده صفر (هر دو یکسان)، ۲ یا ۴ باشد.

$$P(C)=\frac{\overbrace{۶}^{\text{دوتاس یکسان}}+\overbrace{(۱۲-۴)}^{\text{تفاضل ۲}}+\overbrace{(۱۲-۸)}^{\text{تفاضل ۴}}}{۳۶}=\frac{۶+۸+۴}{۳۶}=\frac{۱۸}{۳۶}$$

می‌توانیم بگوییم زمانی تفاضل دو عدد زوج خواهد بود که هر دو عدد زوج یا هر دو عدد فرد باشد، پس احتمال $\frac{۱۸}{۳۶}$ خواهد بود.

۴) برای آن‌که میانگین ۳ شود باید مجموع دو تاس ۶ و برای آنکه میانگین ۴ شود باید مجموع دو تاس ۸ شود.

$$P(D)=\frac{\overbrace{(۶-۱)}^{\text{مجموع ۶}}+\overbrace{(۱۳-۸)}^{\text{مجموع ۸}}}{۳۶}=\frac{۱۰}{۳۶}$$

احتمال یا شانس

اگر A پیشامدی از فضای نمونهٔ هم‌شانس S باشد، در این صورت احتمال رخداد پیشامد A را با $P(A)$ نشان می‌دهندو به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$$

به عبارت دیگر احتمال یا شانس رخ دادن یک پیشامد برابر است با: «نسبت تعداد عضوهای پیشامد مطلوب به تعداد عضوهای فضای نمونه» یا به عبارتی دیگر: « نسبت تعداد حالت‌های مطلوب به تعداد حالت‌های ممکن» در ضمن چون $\varnothing\subseteq A\subseteq S$ بنابراین $۰\le n(A)\le n(S)$ و در نتیجه با تقسیم طرفین بر $n(S)$ خواهیم داشت:

$$۰\le P(A)\le ۱$$

سوالات منتخب

۱- در پرتاب دو تاس، احتمال آنکه مجموع اعداد رو شده مضرب ۴ شود چند برابر آن است که مجموع اعداد رو شده مضرب ۶ شود؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$ ✓

۲- در دو بار پرتاب یک تاس، احتمال آنکه پرتاب اول ۲ واحد بیشتر از پرتاب دوم باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۹}$ ✓ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۱۸}$

گروه آموزشی ماز

۱۹- از بین ۴ دانش‌آموز تجربی، ۴ دانش‌آموز ریاضی و ۲ دانش‌آموز انسانی، می‌خواهیم یک گروه ۵ نفره تشکیل دهیم. با چه احتمالی حداقل ۳ دانش‌آموز تجربی در این گروه است؟

۱) $\frac{۱۱}{۴۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱۳}{۴۲}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

AzmonVIP
www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۷)

پاسخ تشریحی:

تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر $\binom{۱۰}{۵}$ می‌باشد.

$$\binom{۱۰}{۵}=\frac{۱۰!}{۵!۵!}=\frac{\overset{۲}{\cancel{۱۰}}\times ۹\times \overset{۲}{\cancel{۸}}\times ۷\times \cancel{۶}}{\cancel{۵}\times \cancel{۴}\times \cancel{۳}\times \cancel{۲}\times ۱}=۴\times ۹\times ۷$$

تعداد اعضای پیشامد تصادفی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\underbrace{\binom{۴}{۳}\binom{۶}{۲}}_{\text{۳تجربی ۲غیرتجربی}}+\underbrace{\binom{۴}{۴}\binom{۶}{۱}}_{\text{۴تجربی ۱ غیرتجربی}}=۴\times ۱۵+۱\times ۶=۶۶$$

$$P=\frac{۶۶}{۴\times ۹\times ۷}=\frac{۱۱}{۲\times ۳\times ۷}=\frac{۱۱}{۴۲}$$

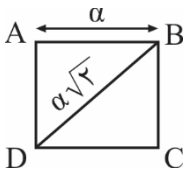
گروه آموزشی ماز

۲۰- در مربعی به قطر ۲، مکان هندسی نقاطی از درون مربع که فاصله آنها از تمام رئوس، بزرگ‌تر از $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ است دارای کدام مساحت می‌باشد؟(مکان هندسی به مجموعه نقاطی می‌گویند که دارای ویژگی مشترکی باشند)

۱) $۲-\pi$ ۲) $\frac{۲-\pi}{۲}$ ۳) $۴-\pi$ ۴) $\frac{۴-\pi}{۲}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

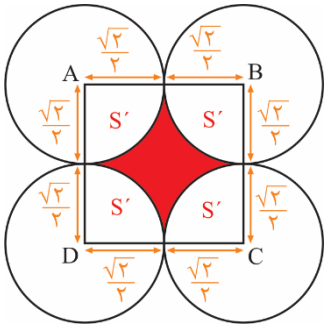
پاسخ تشریحی:



در مربع به ضلع a اندازه قطر برابر $a\sqrt{۲}$ است، پس در مربع گفته شده داریم:

$$\Rightarrow a\sqrt{۲}=۲\Rightarrow a=\sqrt{۲}$$

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از رأس A فاصله‌ای بیشتر از $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ داشته باشند نقاطی بیرون از دایره‌ای به مرکز A و شعاع $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ خواهد بود. (به‌طور مشابه برای سه رأس دیگر)



$$S'=\frac{\text{مساحت دایره به شعاع } \frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۴}$$

$$S_{\text{رنگی}}=S_{\text{مربع}}-۴(S')$$

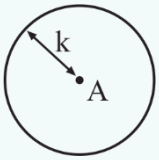
$$S_{\text{رنگی}}=\left(\sqrt{۲}\right)^{۲}-\pi\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^{۲}=۲-\frac{\pi}{۲}=\frac{۴-\pi}{۲}$$

مکان هندسی‌های معروف

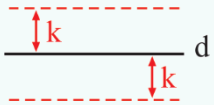
بسیاری از اشکالی که رسم می‌کنیم مجموعه نقاطی هستند که ویژگی مشترک دارند، این مجموعه نقاط را مکان هندسی می‌نامیم.

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از یک نقطه و یک خط به فاصله ثابتی هستند اهمیت ویژه‌ای دارد.

۱) مکان هندسی نقاطی از صفحه که به فاصله k واحد از نقطه A قرار دارند، دایره‌ای به مرکز A و به شعاع k است.



۲) مکان هندسی نقاطی از صفحه که به فاصله k واحد از خط d قرار دارند، دو خط به موازات خط d و به فاصله k واحد از آن هستند.



www.biomaze.ir
AzmonVIP

سؤالات منتخب

۱- همه نقاطی از صفحه که فاصله آنها از نقطه ثابت O در این صفحه بیشتر از ۳ و کمتر از ۴ واحد است تشکیل یک شکل هندسی می‌دهند. مساحت این شکل چقدر است؟

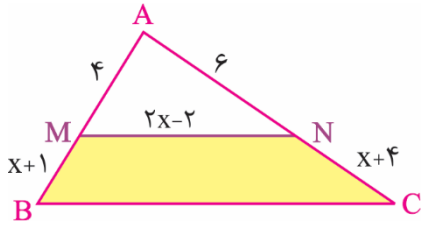
۱) ۵π ۲) ۹π ۳) ۴π ۴) ۷π ✓

۲- سکه‌ای به شعاع ۱/۵ را روی یک صفحه مستطیلی به اضلاع ۶ و ۱۰ پرتاب می‌کنیم، در صورتی‌که مرکز سکه داخل مستطیل باشد، مساحت محدود به مکان هندسی مرکز سکه برای این که سکه کاملاً داخل مستطیل قرار بگیرد کدام است؟

۱) ۳۸/۲۵ ۲) ۴۲ ۳) ۲۱ ✓ ۴) ۳۰

گروه آموزشی ماز

۲۱- در شکل زیر MNCB ذوزنقه است، محیط آن کدام است؟

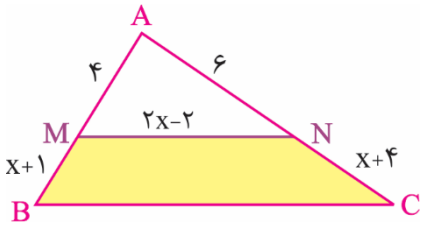


۱) ۴۰
۲) ۴۲
۳) ۴۳
۴) ۴۵

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

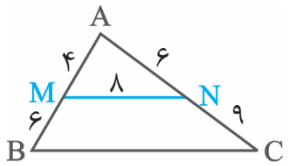
پاسخ تشریحی:

از آن‌جایی که MNCB ذوزنقه است پس $MN \parallel BC$ و می‌توان در مثلث ABC از قضیه تالس استفاده کرد.



در ابتدا با استفاده از تالس جزء به جزء پارامتر x را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{۴}{x+۱}=\frac{۶}{x+۴} \Rightarrow ۶x+۶=۴x+۱۶ \Rightarrow ۲x=۱۰ \Rightarrow x=۵$$



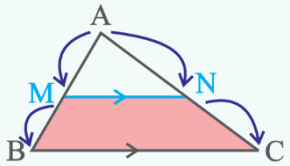
$$\xrightarrow{\text{تالس جزء به کل}} \frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{۴}{۱۰}=\frac{۸}{BC} \Rightarrow BC=۲۰$$

محیط ذوزنقه $=۶+۸+۹+۲۰=۴۳$

دل بده به تالس

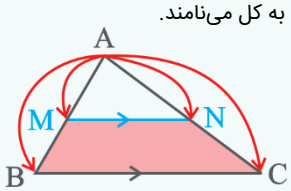
هرگاه در یک مثلث، خطی راست و موازی یکی از اضلاع، دو ضلع دیگر مثلث را در دو نقطه قطع کند:

۱) روی آن دو ضلع، چهار پاره‌خط جدا می‌کند که اندازه آنها تشکیل یک تناسب می‌دهد. این قضیه را تالس جزء به جزء می‌نامند.



$$\Rightarrow \boxed{\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}}$$

۲) مثلثی را از مثلث اصلی جدا می‌کند که اندازه ضلع‌های آن با اندازه ضلع‌های مثلث اصلی متناسب است. این قضیه را تالس جزء به کل می‌نامند.



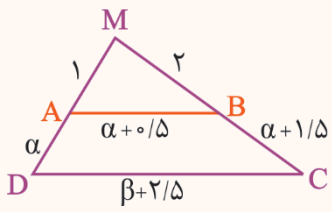
$$\Rightarrow \boxed{\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}}$$

سؤالات منتخب

۱- در ذوزنقه‌ای اندازه قاعده‌ها ۴ و ۹ و طول ساق‌ها ۵ و ۶ است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون ذوزنقه تشکیل می‌شود، کدام است؟

۱) ۱۱/۴ ۲) ۱۱/۶ ۳) ۱۲/۲ ۴) ۱۲/۸ ✓

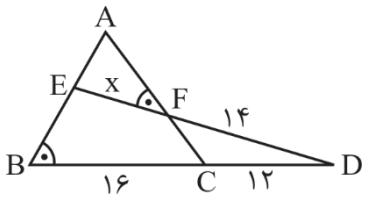
۲- از امتداد ساق‌های ذوزنقه ABCD مثلثی با اضلاع ۱ و ۲ پدید آمده است. $\beta-\alpha$ کدام است؟



۱) ۳
۲) ۲
۳) ۱/۵
۴) ۱ ✓

www.biomaze.ir
AzmonVIP

۲۲- در شکل مقابل، زاویه‌های مشخص شده با هم برابرند. اندازه EF کدام است؟

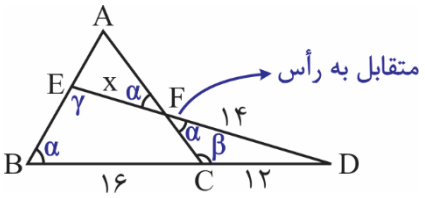


۱) ۸
۲) ۱۰
۳) ۱۲
۴) ۱۴

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

می‌دانیم مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰ درجه است، بنابراین:



$\overset{\Delta}{FCD}: \alpha+\beta+\hat{D}=۱۸۰^\circ$

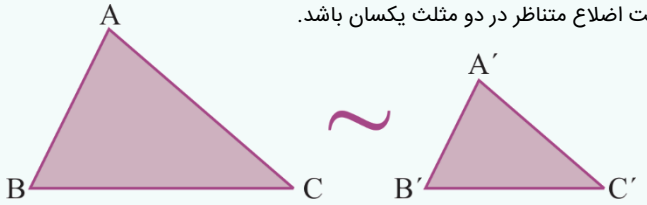
$\overset{\Delta}{EBD}: \alpha+\gamma+\hat{D}=۱۸۰^\circ$

$\Rightarrow \beta=\gamma \Rightarrow$ دو مثلث $\overset{\Delta}{EBD}$ و $\overset{\Delta}{FCD}$ متشابه‌اند

نسبت تشابه: $\frac{۱۲}{x+۱۴}=\frac{۱۴}{۱۶+۱۲} \Rightarrow \frac{۱۲}{x+۱۴}=\frac{۱۴}{۲۸} \Rightarrow x+۱۴=۲۴ \Rightarrow x=EF=۱۰$

بزن بریم سر وقت تشابه

دو مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ و $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ متشابه‌اند هرگاه زوایای متناظر با هم برابر باشند و نسبت اضلاع متناظر در دو مثلث یکسان باشد.



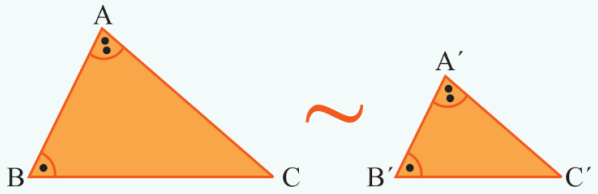
$\Rightarrow$ ۱) $\hat{A}=\hat{A}'$, $\hat{B}=\hat{B}'$, $\hat{C}=\hat{C}'$

۲) $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}=k$

عدد k را در رابطهٔ فوق نسبت تشابه می‌نامند. حال اگر نسبت تشابه برابر با k باشد، می‌گویند مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ با نسبت k با مثلث $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ متشابه است. در این صورت مثلث $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ نیز با نسبت $\frac{۱}{k}$ با مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ متشابه است.

اثبات تشابه دو مثلث

۱) هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشد، دو مثلث متشابه‌اند.

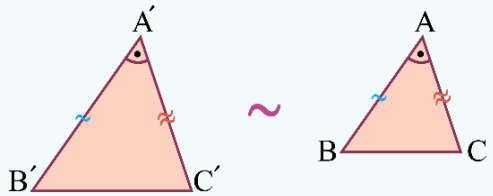


۱) $\hat{A}=\hat{A}'$

۲) $\hat{B}=\hat{B}'$

$\Rightarrow \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'}$

۲) هرگاه یک زاویه از دو مثلث با هم برابر و اضلاع این دو زاویه در دو مثلث متناسب باشند، دو مثلث متشابه‌اند.

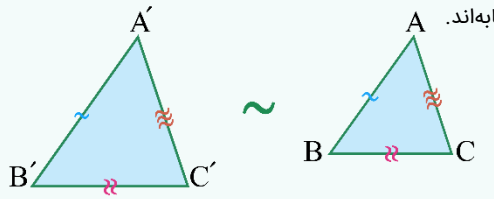


۱) $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}$

۲) $\hat{A}=\hat{A}'$

$\Rightarrow \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'}$

۳) هرگاه اندازه‌های سه ضلع یک مثلث با اندازه‌های سه ضلع مثلثی دیگر متناسب باشند، دو مثلث متشابه‌اند.

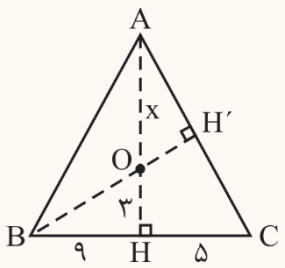


$\Rightarrow \frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'} \Rightarrow \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'}$

www.biomaze.ir
AzmonVIP

سؤالات منتخب

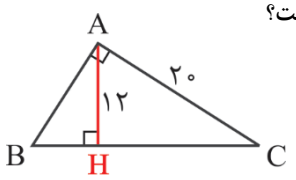
در شکل مقابل، هر دو ارتفاع AH و BH' از مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ رسم شده است. مقدار x کدام است؟



۱) ۱۰
۲) ۱۱
۳) ۱۲ ✓
۴) ۱۳

گروه آموزشی ماز

۲۳- در مثلث قائم‌الزاویه $\overset{\triangle}{ABC}$ که $\hat{A}=۹۰^\circ$ است ضلع $AC=۲۰$ و ارتفاع $AH=۱۲$ است، اندازه ضلع AB کدام است؟



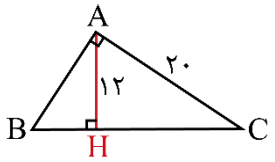
۱) ۱۶
۲) ۱۸
۳) ۲۱
۴) ۱۵

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

در مثلث $\overset{\triangle}{AHC}$ داریم $\hat{H}=۹۰^\circ$ پس:

$$HC^۲+AH^۲=AC^۲ \Rightarrow HC^۲=۲۰^۲-۱۲^۲=۲۵۶ \Rightarrow HC=۱۶$$



در مثلث قائم‌الزاویه $\overset{\triangle}{ABC}$ داریم:

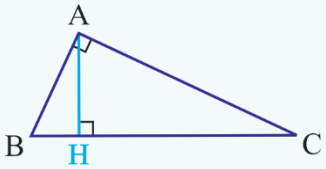
$$AH^۲=HC\times BH \Rightarrow ۱۲^۲=۱۶\times BH \Rightarrow BH=۹$$

در مثلث قائم‌الزاویه $\overset{\triangle}{ABH}$ داریم:

$$AB^۲=AH^۲+BH^۲ \Rightarrow AB^۲=۱۴۴+۸۱=۲۲۵ \Rightarrow AB=۱۵$$

کاربرد تشابه در مثلث قائم‌الزاویه

در مثلث قائم‌الزاویه $\overset{\triangle}{ABC}$ داریم:



۱) $AB^۲+AC^۲=BC^۲$

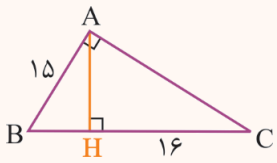
۲) $AH^۲=BH\times CH$

۳) $\begin{cases} AB^۲=BH\times BC \\ AC^۲=CH\times BC \end{cases}$

۴) $AH\times BC=AB\times AC$

سؤالات منتخب

در مثلث قائم‌الزاویه روبه‌رو $AB=۱۵$ و $HC=۱۶$ است. اندازه ضلع AH کدام است؟



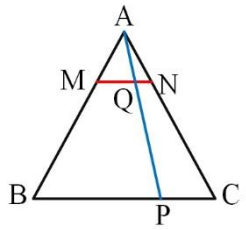
۱) ۱۲ ✓
۲) ۱۵
۳) ۱۸
۴) ۹

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir

AzmonVIP

۲۴- در مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ خط MN موازی ضلع BC و $\frac{AM}{MB}=\frac{۱}{۲}$ و همچنین $\frac{QN}{BP}=\frac{۱}{۹}$ است. S_{MQPB} چه کسری از مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$

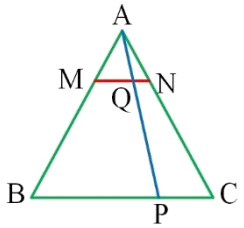
۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۳}{۴}$

۴) $\frac{۱}{۲}$

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:



$$\frac{AM}{MB}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{AM}{AB}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow\frac{S_{\overset{\triangle}{AMN}}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}=(\frac{۱}{۳})^۲=\frac{۱}{۹}\ (*)$$

از طرفی:

$$\frac{AM}{AB}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow\frac{MN}{BC}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow\frac{QN}{PC}=\frac{۱}{۳}$$

و با توجه به اینکه $\frac{QN}{BP}=\frac{۱}{۹}$ داریم:

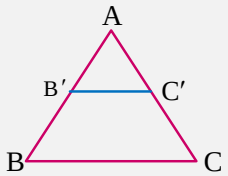
$$\frac{\frac{QN}{BP}}{\frac{QN}{PC}}=\frac{\frac{۱}{۹}}{\frac{۱}{۳}}\Rightarrow\frac{PC}{BP}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow\frac{BP}{BC}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow\frac{MQ}{MN}=\frac{۳}{۴}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}S_{\overset{\triangle}{AQM}}=\frac{۳}{۴}S_{\overset{\triangle}{AMN}}\xrightarrow{(*)}S_{\overset{\triangle}{AQM}}=\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۹}S_{\overset{\triangle}{ABC}}=\frac{۱}{۱۲}S_{\overset{\triangle}{ABC}}\\ S_{\overset{\triangle}{ABP}}=\frac{۳}{۴}S_{\overset{\triangle}{ABC}}\end{cases}\Rightarrow$$

با توجه به اینکه $S_{MQPB}=S_{\overset{\triangle}{ABP}}-S_{\overset{\triangle}{AMQ}}$ داریم:

$$S_{MQPB}=\frac{۳}{۴}S_{\overset{\triangle}{ABC}}-\frac{۱}{۱۲}S_{\overset{\triangle}{ABC}}=\frac{۸}{۱۲}S_{\overset{\triangle}{ABC}}=\frac{۲}{۳}S_{\overset{\triangle}{ABC}}$$

با دقت بخوانید



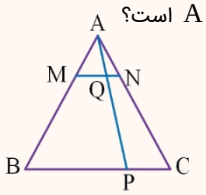
۱) اگر در شکل مقابل، $BC \parallel B'C'$ باشد، مثلثهای $\overset{\triangle}{ABC}$ و $\overset{\triangle}{AB'C'}$ متشابه هستند.

۲) در مثلث‌هایی که ارتفاع‌ها با هم برابر است، نسبت مساحت‌ها همان نسبت قاعده‌ها است.

۳) در مثلث‌های متشابه، نسبت مساحت‌ها مربع نسبت اضلاع (نسبت تشابه) است.

سوالات منتخب

۱- در مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ خط MN موازی ضلع BC، و $\frac{AM}{MB}=\frac{۱}{۲}$ و همچنین $\frac{QN}{BP}=\frac{۱}{۹}$ است. S_{NQPC} چه کسری از مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ است؟



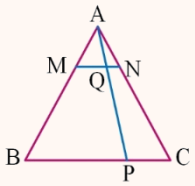
۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{۲}{۹}$ ✓

۳) $\frac{۱}{۶}$

۴) $\frac{۱}{۸}$

۲- در مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ خط MN موازی ضلع BC، $\frac{AM}{MB}=\frac{۱}{۲}$ و همچنین $\frac{QN}{BP}=\frac{۱}{۹}$ است. $S_{\overset{\triangle}{AMQ}}$ چه کسری از مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$

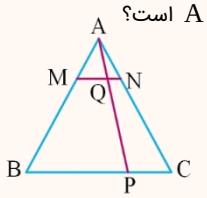
۲) $\frac{۲}{۹}$

۳) $\frac{۱}{۱۲}$ ✓

۴) $\frac{۱}{۸}$

www.biomaze.ir

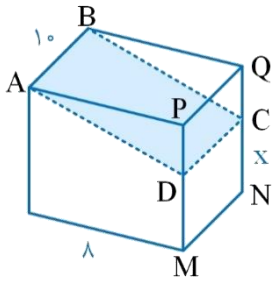
۳- در مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ خط MN موازی ضلع BC و $\frac{AM}{MB}=\frac{۱}{۲}$ و همچنین $\frac{QN}{BP}=\frac{۱}{۹}$ است. $S_{\overset{\triangle}{ANQ}}$ چه کسری از مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۲}{۹}$
۳) $\frac{۱}{۱۲}$
۴) $\frac{۱}{۳۶}$ ✓

گروه آموزشی ماز

۲۵- در مکعب مستطیلی با ابعاد قاعده ۸ و ۱۰ و حجم ۱۰۴۰، صفحه ABCD طوری یال‌های PM و QN را برش زده که سطح مقطع حاصل مربع شده است. فاصله نقطه C و D از صفحه قاعده پایین مکعب کدام است؟



۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۷

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۴)

پاسخ تشریحی:

با توجه به حجم مکعب مستطیل ارتفاع آن را محاسبه می‌کنیم:

$۱۰۴۰ = ۸\times۱۰\times$ ارتفاع $\Rightarrow$ ارتفاع $=۱۳$

از طرفی برای آن‌که ABCD مربع باشد، باید $AB = AD$ باشد. طبق فیثاغورس داریم:

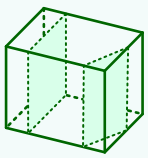
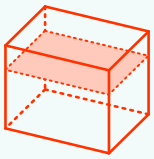
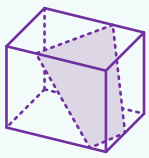
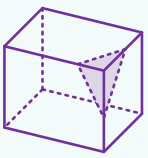
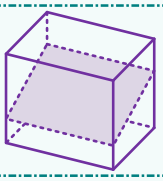
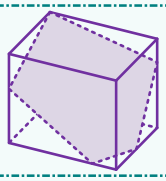
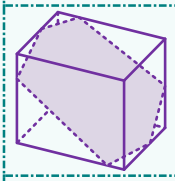
$$(AD)^۲=(DP)^۲+(AP)^۲ \xrightarrow{AB=AD} ۱۰^۲=(DP)^۲+(۸)^۲ \Rightarrow DP=۶$$

$$\Rightarrow x = PM - DP = ۱۳-۶=۷$$

بدانید و آگاه باشید

منظور از برش تقاطع دادن یک صفحه با جسم هندسی توپر (مثل کره توپر، استوانه توپر و ...) است. شکل حاصل از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی توپر، سطح مقطع آن نامیده می‌شود.

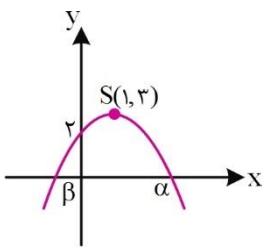
نمونه‌هایی از برش افقی، مایل و قائم یک مکعب مستطیل به قاعده مربع که در کتاب درسی بحث شده است را در جدول زیر ببینید.

نوع برش	برش قائم	برش افقی	برش مایل				
نمایش برش							
شکل حاصل از برش	مستطیل	مستطیل	ذوزنقه	مثلث	مستطیل	پنج‌ضلعی	شش‌ضلعی

گروه آموزشی ماز

پایه یازدهم (بخش انتخابی)

۲۶- اگر نمودار تابع $f(x)=ax^۲+bx+c$ به شکل مقابل باشد، ریشه‌های کدام معادله $\frac{\beta}{\alpha+۱}$ و $\frac{\alpha}{\beta+۱}$ است؟



۱) $x^۲-۱۰x-۲=۰$
۲) $x^۲-۸x-۲=۰$
۳) $x^۲-۱۰x+۲=۰$
۴) $x^۲-۸x+۲=۰$

www.biomaze.ir
AzmonVIP

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

ضابطه سهمی با مختصات رأس $S(h,k)$ به صورت $y=a(x-h)^۲+k$ است. پس ضابطه سهمی به شکل $y=a(x-۱)^۲+۳$ است. ضمناً نقطه $(۰,۲)$ در ضابطه تابع صدق می‌کند، پس:

$$۲=a(-۱)^۲+۳ \Rightarrow a=-۱$$

بنابراین ضابطه تابع به شکل $y=-(x-۱)^۲+۳$ است:

$$y=-x^۲+۲x+۲ \Rightarrow \begin{cases}\alpha+\beta=۲\\ \alpha\beta=-۲\end{cases}$$

در معادله جدید داریم:

$$S=\frac{\alpha}{\beta+۱}+\frac{\beta}{\alpha+۱}=\frac{\alpha^۲+\alpha+\beta^۲+\beta}{\alpha\beta+\alpha+\beta+۱}=\frac{(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta+(\alpha+\beta)}{\alpha\beta+\alpha+\beta+۱}=\frac{(۲)^۲-۲(-۲)+(۲)}{-۲+۲+۱}=۱۰$$

$$P=\frac{\alpha}{\beta+۱}\times\frac{\beta}{\alpha+۱}=\frac{\alpha\beta}{\alpha\beta+\alpha+\beta+۱}=\frac{-۲}{-۲+۲+۱}=-۲$$

پس معادله مدنظر به شکل زیر است:

$$x^۲-Sx+P=۰ \Rightarrow x^۲-۱۰x-۲=۰$$

گروه آموزشی ماز

۲۷- اگر $B(۱,۲)$ و $C(-۳,۵)$ دو رأس مثلث ABC با مساحت ۵ باشند و نقطهٔ A روی خط $y=۱-x$ باشد، مختصات A با طول مثبت کدام است؟

۱) $(۲,-۱)$ ۲) $(۳,-۲)$ ۳) $(۱۷,-۱۶)$ ۴) $(۴,-۳)$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

روش اول:

باید فاصلهٔ A تا خط BC برابر ۲ باشد $(AH=۲)$ تا مساحت مثلث برابر ۵ شود زیرا:

$$BC=\sqrt{(x_B-x_C)^۲+(y_B-y_C)^۲}=\sqrt{(۱-(-۳))^۲+(۲-۵)^۲}=۵$$

$$S=\frac{AH\times BC}{۲} \Rightarrow ۵=\frac{AH\times ۵}{۲} \Rightarrow AH=۲$$

از طرفی معادلهٔ BC به‌صورت $۳x+۴y-۱۱=۰$ است. چون A روی خط $y=۱-x$ است مختصات آن به‌صورت $(x,۱-x)$ است و فاصلهٔ A تا BC (AH) به‌صورت زیر است:

$$AH=\frac{|۳x+۴(۱-x)-۱۱|}{\sqrt{۹+۱۶}}=۲ \Rightarrow |-x-۷|=۱۰ \Rightarrow x=۳\,,\,x=-۱۷$$

یعنی مختصات A یا $(۳,-۲)$ بوده یا $(-۱۷,۱۸)$ که $(۳,-۲)$ طول مثبت دارد.

روش دوم:

مختصات A را به‌صورت $(x\,,۱-x)$ در نظر بگیریم و بردارهای $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{CB}$ را بسازیم. یعنی:

$$\overrightarrow{CB}=(۴,-۳)$$

$$\overrightarrow{AC}=(-۳-x\,,۴+x) \Rightarrow S=\frac{۱}{۲}|۴(۴+x)-۳(۳+x)|$$

$$\xrightarrow{S=۵} ۱۰=|۱۶+۴x-۹-۳x| \Rightarrow ۱۰=|۷+x| \Rightarrow x=۳\,,\,x=-۱۷$$

سؤالات منتخب

مساحت مثلثی با سه رأس به مختصات $A(۲,۵)$, $B(۳,۰)$, $C(۰,۲)$، کدام است؟

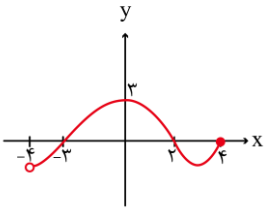
۱) ۶ ۲) ۶/۵ ✓ ۳) ۷ ۴) ۷/۵

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir

AzmonVIP

۲۸- اگر شکل مقابل، نمودار تابع $y=f(x-1)$ باشد، دامنهٔ تابع $y=\sqrt{\frac{x}{f(x)}}$ کدام است؟



۱) $[-3,1)\cup[2,3)$
۲) $[-4,0)\cup(2,4)$
۳) $[0,2)\cup(4,5)$
۴) $(-5,-4)\cup[0,1)$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

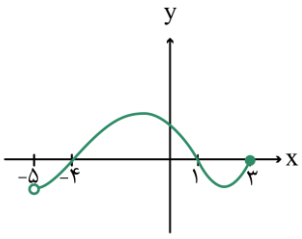
پاسخ تشریحی:

تابع صورت مسئله یعنی $y=\sqrt{\frac{x}{f(x)}}$ دارای کسر و رادیکال است:

$$f(x)\neq 0$$

$$\frac{x}{f(x)}\geq 0$$

لازم است ابتدا نمودار $f(x)$ را بیابیم. $f(x-1)$ از انتقال $f(x)$ یک واحد به سمت راست تولید شده است، پس برای $f(x)$ باید آن را یک واحد به چپ ببریم:



$$f(x)\neq 0 \Rightarrow x\neq\{-4,1,3\}$$

سپس جدول تعیین علامت می‌کشیم:

		-۵		-۴		۰		۱		۳	
x			−		−	۰	+		+		
f(x)			−	۰	+		+	۰	−	۰	
$\frac{x}{f(x)}$			+	ت ن	−	۰	+	ت ن	−	ت ن	

پس داریم:

$$D_y=(-5,-4)\cup[0,1)$$

دامنه توابع

۱) توابع کسری: هرگاه یک عبارت کسری دیدیم، شرط دامنه برای مخرج آن ایجاد می‌شود که نباید صفر باشد.

$$y=\frac{f(x)}{g(x)}\Rightarrow g(x)\neq 0$$

۲) هرگاه رادیکالی با فرجهٔ زوج دیدیم، عبارت زیر رادیکال را بزرگ‌تر مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$y=\sqrt[2n]{f(x)}\Rightarrow f(x)\geq 0$$

۳) برای لگاریتم سه شرط داریم:

$$y=\log_{f(x)}^{g(x)}\Rightarrow\begin{cases}f(x)>0\\ g(x)>0\\ f(x)\neq 1\end{cases}$$

www.biomaze.ir

۲۹- اگر $f(x)=|2x-1|$ و $g(x)=\sqrt{2-2^{2-x}}$ باشند، دامنه تابع gof، به کدام صورت است؟

۱) $\mathbb{R}-[0,1]$ ۲) $\mathbb{R}-(0,1)$ ۳) $[0,1]$ ۴) $(0,1)$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

$$D_{gof}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}$$

حال دامنه توابع f و g را می‌یابیم:

$$D_f=\mathbb{R}$$

$$2-2^{2-x}\ge 0 \Rightarrow 2^{2-x}\le 2^1 \Rightarrow 2-x\le 1 \Rightarrow x\ge 1 \Rightarrow D_g=[1,+\infty)$$

$$\Rightarrow D_{gof}=\{x\in\mathbb{R} \mid |2x-1|\ge 1\}$$

$$|2x-1|\ge 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x-1\ge 1 \Rightarrow 2x\ge 2 \Rightarrow x\ge 1 \\ 2x-1\le -1 \Rightarrow 2x\le 0 \Rightarrow x\le 0 \end{cases} \Rightarrow x\in(-\infty,0]\cup[1,+\infty)$$

$$\Rightarrow D_{gof}:(-\infty,0]\cup[1,+\infty)=\mathbb{R}-(0,1)$$

توجه توجه

اگر $|u|\ge a$ باشد، $u\ge a$ یا $u\le -a$ است.

گروه آموزشی ماز

۳۰- نمودار تابع $y=3-\log_2^{(2^{2x}+15)}$، نیمساز ناحیه دوم و چهارم را در دو نقطه A و B قطع می‌کند. مجموع طول این دو نقطه، کدام است؟

۱) $\log_2^5$ ۲) $\log_2^{15}$ ۳) ۳ ۴) ۸

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

پاسخ تشریحی:

$$\begin{cases} y=3-\log_2^{(2^{2x}+15)} \\ y=-x \end{cases} \Rightarrow -x=3-\log_2^{(2^{2x}+15)}$$

$$-x=\log_2^8-\log_2^{(2^{2x}+15)} \Rightarrow -x=\log_2^{\frac{8}{2^{2x}+15}} \Rightarrow 2^{-x}=\frac{8}{2^{2x}+15}$$

$$2^{2x}\times 2^{-x}+15\times 2^{-x}=8 \Rightarrow 2^x+15\times 2^{-x}=8 \xrightarrow{2^x=A} A+\frac{15}{A}=8$$

$$A^2-8A+15=0 \begin{cases} A_1=5 \Rightarrow 2^x=5 \Rightarrow x_1=\log_2^5 \\ A_2=3 \Rightarrow 2^x=3 \Rightarrow x_2=\log_2^3 \end{cases} \Rightarrow x_1+x_2=\log_2^{15}$$

حل معادلهٔ لگاریتمی

برای حل معادلات لگاریتمی از قواعد زیر کمک می‌گیریم:

$$\log_a^x=b \Rightarrow x=a^b \quad \text{و} \quad \log_a^x=\log_a^y \Rightarrow x=y \quad (x,y,a>0\ ,\ a\ne 1)$$

سوالات منتخب

تعداد جواب‌های معادلهٔ $\log_2^{(2^x-2)}=3-x$، کدام است؟

۱) ۱ ✓ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
AzmonVIP

۳۱- اگر $\log_{2}^{\sin x}+\log_{2}^{\cos x}=-2$ باشد، حاصل $\log_{2}^{(\cos x-\sin x)}$ کدام است؟ $(0<x<\frac{\pi}{4})$

۱) صفر ۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۳) -1 ۴) $-\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۴)

پاسخ تشریحی:

معادلهٔ داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\log_{2}^{\sin x}+\log_{2}^{\cos x}=-2\Rightarrow \log_{2}^{\sin x\cos x}=-2\Rightarrow \sin x\cos x=2^{-2}=\frac{1}{4}\Rightarrow \frac{1}{2}\sin 2x=\frac{1}{4}\Rightarrow \sin 2x=\frac{1}{2}$$

می‌دانیم: $(\cos x-\sin x)^2=1-\sin 2x=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\Rightarrow \cos x-\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

(چون $0<x<\frac{\pi}{4}$ است $\cos x>\sin x$ بوده و $\cos x-\sin x$ مثبت است)

$$\Rightarrow \log_{2}^{(\cos x-\sin x)}=\log_{2}^{\frac{\sqrt{2}}{2}}=-\frac{1}{2}$$

نکته۱

$\log_{c}^{a}+\log_{c}^{b}=\log_{c}^{ab}$

نکته۲

۱) $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$ ۲) $(\sin\alpha\pm\cos\alpha)^2=1\pm\sin 2\alpha$

گروه آموزشی ماز

۳۲- اگر $\tan 20^\circ=k$ باشد، حاصل $\sin^2 80^\circ+\sin^2 190^\circ+\frac{3\sin 200^\circ+\cos 110^\circ}{2\sin 70^\circ+\sin 290^\circ}$ برابر کدام است؟

۱) $1-\frac{4}{3}k$ ۲) $1-4k$ ۳) $3k+1$ ۴) $\frac{3k-1}{k-2}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۴)

پاسخ تشریحی:

با فرض $\alpha=20^\circ$ داریم:

$$200^\circ=\pi+\alpha \text{ و } 110^\circ=\frac{\pi}{2}+\alpha \text{ و } 70^\circ=\frac{\pi}{2}-\alpha \text{ و } 290^\circ=\frac{3\pi}{2}+\alpha$$

از طرفی:

(انتهای کمان $(\pi+\alpha)$ در ربع سوم است) $\sin 200^\circ=\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$

(انتهای کمان $(\frac{\pi}{2}+\alpha)$ در ربع دوم است) $\cos 110^\circ=\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)=-\sin\alpha$

(انتهای کمان $(\frac{\pi}{2}-\alpha)$ در ربع اول است) $\sin 70^\circ=\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\cos\alpha$

(انتهای کمان $(\frac{3\pi}{2}+\alpha)$ در ربع چهارم است) $\sin 290^\circ=\sin(\frac{3\pi}{2}+\alpha)=-\cos\alpha$

$$\frac{3\sin 200^\circ+\cos 110^\circ}{2\sin 70^\circ+\sin 290^\circ}=\frac{-3\sin 20^\circ-\sin 20^\circ}{2\cos 20^\circ-\cos 20^\circ}=\frac{-4\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ}=-4\tan 20^\circ\xrightarrow{\tan 20^\circ=k}-4k$$

از طرفی $\sin^2 190^\circ=\sin^2(270^\circ-80^\circ)=\cos^2 80^\circ$ و $\sin^2 80^\circ+\cos^2 80^\circ=1$

توجه کن $(270^\circ=\frac{3\pi}{2})$ است و $\sin(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=-\cos\alpha$ و در آخر حاصل عبارت برابر $1-4k$ می‌شود.

AzmonVIP
www.biomaze.ir

نحوهٔ محاسبهٔ نسبت‌های مثلثاتی رو بلدید؟

محاسبهٔ نسبت‌های مثلثاتی زوایایی به شکل $(\underbrace{k\pi}_{\text{یعنی مضارب } \pi} \pm \alpha)$ و $(\underbrace{(2k+1)\frac{\pi}{2}}_{\text{یعنی مضارب فرد } \frac{\pi}{2}} \pm \alpha)$: (k عدد صحیح است)

ابتدا با فرض این که α زاویه‌ای حاده است، مکان انتهای کمان را روی دایره مثلثاتی مشخص می‌کنیم. سپس علامت نسبت مثلثاتی خواسته شده را با توجه به مکان انتهای کمان تعیین می‌کنیم و در آخر تبدیلات زیر را انجام می‌دهیم:

جای علامت

$\sin(k\pi \pm \alpha) = \bigcirc \sin\alpha$ $\qquad$ $\sin((2k+1)\frac{\pi}{2} \pm \alpha) = \bigcirc \cos\alpha$

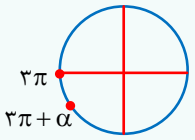
$\cos(k\pi \pm \alpha) = \bigcirc \cos\alpha$ $\qquad$ $\cos((2k+1)\frac{\pi}{2} \pm \alpha) = \bigcirc \sin\alpha$

$\tan(k\pi \pm \alpha) = \bigcirc \tan\alpha$ $\qquad$ $\tan((2k+1)\frac{\pi}{2} \pm \alpha) = \bigcirc \cot\alpha$

$\cot(k\pi \pm \alpha) = \bigcirc \cot\alpha$ $\qquad$ $\cot((2k+1)\frac{\pi}{2} \pm \alpha) = \bigcirc \tan\alpha$

مثال ۱) $\sin(3\pi + \alpha)$

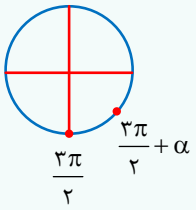
اول مکان $3\pi + \alpha$ را مشخص می‌کنیم،



در ربع سوم سینوس منفی است بنابراین: $\sin(3\pi + \alpha) = -\sin\alpha$

مثال ۲) $\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)$

اول مکان $\frac{3\pi}{2} + \alpha$ را مشخص می‌کنیم:



در ربع چهارم سینوس منفی است بنابراین: $\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = -\cos\alpha$

فرمول‌های ابتدایی مثلثات

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$, $1 + \tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$, $1 + \cot^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$, $\tan\alpha\cot\alpha = 1$

سوالات منتخب

۱- حاصل عبارت $\tan\frac{17\pi}{6}\sin\frac{11\pi}{3} + \cos\frac{10\pi}{3}$ ، کدام است؟

۱) -1 $\qquad$ ۲) صفر ✓ $\qquad$ ۳) ۱ $\qquad$ ۴) $\sqrt{3}$

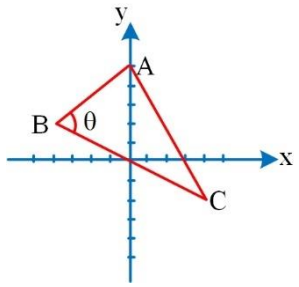
(راهنمایی: $\frac{10\pi}{3} = 3\pi + \frac{\pi}{3}$ و $\frac{11\pi}{3} = 4\pi - \frac{\pi}{3}$ و $\frac{17\pi}{6} = 3\pi - \frac{\pi}{6}$)

۲- حاصل عبارت $\tan\frac{11\pi}{4} + \sin\frac{15\pi}{4}\cos\frac{13\pi}{4}$ کدام است؟

۱) $-\frac{3}{2}$ $\qquad$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ✓ $\qquad$ ۳) $\frac{1}{2}$ $\qquad$ ۴) $\frac{3}{2}$

www.biomaze.ir

۳۳- نقاط $A(0,5)$ و $B(-4,2)$ و $C(4,-2)$ سه رأس مثلث ABC هستند، مقدار $\sin\theta$ کدام است؟



۱) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$

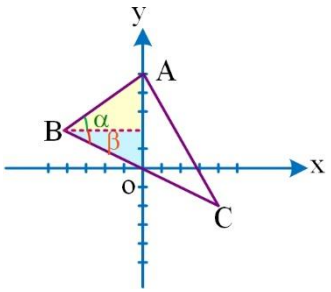
۲) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

۳) $\frac{2\sqrt{7}}{5}$

۴) $\frac{2\sqrt{11}}{5}$

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۴)

پاسخ تشریحی:



در مثلث‌های رنگی مقابل، ابتدا طول وترهای AB و OB را تعیین می‌کنیم:

$$AB=\sqrt{(-4-0)^2+(2-5)^2}=5$$

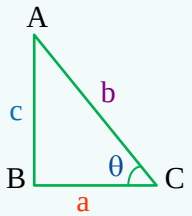
$$OB=\sqrt{(0-(-4))^2+(0-2)^2}=2\sqrt{5}$$

بنابراین سینوس و کسینوس زاویه‌های α و β را محاسبه می‌کنیم و داریم:

$$\begin{cases}\sin\alpha=\frac{3}{5}\ ,\ \cos\alpha=\frac{4}{5}\\ \sin\beta=\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}\ ,\ \cos\beta=\frac{2}{\sqrt{5}}\end{cases}\Rightarrow \sin\theta=\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha=\frac{3}{5}\times\frac{2}{\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}}\times\frac{4}{5}=\frac{10}{5\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

نسبت‌های مثلثاتی

۱) در هر مثلث قائم‌الزاویهٔ دلخواه مانند مثلث $A\overset{\triangle}{B}C$ نسبت‌های مثلثاتی برای زاویهٔ θ به شکل زیر محاسبه می‌شود:



$$\sin\theta=\frac{c}{b}$$

$$\cos\theta=\frac{a}{b}$$

$$\tan\theta=\frac{c}{a}$$

$$\cot\theta=\frac{a}{c}$$

۲) اگر α و β دو زاویهٔ دلخواه باشند، داریم:

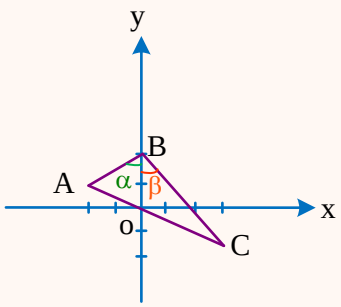
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$

۳) برای محاسبهٔ طول پاره‌خط AB، که نقاط $A(x_1,y_1)$ و $B(x_2,y_2)$، نقاط ابتدا و انتهای آن هستند از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

سوالات منتخب

۱- نقاط $C(3,-2)$ و $B(0,2)$ و $A(-2,1)$ سه رأس مثلث ABC هستند. مقدار $\sin(\alpha+\beta)$ کدام است؟



۱) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

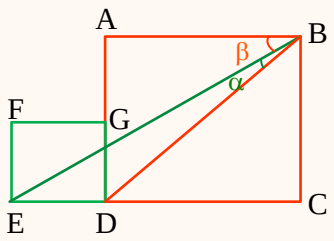
۲) $\frac{11}{5\sqrt{5}}$ ✓

۳) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

۴) $\frac{5}{3\sqrt{5}}$

www.biomaze.ir

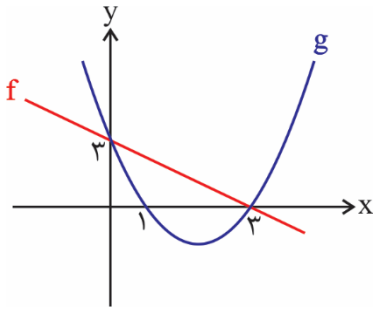
۲- در شکل مقابل، چهارضلعی‌های ABCD و FGDE مربع هستند و $\tan\beta = \frac{۲}{۳}$ است. مقدار $\tan\alpha$ کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۱}{۴}$
۳) $\frac{۱}{۵}$ ✓
۴) $\frac{۱}{۶}$

گروه آموزشی ماز

۳۴- نمودار تابع خطی f و تابع درجهٔ دوم g به‌صورت مقابل است. حاصل $\lim\limits_{x\to ۲} \frac{g(x)+۱}{xf^{-۱}(x)-۲}$ کدام است؟



۱) صفر
۲) ۱
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) -۳

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۵)

پاسخ تشریحی:

ابتدا ضابطهٔ توابع $g(x)$ و $f^{-۱}(x)$ را به‌دست آورده و سپس حد داده شده را محاسبه می‌کنیم. با توجه به این که تابع g تابعی درجه دوم است برای به‌دست آوردن ضابطهٔ آن داریم:

$$g(x)=a(x-۱)(x-۳) \xrightarrow{g(۰)=۳} ۳=a(-۱)(-۳) \Rightarrow a=۱ \Rightarrow g(x)=(x-۱)(x-۳)=x^۲-۴x+۳$$

با توجه به خطی بودن تابع f برای به‌دست آوردن ضابطهٔ $f^{-۱}$ داریم:

$(۰,۳)$ روی f قرار دارد $\Rightarrow$ $(۳,۰)$ روی $f^{-۱}$ قرار دارد

$(۳,۰)$ روی f قرار دارد $\Rightarrow$ $(۰,۳)$ روی $f^{-۱}$ قرار دارد

$$f^{-۱}(x)=-x+h \xrightarrow{f^{-۱}(۰)=۳} h=۳ \Rightarrow f^{-۱}(x)=-x+۳$$

حال به محاسبهٔ حد داده شده می‌پردازیم:

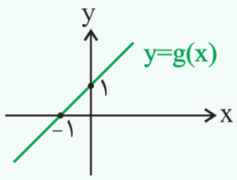
$$\lim_{x\to ۲}\frac{g(x)+۱}{xf^{-۱}(x)-۲}=\lim_{x\to ۲}\frac{x^۲-۴x+۳+۱}{x(-x+۳)-۲}=\lim_{x\to ۲}\frac{x^۲-۴x+۴}{-x^۲+۳x-۲}=\frac{۰}{۰}\Rightarrow$$

$$\lim_{x\to ۲}\frac{(x-۲)^۲}{-(x-۱)(x-۲)}=\lim_{x\to ۲}\frac{x-۲}{-(x-۱)}=\frac{۰}{-۱}=۰$$

حد تابع در تابع!!

برای محاسبهٔ حد توابعی که خود برحسب توابع دیگری مانند f و g نوشته شده‌اند ابتدا باید ضابطهٔ f و g را به‌دست آوریم و در ضابطهٔ تابع مورد نظر جایگذاری کنیم و سپس از ضابطهٔ به‌دست آمده حد بگیریم.

مثال) اگر نمودار تابع $g(x)$ به‌صورت مقابل باشد حاصل حد $\lim\limits_{x\to -۱}\frac{g(x)}{x^۲-۱}$ را به‌دست آورید.



ابتدا باید ضابطهٔ تابع خطی g را به‌دست آوریم:

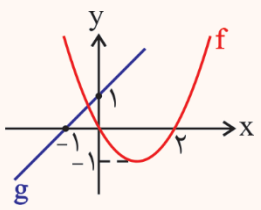
$$\begin{matrix}(۰,۱)\\(-۱,۰)\end{matrix} \Rightarrow m=۱ \Rightarrow g(x)=x+۱$$

حال با جایگذاری ضابطه $g(x)$ در حد مورد نظر حاصل را به‌دست می‌آوریم:

$$\lim_{x\to -۱}\frac{g(x)}{x^۲-۱}=\lim_{x\to -۱}\frac{x+۱}{x^۲-۱}=\lim_{x\to -۱}\frac{x+۱}{(x+۱)(x-۱)}=\lim_{x\to -۱}\frac{۱}{x-۱}=\frac{۱}{-۲}$$

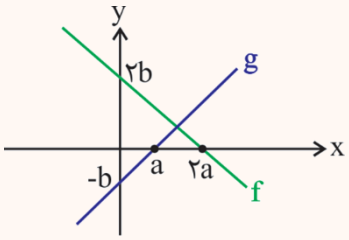
www.biomaze.ir

سؤالات منتخب



۱- اگر نمودار تابع درجه دوم f و تابع خطی g به‌صورت مقابل باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(2x-1)g(x)}{f(x)}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ✓
۳) ۱- ۴) ۲-



۲- اگر نمودار دو تابع f و g به‌صورت مقابل باشند، مقدار $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)}$ کدام است؟

۱) ۱
۲) ۱- ✓
۳) ۲
۴) ۲-

گروه آموزشی ماز

۳۵- حاصل $\lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{2})^+}\frac{(x-[x])\sqrt{1-\sin x}}{(x-1)([x]+[-x])\cos x}$ کدام است؟ ($[x]$ جزء صحیح x است.)

۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۴) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۵)

پاسخ تشریحی:

ابتدا مقادیر جزء صحیح را محاسبه می‌کنیم. می‌دانیم $\frac{\pi}{2}$ تقریباً برابر با ۱/۵۷ است.

$$\lim_{x\to(\frac{\pi}{2})^+}\frac{\cancel{(x-1)}\sqrt{1-\sin x}}{\cancel{(x-1)}(-1)\cos x}=\lim_{x\to(\frac{\pi}{2})^+}\frac{\sqrt{1-\sin x}}{-\cos x}$$

برای رفع ابهام عبارت را در $\sqrt{1+\sin x}$ ضرب و تقسیم می‌کنیم:

$$\lim_{x\to(\frac{\pi}{2})^+}\frac{\sqrt{1-\sin x}}{-\cos x}\times\frac{\sqrt{1+\sin x}}{\sqrt{1+\sin x}}=\lim_{x\to(\frac{\pi}{2})^+}\frac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{-\cos x\sqrt{1+\sin x}}=\lim_{x\to(\frac{\pi}{2})^+}\frac{\sqrt{\cos^2 x}}{-\cos x\sqrt{1+\sin x}}=\lim_{x\to(\frac{\pi}{2})^+}\frac{|\cos x|}{-\cos x\sqrt{1+\sin x}}$$

$$\xrightarrow{\cos x<0}\lim_{x\to(\frac{\pi}{2})^+}\frac{\cancel{-\cos x}}{\cancel{-\cos x}\sqrt{1+\sin x}}=\lim_{x\to(\frac{\pi}{2})^+}\frac{1}{\sqrt{1+\sin x}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

نکته‌ای از تابع براکت

$$\lim_{x\to a}[x]+[-x]=-1$$

سوالات منتخب

حاصل $\lim\limits_{x\to1^+}\frac{\sin^2\pi x}{[x]+\cos\pi x}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ✓ ۳) π ۴) 2π

گروه آموزشی ماز

۳۶- تابع $f(x)=\begin{cases}(ax+b)[x] & |x|<1\\ x^2+\frac{c}{x} & |x|\geq1\end{cases}$ در $\mathbb{R}$ پیوسته است. حاصل $a-c$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

www.biomaze.ir
AzmonVIP

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۵)

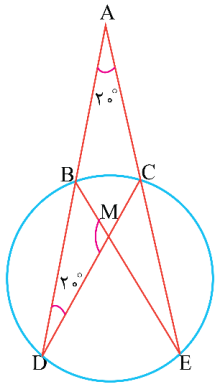
پاسخ تشریحی:

ضابطه اول به شرطی در $x=0$ پیوسته است که $[x]$ در عامل صفرکننده ضرب شده باشد، پس $b=0$ است. حال پیوستگی نقاط ۱ و ۱− را بررسی می‌کنیم.

$$\left.\begin{array}{l} f(1)=\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)\Rightarrow 1+c=0\Rightarrow c=-1 \\ f(-1)=\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)\Rightarrow 1-c=a\Rightarrow a=2 \end{array}\right\}\Rightarrow a-c=3$$

گروه آموزشی ماز

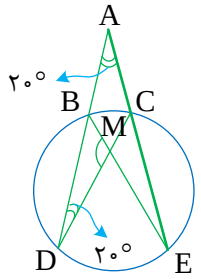
۳۷- در شکل زیر، $\hat{A}=\hat{D}=20^\circ$ است. زاویه $B\hat{M}D$ کدام است؟



۱) 60°
۲) 90°
۳) 120°
۴) 150°

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:



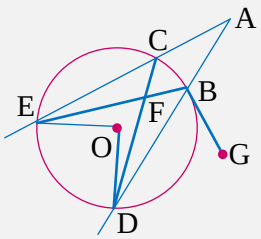
$$B\hat{D}C=\frac{\overset{\frown}{BC}}{2}=20^\circ\Rightarrow \overset{\frown}{BC}=40^\circ$$

$$D\hat{A}E=\frac{\overset{\frown}{DE}-\overset{\frown}{BC}}{2}=20^\circ\xrightarrow{\overset{\frown}{BC}=40^\circ}\overset{\frown}{DE}-40^\circ=40^\circ\Rightarrow \overset{\frown}{DE}=80^\circ$$

$$D\hat{M}E=\frac{\overset{\frown}{DE}+\overset{\frown}{BC}}{2}=\frac{80^\circ+40^\circ}{2}=60^\circ$$

$$B\hat{M}D=180^\circ-D\hat{M}E\Rightarrow B\hat{M}D=180^\circ-60^\circ=120^\circ$$

اینارو هم یاد بگیرید بد نیست



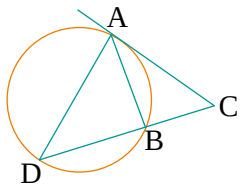
$$\hat{A}=\frac{\overset{\frown}{DE}-\overset{\frown}{BC}}{2}\qquad B\hat{F}C=\frac{\overset{\frown}{DE}+\overset{\frown}{BC}}{2}$$

$$D\hat{C}E=\frac{\overset{\frown}{DE}}{2}\qquad D\hat{O}E=\overset{\frown}{DE}$$

$$G\hat{B}D=\frac{\overset{\frown}{BD}}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۳۸- در شکل روبه‌رو، پاره‌خط CA بر دایره مماس است و $BD=2BC$. اگر $AB=2\sqrt{3}$ باشد، اندازهٔ AD کدام است؟



۱) $2\sqrt{6}$
۲) $4\sqrt{3}$
۳) 6
۴) $6\sqrt{3}$

www.biomaze.ir

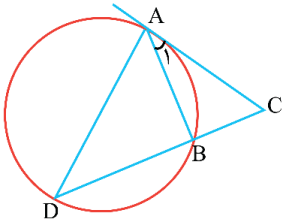
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

فرض کنیم $BC = x$، بنابراین $BD = ۲x$. بنابر روابط طولی در دایره برای نقطهٔ C بیرون دایره داریم:

$$CA^۲ = CB.CD \Rightarrow CA^۲ = x(۳x) = ۳x^۲ \Rightarrow CA = \sqrt{۳}x$$

مثلث‌های $\overset{\triangle}{CAD}$ و $\overset{\triangle}{CBA}$ بنابر حالت دو زاویه متشابه‌اند، زیرا:



$$\hat{C} = \hat{C}$$

$$\underbrace{\hat{A}_۱}_{\text{ظلی}} = \underbrace{\hat{D}}_{\text{محاطی}} = \frac{\overset{\frown}{AB}}{۲}$$

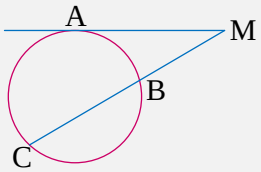
با استفاده از تناسب اجزای متناظر داریم:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{CB}{AC} \Rightarrow \frac{۲\sqrt{۳}}{AD} = \frac{x}{x\sqrt{۳}} \Rightarrow AD = ۲\sqrt{۳} \times \sqrt{۳} = ۶$$

بریم چنتا نکته بخونیم

نکته۱

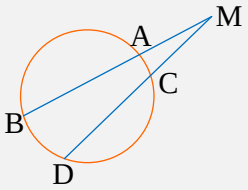
اگر از یک نقطه خارج دایره، یک مماس و یک قاطع بر دایره رسم کنیم، طول مماس، واسطه هندسی بین قطعات قاطع است.



$$MA^۲ = MB \times MC$$

نکته۲

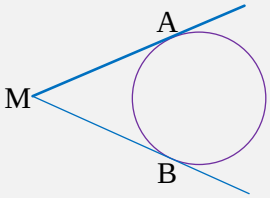
اگر از یک نقطه خارج دایره، دو قاطع بر دایره رسم کنیم، حاصل‌ضرب قطعات روی دو قاطع با هم برابر خواهد بود.



$$MA \times MB = MC \times MD$$

نکته۳

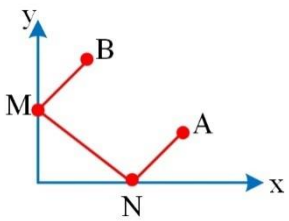
طول مماس‌های رسم شده از یک نقطه خارج دایره بر دایره، با هم برابر است.



$$MA = MB$$

گروه آموزشی ماز

۳۹- نقاط $A\begin{vmatrix}۶\\۴\end{vmatrix}$ و $B\begin{vmatrix}۳\\۲\\۶\end{vmatrix}$ در صفحه محورهای مختصات مفروض است. دو نقطه M و N همواره روی دو محور حرکت می‌کنند. زمانی که اندازه خط شکسته ANMB کمترین مقدار ممکن است، طول MN کدام است؟



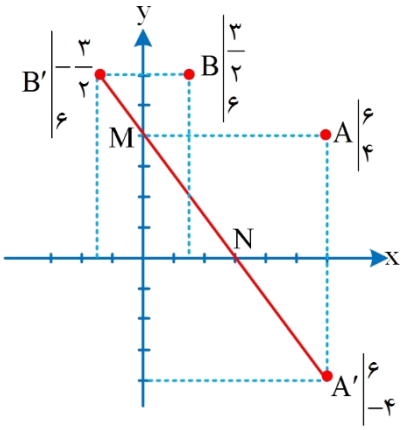
۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۹

www.biomaze.ir
AzmonVIP

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

قرینه A را نسبت به محور xها و قرینه B را نسبت به محور yها به ترتیب A' و B' می‌نامیم.



معادله خط گذرنده از $A'\left|\begin{matrix}۶\\-۴\end{matrix}\right.$ و $B'\left|\begin{matrix}-\frac{۳}{۲}\\۶\end{matrix}\right.$ را پیدا می‌کنیم:

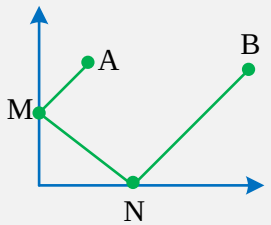
$$m=\frac{۱۰}{-\frac{۱۵}{۲}}=-\frac{۴}{۳}\Rightarrow y+۴=-\frac{۴}{۳}(x-۶)$$

باید محل برخورد این خط را با محورهای مختصات بیابیم:

$$\begin{matrix}x=۰\Rightarrow y=۴\Rightarrow M=(۰,۴)\\ y=۰\Rightarrow x=۳\Rightarrow N=(۳,۰)\end{matrix}\Rightarrow |MN|=۵$$

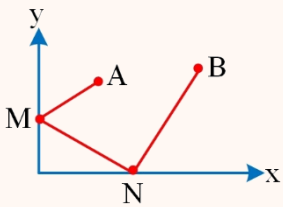
کمترین طول خط شکسته

در شکل مقابل، M و N روی محورها حرکت می‌کنند. برای پیدا کردن کمترین طول خط شکسته AMNB باید قرینه B را نسبت به یکی از محورها و قرینه A را نسبت به محور دیگر بیابیم و به ترتیب A' و B' بنامیم. $|B'A'|$ کمترین طول خط شکسته AMNB است.



سوالات منتخب

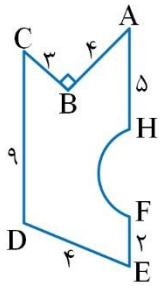
نقاط $A\left|\begin{matrix}۳\\۵\end{matrix}\right.$ و $B\left|\begin{matrix}۹\\۱۱\end{matrix}\right.$ در صفحه محورهای مختصات مفروض‌اند. دو نقطه M و N همواره روی دو محور می‌لغزند. کمترین اندازه خط شکسته AMNB کدام است؟



۱) ۱۸
۲) ۱۹
۳) ۲۰ ✓
۴) ۲۱

گروه آموزشی ماز

۴۰- در شکل مقابل $HF=۶$ قطر نیم‌دایره می‌باشد. اگر بخواهیم بدون تغییر محیط مساحت شکل را افزایش دهیم، مقدار افزایش مساحت چقدر است؟

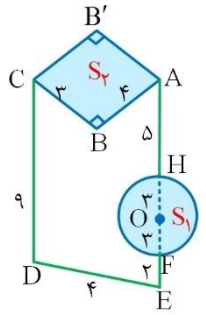


۱) $۲(۳\pi+۴)$
۲) $۴(۴\pi+۳)$
۳) $۳(۳\pi+۴)$
۴) $۴(۳\pi+۴)$

www.biomaze.ir
AzmonVIP

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:



از H به F وصل کرده و قرینه نیم‌دایره را نسبت به HF رسم می‌کنیم و مساحت دایره را نیز محاسبه می‌کنیم.
همچنین بازتاب نقطه B نسبت به محور AC را پیدا کرده و B′ می‌نامیم و مساحت چهارضلعی ABCB′ را بدست می‌آوریم:

$$S_۱ = S_{\bigcirc} = \pi R^۲ = \pi \times ۳^۲ = ۹\pi$$

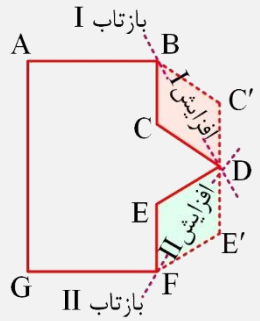
$$S_۲ = S_{ABCB'} = ۲S_{ABC} = ۲(\frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۴) = ۱۲$$

بنابراین مقدار افزایش مساحت برابر است با:

$$\Delta S = S_۱ + S_۲ = ۹\pi + ۱۲ = ۳(۳\pi + ۴)$$

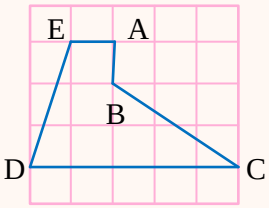
بازتاب شکل

اگر شکلی دارای چندین فرورفتگی باشد، با چند بار استفاده از بازتاب می‌توانیم با ثابت ماندن محیط، مساحت را افزایش دهیم.



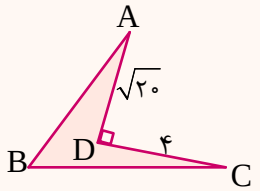
سوالات منتخب

۱- در شکل زیر، طول ضلع مربع‌های صفحهٔ شطرنجی، برابر یک است. اگر رأس B را نسبت به ضلع AC بازتاب دهیم تا به نقطهٔ B′ برسیم، مساحت پنج‌ضلعی AB′CDE چقدر از مساحت پنج‌ضلعی ABCDE بیشتر خواهد بود؟



۱) ۶
۲) ۳ ✓
۳) ۲
۴) ۴

۲- مطابق شکل، اگر بخواهیم بدون تغییر محیط، مساحت چهارضلعی را افزایش دهیم، مقدار افزایش مساحت چقدر است؟



۱) $۴\sqrt{۵}$
۲) $۸\sqrt{۵}$ ✓
۳) $۱۲\sqrt{۵}$
۴) $۱۶\sqrt{۵}$

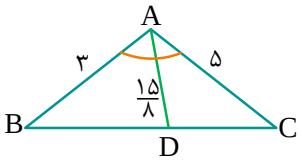
گروه آموزشی ماز

۴۱- در مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$، $AB=۳$ و $AC=۵$. اگر طول نیمساز زاویه A برابر با $\frac{۱۵}{۸}$ باشد، طول ضلع BC کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

پاسخ تشریحی:



از قضیه ۱ داریم:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{۳}{۵} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow BD = \frac{۳}{۵}DC \quad (*)$$

AzmonVIP
www.biomaze.ir

از قضیه ۲ داریم:

$$AD^{۲} = AB\times AC - BD\times DC \Rightarrow (\frac{۱۵}{۸})^{۲} = ۳\times ۵ - BD\times DC$$

$$\Rightarrow BD\times DC = \frac{۱۵\times ۶۴ - ۱۵^{۲}}{۸^{۲}} \Rightarrow BD\times DC = \frac{۱۵\times ۴۹}{۸^{۲}}$$

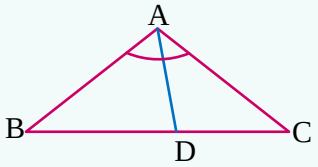
$$\xrightarrow{(*)} \frac{۳}{۵}DC^{۲} = \frac{۱۵\times ۴۹}{۸^{۲}} \Rightarrow DC^{۲} = \frac{۲۵\times ۴۹}{۸^{۲}} \Rightarrow DC = \frac{۳۵}{۸} \xrightarrow{(*)} BD = \frac{۳}{۵}\times\frac{۳۵}{۸} = \frac{۲۱}{۸}$$

$$BC = BD + DC = \frac{۲۱}{۸} + \frac{۳۵}{۸} = \frac{۵۶}{۸} = ۷$$

نیمسازها

قضیه ۱) در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبه‌رو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های اضلاع آن زاویه تقسیم می‌کند، یعنی:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$

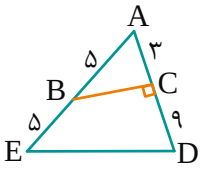


قضیه ۲) در هر مثلث، مربع اندازه هر نیمساز داخلی برابر است با حاصل‌ضرب اندازه دو ضلع زاویه، منهای حاصل‌ضرب اندازه دو قطعه‌ای که نیمساز روی ضلع مقابل ایجاد می‌کند، یعنی:

$$AD^{۲} = AB\times AC - BD\times DC$$

گروه آموزشی ماز

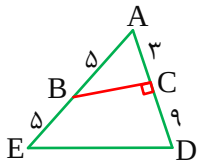
۴۲- در شکل مقابل، مساحت چهارضلعی **BCDE** کدام است؟



۱) ۳۶
۲) ۴۲
۳) ۴۴
۴) ۴۸

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

پاسخ تشریحی:



در مثلث قائم‌الزاویه $\overset{\triangle}{ABC}$ داریم:

$$\cos\hat{A} = \frac{AC}{AB} = \frac{۳}{۵}$$

همچنین $BC = ۴$

با کمک قضیه کسینوس‌ها ED را بدست می‌آوریم:

$$ED^{۲} = AE^{۲} + AD^{۲} - ۲AE\times AD\cos\hat{A}$$

$$ED^{۲} = ۱۰^{۲} + ۱۲^{۲} - ۲\times ۱۰\times ۱۲\times\frac{۳}{۵} = ۱۰۰ \Rightarrow ED = ۱۰$$

مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ با قاعدهٔ ۴ و ارتفاع ۳ برابر است با:

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۱}{۲}(۴)(۳) = ۶$$

طبق دستور هرون در مثلث $\overset{\triangle}{AED}$ داریم:

$$P = \frac{ED + AE + AD}{۲} = \frac{۱۰+۱۰+۱۲}{۲} = ۱۶$$

$$S_{\overset{\triangle}{AED}} = \sqrt{P(P-AE)(P-ED)(P-AD)} = \sqrt{۱۶\times ۶\times ۶\times ۴} = ۴۸$$

$$S_{BCDE} = S_{\overset{\triangle}{ADE}} - S_{\overset{\triangle}{ABC}} = ۴۸ - ۶ = ۴۲$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
AzmonVIP

سلام به همهٔ بچه‌های کنکوری
امیدوارم حالتون خوب باشه و حسابی از تابستون برای درس خوندن استفاده کرده باشین.
توی آزمون امروز قراره از مطالبی که توی تابستون خوندین امتحان بدین و ببینین چقدر خوب مطالب رو یاد گرفتین و چقدر نسبت به اول تابستون پیشرفت کردین، به همین خاطر این آزمون خیلی مهمه!
توی درس فیزیک سعی کردیم مجموعهٔ سؤالات در سطح متوسط و در راستای کنکور باشن، بعضی از سؤالات ایده‌هایی مشابه با آزمون‌های قبلیتون داره تا بتونین بررسی کنین چقدر خوب آزمون‌های تابستون رو تحلیل کردین؛ و بعضی از سؤالات هم ایده‌هاش نسبتاً متفاوت با آزمون‌های قبلی هست تا یکم خلاقیت‌تون رو به چالش بکشه...

سجاد صادقی‌زاده - رتبهٔ ۱ کنکور ۹۲ و مسئول درس فیزیک گروه آموزشی ماز

پایهٔ دهم (بخش انتخابی)

۴۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

الف: یک ریزسنج دیجیتال، طول جسمی را ۶/۰۰۸mm اندازه می‌گیرد. دقت اندازه‌گیری این ریزسنج 10^{-6}m است.

ب: در مدل‌سازی حرکت توپ بسکتبال، می‌توان از نیروی مقاومت هوا صرف‌نظر کرد.

پ: برای انجام اندازه‌گیری‌های درست به یکاهای اندازه‌گیری‌ای نیاز داریم که تغییر نکنند و دارای قابلیت بازتولید در مکان‌های مختلف باشند.

ت: براساس استاندارد کنونی، هر ثانیه برابر $\frac{1}{86400}$ میانگین روز خورشیدی تعریف می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ براساس متن کتاب درسی ـ ۱۰۰۱)

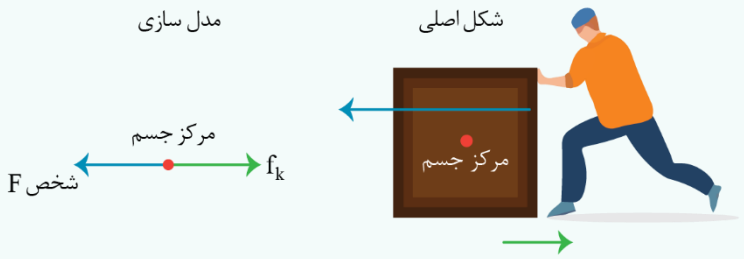
بررسی موارد:

الف: دقت ریزسنج برابر 10^{-3}mm معادل 10^{-6}m است. (✓)
ب: نیروی مقاومت هوا در حرکت توپ اثری جزئی است و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. (✓)
پ: یکاهای اندازه‌گیری نباید تغییر کنند و باید قابلیت بازتولید داشته باشند. (✓)
ت: تعریف ارائه‌شده، تعریف قدیمی یکای ثانیه است و براساس استاندارد کنونی مورد قبول نیست. (✗)

مدل‌سازی

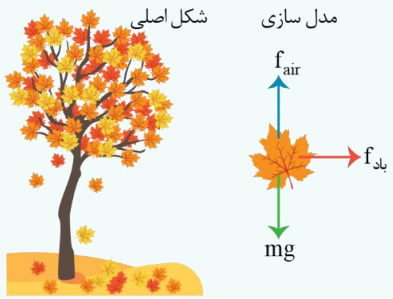
مدل‌سازی در فیزیک، فرایندی است که طی آن یک پدیدهٔ فیزیکی آن‌قدر ساده و آرمانی می‌شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم شود. هنگام مدل‌سازی یک پدیدهٔ فیزیکی، اثرهای جزئی را نادیده می‌گیریم و اثرهای مهم و تعیین‌کننده را در مسئله اعمال می‌کنیم.

نکته: در فیزیک اصولاً اجسام را به‌صورت ذره فرض می‌کنیم و به‌جای کل جسم فقط مرکز جسم را رسم می‌کنیم.



نکات مربوط به مدل‌سازی این شکل:
در این شکل چون نیروی شخص بزرگ‌تر از اصطکاک ترسیم شده است جعبه به سمت چپ حرکت می‌کند.
نیروی وزن و نیروی عمودی سطح به‌علت متوازن بودن یکدیگر را خنثی کرده‌اند، به همین علت آن‌ها را ترسیم نکرده‌ایم.
نکته: مقاومت شاره (هوا) را همواره خلاف جهت حرکت جسم رسم می‌کنیم. اصولاً زمانی می‌توان از مقاومت شاره چشم‌پوشی کرد که ابعاد جسم در مقایسه با وزن جسم کوچک باشد.
پس در سؤالاتی مثل حرکت پر، چترباز، بالون و قایق بادبانی نمی‌توان از مقاومت هوا و وزش باد چشم‌پوشی کرد.

مدل‌سازی سقوط برگ درخت



نکات مربوط به مدل‌سازی این شکل:

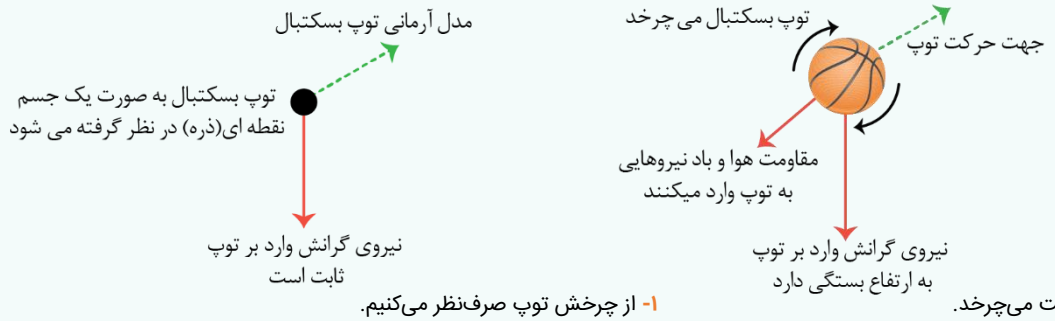
۱- چون درنهایت برگ به سمت پایین حرکت می‌کند پس نیروی وزن از مقاومت هوا بزرگ‌تر است.

۲- اگر به شکل دقت کنید متوجه می‌شوید که برگ‌ها به سمت راست متمایل شده‌اند و این نشان از وزش باد به سمت راست دارد به همین علت نیروی وزش باد را به سمت راست ترسیم کرده‌ایم.

۳- با وجود سبک بودن برگ، نیروی وزن یک اثر مهم و تعیین کننده است و نمی‌توان از آن صرف‌نظر کرد چون در صورت صرف‌نظر کردن از وزن هیچ نیرویی وجود ندارد که باعث پایین آمدن برگ شود.

در مدل‌سازی سقوط برگ چرا نمی‌توان برگ درخت را ذره فرض کرد؟ به‌علت مقاومت هوا. چون اگر برگ درخت را ذره فرض کنیم آن‌گاه مقاومت هوا صفر خواهد شد.

نکته: در حرکت اجسامی مثل توپ می‌توان از چرخش‌های جسم در حین حرکت صرف‌نظر کرد.



۱- توپ هنگام حرکت می‌چرخد.

۲- وزن توپ با تغییر ارتفاع تغییر می‌کند.

۳- مقاومت هوا و باد به توپ نیرو وارد می‌کنند.

۴- توپ کرهٔ کامل نیست و درزها و برجستگی‌هایی دارد.

۱- از چرخش توپ صرف‌نظر می‌کنیم.

۲- از اثر تغییر نیروی گرانش در اثر تغییر ارتفاع صرف‌نظر می‌کنیم.

۳- اثر مقاومت هوا و باد را نادیده گرفته و فرض می‌کنیم توپ در خلأ حرکت می‌کند.

۴- از ابعاد توپ صرف‌نظر می‌کنیم و آن را یک ذره درنظر می‌گیریم.

در مدل‌سازی توپ بسکتبال اگر به‌جای مقاومت هوا نیروی جاذبه زمین را نادیده می‌گرفتیم، آن‌گاه مدل ما پیش‌بینی می‌کرد که وقتی توپی به بالا پرتاب شود در یک خط مستقیم بالا می‌رود.

اندازه‌گیری و کمیت‌های فیزیکی

اساس تجربه و آزمایش، اندازه‌گیری است و برای بیان نتایج اندازه‌گیری، به‌طور معمول از عدد و یکای مناسب آن استفاده می‌کنیم.

در فیزیک به هر چیزی که بتوان آن را اندازه گرفت، کمیت فیزیکی گفته می‌شود.

طول، جرم، تندی، نیرو و زمان کمیت هستند، چون قابل‌اندازه‌گیری می‌باشند.

تعداد کمیت‌های فیزیکی آن‌چنان زیاد است که تعیین یکای مستقل برای هم آن‌ها در عمل ناممکن است.

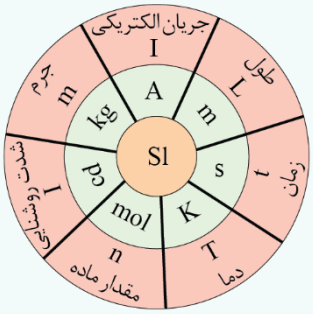
برای انجام اندازه‌گیری‌های درست و قابل‌اطمینان به یکاهای اندازه‌گیری نیاز داریم که تغییر نکنند و دارای قابلیت بازتولید در مکان‌های مختلف باشند.

ویژگی یکاها
- ۱- تغییر نکنند.
- ۲- قابلیت بازتولید در مکان‌های مختلف را داشته باشند.

انواع

نرده‌ای (اسکالر یا عددی)	برداری
اندازه (عدد و یکا) دارد. جهت دارد (علامت ندارد.) جمع و تفریق آن جبری است.	اندازه (عدد و یکا) دارد. جهت دارد (علامت دارد.) جمع و تفریق آن برداری است.

فقط و فقط این ۷ یکا اصلی هستند، غیر از این ۷ یکا بقیه فرعی محسوب می‌شود.

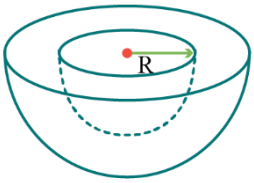


www.biomaze.ir
AzmonVIP

جدول کمیت‌های اصلی که همگی نرده‌ای هم می‌باشند.					
کمیت	نماد	یکای (SI)	نوع	نوع	یکای غیر SI
طول	L	متر (m)	نرده‌ای	اصلی	in ،ft ،AU
جرم	m	کیلوگرم (kg)	نرده‌ای	اصلی	گرم، مثقال، تن
زمان	t	ثانیه (s)	نرده‌ای	اصلی	min , h , day
شدت روشنایی	I	کَندِلا (شمع) (cd)	نرده‌ای	اصلی	
جریان الکتریکی	I	آمپر (A)	نرده‌ای	اصلی	
مقدار ماده	n	مول (mol)	نرده‌ای	اصلی	
دما	T	کلوین K	نرده‌ای	اصلی	درجهٔ سلسیوس، درجهٔ فارنهایت

گروه آموزشی ماز

۴۴- درون نیم‌کرهٔ شکل زیر، حفره‌ای به شعاع R وجود دارد. بار اول این حفره را با آب و بار دوم این حفره را با روغن پر می‌کنیم. اگر جرم مجموعه در حالت دوم، ۵۰ گرم کم‌تر از حالت اول باشد، R چند سانتی‌متر است؟ $(\pi \simeq ۳ \ , \ \rho_{آب} = \frac{۵}{۴}\rho_{روغن} = ۱\frac{g}{cm^۳})$



۱) ۴
۲) ۸
۳) ۱۰
۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

گام اول:

با توجه به متن سؤال، جرم آب درون حفره، ۵۰ گرم بیش‌تر از جرم روغن درون حفره است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$m_{آب} - m_{روغن} = ۵۰g \Rightarrow \rho_{آب}V_{حفره} - \rho_{روغن}V_{حفره} = ۵۰g$$

$$\Rightarrow ۱ \times V_{حفره} - ۰/۸ \times V_{حفره} = ۵۰ \Rightarrow V_{حفره} = ۲۵۰cm^۳$$

گام آخر:

با توجه به حجم حفره، شعاع آن را محاسبه می‌کنیم.

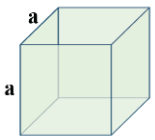
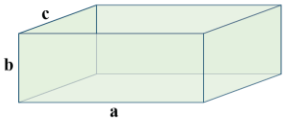
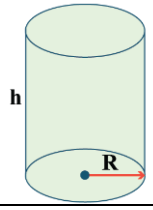
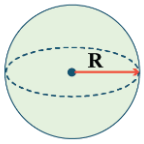
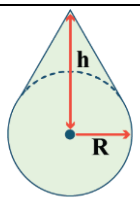
$$V = \frac{۲}{۳}\pi R^۳ \Rightarrow ۲۵۰ \simeq ۲R^۳ \Rightarrow R = ۵cm$$

www.biomaze.ir

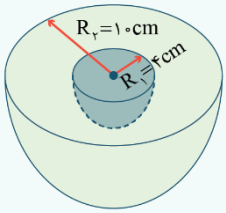
AzmonVIP

سؤالات چگالی که در آن‌ها حجم شکل‌های هندسی باید محاسبه شود

در این سؤالات شکل‌هایی مثل مکعب، استوانه، کره و مخروط مورد بررسی قرار می‌گیرند؛ بنابراین باید روابط محاسبهٔ حجم این شکل‌ها را بدانیم.

مکعب		$V = a^3$
مکعب‌مستطیل		$V = abc$
استوانه		$V = \pi R^2 h$
کره		$V = \frac{4}{3}\pi R^3$
مخروط		$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

مثال: جسم توخالی مقابل از آهن با چگالی $8\frac{gr}{cm^3}$ ساخته شده است. جرم آن چند کیلوگرم است؟ $(\pi \simeq 3)$



همان‌طور که می‌بینید، شکل بالا نیم‌کره‌ای است که یک نیم‌کرهٔ کوچک‌تر از داخل آن خارج شده است، بنابراین حجم آن برابر اختلاف حجم نیم‌کرهٔ بزرگ‌تر و نیم‌کرهٔ کوچک‌تر است و داریم:

$$v = \frac{2}{3}\pi\left(R_2^3 - R_1^3\right) = \frac{2}{3}\times 3\times\left(10^3 - 4^3\right) = 1872\,cm^3$$

$$\rho = \frac{m}{v} \Rightarrow m = \rho v = 8\times 1872 = 14976\,g$$

$$\Rightarrow m = 14/976\,kg$$

گروه آموزشی ماز

۴۵- در یک دیگ زودپز، مساحت روزنهٔ خروج بخار آب ۵ میلی‌متر مربع است. جرم وزنهٔ روی روزنه چند گرم باشد، تا فشار پیمانه‌ای بخار داخل دیگ در مقداری نگه داشته شود که ۴۰ درصد از فشار مطلق بخار داخل دیگ کم‌تر باشد؟

($g = 10\frac{m}{s^2}$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6\frac{g}{cm^3}$ و فشار هوای محیط ۷۵cmHg است.)

۱) ۷۱ ۲) ۷۳/۵ ۳) ۷۵ ۴) ۷۶/۵

www.biomaze.ir
AzmonVIP

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

فشار پیمانه‌ای داخل مخزن ۴۰ درصد کم‌تر از فشار مطلق آن است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_{\text{پیمانه‌ای}} = P_{\text{مطلق}} - \frac{۴۰}{۱۰۰}P_{\text{مطلق}} = \frac{۶۰}{۱۰۰}P_{\text{مطلق}} = \frac{۳}{۵}P_{\text{مطلق}}$$

$$\xrightarrow{P_{\text{پیمانه‌ای}}=P_{\text{مطلق}}-P_{۰}} P_{\text{پیمانه‌ای}} = P_{\text{مطلق}} - P_{۰} \Rightarrow \frac{۳}{۵}P_{\text{مطلق}} = P_{\text{مطلق}} - P_{۰} \Rightarrow P_{۰} = \frac{۲}{۵}P_{\text{مطلق}}$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{۵}P_{\text{مطلق}} = ۷۵\text{cmHg} \Rightarrow P_{\text{مطلق}} = ۱۸۷/۵\text{cmHg}$$

$$P_{\text{پیمانه‌ای}} = ۱۸۷/۵ - ۷۵ = ۱۱۲/۵\,\text{cmHg}$$

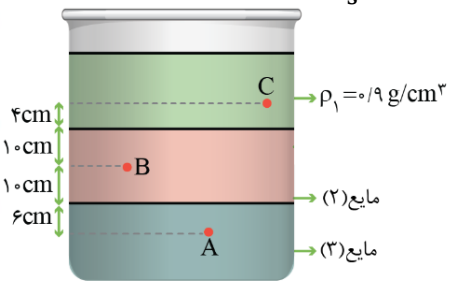
$$\Rightarrow P_{\text{پیمانه‌ای}} = \rho gh = ۱۳۶۰۰\times ۱۰\times \frac{۱۱۲/۵}{۱۰۰} = ۱۵۳۰۰۰\,\text{Pa}$$

با قرار دادن وزنه روی روزنهٔ خروج، باید فشار ایجادشده با فشار پیمانه‌ای گاز درون مخزن برابر باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_{\text{وزنه}} = P_{\text{پیمانه‌ای}} \Rightarrow \frac{mg}{A} = ۱۵۳۰۰۰ \Rightarrow \frac{m\times ۱۰}{۵\times ۱۰^{-۶}} = ۱۵۳۰۰۰ \Rightarrow m = ۷۶/۵\times ۱۰^{-۳}\,\text{kg} = ۷۶/۵\,\text{g}$$

گروه آموزشی ماز

۴۶- مطابق شکل، سه مایع مخلوط‌شدنی درون ظرفی قرار دارند. فشار در نقطهٔ A، ۱۹۴۰Pa بیش‌تر از فشار در نقطهٔ B است و فشار در نقطهٔ B، ۱۴۶۰Pa بیش‌تر از فشار در نقطهٔ C است. چگالی مایع‌های (۲) و (۳) به‌ترتیب چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۱/۱، ۱/۴
۲) ۱/۲، ۱/۵
۳) ۱/۱، ۱/۵
۴) ۱/۲، ۱/۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

گام اول:

اختلاف فشار B و C برابر ۱۴۶۰Pa است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_B - P_C = \rho_۱ g\times ۰/۰۴ + \rho_۲ g\times ۰/۱$$
$$\Rightarrow ۱۴۶۰ = ۹۰۰\times ۱۰\times ۰/۰۴ + \rho_۲\times ۱۰\times ۰/۱$$
$$\Rightarrow ۱۴۶۰ = ۳۶۰ + \rho_۲ \Rightarrow \rho_۲ = ۱۱۰۰\frac{kg}{m^۳} = ۱/۱\frac{g}{cm^۳}$$

گام آخر:

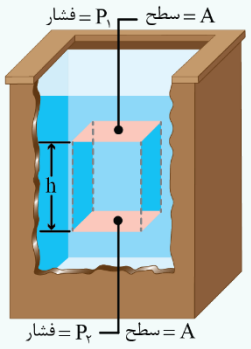
اختلاف فشار A و B برابر ۱۹۴۰Pa است، بنابراین داریم:

$$P_A - P_B = \rho_۲ g\times ۰/۱ + \rho_۳ g\times ۰/۰۶$$
$$\Rightarrow ۱۹۴۰ = ۱۱۰۰\times ۱۰\times ۰/۱ + \rho_۳\times ۱۰\times ۰/۰۶$$
$$\Rightarrow ۱۹۴۰ = ۱۱۰۰ + ۰/۶\rho_۳ \Rightarrow \rho_۳ = ۱۴۰۰\frac{kg}{m^۳} = ۱/۴\frac{g}{cm^۳}$$

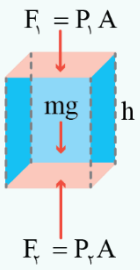
www.biomaze.ir

محاسبهٔ فشار در شاره

برای محاسبهٔ فشار ناشی از وزن یک شارهٔ ساکن، یک مکعب‌مستطیل به ارتفاع h و سطح مقطع A را در داخل یک شاره ساکن درنظر می‌گیریم. مطابق شکل الف، فشار در سطح بالایی این مکعب‌مستطیل را P_1 و فشار در سطح پایین آن را با P_2 نمایش می‌دهیم.



(الف)



(ب)

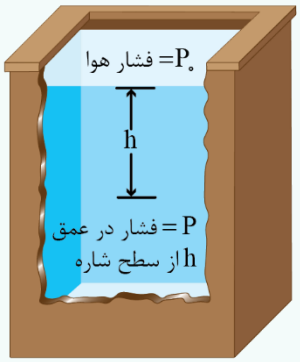
حال مطابق شکل ب، سه نیرو در راستای قائم به این بخش (یا حجم) از شاره وارد می‌شود. از طرفی طبق قانون اول نیوتن مجموع این سه نیرو باید اثر همدیگر را خنثی کنند (چون شاره ساکن است)؛ بنابراین داریم:

$$\text{مطابق شکل ب}: F_2 - F_1 - mg = 0 \Rightarrow F_2 = F_1 + mg \xrightarrow[m=\rho V]{P=\frac{F}{A} \to F=PA}$$

$$P_2 A = P_1 A + \rho v g \xrightarrow{v=Ah} P_2 A = P_1 A + \rho A h g \xrightarrow[\text{می‌کنیم.}]{\text{طرفین را تقسیم بر } A} P_2 = P_1 + \rho g h$$

حال اگر این مکعب‌مستطیل (مطابق شکل) قاعدهٔ بالایی آن روی سطح شاره و قاعده پایینی آن هم در عمق h از سطح شاره قرار داشته باشد، آن موقع فشار وارد بر این مکعب‌مستطیل برابر است با:

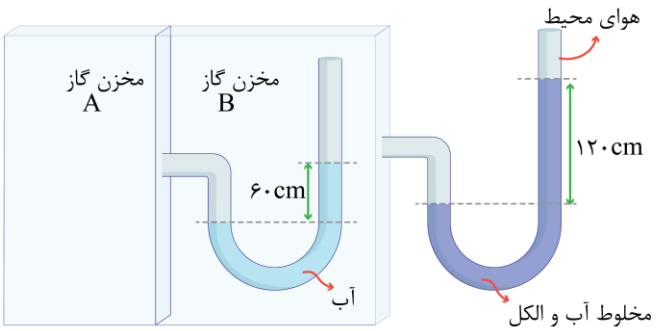
$$P_1 = P_0 \xrightarrow{(\text{فشار جو})} P = P_0 + \rho g h \to$$ این همان فشار کل در عمق h از سطح آزاد شاره است.



گروه آموزشی ماز

۴۷- در شکل زیر، فشار پیمانه‌ای مخزن A برابر ۰/۱۶۲bar است و مجموعه در حالت تعادل قرار دارد. چند درصد از حجم مخلوط آب و الکل را الکل تشکیل داده است؟ $(\rho_{\text{آب}} = 1/25\rho_{\text{الکل}} = 1\frac{g}{cm^3}\ ,\ g = 10\frac{m}{s^2})$

۱) ۲۵
۲) ۵۰
۳) ۷۵
۴) ۶۰



پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

گام اول:

فشار گاز مخزن A برابر مجموع فشار گاز مخزن B و فشار ۶۰cm ستون آب است، بنابراین داریم:

$$P_A = P_B + \rho g h \Rightarrow 0/162 \times 10^5 = P_B + 1000 \times 10 \times 0/6$$
$$\Rightarrow 16200 = P_B + 6000 \Rightarrow P_B = 10200\,Pa$$

دقت کنید فشار به‌دست‌آمده، فشار پیمانه‌ای مخزن B است.

www.biomaze.ir

گام دوم:

فشار پیمانه‌ای مخزن B برابر فشار ۱۲۰cm ستون مخلوط است، بنابراین داریم:

$$P_B = \rho_{مخلوط} gh \Rightarrow ۱۰۲۰۰ = \rho_{مخلوط} \times ۱۰ \times ۱/۲$$

$$\Rightarrow \rho_{مخلوط} = ۸۵۰ \frac{kg}{m^۳} = ۰/۸۵ \frac{g}{cm^۳}$$

گام آخر:

درصد حجم الکل در مخلوط برابر است با:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{\rho_{آب} V_{آب} + \rho_{الکل} V_{الکل}}{V_{آب} + V_{الکل}} \Rightarrow ۰/۸۵ = \frac{V_{آب} + ۰/۸ V_{الکل}}{V_{آب} + V_{الکل}}$$

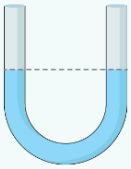
$$\Rightarrow ۰/۸۵ V_{آب} + ۰/۸۵ V_{الکل} = V_{آب} + ۰/۸ V_{الکل}$$

$$\Rightarrow ۰/۱۵ V_{آب} = ۰/۰۵ V_{الکل} \Rightarrow V_{الکل} = ۳ V_{آب}$$

حجم الکل ۳ برابر حجم آب است، یعنی $\frac{۳}{۴}$ کل حجم مخلوط را الکل تشکیل داده که معادل ۷۵ درصد است.

فشارسنج u شکل (مانومتر)

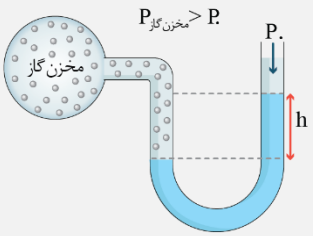
یکی از وسایل ساده برای اندازه‌گیری فشار شارهٔ محصور، فشارسنج u شکل است. برای اندازه‌گیری فشار داخل یک محفظه، آن را به یک لوله u شکل محتوی (آب یا جیوه) به چگالی ρ متصل می‌کنیم.



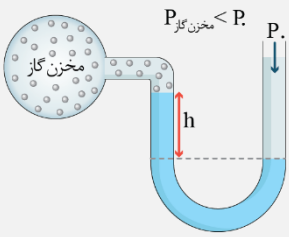
هنگامی‌که هر دو ساق لوله در مجاورت هواست، ارتفاع جیوه یا آب در هر دو ستون برابر است، اما هنگامی‌که یکی از ساق‌های لولهٔ مانومتر را به مخزنی که می‌خواهیم فشار آن را اندازه‌گیری کنیم، متصل می‌کنیم، فشار وارد بر یک ساق لوله با فشار هوای وارد بر ساق دیگر مقابله می‌کند.

نکته

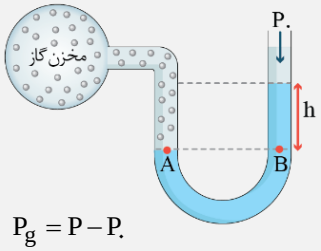
✓ اگر فشار مخزن گاز، بیش‌تر از فشار هوا باشد، باعث پایین رفتن مایع در ساق متصل به مخزن می‌شود.



✓ و اگر فشار مخزن گاز، کم‌تر از فشار هوا باشد، سطح مایع در ساق متصل به مخزن بالا می‌رود.



برای حل مسائل می‌دانیم نقاط هم‌تراز در یک شارهٔ ساکن با یکدیگر هم‌فشارند؛ بنابراین می‌توان فشار مخزن گاز یا h را محاسبه کرد. مثلاً:



$$P_A = P_B$$

$$P_{مخزن} = P_۰ + \rho gh$$

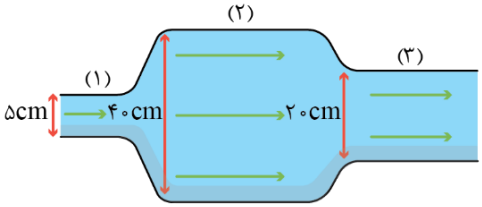
فشار پیمانه‌ای P_g: اختلاف فشار مطلق مخزن گاز با فشار هوا را فشار پیمانه‌ای می‌گویند.

$$P_g = P - P_۰$$

اگر $P_{مخزن گاز} > P_{۰ هوا}$ باشد $\Leftarrow P_g > ۰$, $P_g = +\rho gh$ در این حالت خواهد بود.

و اگر $P_{مخزن گاز} < P_{۰ هوا}$ باشد $\Leftarrow P_g < ۰$, $P_g = -\rho gh$ در این حالت می‌شود.

۴۸- آب درون لولهٔ زیر به‌صورت پایا و لایه‌ای در جریان است. اگر اختلاف تندی آب در قسمت‌های (۱) و (۲)، $۳۱۵\frac{mm}{s}$ باشد، تندی آب در قسمت (۳) چند میلی‌متر بر ثانیه است؟



۱) ۴۰
۲) ۸۰
۳) ۱۶۰
۴) ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

گام اول:

با نوشتن معادلهٔ پیوستگی بین قسمت‌های (۱) و (۲) داریم:

$$A_۱v_۱ = A_۲v_۲ \Rightarrow d_۱^۲v_۱ = d_۲^۲v_۲ \Rightarrow ۵^۲v_۱ = ۴۰^۲v_۲ \Rightarrow v_۱ = ۶۴v_۲$$

$$\xrightarrow{v_۱ - v_۲ = ۳۱۵\frac{mm}{s}} ۶۴v_۲ - v_۲ = ۳۱۵ \Rightarrow v_۲ = ۵\frac{mm}{s}$$

گام آخر:

این بار معادلهٔ پیوستگی را بین قسمت‌های (۲) و (۳) می‌نویسیم:

$$A_۲v_۲ = A_۳v_۳ \Rightarrow d_۲^۲v_۲ = d_۳^۲v_۳$$

$$\Rightarrow ۴۰^۲ \times ۵ = ۲۰^۲v_۳ \Rightarrow v_۳ = ۲۰\frac{mm}{s}$$

معادلهٔ پیوستگی برای شارهٔ تراکم‌ناپذیر

در یک شارهٔ تراکم‌ناپذیر، مقدار شاره‌ای که در بازهٔ زمانی Δt از سطح مقطع $A_۱$ می‌گذرد درست برابر مقدار شاره‌ای است که در همین بازهٔ زمانی از سطح مقطع $A_۲$ می‌گذرد.

$$A_۱v_۱ = A_۲v_۲$$

در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی شاره، سطح مقطع آن کاهش می‌یابد.

نکتهٔ ۱

وقتی در تستی گزینه‌ها در ممیز یا صفر فرق دارن، حواست به تبدیل واحدها باشه! یعنی قبل زدن گزینه یه بار بررسی کن ببین واقعاً طراح چی می‌خواد.

نکتهٔ ۲

هر وقت بحث تغییر سطح مقطع و سرعت بود معادلهٔ پیوستگی را بنویس.

نکتهٔ ۳

هر واحدی سمت چپ نوشته بشه، سمت راست هم همون باید نوشته بشه؛ مثلاً برای سرعت می‌توان هم متر بر ثانیه برای دو طرف نوشت و هم کیلومتر بر ساعت برای دو طرف. همین‌که در دو طرف معادله یکاها سازگار باشن کافیه.

نکتهٔ ۴

بچه‌ها این تبدیل واحد رو یاد بگیرین خوبه:

$$\frac{km}{h} \underset{\times\frac{۱۸}{۵}}{\overset{\times\frac{۵}{۱۸}}{\rightleftarrows}} \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۴۹- یک زیردریایی تفریحی در اعماق اقیانوسی به‌آرامی حرکت می‌کند. این زیردریایی تعدادی پنجره کوچک دایره‌ای به شعاع $۲۰cm$ دارد. اگر فشار آب در محل هر یک از این پنجره‌ها برابر ۹×۱۰^۵Pa باشد، بزرگی نیروی عمودی که آب بر سطح خارجی هر پنجره وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg}, \pi = ۳)$

۱) ۲۷۰۰۰
۲) ۵۴۰۰۰
۳) ۱۰۸۰۰۰
۴) ۱۲۶۰۰۰

www.biomaze.ir
AzmonVIP

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

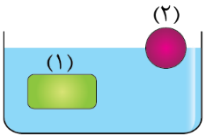
ابتدا مساحت پنجره را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \pi r^{۲} = ۳ \times (۰/۲)^{۲} = ۳ \times ۰/۰۴ = ۰/۱۲(m^{۲})$$

$$P = \frac{F}{A} \rightarrow F = P \times A = ۹ \times ۱۰^{۵} \times ۰/۱۲ \rightarrow F = ۱۰۸۰۰۰(N)$$

گروه آموزشی ماز

۵۰- جسم (۱) و (۲) را درون یک مایع فرو برده و رها کرده‌ایم و درنهایت وضعیت دو جسم مطابق شکل زیر شده است. اگر اندازهٔ نیروی شناوری وارد بر این دو جسم در این حالت به‌ترتیب $F_{b(۱)}$ و $F_{b(۲)}$ و چگالی آن‌ها به‌ترتیب $\rho_۱$ و $\rho_۲$ باشد، کدام گزینه درست است؟ (دو جسم، هم‌وزن هستند.)



۱) $\rho_۱ = \rho_۲ \ , \ F_{b(۱)} = F_{b(۲)}$

۲) $\rho_۱ > \rho_۲ \ , \ F_{b(۱)} = F_{b(۲)}$

۳) $\rho_۱ > \rho_۲ \ , \ F_{b(۲)} > F_{b(۱)}$

۴) $\rho_۱ = \rho_۲ \ , \ F_{b(۲)} > F_{b(۱)}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

چون جسم (۱) درون مایع، غوطه‌ور شده است، پس:

$F_{b(۱)} = W \quad (۱)$

$\rho_۱ = \rho_{مایع} \quad (۲)$

و چون جسم (۲) روی سطح مایع، شناور است، پس:

$F_{b(۲)} = W \quad (۳)$

$\rho_۲ < \rho_{مایع} \quad (۴)$

از ترکیب نتایج (۱) و (۳) می‌توان نوشت:

$F_{b(۱)} = F_{b(۲)}$

و از ترکیب نتایج (۲) و (۴) می‌توان نوشت:

$\rho_۱ > \rho_۲$

نیروی شناوری

نیروی شناوری، نیرویی رو به بالا است که از طرف شاره بر جسمی که درون آن قرار دارد، وارد می‌شود. این نیرو را با F_b نمایش می‌دهند. زمانی که جسمی به وزن W را به درون شاره‌ای فرو برده و رها می‌کنیم، سه حالت برای آن می‌تواند رخ دهد:

۱- چنان‌چه $F_b < W$ باشد: جسم به پایین رفته و در ته ظرف ته‌نشین می‌شود. در این حالت:

$\rho_{مایع} < \rho_{جسم}$

۲- چنان‌چه $F_b = W$ باشد: جسم در همان نقطهٔ رهاشده، غوطه‌ور باقی می‌ماند. در این حالت:

$\rho_{مایع} = \rho_{جسم}$

۳- چنان‌چه $F_b > W$ باشد: جسم به بالا آمده و درنهایت زمانی که $F_b = W$ شد، روی سطح مایع شناور می‌شود. در این حالت:

$\rho_{مایع} > \rho_{جسم}$

گروه آموزشی ماز

۵۱- نیروی $\vec{F} = (۳۰N)\vec{i} + (۴۰N)\vec{j}$ به جسمی وارد می‌شود و آن را به‌اندازهٔ $\vec{d} = (۵m)\vec{i} - (۴m)\vec{j}$ جابه‌جا می‌کند. کار نیروی $\vec{F}$ در این جابه‌جایی چند ژول است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۰- ۳) ۳۱۰ ۴) ۳۱۰-

www.biomaze.ir

AzmonVIP

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

با توجه به درس‌نامهٔ کار، نیروی F را به‌دست می‌آوریم:

$$W = F_x d_x + F_y d_y \rightarrow W = (۳۰\times۵)+(۴۰\times(-۴)) = ۱۵۰+(-۱۶۰) = -۱۰J$$

محاسبهٔ کار در بردارهای یکه

اگر نیرو و جابه‌جایی را به‌صورت بردار یکه داشته باشیم، برای محاسبهٔ کار انجام‌شده توسط نیرو از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases}\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j}\\ \vec{d} = d_x\vec{i} + d_y\vec{j}\end{cases} \rightarrow W_F = F_x d_x + F_y d_y$$

کنکور سراسری تجربی ۹۸

نیروی $F = (۳۰N)\vec{i} + (۴۰N)\vec{j}$ به جسمی به جرم ۵kg وارد می‌شود و آن را روی سطحی افقی به‌اندازهٔ $\Delta\vec{x} = (۶m)\vec{i}$ جابه‌جا می‌کند. کار نیروی $\vec{F}$ در این جابه‌جایی چند ژول است؟

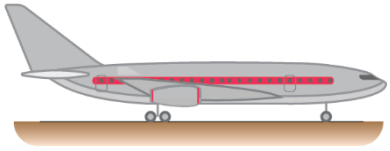
۱) ۱۸۰ ۲) ۲۴۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۴۲۰

$$W = F_x d_x + F_y d_y \rightarrow W = \underbrace{(۳۰\times۶)}_{۱۸۰} + \underbrace{(۴۰\times۰)}_{۰} = ۱۸۰J$$

پاسخ: گزینهٔ ۱

گروه آموزشی ماز

۵۲- اختلاف انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی یک هواپیمای مسافربری به جرم $۷/۵\times۱۰^۴kg$ که با تندی $۸۶۴\frac{km}{h}$ در ارتفاع ۳۰۰۰۰ پا حرکت می‌کند، چند گیگاژول است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$ ، هر پا برابر ۳۰cm است و سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی درنظر بگیرید.)



۱) ۶/۱۲
۲) ۴/۵۹
۳) ۶/۴۳
۴) ۴/۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

ابتدا دقت کنید که ارتفاع هواپیما برابر $h = ۳۰۰۰۰\times۰/۳ = ۹۰۰۰m$ است. در ادامه برای محاسبهٔ انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی می‌توان نوشت:

$$v = ۸۶۴\frac{km}{h} = \frac{۸۶۴}{۳/۶}\frac{m}{s} = ۲۴۰\frac{m}{s}$$

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ = \frac{۱}{۲}\times۷/۵\times۱۰^۴\times۲۴۰^۲ = ۲/۱۶\times۱۰^۹J = ۲/۱۶GJ$$

$$U = mgh = ۷/۵\times۱۰^۴\times۱۰\times۹۰۰۰ = ۶/۷۵\times۱۰^۹J = ۶/۷۵GJ$$

$$\Rightarrow U - K = ۶/۷۵ - ۲/۱۶ = ۴/۵۹GJ$$

انرژی جنبشی

انرژی جنبشی یک جسم مطابق رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$k = \frac{۱}{۲}mv^۲$$

مطابق رابطهٔ فوق، هر ژول معادل با $\frac{\text{متر مربع} \times \text{کیلوگرم}}{\text{مربع ثانیه}}$ است.

برای مقایسهٔ انرژی جنبشی دو جسم می‌توان نوشت:

$$k = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow \frac{k_۲}{k_۱} = \frac{m_۲}{m_۱}\times(\frac{v_۲}{v_۱})^۲$$

www.biomaze.ir

مثال

تندی حرکت جسم A ، $۸\frac{m}{s}$ بیش‌تر از تندی حرکت جسم B است. اگر جرم دو جسم برابر باشد و انرژی جنبشی A ، ۲۱ درصد بیش‌تر از B باشد، تندی حرکت B چند متر بر ثانیه است؟

پاسخ: اگر تندی حرکت B برابر v باشد، تندی حرکت A برابر $v+۸\frac{m}{s}$ است. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\frac{k_A}{k_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\left(\frac{v_A}{v_B}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۱۲۱}{۱۰۰}=۱\times\left(\frac{v+۸}{v}\right)^۲$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{۱۱}{۱۰}=\frac{v+۸}{v} \Rightarrow v=۸۰\frac{m}{s}$$

انرژی پتانسیل گرانشی

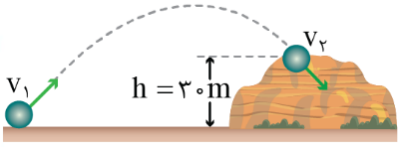
انرژی‌ای که اجسام به‌خاطر ارتفاعشان از سطح زمین دارند و از رابطهٔ $U=mgh$ به‌دست می‌آید.

نکته

انرژی پتانسیل گرانشی (U) به سطح مبدأ وابسته است. به عبارتی سطح مبدأ دارای انرژی پتانسیل گرانشی صفر است؛ اما تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی (ΔU) به سطح مبدأ وابسته نیست.

گروه آموزشی ماز

۵۳- توپی به جرم ۴۰۰ گرم مطابق شکل از سطح زمین با تندی $v_۱=۴۰\frac{m}{s}$ به‌طرف صخره‌ای پرتاب می‌شود. اگر اندازهٔ کار نیروی مقاومت هوا در طول مسیر ۲۰J باشد، تندی گلوله هنگام برخورد به صخره چند کیلومتر بر ساعت است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۲۰
۲) ۳۰
۳) ۱۰۸
۴) ۷۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

تغییرات انرژی مکانیکی برابر کار نیروی مقاومت هواست، بنابراین داریم:

$$E_۲-E_۱=W_{f_D} \Rightarrow (mgh_۲+\frac{۱}{۲}mv_۲^۲)-(mgh_۱+\frac{۱}{۲}mv_۱^۲)=W_{f_D}$$

$$\Rightarrow (۰/۴\times۱۰\times۳۰+\frac{۱}{۲}\times۰/۴\times v_۲^۲)-(۰+\frac{۱}{۲}\times۰/۴\times۴۰^۲)=-۲۰$$

$$\Rightarrow (۱۲۰+۰/۲v_۲^۲)-۳۲۰=-۲۰ \Rightarrow ۰/۲v_۲^۲=۱۸۰$$

$$\Rightarrow v_۲^۲=۹۰۰ \Rightarrow v_۲=۳۰\frac{m}{s}=۱۰۸\frac{km}{h}$$

انرژی مکانیکی

می‌دانیم که انرژی مکانیکی، برابر مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی است؛ یعنی:

$$E=U+K$$

در حضور نیروهای پایستار* انرژی مکانیکی پایسته است؛ یعنی:

$$E=\text{ثابت} \Rightarrow \Delta E=۰ \Rightarrow (U+K)_۲=(U+K)_۱$$

ولی در حضور نیروهای ناپایستار، تغییرات انرژی مکانیکی برابر است با کار نیروهای ناپایستار، مثلاً در حضور نیروی اصطکاک داریم:

$$\Delta E=W_f \Rightarrow E_۲-E_۱=W_f \xrightarrow{W_f=-|W_f|} E_۱=E_۲+|W_f|$$

* نیروهای پایستار، نیروهایی هستند که کار مربوط به آن‌ها، به مسیر بین دو نقطه بستگی ندارد، به عبارتی کار نیروهای پایستار در یک مسیر بسته صفر است.
معروف‌ترین نیروی پایستار، نیروی وزن و معروف‌ترین نیروی ناپایستار، نیروی اصطکاک است.

گروه آموزشی ماز

AzmonVIP
www.biomaze.ir

۵۴- شکل زیر، خودرویی را نشان می‌دهد که برای سبقت گرفتن از کامیونی، در مسیری افقی و در مدت ۴s، تندی خود را از $v_1 = 72\frac{km}{h}$ به $v_2 = 108\frac{km}{h}$ تغییر داده است. اگر توان متوسط موتور خودرو برای انجام این کار، برابر ۵۰ اسب بخار باشد، جرم خودرو چند کیلوگرم است؟ ($1hp \simeq 750W$، نیروی اتلافی را نادیده بگیرید.)

۱) ۶۰۰
۲) ۸۰۰
۳) ۱۰۰۰
۴) ۱۲۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

کار انجام‌شده روی ماشین توسط موتور، طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی برابر است با:

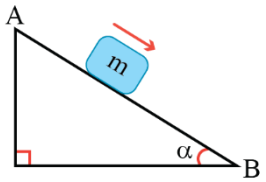
$$W = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}m(30^2 - 20^2) = 250m$$

توان موتور برابر $50hp = 50 \times 750W$ است، پس داریم:

$$P = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow 50 \times 750 = \frac{250m}{4} \Rightarrow m = 600kg$$

گروه آموزشی ماز

۵۵- مطابق شکل زیر، جسمی از بالای سطح شیب‌دار با تندی ثابت به سمت پایین سطح شیب‌دار درحال حرکت است. اگر کار نیروی وزن و اصطکاک در جابه‌جایی از A تا B به‌ترتیب W_1 و W_2 باشد، مقایسهٔ داده‌شده در کدام گزینه صحیح است؟



۱) $W_1 = -W_2$
۲) $W_1 = W_2$
۳) $|W_1| > |W_2|$
۴) $|W_1| < |W_2|$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

با توجه به آن‌که تندی اولیه و نهایی جسم برابر است، طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام‌شده روی آن صفر است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_t = 0 \Rightarrow W_{f_k} + W_{mg} = 0 \Rightarrow W_{mg} = -W_{f_k}$$

بنابراین کار نیروی وزن، قرینهٔ کار نیروی اصطکاک است و گزینهٔ (۱) صحیح می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۵۶- یک ظرف با ضریب انبساط طولی $10^{-5}\frac{1}{K}$ را با گلیسیرین به‌طور کامل پر کرده‌ایم. دمای ظرف و گلیسیرین را ۴۰ درجهٔ سلسیوس افزایش می‌دهیم و ۳/۷۶ سانتی‌متر مکعب گلیسیرین از ظرف سرریز می‌شود. حجم اولیهٔ ظرف چند سانتی‌متر مکعب است؟ (ضریب حجمی گلیسیرین $5\times10^{-4}\frac{1}{K}$ است.)

۱) ۲۰۰
۲) ۱۵۰
۳) ۲۵۰
۴) ۱۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

پاسخ تشریحی:

در این مسئله چون مایع در ابتدا ظرف را پر کرده است $V_{خالی} = 0$ است:

$$\Delta V_{مایع} = \Delta V_{ظرف} + V_{مایع\ بیرون\ ریخته\ شده}$$

$$V_1\beta\Delta T = V_1 3\alpha\Delta T + 3/76 \Rightarrow V_1\Delta T(\beta - 3\alpha) = 3/76 \Rightarrow V_1 = \frac{3/76}{40 \times 47 \times 10^{-5}} = 200cm^3$$

www.biomaze.ir
AzmonVIP

نکته

در این‌گونه سؤالات می‌توانیم به‌صورت زیر عمل کنیم:

$$\Delta V_{\text{مایع}} = \Delta V_{\text{ظرف}} + V_{\text{فضای خالی}} + V_{\text{مایع بیرون ریخته شده}}$$

مثال

مقداری بنزین در مخزنی استوانه‌ای با ارتفاع $h = ۱۰m$ ریخته شده است. در دمای $-۱۰°C$ فاصله بین سطح بنزین تا بالای ظرف برابر ۵۰cm است اگر از انبساط ظرف درنتیجه افزایش دما چشم‌پوشی شود در چه دمایی بنزین از ظرف سرریز می‌شود؟ $(\beta_{\text{بنزین}} = ۱۰^{-۲}\frac{۱}{K})$ (تمرین کتاب درسی)

پاسخ: ارتفاع اولیه مایع برابر ۹۵m است.

$$\Delta V_{\text{مایع}} = V_{\text{فضای خالی}} \Rightarrow$$

$$V_۱\beta\Delta T = ۵۰\times A \Rightarrow ۹/۵\times A\times ۱۰^{-۳}\times\Delta T = ۰/۵\times A$$

$$\Delta T = \frac{۰/۵}{۹/۵\times ۱۰^{-۳}} \simeq ۵۲ \Rightarrow \underbrace{\Delta\theta}_{۵۲} = \theta_۲ - \underbrace{\theta_۱}_{-۱۰} \Rightarrow \theta_۲ = ۴۲°C$$

گروه آموزشی ماز

۵۷- یک جواهرساز m گرم نقره در اختیار دارد. اگر دمای نقره $۲۰°C$ فرض شود و به آن گرما دهد تا نصف نقره ذوب شود، تقریباً چند درصد از گرمای داده‌شده صرف ذوب نقره می‌شود؟ (دمای ذوب نقره $۹۶۰°C$ و $c_{\text{نقره}} = ۲۰۰\frac{J}{kg.°C}$ و $L_F = ۸۰\frac{kJ}{kg}$ و از اتلاف گرما صرف‌نظر کنید.)

۱) ۴۰ ۲) ۳۵/۵ ۳) ۳۰/۵ ۴) ۱۷/۵

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

پاسخ تشریحی:

برای سادگی محاسبات اگر فرض کنیم $c_{\text{نقره}} = ۲۰۰\frac{J}{kg.°C} = c$ باشد، آن‌گاه $L_F = ۸۰۰۰۰\frac{J}{kg} = ۴۰۰c$ می‌باشد.

حال مراحل گرما دادن به نقره را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$\text{m گرم نقره } ۲۰°C \xrightarrow[mc\Delta\theta]{Q_۱} \text{m گرم نقره } ۹۶۰°C \xrightarrow[mL_F]{Q_۲} \text{مذاب نقره گرم } \frac{m}{۲}$$

$$Q_{\text{کل}} = Q_۱ + Q_۲ = \underbrace{mc(۹۶۰-۲۰)}_{۹۴۰mc} + \underbrace{\frac{m}{۲}\times ۴۰۰c}_{۲۰۰mc} = ۱۱۴۰mc$$

۹۴۰mc برابر با گرمایی است که سبب تغییر دمای نقره می‌شود و ۲۰۰mc برابر با گرمایی است که سبب تغییر حالت نقره می‌شود؛ بنابراین:

$$\frac{۲۰۰mc}{۱۱۴۰mc}\times ۱۰۰ \simeq ۱۷/۵$$

نکتهٔ ۱

گرمای مبادله‌شده در فرایند ذوب و انجماد از رابطهٔ زیر قابل‌محاسبه است:

$$Q = \pm mL_F$$

(+): ذوب (-): انجماد

نکتهٔ ۲

L_F گرمای نهان ذوب بستگی به جنس جسم دارد.

نکتهٔ ۳

گرمای مبادله‌شده در فرایند تبخیر و میعان از رابطهٔ زیر قابل‌محاسبه است:

$$Q = \pm mL_V$$

(+): تبخیر (-): میعان

www.biomaze.ir
AzmonVIP

نکتهٔ ۴

L_V گرمای نهان تبخیر بستگی به جنس و دمای مایع دارد.

دما $(°C)$	$L_V(\frac{kJ}{kg})$
۰	۲۴۹۰
۱۵	۲۴۵۴
۱۵۰	۲۳۷۴
۱۰۰	۲۲۵۶
۱۵۰	۲۱۱۵

نکتهٔ ۵

با افزایش دما گرمای نهان تبخیر آب کاهش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

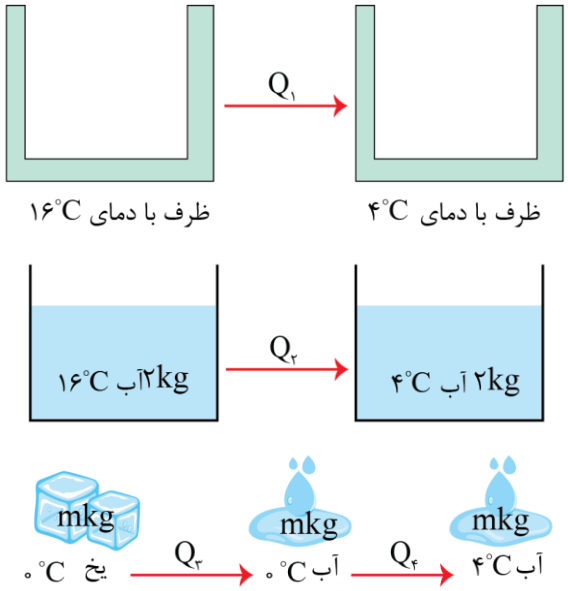
۵۸- درون ظرفی با ظرفیت گرمایی $۶۳۰۰\frac{J}{kg}$، $۲kg$ آب با دمای $۱۶°C$ درحال تعادل قرار دارد. مقداری یخ با دمای صفر درجهٔ سلسیوس درون آب می‌اندازیم و پس از رسیدن به تعادل گرمایی، حجم مخلوط درون ظرف کمینه می‌شود. اگر در ادامه گلوله‌ای آلومینیمی با جرم ۵۰۰ گرم و دمای $۸۶°C$ را درون ظرف بیندازیم، دمای تعادل چند درجهٔ فارنهایت می‌شود؟ $(L_F = ۳۳۶۰۰۰\frac{J}{Kg}, c_{آب} = ۴۲۰۰\frac{J}{kg.K}, c_{Al} = ۸۴۰\frac{J}{kg.K})$، تبادل گرما با محیط ناچیز است.)

۱) ۶ ۲) ۴۲/۸ ۳) ۵ ۴) ۴۱

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

پاسخ تشریحی:

با اضافه کردن یخ صفر درجه به آب درون ظرف، حجم مجموعه کمینه می‌شود، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که دمای تعادل $۴°C$ است. طرحوارهٔ زیر، تغییرات دمای ظرف، آب و یخ را تا رسیدن به تعادل گرمایی نشان می‌دهد.



با استفاده از پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$Q_۱ + Q_۲ + Q_۳ + Q_۴ = ۰$$

$$\rightarrow C_{ظرف}\Delta\theta_{ظرف} + m_{آب}c_{آب}\Delta\theta_{آب} + mL_F + (mc_{آب}\Delta\theta)_{یخ ذوب شده} = ۰$$

$$\rightarrow ۶۳۰۰\times(۴-۱۶) + ۲\times۴۲۰۰\times(۴-۱۶) + m\times۳۳۶۰۰۰ + m\times۴۲۰۰\times۴ = ۰$$

$$\xrightarrow{\text{ساده کردن به ۴۲۰۰}} -۱۸ - ۲۴ + ۸۰m + ۴m = ۰$$

$$\rightarrow ۸۴m = ۴۲ \rightarrow m = ۰/۵\,kg$$

www.biomaze.ir
AzmonVIP

حال درون ظرف، درمجموع $۲/۵kg$ آب $۴°C$ وجود دارد. با انداختن گلولهٔ آلومینیمی درون آب، دمای تعادل برابر می‌شود با:

$$\theta_e = \frac{m_{آب}c_{آب}\theta_{آب} + C_{ظرف}\theta_{ظرف} + m_{آلومینیم}c_{آلومینیم}\theta_{آلومینیم}}{m_{آب}c_{آب} + C_{ظرف} + m_{آلومینیم}c_{آلومینیم}}$$

$$\rightarrow \theta_e = \frac{۲/۵\times۴۲۰۰\times۴ + ۶۳۰۰\times۴ + ۰/۵\times۸۴۰\times۸۶}{۲/۵\times۴۲۰۰ + ۶۳۰۰ + ۰/۵\times۸۴۰}$$

$$\xrightarrow{\text{ساده کردن به ۸۴۰}} \theta_e = \frac{۵۰+۳۰+۴۳}{۱۲/۵+۷/۵+۰/۵} = \frac{۱۲۳}{۲۰/۵} = ۶°C$$

بنابراین دمای تعادل برحسب درجهٔ فارنهایت برابر است با:

$$\theta_F = \frac{۹}{۵}\theta_C + ۳۲ = \frac{۹}{۵}\times۶ + ۳۲ = ۴۲/۸°F$$

گروه آموزشی ماز

۵۹- چه تعداد از جمله‌های زیر نادرست است؟

الف: در رساناهای فلزی، سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرما بیش‌تر از اتم‌هاست.

ب: گرم و سرد شدن بخش‌های مختلف بدن براثر گردش خون در جانوران خون‌گرم مثالی از همرفت طبیعی است.

پ: هر جسم در هر دمایی تابش الکترومغناطیسی دارد.

ت: برای آشکارسازی تابش‌های فروسرخ از ابزاری به نام دمانگاشت استفاده می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ حفظی / براساس متن کتاب ـ ۱۰۰۴)

بررسی موارد:

الف: افزون بر ارتعاش‌های اتمی، الکترون‌های آزاد نیز در انتقال گرما در فلزات نقش دارند؛ بنابراین نسبت به سایر اجسام، رساناهای گرمایی بهتری هستند. درواقع چون الکترون‌ها بسیار کوچک‌اند و به‌سرعت حرکت می‌کنند با برخورد با سایر الکترون‌ها و اتم‌ها سبب رسانش گرما می‌شوند؛ بنابراین در رساناهای فلزی سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرما بیش‌تر از اتم‌ها است. (✓)

ب: گرم و سرد شدن بدن جانوران خونگرم، نمونه‌ای از همرفت واداشته است، زیرا توسط یک پمپ (قلب) انجام می‌شود. (✗)

پ: هر جسم در هر دمایی تابش الکترومغناطیسی دارد که به آن تابش گرمایی می‌گویند. (✓)

ت: برای آشکارسازی تابش فروسرخ از «دمانگار» استفاده می‌شود. (✗)

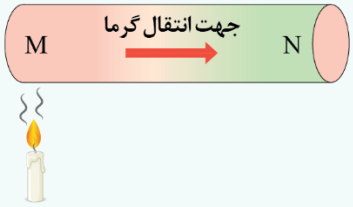
روش‌های انتقال گرما

برای انتقال گرما سه روش وجود دارد. ۱- رسانش ۲- همرفت ۳- تابش گرمایی

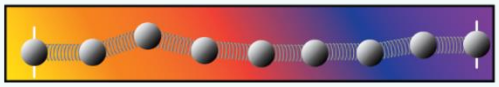
رسانش (هدایت)

اگر یک سر یک میلهٔ فلزی را گرم کنیم پس از مدتی مشاهده می‌شود که انتهای دیگرِ میله نیز گرم شده است، بنابراین گرما در طول میله منتقل شده است. این روش انتقال گرما، توسط مولکول‌های یک قسمت از جسم به مولکول‌های مجاور رسانش گرمایی نامیده می‌شود.

فرض کنید در شکل زیر یک سرِ میلهٔ فلزی را توسط شعلهٔ شمع گرم کنیم، در این صورت گرما از شعله (که دمای بیش‌تری نسبت به میله دارد) به بخش M از فلز منتقل شده و مولکول‌های این بخش ارتعاشاتِ شدیدتری خواهد نمود و درنتیجه دمای این بخش افزایش می‌یابد. در جامدات مولکول‌ها نمی‌توانند آزادانه از جایی به‌جای دیگر بروند، بنابراین فقط در اثر ارتعاشات شدیدتر و افزایش انرژی جنبشی، به مولکول‌های مجاور خود مقداری انرژی می‌دهند و درنتیجه گرما (انرژی) توسط مولکول‌ها دست‌به‌دست به نقاط مجاور منتقل شده تا این‌که، دمای ناحیهٔ N نیز افزایش می‌یابد.



بسیاری از ما این تجربه را داریم که انتهای قاشق فلزی درون ظرف غذای روی اجاق روشن را با دست گرفته و داغی آن را احساس کرده‌ایم؛ اما همچنین دیده‌ایم اجسامی دیگر مانند شیشه، چوب و ... نیز می‌توانند گرما را تا حدودی انتقال دهند.



گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir

AzmonVIP

۶۰- در شکل زیر فشارسنج عدد ۱۴atm را نشان می‌دهد. دمای مخزن را از ۲۷°C به ۷۷°C می‌رسانیم. فشارسنج چند اتمسفر را نشان می‌دهد؟ (فشار هوای محیط ۱atm.)

۱) ۱۵/۵
۲) ۱۶/۵
۳) ۱۷/۵
۴) ۱۸/۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

پاسخ تشریحی:

فشارسنج، فشار پیمانه‌ای گاز را نشان می‌دهد. فشار مطلق گاز برابر است با:

$$P = P_g + P_0 \rightarrow P_1 = P_{1g} + P_0 = 14 + 1 = 15\,atm$$

با توجه به ثابت بودن حجم گاز، طبق قانون گی‌لوساک، نسبت فشار گاز به دمای مطلقِ آن ثابت است، بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{P}{T} = cte \rightarrow \frac{P_2}{T_2} = \frac{P_1}{T_1} \rightarrow \frac{P_2}{77+273} = \frac{15}{27+273} \rightarrow \frac{P_2}{350} = \frac{1}{20} \rightarrow P_2 = 17/5\,atm$$

$$P_2 = P_{2g} + P_0 \rightarrow 17/5 = P_{2g} + 1 \rightarrow P_{2g} = 16/5\,atm$$

قانون گازهای آرمانی در حجم ثابت

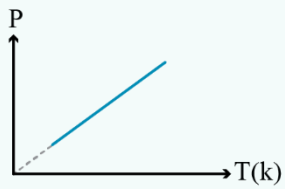
برای یک گاز فشار (P) و حجم (V) و دما (T) و مقدار یا تعداد مول‌ها را مشخصه‌های ترمودینامیکی گاز می‌نامند.
برای مقدار معیّنی (جرم ثابت) از گازها، قانون زیر برقرار است.

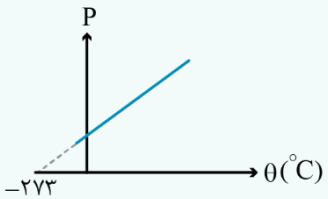
قانون حجم ثابت (قانون گیلوساک)

برای مقدار معیّنی از یک گاز، در حجم ثابت، نسبت فشار گاز به دمای مطلق آن مقدار ثابتی است:

$$\frac{P}{T} = \text{ثابت} \qquad \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} = \frac{\Delta P}{\Delta T} = \dots$$

نکته: در حجم ثابت، نمودار فشار گاز برحسب دمای گاز به‌صورت زیر است:





مثال

در حجم ثابت فشار مقدار معیّنی از گاز را ۴ برابر می‌کنیم اگر دمای اولیه گاز ۲۳- درجهٔ سلسیوس باشد، دمای نهایی آن چند درجهٔ سلسیوس خواهد بود؟

پاسخ:

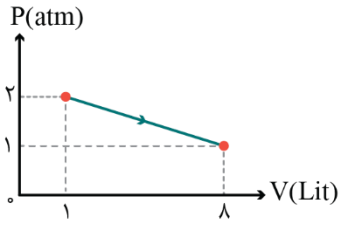
$$\theta_1 = -23°C \rightarrow T_1 = \theta_1 + 273 = 250K \quad , \quad P_2 = 4P_1 \rightarrow \theta_2 = ?$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_1}{250} = \frac{4P_1}{T_2} \rightarrow T_2 = 1000K$$

$$T_2 = \theta_2 + 273 \rightarrow \theta_2 = 1000 - 273 \rightarrow \theta_2 = 727°C$$

گروه آموزشی ماز

۶۱- در فرایند نشان‌داده‌شده برای یک گاز کامل، گاز گرما ..... است و انرژی درونی آن ..... یافته است.



۱) دریافت کرده - افزایش
۲) دریافت کرده - کاهش
۳) از دست داده - افزایش
۴) از دست داده - کاهش

www.biomaze.ir

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ نموداری / محاسباتی ـ ۱۰۰۵)

پاسخ تشریحی:

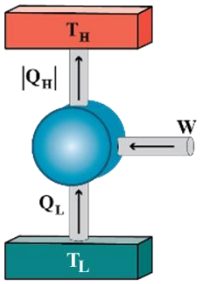
حاصل‌ضرب PV در پایان فرایند بیش‌تر از ابتدای آن است، پس دمای گاز زیاد شده و انرژی درونی گاز افزایش یافته است. با توجه به این‌که حجم گاز افزایش یافته، کار انجام‌شده روی گاز منفی است و با استفاده از قانون اول ترمودینامیک می‌توان نوشت:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[\Delta U>0]{W<0} Q>0$$

بنابراین گاز گرما دریافت کرده است. آزمون وی ای پی

گروه آموزشی ماز

۶۲- کدام‌یک از عبارت‌های زیر در مورد شکل مقابل صحیح است؟



۱) یک ماشین گرمایی را نشان می‌دهد.

۲) اگر $|Q_H| > |Q_L| + |W|$ باشد، قانون دوم ترمودینامیک نقض می‌شود.

۳) اگر $|Q_H| = |Q_L|$ باشد، قانون اول ترمودینامیک نقض می‌شود.

۴) اساس کار این دستگاه این است که می‌توان با انجام کار، گرما را از جسمی سرد به جسمی گرم منتقل کرد.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۵)

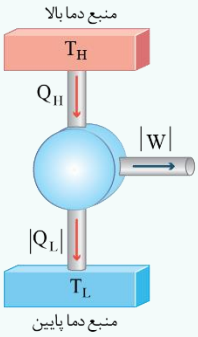
پاسخ تشریحی:

شکل داده‌شده یک یخچال را نشان می‌دهد که در آن با انجام کار، گرما را از جسمی سرد به جسمی گرم منتقل می‌کنیم.

دقت کنید رابطهٔ گزینهٔ (۲)، قانون اول و عبارت گزینهٔ (۳)، قانون دوم را نقض می‌کنند که برعکس نوشته شده‌اند.

بیان ماشین گرمایی قانون دوم ترمودینامیک

ممکن نیست دستگاه چرخه‌ای را بپیماید که در طی آن مقداری گرما را از منبع دمابالا جذب و تمام آن را به کار تبدیل کند.



توجه

۱- در ماشین گرمایی داریم:

$$W<0 \quad , \quad Q_L<0 \quad , \quad Q_H>0$$

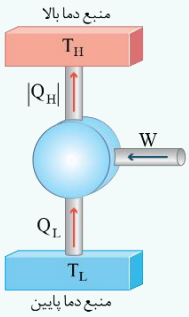
۲- با توجه به قانون پایستگی انرژی (قانون اول ترمودینامیک) داریم:

$$Q_H = |W| + |Q_L|$$

بیان یخچالی قانون دوم ترمودینامیک

ممکن نیست گرما به‌طور خودبه‌خود از جسم با دمای پایین‌تر به جسم با دمای بالاتر منتقل شود.

یعنی $W \neq 0$



www.biomaze.ir

AzmonVIP

توجه

۱- در یخچال داریم:

$W > 0$ ، $Q_L > 0$ ، $Q_H < 0$

۲- با توجه به قانون پایستگی انرژی (قانون اول ترمودینامیک) داریم:

$|Q_H| = W + Q_L$

$|Q_H| > W$ و $|Q_H| > Q_L$

۳- با توجه با قانون دوم ترمودینامیک:

$W > 0$

گروه آموزشی ماز

پایهٔ یازدهم (بخش انتخابی)

۶۳- سه جسم مشابه A، B و C در اختیار داریم. اگر A را در نزدیکی B قرار دهیم، آن را با نیروی الکتریکی می‌راند و اگر A را نزدیک C قرار دهیم، آن را با نیروی الکتریکی می‌رباید. کدام نتیجه‌گیری الزاماً صحیح است؟

۱) بار الکتریکی جسم C مثبت است.

۲) بار الکتریکی جسم‌های A و C ناهم‌نام است.

۳) بار الکتریکی جسم‌های A و B هم‌نام است.

۴) بار الکتریکی جسم B منفی است.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

چون A و B همدیگر را می‌رانند، حتماً هر دو باردار هستند و علامت بار آن‌ها هم‌نام است. دقت کنید این‌که بار A و B مثبت یا منفی است به‌طور قطعی قابل‌تعیین کردن نیست.

از طرفی چون A جسم C را جذب می‌کند، C ممکن است خنثی باشد و یا ممکن است دارای باری با علامت مخالف بار A باشد. با توجه به این توضیحات فقط گزینهٔ ۳ به‌طور قطعی و الزامی صحیح است.

نیروی الکتریکی

۱- اگر دو جسم با نیروی الکتریکی یکدیگر را دفع کنند، هر دو جسم حتماً باردار هستند و علامت بار آن‌ها یکسان است.

۲- اگر دو جسم با نیروی الکتریکی همدیگر را جذب کنند، دو حالت امکان‌پذیر است:

۲-۱: یک جسم باردار و جسم دیگر خنثی است.

۲-۲: هر دو جسم باردار هستند و علامت بار آن‌ها مخالف یکدیگر است.

گروه آموزشی ماز

۶۴- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی یک خط قرار دارند و نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_3 صفر است. کدام نتیجه‌گیری صحیح است؟

۱) علامت q_1 و q_2 یکسان است و $|q_1| > |q_2|$ است.

۲) علامت q_1 و q_2 یکسان است و $|q_2| > |q_1|$ است.

۳) علامت q_1 و q_2 متفاوت است و $|q_1| > |q_2|$ است.

۴) علامت q_1 و q_2 متفاوت است و $|q_2| > |q_1|$ است.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

با توجه به این‌که q_3 در خارج از فاصلهٔ q_1 و q_2 و بر روی خط واصل آن‌ها در تعادل است، می‌توان فهمید که علامت بارهای q_1 و q_2 متفاوت است. از طرفی چون بار q_3 به q_2 نزدیک‌تر است، می‌توان فهمید که $|q_2| < |q_1|$ می‌باشد.

برای مطالعهٔ بیش‌تر و کامل‌تر تعادل بار روی یک خط می‌توانید به درس‌نامهٔ مربوط به آن مراجعه کنید.

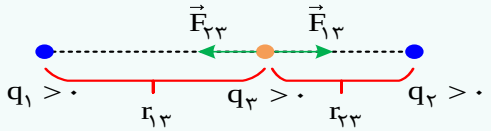
www.biomaze.ir

AzmonVIP

صفر شدن نیروی الکتریکی برایند

فرض کنید دو بار معلوم q_1 و q_2 در نزدیکی یکدیگر قرار دارند. می‌خواهیم ببینیم بار مجهول q_3 را کجا قرار دهیم تا نیروی خالص وارد بر آن صفر شود. برای این منظور دو حالت را بررسی می‌کنیم:

۱- بارهای q_1 و q_2 هم‌نام باشند:



در این حالت بار q_3 باید در فاصلهٔ بین دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر قرار گیرد تا برایند نیروهای وارد بر آن صفر شود. در شکل بالا برای سادگی فرض کرده‌ایم همهٔ بارها مثبت باشند.

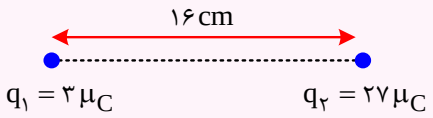
در تعادل q_3 : $F_{13} = F_{23} \rightarrow k\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} = k\frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} \rightarrow \frac{q_1}{r_{13}^2} = \frac{q_2}{r_{23}^2}$

نکته

دقت کنید اندازه و علامت بار q_3 هیچ اهمیتی در جواب سؤال ندارد.

مثال

در شکل مقابل، بار q_3 را در چه فاصله‌ای از q_1 قرار دهیم تا نیروی خالص وارد بر q_3 صفر شود؟

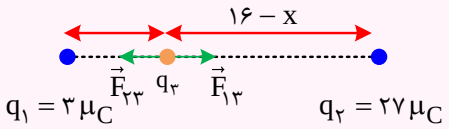


پاسخ: چون بارهای q_1 و q_2 هم‌علامت هستند، بار q_3 باید در فاصلهٔ بین دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر قرار گیرد. به شکل زیر دقت کنید:

$$F_{13} = F_{23} \rightarrow k\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} = k\frac{q_2 q_3}{r_{23}^2}$$

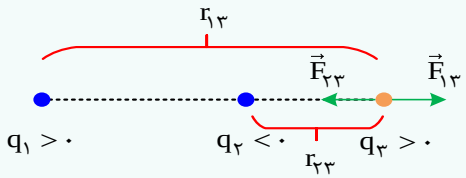
$$\rightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(16-x)^2} \rightarrow \frac{3}{x^2} = \frac{27}{(16-x)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{x} = \frac{3}{16-x} \rightarrow 3x = 16 - x \rightarrow x = 4\,cm$$



بنابراین بار q_3 باید در فاصلهٔ $4\,cm$ از بار q_1 قرار گیرد.

۲- بارهای q_1 و q_2 ناهم‌نام باشند:



در این حالت بار q_3 باید خارج از فاصلهٔ بین دو بار قرار گیرد تا برایند نیروهای وارد بر آن بتواند صفر شود. در ادامه کافی است که F_{13} و F_{23} هم‌اندازه باشند.

در تعادل q_3 : $F_{13} = F_{23} \rightarrow k\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} = k\frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} \rightarrow \frac{q_1}{r_{13}^2} = \frac{q_2}{r_{23}^2}$

نکته

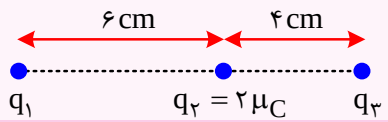
مانند حالت قبل، بار q_3 هیچ اهمیتی در جواب سؤال ندارد.

نکته

دقت کنید که در محاسبهٔ نیروها فقط اندازهٔ بارها را در رابطهٔ قانون کولن قرار می‌دهیم و علامت آن‌ها را در محاسبه درنظر نمی‌گیریم.

مثال

در شکل مقابل، بار q_3 در تعادل است. q_1 چند میکروکولن است؟



www.biomaze.ir

چون q_3 در تعادل است، نیرویی که q_1 به q_3 وارد می‌کند باید هم‌اندازهٔ نیرویی باشد که q_2 به q_3 وارد می‌کند. همچنین دقت کنید که چون q_3 در خارج از فاصلهٔ دو بار قرار دارد، بار q_1 مخالف q_2 است، پس بار q_1 منفی خواهد بود. در ادامه می‌توان نوشت:

$$F_{13} = F_{23} \rightarrow k\frac{|q_1 q_3|}{r_{13}^2} = k\frac{|q_2 q_3|}{r_{23}^2}$$

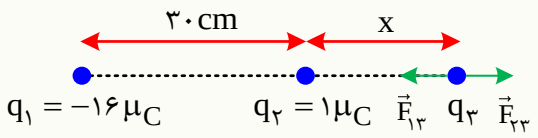
$$\rightarrow \frac{|q_1|}{10^2} = \frac{2}{4^2} \rightarrow |q_1| = 12/5\mu C$$

$$\xrightarrow{q_1 \text{ منفی است}} q_1 = -12/5\mu C$$

اگر...

اگر $q_1 = -16\mu C$ و $q_2 = +1\mu C$ باشد و فاصلهٔ q_1 و q_2 برابر $30cm$ باشد، فاصلهٔ q_3 از q_2 چند سانتی‌متر می‌شود؟

شکل زیر، وضعیت بارها را نشان می‌دهد. برای آن‌که q_3 در تعادل باشد، کافی است F_{13} هم‌اندازهٔ F_{23} باشد.



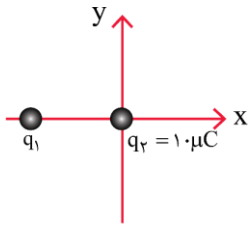
$$F_{13} = F_{23} \rightarrow k\frac{|q_1 q_3|}{r_{13}^2} = k\frac{q_2 q_3}{r_{23}^2}$$

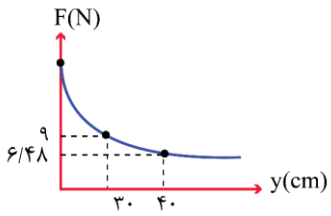
$$\rightarrow \frac{|q_1|}{(30+x)^2} = \frac{q_2}{x^2} \rightarrow \frac{16}{(30+x)^2} = \frac{1}{x^2}$$

$$\rightarrow \frac{4}{30+x} = \frac{1}{x} \rightarrow 4x = 30 + x \rightarrow x = 10cm$$

گروه آموزشی ماز

۶۵- در شکل زیر، بار q_2 می‌تواند روی محور y حرکت کند و نمودار تغییرات اندازهٔ نیروی الکتریکی رانشی بین دو بار برحسب تغییرات y مطابق شکل داده شده است. اندازهٔ q_1 چند میکروکولن است؟ $(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



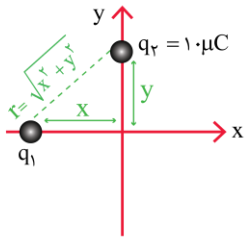


۱) ۹
۲) ۱۰
۳) ۱۸
۴) ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ نموداری ـ ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

در شکل مقابل، نیروی الکتریکی بین دو بار برابر است با:



$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} = 90 \times \frac{q_1 \times 10}{x^2 + y^2}$$

در این رابطه x و y برحسب cm و q_1 برحسب μC است. مطابق نمودار، اگر $y = 30cm$ باشد، $F = 9N$ است و اگر $y = 40cm$ باشد، $F = 6/48N$ است؛ بنابراین:

$$\begin{cases} y = 30cm \rightarrow 9 = 90\frac{q_1 \times 10}{x^2 + 30^2} \\ y = 40cm \rightarrow 6/48 = 90\frac{q_1 \times 10}{x^2 + 40^2} \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم رابطه‌ها}} \frac{9}{6/48} = \frac{x^2 + 40^2}{x^2 + 30^2}$$

$$\rightarrow \frac{25}{18} = \frac{x^2 + 1600}{x^2 + 900} \rightarrow 25x^2 + 22500 = 18x^2 + 28800$$

$$\rightarrow 7x^2 = 6300 \rightarrow x^2 = 900 \rightarrow x = 30cm$$

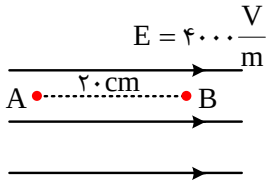
AzmonVIP
www.biomaze.ir

با جای‌گذاری x در یکی از رابطه‌ها، q_1 نیز به‌دست می‌آید.

$$۹=۹۰\frac{q_۱\times ۱۰}{x^۲+۹۰۰}\xrightarrow{x=۳۰cm}۹=۹۰\frac{q_۱\times ۱۰}{۹۰۰+۹۰۰}\rightarrow q_۱\times ۱۰=۱۸۰\rightarrow q_۱=۱۸\mu C$$

گروه آموزشی ماز

۶۶- مطابق شکل، ذره‌ای به جرم ۰/۲ گرم که دارای ۸ میکروکولن بار الکتریکی است، در نقطهٔ A بدون سرعت اولیه رها می‌شود. تندی ذره در نقطهٔ B چند متر بر ثانیه است؟ (از نیروی وزن و نیروهای مقاوم صرف‌نظر کنید.)



۱) ۲

۲) $۲\sqrt{۲}$

۳) ۸

۴) $۴\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

با کمک گام‌های زیر به این سؤال پاسخ می‌دهیم:

گام اول:

محاسبهٔ تغییرات انرژی جنبشی:

$$\Delta K=|Eqd\cos\alpha|=۴۰۰۰\times ۸\times ۱۰^{-۶}\times ۰/۲\times ۱=۶۴\times ۱۰^{-۴}J$$

گام آخر:

محاسبهٔ تندی نهایی جسم:

$$\Delta K=K_B-\underbrace{K_A}_{\text{صفر}}=۶۴\times ۱۰^{-۴}J\Rightarrow K_B=۶۴\times ۱۰^{-۴}J$$

$$K_B=\frac{۱}{۲}mv_B^۲\Rightarrow ۶۴\times ۱۰^{-۴}=\frac{۱}{۲}\times ۰/۲\times ۱۰^{-۳}\times v_B^۲$$

$$\Rightarrow v_B^۲=۶۴\Rightarrow v_B=۸\frac{m}{s}$$

سؤالات ترکیبی انرژی پتانسیل الکتریکی و انرژی جنبشی

در مسائلی که اتلاف انرژی نداریم و نیرویی جز نیروی الکتریکی روی ذره کار انجام نمی‌دهد، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی و انرژی جنبشی قرینهٔ هم هستند؛ بنابراین برای محاسبهٔ تغییرات انرژی جنبشی کافی است تغییرات انرژی پتانسیل را محاسبه کنیم و سپس آن را قرینه کنیم.

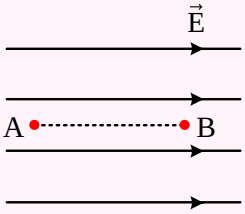
پایستگی انرژی: $\Delta U+\Delta K=۰\Rightarrow \boxed{\Delta K=-\Delta U}$

بنابراین با توجه به این‌که $|\Delta U|=|Eqd\cos\alpha|$ است، برای محاسبهٔ ΔK داریم:

$$\boxed{|\Delta K|=|Eqd\cos\alpha|}$$

در حالتی که روی ذره فقط نیروی الکتریکی کار انجام می‌دهد، هرگاه بار در جهت خودبه‌خودی حرکت کند، $\Delta K>۰$ است و انرژی جنبشی زیاد می‌شود و هرگاه بار الکتریکی در خلاف جهت خودبه‌خودی حرکت کند، $\Delta K<۰$ است و انرژی جنبشی کم می‌شود.

مثال



در شکل روبه‌رو، در میدان الکتریکی یکنواخت $۱۰^۵\frac{N}{C}$، ذره‌ای با بار الکتریکی $q=-۵\mu C$ در نقطهٔ B بدون سرعت اولیه رها می‌شود. وقتی این ذره در مسیر مستقیم ۲۰ سانتی‌متر جابه‌جا شده و به نقطهٔ A می‌رسد، انرژی جنبشی آن چند ژول می‌شود؟ (از اثر گرانش و نیروهای مقاوم در مقابل حرکت ذره صرف‌نظر شود.)

پاسخ:

گام اول: بار منفی در خلاف جهت میدان حرکت کرده و از نقطهٔ B به A می‌رسد، بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد، پس $\Delta K>۰$ است.

گام دوم: برای محاسبهٔ انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$|\Delta K|=|Eqd\cos\alpha|=\left|۱۰^۵\times ۵\times ۱۰^{-۶}\times ۰/۲\times(-۱)\right|=۰/۱J$$

www.biomaze.ir
AzmonVIP

$$\xrightarrow{\Delta K>0} \Delta K = +0/1J$$

$$\Rightarrow K_2 - \overbrace{K_1}^{\text{صفر}} = 0/1J \Rightarrow K_2 = 0/1J$$

تست کنکور خارج از کشور ۱۴۰۱

ذره‌ای به جرم $4\mu g$ و بار $5nC$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطهٔ A تا نقطهٔ B فقط تحت تأثیر میدان الکتریکی جابه‌جا می‌شود و سرعت آن از $10\frac{m}{s}$ به $20\frac{m}{s}$ می‌رسد. $V_B - V_A$ چند ولت است؟

۱) -120 ۲) -60 ۳) 60 ۴) 120

ابتدا دقت کنید که تندی بار مثبت با جابه‌جایی از A تا B زیاد شده است، پس این بار در جهت خودبه‌خودی حرکت کرده است و در جهت خطوط میدان جابه‌جا شده است، پس پتانسیل نقطهٔ B کم‌تر از A است و جواب سؤال حتماً مقداری منفی است.

$$\begin{cases}\Delta K = -\Delta U \\ \Delta U = q\Delta V\end{cases} \Rightarrow \Delta K = -q\Delta V = -q(V_B - V_A)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = -q(V_B - V_A)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\times 4\times 10^{-9}\times 20^2 - \frac{1}{2}\times 4\times 10^{-9}\times 10^2 = -5\times 10^{-9}(V_B - V_A)$$

$$\Rightarrow 800 - 200 = -5(V_B - V_A)$$

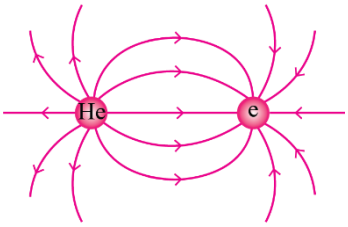
$$\Rightarrow V_B - V_A = \frac{600}{-5} = -120V$$

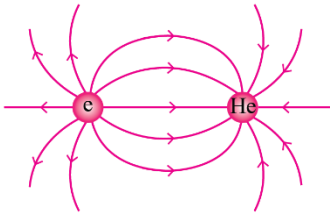
در تبدیل جرم دقت کنید که $m = 4\mu g = 4\times 10^{-6}g = 4\times 10^{-9}kg$ است.

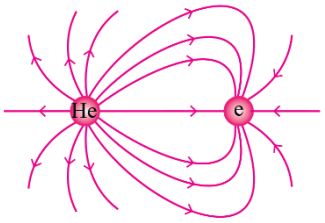
پاسخ: گزینهٔ ۱

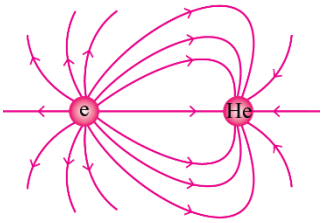
گروه آموزشی ماز

۶۷- یک الکترون و یک هستهٔ هلیم را در نزدیکی هم قرار می‌دهیم. خطوط میدان الکتریکی در اطراف آن‌ها در کدام گزینه به‌درستی رسم شده است؟ (عدد اتمی هلیم برابر ۲ است.)

۱)


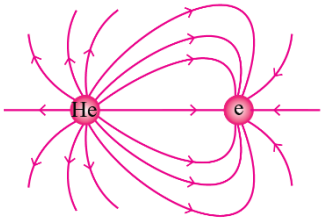
۲)


۳)


۴)


پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:



بار هستهٔ هلیم مثبت و بار الکترون منفی است، بنابراین خطوط میدان از هستهٔ هلیم خارج شده و به الکترون وارد می‌شوند. از طرفی بار هستهٔ هلیم برابر $+2e$ است و از بار الکترون بزرگ‌تر است، پس خطوط میدان مطابق شکل گزینهٔ (۳) هستند.

www.biomaze.ir
AzmonVIP

نکات مهم مربوط به خطوط میدان الکتریکی را در نمودار زیر جمع‌آوری کرده‌ایم

- خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج شده و به بار منفی وارد می‌شوند.
- هرچه میدان الکتریکی قوی‌تر باشد، خطوط میدان متراکم‌تر می‌شوند.
- هرچه یک بار الکتریکی بزرگ‌تر باشد، تعداد خطوطی که از آن خارج می‌شود یا به آن وارد می‌شود بیش‌تر خواهد شد.
- جهت خط مماس بر خطوط میدان الکتریکی، جهت میدان را نشان می‌دهد. خطوط میدان هیچ‌گاه یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

گروه آموزشی ماز

۶۸- دو صفحهٔ رسانای موازی به فاصلهٔ d از یکدیگر قرار دارند و به اختلاف پتانسیل V وصل شده‌اند. یک ذرهٔ آلفا به جرم m و بار q را به‌صورت عمود بر میدان الکتریکی این صفحه پرتاب می‌کنیم. این ذره به‌صورت مستقیم و با سرعت ثابت از سوی دیگر خارج می‌شود. اختلاف پتانسیل این دو صفحه و جهت میدان بین آن کدام است؟ (ذرهٔ آلفا از جنس هستهٔ هلیم با عدد اتمی ۲ است.)

۱) $V = \frac{mgd}{e}$ - رو به پایین

۲) $V = \frac{mgd}{۲e}$ - رو به بالا

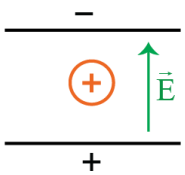
۳) $V = \frac{mge}{d}$ - رو به بالا

۴) $V = \frac{۲mge}{d}$ - رو به پایین

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

گام اول:

می‌دانیم برای آن‌که ذرهٔ باردار در یک میدان الکتریکی یکنواخت به حال تعادل قرار داشته باشد (با سرعت ثابت حرکت کند) باید هم‌نام با صفحهٔ پائین خود باشد. ازآنجاکه بار ذرهٔ آلفا مثبت است بنابراین جهت میدان قائم و رو به بالا خواهد بود. (گزینه‌های ۱ و ۴ غلط هستند).



گام آخر:

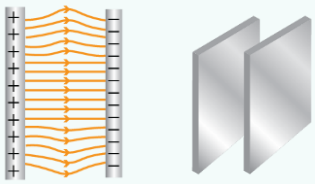
$$F_{net} = ۰ \rightarrow F_e = mg$$

$$Eq = mg \xrightarrow{E=\frac{V}{d}} \frac{V}{d}.q = mg$$

$$\xrightarrow{q_\alpha = ۲e} \frac{V}{d} \times ۲e = mg \rightarrow V = \frac{mgd}{۲e}$$

میدان الکتریکی یکنواخت

میدانی که شدت و جهت آن در تمام نقاط ثابت و یکسان باشد، میدان الکتریکی یکنواخت نام دارد.

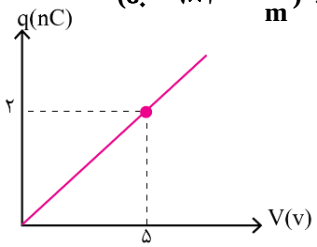


$$E = \frac{V}{d}$$

یادآوری	پروتون	الکترون	آلفا $(He^{۲+})$	بتا (منفی)	پوزیترون (بتا مثبت)
علامت بار	مثبت	منفی	مثبت	منفی	مثبت
اندازهٔ بار	$۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C$	$-۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C$	$۲\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C$	$-۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C$	$۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C$

گروه آموزشی ماز

۶۹- نمودار تغییرات بار ذخیره‌شده در یک خازن تخت برحسب اختلاف پتانسیل صفحه‌های آن مطابق شکل است. اگر مساحت صفحه‌های خازن $۱۰۰۰cm^۲$ و فاصلهٔ آن‌ها از هم ۹mm باشد، ثابت دی‌الکتریک ماده‌ای که فضای بین دو صفحه را پر کرده است، چقدر است؟ $(\varepsilon_۰ = ۹\times۱۰^{-۱۲}\frac{F}{m})$



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

www.biomaze.ir
AzmonVIP

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

گام اول:

محاسبهٔ ظرفیت خازن با توجه به نمودار:

$$C=\frac{q}{V}\rightarrow C=\frac{۲\times۱۰^{-۹}}{۵}=۴\times۱۰^{-۱۰}F$$

گام آخر:

محاسبهٔ ثابت دی‌الکتریک:

$$C=\kappa\varepsilon_{۰}\frac{A}{d}\rightarrow ۴\times۱۰^{-۱۰}=\kappa\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times\frac{۱۰۰۰\times۱۰^{-۴}}{۹\times۱۰^{-۳}}$$

$$\rightarrow ۴\times۱۰^{-۱۰}=\kappa\times۱۰^{-۱۰}\rightarrow\kappa=۴$$

خازن

در این قسمت قصد داریم که روابط مهم مربوط به خازن را به‌همراه چند مثال باهم مرور کنیم.

۱- رابطهٔ بین بار الکتریکی و اختلاف پتانسیل خازن به‌صورت زیر است:

$$q=CV$$

بار الکتریکی با یکای کولن : q — ظرفیت خازن با یکای فاراد : C

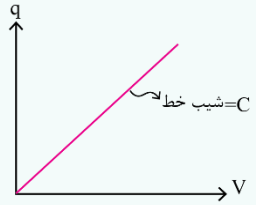
اختلاف پتانسیل دو سر خازن با یکای ولت : V

مثال

خازنی با ظرفیت $۲۰\mu F$ توسط یک باتری با اختلاف پتانسیل $۳۰V$ شارژ شده است. بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن چند کولن است؟

$$q=CV\rightarrow q=۲۰\times۱۰^{-۶}\times۳۰=۶\times۱۰^{-۴}C$$

۲- مطابق رابطهٔ $q=CV$، نمودار تغییرات بار یک خازن برحسب ولتاژ آن به‌صورت یک خط با شیب ثابت خواهد بود:



۳- ظرفیت یک خازن به ویژگی‌های ساختمانی آن وابسته است و به ولتاژ و بار آن ربط ندارد. ظرفیت یک خازن تخت مطابق رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$C=\kappa\varepsilon_{۰}\frac{A}{d}$$

ظرفیت خازن با یکای فاراد : C — گذردهی الکتریکی خلأ با یکای $\frac{\text{فاراد}}{\text{متر}}$: $\varepsilon_{۰}$

ضریب دی‌الکتریک بدون یکا : κ — مساحت صفحه‌های خازن با یکای مترمربع : A

فاصلهٔ صفحه‌های خازن با یکای متر : d

۴- میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن با روابط زیر به‌دست می‌آید:

$E=\frac{V}{d}\rightarrow$ اگر ولتاژ را داشته باشیم

$E=\frac{q}{\kappa\varepsilon_{۰}A}\rightarrow$ اگر بار را داشته باشیم

۵- انرژی ذخیره‌شده در خازن از روابط زیر به‌دست می‌آید:

$$\text{انرژی خازن}\rightarrow\begin{cases}U=\frac{۱}{۲}CV^{۲}\\ U=\frac{۱}{۲}\frac{q^{۲}}{C}\\ U=\frac{۱}{۲}qV\end{cases}$$

www.biomaze.ir

مثال

یک خازن تخت از صفحه‌هایی با مساحت $۱۰^{-۳}m^{۲}$ ساخته شده است که در فاصلهٔ $۰/۵mm$ از هم قرار گرفته‌اند و بین صفحه‌ها خلأ است. اگر این خازن را به اختلاف پتانسیل $۲۰V$ متصل کنیم تا شارژ شود، به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف: ظرفیت خازن چند نانوفاراد است؟ $(\varepsilon_{۰} = ۹\times۱۰^{-۱۲}\frac{F}{m})$

$$C = \kappa\varepsilon_{۰}\frac{A}{d} = ۱\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times\frac{۱۰^{-۳}}{۰/۵\times۱۰^{-۳}} = ۱۸\times۱۰^{-۱۲}F = ۰/۰۱۸nF$$

ب: شدت میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن چند واحد SI است؟

$$E = \frac{V}{d} = \frac{۲۰}{۰/۵\times۱۰^{-۳}} = ۴۰۰۰۰\frac{V}{m}$$

پ: بار ذخیره‌شده در خازن چند نانوکولن است؟

$$q = CV \rightarrow q = ۰/۰۱۸\times۲۰ = ۰/۳۶nC$$

ت: انرژی ذخیره‌شده در خازن چند نانوژول است؟

$$U = \frac{۱}{۲}CV^{۲} = \frac{۱}{۲}\times۰/۰۱۸\times۲۰^{۲} = ۳/۶nJ$$

اگر...

اگر دی‌الکتریک بین صفحه‌های خازن را خارج کنیم و آن را با ولتاژ ۱۰ ولت شارژ کنیم، چند ژول انرژی در آن ذخیره می‌شود؟

پاسخ: با خارج کردن دی‌الکتریک با ثابت $\kappa = ۴$، ظرفیت خازن $\frac{۱}{۴}$ برابر می‌شود و به $C = ۱۰^{-۱۰}F$ می‌رسد.

انرژی خازن برابر است با:

$$U = \frac{۱}{۲}CV^{۲} = \frac{۱}{۲}\times۱۰^{-۱۰}\times۱۰^{۲} = \frac{۱}{۲}\times۱۰^{-۸}J$$

گروه آموزشی ماز

۷۰- در جدول زیر، مقادیر اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانا و جریان عبوری از آن در چند حالت مختلف بیان شده است. با توجه به این جدول چه تعداد از موارد زیر دربارهٔ این رسانا درست است؟

I (آمپر)	V (ولت)
۰/۰۰۱	۰/۵
۰/۰۰۲	۰/۶
۰/۰۳	۰/۷
۰/۴	۰/۸

الف: مقاومت این رسانا با عوض شدن ولتاژ دو سر آن، تغییر نمی‌کند.

ب: این رسانا می‌تواند یک دیود نورگسیل (LED) باشد.

پ: نمودار جریان برحسب ولتاژ برای این رسانا یک خط راست است.

۱) «الف» و «پ»
۲) «ب» و «پ»
۳) فقط «ب»
۴) فقط «الف»

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

در رساناهای اهمی مقدار مقاومت رسانا با عوض شدن اختلاف پتانسیل دو سر رسانا یا جریان عبوری از آن تغییر نمی‌کند درحالی‌که مقاومت یک رسانای غیراهمی با عوض شدن این موارد دچار تغییر خواهد شد. از این موضوع و به کمک قانون اهم $(R = \frac{V}{I})$ نتیجه می‌گیریم در رسانای اهمی رابطهٔ بین ولتاژ و جریان یک رابطه خطی، یعنی نسبت $\frac{V}{I}$ یک مقدار ثابت و در رسانای غیراهمی این نسبت ثابت نخواهد بود.

اگر به مقادیر درج‌شده در جدول نگاه کنید متوجه خواهید شد که در حالت‌های مختلف نسبت $\frac{V}{I}$ مقدار ثابتی نیست. پس این رسانا یک رسانای غیراهمی است و ارتباط بین V و I ارتباطی غیرخطی است. هم‌چنین دیود نورگسیل (LED) نمونه‌ای از یک رسانای غیراهمی می‌باشد.

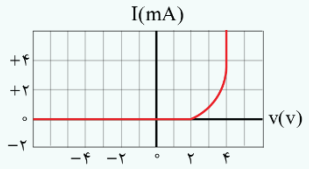
از مجموع این مطالب نتیجه می‌گیریم فقط مورد (ب) درست است.

مقاومت‌های اهمی و غیراهمی

اگر مقاومت الکتریکی یک رسانا در ولتاژهای مختلف (در دمای ثابت)، مقدار ثابتی باشد، در اصطلاح گفته می‌شود که آن رسانا از قانون اهم پیروی می‌کند و به آن رسانای اهمی گفته می‌شود. در رساناهای اهمی، ولتاژ و جریان با یکدیگر رابطهٔ خطی دارند و تغییر مقدار V یا I روی نسبت آن‌ها (یعنی R) تأثیر نمی‌گذارد.

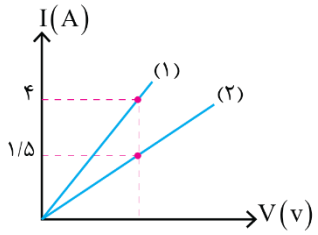
www.biomaze.ir
AzmonVIP

به وسایلی که با عوض شدن ولتاژ، مقدار مقاومت آن نیز تغییر کند، رسانای غیراهمی گفته می‌شود. از جملهٔ این رساناها می‌توان به دیود نورگسیل (LED) اشاره کرد. نمودار جریان برحسب اختلاف پتانسیل برای این دیود به‌صورت شکل زیر است:



گروه آموزشی ماز

۷۱- نمودار جریان-ولتاژ دو سیم مسی در دمای ثابت مطابق شکل است. اگر قطر مقطع سیم (۱)، ۴ برابر قطر مقطع سیم (۲) باشد، طول سیم (۱) چند برابر طول سیم (۲) است؟



۱) ۶

۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) $\frac{۱}{۶}$

۴) $\frac{۲}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۱۰۲)

گام اول:

مقایسهٔ مقاومت‌ها با توجه به نمودار:

$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow{\text{V یکسان}}\frac{R_۱}{R_۲}=\frac{I_۲}{I_۱}\rightarrow\frac{R_۱}{R_۲}=\frac{۱/۵}{۴}=\frac{۳}{۸}$$

گام آخر:

مقایسهٔ طول دو سیم:

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow[\text{سیم‌ها هم‌جنس}]{\rho\text{ یکسان}}\frac{R_۱}{R_۲}=\frac{L_۱}{L_۲}\times\frac{A_۲}{A_۱}$$

$$\xrightarrow{A=\pi\frac{d^۲}{۴}}\frac{R_۱}{R_۲}=\frac{L_۱}{L_۲}\times(\frac{d_۲}{d_۱})^۲$$

$$\rightarrow\frac{۳}{۸}=\frac{L_۱}{L_۲}\times(\frac{۱}{۴})^۲\rightarrow\frac{L_۱}{L_۲}=۶$$

مقاومت و قانون اهم

۱- مطابق قانون اهم، رابطهٔ ولتاژ و جریان یک مقاومت به‌صورت زیر است:

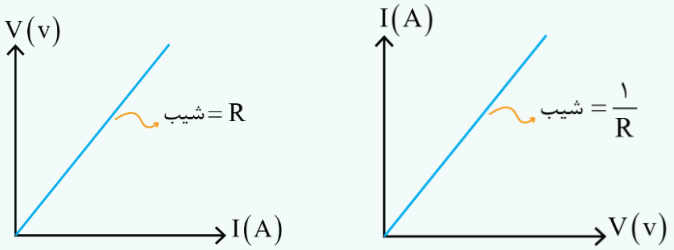
$$V=RI$$

اختلاف پتانسیل با یکای ولت : V

جریان الکتریکی با یکای آمپر : I

مقاومت الکتریکی با یکای اهم : R

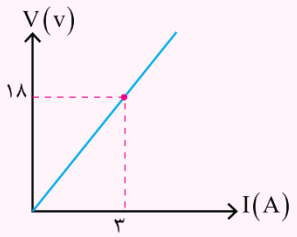
۲- مطابق قانون اهم، نمودار تغییرات ولتاژ یک مقاومت برحسب جریان الکتریکی آن مطابق شکل زیر به‌صورت یک خط مایل گذرنده از مبدأ است. نمودار جریان الکتریکی برحسب ولتاژ نیز خط مایل گذرنده از مبدأ است. البته شیب نمودار سمت چپ برابر R و شیب نمودار سمت راست برابر $\frac{۱}{R}$ است.



www.biomaze.ir
AzmonVIP

مثال

نمودار تغییرات ولتاژ یک مقاومت برحسب جریان آن مطابق شکل روبه‌رو است. اگر این مقاومت را به ولتاژ $۲۰V$ وصل کنیم، جریان آن چند آمپر می‌شود؟



پاسخ: ابتدا اندازهٔ مقاومت را محاسبه می‌کنیم:

$$R=\frac{V}{I}=\frac{۱۸}{۳}=۶\Omega$$

در ادامه با وصل کردن مقاومت به ولتاژ $۲۰V$، جریان الکتریکی برابر است با:

$$V=RI\rightarrow ۲۰=۶I\rightarrow I=\frac{۲۰}{۶}=\frac{۱۰}{۳}A$$

۳- مقدار مقاومت الکتریکی یک سیم به ویژگی‌های ساختمانی و دمای آن وابسته است و ربطی به ولتاژ و جریان آن ندارد. مقدار مقاومت یک سیم را می‌توانیم از رابطهٔ زیر به‌دست آوریم:

$$R=\rho\frac{L}{A}$$

مقدار مقاومت الکتریکی با یکای اهم : R — مقاومت ویژه با یکای (اهم×متر) : ρ

طول سیم با یکای متر : L — سطح مقطع سیم با یکای مترمربع : A

مثال

مقاومت یک سیم مسی با شعاع مقطع $۰/۱mm$ و طول ۵۰ متر را محاسبه کنید. $(\pi\simeq ۳\ ,\ \rho_{مس}=۱/۸\times۱۰^{-۸}\Omega.m)$

$$R=\rho\frac{L}{A}=\rho\frac{L}{\pi r^۲}=۱/۸\times۱۰^{-۸}\times\frac{۵۰}{۳\times(۱۰^{-۴})^۲}=۳۰\Omega$$

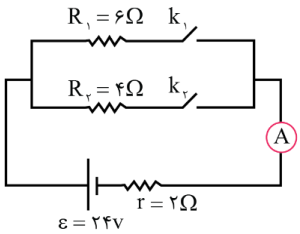
۴- با توجه به رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$، برای مقایسهٔ مقاومت الکتریکی دو سیم به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$R=\rho\frac{L}{A}\rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho_۲}{\rho_۱}\times\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}$$

$$\xrightarrow[d\rightarrow قطر\ مقطع]{A\propto d^۲}\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho_۲}{\rho_۱}\times\frac{L_۲}{L_۱}\times(\frac{d_۱}{d_۲})^۲$$

گروه آموزشی ماز

۷۲- در مدار شکل زیر، اگر فقط کلید $k_۱$ وصل شود آمپرسنج، عدد $I_۱$ را نشان می‌دهد. سپس کلید $k_۱$ را باز و کلید $k_۲$ وصل می‌شود، در این حالت آمپرسنج عدد $I_۲$ را نشان می‌دهد، نسبت $\frac{I_۲}{I_۱}$ کدام است؟

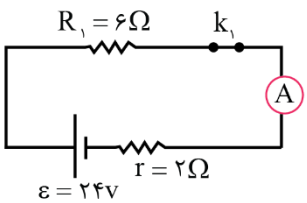


۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:



هنگامی‌که کلید $k_۱$ بسته می‌شود، مقاومت $R_۱=۶\Omega$ در مدار قرار می‌گیرد.

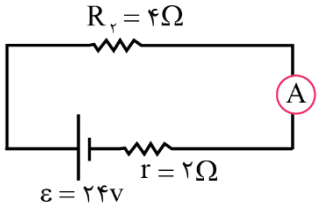
در این حالت جریانی از مقاومت $R_۲=۴\Omega$ عبور نمی‌کند و مقاومت $R_۲$ از مدار حذف می‌شود.

در این حالت جریان عبوری از مدار $(I_۱)$ برابر خواهد بود با:

$$I_۱=\frac{\varepsilon}{R_۱+r}\xrightarrow[R_۱=۶\Omega]{\varepsilon=۲۴V\ ,\ r=۲\Omega}I_۱=\frac{۲۴}{۶+۲}=۳A$$

www.biomaze.ir
AzmonVIP

در حالتی که کلید k_1 باز و کلید k_2 بسته می‌شود، مقاومت $R_2 = 4\Omega$ در مدار قرار می‌گیرد و مقاومت R_1 از مدار حذف خواهد شد. در این حالت جریان عبوری از مدار (I_2) برابر خواهد بود با:



$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r} \xrightarrow[R_2=4\Omega]{\varepsilon=24V\ ,\ r=2\Omega} I_2 = \frac{24}{4+2} = 4A$$

درنتیجه نسبت $\frac{I_2}{I_1}$ برابر است با:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{4}{3}$$

مدار تک‌حلقه

در اثر عبور جریان الکتریکی از یک مقاومت، پتانسیل مدار دچار افت می‌شود؛ برحسب این‌که مقاومت درونی باتری باشد یا مقاومت خارجی، داریم:

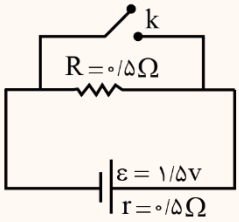
افت پتانسیل در مقاومت خارجی : RI

افت پتانسیل در مقاومت درونی باتری : rI

فرمول محاسبهٔ مقدار شدت جریان در مدار تک‌حلقه:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$$

ریاضی خارج از کشور - ۹۴



در مدار روبه‌رو، ابتدا کلید باز است. درصورتی‌که کلید بسته شود، اختلاف پتانسیل دو سر مولد چند ولت کاهش می‌یابد؟

۱) صفر

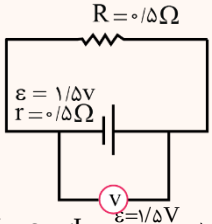
۲) ۰/۵

۳) ۰/۷۵

۴) ۱/۵

اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر $V = \varepsilon - rI$ می‌باشد. با توجه به این موضوع کافی است که جریان مدار را در دو حالت کلید باز و کلید بسته به‌دست آوریم:

حالت اول: کلید باز:

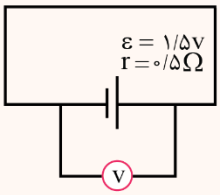


$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \xrightarrow[\substack{R=0/5\Omega \\ r=0/5\Omega}]{\varepsilon=1/5V} I_1 = \frac{1/5}{0/5 + 0/5} = 1/5A$$

اختلاف پتانسیل دو سر مولد یا همان عدد ولت‌سنج در این حالت برابر است با:

$$V = \varepsilon - rI \xrightarrow[\substack{I_1=1/5A \\ r=0/5\Omega}]{\varepsilon=1/5V} V_1 = 1/5 - 0/5 \times 1/5 = 0/75V$$

حالت دوم: کلید بسته



در این حالت با بستن کلید، مقاومت R اتصال کوتاه می‌شود و داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \xrightarrow[\substack{R=0 \\ r=0/5\Omega}]{\varepsilon=1/5V} I_2 = \frac{1/5}{0 + 0/5} = 3A$$

در حالت اختلاف پتانسیل دو سر مولد یا همان عدد ولت‌سنج برابر است با:

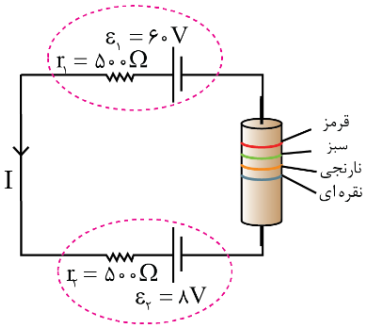
$$V = \varepsilon - rI \xrightarrow[\substack{r=0/5 \\ I_2=3}]{\varepsilon=1/5V} V_2 = 1/5 - 0/5 \times 3 = 0$$

درنتیجه اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر خواهد بود با:

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 0 - 0/75 = -0/75V$$

پاسخ: گزینهٔ ۳

۷۳- در مدار زیر، جریان I برابر چند میلی‌آمپر است؟



رنگ	عدد
قرمز	۲
نارنجی	۳
سبز	۵

۱) $\frac{26}{11}$

۲) $\frac{13}{6}$

۳) ۲

۴) ۲/۶

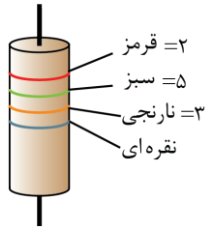
پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

این سؤال را در گام‌های زیر حل می‌کنیم:

گام اول:

محاسبهٔ مقدار مقاومت:



$$R = 25\times10^{3} = 25000\Omega$$

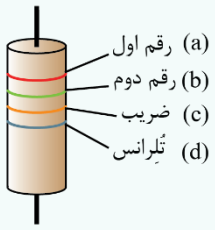
گام آخر:

محاسبهٔ جریان مدار:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R} = \frac{60-8}{500+500+25000} = \frac{52}{26000} = 2\times10^{-3}A = 2mA$$

مقاومت با کد رنگی

۱- برای خواندن مقدار مقاومت‌هایی که به‌صورت رنگی کدگذاری شده‌اند به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

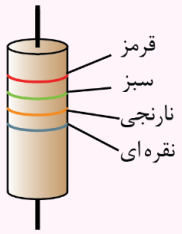


$$R = \overline{ab}\times10^{c}$$

مطابق رابطهٔ فوق کافی است رقم مربوط به دو رنگ اول را پشت سر هم بنویسیم و سپس آن را در ۱۰ به توان رقم سوم ضرب کنیم. به مثال زیر توجه کنید.

مثال

مقدار مقاومت شکل مقابل چند اهم است؟ (۲ = قرمز ، ۳ = نارنجی و ۵ = سبز)



رنگ نارنجی ↑ ↑ رنگ سبز

$$R = 25\times10^{3} = 25000\Omega$$

↓ رنگ قرمز

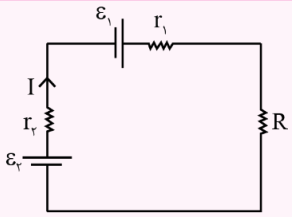
۲- جریان در مدارهای تک‌حلقهٔ چند باتری به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$I = \frac{\sum\varepsilon}{\sum r + R_{eq}}$$

در رابطهٔ فوق، ε های باتری‌های هم‌جهت باهم جمع می‌شود و ε های باتری در خلاف جهت هم از یکدیگر کم می‌شود. به مثال زیر توجه کنید.

مثال

رابطهٔ جریان را برای مدار زیر بنویسید.



$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R}$$

www.biomaze.ir
AzmonVIP

همان‌طور که در مثال فوق دیدید، در مدارهای چند باتری، جهت جریان به‌گونه‌ای است که از سر مثبت برخی از باتری‌ها خارج می‌شود و به سر مثبت برخی از باتری‌ها وارد می‌شود که این موضوع باعث می‌شود برخی باتری‌ها در نقش تولیدکننده انرژی باشند و باقی باتری‌ها در نقش مصرف‌کننده باشند.

اگر...

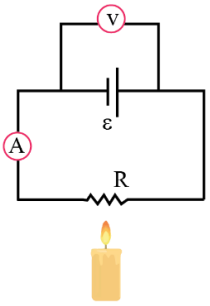
اگر ولتاژ دو سر باتری (۲) را می‌خواستیم پاسخ چه بود؟

پاسخ: باتری (۲) در نقش مصرف‌کننده است، بنابراین ولتاژ آن برابر است با:

$$V=\varepsilon+rI \rightarrow V=8+500\times2\times10^{-3}=9V$$

گروه آموزشی ماز

۷۴- در مدار شکل زیر، مقاومت R از جنس سیلیسیم (نیم‌رسانا) است که به یک باتری آرمانی وصل شده است. اگر مطابق شکل یک شمع را زیر مقاومت R بگیریم، عددهایی که ولت‌سنج و آمپرسنج نشان می‌دهد از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟



۱) کاهش - افزایش

۲) افزایش - کاهش

۳) ثابت - کاهش

۴) ثابت - افزایش

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

تغییر مقاومت‌های از جنس نیم‌رسانا، با دما رابطهٔ عکس دارند. درواقع با افزایش دما (توسط شمع) مقاومت R کاهش پیدا می‌کند.

آمپرسنج اگر به‌طور سری در مدار قرار گیرد، مقدار جریان عبوری در مدار را نشان می‌دهد و طبق رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ خواهیم داشت:

درنتیجه آمپرسنج عدد بیش‌تری را نشان می‌دهد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow{R\downarrow}I\uparrow$$

ولت‌سنج اگر به‌طور موازی در مدار بسته شود و دو سر آن به مولد وصل باشد، اختلاف پتانسیل دو سر آن را نشان می‌دهد و طبق رابطهٔ $V=\varepsilon-rI$ بررسی می‌شود. مقاومت درونی باتری آرمانی صفر است:

$$V=\varepsilon-rI\xrightarrow{r=0}V=\varepsilon$$

درنتیجه مقداری که ولت‌سنج نشان می‌دهد ثابت و برابر با نیروی محرکه می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۷۵- سیمی به طول ۲۵cm که مقاومت ویژهٔ آن $2/4\times10^{-4}\Omega.m$ است را به اختلاف پتانسیل ثابت ۳۰V متصل کرده‌ایم. اگر توان مصرفی در سیم برابر ۰/۱۸kW باشد، قطر سیم چند میلی‌متر است؟ ($\pi=3$)

۱) ۸ ۲) ۸۰ ۳) ۴ ۴) ۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

گام اول:

برای محاسبهٔ مقاومت سیم می‌توان نوشت:

$$P=\frac{V^2}{R}\rightarrow0/18\times10^3=\frac{(30)^2}{R}\rightarrow R=5\Omega$$

گام آخر:

حال با استفاده از رابطهٔ ساختمانی مقاومت داریم:

$$R=\rho\frac{L}{A}\rightarrow5=2/4\times10^{-4}\times\frac{25\times10^{-2}}{A}\rightarrow A=12\times10^{-6}m^2$$

$$A=\pi r^2\rightarrow12\times10^{-6}=3r^2\rightarrow r=2\times10^{-3}m=2mm$$

$$\rightarrow D=4mm$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
AzmonVIP

۷۶- چهار مقاومت مشابه را بار اول به‌طور متوالی و بار دوم به‌طور موازی به یک باتری با مقاومت درونی 2Ω می‌بندیم. اگر توان الکتریکی مصرف‌شده در مقاومت‌ها در حالت دوم، ۵۱ درصد کم‌تر از توان الکتریکی مصرف‌شده در مقاومت‌ها در حالت اول باشد، اندازهٔ هریک از این مقاومت‌ها چند اهم است؟

۱) $\frac{12}{11}$ ۲) $\frac{11}{12}$ ۳) $\frac{7}{6}$ ۴) $\frac{6}{7}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

در حالت اول، مقاومت معادل مدار برابر $R_{eq}=4R$ است و توان مصرف‌شده در مقاومت‌ها که همان توان خروجی از باتری است برابر است با:

$$P=R_{eq}I^2=4R\times\left(\frac{\varepsilon}{4R+r}\right)^2=\frac{4\varepsilon^2R}{(4R+r)^2}$$

در حالت دوم، مقاومت معادل برابر $R'_{eq}=\frac{R}{4}$ است و با روش مشابه داریم:

$$P'=R'_{eq}I'^2=\frac{R}{4}\times\left(\frac{\varepsilon}{\frac{R}{4}+r}\right)^2=\frac{\frac{1}{4}\varepsilon^2R}{(\frac{R}{4}+r)^2}$$

توان در حالت دوم، ۵۱ درصد کم‌تر از حالت اول است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{P'}{P}=\frac{49}{100}\rightarrow\frac{\frac{\frac{1}{4}\varepsilon^2R}{(\frac{R}{4}+r)^2}}{\frac{4\varepsilon^2R}{(4R+r)^2}}=\frac{49}{100}$$

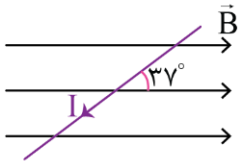
$$\rightarrow\frac{(4R+r)^2}{16(\frac{R}{4}+r)^2}=\frac{49}{100}\xrightarrow{\text{جذر}}\frac{4R+r}{4(\frac{R}{4}+r)}=\frac{7}{10}$$

$$\xrightarrow{r=2\Omega}10(4R+2)=28(\frac{R}{4}+2)$$

$$\rightarrow 40R+20=7R+56\rightarrow 33R=36\rightarrow R=\frac{12}{11}\Omega$$

گروه آموزشی ماز

۷۷- در شکل زیر، $30cm$ از سیم حامل جریان $20A$ در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $40G$ قرار دارد. نیروی مغناطیسی وارد بر این سیم چند نیوتن و در کدام جهت است؟ $(\sin 53^\circ=0/8)$



۱) ۰/۰۱۴۴، برون‌سو
۲) ۰/۰۱۴۴، درون‌سو
۳) ۰/۰۷۲، برون‌سو
۴) ۰/۰۷۲، درون‌سو

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

گام اول:

با توجه به قانون دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم برون‌سو است.

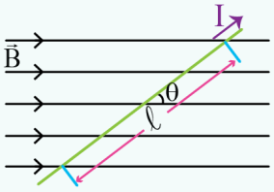
گام آخر:

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم نیز برابر است با:

$$F=BIL\sin\alpha=(40\times10^{-4})(20)(0/3)\sin 37^\circ=0/0144\,N$$

AzmonVIP
www.biomaze.ir

نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی یکنواخت



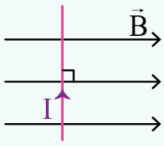
اگر سیمی به طول L که از آن جریان I می‌گذرد، در یک میدان مغناطیسی به بزرگی B قرار گیرد، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$F = BIL\sin\alpha$$

نکتهٔ ۱: در این رابطه، α، زاویه سیم (جهت جریان) و میدان مغناطیسی است.

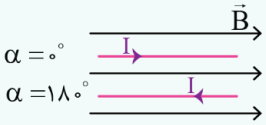
نکتهٔ ۲: L در این رابطه، طولی از سیم است که در میدان مغناطیسی قرار دارد.

نکتهٔ ۳: اگر سیم حامل جریان بر خطوط میدان مغناطیسی عمود باشد، $\alpha = ۹۰^\circ$ شده و نیروی وارد بر سیم بیشینه می‌شود، یعنی:



$$\rightarrow \alpha = ۹۰^\circ \rightarrow \sin\alpha = ۱ \rightarrow F_{max} = BIL$$

نکتهٔ ۴: اگر سیم حامل جریان، هم‌راستا با میدان مغناطیسی باشد، $\alpha = ۰$ یا $\alpha = ۱۸۰^\circ$ شده و نیروی وارد بر سیم برابر صفر می‌شود؛ یعنی:

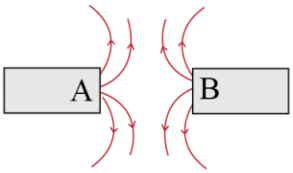


$$\rightarrow \alpha = ۰ \text{ یا } ۱۸۰^\circ \rightarrow \sin\alpha = ۰ \rightarrow F_{min} = ۰$$

نکتهٔ ۵: قانون دست راست: اگر چهار انگشت دست راست طوری در جهت جریان قرار گیرد که در صورت خم شدن، جهت میدان را نشان دهد، در این صورت، انگشت شست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۷۸- خطوط میدان مغناطیسی در اطراف دو آهنربای میله‌ای، مطابق شکل است. در این شکل، A قطب ..... است و دو آهنربا با نیروی مغناطیسی یکدیگر را ..... می‌کنند.



۱) N - جذب
۲) N - دفع
۳) S - جذب
۴) S - دفع

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

پاسخ تشریحی:

با توجه به این‌که خطوط میدان از قطب‌های A و B خارج شده‌اند، هر دو قطب، قطب N مغناطیسی هستند و چون قطب‌های هم‌نام در نزدیکی هم قرار گرفته‌اند، یکدیگر را دفع می‌کنند.

در مورد خطوط میدان مغناطیسی، نکات زیر دارای اهمیت است

۱- خطوط میدان در خارج از آهنربا از قطب N خارج شده و به قطب S وارد می‌شوند و در داخل آهنربا از قطب S به سمت قطب N هستند.

۲- با توجه به این‌که قطب‌های N و S همواره همراه هم هستند و تک‌قطبی مغناطیسی نداریم، خطوط میدان مغناطیسی همواره خطوط بسته‌ای می‌باشند.

۳- تراکم خطوط میدان مغناطیسی متناسب با شدت میدان است. هر چه میدان مغناطیسی قوی‌تر باشد، خطوط میدان مغناطیسی متراکم‌تر هستند.

۴- خطوط میدان مغناطیسی یکدیگر را قطع نمی‌کنند و از هر نقطه یک خط میدان می‌تواند بگذرد. آزمون وی ای پی

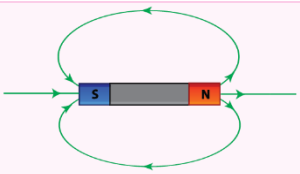
۵- جهت میدان مغناطیسی در هر نقطه مماس بر خطوط میدان و در جهت آن‌هاست، بنابراین عقربه‌های مغناطیسی همواره به‌گونه‌ای قرار می‌گیرند که با خطوط میدان هم‌راستا باشند و قطب N آن‌ها در جهت میدان باشد.

مثال

خطوط میدان اطراف یک آهنربای میله‌ای را رسم کنید.

پاسخ: با توجه به نکات فوق، می‌توان شکل بالا را برای خطوط میدان آهنربای میله‌ای درنظر گرفت.

دقت کنید که در نزدیکی قطب‌ها، خطوط متراکم‌تر هستند.



گروه آموزشی ماز

۷۹- سیملوله‌ای بدون هسته و به طول ۵۰cm از ۲۰۰ دور سیم تشکیل شده است و جریان ۴A از آن می‌گذرد. اگر الکترون با تندی $۵\times۱۰^{۵}\ \frac{m}{s}$ در جهت عمود بر میدان سیملوله به درون آن پرتاب شود، نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون در لحظهٔ ورود به میدان سیملوله چند نیوتون می‌شود؟

$(\mu_۰ = ۱۲\times۱۰^{-۷}\ \frac{T.m}{A}$ و $e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$

۱) $۱/۹۲\times۱۰^{-۱۵}$
۲) $۱/۵۳۶\times۱۰^{-۱۵}$
۳) $۱/۹۲\times۱۰^{-۱۶}$
۴) $۱/۵۳۶\times۱۰^{-۱۶}$

www.biomaze.ir
AzmonVIP

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی / ترکیبی ـ ۱۱۰۳)

پاسخ تشریحی:

برای حل این سؤال گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول:

محاسبهٔ میدان درون سیملوله با استفاده از رابطهٔ زیر:

$$B=\frac{\mu_0 NI}{L}\rightarrow B=\frac{۱۲\times۱۰^{-۷}\times۲۰۰\times۴}{۵۰\times۱۰^{-۲}}=۱/۹۲\times۱۰^{-۳}T$$

گام آخر:

محاسبهٔ نیروی وارد بر بار با استفاده از رابطهٔ زیر:

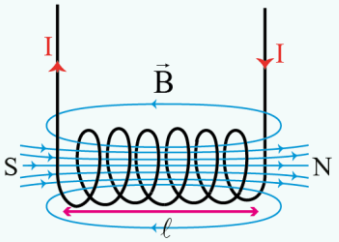
$$F=|q|vB\sin۹۰^\circ\rightarrow F=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۵\times۱۰^{۵}\times۱/۹۲\times۱۰^{-۳}$$

$$\rightarrow F=۱/۵۳۶\times۱۰^{-۱۶}N$$

میدان مغناطیسی سیملوله

۱- میدان مغناطیسی درون یک سیملولهٔ بسیار بلند و دور از لبه‌ها تقریباً یکنواخت است و از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$B=\mu_0\frac{NI}{\ell}$$



در رابطهٔ بالا، N تعداد دورهای سیملوله، I جریان عبوری از آن و ℓ طول سیملوله است.

۲- میدان مغناطیسی خارج از سیملوله بسیار ضعیف است.

۳- با قرار دادن یک هستهٔ فرومغناطیسی درون سیملوله، شدت میدان مغناطیسی آن افزایش می‌یابد.

۴- خطوط میدان مغناطیسی یک سیملوله مطابق شکل مقابل است.

مطابق شکل بالا، یک سیملولهٔ حامل جریان مانند یک آهنربا عمل می‌کند و دارای قطب‌های N و S است و جهت میدان مغناطیسی درون سیملوله از قطب S به سمت قطب N خواهد بود.

۵- اگر با سیمی به طول d، یک سیملوله با حلقه‌هایی به شعاع R بسازیم، تعداد دورهای سیملوله مطابق رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$N=\frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط حلقه}}=\frac{d}{۲\pi R}$$

اگر...

اگر الکترون موازی محور سیملوله پرتاب می‌شد چه نیرویی به آن وارد می‌شد؟

چون میدان مغناطیسی درون سیملوله با محور آن موازی است، اگر الکترون موازی محور پرتاب می‌شد، نیرویی به آن وارد نمی‌شد.

گروه آموزشی ماز

۸۰- سیملولهٔ بدون هسته‌ای به طول $۲۵cm$ که مساحت هر حلقهٔ آن $۱۰mm^۲$ و دارای ۲۰۰۰ حلقهٔ به‌هم چسبیده می‌باشد درنظر بگیرید. اگر جریان عبوری از آن $۴A$ باشد، ضریب القاوری آن چند هانری است؟ $(\mu_0=۱۲\times۱۰^{-۷}\frac{T.m}{A})$

۱) $۴/۸\times۱۰^{-۴}$ ۲) $۶/۴\times۱۰^{-۴}$ ۳) $۱/۲۶\times۱۰^{-۴}$ ۴) $۱/۹۲\times۱۰^{-۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۴)

پاسخ تشریحی:

با توجه به مطالب درس‌نامه و جای‌گذاری در فرمول خواهیم داشت:

$$L=\frac{\mu_0 AN^۲}{\ell}=\frac{۱۲\times۱۰^{-۷}\times۱۰\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{۶}}{۲۵\times۱۰^{-۲}}=۱/۹۲\times۱۰^{-۴}H$$

www.biomaze.ir
AzmonVIP

ضریب القاوری

ضریب القاوری از مشخصات ساختمانی القاگر است که هر چه قدر مقدار آن بیش‌تر باشد، نیروی محرکهٔ القاشده در القاگر و انرژی ذخیره‌شده در آن بیش‌تر می‌شود. ضریب القاوری را با L نشان می‌دهند.

رابطهٔ ضریب القاوری:

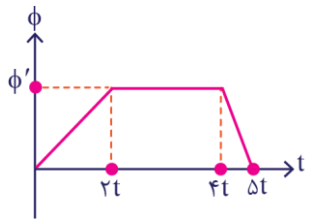
ضریب القاوری سیم‌لوله‌ای به طول ℓ و سطح مقطع A که از N حلقهٔ نزدیک به‌هم تشکیل‌شده است از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

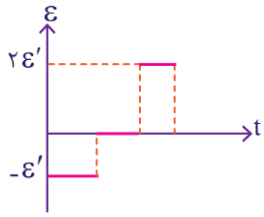
$$L = \frac{\mu_0 A N^2}{\ell}$$

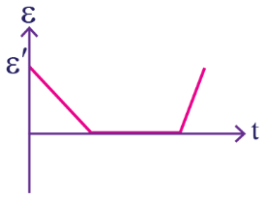
یکای ضریب القاوری در SI «اهم ثانیه ($\Omega.s$)» یا «هانری (H)» است.

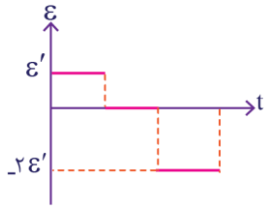
گروه آموزشی ماز

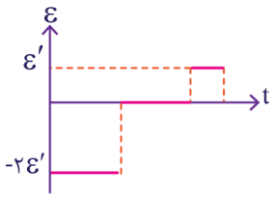
۸۱- با توجه به نمودار تغییرات شار مغناطیسی گذرنده از یک حلقه برحسب زمان در شکل زیر، نمودار نیروی محرکه القایی-زمان کدام است؟



۱)


۲)


۳)


۴)


پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۱۰۴)

پاسخ تشریحی:

طبق قانون فارادی، شیب نمودار شار-زمان برای یک حلقه $(N=1)$ برابر قرینهٔ نیروی محرکهٔ القایی است، پس هرزمانی که شیب نمودار مثبت باشد، نیروی محرکه القایی منفی است و هرزمانی که شیب نمودار منفی باشد، نیروی محرکهٔ القایی مثبت است. افقی بودن نمودار شار-زمان به معنی صفر بودن نیروی محرکهٔ القایی است.

$0 < t < 2t \xrightarrow{\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} > 0} \varepsilon < 0$ (شیب نمودار مثبت است.)

$2t < t < 4t \xrightarrow{\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = 0} \varepsilon = 0$ (نمودار افقی است.)

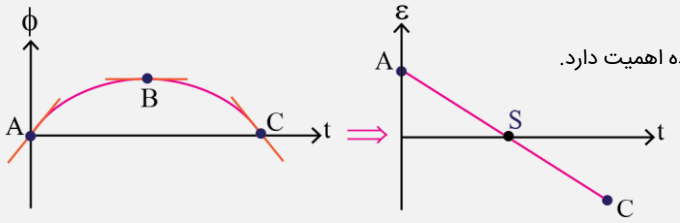
$4t < t < 5t \xrightarrow{\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} < 0} \varepsilon > 0$ (شیب نمودار منفی است.)

نیروی محرکهٔ القایی به آهنگ تغییر شار بستگی دارد. در بازهٔ زمانی $4t < t < 5t$ آهنگ تغییر شار (شیب نمودار $\varphi - t$) دو برابر بازهٔ زمانی $0 < t < 2t$ است. بنابراین اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی در قسمت آخر باید ۲ برابر قسمت اول نمودار باشد.

نکته

در رسم نمودارهای $\varepsilon - t$ برحسب $\varphi - t$ یا برعکس علامت منفی در رابطهٔ فاراده اهمیت دارد.

به عبارتی $\varepsilon - t$ شیب نمودار $\varphi - t$ نیست بلکه «منفی شیب» است.



گروه آموزشی ماز

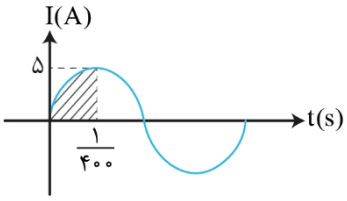
www.biomaze.ir
AzmonVIP

۸۲- در یک مولد جریان متناوب در مدت $\frac{۱}{۴۰۰}$ ثانیه برای اولین بار جریان القایی از صفر به ۵ آمپر که بیش‌ترین مقدار جریان است، می‌رسد. معادلهٔ جریان متناوب در SI کدام است؟

۱) $I = ۵\sin ۲۰۰\pi t$
۲) $I = ۱۰\sin ۲۰۰\pi t$
۳) $I = ۵\sin ۱۰۰\pi t$
۴) $I = ۱۰\sin ۱۰۰\pi t$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۴)

پاسخ تشریحی:



$$\frac{T}{۴} = \frac{۱}{۴۰۰} \rightarrow T = \frac{۱}{۱۰۰}s$$

$$I = I_m \sin\frac{۲\pi}{T}t \rightarrow I = ۵\sin ۲۰۰\pi t$$

جریان متناوب

در یک مولد جریان متناوب، رابطهٔ جریانی که برحسب زمان در پیچهٔ مولد تولید می‌شود به‌صورت زیر است:

$$I = I_m \sin(\frac{۲\pi}{T}t)$$

که در آن I_m بیشینهٔ جریان متناوب و T دورهٔ آن می‌باشد.

سلام به همه دوستان خوبم! امیدوارم که خوب باشید و خیلی خوب درس بخونید!
در طول تابستان، همه سعی خودمونو کردیم که تا حد امکان، شما بخش‌های منطقی از مطالب مربوط به پایه دهم و یازدهم رو بخونید و بتونید خودتون رو برای پیشروی اصلی مطالعاتی که دقیقا از چند روز آینده قراره شروعش کنید، آماده بشید!
بچه‌ها دقت کنید که رقابت اصلی شما، دقیقا از همین موقع سال تحصیلی شروع میشه و تا کنکور اردیبهشت‌ماه ادامه خواهد داشت. اغلب بچه‌ها، هدف اصلی خودشون رو کنکور اردیبهشت قرار میدن و شما هم برای اینکه از رقبای خودتون عقب نمونید، باید سعی کنید این کنکور رو جدی بگیرید!
همین الان، یک برنامه بلندمدت برای خودتون بریزین که به واسطه اون، بتونید همه مطالب شیمی ۳ سال رو خیلی مرتب بخونید و اتفاقات خوبی رو برای خودتون رقم بزنید.
بهتون توصیه میکنم خیلی به نتایج آزمون‌هایی که از روز اول تا الان دادید دقت نکنید و مستقل از هرچیزی که در گذشته اتفاق افتاده، خیلی درست و اصولی تلاش کنید تا بتونید موقعیت خوبی رو به‌دست بیارید.

دکتر فرشاد هادیان‌فرد ـ رتبهٔ ۲۸ کنکور ۹۴ و مسئول درس شیمی گروه آموزشی ماز

پایهٔ دهم (بخش انتخابی)

۸۳- با توجه به آرایش الکترونی اتم عنصرهای داده شده، کدام مورد درست است؟ $X : [Ar]3d^{10}4s^{1}$, $Y : [Kr]5s^{2}$

۱) آرایش الکترون-نقطه‌ای عنصر Y، مشابه آرایش الکترون-نقطه‌ای اولین گاز نجیب است.
۲) عدد اتمی عنصر Y برابر ۳۸ بوده و این عنصر، برخلاف عنصر X الکترون با مشخصات $l = 2$ ندارد.
۳) عنصرهای X و Y در واکنش با یکدیگر ترکیب یونی تشکیل داده و آرایش الکترونی آن‌ها، از قاعده آفبا پیروی می‌کند.
۴) تفاوت عدد اتمی X و Y، برابر با عدد اتمی عنصری است که با گرفتن یک الکترون به آرایش گاز نجیب دوره دوم می‌رسد.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

با توجه به آرایش الکترونی‌های داده شده، عنصر Y معادل با $_{38}Sr$ از گروه دوم و دوره پنجم و عنصر X نیز معادل با $_{29}Cu$ از گروه یازده و دوره چهارم است.
آرایش الکترونی کامل این دو عنصر به‌صورت زیر است:

$_{38}Sr : 1s^{2}2s^{2}2p^{6}3s^{2}3p^{6}3d^{10}4s^{2}4p^{6}5s^{2}$
$_{29}Cu : 1s^{2}2s^{2}2p^{6}3s^{2}3p^{6}3d^{10}4s^{1}$

تفاوت عدد اتمی این دو عنصر برابر ۹ است که عنصر با این عدد اتمی، معادل با $_{9}F$ است. **عناصر گروه ۱۷ با گرفتن یک الکترون تبدیل به یون هالید شده و به آرایش گاز نجیب هم دوره خود می‌رسند.**

تعیین دوره و گروه عناصر

جهت مشخص کردن شماره دوره عناصر مختلف، از عدد اتمی گازهای نجیب استفاده می‌کنیم. برای تعیین دوره از توالی زیر بهره می‌گیریم:

۲ (دوره دوم) ـ ۱۰ (دوره سوم) ـ ۱۸ (دوره چهارم) ـ ۳۶ (دوره پنجم) ـ ۵۴ (دوره ششم) ـ ۸۶ (دوره هفتم) ـ ۱۱۸

برای مثال عناصری با اعداد اتمی ۳۵، ۳۹، ۱۶ و ۸۷ به ترتیب در دوره‌های چهارم، پنجم، سوم و هفتم قرار دارند.
برای تعیین شماره گروه ۲ حالت پیش می‌آید:
حالت اول) اگر عدد اتمی عنصر مورد نظر از عدد اتمی نزدیک‌ترین گاز نجیب بزرگ‌تر باشد، اختلاف عدد اتمی عنصر مورد نظر با عدد اتمی آن گاز نجیب با شماره گروه عنصر مورد نظر برابر است. برای مثال اگر عدد اتمی عنصری برابر ۳۸ باشد، نزدیک‌ترین گاز نجیب به آن کریپتون($_{36}Kr$) است و چون عدد اتمی عنصر مورد نظر بزرگ‌تر از آن است؛ درنتیجه طبق نکته گفته شده، این عنصر در گروه دوم جدول دوره‌ای جای دارد.
حالت دوم) اگر عدد اتمی عنصر مورد نظر از عدد اتمی نزدیک‌ترین گاز نجیب کوچک‌تر باشد، اختلاف عدد اتمی عنصر مورد نظر با عدد اتمی آن گاز نجیب را اگر از عدد ۱۸ کم کنیم، برابر شماره گروه عنصر مورد نظر است. برای مثال عدد اتمی عنصری برابر ۳۴ است، نزدیک‌ترین گاز نجیب به آن کریپتون($_{36}Kr$) است و چون عدد اتمی عنصر مورد نظر کوچک‌تر از آن است؛ درنتیجه طبق نکته گفته شده، این عنصر در گروه ۱۶ جدول دوره‌ای جای دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) عناصر گروه دوم در آرایش الکترون نقطه‌ای خود دارای دو الکترون **تک** هستند. برای مثال، آرایش الکترونی استرانسیم به‌صورت $\dot{S}r.$ است، اما گاز نجیب هلیم در آرایش الکترون نقطه‌ای خود دارای دو الکترون به‌صورت **جفت شده** است. آرایش الکترونی این عنصر به‌صورت $He:$ است.

۲) عدد اتمی عنصر Y برابر ۳۸ است. با توجه به اینکه سطح انرژی زیرلایه $3d$ از سطح انرژی زیرلایه $5s$ پایین‌تر است، این زیرلایه قبل از زیرلایه $5s$ از الکترون پر می‌شود، لذا این عنصر در زیرلایه $3d$ خود دارای ۱۰ الکترون است.

۳) دقت کنید این دو عنصر در دسته s و d قرار دارند. تمامی عناصر دسته s **به‌جز هیدروژن و هلیم** و تمامی عناصر دسته d فلز هستند. فلزها در واکنش با نافلزها ترکیب یونی تشکیل می‌دهند. علاوه بر آن آرایش الکترونی عنصر X، از جمله موارد استثنا بوده و از قاعده آفبا پیروی **نمی‌کند**.

www.biomaze.ir

AzmonVIP

قاعده آفبا و طیف‌سنجی

قاعده آفبا، آرایش الکترونی اتم اغلب عنصرها را پیش‌بینی می‌کند؛ اما برای اتم برخی عنصرهای جدول دوره‌ای مثل کروم و مس، نارسایی دارد. امروزه به کمک روش‌های طیف سنجی پیشرفته، آرایش الکترونی چنین اتم‌هایی را با دقت تعیین می‌کنند. آرایش الکترونی کروم و مس به‌صورت زیر است:

$_{۲۴}Cr : [_{۱۸}Ar]\ ۳d^{۵}\ ۴s^{۱}$ $\qquad$ $_{۲۹}Cu : [_{۱۸}Ar]\ ۳d^{۱۰}\ ۴s^{۱}$

همان‌طور که مشخص است، در آرایش الکترونی این اتم‌ها یک الکترون از زیرلایه $۴s$ به زیرلایهٔ $۳d$ منتقل شده است؛ پس این اتم‌ها از قاعده آفبا پیروی نمی‌کنند.

کاربردهای مختلف انواع طیف‌سنجی به‌صورت زیر است:

- طیف‌سنجی
  - انواع
    - طیف‌سنج جرمی
      - محاسبهٔ دقیق جرم اتم‌ها و ذرات گوناگون
    - طیف‌سنجی طیف نشری-خطی
      - به‌دست آوردن آرایش الکترونی دقیق عناصر
    - طیف‌سنجی فروسرخ
      - شناسایی انواع آلاینده‌های موجود در هواکره
      - شناسایی برخی از مولکول‌ها در فضای بین ستاره‌ای

گروه آموزشی ماز

۸۴- در کدام گزینه شمار الکترون‌های ظرفیتی دو عنصر با هم برابر نیست؟

۱) $_{۳۳}E, _{۲۳}G$ $\qquad$ ۲) $_{۲۱}M, _{۱۴}J$ $\qquad$ ۳) $_{۳۲}D, _{۲۲}A$ $\qquad$ ۴) $_{۲۰}Z, _{۴}X$

پاسخ: گزینهٔ ۲ $\qquad$ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

آرایش الکترونی اتم عنصرهای داده شده به‌صورت زیر است:

$_{۱۴}J: ۱s^{۲}۲s^{۲}۲p^{۶}۳s^{۲}۳p^{۲}$
$_{۲۱}M: ۱s^{۲}۲s^{۲}۲p^{۶}۳s^{۲}۳p^{۶}۳d^{۱}۴s^{۲}$
$_{۲۳}G: ۱s^{۲}۲s^{۲}۲p^{۶}۳s^{۲}۳p^{۶}۳d^{۳}۴s^{۲}$
$_{۳۳}E: ۱s^{۲}۲s^{۲}۲p^{۶}۳s^{۲}۳p^{۶}۳d^{۱۰}۴s^{۲}۴p^{۳}$

$_{۴}X: ۱s^{۲}۲s^{۲}$
$_{۲۰}Z: ۱s^{۲}۲s^{۲}۲p^{۶}۳s^{۲}۳p^{۶}۴s^{۲}$
$_{۲۲}A: ۱s^{۲}۲s^{۲}۲p^{۶}۳s^{۲}۳p^{۶}۳d^{۲}۴s^{۲}$
$_{۳۲}D: ۱s^{۲}۲s^{۲}۲p^{۶}۳s^{۲}۳p^{۶}۳d^{۱۰}۴s^{۲}۴p^{۲}$

بررسی گزینه‌ها:

۱) عنصر $_{۲۳}G$ معادل با وانادیم از گروه ۵ و عنصر $_{۳۳}E$ نیز معادل با آرسنیک از گروه ۱۵ است. این دو عنصر دارای ۵ الکترون در لایه ظرفیت خود هستند.

۲) عنصر $_{۱۴}J$ معادل با سیلیسیم از گروه ۱۴ و عنصر $_{۲۱}M$ نیز معادل با اسکاندیم از گروه ۳ است. سیلیسیم در لایه ظرفیت خود دارای ۴ الکترون و اسکاندیم در لایه ظرفیت خود دارای ۳ الکترون است.

۳) عنصر $_{۲۲}A$ معادل با تیتانیم از گروه ۴ و عنصر $_{۳۲}D$ نیز معادل با ژرمانیم از گروه ۱۴ است. این دو عنصر دارای ۴ الکترون در لایه ظرفیت خود هستند.

۴) عنصر $_{۴}X$ معادل با بریلیم از گروه ۲ و عنصر $_{۲۰}Z$ نیز معادل با کلسیم از گروه ۲ است. این دو عنصر دارای ۲ الکترون در لایه ظرفیت خود هستند.

الکترون‌های ظرفیتی

الکترون‌های ظرفیتی، در بیرونی‌ترین قسمت هر اتم قرار گرفته و در ایجاد بسیاری از خواص آن اتم، نقش دارند. الکترون‌های ظرفیتی موجود در عناصر مختلف، به‌صورت زیر هستند:

- الکترون‌های ظرفیتی
  - دسته s
    - الکترون‌های موجود در آخرین زیرلایه s
  - دسته d
    - الکترون‌های موجود در آخرین زیرلایه s به اضافهٔ الکترون‌های موجود در آخرین زیرلایه d
  - دسته p
    - الکترون‌های موجود در آخرین زیرلایه‌های s و p

گروه آموزشی ماز

۸۵- کدام مورد از عبارت‌های داده شده درست است؟

۱) با تأمین ۵۰٪ انرژی مورد نیاز برای انتقال الکترون از لایه اول به دوم در اتم $_{۱}H$، الکترون بین این دو لایه قرار می‌گیرد.
۲) تعداد عنصرهایی که زیرلایه‌های d در اتم آن‌ها خالی از الکترون است، با تعداد نوترون در ایزوتوپ سبک‌تر کلر برابر است.
۳) در اتم یک عنصر از جدول دوره‌ای، اگر زیرلایه $۶p$ در حال پر شدن از الکترون باشد، زیرلایه $۴f$ به‌یقین پر از الکترون است.
۴) با تعیین دقیق انرژی خطوط مرئی طیف نشری-خطی $_{۱}H$، نمی‌توان به تصویر دقیقی از انرژی لایه‌های الکترونی دست یافت.

www.biomaze.ir

AzmonVIP

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی / حفظی ـ ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

در دوره ۶ جدول دوره‌ای، ترتیب پر شدن زیرلایه‌ها به‌صورت $6s \rightarrow 4f \rightarrow 5d \rightarrow 6p$ است. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، زیرلایه $6p$ **پس** از زیرلایه $4f$ الکترون می‌گیرد و آخرین زیرلایه‌ای است که در این دوره از الکترون پر می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) نکته مهم در مدل کوانتومی یا همان مدل لایه‌ای اتم، کوانتومی بودن دادوستد انرژی هنگام انتقال الکترون از یک لایه به لایه دیگر است. الکترون‌ها با جذب انرژی از لایه‌ای به لایه بالاتر انتقال می‌یابند. این انرژی باید مقداری **معین و کافی** باشد. الکترون‌ها میان دو لایه، انرژی معین و تعریف شده‌ای **ندارند** و نمی‌توانند در چنین موقعیتی از نظر سطح انرژی قرار بگیرند. اطلاعات مربوط به هر دو مدل بور و مدل کوانتومی اتم‌ها، در جدول زیر خلاصه شده‌اند:

مدل بور	مدل لایه‌ای
بررسی تعداد و جایگاه نوارها در طیف نشری-خطی هیدروژن	به دنبال توجیه علت ایجاد طیف نشری خطی و چگونگی نشر نور همه اتم‌ها
توجیه طیف نشری خطی هیدروژن	اتم را همانند کره‌ای در نظر می‌گیرد که هسته در مرکز قرار گرفته است
عدم توجیه طیف نشری خطی سایر اتم‌ها	لایه‌ها را به سمت بیرون شماره‌گذاری می‌کنند(عدد کوانتومی اصلی)

۲) زیرلایه d از دوره چهارم و از عدد اتمی ۲۱ شروع به گرفتن الکترون می‌کند، در نتیجه در عناصر با عدد اتمی ۱ تا ۲۰(۲۰ عنصر اول موجود در جدول دوره‌ای امروزی) زیرلایه d خالی از الکترون است. یک نمونه عنصر کلر در طبیعت دارای دو ایزوتوپ $^{35}_{17}Cl$ و $^{37}_{17}Cl$ است. ایزوتوپ سبک‌تر در طبیعت فراوان‌تر است و ۱۸ نوترون دارد. جدول زیر ایزوتوپ‌های طبیعی عناصر مختلف را به همراه ترتیب فراوانی آن‌ها در طبیعت نمایش می‌دهد:

عنصر	تعداد ایزوتوپ‌های طبیعی	ترتیب فراوانی در طبیعت
هیدروژن	۳	$^{1}_{1}H > ^{2}_{1}H > ^{3}_{1}H$
منیزیم	۳	$^{24}_{12}Mg > ^{26}_{12}Mg > ^{25}_{12}Mg$
لیتیم	۲	$^{7}_{3}Li > ^{6}_{3}Li$
کلر	۲	$^{35}_{17}Cl > ^{37}_{17}Cl$
اورانیوم	۲	$^{238}_{92}U > ^{235}_{92}U$

۴) با تعیین دقیق طول موج چهار نوار رنگی ناحیهٔ مرئی طیف نشری خطی اتم هیدروژن، **می‌توان** به تصویر دقیقی از انرژی لایه‌های الکترونی و در واقع آرایش الکترونی اتم دست یافت.

گروه آموزشی ماز

۸۶- با در نظر گرفتن اطلاعات موجود در جدول زیر، جرم یک مولکول A_2B_2 تقریباً برابر چند گرم است؟ (عدد جرمی هر عنصر را برابر با جرم اتمی میانگین آن در نظر بگیرید.)

ایزوتوپ	^{6}A	^{8}A	^{35}B	^{37}B
درصد فراوانی	۶۸	۳۲	۷۵	۲۵

۱) $1/4 \times 10^{-22}$ ۲) ۴۲/۱۴ ۳) 7×10^{-23} ۴) ۸۴/۲۸

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مسأله ـ ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

برای محاسبه جرم یک مولکول بر حسب مقیاس amu، باید جرم اتمی میانگین اتم‌های سازنده آن مولکول را با هم جمع کنیم. ابتدا جرم اتمی میانگین A و B را محاسبه می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

$$\text{جرم اتمی میانگین } A = \frac{(8\times32)+(6\times68)}{100} = 6/64amu$$

$$\text{جرم اتمی میانگین } B = \frac{(35\times75)+(37\times25)}{100} = 35/5amu$$

جرم اتمی

دانشمندان برای اینکه بتوانند خواص فیزیکی و شیمیایی هر ماده را در محیطی مانند بدن انسان، محیط زیست و یا محیط آزمایش بررسی و اثر آن را گزارش کنند، باید بدانند که چه جرمی از اتم‌ها یا مولکول‌های آن ماده وارد محیط شده است. به همین خاطر، آنها همواره در پی یافتن سنجه‌ای مناسب و در دسترس برای اندازه‌گیری جرم اتم‌ها بوده‌اند. چون اتم‌ها بسیار ریز هستند، نمی‌توان آنها مستقیماً مشاهده کرد و جرم آنها را اندازه گرفت. به همین دلیل، دانشمندان مقیاس جرم نسبی را برای

www.biomaze.ir
AzmonVIP

تعیین جرم اتم‌ها به کار می‌برند. مطابق این مقیاس، جرم هر اتم را با وزنه‌ای می‌سنجند که جرم آن معادل با $\frac{۱}{۱۲}$ برابر جرم اتم‌های $^{۱۲}_{۶}C$(ایزوتوپ کربن-۱۲) است. به این وزنه، یکای جرم اتمی گفته شده و با نمادهای amu و یا u مشخص می‌شود. برای محاسبه جرم هر واحد از این مقیاس، داریم:

$$? \ g \ \text{جرم} = ۱ \ amu \ \text{جرم} \times \frac{۱ \ atom \ C}{۱۲ \ amu \ \text{جرم}} \times \frac{۱ \ mol \ C}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \ atom \ C} \times \frac{۱۲ \ g \ C}{۱ \ mol \ C} = ۱/۶۶ \times ۱۰^{-۲۴} \ g$$

جرم مولکولی میانگین $A_۲B_۲$ برابر با جمع جرم اجزای آن است. یعنی داریم:

$$۲ \times ۶/۶۴ + ۲ \times ۳۵/۵ = ۸۴/۲۸ amu$$

دقت کنید جرم یک مولکول $A_۲B_۲$ بر حسب گرم از ما خواسته شده است. ما می‌توانیم از رابطه هم‌ارزی $۱ \ amu = ۱/۶۶ \times ۱۰^{-۲۴} g$ استفاده کنیم. بر این اساس، داریم:

$$? \ g \ A_۲B_۲ = ۱ \ molecule \ A_۲B_۲ \times \frac{۸۴/۲۸ \ amu \ A_۲B_۲}{۱ \ molecule \ A_۲B_۲} \times \frac{۱/۶۶ \times ۱۰^{-۲۴} g}{۱ \ amu} \simeq ۱/۴ \times ۱۰^{-۲۲} g$$

البته می‌توان از این نکته استفاده کرد که جرم مولی یک ماده از لحاظ مقداری حدوداً برابر با جرم اتمی آن است. بر اساس این روش، داریم:

$$? \ g \ A_۲B_۲ = ۸۴/۲۸ \ \frac{g}{mol} \times \frac{۱ \ mol \ A_۲B_۲}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} molecule \ A_۲B_۲} \simeq ۱/۴ \times ۱۰^{-۲۲} g$$

گروه آموزشی ماز

۸۷- کدام موارد زیر درست است؟

آ: با توجه به نزدیکی نقطه جوش آرگون و اکسیژن، تهیه آرگون با خلوص بالا، از روش تقطیر جزءبه‌جزء هوا ممکن نیست.

ب: در فرایند تقطیر جزءبه‌جزء یک نمونه هوا، تغییر دما تنها روش استفاده شده برای جدا کردن اجزای مختلف هوا است.

پ: با گرم کردن یک نمونه هوا با دمای $-۲۰۰°C$، سومین گازی که از مخلوط جدا می‌شود، تمایل زیادی به انجام واکنش دارد.

ت: با کاهش دمای نمونه‌ای از هوا، رطوبت هوا و گاز کربن دی‌اکسید، در دو دمای متفاوت به حالت جامد جدا می‌شوند.

۱) آ و ب ۲) ب و پ ۳) آ و ت ۴) پ و ت

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی / حفظی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

موارد (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: آرگون گازی **بی رنگ، بی‌بو و غیرسمی** است. واژهٔ آرگون به معنای تنبل است؛ زیرا این گاز واکنش‌پذیری **ناچیزی** دارد. این گاز در پتروشیمی شیراز از تقطیر جزءبه‌جزءِ هوای مایع با **خلوص بسیار زیاد** تهیه می‌شود. دقت کنید تهیهٔ اکسیژن صددرصد خالص در فرایند تقطیر جزءبه‌جزء هوای مایع دشوار است.

تقطیر جزءبه‌جزء هوا

در فرایند تقطیر جزءبه‌جزء هوا، نخست هوا را از صافی‌هایی عبور می‌دهند تا گرد و غبار آن گرفته شود؛ سپس با استفاده از کاهش فشار، دمای هوا را پیوسته کاهش می‌دهند. با کاهش دمای هوا تا صفر درجهٔ سانتی‌گراد، رطوبت هوا به‌عنوان اولین جز، به‌صورت یخ درآمده و از آن جدا می‌شود. در دمای $-۷۸°C$ نیز گاز کربن دی‌اکسید هوا به حالت جامد درمی‌آید و در قالب یخ خشک، از هوا خارج می‌شود. با سرد کردن بیشتر تا دمای $-۲۰۰°C$، سایر گازها، به‌جز هلیم نیز میعان شده و مخلوط سردی از چند مایع به وجود می‌آید.

ب: در این فرایند، نخست هوا را از صافی‌هایی عبور می‌دهند تا گرد و غبار آن گرفته شود. سپس با استفاده از تغییر فشار، دمای هوا را پیوسته کاهش می‌دهند. **دقت کنید گرد و غبار هوا از طریق صافی و نه تغییر دما جدا می‌شود.**

پ: با گرم کردن هوای مایع، سومین گازی که از آن جدا می‌شود گاز اکسیژن است. اکسیژن یکی از مهم‌ترین گازهای تشکیل‌دهنده هواکره است که زندگی روی زمین به وجود آن گره خورده است؛ به‌طوری که بسیاری از واکنش‌های شیمیایی مانند فرسایش سنگ و صخره، زنگ زدن، فساد مواد غذایی و ... که پیوسته پیرامون ما رخ می‌دهند به دلیل تمایل **زیاد** اکسیژن برای انجام واکنش است. جدول زیر، برخی از ویژگی‌های مواد سازنده هوا را نشان می‌دهد:

نوع ماده	دمای جوش	نکته
نیتروژن	-۱۹۶	با افزایش تدریجی دمای هوای مایع، اولین ماده‌ای است که از حالت مایع به حالت گاز درمی‌آید و از مخلوط خارج می‌شود.
آرگون	-۱۸۶	یک گاز نجیب است که به کمک تقطیر جزءبه‌جزء هوا، در پتروشیمی شیراز با خلوص بالا تهیه می‌شود. از آن برای ایجاد محیط بی‌اثر طی جوشکاری نیز استفاده می‌شود.
اکسیژن	-۱۸۳	تهیه اکسیژن با خلوص ۱۰۰ درصد، به کمک تقطیر هوا فرایندی سخت است چراکه دمای جوش اکسیژن و آرگون نزدیک به هم است.
هلیم	-۲۶۹	در مخلوط هوای مایع با دمای ۲۰۰- درجه سانتی‌گراد، هلیم وجود ندارد چراکه دمای جوش آن کمتر از ۲۰۰- درجهٔ سانتی گراد است و در این دما به حالت گاز باقی می‌ماند.

ت: با کاهش دمای هوا تا $۰°C$، رطوبت هوا به‌صورت یخ از آن جدا می‌شود. در ادامه کاهش دما، در دمای $-۷۸°C$ گاز کربن دی‌اکسید هوا نیز به حالت جامد درمی‌آید.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
AzmonVIP

۸۸- فلزات گروه اول مطابق معادله موازنه نشده زیر با آب واکنش می‌دهند. در شرایط معین از واکنش ۱۷/۲۵ گرم فلز سدیم با مقدار کافی آب، ۱۲ لیتر گاز هیدروژن تولید شده است. تحت همان شرایط ۱/۵۶ گرم از یک فلز دیگر از همان گروه، ۶۴۰ میلی لیتر گاز هیدروژن تولید کرده است. جرم مولی این فلز بر حسب گرم بر مول کدام است؟($Na = ۲۳ : g.mol^{-۱}$)

$$M(s) + H_۲O(l) \rightarrow MOH(aq) + H_۲(g)$$

۱) ۳۹ ۲) ۷ ۳) ۸۵/۵ ۴) ۱۳۳

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ مسأله ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$۲M(s) + ۲H_۲O(l) \rightarrow ۲MOH(aq) + ۱H_۲(g)$$

سپس حجم مولی گازها(حجمی که یک مول ماده گازی در شرایط مورد نظر اشغال می‌کند) را در شرایط واکنش محاسبه می‌کنیم. برای این کار لازم است مول گاز هیدروژن تولیدی را از واکنش سدیم با آب محاسبه کنیم:

$$?\,mol\ H_۲ = ۱۷/۲۵\ g\ \ Na \times \frac{۱\ mol\ Na}{۲۳\ g\ Na} \times \frac{۱\ mol\ H_۲}{۲\ mol\ Na} = ۰/۳۷۵\ mol$$

حجم مولی گازها در این شرایط برابر است با:

$$\text{حجم مولی} = \frac{\text{حجم گاز}}{\text{مول گاز}} = \frac{۱۲\ L}{۰/۳۷۵\ mol} = ۳۲\ L.mol^{-۱}$$

حال با داشتن حجم مولی گازها، می‌توانیم مول فلز تولید شده را حساب کنیم:

$$?\,mol\ \text{فلز} = ۶۴۰\ mL\ H_۲ \times \frac{۱\ L\ H_۲}{۱۰۰۰ mL\ H_۲} \times \frac{۱\ mol\ H_۲}{۳۲\ L\ H_۲} \times \frac{۲\ mol\ \text{فلز}}{۱\ mol\ H_۲} = ۰/۰۴\ mol$$

در قدم آخر، جرم مولی فلز را حساب می‌کنیم:

$$\text{جرم مولی} = \frac{\text{جرم}}{\text{مول}} = \frac{۱/۵۶\ g}{۰/۰۴\ mol} = ۳۹\ g.mol^{-۱}$$

گروه آموزشی ماز

۸۹- درباره دو واکنش داده‌شده، کدام مورد درست است؟ (معادله واکنش‌ها، موازنه نشده و هر دو واکنش، به آرامی انجام می‌شوند و گرما تولید می‌کنند.)

$$I)\ C_۶H_۳N_۳O_۷(s) + O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) + H_۲O(l) + N_۲(g)$$
$$II)\ C_۷H_{۱۵}OH(g) + O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) + H_۲O(l)$$

۱) هر دو واکنش از نوع سوختن بوده و مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در دو واکنش برابر است.
۲) هر دو واکنش از نوع اکسایش بوده و با مصرف مول برابر گاز اکسیژن در آن‌ها، آب بیشتری در واکنش II تولید می‌شود.
۳) هر دو واکنش از نوع سوختن بوده و با مصرف ۸ مول واکنش‌دهنده کربن‌دار در واکنش I، ۷۲ مول فراورده تولید می‌شود.
۴) هر دو واکنش از نوع اکسایش است و تفاوت مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها در واکنش II برابر با ۶ است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مسأله / مفهومی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

طی این دو واکنش شیمیایی، دو ترکیب آلی مختلف با گاز اکسیژن به آرامی وارد واکنش شده و فراورده‌های متنوعی را تولید کرده‌اند. ابتدا معادله واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:

$$I)\ ۴C_۶H_۳N_۳O_۷(s) + ۱۳O_۲(g) \rightarrow ۲۴CO_۲(g) + ۶H_۲O(l) + ۶N_۲(g)$$
$$II)\ ۲C_۷H_{۱۵}OH(g) + ۲۱O_۲(g) \rightarrow ۱۴CO_۲(g) + ۱۶H_۲O(l)$$

دقت کنید که سوختن، واکنشی شیمیایی است که در آن یک **ماده با اکسیژن به سرعت واکنش می‌دهد** و بخشی از انرژی شیمیایی آن به‌صورت گرما و نور آزاد می‌شود. این در حالی است که به **واکنش آرام مواد با اکسیژن که با تولید انرژی همراه است**، واکنش اکسایش می‌گویند. در صورت سؤال ذکر شده که واکنش‌ها به آرامی انجام می‌شوند، پس هر دو از نوع اکسایش هستند. توجه داریم که به ازای مصرف مول‌های برابر از گاز اکسیژن(مثلاً یک مول گاز اکسیژن)، در واکنش اول $\frac{۶}{۱۳}$ مول آب و در واکنش دوم $\frac{۱۶}{۲۱}$ مول آب با توجه به ضرایب تولید می‌شود که عدد $\frac{۱۶}{۲۱}$ بزرگ‌تر است، پس می‌توان گفت آب تولید شده در واکنش دوم بیشتر است.

www.biomaze.ir
AzmonVIP

بررسی سایر گزینه‌ها:

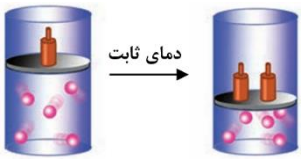
۱) این واکنش‌ها از نوع اکسایش هستند و مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در واکنش اول، برابر ۱۷ و مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در واکنش دوم نیز برابر با ۲۳ است که این دو عدد برابر نیستند.

۳) این واکنش‌ها از نوع اکسایش هستند و در واکنش اول، طبق ضرایب به ازای مصرف ۴ مول واکنش‌دهنده کربن‌دار، مجموعاً ۳۶ مول فرآورده (جمع ضرایب فراورده‌ها) تولید می‌شود، پس به ازای ۸ مول واکنش‌دهنده کربن‌دار، مجموعاً ۷۲ مول فرآورده تولید می‌شود.

۴) تفاوت مجموع ضریب واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها در واکنش دوم برابر با ۷ است.

گروه آموزشی ماز

۹۰- با توجه به ویژگی گازها چه تعداد از موارد زیر درست است؟



$(O = ۱۶$ و $N = ۱۴$ و $C = ۱۲ : g.mol^{-۱})$

آ: مقداری گاز در ارتفاع ۲۰ متری هواکره توصیف درستی از یک نمونه گاز است.

ب: شکل مقابل نشان‌دهنده ویژگی متمایزکننده گازها از سایر حالات فیزیکی است.

پ: پخش شدن بوی گاز کربن مونوکسید در اتاق، نشان می‌دهد مولکول‌های گاز در محیط منتشر می‌شود.

ت: در شرایط یکسان، چگالی و شمار اتم‌های موجود در یک گرم از گازهای $N_۲$ و CO با هم برابر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: **برای توصیف یک نمونه گاز افزون بر مقدار، باید دما و فشار آن نیز مشخص باشد.** برای مثال، ۲ مول گاز اکسیژن در دما و فشار اتاق، مثالی از یک نمونه گاز است. دقت کنید که در نمونه گفته شده، مقدار گاز و دما و فشار گاز به‌طور دقیق و درست ذکر نشده است.

ب: گازها **برخلاف** مایع‌ها و جامدها تراکم‌پذیر هستند، به‌طوری که اگر به یک نمونه گاز درون سرنگ یا سیلندری با پیستون روان فشار وارد کنیم، گاز فشرده‌تر و حجم آن کمتر می‌شود. شکل نشان‌دهنده فرایند توصیف شده در رابطه با متراکم‌تر کردن نمونه گازی است.

پ: پخش شدن بوی نان تازه، گلاب و دود اسپند در فضای خانه، نشان می‌دهد که مولکول‌های یک مادهٔ گازی در هوا منتشر شده و به یاخته‌های بویایی ما رسیده است. بوی گل رز و محمدی ناشی از انتشار مولکول‌های گازی از آن است. **دقت کنید گاز کربن مونوکسید گازی بی‌بو است.**

گاز کربن مونوکسید

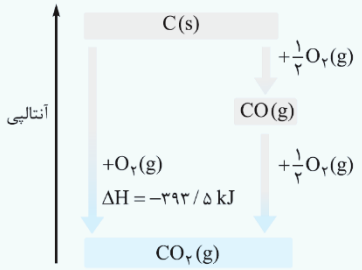
در رابطه با گاز کربن مونوکسید، به مطالب زیر توجه کنید:

- ساختار لوویس آن به‌صورت زیر است:

$$:C \equiv O:$$

در ساختار این مولکول، ۳ جفت الکترون پیوندی و ۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

- گاز CO یا کربن مونواکسید از سوختن ناقص سوخت‌ها تولید می‌شود. این گاز بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمّی است.
- کربن مونواکسید از مخلوط کربن و اکسیژن پایدارتر و از کربن‌دی‌اکسید ناپایدارتر است؛ به‌طوری که کربن‌مونواکسید تولید شده در سوختن ناقص، در حضور اکسیژن و در شرایط مناسب دوباره می‌سوزد و به کربن دی‌اکسید تبدیل می‌شود: $۲CO + O_۲ \rightarrow ۲\,CO_۲$
- نمودار انرژی واکنش سوختن یک نمونه از کربن و مراحل انجام شدن آن به‌صورت زیر است:



- میل ترکیبی هموگلوبین خون با این گاز بسیار زیاد و بیش از ۲۰۰ برابر اکسیژن است. مولکول‌های این گاز پس از اتصال به هموگلوبین از رسیدن اکسیژن به بافت‌های بدن جلوگیری می‌کنند. این ویژگی باعث مسمومیت می‌شود و سامانه عصبی را فلج می‌کند؛ به‌طوری‌که قدرت هرگونه اقدامی را از فرد مسموم می‌گیرد و بدین ترتیب باعث مرگ می‌شود. آزمون وی ای پی
- چگالی این گاز کمتر از هوا و قابلیت انتشار آن در محیط بسیار زیاد است؛ به‌طوری‌که به سرعت در همه فضای اتاق پخش می‌شود.

www.biomaze.ir
AzmonVIP

ت: **در شرایط یکسان که حجم مولی گازها با هم برابر است**، چگالی گازها با جرم مولی آن‌ها نسبت مستقیم دارد. چون هر دو گاز CO و N_2 جرم مولی برابری دارند، پس چگالی آن‌ها در شرایط یکسان برابر است. با توجه به این که جرم مولی این دو گاز برابر است، یک گرم از این گازها مول برابری دارند و چون هر دو، دو اتمی هستند، شمار اتم‌ها در یک گرم از این گازها با هم برابر است.

گروه آموزشی ماز

۹۱- در کدام ردیف‌های جدول زیر، داده‌های مربوط به ترکیب درست است؟ (منظور از $p.e$، جفت الکترون‌های پیوندی و $n.e$، جفت الکترون‌های ناپیوندی روی اتم‌ها بوده و در رابطه با ترکیب‌های یونی، ساختار آنیون مدنظر است.)

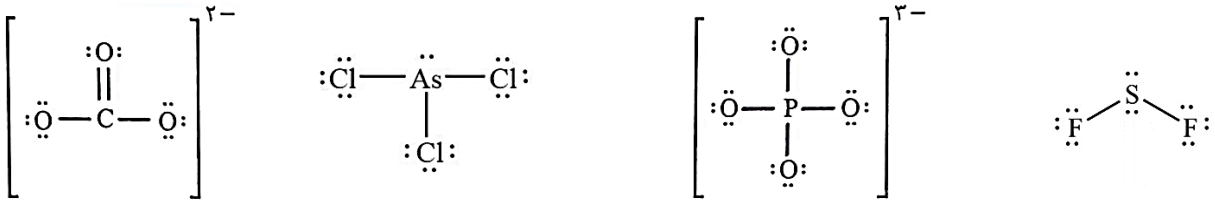
ردیف	نام ترکیب	فرمول شیمیایی	شمار $p.e$	$\frac{p.e}{n.e}$
۱	گوگرد دی‌فلوئورید	SF_2	۲	$\frac{1}{4}$
۲	نیکل (II) فسفات	$Ni_3(PO_4)_2$	۴	$\frac{1}{4}$
۳	آرسنیک تری‌کلرید	$AsCl_3$	۳	$\frac{1}{3}$
۴	مس (I) کربنات	Cu_2CO_3	۴	$\frac{1}{2}$

۱) ۱ ، ۳ ۲) ۲ ، ۴ ۳) ۲ ، ۳ ۴) ۱ ، ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

ساختار لوویس مولکول‌ها و آنیون‌های ترکیب‌های یونی داده شده به شکل زیر است:



بررسی ردیف‌های جدول:

ردیف ۱: نام SF_2، به‌صورت گوگرد دی‌فلوئورید است و در ساختار لوویس این ترکیب، ۲ جفت الکترون پیوندی و ۸ جفت الکترون ناپیوندی مشاهده می‌شود. در این ماده، مقدار نسبت خواسته شده برابر $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ است.

ردیف ۲: نام $Ni_3(PO_4)_2$، به‌صورت نیکل (II) فسفات است و در ساختار لوویس آنیون این ترکیب یونی (آنیون فسفات)، ۴ جفت الکترون پیوندی و ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی مشاهده می‌شود. در این ترکیب، مقدار نسبت خواسته شده برابر $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ است.

ردیف ۳: نام $AsCl_3$ آرسنیک تری‌کلرید است و در ساختار لوویس این ماده، ۳ جفت الکترون پیوندی و ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی مشاهده می‌شود. مقدار نسبت خواسته شده برابر $\frac{3}{10}$ است.

ردیف ۴: نام Cu_2CO_3، به‌صورت مس (I) کربنات است و در ساختار لوویس آنیون این ترکیب یونی (آنیون کربنات)، ۴ جفت الکترون پیوندی و ۸ جفت الکترون ناپیوندی مشاهده می‌شود. نسبت خواسته شده برابر $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ است.

گروه آموزشی ماز

۹۲- کدام موارد زیر درست است؟

آ: بین آب‌کره و هواکره، پیوسته مواد گوناگونی مبادله می‌شود و در این دو بخش، ترکیب‌های یونی یافت نمی‌شود.

ب: جداسازی حل‌شونده از محلول به شکل بلورهای جامد، روش مهمی برای استخراج سدیم کلرید از آب دریا است.

پ: تعیین غلظت گونه‌های موجود در خون و دیگر محلول‌های بدن، از ضروری‌ترین کارها برای رسیدگی به بیمار است.

ت: برای بیان غلظت محلول‌های رقیق مانند غلظت Na^+ در آب دریا و مواد آلی در گلاب دوآتشه، از ppm استفاده می‌شود.

۱) آ و ب ۲) آ و ت ۳) ب و پ ۴) پ و ت

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ حفظی و مفهومی ـ ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

www.biomaze.ir
AzmonVIP

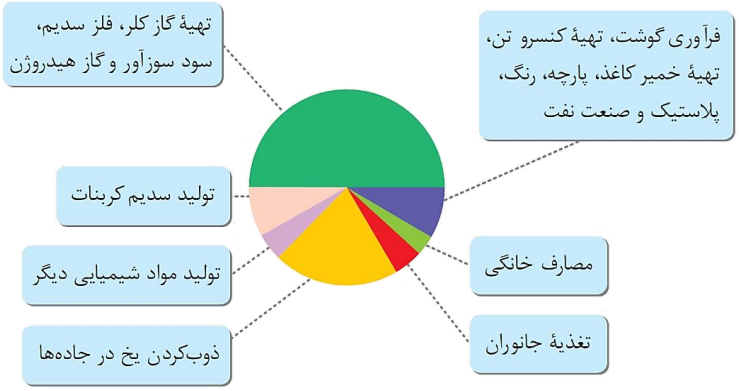
بررسی موارد:

آ: کره زمین را می‌توان سامانه‌ای بزرگ در نظر گرفت که شامل **چهار** بخش هواکره، آب‌کره، سنگ‌کره و زیست‌کره است. درون این سامانه و بین این چهار بخش، پیوسته مواد گوناگونی مبادله می‌شود. نمودار زیر، نمایی از این چهار بخش مختلف را نشان می‌دهد:

۴ بخش اصلی زمین
- زیست‌کره: شامل جانداران روی کرهٔ زمین است که در واکنش‌های آن‌ها، درشت مولکول‌ها، نقش اساسی ایفا می‌کنند.
- هواکره: از مولکول‌های کوچک شامل نیتروژن، اکسیژن و ... تشکیل شده است.
- سنگ‌کره: از مواد جامد مانند ماسه، نمک‌ها و ... تشکیل شده است.
- آب‌کره: از مولکول‌های کوچک آب، یون‌ها و ... تشکیل شده است.

هواکره از مولکول‌های کوچک شامل نیتروژن، اکسیژن و ... تشکیل شده است و آب کره از مولکول‌های کوچک آب، یون‌ها و ... تشکیل شده است. دقت کنید **در آب کره یون‌ها و ترکیب‌های یونی یافت می‌شوند.**

ب: مواد شیمیایی موجود در آب دریا را می‌توان به روش‌های فیزیکی یا شیمیایی از آن جدا کرد. برای نمونه سالانه میلیون‌ها تن سدیم کلرید با روش **تبلور** از آب دریا جداسازی و استخراج می‌شود. جداسازی حل‌شونده از محلول به شکل بلورهای جامد را تبلور می‌نامند. شکل زیر کاربرد نمک خوراکی و سهم هر یک از این کاربردها را نمایش می‌دهد:



همان‌طور که از نمودار مشخص است، کمترین مقدار سهم نمک خوراکی مربوط به مصارف خانگی است.

پ: هنگام بیماری، توازن غلظت برخی گونه‌ها در خون به هم می‌خورد، از این رو انجام آزمایش‌های پزشکی و تعیین غلظت گونه‌های موجود در خون و دیگر محلول‌های بدن، از ضروری‌ترین کارها در مراکز درمانی برای رسیدگی به یک بیمار است.

ت: برای بیان ساده‌تر غلظت محلول‌های **بسیار رقیق** مانند غلظت کاتیون‌ها و آنیون‌ها در آب معدنی، آب آشامیدنی، آب دریا، بدن جانداران، بافت‌های گیاهی و مقدار آلاینده‌های هوا، از کمیتی به نام قسمت در میلیون(ppm) استفاده می‌شود. دقت کنید که برخی محلول‌ها مانند گلاب دو آتشه، **غلیظ** هستند و این نوع غلظت برای توصیف ویژگی‌های آن‌ها کاربرد ندارد.

گروه آموزشی ماز

۹۳- غلظت یون سدیم در محلولی از سدیم سولفات، برابر $۲۷۶۰\ ppm$ است. اگر به ۲۰۰ گرم از این محلول، ۱۹۶ میلی‌گرم کروم(III) سولفات اضافه شود، غلظت یون سولفات در محلول جدید برابر چند ppm می‌شود؟ (از تغییر جرم محلول صرف نظر شود.)

$(Cr = ۵۲$ و $S = ۳۲$ و $Na = ۲۳$ و $O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

۱) ۵۷۶۰ ۲) ۶۴۸۰ ۳) ۶۰۰۰ ۴) ۶۲۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مسأله ـ ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

ابتدا جرم سدیم را در محلول اولیه محاسبه می‌کنیم:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰^۶ \Rightarrow \text{جرم سدیم} = \frac{۲۷۶۰ \times ۲۰۰}{۱۰^۶} = ۰/۵۵۲\ g$$

در قدم بعد، به جرم یون سولفات موجود در محلول اولیه می‌رسیم:

$$?\ g\ SO_۴^{۲-} = ۰/۵۵۲\ g\ Na^+ \times \frac{۱\ mol\ Na^+}{۲۳\ g\ Na^+} \times \frac{۱\ mol\ Na_۲SO_۴}{۲\ mol\ Na^+} \times \frac{۱\ mol\ SO_۴^{۲-}}{۱\ mol\ Na_۲SO_۴} \times \frac{۹۶\ g\ SO_۴^{۲-}}{۱\ mol\ SO_۴^{۲-}} = ۱/۱۵۲\ g$$

www.biomaze.ir
AzmonVIP

حال جرم یون سولفات اضافه شده از محلول کروم(III) سولفات را محاسبه می‌کنیم. جرم نهایی یون سولفات موجود در محلول مورد نظر، برابر با مجموع جرم یون سولفات اولیه و جرم یون سولفات اضافه شده از کروم(III) سولفات است. بر این اساس، داریم:

$$? g\ SO_4^{2-} \text{ اضافه شده} = 196\ mg\ Cr_2(SO_4)_3 \times \frac{1\ g\ Cr_2(SO_4)_3}{1000\ mg\ Cr_2(SO_4)_3} \times \frac{1\ mol\ Cr_2(SO_4)_3}{392\ g\ Cr_2(SO_4)_3} \times \frac{3\ mol\ SO_4^{2-}}{1\ mol\ Cr_2(SO_4)_3} \times \frac{96\ g\ SO_4^{2-}}{1\ mol\ SO_4^{2-}}$$

$$= 0/144\ g$$

$$\text{جرم یون سولفات نهایی} = 0/144 + 1/152 = 1/296\ g$$

با داشتن جرم حل شونده و جرم محلول، می‌توانیم غلظت نهایی یون سولفات را بر حسب ppm محاسبه کنیم:

$$ppm\ SO_4^{2-} = \frac{\text{جرم } SO_4^{2-}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{1/296\ g\ SO_4^{2-}}{200\ g \text{ محلول}} \times 10^6 = 6480\ ppm$$

گروه آموزشی ماز

۹۴- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

آ: از ویژگی‌های آب، می‌توان به توانایی حل کردن اغلب مواد، کاهش حجم هنگام انجماد و داشتن نقطه‌جوش بالا اشاره کرد.

ب: نیروی جاذبه یون-دوقطبی در محلول اتانول در آب، از میانگین نیروهای حلال و حل‌شونده خالص، بیشتر است.

پ: علت تفاوت ۱۶۰°C نقطه جوش آب و هیدروژن سولفید، ساختار خمیده و قطبی مولکول‌های سازنده آب است.

ت: آب تنها ماده‌ای در طبیعت است که بین ذرات خود در هر حالت فیزیکی جامد، مایع و گاز، پیوند هیدروژنی دارد.

ث: در مقایسه گازهای CO_2 و NO، اکسید با گشتاور دوقطبی بیشتر، انحلال‌پذیری کم‌تری در آب دارد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

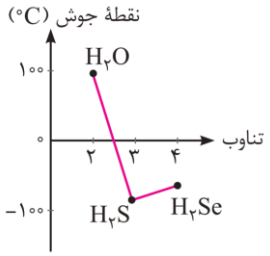
فقط مورد (ث) درست است.

بررسی موارد:

آ: آب ویژگی‌های گوناگون و شگفت‌انگیزی دارد. از جملهٔ آن‌ها توانایی حل کردن اغلب مواد، **افزایش** حجم هنگام انجماد و داشتن نقطهٔ جوش بالا و غیرعادی است. دقت کنید حجم آب هنگام انجماد افزایش می‌یابد.

ب: **نیروی یون-دوقطبی ویژه انحلال مواد یونی مثل سدیم کلرید و منیزیم سولفات در آب است.** اتانول نوعی ماده مولکولی است و در ساختار خود یون ندارد. انحلال اتانول در آب به واسطه پیوند هیدروژنی است.

پ: آب و هیدروژن سولفید، هر دو دارای مولکول‌های قطبی با ساختار خمیده هستند. علت تفاوت ۱۶۰°C نقطه جوش این دو ماده، **نوع نیروهای بین‌مولکولی در این دو ماده است.** نیروی بین مولکولی در آب از نوع پیوند هیدروژنی بوده و این ماده قطبیت بیشتری دارد. نمودار زیر، مقایسه دمای جوش ترکیب‌های هیدروژن‌دار حاصل از عناصر گروه ۱۶ را نشان می‌دهد:



عوامل مؤثر بر نیروی بین مولکولی (وان‌دروالسی)

عوامل مؤثر بر نیروی بین مولکولی(وان‌دروالسی)، به شرح زیر هستند:

۱) قطبیت مولکول: هر چه قطبیت بیشتر باشد ← نیروی بین مولکولی بیشتر است ← نقطه جوش آن ماده بیشتر است.

مثال: HCl قطبی و N_2 ناقطبی است. بنابراین نیروی بین مولکولی و نقطه‌جوش HCl بیشتر است.

۲) جرم و حجم مولکول: هر چه جرم و حجم بیشتر باشد ← نیروی بین مولکولی بیشتر است ← نقطه جوش آن ماده بیشتر است.

مثال: I_2 جرم و حجم بیشتری نسبت به Br_2 دارد، بنابراین نیروی بین مولکولی قوی‌تر و نقطه‌جوش بالاتری دارد.

نکته: هر چه نقطه جوش یک گاز بالاتر باشد(به صفر نزدیک‌تر باشد)، آن ماده راحت‌تر به مایع تبدیل می‌شود. به عبارتی هر چه نقطه جوش یک گاز بالاتر باشد، میعان کردن آن در دماهای بالاتری انجام می‌شود.

www.biomaze.ir
AzmonVIP

ت: آب **تنها** ماده‌ای است که به هر سه حالت جامد، مایع و گاز(بخار) **در طبیعت** یافت می‌شود. دقت کنید مولکول‌های آب در حالت بخار جدا از هم هستند، گویی پیوندهای هیدروژنی میان آنها وجود **ندارد**.

ث: در مقایسه گازهای CO_2 و NO، اکسید با گشتاور دوقطبی بیشتر، معادل با NO است. دقت کنید چون گاز CO_2 با آب واکنش شیمیایی می‌دهد و جرم و حجم آن بیشتر از NO است، نسبت به NO انحلال‌پذیری بیشتری در آب دارد.

عوامل مؤثر بر انحلال‌پذیری گازها

عوامل مؤثر بر انحلال‌پذیری گازها، به شرح زیر هستند:

۱) نوع گاز: عوامل زیر، بر انحلال‌پذیری گازهای مختلف در آب مؤثر هستند:

- ✓ گازهایی که مولکول‌های ناقطبی دارند، انحلال‌پذیری کمی در آب دارند. هرچقدر که یک مولکول ناقطبی بزرگ‌تر و سنگین‌تر باشد، جاذبهٔ قوی‌تری ایجاد می‌کند و در آب انحلال‌پذیرتر است. برای مثال، داریم: $N_2 < Cl_2$: انحلال‌پذیری
- ✓ اغلب اکسیدهای نافلزی گازی با آب واکنش می‌دهند؛ بنابراین، این مواد انحلال‌پذیری نسبتاً بالایی دارند.
- ✓ آمونیاک از جمله گازهایی است که با آب واکنش می‌دهد؛ پس انحلال‌پذیری نسبتاً بالایی دارد.
- ✓ گازهایی با مولکول‌های قطبی به‌طور معمول بهتر در آب حل می‌شوند. مقایسهٔ انحلال‌پذیری بعضی از این گازها به‌صورت زیر است:

$$N_2 < O_2 < NO < CO_2$$

جرم کمتر — جرم بیشتر — قطبی — واکنش با آب

- ✓ گازهایی که مولکول آن‌ها با آب پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند، انحلال‌پذیری نسبتاً زیادی دارند.

۲) دما: با افزایش دما، انحلال‌پذیری گازها در آب کمتر خواهد شد.

۳) فشار: با افزایش فشار، انحلال‌پذیری گاز بیشتر خواهد شد.

۴) مقدار دیگر حل‌شونده‌ها: با افزودن حل‌شونده‌های دیگر به آب، انحلال‌پذیری گازها در آب کاهش می‌یابد. برای مثال، انحلال‌پذیری گازها در آب دریا کمتر از انحلال‌پذیری آن‌ها در آب خالص است.

گروه آموزشی ماز

۹۵- انحلال‌پذیری یک نمک در دمای ۵°C، برابر ۱۲/۵ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. اگر ۲۵۰ گرم محلول از این نمک با غلظت ۲/۵ مولار در دمای ۲۵°C موجود باشد، با سرد کردن این محلول تا دمای ۵°C، چند گرم از این نمک رسوب می‌کند؟ (چگالی محلول برابر چگالی آب بوده و جرم مولی نمک برابر ۸۰ گرم است.)

۱) ۵۰ ۲) ۱۲/۵ ۳) ۳۰ ۴) ۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ مسأله ـ ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

در قدم اول، باید مقدار آب و مقدار نمک موجود در محلول اولیه که غلظت مولی آن برابر با ۲/۵ مول بر لیتر است را محاسبه کنیم. با توجه به چگالی آب($1\ g.mL^{-1}$)، حجم محلول اولیه برابر $250\ mL$ است. بر این اساس، داریم:

$$\text{غلظت مولی نمک} = \frac{\text{مول نمک}}{\text{حجم محلول}} \Rightarrow 2/5 = \frac{\text{مول نمک}}{0/25\ L} \Rightarrow \text{مول نمک} = 0/625\ mol$$

$$\text{نمک}\ g = 0/625\ mol\ \text{نمک} \times \frac{80\ g\ \text{نمک}}{1\ mol\ \text{نمک}} = 50\ g\ \text{نمک}$$

$$\text{جرم آب} = \text{جرم محلول} - \text{جرم نمک} = 250 - 50 = 200\ g\ \text{آب}$$

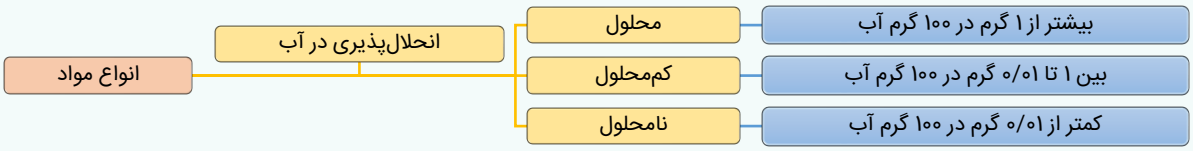
حال بررسی می‌کنیم در دمای ۵°C، مقدار ۲۰۰ گرم آب حداکثر چند گرم نمک می‌تواند در خود حل کند:

$$\text{جرم نمک} = 200\ g\ \text{آب} \times \frac{12/5\ g\ \text{نمک}}{100\ g\ \text{آب}} = 25\ g$$

با توجه به اینکه در دمای ۵°C، مقدار ۲۰۰ گرم آب حداکثر ۲۵ گرم نمک می‌تواند در خود حل کند، پس می‌توان گفت طی این فرایند $50 - 25 = 25$ گرم نمک رسوب می‌کند.

انحلال‌پذیری انواع مواد

نمودار زیر، دسته‌بندی انواع مواد را بر اساس مقدار انحلال‌پذیری آن‌ها نشان می‌دهد:



www.biomaze.ir
AzmonVIP

نقره کلرید و کلسیم فسفات، هر دو نامحلول در آب هستند. چگالی آب خالص نیز برابر با ۱ گرم بر میلی‌لیتر یا ۱۰۰۰ گرم بر لیتر است. چون این دو نمک نامحلول در آب هستند، پس انحلال‌پذیری آن‌ها کمتر از ۰/۱ گرم در ۱ لیتر آب خالص(معادل با ۰/۰۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب) است. نمودار زیر، سایر نمک‌های نامحلول در آب در دمای ۲۵°C که در کتاب درسی معرفی شده‌اند را نشان می‌دهد:

توجه داریم که کلسیم سولفات، یک نمک کم‌محلول در آب است.

گروه آموزشی ماز

۹۶- کدام مورد درست است؟

۱) در میان صنایع، صنعت کشاورزی بیشترین حجم آب مصرفی را به خود اختصاص داده است.
۲) نیاز روزانه بدن هر فرد بالغ به یون پتاسیم دو برابر یون سدیم بوده و کمبود این یون بین افراد جامعه، شایع است.
۳) آب تصفیه‌شده با استفاده از روش‌های اسمز معکوس و صافی کربن، پیش از مصرف نیاز به کلرزنی ندارد.
۴) در فرایند اسمز معکوس، با اعمال فشار خارجی، ذرات حل‌شونده از محیط غلیظ‌تر به محیط رقیق‌تر جابه‌جا می‌شوند.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ حفظی ـ ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

مصرف آب به فعالیت‌های روزانه هر شخص محدود نمی‌شود، بلکه روزانه در صنایع گوناگون، حجم بسیار زیادی آب استفاده می‌شود. در میان صنایع، **صنعت کشاورزی بیشترین حجم آب مصرفی را به خود اختصاص داده است.**

ردپای آب

هر فرد در طول روز و به‌طور مستقیم، در حدود ۳۵۰ لیتر آب برای نوشیدن، پخت و پز، شست‌وشو در آشپزخانه، نظافت و شست‌وشوی لباس مصرف می‌کند. مصرف آب به فعالیت‌های روزانه هر شخص محدود نمی‌شود، بلکه روزانه در صنایع گوناگون، حجم بسیار زیادی آب استفاده می‌شود. در میان صنایع، صنعت کشاورزی بیشترین حجم آب مصرفی را به خود اختصاص داده است. برای تولید هر وسیله، کالا یا فراورده، مقدار معینی آب نیاز است. ردپای آب ایجاد شده برای تولید هر ماده به شرح نمودار زیر است:

بررسی سایر گزینه‌ها:

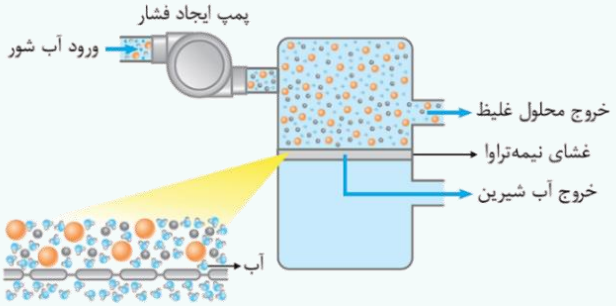
۲) نیاز روزانه بدن هر فرد بالغ به یون پتاسیم **دو برابر** یون سدیم است. از آنجا که بیشتر مواد غذایی حاوی یون پتاسیم است، کمبود آن در میان افراد جامعه **به‌ندرت** احساس می‌شود. وجود یون پتاسیم برای تنظیم و عملکرد مناسب دستگاه عصبی بسیار ضروری است؛ به‌طوری که انتقال پیام‌های عصبی بدون وجود این یون، امکان‌پذیر **نیست**. درواقع، اختلال در حرکت این یون از خلال غشای سلول‌های عصبی، مانع از انتقال پیام‌های عصبی و گاهی در موارد شدید منجر به مرگ می‌شود.

۳) دقت کنید در تصفیه آب با روش اسمز معکوس و صافی کربنی، **میکروب‌ها حذف نمی‌شوند** و در آب باقی می‌مانند، به همین دلیل برای حذف میکروب‌ها، باید آب تصفیه شده در این روش‌ها را پیش از مصرف کلرزنی کرد.

www.biomaze.ir

اسمز معکوس

اسمز معکوس، با استفاده از یک دستگاه ویژه و یک پمپ ایجاد فشار انجام می‌شود. در فرایند اسمز معکوس، همانند روش صافی کربن، نافلزهای سمی، آلاینده‌ها، حشره‌کش‌ها، آفت‌کش‌ها و ترکیب‌های آلی فرار از آب جداسازی می‌شوند. توجه داریم که در این روش‌ها، میکروب‌ها از آب جدا نشده در آن باقی می‌مانند. تصویر زیر، نمایی از دستگاه اسمز معکوس را نشان می‌دهد:



۴ در فرایند اسمز معکوس، با اعمال فشار خارجی، **مولکول‌های آب(حلال)** از محیط غلیظ‌تر به محیط رقیق‌تر جابه‌جا می‌شوند.

دستگاه اسمز معکوس

در دستگاه اسمز معکوس، یک محلول با غلظت مشخص، از طریق یک ورودی و با استفاده از یک پمپ، وارد دستگاه می‌شود. در واقع، پمپ نیروی مورد نیاز برای انجام شدن فرایند اسمز معکوس را تأمین می‌کند. با ورود آب تصفیه نشده به دستگاه، این محلول با استفاده از یک غشای نیمه‌تراوا به دو محلول مختلف تفکیک شده و با استفاده از خروجی‌های دستگاه خارج می‌شود. یکی از این محلول‌های خروجی آب تصفیه شده است و محلول دیگر نیز حاوی غلظت بالایی از مواد حل‌شونده است. چون کل مواد حل شده در محلول ورودی وارد مخلوط غلیظ خروجی شده و این محلول در مقایسه با محلول ورودی حجم کمتری دارد، پس می‌توان گفت محلول غلیظ تولید شده، نسبت به آب شور اولیه غلظت نمک بیشتری دارد.

گروه آموزشی ماز

۹۷- مقدار ۱۱/۴ گرم آهن(II) سولفات با ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول سدیم هیدروکسید مطابق معادله موازنه‌نشده زیر به‌طور کامل واکنش می‌دهد برای تولید محلولی که با محلول اولیه سدیم هیدروکسید غلظت مولار برابری داشته باشد، به کدام صورت زیر می‌توان عمل کرد؟

$(Fe = ۵۶$ و $S = ۳۲$ و $Na = ۲۳$ و $O = ۱۶$ و $H = ۱ : g.mol^{-۱})$

$$FeSO_۴(s) + NaOH(aq) \rightarrow Fe(OH)_۲(s) + Na_۲SO_۴(aq)$$

۱) مخلوط کردن ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۵ مولار $NaOH$ با ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۷۵ مولار $NaOH$

۲) حل کردن ۶۰ گرم $NaOH$ در ۱۰۰ میلی‌لیتر آب و رساندن حجم محلول به ۲ لیتر

۳) نصف کردن حجم ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۱/۵ مولار $NaOH$ با استفاده از تبخیر آب موجود در آن

۴) افزودن ۰/۰۵ مول $NaOH$ به ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار $NaOH$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مسأله ـ ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$FeSO_۴(s) + ۲NaOH(aq) \rightarrow Fe(OH)_۲(s) + Na_۲SO_۴(aq)$$

اکنون غلظت محلول سدیم هیدروکسید مصرف شده در واکنش را محاسبه و با سایر گزینه‌ها مقایسه می‌کنیم. در قدم اول، مقدار مول سدیم هیدروکسید مصرف شده در واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\ NaOH = ۱۱/۴\ g\ FeSO_۴ \times \frac{۱\ mol\ FeSO_۴}{۱۵۲\ g\ FeSO_۴} \times \frac{۲\ mol\ NaOH}{۱\ mol\ FeSO_۴} = ۰/۱۵\ mol$$

بر این اساس، داریم:

$$\text{غلظت مولی } NaOH = \frac{\text{مول } NaOH}{\text{حجم محلول}} = \frac{۰/۱۵\ mol}{۰/۲\ L} = ۰/۷۵\ mol.L^{-۱}$$

بررسی گزینه‌ها:

۱ در رابطه با این محلول، داریم:

$$\text{مولاریته نهایی } NaOH = \frac{\text{مول نهایی } NaOH}{\text{حجم نهایی محلول}} = \frac{۰/۱\ L \times ۰/۵\ mol.L^{-۱} + ۰/۲\ L \times ۰/۷۵\ mol.L^{-۱}}{۰/۱\ L + ۰/۲\ L} = \frac{۲}{۳} mol.L^{-۱}$$

www.biomaze.ir
AzmonVIP

۲ در رابطه با این محلول، داریم:

$$\text{مولاریته } NaOH = \frac{\text{مول } NaOH}{\text{حجم محلول}} = \frac{۶۰\ g\ NaOH \times \frac{۱\ mol\ NaOH}{۴۰\ g\ NaOH}}{۲\ L} = ۰/۷۵\ mol.L^{-۱}$$

در این گزینه غلظت محلول با غلظت اولیه سود برابر است.

۳ دقت کنید این گزینه نیاز به محاسبه ندارد. کاهش حجم محلول باعث افزایش غلظت آن می‌شود و غلظت محلول اولیه، بیشتر از محلول مورد نیاز ما است.

۴ در رابطه با این محلول، داریم:

$$\text{مولاریته نهایی } NaOH = \frac{\text{مول نهایی } NaOH}{\text{حجم نهایی محلول}} = \frac{(۰/۰۵\ mol\ NaOH) + (۰/۱\ L \text{ محلول} \times ۰/۲\ mol.L^{-۱})}{۰/۱\ L} = ۰/۷\ mol.L^{-۱}$$

گروه آموزشی ماز

۹۸- در کدام‌یک از عناصر زیر، شمار الکترون‌های موجود در لایه $n = ۳$ معادل با نصف حداکثر گنجایش الکترونی این لایه بوده و شماره گروه این عنصر، چند برابر شماره تناوب آن خواهد بود؟

۱) $^{۵۱}_{۲۳}V$ – ۱/۷۵
۲) $^{۵۱}_{۲۳}V$ – ۱/۲۵
۳) $^{۴۵}_{۲۱}Sc$ – ۱/۵
۴) $^{۴۵}_{۲۱}Sc$ – ۰/۷۵

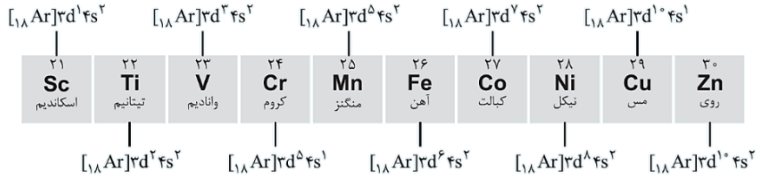
پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

حداکثر گنجایش الکترونی هر لایه الکترونی با n مشخص، برابر با $۲n^۲$ خواهد بود. به عبارت دیگر، در یک لایه با n مشخص، حداکثر $۲n^۲$ الکترون می‌تواند قرار بگیرد. بر این اساس، می‌توان گفت در یک لایه با $n = ۳$، حداکثر ۱۸ الکترون می‌تواند قرار بگیرد که این الکترون‌ها وارد ساختار زیرلایه‌های $۳s$، $۳p$ و $۳d$ می‌شوند. طبق فرض سؤال، باید به دنبال عنصری بگردیم که شمار الکترون‌های موجود در لایه $n = ۳$ آن معادل با نصف حداکثر گنجایش الکترونی این لایه و یا معادل با ۹ عدد باشد. در چنین عنصری، زیرلایه‌های $۳s$ و $۳p$ به‌طور کامل از الکترون پر شده و در زیرلایه $۳d$ نیز فقط یک الکترون قرار می‌گیرد. آرایش الکترونی چنین عنصری به‌صورت زیر خواهد شد:

$$X : ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^۱۴s^۲$$

با توجه به آرایش الکترونی نوشته شده، عدد اتمی این عنصر برابر با ۲۱ خواهد بود. آرایش الکترونی عناصر واسطه موجود در تناوب چهارم به همراه عدد اتمی این عناصر، به شرح زیر است:



عنصر اسکاندیم، در گروه شماره ۳ و در تناوب شماره ۴ جدول دوره‌ای قرار داشته و شماره گروه آن ۰/۷۵ برابر شماره تناوب آن خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۹۹- در یون $A^{۳+}$، اختلاف تعداد نوترون‌ها و الکترون‌ها برابر ۷ است. اگر بین عنصر A و عنصری سبک‌تر از آن که با گرفتن ۲ الکترون به آرایش الکترونی گاز آرگون می‌رسد، ۹ عنصر در جدول دوره‌ای وجود داشته باشد؛ عدد جرمی عنصر A کدام است؟

۱) ۴۲
۲) ۴۸
۳) ۵۲
۴) ۵۶

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مسأله ـ ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

اتم‌های هر عنصر، در شرایط خاصی ممکن است بتوانند الکترون بگیرند یا الکترون از دست بدهند. در این حالت، اتم مورد نظر به یک یون باردار تبدیل شده و بار یون مورد نظر، در نماد آن مشخص می‌شود. در این رابطه، داریم:

$$^{\text{عدد جرمی}}_{\text{عدد اتمی}}E^{\text{بار یون}}$$

اگر اتم مورد نظر الکترون از **دست داده باشد**، یون حاصل از آن بار **مثبت** دارد و اگر الکترون **گرفته باشد**، یون حاصل از آن **بار منفی** خواهد داشت. به یونی با بار مثبت، **کاتیون** گفته شده و به یونی با بار منفی، **آنیون** گفته می‌شود. یون مورد نظر، دارای بار الکتریکی ۳+ بوده و اختلاف تعداد نوترون‌ها و الکترون‌ها در آن برابر ۷ است. عدد اتمی این عنصر را معادل با Z در نظر گرفته و با توجه به داده‌های صورت سؤال، معادله‌های مربوطه را می‌نویسیم:

$$(۱)\ \ n - e = ۷ \quad , \quad (۲)\ \ e = Z - ۳$$

www.biomaze.ir
AzmonVIP

عنصری که با گرفتن ۲ الکترون به آنیون تبدیل شده و به آرایش الکترونی گاز آرگون($_{۱۸}Ar$) می‌رسد، معادل با گوگرد با عدد اتمی ۱۶ است؛ بنابراین عدد اتمی عنصر A برابر با $Z = ۱۶ + ۹ + ۱ = ۲۶$ خواهد بود و با توجه به معادله‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$e = Z - ۳ = ۲۶ - ۳ = ۲۳ \xrightarrow{(۱)} n - ۲۳ = ۷ \rightarrow n = ۳۰$$

اما همان‌طور که می‌دانیم، عدد جرمی از رابطه $A = n + Z$ به‌دست می‌آید. بر این اساس، داریم:

$$A = n + Z = ۳۰ + ۲۶ = ۵۶$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۰- کدام موارد از عبارت‌های زیر، در رابطه با فرآیند سوختن مواد مختلف درست است؟

آ: نور حاصل از واکنش سوختن گوگرد، همانند رنگ شعله اجاق گاز طی فرآیند سوختن کامل متان، آبی است.

ب: در فرآیند سوختن زغال سنگ، اکسیدی از گوگرد حاصل می‌شود که در ساختار آن، ۴ پیوند اشتراکی وجود دارد.

پ: کربن مونوکسید، فراورده سوختن ناقص متان بوده و همانند فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره، بی‌رنگ و سمی است.

ت: اکسیژن، گازی واکنش‌پذیرتر از نیتروژن بوده و طی فرآیند سوختن کامل مواد، به مقدار کافی در محیط حضور دارد.

۱) آ و ب ۲) ب و پ ۳) آ و ت ۴) پ و ت

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (آ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: متان در **سوختن کامل** با شعله آبی و در **سوختن ناقص** با شعله زرد می‌سوزد. نور حاصل از سوختن گوگرد نیز آبی است. جدول زیر اطلاعات مربوط به سوختن برخی مواد را نمایش می‌دهد:

مواد	واکنش سوختن	نور حاصل از واکنش	تصویر
سوختن منیزیم	$۲Mg(s) + O_۲(g) \rightarrow ۲MgO(s)$	سفید	
سوختن سدیم	$٤Na(s) + O_۲(g) \rightarrow ۲Na_۲O(s)$	زرد	
سوختن گوگرد	$S(s) + O_۲(g) \rightarrow SO_۲(g)$	آبی	

ب: فرآیند سوختن زغال سنگ به‌صورت زیر است:

زغال سنگ + اکسیژن → بخار آب + گوگرد دی‌اکسید + گرما و نور

همان‌طور که مشخص است، در فرآیند سوختن زغال سنگ، گاز گوگرد دی‌اکسید با فرمول شیمیایی $SO_۲$ تولید می‌شود. در ساختار هر مولکول $SO_۲$، تعداد ۳ اتم و ۳ پیوند اشتراکی(یک پیوند دوگانه و یک پیوند یگانه) وجود دارد.

پ: در فرآیند سوختن ناقص، گاز کربن مونوکسید(CO) تولید می‌شود. کربن **مونوکسید، گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی است و چگالی کمتری نسبت به هوا دارد**؛ درنتیجه قابلیت انتشار زیادی در محیط دارد. میل ترکیبی این گاز با هموگلوبین خون، بیش از ۲۰۰ برابر گاز اکسیژن است. **فراوان‌ترین گاز نجیب** موجود در هوای پاک و خشک نیز آرگون است. آرگون، گازی بی‌رنگ و بی‌بو بوده ولی برخلاف کربن مونوکسید، غیرسمی است.

گاز متان

متان، گازی سبک، بی‌بو و بی‌رنگ است که از مولکول‌های ناقطبی ساخته شده است. این گاز، اولین عضو خانواده آلکان‌ها بوده و فرمول مولکولی آن به‌صورت $CH_۴$ است. زغال سنگ، گاز متان را از خود آزاد می‌کند. این گاز می‌تواند باعث ایجاد انفجار در معادن شود. اگر غلظت متان در هوای معدن به بیش از ۵٪ برسد، احتمال انفجار وجود دارد. بدیهی است هرچه غلظت گاز متان در هوای معدن بالاتر باشد، احتمال انفجار نیز بیشتر خواهد بود. بر این اساس، غلظت گاز متان در هوای معدن باید به‌طور پیوسته اندازه‌گیری و کنترل شده و با استفاده از تهویه مناسب و قوی، غلظت این گاز در هوای معدن کاهش پیدا کند.

ت: واکنش‌پذیری گاز اکسیژن بیشتر از گاز نیتروژن است. در فرآیند سوختن، اگر مقدار اکسیژن در دسترس کافی باشد، سوختن کامل و اگر کافی نباشد، سوختن ناقص است.

www.biomaze.ir

AzmonVIP

تأثیر مقدار اکسیژن در نوع سوختن مواد

نوع فراورده‌ها در واکنش سوختن سوخت‌های فسیلی از جمله زغال سنگ، گاز طبیعی و بنزین، به مقدار اکسیژن در دسترس بستگی دارد. اگر اکسیژن کافی در دسترس باشد، سوختن کامل انجام می‌شود و گاز کربن دی‌اکسید و بخار آب تولید می‌گردد. اما اگر مقدار اکسیژن کم باشد، گاز کربن مونوکسید به همراه دیگر فراورده‌ها تولید خواهد شد. در این حالت، گفته می‌شود سوختن ناقص انجام شده است. با سوختن ناقص سوخت‌های فسیلی، حتی رنگ و دمای شعله حاصل از سوختن این مواد هم می‌تواند تغییر کند.

گروه آموزشی ماز

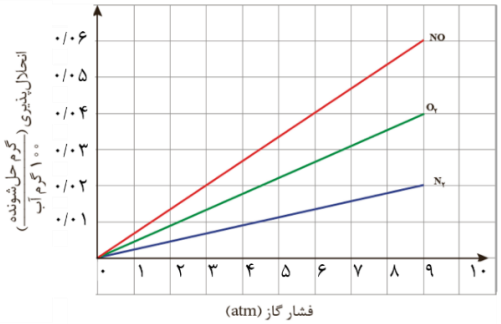
۱۰۱- اگر در دمای ثابت و معینی انحلال‌پذیری گاز O_2، ۲ برابر انحلال‌پذیری گاز N_2 باشد، کدام‌یک از موارد زیر نادرست است؟

۱) در همه فشارها مقدار انحلال‌پذیری گاز O_2، ۲ برابر مقدار انحلال‌پذیری گاز N_2 خواهد بود.
۲) در همه فشارها، اختلاف انحلال‌پذیری این دو گاز، با انحلال‌پذیری N_2 در همان فشار برابر است.
۳) با نصف کردن فشار، مقدار گاز O_2 خارج شده از محلول، ۲ برابر گاز N_2 خارج شده است.
۴) با ۵ برابر کردن فشار، درصد جرمی گاز O_2 در محلول، ۵ برابر درصد جرمی N_2 می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

انحلال‌پذیری گازها در آب بر حسب تغییر فشار گازها، از رابطه کلی $S = aP$ پیروی می‌کند. به عبارتی انحلال‌پذیری گازها با **فشار رابطه مستقیم دارد** و با n برابر کردن فشار، انحلال‌پذیری نیز n برابر می‌شود. نمودار انحلال‌پذیری گازها برحسب فشار به‌صورت زیر است:



بررسی گزینه‌ها:

۱) هنگامی که انحلال‌پذیری اکسیژن در فشار معین، دو برابر نیتروژن است، بدین معنا است که شیب نمودار انحلال‌پذیری آن، دو برابر نیتروژن است و این نسبت در سایر فشارها نیز حفظ می‌شود.

۲) برای تفهیم این عبارت کافی است مثالی عددی زده شود. به‌عنوان مثال در فشار ۹ اتمسفر، انحلال‌پذیری اکسیژن برابر با ۰/۰۴ و انحلال‌پذیری نیتروژن برابر با ۰/۰۲ گرم است. اختلاف این دو مقدار برابر با ۰/۰۲ گرم در ۱۰۰ گرم آب بوده و برابر با مقدار انحلال‌پذیری نیتروژن در این فشار است؛ پس عبارت داده‌شده درست است.

۳) با نصف کردن فشار، مقدار گاز O_2 خارج شده از محلول برابر با $S_1 - S_2 = 2a(P - \frac{P}{2})$ است. هم‌چنین برای گاز نیتروژن نیز می‌توان گفت که مقدار گاز خارج شده برابر با $S_1 - S_2 = a(P - \frac{P}{2})$ است. از آن‌جا که شیب معادلهٔ انحلال‌پذیری گاز اکسیژن ۲ برابر نیتروژن است، پس مقدار گاز O_2 خارج شده نیز ۲ برابر است.

۴) با ۵ برابر کردن فشار، انحلال‌پذیری هر دو گاز ۵ برابر می‌شود، پس مقدار انحلال‌پذیری گاز اکسیژن باز هم ۲ برابر گاز نیتروژن خواهد بود. در چنین شرایطی، درصد جرمی اکسیژن در محلول خود ۵ برابر نیتروژن نمی‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۰۲- چند میلی‌لیتر آب به ۱۲۵ میلی‌لیتر محلول پتاسیم هیدروکسید با چگالی ۱/۴ گرم بر میلی‌لیتر و درصد جرمی ۸۰٪، اضافه کنیم تا محلول ۴ مولار آن به‌دست آید؟ ($g.mol^{-1}$: $H = 1$ و $O = 16$ و $K = 39$)

۱) ۶۲۵ ۲) ۱۲۵ ۳) ۲۵۰ ۴) ۵۰۰

www.biomaze.ir
AzmonVIP

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مسأله ـ ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

ابتدا مولاریته محلول اولیه را به‌دست می‌آوریم. اگر درصد جرمی محلولی برابر a و چگالی محلول برابر d(برحسب گرم بر میلی‌لیتر) باشد، غلظت مولی(M) این محلول(برحسب مول بر لیتر) برابر است با:

$$M = \frac{\text{درصد جرمی} \times \text{چگالی} \times ۱۰}{\text{جرم مولی}} = \frac{۱۰ad}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow M = \frac{۱۰ \times ۱/۴ \times ۸۰}{۵۶} = ۲۰\frac{mol}{L}$$

اکنون باید حجمی از آب که برای رقیق کردن محلول پتاسیم هیدروکسید لازم داریم را محاسبه کنیم. برای این منظور، ابتدا غلظت مولی به‌دست آمده از رابطه بالا را در رابطه $M_۱ \times V_۱ = M_۲ \times V_۲$ قرار می‌دهیم. بر این اساس، داریم:

$$۲۰ \times ۱۲۵ = ۴ \times V_۲ \Rightarrow V_۲ = ۶۲۵\, ml$$

پس حجم ۵۰۰ میلی‌لیتر($۶۲۵ - ۱۲۵ = ۵۰۰$) آب باید به محلول افزوده شود تا غلظت آن به ۴ مول بر لیتر برسد. توجه داریم که حجم محلول نهایی حاصل از این فرایند برابر با ۶۲۵ میلی‌لیتر است.

گروه آموزشی ماز

پایهٔ یازدهم (بخش انتخابی)

۱۰۳- عنصر X در جدول تناوبی، نوعی فلز از دسته p است که کاتیون پایدار آن، به آرایش گاز نجیب می‌رسد. چند مورد از موارد زیر درباره عنصر X، درست است؟

آ: در دوره‌ای که عنصر X جای دارد، دو عنصر در دما و فشار اتاق، به حالت گاز یافت می‌شوند.

ب: عنصر بالای X، برخلاف عنصری که در سمت راست عنصر X قرار گرفته، نوعی شبه‌فلز است.

پ: کوچک‌ترین عدد اتمی در میان فلزهای موجود در دسته p، متعلق به این عنصر است.

ت: این عنصر، با نخستین عنصر شبه‌فلزی گروه ۱۴ و با نخستین عنصر واسطه هم دوره است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

تنها فلز از دسته p که کاتیون پایدار آن به آرایش گاز نجیب می‌رسد، معادل با فلز $_{۱۳}Al$ است که کاتیون $Al^{۳+}$ حاصل از آن به آرایش گاز نجیب نئون می‌رسد. آلومینیم در گروه ۱۳ و دوره ۳ قرار دارد. در رابطه با آلومینیم، عبارت‌های (آ) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: در دوره سوم، دو عنصر کلر و آرگون، در دما و فشار اتاق، به حالت گازی یافت می‌شوند.

ب: عنصر بالای $_{۱۳}Al$، معادل با $_۵B$ است و عنصر سمت راست آن نیز معادل با $_{۱۴}Si$ است. هر دو این عنصرها شبه‌فلز هستند.

شبه‌فلزها

شبه‌فلزها همانند مرزی بین فلزها و نافلزهای موجود در جدول دوره‌ای قرار گرفته‌اند. خواص فیزیکی شبه‌فلزها بیشتر به فلزها شبیه بوده در حالی که رفتار شیمیایی آنها اغلب همانند نافلزها است. توجه داریم که همهٔ عناصر شبه‌فلزی موجود در جدول تناوبی در دستهٔ p این جدول قرار می‌گیرند. به‌عنوان مثال، سیلیسیم و ژرمانیم دو عنصر شبه فلزی از گروه ۱۴ جدول هستند. خواص این دو عنصر شبه‌فلزی به شرح زیر است:

۱- این دو عنصر شبه‌فلزی، در حالت جامد سطحی درخشان و صیقلی داشته و پرتوهای نور تابیده شده به سمت خود را بازتاب می‌کنند.

۲- سیلیسیم و ژرمانیم، همانند عناصر نافلزی، چکش‌خوار نبوده و پس از اصابت ضربهٔ چکش، خرد می‌شوند.

۳- این عناصر، همانند عناصر فلزی، رسانای جریان الکتریسیته و گرما هستند. البته، رسانایی الکتریکی این عناصر در مقایسه با فلزها کمتر است.

۴- اتم‌های سیلیسیم و ژرمانیم در واکنش با سایر اتم‌ها، می‌توانند الکترون به اشتراک بگذارند.

پ: عنصر $_{۱۳}Al$، نخستین فلز دسته p است و بین فلزهای این دسته، کوچک‌ترین عدد اتمی را دارد.

ت: **نخستین** عنصر شبه‌فلزی گروه ۱۴، معادل با $_{۱۴}Si$ است که هم‌دوره با آلومینیم است. دقت کنید که **نخستین عنصر واسطه** موجود در جدول دوره‌ای، معادل با فلز $_{۲۱}Sc$ است که در دوره ۴ قرار دارد.

www.biomaze.ir

اسکاندیم

اسکاندیم($_{۲۱}Sc$)، متعلق به گروه ۳ از تناوب چهارم بوده و نخستین فلز واسطه موجود در جدول دوره‌ای است. این ماده در برخی وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها وجود دارد. آرایش الکترونی اسکاندیم به‌صورت زیر است:

$Sc : ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^۱۴s^۲$

اتم‌های این عنصر برای تبدیل شدن به یون $Sc^{۳+}$ کل الکترون‌های ظرفیتی خود را از دست می‌دهند.

گروه آموزشی ماز

۱۰۴- از واکنش مقداری آهن(III) اکسید دارای ۲۵ گرم ناخالصی با مقدار کافی کربن مونواکسید طبق معادله موازنه نشده زیر، مجموع جرم مواد جامد به اندازه ۴/۵ گرم کاهش می‌یابد. درصد خلوص آهن(III) اکسید در نمونه اولیه کدام است و برای جذب گاز کربن دی‌اکسید حاصل به چند گرم منیزیم اکسید نیاز است؟ ($Fe = ۵۶$ و $Mg = ۲۴$ و $O = ۱۶ : g.mol^{-۱}$)

$Fe_۲O_۳(s) + CO(g) \rightarrow Fe(s) + CO_۲(g)$
$MgO(s) + CO_۲(g) \rightarrow MgCO_۳(s)$

۱) ۳۷/۵ – ۱۱/۲۵ ۲) ۱۷/۹ – ۱۱/۲۵ ۳) ۳۷/۵ – ۴/۱ ۴) ۱۷/۹ – ۴/۱

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ مسأله ـ ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

ابتدا معادله‌های واکنش را نوشته و آن‌ها را موازنه می‌کنیم:

$Fe_۲O_۳(s) + ۳CO(g) \rightarrow ۲Fe(s) + ۳CO_۲(g)$
$MgO(s) + CO_۲(g) \rightarrow MgCO_۳(s)$

آهن

آهن در مقایسه با سایر فلزها بیشترین مصرف سالانه را دارد. این عنصر در طبیعت اغلب به‌صورت $Fe_۲O_۳$ یافت می‌شود. از آنجا که واکنش‌پذیری عناصر کربن و سدیم در مقایسه با آهن بیشتر است، برای استخراج این فلز از $Fe_۲O_۳$ از واکنش‌های زیر می‌توان استفاده کرد:

$$۲Fe_۲O_۳(s) + ۳C(s) \xrightarrow{\Delta} ۴Fe(s) + ۳CO_۲(g) \qquad Fe_۲O_۳(s) + ۶Na(s) \longrightarrow ۳Na_۲O(s) + ۲Fe(s)$$

از آنجا که دسترسی به کربن در مقایسه با سدیم آسان‌تر بوده و استفاده از این عنصر صرفه اقتصادی بیشتری دارد، در فولاد مبارکه همانند همه شرکت‌های فولاد جهان، برای استخراج آهن از کربن استفاده می‌شود. در نقطه مقابل، چون مس در مقایسه با آهن واکنش‌پذیری کمتری دارد، یک نمونه از این عنصر با $Fe_۲O_۳$ واکنش نداده و از آن نمی‌توان برای استخراج فلز آهن استفاده کرد.

طبق معادله واکنش، به ازای مصرف ۱ مول $Fe_۲O_۳$(معادل با ۱۶۰ گرم $Fe_۲O_۳$)، ۲ مول Fe(معادل با ۱۱۲ گرم آهن) تولید می‌شود، در نتیجه به ازای مصرف ۱ مول $Fe_۲O_۳$ در واکنش مورد نظر، جرم مواد جامد واکنش به اندازه ۴۸ گرم(۱۱۲ – ۱۶۰) کاهش می‌یابد. با توجه به توضیحات داده شده، جرم $Fe_۲O_۳$ خالص را محاسبه می‌کنیم و از آن به درصد خلوص نمونه اولیه می‌رسیم. در این رابطه داریم:

$$? g\ Fe_۲O_۳ \text{ خالص} = ۴/۵\ g \text{ کاهش جرم} \times \frac{۱\ mol\ Fe_۲O_۳ \text{ خالص}}{۴۸\ g \text{ کاهش جرم}} \times \frac{۱۶۰\ g\ Fe_۲O_۳ \text{ خالص}}{۱\ mol\ Fe_۲O_۳ \text{ خالص}} = ۱۵\ g$$

در نمونه مورد نظر، ۲۵ گرم ناخالصی وجود دارد، پس داریم:

$$Fe_۲O_۳ \text{ درصد خلوص} = \frac{\text{جرم نمونه خالص}}{\text{جرم کل نمونه}} \times ۱۰۰ = \frac{۱۵}{۱۵ + ۲۵} \times ۱۰۰ = ۳۷/۵ \text{ درصد}$$

معادله واکنش گاز کربن دی‌اکسید با منیزیم اکسید به‌صورت زیر است:

$MgO(s) + CO_۲(g) \rightarrow MgCO_۳(s)$

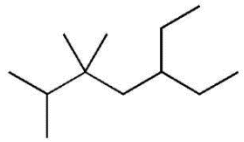
برای بخش دوم سؤال می‌توانیم از مقدار خالص $Fe_۲O_۳$ که در بخش اول محاسبه کردیم استفاده کنیم. در این رابطه، داریم:

$$? g\ MgO = ۱۵\ g\ Fe_۲O_۳ \text{ خالص} \times \frac{۱\ mol\ Fe_۲O_۳ \text{ خالص}}{۱۶۰ g\ Fe_۲O_۳ \text{ خالص}} \times \frac{۳\ mol\ CO_۲}{۱\ mol\ Fe_۲O_۳ \text{ خالص}} \times \frac{۱\ mol\ MgO}{۱\ mol\ CO_۲} \times \frac{۴۰\ g\ MgO}{۱\ mol\ MgO} = ۱۱/۲۵\ g$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۵- نام آلکانی با ساختار مقابل کدام است و جرم مولی این ماده، به تقریب چند برابر جرم مولی دی‌متیل اتر است؟

($O = ۱۶$ و $C = ۱۲$ و $H = ۱ : g.mol^{-۱}$)



۱) ۳-اتیل-۶،۵،۵-تری‌متیل هپتان؛ ۳/۷
۲) ۳-اتیل-۶،۵،۵-تری‌متیل هپتان؛ ۳/۲
۳) ۵-اتیل-۳،۳،۲-تری‌متیل هپتان؛ ۳/۷
۴) ۵-اتیل-۳،۳،۲-تری‌متیل هپتان؛ ۳/۲

www.biomaze.ir
AzmonVIP

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

فرمول مولکولی آلکان داده‌شده معادل با $C_{۱۲}H_{۲۶}$ است. **با توجه به اینکه اولین شاخه فرعی به کربن سمت چپ نزدیک‌تر است**، شماره‌گذاری از این سمت اولویت دارد و نام درست آلکان مورد نظر به‌صورت ۵-اتیل-۲،۳،۳-تری‌متیل هپتان است. جرم مولی آلکان داده شده برابر با ۱۷۰ گرم بر مول و جرم مولی دی‌متیل اتر($CH_۳OCH_۳$) نیز برابر ۴۶ گرم بر مول است. نسبت جرم مولی این دو ماده، به‌تقریب برابر با ۳/۷ است.

آلکان‌ها

بخش عمده هیدروکربن‌های موجود در نفت خام را آلکان‌ها تشکیل می‌دهند. آلکان‌ها جز هیدروکربن‌های سیرشده بوده و تمایل چندانی به انجام واکنش‌های شیمیایی ندارند. در آلکان‌ها همه پیوندهای موجود در بین اتم‌ها یگانه هستند. عنصر اصلی سازنده نفت خام کربن است. این عنصر دارای ۶ پروتون در هسته خود بوده و دارای ۴ الکترون در لایه ظرفیت خود است. این اتم رفتارهای منحصر به فردی دارد که آن را از اتم دیگر عنصرهای جدول دوره‌ای متمایز می‌سازد؛ به‌طوری که ترکیب‌های شناخته شده از اتم کربن، از مجموع ترکیب‌های شناخته شده از دیگر عناصر جدول دوره‌ای بیشتر است.

گروه آموزشی ماز

۱۰۶- با توجه به معادله موازنه نشده زیر، اگر از تجزیه ۱۰ گرم $NaHCO_۳$، مقدار ۳/۱ گرم فراورده گازی تولید شود، بازده درصدی واکنش کدام است؟

$(Na = ۲۳$ و $O = ۱۶$ و $C = ۱۲$ و $H = ۱ : g.mol^{-۱})$

$$NaHCO_۳(s) \xrightarrow{\Delta} Na_۲CO_۳(s) + H_۲O(g) + CO_۲(g)$$

۱) ۳۲ ۲) ۸۴ ۳) ۷۵ ۴) ۴۲

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مسأله ـ ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم: $۲NaHCO_۳(s) \xrightarrow{\Delta} Na_۲CO_۳(s) + H_۲O(g) + CO_۲(g)$

طبق معادله واکنش، با مصرف ۲ مول $NaHCO_۳$(معادل با ۱۶۸ گرم $NaHCO_۳$)، مقدار ۱ مول بخار آب(۱۸ گرم بخار آب) و ۱ مول گاز کربن دی‌اکسید(معادل با ۴۴ گرم $CO_۲$) تولید می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت با مصرف ۲ مول واکنش‌دهنده در این فرایند، در مجموع ۶۲ گرم فراورده گازی تولید می‌شود. با توجه به نسبت‌های توضیح داده شده، می‌توانیم مقدار نظری $NaHCO_۳$ را محاسبه کنیم:

$$? g\ NaHCO_۳ = ۳/۱\ g \text{ فراورده گازی} \times \frac{۱۶۸\ g\ NaHCO_۳}{۶۲\ g \text{ فراورده گازی}} = ۸/۴\ g$$

حال بازده درصدی واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ = \frac{۸/۴\ g\ NaHCO_۳ \text{ عملی}}{۱۰\ g\ NaHCO_۳ \text{ نظری}} \times ۱۰۰ = ۸۴ \text{ درصد}$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۷- در اثر سوختن کامل ۰/۲مول از نوعی هیدروکربن در دمای اتاق، ۸۸ گرم گاز کربن دی‌اکسید و ۱۴/۴ گرم آب تولید می‌شود. اگر ۲/۵۶ گرم از این هیدروکربن با ۹/۶ گرم برم مایع به‌طور کامل واکنش دهد، کدام مورد نادرست است؟ (هیدروکربن مورد نظر فاقد پیوند سه‌گانه است.

$(Br = ۸۰$ و $O = ۱۶$ و $C = ۱۲$ و $H = ۱ : g.mol^{-۱}$

۱) تعداد پیوند $C = C$ در هیدروکربن مورد نظر، با تعداد پیوندهای $C - C$ در سرگروه خانواده مواد آروماتیک برابر است.
۲) هیدروکربن مورد نظر می‌تواند ترکیب آروماتیکی باشد که مدت‌ها به‌عنوان ضدبید برای نگهداری فرش کاربرد داشته است.
۳) یک مول از این هیدروکربن با ۶ گرم گاز هیدروژن واکنش می‌دهد و فراورده حاصل دارای ۴ حلقه در ساختار خود است.
۴) برای این هیدروکربن می‌توان ساختارهای متنوعی در نظر گرفت که همگی با هم ایزومر هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مسأله / مفهومی ـ ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

فرمول مولکولی هیدروکربن را به‌صورت C_xH_y فرض می‌کنیم. با توجه به این‌که هر مول هیدروکربن در سوختن کامل به اندازه تعداد اتم کربن خود $CO_۲$ و به اندازه نصف تعداد اتم هیدروژن خود $H_۲O$ تولید می‌کند، می‌توانیم مقادیر y و x را محاسبه کنیم. نیازی به نوشتن کامل واکنش سوختن و درگیری با مجهول نیست. در این رابطه، داریم:

$$۲C_xH_y(g) \rightarrow yH_۲O(l) \qquad C_xH_y(g) \rightarrow xCO_۲(g)$$

www.biomaze.ir
AzmonVIP

بر این اساس، داریم:

$$۸۸\ g\ CO_۲ = ۰/۲\ mol\ C_xH_y \times \frac{x\ mol\ CO_۲}{۱\ mol\ C_xH_y} \times \frac{۴۴\ g\ CO_۲}{۱\ mol\ CO_۲} \Rightarrow x = ۱۰$$

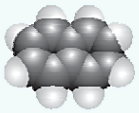
$$۱۴/۴\ g\ H_۲O = ۰/۲\ mol\ C_xH_y \times \frac{y\ mol\ H_۲O}{۲\ mol\ C_xH_y} \times \frac{۱۸\ g\ H_۲O}{۱\ mol\ H_۲O} \Rightarrow y = ۸$$

فرمول مولکولی این هیدروکربن معادل با $C_۱.H_۸$ است. با توجه به اینکه هر پیوند دوگانه و هر حلقه باعث کم شدن ۲ اتم هیدروژن نسبت به هیدروکربن سیرشده هم کربن(هیدروکربنی دارای ۲۲ اتم هیدروژن) می‌شود، پس می‌توان گفت در مجموع $\frac{۲۲-۸}{۲} = ۷$ حلقه و پیوند دوگانه در ساختار ماده مورد نظر داریم. با توجه به اینکه هر مول برم مایع با یک مول پیوند $C = C$ واکنش می‌دهد، پس می‌توان گفت در اینجا ۲/۵۶ گرم هیدروکربن(معادل با مول ۰/۰۲ هیدروکربن)، با ۹/۶ گرم $Br_۲$(معادل با ۰/۰۶ برم) واکنش داده است، یعنی هر مول از هیدروکربن ما دارای ۳ پیوند $C = C$ است. بر این اساس، می‌توان گفت تعداد حلقه‌های موجود در ساختار این ماده نیز برابر با ۴ عدد بوده است. دقت کنید ترکیب آروماتیکی که مدت‌ها به‌عنوان ضدبید برای نگهداری فرش کاربرد داشته است، معادل با نفتالن می‌باشد. نفتالن دارای ۲ حلقه و ۵ پیوند دوگانه است، لذا نفتالن نمی‌تواند معادل با ترکیب مورد نظر باشد.

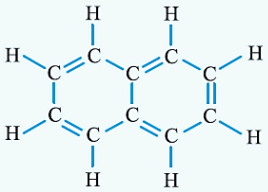
نفتالن

سرگروه خانواده ترکیبات آروماتیک، بنزن($C_۶H_۶$) بوده و نفتالن($C_{۱۰}H_۸$)، عضو مهمی از این خانواده است. فرمول ساختاری نفتالن به‌صورت زیر است:

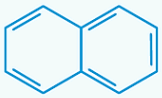
مدل فضاپرکن:



ساختار لوویس:



مدل نقطه ـ خط:



نفتالن، جامدی سفید رنگ بوده و به‌عنوان ضدبید برای نگهداری فرش و لباس کاربرد داشته است. این ماده، دارای ۵ پیوند $C = C$ است. توجه داریم که از ۱۰ کربن موجود در ساختار نفتالن، ۲ کربن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) تعداد پیوندهای $C = C$ در هیدروکربن مورد نظر، برابر با ۳ عدد و تعداد پیوندهای $C - C$ موجود در ساختار بنزن نیز برابر ۳ عدد است.

۳) دقت کنید پیوندهای $C = C$ با هیدروژن واکنش می‌دهند. یک مول از این هیدروکربن با ۳ مول گاز هیدروژن(معادل با ۶ گرم گاز هیدروژن) واکنش می‌دهد و فراورده حاصل از این واکنش، در ساختار خود دارای ۴ حلقه خود است.

۴) برای این هیدروکربن با ۴ حلقه و ۳ پیوند $C = C$، می‌توان ساختارهای متنوعی در نظر گرفت که همگی فرمول مولکولی $C_۱.H_۸$ دارند و ایزومرهستند.

گروه آموزشی ماز

۱۰۸- کدام موارد زیر در ارتباط با دوره چهارم جدول تناوبی درست است؟

آ: تنها عنصر از این تناوب که در شرایط اتاق به حالت مایع یافت می‌شود، دارای ۵ الکترون ظرفیتی در ساختار خود است.

ب: در این دوره، عنصر با بیشترین خصلت فلزی نسبت به عنصر با بیشترین خصلت نافلزی، شعاع اتمی بزرگ‌تری دارد.

پ: هر عنصر از این دوره که در حالت جامد جریان برق را از خود عبور می‌دهد، در اثر ضربه خرد نمی‌شود.

ت: چهارمین عنصر این دوره، چگالی کمی دارد و واکنش‌پذیری آن در مقایسه با فلز قلیایی هم‌دوره خود کم‌تر است.

۱) آ و ت ۲) آ و پ ۳) ب و پ ۴) ب و ت

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: **برم، تنها نافلز مایع جدول است** و در گروه ۱۷ و دوره ۴ قرار دارد. این عنصر، همانند سایر عناصر موجود در گروه ۱۷، در ساختار هر اتم خود دارای ۷ الکترون ظرفیتی است.

هالوژن‌ها

در گروه ۱۷ جدول دوره‌ای، عناصر فلوئور($_۹F$)، کلر($_{۱۷}Cl$)، برم($_{۳۵}Br$) و ید($_{۵۳}I$) قرار دارند. این عناصر به هالوژن‌ها معروف هستند. با افزایش عدد اتمی هالوژن‌ها، شعاع اتمی این عناصر افزایش یافته و به دنبال آن، واکنش‌پذیری این عناصر نافلزی نیز کمتر می‌شود. ترتیب واکنش‌پذیری عناصر موجود در گروه هفدهم به‌صورت زیر است:

واکنش پذیری (تمایل به گرفتن الکترون): $I < Br < Cl < F$

www.biomaze.ir
AzmonVIP

آرایش الکترونی هالوژن‌ها به زیرلایه ns^2np^5 ختم می‌شود. اتم‌های سازنده این عناصر با گرفتن یک الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب بعد از خود رسیده و یون پایدار X^- را تولید می‌کنند. از میان هالوژن‌ها، فلوئور دارای بیشترین خاصیت نافلزی بوده و نسبت به سایر عناصر، الکترون‌ها را با قدرت بیشتری به سمت خود جذب می‌کند. هالوژن‌ها در حالت آزاد به شکل مولکول‌های دو اتمی دیده می‌شوند. فلوئور(F_2) و کلر(Cl_2) در دمای اتاق به حالت گاز هستند در حالی که برم(Br_2) و ید(I_2) در دمای اتاق به ترتیب به حالت مایع و جامد یافت می‌شوند.

ب: خصلت فلزی در یک دوره، از چپ به راست کاهش می‌یابد و خصلت نافلزی در یک دوره، از چپ به راست افزایش می‌یابد. با توجه به این نکته، در دوره چهارم عنصر با بیشترین خصلت فلزی در سمت چپ و عنصر با بیشترین خصلت نافلزی، سمت راست قرار دارد. شعاع اتمی از چپ به راست کاهش می‌یابد، پس عنصری با بیشترین خصلت فلزی، شعاع اتمی بزرگ‌تری نسبت به عنصر با بیشترین خصلت نافلزی دارد.

پ: عنصر $_{32}Ge$ در این دوره، یک عنصر شبه‌فلزی است. این عنصر، رسانایی الکتریکی کمی دارد اما در اثر ضربه خرد می‌شود.

ت: چهارمین عنصر دوره ۴، معادل با $_{22}Ti$ است. تیتانیم فلزی محکم، با چگالی کم و مقاوم در برابر خوردگی است و به‌طور کلی واکنش‌پذیری فلزات واسطه، از فلزات اصلی کم‌تر است.

گروه آموزشی ماز

۱۰۹- با توجه به واکنش‌های گرماشیمیایی داده‌شده، ΔH واکنش $H_2(g) + Cl_2(g) \rightarrow 2HCl(g)$ برابر چند کیلوژول است؟

$N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$ ، $\Delta H = -91/8\ kJ$

$N_2(g) + 4H_2(g) + Cl_2(g) \rightarrow 2NH_4Cl(s)$ ، $\Delta H = -628/8\ kJ$

$NH_3(g) + HCl(g) \rightarrow NH_4Cl(s)$ ، $\Delta H = -176/2\ kJ$

۱) $-92/3$ ۲) $-184/6$ ۳) $-368/2$ ۴) $-182/6$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مسأله ـ ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

نخستین بار هنری هس دریافت که گرمای یک واکنش معین به راهی که برای انجام آن واکنش در پیش گرفته می‌شود، وابسته نیست. به دیگر سخن، با استفاده از چند واکنش مختلف، می‌توان تغییر آنتالپی یک واکنش معین را به دست آورد، به شرطی که شرایط انجام همه واکنش‌ها یکسان باشد. امروزه از این نتیجه با نام قانون هس یاد می‌شود؛ قانونی که به جمع‌پذیری گرمای واکنش معروف است. در واکنش هدف $H_2(g) + Cl_2(g) \rightarrow 2HCl(g)$، ماده $HCl(g)$ در سمت راست با ضریب ۲ وجود دارد. از ضرب واکنش سوم در ۲ و معکوس کردن آن می‌توانیم این ماده را بسازیم:

$2NH_4Cl(s) \rightarrow 2NH_3(g) + 2HCl(g)$ ، $\Delta H = -176/2\ kJ \times -2 = 352/4\ kJ$

در واکنش هدف، $Cl_2(g)$ با ضریب ۱ در سمت چپ وجود دارد. بدون تغییر دادن واکنش دوم، می‌توانیم این مورد را بسازیم:

$N_2(g) + 4H_2(g) + Cl_2(g) \rightarrow 2NH_4Cl(s)$ ، $\Delta H = -628/8\ kJ$

در واکنش هدف، $N_2(g)$ وجود ندارد. با معکوس کردن واکنش اول، موارد اضافی حذف و ضریب $H_2(g)$ نیز ساخته می‌شود:

$2NH_3(g) \rightarrow N_2(g) + 3H_2(g)$ ، $\Delta H = -91/8\ kJ \times -1 = 91/8\ kJ$

معادله واکنش نهایی، حاصل جمع این ۳ واکنش است، پس می‌توان گفت آنتالپی این واکنش نیز برابر با جمع آنتالپی واکنش‌های جدید ایجاد شده است. بر این اساس، داریم:

$\Delta H = 352/4\ kJ + (-628/8\ kJ) + 91/8\ kJ = -184/6\ kJ$

گروه آموزشی ماز

۱۱۰- در یک واکنش شیمیایی، سرعت متوسط تغییر شمار مول‌های ماده X، ۲/۵ برابر سرعت متوسط تغییر شمار مول‌های ماده Z است. در این رابطه، کدام مورد به یقین درست است؟

۱) تفاوت ضریب استوکیومتری ماده X و ضریب استوکیومتری ماده Z برابر ۳ است.

۲) در یک بازه زمانی معین، تغییرات غلظت ماده X بیشتر از تغییرات غلظت ماده Z است.

۳) در معادله واکنش، ضریب استوکیومتری ماده X، ۲/۵ برابر ضریب استوکیومتری ماده Z است.

۴) اگر واکنش به‌طور کامل انجام شود، در انتهای کار مقدار مول‌های متفاوتی از این دو ماده در ظرف موجود است.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

سرعت متوسط تولید یا مصرف هر ماده، متناسب با ضریب استوکیومتری آن ماده در معادله موازنه شده واکنش است. با توجه به اینکه سرعت متوسط تغییر مول‌های ماده X، ۲/۵ برابر سرعت متوسط تغییر شمار مول‌های ماده Z است، پس می‌توان گفت ضریب استوکیومتری این ماده نیز ۲/۵ برابر ضریب استوکیومتری ماده Z است.

www.biomaze.ir

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) دقت کنید ضریب این دو ماده لزوماً برابر با ۵ و ۲ نیست و می‌تواند معادل با ۱۰ و ۴ و یا حالات دیگری باشد. طبق فرض سؤال، ما فقط می‌دانیم که نسبت ۲/۵ بین ضرایب این دو ماده باید رعایت شود.

۲) در صورتی که این دو ماده جامد یا مایع خالص باشند، تغییر غلظت برای آنها معنی ندارد و غلظت مواد جامد و مایع ثابت است.

۴) در صورتی که این دو ماده واکنش‌دهنده باشند، با انجام شدن واکنش به‌طور کامل مقدار هر دو آن‌ها به صفر مول می‌رسد.

گروه آموزشی ماز

۱۱۱- کدام مورد درست است؟

۱) در شرایط یکسان، علت تفاوت در گرمای حاصل از سوختن هر مول گرافیت و الماس، تفاوت در انرژی گرمایی این مواد است.
۲) داد و ستد گرما با محیط پیرامون، برخلاف تولید مواد رسوبی، یک ویژگی بنیادی در همه واکنش‌های شیمیایی است.
۳) در شرایط اتاق، مقداری گاز متان آنتالپی معینی داشته و H_2O حاصل از سوختن این نمونه، به حالت بخار خواهد بود.
۴) برای پیوندهای موجود در مولکول‌های CCl_4، NH_3 و CO، به کار بردن واژه (میانگین آنتالپی پیوند) مناسب‌تر است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

می‌دانید که هر واکنش شیمیایی ممکن است با تغییر رنگ، تولید رسوب، آزاد شدن گاز و ایجاد نور و صدا همراه باشد. هرچند که امکان وقوع این موارد وجود دارد، اما این موارد **الزاماً اتفاق نمی‌افتند**. برای مثال، بسیاری از واکنش‌ها ماده رسوبی تولید نمی‌کنند. توجه داریم که یک ویژگی بنیادی **در همهٔ واکنش‌ها**، داد و ستد(گرفتن یا از دست دادن) گرما با محیط پیرامون است. از این رو هر واکنش شیمیایی ممکن است گرماده یا گرماگیر باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) پژوهش‌ها نشان می‌دهد که گرمای آزادشده از واکنش در دمای ثابت، ناشی از تفاوت انرژی گرمایی(مجموع انرژی جنبشی ذره‌ها) در مواد واکنش‌دهنده و فراورده **نیست**؛ زیرا در دمای ثابت، تفاوت چشمگیری میان انرژی گرمایی آنها وجود ندارد. شیمی‌دان‌ها گرمای جذب یا آزاد شده در هر واکنش شیمیایی را به‌طور عمده وابسته به تفاوت میان انرژی پتانسیل مواد واکنش‌دهنده و فراورده می‌دانند. با این توصیف، انرژی پتانسیل یک نمونه ماده، انرژی نهفته شده در آن است، انرژی‌ای که ناشی از نیروهای نگه‌دارنده ذره‌های سازنده آن ماده است.

انرژی جنبشی و پتانسیل

دما کمیتی است که میزان گرمی و سردی مواد را نشان می‌دهد. از طرفی هر چه دمای ماده بالاتر باشد، میانگین تندی و همچنین میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده ماده نیز بالاتر خواهد بود. توجه داریم که میانگین انرژی پتانسیل ذره‌های سازنده ماده، به نیروهای نگه‌دارنده ذره‌های سازنده آن ماده بستگی دارد و در حد کتاب درسی، وابسته به دمای ماده نیست. در یک واکنش شیمیایی(برخلاف واکنش هسته‌ای)، ماهیت اتم‌ها تغییر نمی‌کند، ولی شیوه اتصال اتم‌ها تغییر کرده و درنتیجه انرژی پتانسیل گونه‌ها تغییر می‌کند که به تغییر در خواص مواد منجر می‌شود. توجه داریم که به انرژی نهفته شده در یک نمونه ماده که ناشی از نیروهای نگه‌دارنده ذره‌های سازنده آن ماده است، انرژی پتانسیل گفته می‌شود. به‌عنوان مثال، انرژی نهفته شده در مولکول‌های متان که به هنگام سوزاندن ذرات این ماده آزاد می‌شود، انرژی پتانسیل ذرات سازنده متان است.

۳) **همه مواد** پیرامون ما در دما و فشار اتاق، آنتالپی معینی دارند اما دقت کنید یکی از فراورده‌های سوختن کامل مواد آلی، H_2O است و در دمای اتاق(دمای ۲۵ درجه سلسیوس)، این ماده حالت مایع دارد.

۴) دقت کنید CO نوعی مولکول دو اتمی بوده و تنها یک پیوند سه‌گانه $C \equiv O$ در آن موجود است، لذا کلمه آنتالپی پیوند برای آن مناسب‌تر است.

گروه آموزشی ماز

۱۱۲- در اثر سوختن کامل گاز بوتان در یک ظرف با حجم مشخص، سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن، برابر با ۶/۴ گرم بر لیتر بر دقیقه است. اگر در مدت ۷۸ ثانیه، ۴۴۸ میلی‌لیتر گاز بوتان در شرایط STP مصرف شود، حجم ظرف واکنش برابر با چند لیتر است؟ $(O = 16 : g.mol^{-1})$

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مسأله ـ ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

ابتدا معادله واکنش را نوشته و موازنه می‌کنیم:

$$2C_4H_{10}(g) + 13O_2(g) \rightarrow 8CO_2(g) + 10H_2O(l)$$

www.biomaze.ir
AzmonVIP

در قدم اول، جرم گاز اکسیژن مصرف شده در طول مدت زمان ۷۸ ثانیه را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\,O_۲ = ۴۴۸\,ml\,C_۴H_۱{}_۰ \times \frac{۱\,L\;C_۴H_۱{}_۰}{۱۰۰۰\,ml\,C_۴H_۱{}_۰} \times \frac{۱\,mol\;C_۴H_۱{}_۰}{۲۲/۴\,L\;C_۴H_۱{}_۰} \times \frac{۱۳\,mol\,O_۲}{۲\,mol\;C_۴H_۱{}_۰} \times \frac{۳۲g\,O_۲}{۱\,mol\,O_۲} = ۴/۱۶\,g$$

اکنون با استفاده از سرعت مصرف گاز اکسیژن و زمان سپری شده، می‌توانیم حجم ظرف(V) را محاسبه کنیم:

$$\text{سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن بر حسب گرم بر لیتر بر دقیقه} = \frac{\Delta O_۲\text{جرم}}{\text{زمان} \times \text{حجم}} \Rightarrow ۶/۴ = \frac{۴/۱۶\,g}{V \times \left(۷۸\,s \times \frac{۱\,min}{۶۰\,s}\right)} \Rightarrow V = ۰/۵\,L$$

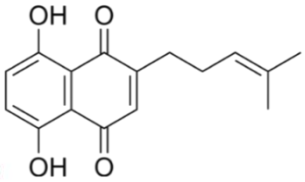
سرعت متوسط واکنش

برای محاسبه سرعت متوسط مصرف یا تولید مواد شرکت کننده در یک واکنش شیمیایی، باید از کمیت‌های قابل اندازه‌گیری مواد شرکت‌کننده در آن واکنش مانند جرم، فشار، غلظت و یا حجم استفاده کنیم. برای این منظور، یک بازه زمانی به طول Δt را در نظر گرفته و تغییر مقدار کمیت مورد نظر(Δn) را در طول آن بازه به‌دست می‌آوریم. سرعت متوسط مصرف یا تولید ماده مورد نظر($\bar{R}$) برابر می‌شود با: $\bar{R} = \frac{|\Delta n|}{\Delta t}$

از آنجا که غلظت مواد جامد(s) یا مایع خالص(l) ثابت بوده و با تغییر مقدار این مواد، تغییری در مقدار غلظت آن‌ها ایجاد نمی‌شود، برای بیان سرعت متوسط مصرف یا تولید این گروه از مواد، حتماً باید از تغییر تعداد مول‌های ماده مورد نظر استفاده کنیم. این در حالی است که برای بیان سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد گازی(g) یا محلول(aq)، می‌توانیم از تغییر تعداد مول‌ها یا تغییر غلظت این مواد استفاده کنیم. توجه داریم که سرعت همواره کمیتی مثبت است اما علامت تغییر تعداد مول‌های واکنش‌دهنده‌ها در طول زمان منفی می‌شود(واکنش‌دهنده‌ها در طول زمان مصرف می‌شوند، پس $n_۱ > n_۲$ بوده و $\Delta n < ۰$ است). بر این اساس، با قرار دادن مقدار Δn در نماد قدر مطلق، سرعت واکنش همواره عددی مثبت به‌دست می‌آید.

گروه آموزشی ماز

۱۱۳- با توجه به ساختار داده شده، چه تعداد از موارد زیر درست است؟



$(O = ۱۶$ و $C = ۱۲$ و $H = ۱ : g.mol^{-۱})$

آ: مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادله سوختن کامل آن، برابر با ۴۲ است.

ب: شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی آن برابر شمار اتم‌های کربنی است که به اتم H متصل نیستند.

پ: ترکیب‌های آلی موجود در گشنیز و رازیانه، دارای گروه‌های عاملی مشترکی با این ماده هستند.

ت: جرم مولی این ترکیب با جرم مولی هیچ الکل تک‌عاملی سیرشده و غیرحلقوی برابر نیست.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

ترکیب مورد نظر، یک ماده آلی آروماتیک است. فرمول مولکولی این ماده، به‌صورت $C_{۱۶}H_{۱۶}O_۴$ است. برای شمارش تعداد اتم‌های هیدروژن در ساختار ترکیب‌های آلی می‌توانیم از فرمول زیر استفاده کنیم:

$$\text{تعداد اتم هیدروژن} = (۲ \times C + ۲) - ۲ \times (\text{تعداد حلقه} + \text{تعداد پیوند دوگانه}) - ۴ \times (\text{تعداد پیوند سه‌گانه}) + N - \text{تعداد هالوژن}$$

برای مثال در ترکیب داده‌شده شمار اتم‌های هیدروژن برابر است با:

$$\text{تعداد اتم هیدروژن} = (۲ \times ۱۶ + ۲) - ۲ \times (۷ + ۲) = ۱۶$$

در رابطه با این ترکیب، عبارت‌های (ب) و (ت) درست هستند.

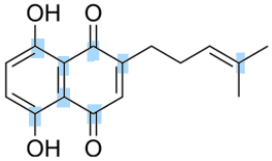
بررسی موارد:

آ: معادله سوختن این ماده به شکل زیر است:

$$C_{۱۶}H_{۱۶}O_۴(g) + ۱۸O_۲(g) \rightarrow ۱۶CO_۲(g) + ۸H_۲O(l)$$

مجموع ضرایب استوکیومتری در معادله سوختن آن برابر ۴۳ است.

ب: در این ترکیب ۸ اتم کربن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند و روی هر اتم اکسیژن، ۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد، در نتیجه ترکیب مورد نظر در مجموع ۸ جفت الکترون ناپیوندی دارد. اتم‌های کربنی از این ترکیب که به اتم هیدروژن متصل نشده‌اند، در تصویر زیر مشخص شده است:



پ: این ماده دارای گروه‌های عاملی هیدروکسیل و کتونی(کربونیلی) است. ترکیب‌های آلی موجود در گشنیز و رازیانه به ترتیب دارای گروه‌های عاملی هیدروکسیل و اتری هستند. توجه داریم که در این ماده گروه عاملی اتری موجود نیست.

ت: جرم مولی این ترکیب آلی برابر با برابر ۲۷۲ گرم بر مول است. فرمول مولکولی الکل‌های تک عاملی سیر شده به‌صورت $C_nH_{2n+2}O$ است که جرم مولی آن به ازای هیچ مقدار n طبیعی برابر با جرم مولکولی ترکیب مورد نظر نمی‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۱۴- به ازای سوختن جداگانه ۸ گرم اتان و متان به ترتیب ۴۱۶ و ۴۴۵ کیلوژول گرما آزاد می‌شود. ارزش سوختی پروپان برحسب کیلوژول بر گرم به کدام‌یک از اعداد زیر نزدیک‌تر است؟ ($C = ۱۲$ و $H = ۱: g.mol^{-۱}$)

۱) ۵۴/۴ ۲) ۵۳/۱ ۳) ۵۰/۷ ۴) ۵۸/۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مسأله / مفهومی ـ ۱۱۰۲)

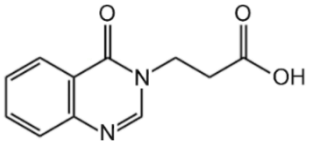
پاسخ تشریحی:

با توجه به این که تنها یک گروه CH_2 در آلکان‌های راست زنجیر متوالی متفاوت است،تفاوت آنتالپی سوختن دو عضو متوالی از آلکان‌ها **به تقریب** برابر است. ابتدا آنتالپی سوختن اتان و متان را محاسبه می‌کنیم می‌دانیم آنتالپی سوختن به ازای یک مول ماده تعریف می‌شود پس آنتالپی سوختن اتان برابر $۴۱۶ \times \frac{۳۰}{۸} = ۱۵۶۰kJ$ و آنتالپی سوختن متان برابر $۴۴۵ \times \frac{۱۶}{۸} = ۸۹۰kJ$ است اختلاف این دو برابر ۶۷۰ است. پس آنتالپی سوختن پروپان به اندازه ۶۷۰ کیلوژول از آنتالپی سوختن اتان بیشتر است. آنتالپی سوختن پروپان برابر ۲۲۳۰ کیلوژول است و ارزش سوختی آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{\text{آنتالپی سوختن}}{\text{جرم مولی}} = \frac{۲۲۳۰kJ.mol^{-۱}}{۴۴\ g.mol^{-۱}} \approx ۵۰/۷\ kJ.g^{-۱}$$

گروه آموزشی ماز

۱۱۵- با توجه به ساختار داده شده، کدام موارد زیر درست است؟



($C = ۱۲$ و $H = ۱ : g.mol^{-۱}$)

آ: دارای گروه استری بوده و می‌تواند در واکنش تشکیل پلی‌آمید شرکت کند.

ب: شمار پیوندهای $C - H$ در آن با شمار اتم‌ها در مولکول سیانواتن برابر است.

پ: جرم اتم‌های کربن در آن، ۱۳/۲ برابر جرم اتم‌های H بوده و می‌تواند با ذرات خود پیوند هیدروژنی برقرار کند.

ت: شمار پیوندهای $C - N$ در آن با شمار پیوندهای دوگانه در ساختار مولکول استیرن برابر است.

۱) ب و ت ۲) پ و ت ۳) آ و ب ۴) آ و پ

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

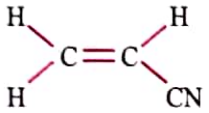
پاسخ تشریحی:

فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر، به‌صورت $C_{۱۱}H_{۱۰}N_۲O_۳$ است. در رابطه با این ترکیب، عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

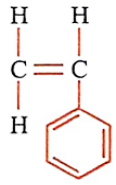
آ: این ماده دارای گروه عاملی آمیدی و کربوکسیل است. از آنجا که در ساختار این ماده، هیچ اتم هیدروژنی به اتم نیتروژن متصل نشده است، پس می‌توان گفت این ماده نمی‌تواند در واکنش تشکیل پلی‌آمید شرکت کند.

ب: شمار پیوندهای $C - H$ در ساختار این ماده برابر با ۹ عدد است، در حالی که شمار اتم‌ها در سیانواتن برابر ۷ است. ساختار مولکول سیانواتن به‌صورت زیر است:



پ: با توجه به اینکه در ساختار گروه کربوکسیل، اتم H متصل به O داریم، این ماده می‌تواند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی برقرار کند. توجه داریم که در ساختار در یک مول از این ماده، جرم اتم‌های کربن برابر ۱۳۲ گرم و جرم اتم‌های هیدروژن برابر ۱۰ گرم است، در نتیجه نسبت جرمی کربن به هیدروژن در ساختار این ماده برابر ۱۳/۲ است.

ت: شمار پیوندهای $C - N$ در ساختار این ماده برابر با ۴ عدد است. شمار پیوندهای دوگانه در استیرن نیز برابر ۴ است. ساختار مولکول استیرن به‌صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
AzmonVIP

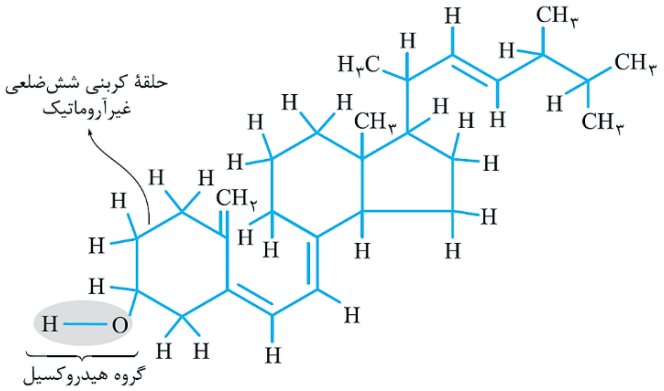
۱۱۶- کدام مورد نادرست است؟

۱) پلیمرهای سبز، انواعی از پلیمرهای مصنوعی هستند که آن‌ها را با استفاده از فراورده‌های کشاورزی تهیه می‌کنند.
۲) واکنش میان کربوکسیلیک‌اسیدها و الکل‌ها، همانند واکنش تبدیل گاز N_2O_4 به NO_2، برگشت‌پذیر است.
۳) ویتامین‌های D و K، دارای گروه عاملی کربوکسیل بوده و نیروی بین‌مولکولی غالب در آن‌ها از نوع واندروالسی است.
۴) نمونه‌ای از الکل یک عاملی و راست‌زنجیر و دارای ۵ اتم کربن، محلول در آب است.

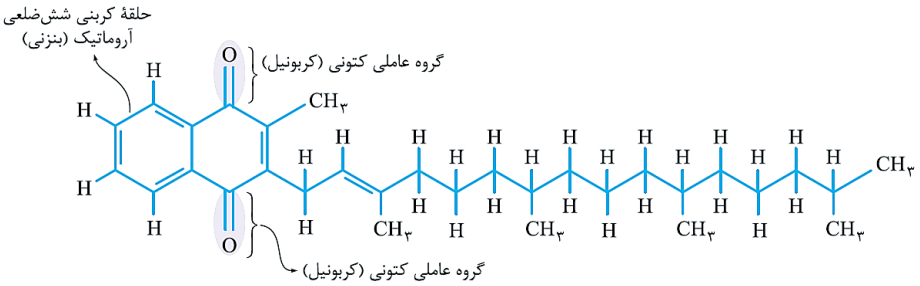
پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

پاسخ تشریحی:

دقت کنید ویتامین K دارای دو گروه عاملی کتونی و ویتامین D دارای یک گروه عاملی هیدروکسیل است. ساختار مولکولی ویتامین D به‌صورت زیر است:



ساختار مولکولی ویتامین K نیز به‌صورت زیر است:



اطلاعات مهم از ویتامین‌های مطرح شده در کتاب درسی به شرح جدول زیر هستند:

ویتامین	ث	آ	دی	کا
گروه عاملی	استری × ۱ + هیدروکسیل × ۴	هیدروکسیل × ۱	هیدروکسیل × ۱	کتونی × ۲
فرمول مولکولی	$C_6H_8O_6$	$C_{20}H_{30}O$	$C_{28}H_{44}O$	$C_{31}H_{46}O_2$
نوع انحلال‌پذیری	محلول در آب	محلول در چربی	محلول در چربی	محلول در چربی

بررسی سایر گزینه‌ها:

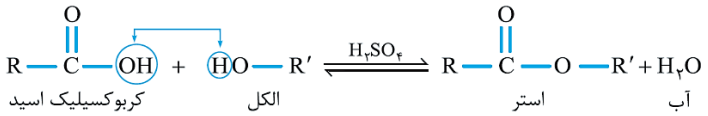
۱) شیمی‌دان‌ها با انجام پژوهش‌های گسترده، موفق به ساخت دسته‌ای از پلیمرها شدند که توسط جانداران ذره‌بینی تجزیه می‌شوند. **هرگاه این پلیمرها و کالاهای ساخته شده از آنها در طبیعت رها شوند، پس از چند ماه به مولکول‌های ساده مانند آب و کربن دی‌اکسید تبدیل می‌شوند.** چنین پلیمرهایی دوستدار محیط زیست بوده و به پلیمرهای سبز معروف هستند.این پلیمرها را از فراورده‌های کشاورزی مانند سیب‌زمینی، ذرت و نیشکر تهیه می‌کنند.

پلی‌لاکتیک اسید، نمونه‌ای از پلیمرهای سبز

پلی‌لاکتیک اسید، نمونه‌ای از پلیمرهای سبز است. پلی‌لاکتیک اسید را از فراورده‌های کشاورزی مانند سیب‌زمینی، ذرت و نیشکر(فراورده‌هایی که در ساختار آن‌ها نشاسته وجود دارد) تهیه می‌کنند؛ به‌طوری که نخست نشاسته موجود در این مواد را به لاکتیک اسید تبدیل کرده، سپس از واکنش پلیمری شدن این ماده در شرایط مناسب، پلی‌لاکتیک اسید تولید می‌کنند. با توجه به توضیحات داده شده، لاکتیک اسید مونومر پلی‌لاکتیک اسید است که با استفاده از بقایای گیاهی تولید می‌شود.

www.biomaze.ir

۲) **یکی از ویژگی‌های مهم و کاربردی کربوکسیلیک اسیدها و الکل‌ها، واکنش میان آن‌ها است.** این مواد در شرایط مناسب واکنش می‌دهند و با از دست دادن آب، به استر تبدیل می‌شوند. معادله این واکنش به‌صورت زیر است:



استرها نیز در شرایط مناسب با آب واکنش می‌دهند و به الکل و اسید آلی سازنده تبدیل می‌شوند. این واکنش به آبکافت استرها معروف است. بنابراین واکنش استری شدن همانند واکنش تبدیل گاز N_2O_4 به NO_2، برگشت‌پذیر است.

۴) در الکل‌ها دو نوع نیروی **بین‌مولکولی هیدروژنی و واندروالسی** وجود دارد. در الکل‌های کوچک و تا پنج کربن، بخش قطبی بر ناقطبی غلبه دارد و الکل در آب محلول است. به دیگر سخن، نیروی بین‌مولکولی غالب در الکل‌ها تا پنج کربن از نوع هیدروژنی بوده و به همین دلیل، این مواد به خوبی در آب حل می‌شوند. با افزایش شمار اتم‌های کربن، بخش ناقطبی مولکول بزرگ‌تر شده و میزان قطبیت مولکول کاهش می‌یابد.

مولکول‌های دارای دو بخش قطبی و ناقطبی

مولکول‌های سازنده برخی از ترکیب‌ها از جمله الکل‌ها، از دو بخش قطبی و ناقطبی تشکیل شده است. در این گروه از مواد، بین بخش قطبی و ناقطبی رقابت ایجاد شده و رفتارهای کلی مولکول‌های سازنده به میزان قدرت هر بخش بستگی دارد. به‌عنوان مثال، ساختار کلی الکل‌ها را در نظر بگیرید:

بخش قطبی ← گروه هیدروکسیل ← R—ÖH ← زنجیره‌ی هیدروکربنی ← بخش ناقطبی

در این گروه از مولکول‌ها، اگر قدرت بخش قطبی نسبت به بخش ناقطبی بیشتر باشد(بخش قطبی بر بخش ناقطبی غلبه کند)، مولکول در مجموع قطبی بوده و در حلال‌های قطبی مثل آب حل می‌شود. در نقطه مقابل، اگر در این مولکول‌ها قدرت بخش ناقطبی نسبت به بخش قطبی بیشتر باشد(بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه کند)، مولکول در مجموع ناقطبی بوده و در حلال‌های ناقطبی مثل بنزین و چربی حل می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۱۷- در کدام گزینه نام پلیمر با کاربرد آن مطابقت ندارد؟

۱) پلی‌سیانواتن ـ تهیه پتو ۲) پلی‌پروپن ـ تهیه سرنگ ۳) تفلون ـ تهیه نخ دندان ۴) کولار ـ تهیه ظرف یک‌بار مصرف

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ حفظی ـ ۱۱۰۳)

پاسخ تشریحی:

دقت کنید ظروف یک‌بار مصرف از پلی‌استیرن ساخته می‌شوند. اطلاعات کلی مربوط به پلیمرهای افزایشی به‌صورت زیر است:

نام پلیمر	نام مونومر	کاربرد
پلی‌اتن	اتن	کیسه‌های پلاستیکی ـ بطری پلاستیکی ـ لولهٔ پلاستیکی
پلی‌سیانواتن	سیانواتن	پتو و پارچه
پلی‌پروپن	پروپن	تهیه و تولید سرنگ
پلی‌استیرن	استیرن	تولید ظرف یک‌بار مصرف
تفلون	تترافلوئورواتن	نخ دندان ـ کفی اتو ـ تولید ظروف نچسب
پلی‌وینیل کلرید	وینیل کلرید(کلرواتن)	کیسه‌های خون

کِولار یکی از معروف‌ترین پلی‌آمیدهای مصنوعی است. کولار از فولاد هم جرم خود ۵ برابر مقاوم‌تر بوده و از آن در تهیهٔ تایر اتومبیل‌ها، قایق بادبانی، لباس‌های مخصوص مسابقهٔ موتورسواری و جلیقه‌های ضدگلوله استفاده می‌شود. پوشاک دوخته شده از کولار سبک و بسیار محکم بوده و در برابر ضربه، خراش و بریدگی مقاوم هستند.

گروه آموزشی ماز

۱۱۸- در کدام‌یک از عناصر زیر، شمار الکترون‌های موجود در لایه $n = ۳$ معادل با نصف شمار این الکترون‌ها در ساختار هر اتم سلنیم است و شماره گروه این عنصر، چند برابر شماره تناوب آن خواهد بود؟

۱) $^{۵۱}_{۲۳}V$ – ۱/۷۵ ۲) $^{۵۱}_{۲۳}V$ – ۱/۲۵ ۳) $^{۴۵}_{۲۱}Sc$ – ۱/۵ ۴) $^{۴۵}_{۲۱}Sc$ – ۰/۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

سلنیم، عنصری با عدد اتمی ۳۴ بوده و آرایش الکترونی آن به‌صورت زیر است:

$Se : ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^{۱۰}۴s^۲۴p^۴$

الکترون‌های موجود در لایه‌ای با $n = ۳$، وارد ساختار زیرلایه‌های $۳s$، $۳p$ و $۳d$ می‌شوند. همان‌طور که مشخص است، در هر اتم سلنیم مجموعاً ۱۸ الکترون در لایه سوم قرار گرفته است. طبق فرض سؤال، باید به دنبال عنصری بگردیم که شمار الکترون‌های موجود در لایه $n = ۳$ آن معادل با ۹ عدد باشد. در چنین

www.biomaze.ir
AzmonVIP

عنصری، زیرلایه‌های $3s$ و $3p$ به‌طور کامل از الکترون پر شده و در زیرلایه $3d$ نیز فقط یک الکترون قرار می‌گیرد. آرایش الکترونی چنین عنصری به‌صورت زیر خواهد شد:

$X : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2$

با توجه به آرایش الکترونی نوشته شده، عدد اتمی این عنصر برابر با ۲۱ خواهد بود. آرایش الکترونی عناصر واسطه موجود در تناوب چهارم به همراه عدد اتمی این عناصر، به شرح زیر است:

$[_{18}Ar]3d^1 4s^2$		$[_{18}Ar]3d^3 4s^2$		$[_{18}Ar]3d^5 4s^2$		$[_{18}Ar]3d^7 4s^2$		$[_{18}Ar]3d^{10} 4s^1$	
۲۱ Sc اسکاندیم	۲۲ Ti تیتانیم	۲۳ V وانادیم	۲۴ Cr کروم	۲۵ Mn منگنز	۲۶ Fe آهن	۲۷ Co کبالت	۲۸ Ni نیکل	۲۹ Cu مس	۳۰ Zn روی
	$[_{18}Ar]3d^2 4s^2$		$[_{18}Ar]3d^5 4s^1$		$[_{18}Ar]3d^6 4s^2$		$[_{18}Ar]3d^8 4s^2$		$[_{18}Ar]3d^{10} 4s^2$

عنصر اسکاندیم، در گروه شماره ۳ و در تناوب شماره ۴ جدول دوره‌ای قرار داشته و شماره گروه آن ۰/۷۵ برابر شماره تناوب آن خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۱۱۹- در یک واحد صنعتی تولید هیدروفلوئوریک اسید، در هر ثانیه ۵۷۰ گرم آب در شرایط مناسب وارد مخزنی از گاز فلوئور می‌شود. در صورتی که بازده این فرایند برابر با ۷۵ درصد باشد، تولید هیدروفلوئوریک اسید در این واحد، برابر با چند تن در هر ساعت است؟
(معادله واکنش موازنه شود. $F = 19 , O = 16 , H = 1 : g.mol^{-1}$)

$$F_2(g) + H_2O(l) \rightarrow HF(aq) + O_2(g)$$

۱) ۱۰/۲۶ ۲) ۵/۱۳ ۳) ۳/۴۲ ۴) ۶/۸۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مسأله ـ ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

معادلهٔ واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$2F_2(g) + 2H_2O(l) \rightarrow 4HF(aq) + O_2(g)$$

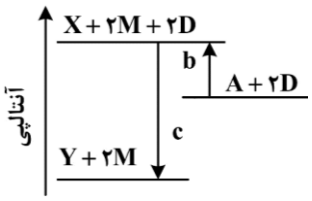
در هر ثانیه، ۵۷۰ گرم آب در این واکنش شیمیایی مصرف شده و در نهایت، HF تولید می‌شود. با توجه به معادله موازنه شده این واکنش، مقدار HF تولید شده در هر ثانیه را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,ton\ HF = 570\ g\ H_2O \times \frac{1\ mol\ H_2O}{18\ g\ H_2O} \times \frac{4\ mol\ HF}{2\ mol\ H_2O} \times \frac{20\ g\ HF}{1\ mol\ HF} \times \frac{1\ ton\ HF}{10^6\ g\ HF} \times \frac{75\ ton\ HF\ \text{عملی}}{100\ ton\ HF\ \text{نظری}} = 9/5 \times 10^{-4}\ ton$$

هر ساعت معادل ۳۶۰۰ ثانیه است، پس در هر ساعت $9/5 \times 10^{-4} \times 3600 = 3/42$ تن هیدروفلوئوریک اسید تولید می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۲۰- نمودار مقابل، مراحل انجام یک واکنش دو مرحله‌ای را در دمای ثابت نشان می‌دهد. در رابطه با این فرایند، کدام مورد درست است؟



۱) با انجام شدن واکنش $Y \rightarrow X + 2D$، گرما از سامانه خارج می‌شود.
۲) مخلوطی از $X + 2M$، در مقایسه با یک مول از ماده A ناپایدارتر است.
۳) با انجام مرحله اول واکنش، مجموع انرژی پتانسیل مواد کاهش پیدا می‌کند.
۴) واکنش کلی گرماده بوده و سرعت انجام مرحله دوم آن، به یقین بیشتر از مرحله اول است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

مراحل واکنش انجام‌شده به‌ترتیب به‌صورت زیر هستند:

$$1)\ A + 2D \longrightarrow X + 2M + 2D \qquad \Delta H = b$$
$$2)\ X + 2M + 2D \longrightarrow Y + 2M \qquad \Delta H = c$$

با انجام مرحله اول واکنش، آنتالپی مواد شرکت کننده **افزایش** پیدا می‌کند؛ بنابراین این واکنش نوعی واکنش **گرماگیر** بوده و مجموع انرژی فراورده‌ها از مجموع انرژی واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است. از طرفی انرژی با میزان پایداری یک ماده رابطه عکس دارد؛ بنابراین مجموع فراورده‌ها یعنی مخلوط $X + 2M + 2D$ نسبت به $A + 2D$ ناپایدارتر است. چون ۲ واحد ماده D در دو سمت این واکنش تکرار شده است، می‌توانیم آن را از دو طرف ساده کنیم و در نتیجه، این‌طور برداشت کنیم که مخلوط $X + 2M$ نسبت به A ناپایدارتر است.

www.biomaze.ir
AzmonVIP

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) با توجه به معادله مرحله دوم واکنش، مجموع انرژی مخلوطی از $Y + ۲M$ نسبت به مجموع انرژی مخلوطی از $X + ۲M + ۲D$ کمتر است. به‌دلیل تکرار شدن $۲M$ در دو سمت معادله، می‌توانیم آن را از دو طرف ساده کنیم و برداشت کنیم که Y نسبت به مخلوطی از $X + ۲D$ انرژی کمتری دارد؛ بنابراین تبدیل Y به مخلوطی از $X + ۲D$، نیاز به **مصرف انرژی** دارد و با انجام این کار گرما از محیط به سامانه وارد می‌شود.

۳) طبق نمودار، مرحله اول واکنش گرماگیر بوده و با انجام آن انرژی از محیط به سامانه وارد می‌شود.

۴) از جمع معادله دو مرحله واکنش و حذف مواد تکراری از دو سمت، معادله واکنش کلی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

معادله واکنش : $A + ۲D \longrightarrow Y + ۲M \qquad \Delta H = b + c$

آنتالپی فراورده نهایی واکنش نسبت به آنتالپی واکنش‌دهنده اولیه پایین‌تر بوده و نشان‌دهنده گرماده بودن واکنش کلی است. **از طرفی سرعت انجام واکنش، با اندازه انرژی فعال‌سازی آن ارتباط عکس دارد** ولی نمی‌توان گفت با اندازه آنتالپی واکنش لزوماً ارتباط مستقیم یا عکس دارد. در صورت سؤال به مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش‌ها اشاره‌ای نشده است؛ بنابراین نمی‌توان درباره سرعت انجام مراحل واکنش به‌صورت قطعی صحبت کرد. نمودار زیر ویژگی‌های کلی واکنش‌های گرماگیر و گرماده را مقایسه می‌کند:

- انواع واکنش
  - گرماگیر
    - انرژی فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بالاتر است
    - فراورده‌ها نسبت به واکنش‌دهنده‌ها ناپایدارتر هستند
    - از این واکنش‌ها در بسته‌های سرمازا استفاده می‌شود
    - اندازه انرژی فعال‌سازی بزرگ‌تر از اندازه آنتالپی واکنش است
  - گرماده
    - انرژی فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها پایین‌تر است
    - فراورده‌ها نسبت به واکنش‌دهنده‌ها پایدارتر هستند
    - از این واکنش‌ها در بسته‌های گرمازا استفاده می‌شود
    - اندازه انرژی فعال‌سازی بزرگ‌تر، مساوی یا کوچک‌تر از اندازه آنتالپی واکنش است

گروه آموزشی ماز

۱۲۱- اگر در واکنش موازنه نشدهٔ $N_۲O_۳(g) + H_۲(g) \rightarrow N_۲(g) + H_۲O(l)$، به ازای مصرف ۵/۷۵ لیتر از گاز قطبی با حجم مولی ۲۳ لیتر، مقدار $۴۱۳/۲۵kJ$ انرژی گرمایی آزاد شود، آنتالپی معادله موازنه شده واکنش بر حسب کیلوژول کدام است؟

۱) -۵۵۱ ۲) -۸۲۶/۵ ۳) -۱۶۵۳ ۴) -۲۲۰۴

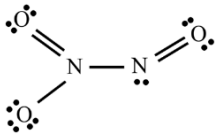
پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مسأله ـ ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

ابتدا واکنش داده شده را موازنه می‌کنیم:

$$N_۲O_۳(g) + ۳H_۲(g) \rightarrow N_۲(g) + ۳H_۲O(l)$$

از بین واکنش‌دهنده‌ها، $H_۲$ یک مولکول دواتمی جورهسته و غیرقطبی بوده و $N_۲O_۳$ نیز با ساختار لوویس زیر قطبی است:



به ازای مصرف $۵/۷۵\ L$ گاز $N_۲O_۳$ در این واکنش، ۴۱۳/۲۵ کیلوژول انرژی گرمایی آزاد می‌شود. حال حساب می‌کنیم به ازای یک مول از این گاز چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$?\ kJ = ۱\ mol\ N_۲O_۳ \times \frac{۲۳\ L\ N_۲O_۳}{۱\ mol\ N_۲O_۳} \times \frac{۴۱۳/۲۵\ kJ}{۵/۷۵\ L\ N_۲O_۳} = ۱۶۵۳\ kJ$$

بنابراین آنتالپی واکنش $-۱۶۵۳kJ$ است. برای محاسبه مقدار گرمای مبادله شده در این واکنش شیمیایی با استفاده از کسرهای پیش‌ساخته نیز به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{\text{لیتر گاز}}{\text{حجم مولی گاز} \times \text{ضریب}} = \frac{q}{\Delta H} \Rightarrow \frac{۵/۷۵}{۱ \times ۲۳} = \frac{۴۱۳/۲۵}{\Delta H} \Rightarrow \Delta H = \frac{۴۱۳/۲۵ \times ۱ \times ۲۳}{۵/۷۵} = ۱۶۵۳\ kJ$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
AzmonVIP

۱۲۲- کدام موارد از مطالب زیر، درباره مولکول استون، درست است؟ $(O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-1})$

آ: جرم مولی آن برابر جرم مولی چهارمین عضو خانواده آلکان‌ها است.

ب: نسبت تعداد اتم‌های هیدروژن به کربن در آن برابر این نسبت در سیکلوهگزان است.

پ: همانند $C_۳H_۷OH$، به هر نسبتی در آب حل شده و با آب توانایی برقراری پیوند هیدروژنی دارد.

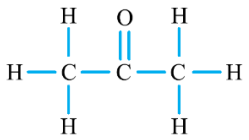
ت: گشتاور دوقطبی آن بزرگ‌تر از صفر بوده و برخلاف یک نمونه هگزان، توانایی انحلال مواد ناقطبی را ندارد.

۱) آ، ب ۲) پ، ت ۳) آ، ب، پ ۴) ب، پ، ت

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

پاسخ تشریحی:

ساختار مولکولی استون به‌صورت زیر است:

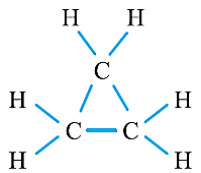
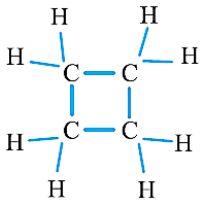
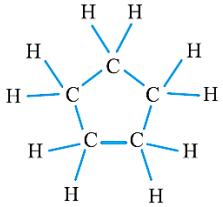
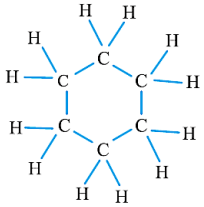


در رابطه با استون، موارد (آ)، (ب) و (پ) درست است.

بررسی موارد:

آ: جرم مولی استون($C_۳H_۶O$) برابر با ۵۸ گرم بر مول است. چهارمین عضو خانواده آلکان‌ها نیز معادل با بوتان با فرمول شیمیایی $C_۴H_{۱۰}$ است. جرم مولی بوتان نیز برابر با ۵۸ گرم بر مول است.

ب: نسبت تعداد هیدروژن به کربن در استون برابر با ۲ است. این مقدار، برابر با مقدار این نسبت در سیکلوهگزان(نوعی سیکلوآلکان با فرمول شیمیایی $C_۶H_{۱۲}$) است. جدول زیر، نمایی از چهار عضو اول خانواده سیکلوآلکان‌های بدون شاخه را نشان می‌دهد:

فرمول مولکولی	$C_۳H_۶$	$C_۴H_۸$	$C_۵H_{۱۰}$	$C_۶H_{۱۲}$
نام	سیکلوپروپان	سیکلوبوتان	سیکلوپنتان	سیکلوهگزان
ساختار				

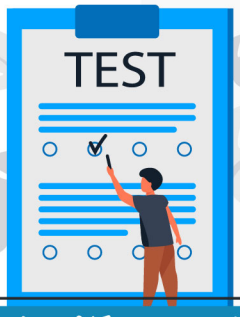
پ: استون همانند پروپانول **به هر نسبتی** در آب حل می‌شود. توجه داریم که استون نوعی **مولکول قطبی** دارای یک اتم اکسیژن است که توسط جفت الکترون‌های ناپیوندی خود می‌تواند با آب پیوند هیدروژنی برقرار کند.

انحلال‌پذیری الکل‌ها در آب

با افزایش طول زنجیره هیدروکربنی در مولکول الکل‌ها، میزان قطبیت این مواد کاهش می‌یابد؛ پس با افزایش طول زنجیره کربنی در الکل‌ها میزان انحلال‌پذیری این مواد در آب(حلال قطبی) کاهش پیدا کرده و میزان انحلال‌پذیری آن‌ها در چربی(حلال ناقطبی) افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر، با افزایش طول زنجیره کربنی در الکل‌ها، خاصیت آب‌گریزی یا همان چربی‌دوستی الکل‌ها بیشتر می‌شود. در متانول، اتانول و ۱-پروپانول(سه عضو اول خانواده الکل‌های تک‌عاملی)، بخش قطبی به‌شدت بر بخش ناقطبی غلبه دارد و به همین خاطر، این الکل‌ها به هر نسبتی در آب حل شده و نمی‌توان محلول سیرشده‌ای از آن‌ها تهیه کرد. انحلال‌پذیری ۱-بوتانول و ۱-پنتانول بیشتر از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است؛ پس این مواد محلول در آب هستند. از طرفی، انحلال‌پذیری ۱-هگزانول، ۱-هپتانول و ۱-اوکتانول، بین ۱ تا ۰/۰۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است؛ پس این الکل‌ها کم‌محلول در آب محسوب می‌شوند.

ت: چون در ساختار استون یک گروه عاملی اکسیژن‌دار وجود دارد، پس می‌توان گفت گشتاور دوقطبی استون **بزرگ‌تر از صفر** است. توجه داریم که استون از دو قسمت قطبی و ناقطبی تشکیل شده و **توانایی انحلال مواد قطبی(مثل آب) و ناقطبی(مثل چربی‌ها) در خود را دارد.**

۷ قدم تا کنکوری شدن



۱ مشخص کردن هدف

قبل ازاینکه مطالعه کنکوری را شروع کنید بهتراست هدفتان را مشخص کنید. اگر به فکر تحصیل در رشته حقوق یا پزشکی دانشگاه تهران هستید درنظر داشته باشید باید میانگین ۷۰ تا ۸۰ درصد بزنید و میانگین نمرات امتحانات نهایی شما ۱۸ باشد. (اعداد فرضی هستند هرسال باتوجه به سطح کنکور و امتحان نهایی درصدها متفاوت هستند.)

کسی که قصد قبول شدن در رشته‌های تاپ و دانشگاه‌های برتررا دارد لازم است تا ساعت مطالعه مناسب با آن را نیز داشته باشد. اگر دانش آموز متوسط و قوی باشد با مطالعه سبک از پایه یازدهم کنکوری خواندن را شروع می‌کند اگر ضعیف از دهم یا یازدهم با مطالعه ۵ تا ۶ ساعت شروع میکند. درسال کنکور هم بالای ۸ ساعت. درنتیجه رشته مورد علاقه شما ساعت مطالعه شمارا مشخص می‌کند.

۲ کتاب‌های درسی مناسب خودتان را بخرید

باتوجه به هر درس و به نسبت ضعیف یا قوی بودنتان، کتابی متناسب با شرایط خودتان انتخاب کنید.

اگر در این زمینه تخصصی ندارید، حتماً از یک مشاور کمک بگیرید.

۳ برنامه‌ریزی درسی مخصوص خود را داشته باشید

درسال کنکور، برنامه‌ریزی مثل یک فانوس در دل تاریکی‌ست؛ باعث روشنایی مسیر و هدفمند کردن تلاش شما می‌شود.

یک برنامه‌درسی خوب باید یک دید بلند مدت به شما بدهد که در یک سال قرار است چه مباحثی را مطالعه کنید. یک دید میان مدت به شما بدهد و برنامه یک الی ۲ هفته شمارا مشخص کند و یک برنامه کوتاه مدت داشته باشد که به نسبت وقت و زمانی که در طول روز دارید آن برنامه را اجرا کنید.

۴ در دروسی که ضعیف هستید در کلاس‌های کمک آموزشی ثبت‌نام کنید

گاهی اوقات دانش‌آموزان مباحث را در کلاس درس یاد نمی‌گیرند، حتی از دوستان خودشان کمک می‌گیرند اما تاثیری ندارد. در این شرایط بهتر است یک دبیر آن درس را به آنان آموزش بدهد.

گاهی اوقات دانش‌آموز با سبک تدریس مدرسه نمی‌تواند تست‌های آموزشی را حل کند. در این شرایط نیز بهتر است در کلاس‌های کمک آموزشی شرکت کند تا پایه درسی او قوی شود و نکات کنکوری را در کلاس ها آموزش ببیند.

۵ آزمون آزمایشی مناسب خود را انتخاب کنید

اگر دوست دارید از همان ابتدا وارد فضای رقابت کنکوری شوید و مدام خودتان را محک بزنید و ببینید آیا پیشرفتی در دروس داشته‌اید یا نه، حتماً آزمون آزمایشی ثبت نام کنید.

مزایای شرکت در آزمون‌های آزمایشی:

- ✔ داشتن یک برنامه هدفمند با دید بلند مدت + ایستگاه های جبرانی
- ✔ اطلاع از نقاط قوت وضعف
- ✔ یادگیری مدیریت زمان در تست‌زنی
- ✔ کاهش استرس و ترس از کنکور
- ✔ شرکت در آزمون‌های آزمایشی همواره پیشنهاد تمام مشاوران بوده است و پیشنهاد رتبه برترها آزمون‌های ماز.

۶ شیوه صحیح مطالعه دروس و تست زنی را یاد بگیرید

برای شروع لازم است روش صحیح مطالعه و تست زنی را بدانید تا از همان ابتدا از زمان مطالعه‌تان بهترین بهره را ببرید.

۷ شروع کنید

حال که تمام موارد لازم برای یک شروع پرقدرت برای کنکور را دارید، وقت آن رسیده است که دست‌به کار شوید و درس خواندن را شروع کنید. برای شروع کردن منتظر روز خاص یا ساعت خاص نباشید.

اگر عادت به مطالعه نداشتید بهتر است با ساعت مطالعه کم شروع کنید و به مرور ساعت مطالعه‌تان را افزایش دهید.

اگر انگیزه ای برای درس خواندن ندارید و تنبلی می‌کنید بهتر است از دروسی شروع کنید که به آن علاقه دارید.

AzmonVIP