



دفترچه پاسخ

نیم سال اول دوازدهم

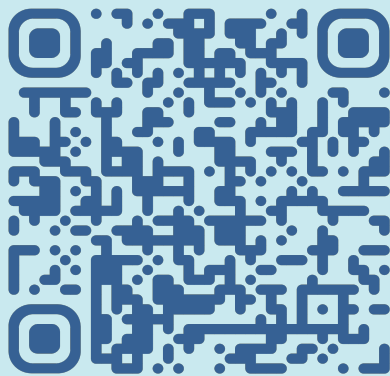
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

پایه دهم

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۷/۱۹



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالارو اسکن یا روی لینک زیر کلیک کن!

مشاهده پاسخنامه ویدئویی آزمون

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی - پایه دوازدهم آزمون الکترونیکی ماز - مرحله ۱

دروس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع زاده مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان سوگند روشنی - امیرحسین ابومحبوب	مهرداد اسپیدکار - فرزانه خاکپاش مهرداد مهربان
فیزیک	سجاد صادقی زاده سعید احمدی	سجاد صادقی زاده - حسین عبدوی نژاد کامران ابراهیمی - رشاد براتی - امیررضا خوینی ها محسن قندچلر - آروین صالحی	حسین عبدوی نژاد - نرجس تیمناک مهرداد اسپیدکار
شیمی	فرشاد هادیان فرد	فرشاد هادیان فرد - علی ترابی	فرهنگ امیری - سعیده محبی بنیامین بهرامی

مدیر آزمون: دکتر رسول خنجری

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



AzmonVIP

سلام به کنکوری‌های ماز

امیدواریم حالتون خوب باشه. امسال می‌تونه برای شما اتفاقات خیلی خوبی رقم بخوره، پس نهایت تلاشتون را به کار ببرید تا این اتفاق بیفته. 🍀

از تابع ۲ الی ۳ تست را در کنکور می‌بینیم که البته توابع مثلثاتی و لگاریتمی به طور مستقل در کنکور سوال میاد. از ماتریس‌ها ۲ تست و از فصل اول گسسته هم ۲ تست در کنکور می‌بینیم. از فصل ترسیمات هندسی و تالس هم حداکثر ۲ تست در کنکور مطرح شده. اساتید و طراحان ماز تلاش کردند که سوالات متنوع، تکنیکی و هم سطح با کنکور برای شما طرح کنند تا شما به درصدهای خوبی در کنکور سراسری برسید. به امید موفقیت شما پسرها و دخترهای گلگون 🌸

حسین شفیعزاده - رتبه ۶ کنکور ۶۷ و مسئول درس ریاضی گروه آموزشی ماز

۱- اگر $f^{-1} = \{(a, 1), (1, 2), (b, -1), (-1, 3)\}$ ، $g = \{(2, a), (1, 4), (3, b-1)\}$ و تابع $2f + g$ تابعی ثابت باشد، ab کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۳ (۳) -۶ (۴) -۳

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

$$f = \{(1, a), (2, 1), (-1, b), (3, -1)\}$$

$$2f = \{(1, 2a), (2, 2), (-1, 2b), (3, -2)\}$$

$$g = \{(2, a), (1, 4), (3, b-1)\}$$

$$2f + g = \{(1, 2a+4), (2, a+2), (3, b-3)\}$$

$$2a+4 = a+2 \Rightarrow a = -2$$

قرار است $2f + g$ تابعی ثابت باشد، پس:

$$2f + g \text{ تابع ثابت صفر و } b-3=0, \text{ پس: } b=3 \text{ و } ab=-6$$

سخنی از تابع

وارون توابع زوج مرتبی: برای داشتن وارون تابع یک‌به‌یک f که به صورت زوج مرتبی هستند، کافی است جای مولفه اول و دوم را عوض کنیم.

اعمال جبری: اعمال جبری مانند ضرب و تقسیم همیشه روی مولفه دوم اتفاق می‌افتد. $2f$ یعنی مولفه‌های دوم f را دو برابر کنیم و برای نوشتن $f \pm g$ و $f \cdot g$ و $\frac{f}{g}$ ابتدا باید اشتراک دامنه‌ها را پیدا کنیم، سپس مولفه‌های دوم را با توجه به خواسته سوال می‌نویسیم. در محاسبه $D_{\frac{f}{g}}$ ریشه‌های $g=0$ را از اشتراک دامنه‌ها حذف کنید.

تابع ثابت: در نمایش زوج مرتبی، باید مولفه‌های دوم، برابر باشند.

گروه آموزشی ماز

۲- هرگاه $f(x) = (2a+c)x + b + 4$ تابع ثابت و $g(x) = (b+3)x + 3a - c - 1$ تابع همانی باشد، مقدار abc کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) -۸ (۴) -۱۶

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

$f(x)$ تابع ثابت است، پس ضریب x باید صفر باشد تا x از بین برود. بنابراین $2a+c=0$ یعنی $c=-2a$

از طرفی، تابع $g(x) = (b+3)x + 3a - c - 1$ تابع همانی است، پس: $b+3=1$ و $3a-c-1=0$ یعنی: $3a-c=1$ و $b=-2$

$$\begin{cases} 2a+c=0 \\ 3a-c=1 \end{cases} \Rightarrow a=2, c=-4$$

پس: $abc=16$

گروه آموزشی ماز

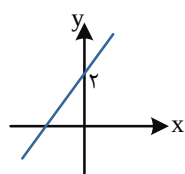
۳- نمودار تابع خطی $y=f(x)$ شکل روبه‌رو است. اگر $y=3x-2f(x+2)+a$ تابع همانی باشد، کدام تابع ثابت است؟

$$y = (2a+1)x + 2 \quad (1)$$

$$y = (3a-2)x + 1 \quad (2)$$

$$y = (-8+a)x + 4 \quad (3)$$

$$y = (a+1)x + 3 \quad (4)$$



(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

تابع f خطی است و از $A(0, 2)$ عبور می‌کند، پس فرض می‌کنیم $f(x) = mx + 2$ ، با توجه به آن که $y = 3x - 2f(x+2) + a$ همانی است، داریم:

$$y = 3x - 2(m(x+2) + 2) + a$$

$$y = 3x - 2mx - 4m - 4 + a \Rightarrow \begin{cases} 3-2m=1 \\ -4m-4+a=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ a=8 \end{cases} \Rightarrow \text{تابع ثابت } y=4 \text{ گزینه ۳}$$

تابع همانی

تابعی که ورودی و خروجی آن با هم برابر باشند را تابع همانی می‌گوییم. ضابطه تابع همانی $f(x) = x$ بوده و نمودار آن خط نیمساز نواحی اول و سوم مختصات یا بخشی از آن است.

گروه آموزشی ماز

۴- مطابق شکل، مخروطی را درون نیم‌کره‌ای به شعاع R محاط کرده‌ایم. حجم مخروط به صورت تابع بر حسب ارتفاع مخروط کدام است؟



$$V(h) = \frac{\pi}{3}(h^2 - Rh^3) \quad (2)$$

$$V(h) = \frac{\pi}{3}(Rh^2 - h^3) \quad (1)$$

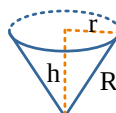
$$V(h) = \frac{\pi}{3}(h - Rh^3) \quad (4)$$

$$V(h) = \frac{\pi}{3}(R^2h - h^3) \quad (3)$$

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۵)

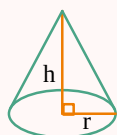
پاسخ: گزینه ۳

$$h^2 + r^2 = R^2 \quad V = \frac{\pi}{3}r^2h = \frac{\pi}{3}(R^2 - h^2)h$$



$$V(h) = \frac{\pi}{3}(R^2h - h^3) \quad 0 < h < R$$

حجم مخروط



$$V = \frac{1}{3}S_{\text{قاعده}} \times h = \frac{1}{3}\pi r^2h$$

گروه آموزشی ماز

۵- اگر دامنه تعریف تابع $f(x) = \sqrt{(m-1)x^2 - 2mx + m+2}$ برابر $\mathbb{R}$ باشد، حدود m کدام است؟

$$-2 \leq m < 1 \quad (4)$$

$$m \geq 2 \quad (3)$$

$$1 < m \leq 2 \quad (2)$$

$$m < 1 \quad (1)$$

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

شرط آن که f در تمام $\mathbb{R}$ تعریف شده باشد، آن است که عبارت زیر رادیکال نامنفی باشد.

$$(m-1)x^2 - 2mx + m+2 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \Rightarrow m > 1 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

$$4m^2 - 4(m-1)(m+2) \Rightarrow 4m^2 - 4(m^2 + m - 2) \leq 0 \Rightarrow -4m + 8 \leq 0 \Rightarrow m \geq 2$$

پس $m > 1$ و $m \geq 2$ یعنی جواب نهایی $m \geq 2$ است.

تعیین علامت آزمون وی ای پی

در تعیین علامت، عبارت‌های درجه دوم به فرم $p(x) = ax^2 + bx + c$ می‌توان گفت:

$a < 0, \Delta < 0 \Rightarrow p(x) < 0$ همواره منفی

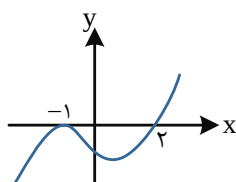
$a > 0, \Delta < 0 \Rightarrow p(x) > 0$ همواره مثبت

$a < 0, \Delta \leq 0 \Rightarrow p(x) \leq 0$ نامثبت

$a > 0, \Delta \leq 0 \Rightarrow p(x) \geq 0$ نامنفی

گروه آموزشی ماز

۶- تابع f با دامنه $\mathbb{R}$ به شکل مقابل است. دامنه تعریف $y = \sqrt{\frac{f(-x)}{ax-4}}$ مجموعه $\mathbb{R} - \{\alpha\}$ است. مقدار α چه عددی است؟



$$2 \quad (1)$$

$$-2 \quad (2)$$

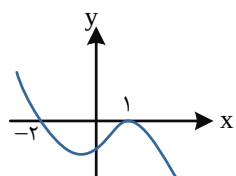
$$4 \quad (3)$$

$$-4 \quad (4)$$

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

اولاً نمودار $f(-x)$ قرینه نمودار f نسبت به محور عرض‌ها است.



ثانیاً باید $\frac{f(-x)}{ax-4} \geq 0$ باشد یعنی $ax-4$ و $f(-x)$ هم علامت هستند، یعنی $a = -2$ و در این حالت داریم:

x	-2	1
f(-x)	+	-
-2x-4	+	-
y	+	+

$$D = \mathbb{R} - \{-2\}$$

$$a = -2 \Rightarrow \alpha a = 4$$

$$\alpha = -2$$

دامنه تابع رادیکالی با فرجه زوج

برای تعیین دامنه توابع $f(x) = \sqrt[n]{g(x)}$ ، کافی است عبارت زیر رادیکال را **بزرگتر یا مساوی صفر** قرار دهیم و با حل نامعادله، دامنه تابع را به دست آوریم.

گروه آموزشی ماز

۷- اگر $f(x) = 3a + 2 - \sqrt{4 - 2ax}$ به طوری که دامنه و برد تابع f برابر هم باشند، مقدار a کدام است؟

$$\frac{1+2\sqrt{7}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1+\sqrt{7}}{3} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{7}-1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1-\sqrt{7}}{3} \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی / مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به آن که $\sqrt{4 - 2ax} \geq 0$ ، پس برای پیدا کردن برد تابع f به این صورت عمل می‌کنیم:

$$\sqrt{4 - 2ax} \geq 0 \xrightarrow{\times (-)} -\sqrt{4 - 2ax} \leq 0 \xrightarrow{+ (3a+2)} 3a+2 - \sqrt{4 - 2ax} \leq 3a+2 \Rightarrow y \leq 3a+2 \Rightarrow R_f = (-\infty, 3a+2]$$

$$R_f : (-\infty, 3a+2]$$

به همین جهت دریافتن دامنه تعریف تابع داریم:

$$D_f : 4 - 2ax \geq 0 \Rightarrow 2ax \leq 4 \Rightarrow x \leq \frac{2}{a} \Rightarrow D_f : (-\infty, \frac{2}{a}]$$

با توجه به آن که برد دارای عضو $\max$ است، پس $a > 0$ و $x \leq \frac{2}{a}$ به همین جهت:

$$\frac{2}{a} = 3a + 2 \Rightarrow 2 = 3a^2 + 2a$$

$$3a^2 + 2a - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{-2 + \sqrt{4 + 24}}{2(3)} = \frac{-2 + \sqrt{28}}{6} = \frac{-2 + 2\sqrt{7}}{6} = \frac{-1 + \sqrt{7}}{3} \\ a = \frac{-2 - \sqrt{4 + 24}}{2(3)} = \frac{-2 - \sqrt{28}}{6} = \frac{-2 - 2\sqrt{7}}{6} = \frac{-1 - \sqrt{7}}{3} \end{cases}$$

$$a = \frac{\sqrt{7}-1}{3} \text{ پس: } a > 0$$

یک روش برای محاسبه برد تابع

برای پیدا کردن برد تابع به کمک عبارت **همواره نامنفی** $(\sqrt[n]{u})$ ، عبارت را بزرگتر مساوی قرار می‌دهیم و تابع را به کمک این نامساوی‌ها می‌سازیم. مثلاً

$$x^2 \geq 0 \xrightarrow{+2} x^2 + 2 \geq 2$$

برای پیدا کردن برد تابع $y = x^2 + 2$ به این صورت عمل می‌کنیم:

$$\text{برد } y \geq 2$$

گروه آموزشی ماز

۸- اگر $g(x) = \frac{3x^2 + bx - c}{x^2 - 2ax + 4a - 4}$ و دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ برابر باشند، مقدار $2b - ac$ کدام است؟

$$-14 \quad (4)$$

$$-6 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$9 \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

اول ضابطه $f(x)$ را به دست می‌آوریم، برای این که $f(x+1)$ به $f(x)$ تبدیل شود به جای x ، $x-1$ قرار می‌دهیم:

$$f(x+1) = \frac{3x+4}{x-1} \Rightarrow f(x) = \frac{3(x-1)+4}{(x-1)-1} = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{2\} \Rightarrow D_g = D_f = \mathbb{R} - \{2\}$$

باید $x = 2$ ریشهٔ مخرج تابع g باشد. از آنجایی که مخرج درجهٔ ۲ است پس $x = 2$ ریشهٔ مضاعف مخرج است. ببینید:

$$x^2 - 2ax + 4a - 4 = (x-2)(x-2a+2)$$

$$\begin{cases} x^2 - 2ax + 4a - 4 \\ (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a = -4 \\ 4a - 4 = 4 \end{cases} \Rightarrow a = 2$$

نباید g در مخرج ریشه دیگری داشته باشد. پس به این ترتیب: $g(x) = \frac{3x^2 + bx - c}{(x-2)^2}$, $f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$

برای برقرار بودن شرط دوم یعنی تساوی ضابطه‌ها باید صورت $g(x)$ ، $3x+1$ و مخرج آن فقط $x-2$ باشد. پس صورت تابع $g(x)$ باید $(3x+1)(x-2)$ باشد.

$$3x^2 + bx - c = (3x+1)(x-2) = 3x^2 - 5x - 2$$

$$\begin{cases} b = -5 \\ c = 2 \end{cases}, a = 2 \Rightarrow 2b - ac = -10 - 4 = -14$$

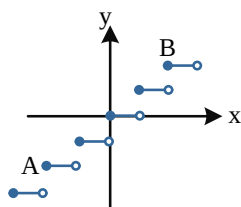
دو تابع مساوی

شرط اینکه دو تابع با هم برابر باشند:

(۱) دامنه دو تابع برابر باشند.

(۲) برای هر x از دامنه یکسان، $f(x) = g(x)$ باشد.

گروه آموزشی ماز



۹- بخشی از نمودار تابع $y = 3a \left[\frac{x}{a} \right]$ شکل مقابل است. شیب پاره‌خط AB کدام است؟

۳a (۱)

$\frac{3}{2}a$ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینهٔ ۴

طول هر پاره‌خط افقی برابر a و اختلاف عرض هر دو پاره‌خط متوالی برابر $3a$ است.

$$B \begin{vmatrix} 2a \\ 6a \end{vmatrix} \quad A \begin{vmatrix} -2a \\ -6a \end{vmatrix} \quad m_{AB} = \frac{12a}{4a} = 3$$

نمودار براکتی

در رسم نمودار $y = a[nx] \pm b$ می‌توان گفت:

$$\text{طول هر پاره‌خط} = \frac{1}{|n|} \quad \text{if } n > 0$$

$$\text{فاصله عمودی هر دو پاره‌خط} = |a| \quad \text{if } n < 0$$

گروه آموزشی ماز

۱۰- تعداد جواب‌های معادلهٔ $\left[\frac{x^2 - x}{3} \right] = \frac{x^2 + x}{3}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - محاسباتی / مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینهٔ ۲

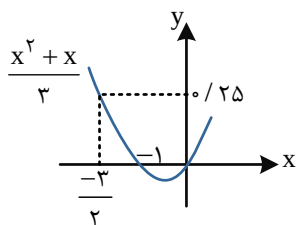
اولاً $\frac{x^2 + x}{3}$ عدد صحیح است.

ثانیاً:

$$\frac{x^2 + x}{3} \leq \frac{x^2 - x}{3} < \frac{x^2 + x}{3} + 1 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + x \leq x^2 - x \\ x^2 - x < x^2 + x + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x \leq 0 \\ 2x > -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases}$$

پس $x \leq 0$ و $\frac{x^2+x}{3} < \frac{-3}{2}$ باید عدد صحیح باشد.

$\frac{x^2+x}{3}$ به ازای ۲ مقدار x ، عدد صحیح اختیار می‌کند. $x = -1$ و $x = 0$



گروه آموزشی ماز

۱۱- با کدام تبدیلات روی نمودار $y = 2f(\frac{x}{3})$ می‌توان به نمودار $y = 3f(\frac{x}{4})$ رسید؟

(۱) انبساط عمودی و انقباض افقی

(۲) انبساط عمودی و انبساط افقی

(۳) انقباض عمودی و انقباض افقی

(۴) انقباض عمودی و انبساط افقی

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۱)

باید در تابع $y = 2f(\frac{x}{3})$ ، به جای x ، $\frac{3}{2}x$ را قرار دهیم، پس انقباض افقی اتفاق می‌افتد و باید کل تابع را در $\frac{3}{4}$ ضرب کنیم، پس انبساط عمودی اتفاق می‌افتد.

گروه آموزشی ماز

۱۲- نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ را ۳ واحد به راست و ۲ واحد به پایین انتقال داده و سپس نسبت به مبدأ مختصات قرینه می‌کنیم. نمودار حاصل خط $y = x + 5$ را

در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

(۱) $-4, -2$

(۲) $4, -2$

(۳) $4, -2$

(۴) $-4, -2$

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۱)

$$y = \frac{1}{x-3} \quad \text{۳ واحد به راست}$$

$$y = \frac{1}{x-3} - 2 = \frac{-2x+7}{x-3} \quad \text{۲ واحد پایین}$$

$$y = -\frac{2(-x)+7}{-x-3} = \frac{2x+7}{x+3} \quad \text{قرینه نسبت به مبدأ}$$

حال با خط $y = x + 5$ تقاطع می‌دهیم:

$$\frac{2x+7}{x+3} = x+5 \Rightarrow x^2+6x+8=0 \Rightarrow x = -2, -4$$

انتقال نمودارها

نمودار $y = f(x)$ را داریم:

انتقال نمودارها

$a > 0$ ← سمت چپ

$a < 0$ ← سمت راست

نمودار $f(x+a)$ را روی محور x ها به اندازه a واحد جلو یا عقب می‌بریم.

$k > 1$ ← نمودار روی محور x ها فشرده می‌شود.

$0 < k < 1$ ← نمودار روی محور x ها کشیده می‌شود.

$k < 0$ ← نمودار علامت بر دو حالت فوق نسبت به محور y قرینه می‌شود.

$b > 0$ ← رو به بالا

$b < 0$ ← رو به پایین

نمودار $f(x+b)$ را روی محور y ها به اندازه b واحد بالا یا پایین می‌بریم.

$k > 1$ ← نمودار روی محور y ها کشیده می‌شود.

$0 < k < 1$ ← نمودار روی محور y ها فشرده می‌شود.

$k < 0$ ← نمودار علاوه بر دو حالت فوق نسبت به محور x قرینه می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۳- تابع $y = f(x)$ با دامنه $[-2, 3]$ و برد $(-3, 2]$ مفروض است. اگر دامنه و برد تابع $y = 3 - \frac{1}{4}f(1-2x)$ به ترتیب دارای m و n عدد صحیح باشند، حاصل $m-n$ کدام است؟

(۴) -۱

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) -۲

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

اگر دامنه تابعی مانند f را به صورت $[k, d]$ داشتیم برای به دست آوردن دامنه تابع $f(ax+b)$ کافی است نامعادله $k \leq ax+b \leq d$ را حل کنیم:

$$D_f = [-2, 3] \Rightarrow -2 \leq 1-2x < 3 \Rightarrow -1 < x \leq \frac{3}{2}$$

بنابراین دامنه تابع جدید بازه $(-1, \frac{3}{2}]$ است، پس $m=2$ است.

اگر برد تابعی مانند f به صورت $[k, d]$ باشد، برای به دست آوردن برد تابع $y = mf(ax+b) \pm n$ ، کافی است که از محدوده داده شده یعنی $m \leq f(ax+b) \leq n$ شروع کنیم و با تبدیلات لازم به $mf(ax+b) \pm n$ برسیم:

$$R_f = (-3, 2] \Rightarrow -3 < f(1-2x) \leq 2 \Rightarrow 2 \leq 3 - \frac{1}{4}f(1-2x) < \frac{9}{4}$$

پس برد تابع جدید بازه $[\frac{9}{4}, 2]$ است و $n=3$ است و در نتیجه $m-n = -1$ است.

دامنه و برد در انتقال تابع

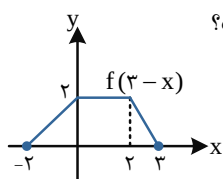
اگر دامنه و برد تابع $y = f(x)$ به ترتیب برابر بازه $[a, b]$ و $[c, d]$ باشد، برای محاسبه دامنه و برد تابع $y = kf(mx+n)+h$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

محدوده x به دست آمده، دامنه تابع را نشان می‌دهد. $a \leq mx+n \leq b \Rightarrow$ برای محاسبه دامنه

محدوده به دست آمده، برد تابع را نشان می‌دهد $\rightarrow$ در k ضرب و با h جمع می‌کنیم $\Rightarrow c \leq f(mx+n) \leq d \Rightarrow c \leq f(x) \leq d$ برای محاسبه برد

گروه آموزشی ماز

۱۴- نمودار تابع $y = f(3-x)$ به صورت مقابل است. اگر نمودار تابع $y = f(k+2x)$ از ناحیه اول عبور نکند، حدود k کدام است؟



$$k \geq \frac{5}{2} \quad (۲)$$

$$k \geq 5 \quad (۱)$$

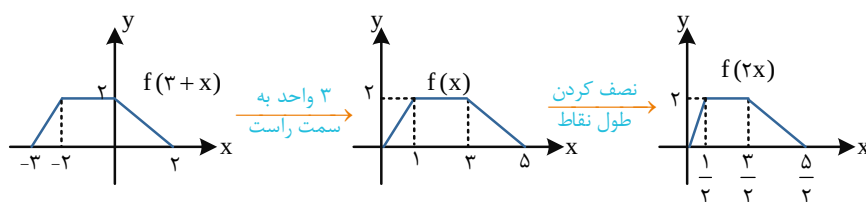
$$k \leq -5 \quad (۴)$$

$$k \leq -\frac{5}{2} \quad (۳)$$

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا نمودار تابع $f(3-x)$ را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم و سپس مراحل زیر را انجام می‌دهیم:



اگر نمودار $f(2x)$ را به اندازه بیش از $\frac{5}{2}$ به سمت چپ انتقال دهیم، آن‌گاه نمودار از ناحیه اول عبور نمی‌کند. دقت کنید برای این که به تابع $f(2x+k)$ برسیم، باید در تابع $f(2x)$ به جای x ، $x + \frac{k}{2}$ را قرار دهیم.

$$f(2(x + \frac{k}{2})) = f(2x+k)$$

$$\frac{k}{2} \geq \frac{5}{2} \Rightarrow k \geq 5$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- تابع $f(x) = x^2 - 3x - 5$ مفروض است. نمودار تابع $y = 2f(3-x)$ را ۲ واحد به چپ انتقال داده و سپس نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. نمودار

حاصل را چند واحد به راست انتقال دهیم تا مجموع صفهای تابع حاصل برابر ۵ باشد؟ آزمون وی ای پی

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

ابتدا باید تابع $2f(3-x)$ را تشکیل دهیم.

$$f(3-x) = (3-x)^2 - 3(3-x) - 5 \Rightarrow f(3-x) = x^2 - 3x - 5$$

$$\xrightarrow{\times 2} 2f(3-x) = 2x^2 - 6x - 10$$

$$\text{چپ واحد انتقال به چپ: } y = 2(x+2)^2 - 6(x+2) - 10 \Rightarrow y = 2x^2 + 2x - 14$$

$$\text{ها محور } x: y = -2x^2 - 2x + 14$$

اگر صفرهای این تابع را α و β بنامیم، $\alpha + \beta = -1$ است. اگر نمودار را k واحد به راست انتقال دهیم، صفرها به صورت $\alpha + k$ و $\beta + k$ خواهد بود.

$$\alpha + k + \beta + k = 5 \Rightarrow -1 + 2k = 5 \Rightarrow 2k = 6 \Rightarrow k = 3$$

گروه آموزشی ماز

۱۶- نقطه $A(2, 3)$ روی نمودار $y = a - 2f(\frac{bx}{p})$ با نقطه $A'(-7, 2)$ روی نمودار $y = 3b + f(a-x)$ متناظر است. کدام نقطه زیر روی نمودار $y = f(x)$ با این دو نقطه متناظر است؟

$$A''(2, -4) \quad (4)$$

$$A''(2, -5) \quad (3)$$

$$A''(-5, -4) \quad (2)$$

$$A''(-5, 2) \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

مختصات نقاط را در ضابطه توابع، جایگزین می‌کنیم:

$$y = a - 2f(\frac{bx}{p}) \xrightarrow[\substack{x=2 \\ y=3}]{\substack{x=2 \\ y=3}} 3 = a - 2f(\frac{2b}{p}) \Rightarrow f(b) = \frac{a-3}{2}$$

$$y = 3b + f(a-x) \xrightarrow[\substack{x=-7 \\ y=2}]{\substack{x=-7 \\ y=2}} 2 = 3b + f(a+7) \Rightarrow f(a+7) = 2-3b$$

حال، ورودی و خروجی نقاط متناظر را برابر هم قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} a+7=b \\ \frac{a-3}{2} = 2-3b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-b=-7 \\ a+6b=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-5 \\ b=2 \end{cases}$$

چون $f(b) = \frac{a-3}{2}$ ، پس $f(2) = -4$ است و نقطه $(2, -4)$ روی f است.



اگر در $f(a+7) = 2-3b$ هم جایگذاری می‌کردیم به همین جواب می‌رسیدیم.

گروه آموزشی ماز

۱۷- نمودار تابع $f(x) = \frac{x-1}{2x+1}$ را k واحد به راست انتقال داده و سپس طول نقاط روی تابع را n برابر می‌کنیم. تابع حاصل را $g(x)$ می‌نامیم. اگر تابع $g(x)$ بر منحنی $y = \frac{x-6}{2x-6}$ منطبق باشد، مقدار $f(-n)$ کدام است؟ $(n, k \in \mathbb{N})$

$$-2 \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$k \text{ واحد راست} \Rightarrow y = f(x-k)$$

$$y = f(\frac{x}{n} - k) \text{ طول نقاط در } n \text{ ضرب و به اندازه } kn \text{ به راست می‌رویم}$$

$$g(x) = \frac{\frac{x}{n} - k - 1}{\frac{2x}{n} - 2k + 1} = \frac{\frac{x - kn - n}{n}}{\frac{2x - 2kn + n}{n}} = \frac{x - kn - n}{2x - 2kn + n} = \frac{x - 6}{2x - 6}$$

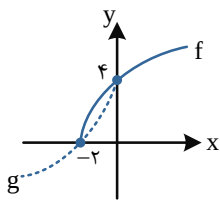
$$\Rightarrow \begin{cases} x - kn - n = x - 6 \\ 2x - 2nk + n = 2x - 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -kn - n = -6 \\ -2nk + n = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 2 \\ k = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(-n) = f(-2) = \frac{-2-1}{2(-2)+1} = \frac{-3}{-3} = 1$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- در شکل مقابل، نمودار تابع f ، فقط از انتقال و قرینه یابی تابع g به دست آمده است. اگر $f(x) + g(a-x) = b$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

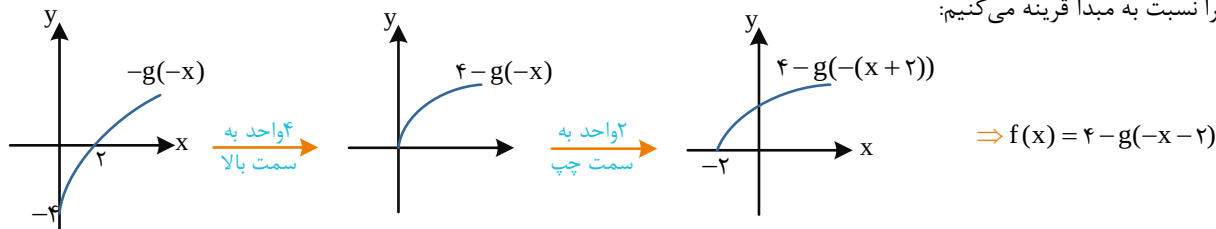
- (۱) ۶
(۲) ۲
(۳) -۲
(۴) -۶



(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا نمودار g را نسبت به مبدأ قرینه می‌کنیم:



$$\begin{cases} f(x) + g(-x-2) = 4 \\ f(x) + g(a-x) = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 4 \\ a = -2 \end{cases} \Rightarrow a+b = 2$$

گروه آموزشی ماز

۱۹- تابع $y = 2x + m$ را دو واحد به راست انتقال داده و سپس نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم تا تابع f به دست آید. حال تابع f را سه واحد به بالا انتقال داده و سپس نسبت به خط $x=2$ قرینه می‌کنیم تا تابع g به دست آید. عرض از مبدأ خط $f-g$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -۳ (۳) -۵ (۴) ۳

(سخت - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$y = 2x + m \xrightarrow{\text{۲ واحد راست}} y = 2(x-2) + m = 2x - 4 + m \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x\text{ها}} y = -2x + 4 - m \Rightarrow f(x) = -2x + 4 - m$$

حال تبدیلات را روی f انجام می‌دهیم.

$$y = -2x + 4 - m + 3 = -2x + 7 - m$$

$$x = 2 \text{ قرینه نسبت به خط } y = -2(4-x) + 7 - m = 2x - 1 - m$$

$$g(x) = 2x - 1 - m$$

$$\Rightarrow f - g = -4x + 5 \Rightarrow 5 = \text{عرض از مبدأ}$$

محاسبه قرینه تابع نسبت به خط

برای قرینه کردن f نسبت به خط $x = k$ کافی است به جای x ، $2k - x$ را جایگذاری کنید.

گروه آموزشی ماز

۲۰- نمودار تابع $f(x) = x^2 - 4x + m$ را نسبت به خط $x=3$ قرینه کرده، دو واحد به سمت بالا انتقال داده و سپس نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم تا تابع g به دست می‌آید. اگر رأس سهمی $y = g(x+k) + k$ بر رأس سهمی f منطبق باشد، حاصل $m+k$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۵

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

رأس سهمی f نقطه $A(2, m-4)$ است. حال تبدیلات گفته شده را اعمال می‌کنیم.

$$x = 3 \text{ قرینه نسبت به } A_1(4, m-4)$$

$$\text{دو واحد بالا} : A_2(4, m-2)$$

$$\text{قرینه نسبت به محور } x\text{ها} : A_3(4, -m+2)$$

$$A_4(4-k, -m+2+k) : \text{واحد چپ و } k \text{ واحد بالا}$$

حال رأس $g(x+k) + k$ را می‌یابیم: (با فرض $k > 0$)

پس باید A_4 بر A منطبق باشد.

$$\begin{cases} 4-k=2 \\ -m+2+k=m-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k=2 \\ m=4 \end{cases} \Rightarrow k+m=6$$

گروه آموزشی ماز

۲۱- اگر $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ و $i = j$ باشد، حاصل جمع درایه‌های ماتریس A^{15} کدام است؟

$$a_{ij} = \begin{cases} \left[\frac{j-i}{2} \right] & i < j \\ 2 & i = j \\ \left[\frac{j+i}{2} \right] & i > j \end{cases}$$

(۴) 4×2^{15}

(۳) 4×2^{30}

(۲) 19×2^{14}

(۱) 15×2^{14}

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰)

پاسخ: گزینه ۲

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 12 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow A^n = \begin{bmatrix} 2^n & 0 \\ n \times 2^{n-1} & 2^n \end{bmatrix} \Rightarrow A^{15} = \begin{bmatrix} 2^{15} & 0 \\ 15 \times 2^{14} & 2^{15} \end{bmatrix}$$

$$2 \times 2^{15} + 15 \times 2^{14} = 4 \times 2^{14} + 15 \times 2^{14} = 19 \times 2^{14}$$

رابطه بین توان‌های یک ماتریس

گاهی اوقات با محاسبه توان‌های کوچک‌تر ماتریس A ، مانند A^2 ، A^3 ، ... می‌توان براساس **استدلال استقرایی**، رابطه‌ای کلی برای توان‌های دیگر ماتریس A پیدا کرد.

به عنوان مثال، برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ داریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, A^4 = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \dots$$

بنابراین به رابطه کلی $A^n = \begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ دست پیدا می‌کنیم.

گروه آموزشی ماز

۲۲- چه تعداد از گزاره‌های زیر نادرست است؟

الف) حاصل ضرب درایه‌های ماتریس $[\cos(i-j)]_{3 \times 3}$ همواره مربع کامل است.

ب) اگر A و B ماتریس‌های مربعی باشند، همواره می‌توان نوشت: $(A-B)(A+B) = A^2 - B^2$

ج) اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & \log_2^2 \\ \log_2^2 & 0 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه $A^{100} = 100 \cdot I$ است.

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی موارد:

الف) با توجه به اینکه $\cos(-\theta) = \cos \theta$ است، درایه‌های طرفین قطر اصلی با هم برابرند و از طرفی روی قطر اصلی هم چون $i = j$ است، درایه‌ها برابر $\cos 0 = 1$ است. در نتیجه حاصل ضرب درایه‌ها مربع کامل است. (درست)

ب) (نادرست) فقط در صورتی اتحادهای جبری برای ماتریس‌ها برقرارند که دو ماتریس تعویض‌پذیر باشند.

ج) (نادرست) $A^2 = \begin{bmatrix} 0 & \log_2^2 \\ \log_2^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \log_2^2 \\ \log_2^2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$ در نتیجه: $A^{100} = I$

ماتریس‌های تعویض‌پذیر

دو ماتریس مربعی و هم‌مرتبه A و B **تعویض‌پذیر** نامیده می‌شوند، هرگاه $AB = BA$ باشد. اتحادهای جبری تنها در صورتی برای ماتریس‌ها برقرار هستند که دو **ماتریس تعویض‌پذیر** باشند. به عنوان مثال برای دو ماتریس تعویض‌پذیر A و B داریم:

$$(A \pm B)^2 = A^2 \pm 2AB + B^2$$

گروه آموزشی ماز

۲۳- اگر $A^2 + A + I = \bar{O}$ باشد، آن گاه A^{1404} کدام است؟

(۴) $1404I$

(۳) A^2

(۲) A

(۱) I

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

کافی است طرفین را در $(A - I)$ ضرب کنیم:

$$(A - I)(A^2 + A + I) = A^3 - I = \bar{O}$$

$$\Rightarrow A^3 = I \xrightarrow{\text{توان ۴۶۸}} A^{1404} = I$$

ماتریس واحد یا همانی

ماتریس اسکالری که درایه‌های قطر اصلی آن برابر یک هستند، **ماتریس واحد** یا همانی نامیده شده و با I نمایش داده می‌شود. ماتریس واحد، **عضو خنثی** در عمل ضرب ماتریس‌های مربعی است. بنابراین دارای ویژگی‌های زیر است:

۱) $A \times I = I \times A = A$ (ماتریس I با هر ماتریس مربعی هم‌مرتبه خود **تعویض‌پذیر** است.)

۲) $I^n = I \quad (n \in \mathbb{N})$

گروه آموزشی ماز

۲۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & \cot 17^\circ \\ \tan 17^\circ & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ -9 & -6 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $A^{1403} + A^{1403!} + B^{1404}$ با کدام گزینه برابر است؟

(۴) $2A$

(۳) $I + A$

(۲) $B + 2I$

(۱) $2I$

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & \cot 17^\circ \\ \tan 17^\circ & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \cot 17^\circ \\ \tan 17^\circ & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\begin{cases} A^{\text{زوج}} = I \Rightarrow A^{1403!} = I \\ A^{\text{فرد}} = A \Rightarrow A^{1403} = A \end{cases}$$

$$B^2 = \bar{O} \Rightarrow B^{1404} = \bar{O}$$

$$\Rightarrow A^{1403} + A^{1403!} + B^{1404} = A + I + \bar{O} = I + A$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- دو ماتریس مربعی و هم‌مرتبه A و B همواره در دو رابطه $AB^3 - k^3 B^3 A = \bar{O}$ و $AB^3 - 4BA = \bar{O}$ صدق می‌کنند و ماتریس $C = [c_{ij}]_{2 \times 2}$ را به صورت

$$C = \begin{bmatrix} \frac{k}{2} & 3 \\ -\frac{k}{4} & -\frac{k}{2} \end{bmatrix}$$

تعریف می‌کنیم. مجموع درایه‌های ماتریس $C^{14} + C^{15}$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۵

(۱) ۴

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$AB = 4BA$$

$$AB^3 = (AB)BB = (4BA)BB = 4B(AB)B = 4B(4BA)B = 16B^2(AB) = 16B^2(4BA) = 64B^3A$$

$$AB^3 = k^3 B^3 A \Rightarrow k = 4$$

$$\Rightarrow C = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow C^2 = I \Rightarrow C^{14} = I, C^{15} = C$$

$$C^{14} + C^{15} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= 4 = \text{مجموع درایه‌ها}$$

ویژگی‌های ضرب ماتریس‌ها

۱) ضرب ماتریس‌ها در حالت کلی خاصیت **جابجایی** ندارد، یعنی در حالت کلی برای دو ماتریس مربعی و هم‌مرتبه A و B ، $AB \neq BA$ است.

۲) خاصیت **شرکت‌پذیری** برای ضرب سه ماتریس همواره برقرار است، یعنی داریم: $A(BC) = (AB)C$

گروه آموزشی ماز

۲۶- چه تعداد از گزاره‌های زیر را می‌توان با مثال نقض رد کرد؟

(الف) هر عدد را که بتوان به صورت $6k \pm 1$ ($k \in \mathbb{Z}$) نوشت، عددی اول است.

(ب) مجموع دو عدد گنگ مثبت، همواره عددی گنگ است.

(پ) دو گزاره « k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی است» و « $4k+1$ مربع کامل است» هم‌ارز هستند.

(ت) میانگین حسابی دو عدد نامنفی، از میانگین هندسی آن‌ها کمتر نیست.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰)

بررسی موارد:

(الف) نادرست - عددی مانند ۲۵ به صورت $6k+1$ است ولی اول نیست و یا به ازای $k=20$, $6(20)+1=121$ و $6(20)-1=119$ هیچ کدام اول نیستند.

(ب) نادرست - مثال نقض این مورد می‌تواند دو عدد $\sqrt{2}-3$ و $\sqrt{2}$ باشد که هر دو عدد گنگ و مثبت هستند ولی مجموعشان عددی گویا است.

(پ) درست - گزاره‌ها به صورت $Q \Leftrightarrow P$ هستند و در نتیجه با هم هم‌ارزند.

$$k = n(n+1) \Rightarrow 4k+1 = 4n(n+1)+1 = 4n^2+4n+1 = (2n+1)^2$$

$$4k+1 = a^2 \Rightarrow 4k = a^2 - 1 = (a-1)(a+1) \xrightarrow{a=2n+1} = 2n(2n+2) \Rightarrow k = n(n+1)$$

(ت) درست.

$$\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy} \Leftrightarrow x+y \geq 2\sqrt{xy} \Leftrightarrow (\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 \geq 0 \quad \text{بدیهی}$$

رابطه بین اعداد گویا و گنگ

(۱) مجموع، تفاضل و حاصل ضرب دو عدد گویا، همواره عددی گویا است.

(۲) مجموع یا تفاضل یک عدد گویا و یک عدد گنگ، همواره عددی گنگ است. همچنین حاصل ضرب یک عدد گویای غیرصفر در یک عدد گنگ، همواره عددی گنگ است.

(۳) مجموع، تفاضل یا حاصل ضرب دو عدد گنگ، می‌تواند گویا یا گنگ باشد.

گروه آموزشی ماز

۲۷- به ازای چند عدد طبیعی n از مجموعه $\{2, 21, 22, \dots, 99\}$ عبارت $\frac{n^2(n+1)^2}{9}$ زوج است؟

(۱) ۵۴ (۲) ۲۶ (۳) ۴۵ (۴) ۴۲

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰)

پاسخ: گزینه ۱

$$\left(\frac{n(n+1)}{3}\right)^2 = \text{زوج} \Rightarrow \frac{n(n+1)}{3} = \text{زوج}$$

چون $n(n+1)$ همواره زوج است، بنابراین:

$$\begin{cases} n = 3k \\ \text{یا} \\ n+1 = 3k \Rightarrow n = 3k-1 \end{cases}$$

$$20 \leq 3k \leq 99 \Rightarrow 7 \leq k \leq 33$$

$$\text{تعداد: } 33 - 7 + 1 = 27$$

$$20 \leq 3k-1 \leq 99 \Rightarrow 21 \leq 3k \leq 100 \Rightarrow 7 \leq k \leq 33$$

$$\text{تعداد} = 27$$

$$\Rightarrow 27 + 27 = 54$$

گروه آموزشی ماز

۲۸- اگر x و y اعدادی صحیح باشند، چند زوج مرتب مانند (x, y) در رابطه $x^2 y^2 (x-y) = 45$ صدق می‌کند؟

(۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(آسان - مفهومی - ۱۲۰)

پاسخ: گزینه ۱

اگر x یا y حداقل یکی زوج باشند، عبارت داده شده به طور بدیهی زوج است و نمی‌تواند با ۴۵ برابر شود.

اگر هیچ کدام زوج نباشند، چون هر دو فرد هستند، $x-y$ یا تفاضلشان همواره زوج است و باز هم نمی‌تواند برابر ۴۵ باشد.

$\Leftrightarrow x^2 y^2 (x-y)$ همواره عددی زوج است و هیچ‌گاه با ۴۵ برابر نیست.

گروه آموزشی ماز

۲۹- اگر α و β اعدادی گنگ و $\alpha + \beta$ گویا باشد، $2\alpha + 3\beta$ عددی و $\alpha - \beta$ عددی است.

(۱) گنگ- گنگ

(۲) گنگ- می تواند گنگ یا گویا باشد.

(۳) می تواند گنگ یا گویا باشد- می تواند گنگ یا گویا باشد.

(۴) گنگ- گویا

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

اثبات با برهان خلف: فرض می کنیم $2\alpha + 3\beta$ گویا باشد، از طرفی $\alpha + \beta$ و در نتیجه $2\alpha + 2\beta$ گویاست، پس داریم:

$$(2\alpha + 3\beta) - (2\alpha + 2\beta) = \beta$$

که خلاف فرض است، پس $2\alpha + 3\beta$ عددی گنگ است. به طور مشابه فرض می کنیم $\alpha - \beta$ گویا باشد، از طرفی $\alpha + \beta$ گویاست، پس داریم:

$$(\alpha + \beta) + (\alpha - \beta) = 2\alpha$$

که خلاف فرض است، پس $\alpha - \beta$ گنگ است.

برهان خلف

در روش برهان خلف یا اثبات غیرمستقیم، سه گام زیر را انجام می دهیم:

الف) فرض می کنیم که حکم قضیه نادرست است.

ب) نشان می دهیم که این فرض غلط به نتیجه ای ختم می شود که با اصول ریاضی یا فرض سوال **تناقض** دارد.

پ) با توجه به تناقض ایجاد شده، فرض نادرست بودن حکم باطل و **درستی حکم** ثابت می شود.

گروه آموزشی ماز

۳۰- برای اثبات حکم $13a^2 + 8b^2 \geq 4(ab - 2a - 1)$ به روش بازگشتی به رابطه بدیهی $(a-b)^2 + (a+1)^2 + a^2 + (\frac{a}{A} + b)^2 \geq 0$ رسیده ایم. کدام

است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

روش اول:

ابتدا حکم را به صورت مقابل می نویسیم:

$$13a^2 + 8b^2 - 4ab + 8a + 4 \geq 0$$

حال برای رابطه بدیهی داریم:

$$a^2 + b^2 - 2ab + a^2 + 1 + 2a + a^2 + \frac{a^2}{A^2} + b^2 + \frac{2ab}{A} \geq 0$$

$$\Rightarrow (3 + \frac{1}{A^2})a^2 + 2b^2 + (\frac{2}{A} - 2)ab + 2a + 1 \geq 0$$

$$\xrightarrow{\times 4} (12 + \frac{4}{A^2})a^2 + 8b^2 + (\frac{4}{A} - 8)ab + 8a + 4 \geq 0$$

با مقایسه با حکم به نتایج زیر دست پیدا می کنیم:

$$12 + \frac{4}{A^2} = 13 \Rightarrow \frac{4}{A^2} = 1 \Rightarrow A = \pm 2$$

$$\frac{4}{A} - 8 = -4 \Rightarrow \frac{4}{A} = 4 \Rightarrow A = 1$$

پس مقدار A برابر ۲ است.

روش دوم:

$$13a^2 + 8b^2 \geq 4(ab - 2a - 1) \xrightarrow{\div 4} \frac{13a^2}{4} + 2b^2 - ab + 2a + 1 \geq 0$$

$$a^2 + a^2 + a^2 + \frac{a^2}{4} + b^2 + b^2 - 2ab + ab + 2a + 1 \geq 0$$

$$(a-b)^2 + (a+1)^2 + a^2 + (\frac{a}{4} + b)^2 \geq 0 \Rightarrow A = 4$$

اثبات بازگشتی

در روش اثبات بازگشتی فرض می‌کنیم حکم درست است و با دنباله‌ای از استدلال‌های درست به یک حکم بدیهی دست پیدا می‌کنیم و سپس جهت فلش‌ها را دوطرفه می‌کنیم. به عنوان مثال، برای اثبات حکم $a + \frac{1}{a} \geq 2$ برای هر عدد حقیقی مثبت a داریم:

$$a + \frac{1}{a} \geq 2 \xrightarrow{\times a} a^2 + 1 \geq 2a \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (a-1)^2 \geq 0$$

گروه آموزشی ماز

۳۱- در مثلث متساوی‌الساقین $\triangle ABC$ ($AB=AC$)، $\hat{A}=130^\circ$ است. عمودمنصف‌های دو ساق مثلث، قاعده BC را در نقاط M و N قطع می‌کنند. اندازه زاویه $\hat{MAN}$ کدام است؟

۵۰° (۴)

۶۰° (۳)

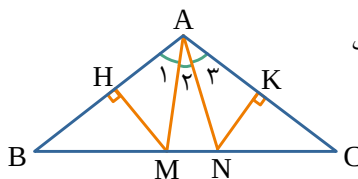
۷۰° (۲)

۸۰° (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۱

در مثلث متساوی‌الساقین $\triangle ABC$ داریم: آزمون وی ای پی



$$\hat{B} = \hat{C} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2} \xrightarrow{\hat{A}=130^\circ} \hat{B} = \hat{C} = 25^\circ$$

مطابق شکل عمودمنصف‌های اضلاع AB و AC ، قاعده BC را به ترتیب در نقاط M و N قطع کرده‌اند، بنابراین داریم:

$$M \in AB \text{ عمودمنصف} \Rightarrow MA = MB \xrightarrow{\hat{MAB}} \hat{A}_1 = \hat{B} = 25^\circ$$

$$N \in AC \text{ عمودمنصف} \Rightarrow NA = NC \xrightarrow{\hat{NAC}} \hat{A}_3 = \hat{C} = 25^\circ$$

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 130^\circ \Rightarrow \hat{A}_2 = 130^\circ - 2 \times 25^\circ = 80^\circ$$

گروه آموزشی ماز

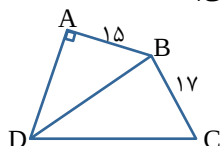
۳۲- در شکل زیر، قطر BD نیمساز زاویه $\hat{ADC}$ است. اگر مساحت چهارضلعی $ABCD$ برابر ۳۶۰ باشد، طول قطر BD کدام است؟

$5\sqrt{21}$ (۱)

۲۰ (۲)

$15\sqrt{2}$ (۳)

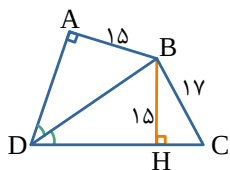
۲۵ (۴)



(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۴

از رأس B ، عمود BH را بر CD رسم می‌کنیم. چون رأس B روی نیمساز زاویه $\hat{ADC}$ قرار دارد، پس از دو ضلع این زاویه به یک فاصله است، یعنی $BH = AB = 15$.



از طرفی دو مثلث $\triangle BDH$ و $\triangle ABD$ هم‌نهشت هستند، پس $AD = DH = x$ ، طبق قضیه فیثاغورس در مثلث $\triangle BCH$ داریم:

$$CH^2 = BC^2 - BH^2 = 17^2 - 15^2 = 64 \Rightarrow CH = 8$$

$$S_{ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times 15x + \frac{1}{2} \times 15(x+8)$$

$$\Rightarrow 360 = 15x + 60 \Rightarrow 15x = 300 \Rightarrow x = 20$$

$$\triangle ABD : BD^2 = AB^2 + AD^2 = 15^2 + 20^2 = 625 \Rightarrow BD = 25$$

گروه آموزشی ماز

۳۳- در مثلث $\triangle ABC$ ، $\hat{A} = 114^\circ$ است. بزرگ‌ترین زاویه بین دو نیمساز داخلی این مثلث، چند درجه است؟

(۴) ۱۵۵

(۳) ۱۵۲

(۲) ۱۴۷

(۱) ۱۴۴

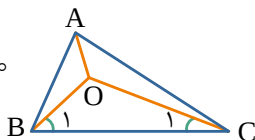
(آسان - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

فرض کنید O نقطه هم‌رسمی نیمسازهای داخلی مثلث $\triangle ABC$ باشد، چون زاویه $\hat{A}$ بزرگ‌ترین زاویه این مثلث است، پس زاویه $\angle BOC$ از دو زاویه $\angle AOB$ و $\angle AOC$ بزرگ‌تر است. در این مثلث داریم:

$$\hat{A} = 114^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ - 114^\circ = 66^\circ \Rightarrow \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} = 33^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 33^\circ \Rightarrow \angle BOC = 180^\circ - 33^\circ = 147^\circ$$



میان‌بر

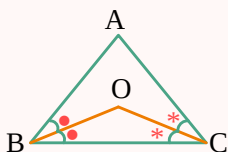
طبق درسنامه داریم:

$$\angle BOC = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2} = 90^\circ + 57^\circ = 147^\circ$$

زاویه بین دو نیمساز

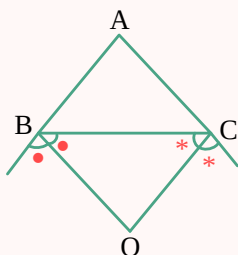
(۱) زاویه بین نیمسازهای داخلی دو رأس یک مثلث، برابر است با 90° به اضافه نصف اندازه زاویه سوم آن مثلث

$$\hat{O} = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$$



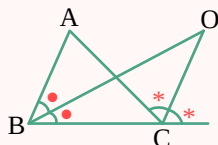
(۲) زاویه بین نیمسازهای خارجی دو رأس یک مثلث، برابر است با 90° منهای نصف اندازه زاویه سوم آن مثلث.

$$\hat{O} = 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2}$$



(۳) زاویه بین نیمساز داخلی یک رأس و نیمساز خارجی رأس دیگر یک مثلث، برابر است با نصف اندازه زاویه سوم آن مثلث.

$$\hat{O} = \frac{\hat{A}}{2}$$



گروه آموزشی ماز

۳۴- طول ساق و قاعده مثلث متساوی‌الساقینی به ترتیب برابر $x-2$ و $3x-9$ است. محیط این مثلث می‌تواند برابر چند مقدار طبیعی متمایز باشد؟

(۴) ۱۱

(۳) ۱۰

(۲) ۹

(۱) ۸

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

طبق درسنامه، مجموع طول هر دو ضلع مثلث از ضلع سوم بزرگ‌تر است، پس مجموع طول‌های دو ساق مثلث باید بزرگ‌تر از قاعده آن باشد، یعنی داریم:

$$2(x-2) > 3x-9 \Rightarrow 2x-4 > 3x-9 \Rightarrow x < 5 \quad (1)$$

از طرفی، طول هر ضلع مثلث عددی مثبت است، پس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} x-2 > 0 \Rightarrow x > 2 \\ 3x-9 > 0 \Rightarrow x > 3 \end{array} \right\} \Rightarrow x > 3 \quad (2)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲)، مقادیر x به صورت $3 < x < 5$ خواهد بود. حال محیط مثلث را محاسبه می‌کنیم:

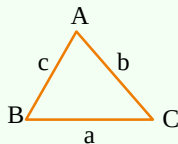
$$\text{محیط} = 3x-9 + 2(x-2) = 5x-13$$

$$3 < x < 5 \Rightarrow 15 < 5x < 25 \Rightarrow 2 < 5x-13 < 12$$

یعنی مقادیر طبیعی ممکن برای محیط مثلث، اعداد ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ هستند که شامل ۹ مقدار متمایز است.

قضیه نامساوی مثلثی

در هر مثلث، مجموع طول‌های هر دو ضلع مثلث از طول ضلع سوم بزرگتر است.



$$\begin{cases} a + b > c \\ a + c > b \\ b + c > a \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۳۵- در مثلث حاده‌الزاویه $\triangle ABC$ ، نیمساز زاویه B ، عمودمنصف ضلع BC را خارج مثلث قطع می‌کند و نیمساز زاویه A ، عمودمنصف ضلع AC را روی مثلث قطع می‌نماید. کدام نامساوی زیر درست است؟

(۲) $AC > BC > AB$

(۱) $BC > AC > AB$

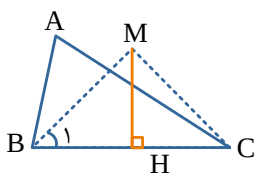
(۴) $AC > AB > BC$

(۳) $BC > AB > AC$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

مطابق شکل، فرض کنید نیمساز زاویه B ، عمودمنصف ضلع BC را در نقطه M خارج مثلث قطع کند. در این صورت داریم:



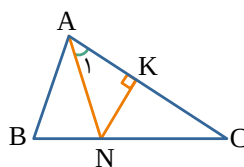
$$M \in BC \text{ عمودمنصف} \Rightarrow MB = MC \xrightarrow{\hat{MBC}} \hat{B}_1 = \hat{MCB} \xrightarrow{\hat{MCB} > \hat{C}} \frac{\hat{B}}{2} > \hat{C} \Rightarrow \hat{B} > 2\hat{C} \quad (۱)$$

از طرفی، فرض کنید نیمساز زاویه A ، عمودمنصف ضلع AC را در نقطه N روی مثلث قطع کند. در این صورت داریم:

$$N \in AC \text{ عمودمنصف} \Rightarrow NA = NC \xrightarrow{\hat{NAC}} \hat{A}_1 = \hat{C}$$

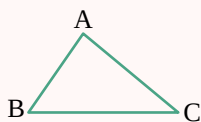
$$\Rightarrow \frac{\hat{A}}{2} = \hat{C} \Rightarrow \hat{A} = 2\hat{C} \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow \hat{B} > \hat{A} > \hat{C} \xrightarrow{\text{زاویه برتر}} AC > BC > AB$$



قضایای ضلع برتر و زاویه برتر

قضیه ضلع برتر: در یک مثلث، اگر دو ضلع نابرابر باشند، زاویه روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، از زاویه روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر، بزرگ‌تر است.
قضیه زاویه برتر: در یک مثلث، اگر دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر، بزرگ‌تر است.



$$AC > AB \Leftrightarrow \hat{B} > \hat{C}$$

گروه آموزشی ماز

۳۶- در چهارضلعی محدب $ABCD$ ، AB بزرگ‌ترین و CD کوچک‌ترین ضلع است. کدام نامساوی زیر در این چهارضلعی همواره درست است؟

(۲) $\hat{C} + \hat{D} > 180^\circ$

(۱) $\hat{A} + \hat{C} > 180^\circ$

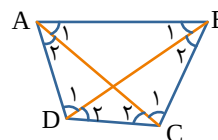
(۴) $AD > BC$

(۳) $AB + CD > AD + BC$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

مطابق شکل و براساس قضیه ضلع برتر داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \hat{ABC} : AB > BC \Rightarrow \hat{C}_1 > \hat{A}_1 \\ \hat{ADC} : AD > CD \Rightarrow \hat{C}_2 > \hat{A}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{+} \hat{C}_1 + \hat{C}_2 > \hat{A}_1 + \hat{A}_2 \Rightarrow \hat{C} > \hat{A} \quad (۱)$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{ABD} : AB > AD \Rightarrow \hat{D}_1 > \hat{B}_1 \\ \hat{BDC} : BC > CD \Rightarrow \hat{D}_2 > \hat{B}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{D}_1 + \hat{D}_2 > \hat{B}_1 + \hat{B}_2 \Rightarrow \hat{D} > \hat{B} \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow \hat{C} + \hat{D} > \hat{A} + \hat{B} \xrightarrow{+(\hat{C} + \hat{D})} 2(\hat{C} + \hat{D}) > \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} \Rightarrow \hat{C} + \hat{D} > 180^\circ$$

بنابراین، گزینه ۲ همواره درست است.

چهارضلعی $ABCD$ با زوایای $\hat{A} = 40^\circ$ ، $\hat{B} = 60^\circ$ ، $\hat{C} = 120^\circ$ و $\hat{D} = 140^\circ$ مثال نقضی برای گزینه ۱ است. همچنین چهارضلعی $ABCD$ به طول اضلاع $AB = 7$ ، $BC = 6$ ، $CD = 3$ و $AD = 5$ ، مثال نقضی برای گزینه‌های ۳ و ۴ است.

گروه آموزشی ماز

۳۷- در مثلث $\triangle ABC$ ، $AB=8$ و $AC=6$ است. اگر طول ارتفاع وارد بر ضلع BC برابر مجموع نصف اندازه ارتفاع وارد بر ضلع AC و دو برابر اندازه ارتفاع وارد بر ضلع AB باشد، آن گاه طول ضلع BC کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۴/۵

(۲) ۴

(۱) ۳

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

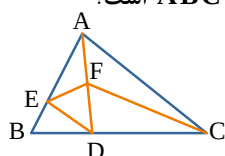
اگر مساحت مثلث $\triangle ABC$ را با S نمایش دهیم، آن گاه طبق فرض داریم:

$$h_a = \frac{1}{2}h_b + 2h_c \Rightarrow \frac{2S}{a} = \frac{1}{2} \times \frac{2S}{b} + 2 \times \frac{2S}{c}$$

$$\xrightarrow{\div 2S} \frac{1}{a} = \frac{1}{2b} + \frac{2}{c} = \frac{1}{2 \times 6} + \frac{2}{8} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 3$$

گروه آموزشی ماز

۳۸- در شکل زیر، F وسط AD ، $CD=2BD$ و $AE=3BE$ است. مساحت چهارضلعی $CDEF$ چه کسری از مساحت مثلث $\triangle ABC$ است؟



(۲) $\frac{3}{8}$

(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{11}{24}$

(۳) $\frac{5}{12}$

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

طبق درسنامه داریم:

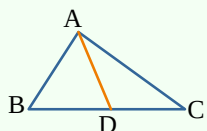
$$\left. \begin{aligned} \frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}} &= \frac{DC}{BC} = \frac{2}{3} \\ \frac{S_{\triangle CDF}}{S_{\triangle ADC}} &= \frac{FD}{AD} = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{S_{\triangle CDF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}} &= \frac{BD}{BC} = \frac{1}{3} \\ \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABD}} &= \frac{AE}{AB} = \frac{3}{4} \\ \frac{S_{\triangle EDF}}{S_{\triangle ADE}} &= \frac{DF}{AD} = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{S_{\triangle EDF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{S_{CDEF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle CDF}}{S_{\triangle ABC}} + \frac{S_{\triangle EDF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{8} = \frac{11}{24}$$

رابطه بین مساحت‌ها و قاعده‌های دو مثلث

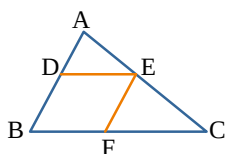
اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعده مقابل به این رأس آنها، روی یک خط راست باشد، آن گاه نسبت مساحت‌های آنها برابر نسبت اندازه قاعده‌های آنهاست.



$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{BD}{DC}$$

گروه آموزشی ماز

۳۹- در شکل زیر، چهارضلعی $BDEF$ لوزی است. اگر $AD=4$ و $BC=15$ باشد، آن گاه مساحت مثلث $\triangle CEF$ چه کسری از مساحت لوزی است؟



(۲) $\frac{4}{9}$

(۱) $\frac{1}{2}$

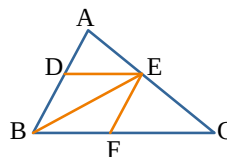
(۴) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{3}{4}$

فرض کنید $BD = x$ باشد، چون چهارضلعی BDEF لوزی است، پس $DE = x$ و طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{4}{4+x} = \frac{x}{15} \Rightarrow 4x + x^2 = 60$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 60 = 0 \Rightarrow (x+10)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -10 & \text{غ قی} \\ x = 6 \end{cases}$$

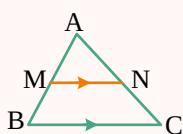


$$CF = BC - BF = 15 - 6 = 9$$

مطابق شکل، قطر BE را در این لوزی رسم می‌کنیم. می‌دانیم هر قطر لوزی، آن را به دو مثلث هم‌نهشت تقسیم می‌کند، پس داریم:

$$\frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle BEF}} = \frac{CF}{BF} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{S_{\triangle CEF}}{\frac{1}{2}S_{BDEF}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{S_{\triangle CEF}}{S_{BDEF}} = \frac{3}{4}$$

قضیه تالس در مثلث

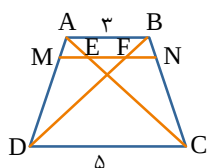


فرض کنید در مثلث ABC، پاره‌خط MN موازی ضلع BC رسم شده باشد، در این صورت:

(الف) طبق قضیه تالس: $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$

(ب) طبق تعمیم قضیه تالس: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

گروه آموزشی ماز



۴۰- در شکل زیر، $AB \parallel MN \parallel CD$ است. اگر $ME = EF = FN$ باشد، طول پاره‌خط MN کدام است؟

(۲) $\frac{16}{5}$

(۱) $\frac{25}{8}$

(۴) $\frac{49}{15}$

(۳) $\frac{45}{13}$

فرض کنید $ME = EF = FN = x$ و $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} = \frac{a}{b}$ باشد، در این صورت طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\triangle ADC: \frac{ME}{DC} = \frac{AM}{AD} \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{a}{a+b}$$

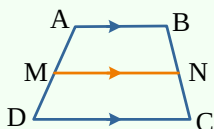
$$\triangle ABC: \frac{EN}{AB} = \frac{CN}{CB} \Rightarrow \frac{2x}{3} = \frac{b}{a+b}$$

$$\frac{x}{5} + \frac{2x}{3} = \frac{a+b}{a+b} = 1 \Rightarrow \frac{13x}{15} = 1 \Rightarrow x = \frac{15}{13}$$

$$\Rightarrow MN = 3 \times \frac{15}{13} = \frac{45}{13}$$

از جمع کردن طرفین دو رابطه فوق داریم:

قضیه تالس در ذوزنقه



در ذوزنقه ABCD، اگر پاره‌خط MN موازی با دو قاعده AB و CD رسم شود، آن‌گاه داریم:

$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$$

گروه آموزشی ماز

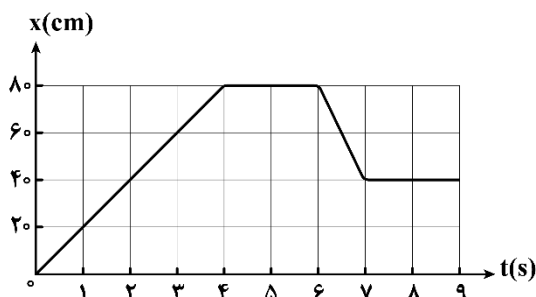
امیدواریم از تابستون حسابی استفاده و با انرژی زیاد سال تحصیلی رو شروع کرده باشیم. در طراحی این آزمون، هم به کنکورای چند سال گذشته توجه داشتیم و هم حواسمون به متن و شکل‌های کتاب درسی بوده تا بتونیم به آزمون خوب و مفید رو براتون آماده کنیم.

در قسمت مربوط به پایه دوازدهم این آزمون قراره مفاهیم اولیه و حرکت‌شناسی رو باهم مرور کنیم. سؤالی این قسمت خیلی دشوار نیستن و تلاشمون بر این بوده که سختی سؤالات، استاندارد باشه. البته جلوتر که بریم کم‌کم سؤالات سخت‌تر هم براتون طرح می‌کنیم تا خیالمون راحت بشه که واسه همه مدل کنکوری آماده می‌شین.

در قسمت مربوط به پایه دهم هم قراره روی فصل یک فیزیک دهم کار کنیم. در این بخش علاوه بر چند سؤال ساده، چند سؤال سخت هم براتون طرح کردیم تا کیفیت یادگیری‌تون مشخص بشه. امیدواریم که خوشتون اومده باشه...

سجاد صادقی‌زاده - رتبه ۱ کنکور ۹۲ و مسئول درس فیزیک گروه آموزشی ماز

۴۱- شکل زیر، نمودار مکان - زمان مورچه‌ای را نشان می‌دهد که در راستای محور x حرکت می‌کند. در بازه زمانی صفر تا ۹s چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد این حرکت نادرست است؟



الف: در مجموع به مدت ۴s مورچه ایستاده است.

ب: در لحظات ۲/۵s و ۶/۵s مورچه از مبدأ برابر ۵۰ سانتی‌متر است.

پ: مدت زمانی که مورچه در جهت محور x حرکت کرده، بیش‌تر از مدت زمانی است

که سرعت مورچه در خلاف جهت محور x بوده است.

ت: حداکثر به مدت ۴s اندازه سرعت متوسط مورچه با تندی متوسط آن برابر است.

(۱) ۲

صفر

(۴) ۳

(۳) ۲

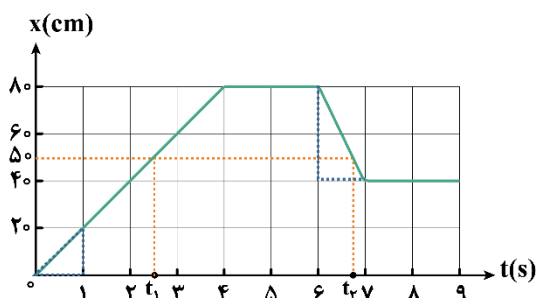
(متوسط - نموداری - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی موارد:

الف) در بازه زمانی ۴s تا ۶s و نیز ۷s تا ۹s نمودار مکان - زمان، افقی بوده و در مجموع به مدت ۴s مورچه ایستاده است. (✓)

ب) به کمک قضیه تالس داریم:



$$\frac{50}{20} = \frac{t_1}{1} \Rightarrow t_1 = 2.5s$$

$$\frac{80-40}{80-50} = \frac{7-t_2}{t_2-6} \Rightarrow t_2 = 6.5s$$

پس در لحظات $t_1 = 2.5s$ و $t_2 = 6.5s$ مورچه از مبدأ برابر ۵۰ سانتی‌متر است. (✗)

پ) در بازه زمانی صفر تا ۴s به مدت ۴s مورچه در جهت محور x حرکت کرده است و در

بازه زمانی ۶s تا ۷s سرعت مورچه به مدت ۱s در خلاف جهت محور x بوده است. (✓)

ت) حداکثر به مدت ۶s یعنی از بازه زمانی ۰s تا ۶s، اندازه سرعت متوسط مورچه برابر با تندی متوسط آن است. (✗)

نمودار مکان - زمان

در مورد نمودار مکان - زمان نکات مهم زیر را باید در نظر بگیریم:

۱- سرعت متوسط برابر است با شیب خط واصل دو نقطه از نمودار مکان - زمان:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

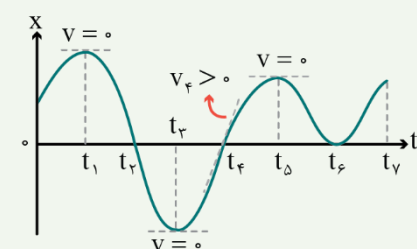
لحظه‌ای $v =$ شیب خط مماس

۲- سرعت لحظه‌ای برابر است با شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظه موردنظر:

۳- هر جا که نمودار مکان - زمان محور زمان را قطع کند و از آن عبور نماید، بردار مکان تغییر علامت می‌دهد.

۴- هر جا نمودار مکان - زمان صعودی باشد ($v > 0$)، متحرک در جهت محور حرکت می‌کند، هر جا نزولی باشد ($v < 0$)، متحرک در خلاف جهت محور حرکت می‌کند.

مثال



لحظات تغییر جهت بردار مکان: t_2, t_4, t_6

بازه‌های حرکت در جهت محور x : $(0, t_1)$ و (t_3, t_5) و (t_6, t_7)

بازه‌های حرکت در خلاف جهت محور x : (t_1, t_2) و (t_4, t_5) و (t_6, t_7)

۴۲- معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^3 - 2t^2 + 3t - 14$ است. بزرگی اختلاف اندازه سرعت متوسط در ۳ ثانیه دوم و ۲ ثانیه سوم حرکت متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

(ساده - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا دقت کنید که مقدار ثابت ۱۴- تأثیری بر مقادیر جابه‌جایی و سرعت متوسط ندارد و می‌توان سرعت متوسط را با کمک معادله $x = t^3 - 2t^2 + 3t$ نیز محاسبه کرد؛ بنابراین داریم:

$$3s \leq t < 6s : \begin{cases} t_1 = 3s : x_1 = 3^3 - 2 \times 3^2 + 3 \times 3 = 18m \\ t_2 = 6s : x_2 = 6^3 - 2 \times 6^2 + 3 \times 6 = 162m \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{162 - 18}{6 - 3} = \frac{144}{3} = 48 \frac{m}{s}$$

$$4s \leq t < 6s : \begin{cases} t_1 = 4s : x_1 = 4^3 - 2 \times 4^2 + 3 \times 4 = 44m \\ t_2 = 6s : x_2 = 162m \end{cases}$$

$$\Rightarrow v'_{av} = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{162 - 44}{6 - 4} = \frac{118}{2} = 59 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v'_{av} - v_{av} = 59 - 48 = 11 \frac{m}{s}$$

معادله مکان - زمان

در این درس‌نامه می‌خواهیم اطلاعاتی را که از معادله مکان - زمان قابل استنباط است، بررسی کنیم. برای ساده‌تر شدن فهم موضوع از یک مثال استفاده می‌کنیم و با پاسخ دادن به سؤالات مختلف، معادله مکان - زمان را به‌طور کامل بررسی می‌کنیم.

مثال

معادله مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند در SI برابر $x = t^2 - 6t + 8$ است. به سؤالات زیر پاسخ دهید.

۱- مکان متحرک در لحظات $t_1 = 1s$ و $t_2 = 6s$ را به‌دست آورید.

با جایگذاری زمان‌ها در معادله داریم:

$$t_1 = 1s \rightarrow x_1 = 1^2 - (6 \times 1) + 8 = 3m$$

$$t_2 = 6s \rightarrow x_2 = 6^2 - (6 \times 6) + 8 = 8m$$

۲- جابه‌جایی متحرک بین لحظات $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 6s$ چند متر است؟

$$\begin{cases} t_1 = 1s : x_1 = 3m \\ t_2 = 6s : x_2 = 8m \end{cases} \rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = 8 - 3 = 5m$$

۳- سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 6s$ چند متر بر ثانیه است؟

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{5}{6 - 1} = 1 \frac{m}{s}$$

۴- بردار سرعت متوسط متحرک در ثانیه دوم حرکت در چه جهتی است؟

کافی است ببینیم متحرک در ثانیه دوم در جهت محور x جابه‌جا یا در خلاف آن جابه‌جا شده است.

$$\begin{cases} t_1 = 1s : x_1 = 1^2 - (6 \times 1) + 8 = 3m \\ t_2 = 2s : x_2 = 2^2 - (6 \times 2) + 8 = 0 \end{cases} \rightarrow \Delta x = 0 - 3 = -3m$$

بنابراین جابه‌جایی و سرعت متوسط در خلاف جهت محور x هستند.

۵- بردار مکان متحرک در چه لحظاتی تغییر علامت می‌دهد؟

کافی است معادله مکان - زمان را تعیین علامت کنیم. برای این کار ریشه‌های آن را محاسبه می‌کنیم.

$$x = t^2 - 6t + 8 = (t - 2)(t - 4) \rightarrow \begin{cases} t_1 = 2s \\ t_2 = 4s \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c} t & 2 & 4 & \\ \hline x & + & - & + \end{array}$$

بنابراین در لحظات $t = 2s$ و $t = 4s$ ، جهت بردار مکان عوض می‌شود.

نکته

در صورتی که علاوه بر معادله مکان - زمان، معادله سرعت - زمان را هم داشته باشیم، می‌توانیم مواردی مثل جهت حرکت، شتاب متوسط، مسافت طی شده، تندی متوسط و لحظات تغییر جهت را هم به دست آوریم که در آزمون‌های بعدی این موارد را به طور کامل بررسی می‌کنیم.

نکته

۱- ابتدای ثانیه n ام به معنی لحظه $t = n - 1$ است.

۲- انتهای ثانیه n ام به معنی لحظه $t = n$ است.

۳- T ثانیه n ام به معنی بازه زمانی بین لحظات $t_1 = (n-1)T$ تا $t_2 = nT$ است.

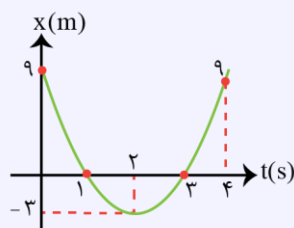
ریاضی - دی ماه ۱۴۰۱

۴۴- معادله حرکت متحرکی در SI به صورت $x = 3t^2 - 12t + 9$ است. تندی متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$ ، چند متر بر ثانیه است؟

۵ (۱) ۸ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴)

پاسخ تشریحی:

با توجه به معادله داده شده در صورت سؤال، ابتدا نمودار مکان - زمان متحرک را رسم می‌کنیم و سپس با توجه به نمودار به راحتی مسافت طی شده در بازه زمانی ۱ تا ۴ ثانیه را به دست می‌آوریم:



$$x = 3t^2 - 12t + 9$$

$$L = 3 + 3 + 9 = 15 \text{ (m)}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{15}{3} = 5 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

پاسخ: گزینه ۱

گروه آموزشی ماز

۴۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح هستند؟

الف: متحرکی روی محور x در حال نزدیک شدن به مبدأ محور x است، بنابراین بردار مکان آن همواره مثبت است.

ب: متحرک روی محور x در خلاف جهت محور x در حال حرکت است، در نتیجه بردار مکان آن منفی است.

پ: عقربه تندی سنج خودرو تندی لحظه‌ای خودرو را نشان می‌دهد و اطلاعاتی در مورد جهت حرکت آن نمی‌دهد.

ت: در حرکت بر روی خط راست و بدون تغییر جهت، تندی متوسط همواره برابر با اندازه سرعت متوسط است.

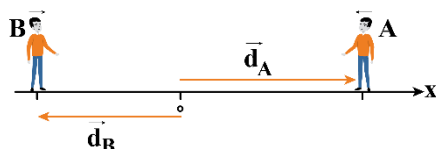
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

(آسان - مفهومی / خط به خط کتاب درسی - ۱۲۰۱)

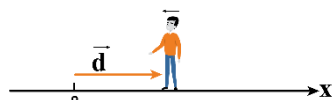
پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های (پ) و (ت) صحیح هستند.

بررسی سایر موارد:



الف) بردار مکان متحرک همواره به مکان متحرک وابسته است، در نتیجه اگر متحرک در مکان‌های مثبت باشد ($x > 0$)، علامت بردار مکان، مثبت و اگر در مکان‌های منفی باشد ($x < 0$)، علامت بردار مکان منفی است.



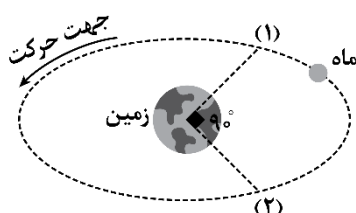
ب) اگر متحرک در خلاف جهت محور x حرکت کند ولی در مکان‌های مثبت قرار داشته باشد علامت بردار مکان آن مثبت می‌شود.

نکته ۱

اگر متحرکی در یک لحظه در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان باشد، بردارهای مکان و سرعت آن در خلاف جهت یکدیگر هستند ($xv < 0$) و چنانچه متحرک در یک لحظه در حال دور شدن از مبدأ مکان باشد، بردارهای مکان و سرعت آن در جهت یکدیگر خواهند بود ($xv > 0$).

گروه آموزشی ماز

۴۴- شکل زیر، مسیر حرکت ماه به دور زمین را در یک مسیر تقریباً دایره‌ای نشان می‌دهد. اگر ماه در جهت نشان داده شده در شکل، از مکان (۱) به مکان (۲) برود، مسافت طی شده توسط ماه چند برابر اندازه جابه‌جایی آن می‌شود؟



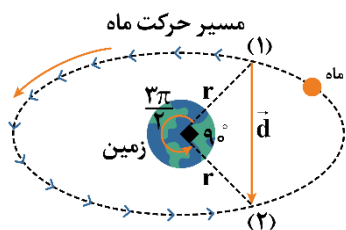
$$\frac{\pi}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{3\sqrt{2}\pi}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{2}\pi}{4} \quad (۱)$$

$$\frac{3\pi}{2} \quad (۳)$$

اگر شعاع چرخش ماه به دور زمین را r در نظر بگیریم، با توجه به شکل زیر داریم:



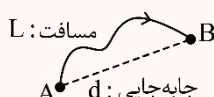
$$\text{مسافت طی شده: } L = r\theta = r \times \left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2} r$$

$$\text{اندازه جابه‌جایی: } d = \sqrt{r^2 + r^2} = r\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{L}{d} = \frac{\frac{3\pi}{2} r}{r\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4} \pi$$

مقایسه مسافت و جابه‌جایی، تندی متوسط و سرعت متوسط

۱- در شکل زیر، متحرک از مسیر نشان داده شده از A به B می‌رود. در این صورت طول مسیر واقعی برابر مسافت طی شده است و طول پاره‌خطی که A را به B وصل می‌کند برابر اندازه جابه‌جایی متحرک است. به شکل زیر دقت کنید:



۲- مسافت، کمیتی نرده‌ای است، درحالی‌که جابه‌جایی کمیتی برداری است و جهت دارد.

۳- یکای مسافت و جابه‌جایی، هر دو در SI برابر متر (m) است.

۴- اندازه جابه‌جایی همواره کوچک‌تر یا مساوی مسافت طی شده است.

$$|\vec{d}| \leq L$$

۵- در شرایطی جابه‌جایی و مسافت هم‌اندازه هستند که حرکت بر روی خط راست و بدون تغییر جهت انجام شده باشد.

مثال

در کدامیک از حرکت‌های زیر، مسافت طی شده برابر اندازه جابه‌جایی متحرک است؟

(الف) اتومبیلی که در مسیر مستقیم به سمت شمال حرکت می‌کند.

(ب) اتومبیلی که ابتدا در مسیر مستقیم به سمت شمال حرکت می‌کند و سپس در مسیر مستقیم به سمت شرق می‌رود.

(ج) ماهواره‌ای که در مسیر دایره‌ای دور کره زمین می‌چرخد.

(د) شناگری که طول استخر را شنا می‌کند و دوباره به مکان اولیه خود برمی‌گردد.

پاسخ: مطابق نکات فوق، برای آن‌که در حرکتی مسافت طی شده هم‌اندازه جابه‌جایی باشد، حرکت باید بدون هیچ‌گونه تغییر جهتی انجام شود و در مسیر مستقیم باشد. در بین عبارت‌های داده شده، فقط در عبارت (الف) متحرک روی خط راست و بدون تغییر جهت حرکت می‌کند.

۶- با تقسیم مسافت طی شده بر زمان حرکت، تندی متوسط حرکت به دست می‌آید.

$$s_{av} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{L}{\Delta t}$$

۷- با تقسیم جابه‌جایی بر زمان حرکت، سرعت متوسط به دست می‌آید.

$$\vec{v}_{av} = \frac{\text{بردار جابه‌جایی}}{\text{زمان}} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

۸- تندی متوسط کمیتی نرده‌ای است، درحالی‌که سرعت متوسط، کمیتی برداری است.

۹- اندازه سرعت متوسط همواره کوچک‌تر یا مساوی تندی متوسط است. هنگامی این دو کمیت هم‌اندازه هستند که متحرک روی مسیر مستقیم بدون تغییر جهت حرکت کند.

گروه آموزشی ماز

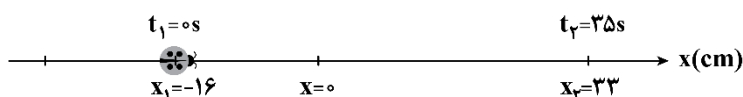
۴۵- شکل زیر، نشان دهنده کفش دوزکی است که بر روی محور x حرکت می‌کند و در لحظه‌های $t_1 = 0s$ و $t_2 = 35s$ به ترتیب از مکان‌های $x_1 = -16cm$ و $x_2 = 33cm$ می‌گذرد. در این بازه زمانی، سرعت متوسط این کفش دوزک کدام است؟

$$(1) \left(\frac{1}{4}\frac{m}{s}\right)\vec{i}$$

$$(2) \left(-\frac{1}{4}\frac{m}{s}\right)\vec{i}$$

$$(3) \left(-\frac{1}{4}\frac{cm}{s}\right)\vec{i}$$

$$(4) \left(\frac{1}{4}\frac{cm}{s}\right)\vec{i}$$



با توجه به رابطه $\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$ داریم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}_2 - \vec{x}_1}{t_2 - t_1} = \frac{(33\text{cm})\vec{i} - (-16\text{cm})\vec{i}}{35 - 0} = (1/4 \frac{\text{cm}}{\text{s}})\vec{i}$$

تجربی - ۹۸

۴۷- متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و در مبدأ زمان از مکان $x_0 = -40\text{m}$ می‌گذرد و در لحظه $t_1 = 6\text{s}$ به مکان $x_1 = 100\text{m}$ می‌رسد و در نهایت در لحظه $t_2 = 10\text{s}$ از مکان $x_2 = 20\text{m}$ می‌گذرد. سرعت متوسط این متحرک در SI در این ۱۰ ثانیه کدام است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۱۴ (۳) ۶ (۴) ۲

پاسخ تشریحی:

توجه کنید که جابه‌جایی و سرعت متوسط فقط به نقطه شروع و پایان حرکت بستگی دارد و ربطی به مسیر حرکت ندارد؛ بنابراین:

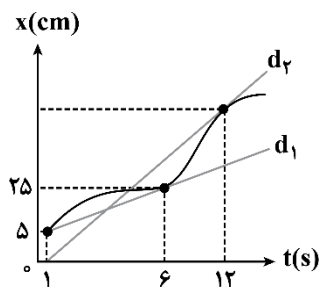
$$v_{av} = \frac{x_2 - x_0}{\Delta t} = \frac{20 - (-40)}{10} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پاسخ: گزینه ۳

گروه آموزشی ماز

۴۶- شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که بر روی محور x در حال حرکت است. اگر تندی متحرک در لحظه ۱۲s، دو برابر تندی متحرک

در لحظه ۶s باشد، سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی ۶s تا ۱۲s چند $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ است؟ (خطوط d_1 و d_2 به ترتیب در لحظات ۶s و ۱۲s بر نمودار مماس



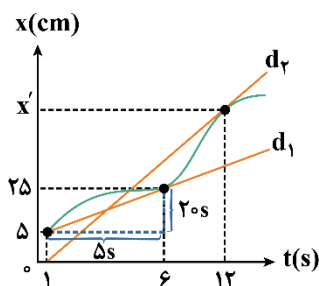
هستند.

- (۱) ۱۰/۵
(۲) ۸/۵
(۳) ۷/۵
(۴) ۱۲/۵

(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به شکل مقابل داریم: آزمون وی ای پی



$$v_{6s} = d_1 \text{ شیب خط } = \frac{20}{5} = 4 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \quad d_2 \text{ شیب خط } = 2 \times (d_1 \text{ شیب خط}) \rightarrow v_{12s} = 2 \times 4 = 8 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

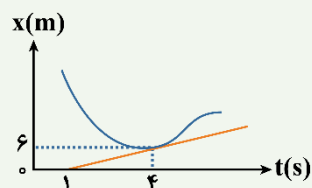
$$d_2 \text{ شیب خط } = \frac{x'}{12-6} = 8 \Rightarrow x' = 48 \text{ cm}$$

$$12\text{s تا } 6\text{s} \text{ در بازه زمانی } v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{12s} - x_{6s}}{12 - 6} = \frac{48 - 25}{6} = 10/5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای

تندی متحرک در هر لحظه را تندی لحظه‌ای می‌نامند. اگر برای تندی لحظه‌ای، جهت در نظر بگیریم، درواقع سرعت لحظه‌ای را توصیف می‌کنیم. سرعت در هر لحظه دلخواه برابر با شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در آن لحظه است. تندی در هر لحظه نیز برابر قدر مطلق لحظه‌ای است.

مثال

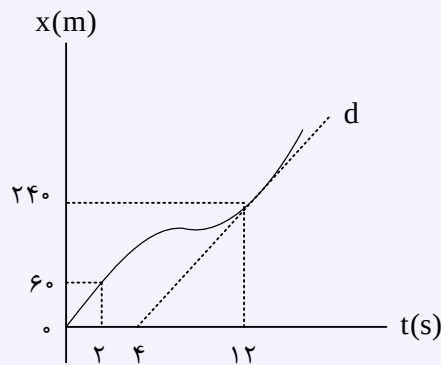


سرعت در $t = 4\text{s}$ ، چند متر بر ثانیه است؟

پاسخ: سرعت در لحظه $t = 4\text{s}$ ، برابر شیب خط مماس در این لحظه است.

$$v(t=4s) = \frac{6-0}{4-1} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۴۸- نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. اگر تندی در لحظه $t = ۱۲$ برابر تندی متوسط در بازه $t_1 = ۲$ تا $t_2 = ۱۴$ باشد، سرعت متوسط ۲ ثانیه اول چند برابر سرعت متوسط ۲ ثانیه هفتم است؟ (خط d مماس بر نمودار در لحظه $t = ۱۲$ است.)



(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{3}{5}$

(۴) $\frac{2}{3}$

پاسخ تشریحی:

این سؤال را در گام‌های زیر حل می‌کنیم:

گام اول: محاسبه تندی در $t = ۱۲$:

$$S = \text{شیب خط مماس} = \frac{240}{12-4} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام دوم: پس با توجه به متن سؤال: تندی متوسط در بازه $t = ۲$ تا $t = ۱۴$ هم برابر $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است و داریم:

$$2\text{s} < t < 14\text{s}: S_{\text{av}} = \frac{x_{14} - x_2}{14 - 2} \rightarrow x_{14} = 420 \text{ m}$$

در رابطه بالا x_{14} مکان در $t = ۱۴$ است.

گام سوم: محاسبه سرعت متوسط در ۲ ثانیه اول و هفتم:

$$\text{۲ ثانیه اول: } v_{\text{av}} = \frac{x_2 - x_0}{2 - 0} = \frac{60 - 0}{2} = 30 \text{ m/s}$$

$$\text{۲ ثانیه هفتم: } v'_{\text{av}} = \frac{x_{14} - x_{12}}{14 - 12} = \frac{420 - 240}{2} = 90 \text{ m/s}$$

$$\rightarrow \frac{v_{\text{av}}}{v'_{\text{av}}} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$$

پاسخ: گزینه ۱

گروه آموزشی ماز

۴۷- اتومبیلی بر روی محور x حرکت می‌کند. جدول زیر، سرعت متوسط اتومبیل را در بازه‌های زمانی مشخص شده، نشان می‌دهد. سرعت متوسط این

اتومبیل در ۲ ثانیه چهارم حرکت، چند $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ است؟

(۱) $-3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

(۲) $-5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

(۳) $-11 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

(۴) $-14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

بازه زمانی	۴ ثانیه اول	۴ ثانیه دوم	۶ ثانیه اول
سرعت متوسط	$4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

پاسخ: گزینه ۴

(سخت - محاسباتی - ۱۲۰۱)

جابه‌جایی کل در مدت ۸ ثانیه را به دو صورت زیر، برابر قرار می‌دهیم:

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_{0-4} + \Delta x_{4-8} = \Delta x_{0-6} + \Delta x_{6-8}$$

$$\Rightarrow v_{\text{av}_{0-4}} \Delta t_{0-4} + v_{\text{av}_{4-8}} \Delta t_{4-8} = v_{\text{av}_{0-6}} \Delta t_{0-6} + v_{\text{av}_{6-8}} \Delta t_{6-8}$$

$$\Rightarrow (4 \times 4) + (7 \times 4) = (12 \times 6) + v_{\text{av}_{6-8}} (2) \Rightarrow v_{\text{av}_{6-8}} = -14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گروه آموزشی ماز

۴۸- متحرکی در راستای محور x در حال حرکت بوده و در لحظه‌های $t_1 = 2s$ و $t_2 = 7s$ به ترتیب در مکان‌های $x_1 = 2m$ و $x_2 = -18m$ قرار دارد. اگر در این مدت، متحرک فقط یک بار تغییر جهت داده و تندی متوسط آن، ۵۰ درصد بیش‌تر از اندازه سرعت متوسط آن باشد، در لحظه تغییر جهت حرکت، بردار مکان متحرک کدام است؟

- (۱) $(7m)\vec{i}$ یا $(-23m)\vec{i}$ (۲) $(7m)\vec{i}$ یا $(23m)\vec{i}$
(۳) $(-7m)\vec{i}$ یا $(-23m)\vec{i}$ (۴) $(-7m)\vec{i}$ یا $(23m)\vec{i}$

پاسخ: گزینه ۱

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

چون تندی متوسط، ۵۰ درصد بیش‌تر از اندازه سرعت متوسط است داریم:

$$s_{av} = \frac{3}{2} |v_{av}| \Rightarrow \frac{L}{\Delta t} = \frac{3}{2} \frac{|\Delta x|}{\Delta t} \Rightarrow L = \frac{3}{2} |\Delta x| = \frac{3}{2} |-18 - 2| = 30m$$

در ادامه، دو حالت مختلف را در نظر می‌گیریم:

حالت اول: در لحظه t_1 متحرک در جهت محور x در حال حرکت باشد:

$$L = x' - 2 + x' - (-18) = 2x' + 16 = 30 \Rightarrow x' = 7m$$

$$\Rightarrow \text{بردار مکان در لحظه تغییر جهت حرکت: } \vec{x}' = (7m)\vec{i}$$

حالت دوم: در لحظه t_1 متحرک در خلاف جهت محور x در حال حرکت باشد:

$$L = -18 - x' + 2 - x' = -2x' - 16 = 30 \Rightarrow x' = -23m$$

$$\Rightarrow \text{بردار مکان متحرک در لحظه تغییر جهت حرکت: } \vec{x}' = (-23m)\vec{i}$$

گروه آموزشی ماز

۴۹- معادله مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $x = -2t^2 + 12t + 32$ است. در بزرگ‌ترین بازه زمانی که بردار

مکان متحرک در جهت محور x است، تندی متوسط برابر چند $\frac{m}{s}$ است؟

(۴) ۸/۵

(۳) ۶/۲۵

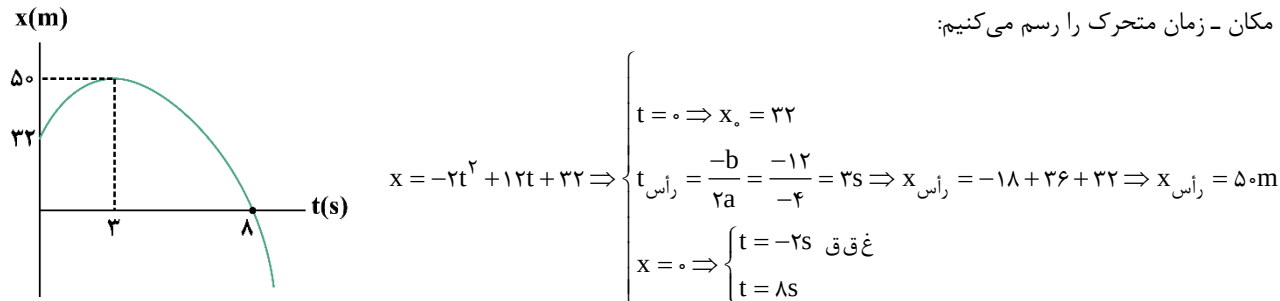
(۲) ۶

(۱) ۴

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

ابتدا نمودار مکان - زمان متحرک را رسم می‌کنیم:



بنابراین بزرگ‌ترین بازه زمانی که بردار مکان متحرک در جهت محور x است بازه زمانی (۰ ، ۸) ثانیه است که مسافت طی شده در این بازه زمانی برابر $18 + 50 = 68$ متر است.

$$\Rightarrow s_{av} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{68}{8} = 8.5 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

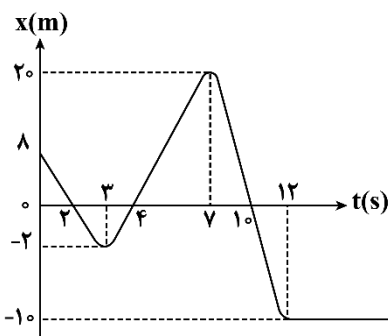
۵۰- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر در لحظه t_1 بردار مکان متحرک برای اولین بار تغییر جهت دهد و در لحظه t_2 برای دومین بار جهت حرکت متحرک عوض شده باشد، از لحظه t_1 تا t_2 تندی متوسط متحرک چند برابر بزرگی سرعت متوسط متحرک است؟

(۱) ۱

(۲) ۱/۲

(۳) ۲/۴

(۴) ۳/۶



با توجه به نمودار مکان - زمان، در لحظه $t_1 = 2s$ متحرک برای اولین بار از مبدأ گذشته و در نتیجه اولین بار در این لحظه، جهت بردار مکان آن عوض شده است و نیز در لحظه $t_2 = 7s$ برای دومین بار جهت حرکت متحرک تغییر کرده است. لذا در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 7s$ داریم:

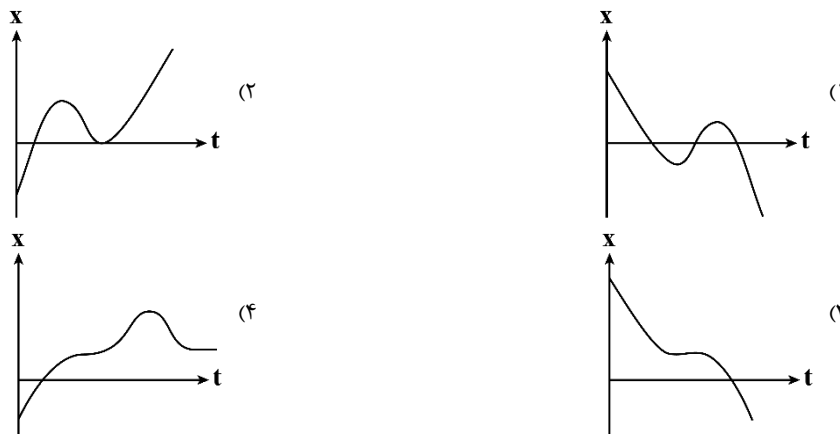
$$L = |\Delta x_{2s \rightarrow 7s}| + |\Delta x_{7s \rightarrow 2s}| = 2 + 22 = 24m$$

$$\text{اندازه جابه جایی: } |\Delta x| = |x_{7s} - x_{2s}| = 20m$$

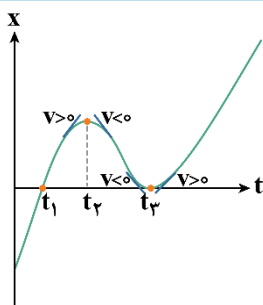
$$\Rightarrow \frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{L}{|\Delta x|} = \frac{24}{20} = 1.2$$

گروه آموزشی ماز

۵۱- کدام یک از نمودارهای مکان - زمان داده شده می تواند نشان دهنده نمودار $x-t$ یک متحرک باشد که جهت حرکت آن دو بار و جهت بردار مکان آن یک بار تغییر کرده است؟

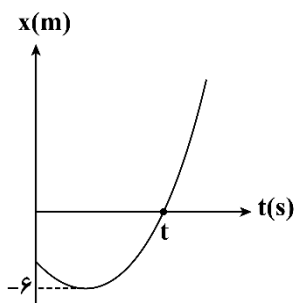


در شکل گزینه (۲)، ۲ بار در لحظات t_2 و t_3 ، علامت شیب نمودار عوض شده و جهت حرکت تغییر کرده است. همچنین یک بار در لحظه t_1 ، علامت x تغییر کرده و در نتیجه جهت بردار مکان عوض شده است.



گروه آموزشی ماز

۵۲- نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل است. اگر در بازه زمانی صفر تا t ثانیه، تندی متوسط متحرک ۲ برابر اندازه سرعت متوسط آن باشد، اندازه جابه جایی متحرک در این بازه زمانی چند متر است؟



- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۶ (۳)
- ۴ (۴)

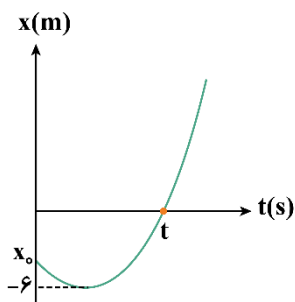
اگر مکان اولیه متحرک را با x_0 نشان دهیم، با توجه به روابط $\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$ و $s_{av} = \frac{L}{\Delta t}$ داریم:

$$\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\frac{L}{\Delta t}}{\frac{d}{\Delta t}} = \frac{L}{d} \Rightarrow \frac{x_0 + 6}{(x_0 - (-6)) + 6} = 2$$

با توجه به شکل، مکان اولیه متحرک منفی است؛ بنابراین $|x_0| = -x_0$ بوده و داریم:

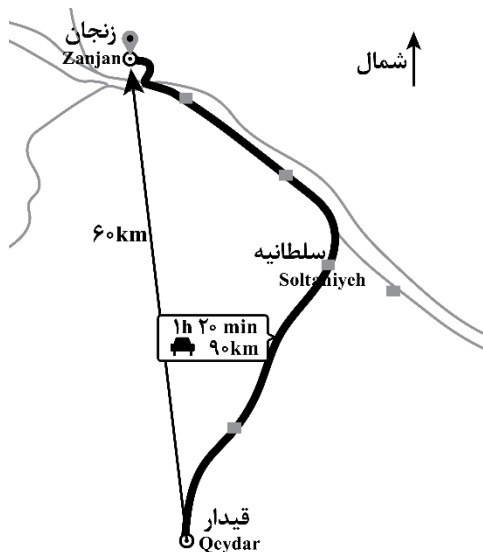
$$\frac{(x_0 + 6) + 6}{-x_0} = 2 \Rightarrow 12 + x_0 = -2x_0 \Rightarrow x_0 = -4 \text{ m}$$

بنابراین متحرک در بازه زمانی صفر تا t ثانیه، ۴ متر جابه‌جا شده است.



گروه آموزشی ماز

۵۳- متحرکی مطابق مسیر نشان داده شده از شهر قیدار به شهر زنجان رفته است. اختلاف تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط آن چند متر بر ثانیه است؟



- ۶/۲۵ (۱)
- ۲۲/۵ (۲)
- ۱۲/۵ (۳)
- ۴۵ (۴)

یک ساعت و بیست دقیقه همان $\frac{4}{3}h = (1 + \frac{20}{60})h$ است و داریم:

گام اول:

سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{60 \text{ km}}{\frac{4}{3} h} = 45 \frac{\text{km}}{h}$$

گام دوم:

تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{90 \text{ km}}{\frac{4}{3} h} = 67.5 \frac{\text{km}}{h}$$

گام آخر:

اختلاف این دو مقدار برابر است با:

$$s_{av} - v_{av} = 67.5 - 45 = 22.5 \frac{\text{km}}{h} = \frac{22.5 \text{ m}}{3.6 \text{ s}} = 6.25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گروه آموزشی ماز

۵۴- دو متحرک به طور هم زمان بر روی محور x ، از مبدأ مکان شروع به حرکت می کنند. سرعت متوسط متحرک A در ۲ ثانیه اول و دوم حرکت به ترتیب $(8 \frac{m}{s})\vec{i}$ و $(-3 \frac{m}{s})\vec{i}$ است و سرعت متوسط متحرک B در این دو بازه زمانی به ترتیب $(-4 \frac{m}{s})\vec{i}$ و $(-6 \frac{m}{s})\vec{i}$ است. فاصله دو متحرک در لحظه $t = 4s$ چند متر است؟

۶۰ (۴)

۳۰ (۳)

۱۵ (۲)

۴۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

جابه جایی متحرک A را محاسبه می کنیم:

$$\begin{cases} \text{۲ ثانیه اول: } \Delta x_{1A} = v_{1A} \Delta t = 8 \times 2 = 16m \\ \text{۲ ثانیه دوم: } \Delta x_{2A} = v_{2A} \Delta t = -3 \times 2 = -6m \end{cases} \Rightarrow \Delta x_A = 16 - 6 = 10m \xrightarrow{x_{0A}=0m} x_{4sA} = 10m$$

گام آخر:

جابه جایی متحرک B را محاسبه می کنیم:

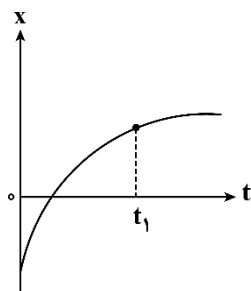
$$\begin{cases} \text{۲ ثانیه اول: } \Delta x_{1B} = v_{1B} \Delta t = (-4) \times 2 = -8m \\ \text{۲ ثانیه دوم: } \Delta x_{2B} = v_{2B} \Delta t = (-6) \times 2 = -12m \end{cases} \Rightarrow \Delta x_B = -8 - 12 = -20m \xrightarrow{x_{0B}=0m} x_{4sB} = -20m$$

بنابراین فاصله دو متحرک در لحظه $t = 4s$ برابر است با:

$$|x_{4sA} - x_{4sB}| = |10 - (-20)| = 30m$$

گروه آموزشی ماز

۵۵- شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می دهد که در امتداد محور x در حرکت است. از لحظه صفر تا لحظه t_1 ، جهت بردار سرعت متحرک بار تغییر می کند و اندازه این بردار رو به است.



(۱) صفر - کاهش

(۲) صفر - افزایش

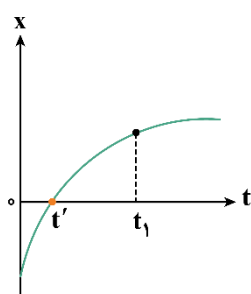
(۳) یک - کاهش

(۴) یک - افزایش

(آسان - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

در لحظه t_1 ، علامت مکان عوض می شود، یعنی جهت بردار مکان تغییر می کند، ولی با توجه به این که در بازه صفر تا t_1 ، شیب خطوط مماس بر منحنی همواره مثبت است، بردار سرعت در جهت محور x است و جهت آن تغییر نمی کند. در مورد اندازه بردار سرعت کافی است دقت کنیم شیب خطوط مماس بر نمودار به تدریج در حال کاهش است، بنابراین اندازه بردار سرعت نیز رو به کاهش است.



گروه آموزشی ماز

۵۶- در مدل سازی حرکت توپ، کدام یک از اثرات زیر را نباید نادیده گرفت؟

(۲) مقاومت هوا و اثر ورزش باد ملایم

(۱) اندازه و شکل توپ

(۴) نیروی جاذبه زمین

(۳) تغییر وزن توپ با فاصله از زمین

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

نیروی جاذبه زمین را نباید نادیده گرفت زیرا در این صورت مدل ما پیش بینی می کند که وقتی توپی به بالا پرتاب شود، در یک خط مستقیم بالا می رود.

مدل سازی

برای بررسی پدیده ها از مدل سازی استفاده می کنیم و طی این کار، یک پدیده آن قدر ساده می شود تا بتوانیم آن را بدون پیچیدگی، بررسی و تحلیل کنیم.

در مدل سازی از اثرهای جزئی صرف نظر می کنیم و آن ها را نادیده می گیریم.

بعضی از مدل سازی ها که ممکن است در سؤالات با آن ها مواجه شوید را در جدول زیر آورده ایم

چگونگی مدل سازی	پدیده فیزیکی
نیروی گرانشی زمین به توپ، عامل مهمی است و باید حتماً لحاظ شود. عواملی مثل مقاومت هوا، تغییر نیروی گرانشی با تغییر ارتفاع، شکل و ابعاد توپ و چرخش آن، عوامل فرعی هستند و می توان از آن ها صرف نظر کرد و توپ را به صورت یک جسم نقطه ای در نظر گرفت.	حرکت توپ بسکتبال در هوا توپ بسکتبال می چرخد. جهت حرکت توپ مقاومت هوا و باد نیروهایی به توپ وارد می کنند. نیروی گرانشی وارد بر توپ به ارتفاع بستگی دارد.
نیروی دست شخص و نیروی اصطکاک با سطح افقی عوامل مهم و تأثیرگذار هستند و باید حتماً لحاظ شوند. ابعاد جسم و نیروی مقاومت هوا، عوامل جزئی هستند و می توانیم آن ها را نادیده بگیریم و جسم را به صورت نقطه ای فرض کنیم.	هل دادن یا کشیدن یک جسم روی سطح افقی
نیروی گرانش زمین عامل مهم و تأثیرگذاری است و حتماً باید در نظر گرفته شود. از طرفی با توجه به ابعاد بزرگ چتر، نیروی مقاومت هوا قابل توجه است و باید آن را هم در نظر بگیریم؛ بنابراین از ابعاد چتر و نیروی مقاومت هوا نیز نمی توانیم چشم پوشی کنیم.	سقوط چتر باز از ارتفاع
با توجه به ابعاد کوچک منبع نور لیزر، می توانیم در مدل سازی، آن را یک منبع نور نقطه ای در نظر بگیریم. پرتوهای نور منتشر شده به مقدار کمی واگرا هستند ولی در مدل سازی برای سادگی تحلیل می توان آن ها را موازی فرض کرد.	انتشار نور لیزر مدادی پرتو نور جهت انتشار نور باریکه نور لیزر مدادی

گروه آموزشی ماز

۵۷- در کدام گزینه فقط یکاهای اصلی ذکر شده اند؟

- (۲) زمان، طول، جرم
(۴) گرم، مول، ژول

- (۱) نیوتون، متر، آمپر
(۳) شمع، آمپر، کلوین

(آسان - خط به خط کتاب درسی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

یکاهای اصلی عبارتند از: متر (m) - کیلوگرم (kg) - ثانیه (s) - کلوین (K) - مول (mol) - آمپر (A) - کندلا (شمع) (cd) که یکای شمع برای کمیت شدت روشنایی، آمپر برای جریان الکتریکی و کلوین برای دما می باشد.

یکاهای و کمیت ها

۱- کمیت های فیزیکی در سیستم SI به دو گروه اصلی و فرعی تقسیم می شوند. هفت کمیت زیر کمیت های اصلی هستند و سایر کمیت ها، کمیت های فرعی می باشند.

کمیت	نام یکا	نماد یکا
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
زمان	ثانیه	s
دما	کلوین	K
مقدار ماده	مول	mol
جریان الکتریکی	آمپر	A
شدت روشنایی	کندلا (شمع)	cd

۲- یکای کمیت‌های اصلی، یکای اصلی نامیده می‌شود و به صورت مستقل از سایر یکاها تعریف می‌شود. این تعریف باید به گونه‌ای باشد که تغییرناپذیر بوده و قابلیت بازتولید در مکان‌های مختلف را داشته باشد. در مقابل، یکای کمیت‌های فرعی، یکای فرعی نامیده می‌شود و براساس یکاهای اصلی تعریف می‌شود، بنابراین باید بتوانیم یکاهای فرعی را برحسب یکاهای اصلی بنویسیم.

تجربی خارج - ۹۸

۷۳- کدام کمیت‌ها، همگی از کمیت‌های اصلی هستند؟

- (۱) دما، نیرو، فشار
(۲) فشار، زمان، سرعت
(۳) جریان الکتریکی، جرم، نیرو
(۴) دما، جریان الکتریکی، جرم

پاسخ: گزینه ۴

گروه آموزشی ماز

۵۸- کدام یک از گزینه‌های زیر برابر یک ژول است؟ (دکا (da) و هکتو (h) به ترتیب پیشوندهایی معادل 10^1 و 10^2 هستند).

(۴) $\frac{3}{6} \times 10^4 \frac{\text{g} \cdot \text{dam}^2}{(\text{min})^2}$

(۳) $10^{-3} \frac{\text{kg} \cdot \text{L}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$

(۲) $1 \frac{\text{N}}{\text{hm}}$

(۱) $10^3 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3$

سخت - محاسباتی - (۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم تا جواب صحیح به دست آید:

۱ $10^3 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3 = 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \text{m}^3 = 10^3 \text{ N} \cdot \text{m} = 10^3 \text{ J}$ (✗)

۲ $1 \frac{\text{N}}{\text{hm}} = 1 \frac{\text{N}}{10^2 \text{ m}} = 10^{-2} \frac{\text{N}}{\text{m}}$ (✗)

۳ $10^{-3} \frac{\text{kg} \cdot \text{L}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} = 10^{-3} \frac{\text{kg} \times 10^{-3} \text{ m}^3}{\text{m} \cdot \text{s}^2} = 10^{-6} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} = 10^{-6} \text{ J}$ (✗)

۴ $\frac{3}{6} \times 10^4 \frac{\text{g} \cdot \text{dam}^2}{(\text{min})^2} = \frac{3}{6} \times 10^4 \times \frac{10^{-3} \text{ kg} \times 10^2 \text{ m}^2}{(60 \text{ s})^2}$
 $= \frac{3}{6} \times 10^3 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} = 1 \text{ J}$ (✓)

ضرایب پیشوند یکاها

برخی ضرایب مربوط به پیشوند یکاها در جدول زیر بیان شده است. آن‌ها را به ذهن بسپارید و در مسائل از آن‌ها استفاده نمایید.

10^{12}	ترا	T	10^{-12}	پیکو	p
10^9	گیگا (جیگا)	G	10^{-9}	نانو	n
10^6	مگا	M	10^{-6}	میکرو	μ
10^3	کیلو	k	10^{-3}	میلی	m
10^2	هکتو	h	10^{-2}	سانتی	c
10^1	دکا	da	10^{-1}	دسی	d

برای تبدیل واحد به روش زنجیره‌ای لازم است که ابتدا عدد و یکای اولیه را نوشته و سپس به تعداد تبدیل واحدهای لازم، از خط کسری استفاده کنید و در نهایت در صورت و مخرج هر کسر از ضرایب تبدیل مربوطه استفاده نمایید.

نکته

برای جمع، تفریق و یا مقایسه دو یا چند کمیت، حتماً باید یکا و حتی پیشوند یکای آن‌ها با یکدیگر مساوی باشد.

مثال

اگر هر اینچ معادل 2.54 cm بوده و طول جسمی 50 میکرومتر باشد، طول آن چند اینچ خواهد بود؟

پاسخ: ابتدا عدد داده شده را به متر، سپس به سانتی‌متر و در نهایت آن را به اینچ تبدیل می‌کنیم. در نتیجه ۳ تبدیل واحد و ۳ خط کسری نیاز داریم. به صورت زیر مراحل تبدیل واحد را انجام می‌دهیم:

$$50 \cancel{\mu\text{m}} \times \frac{10^{-6} \cancel{\text{m}}}{1 \cancel{\mu\text{m}}} \times \frac{1 \cancel{\text{cm}}}{10^{-2} \cancel{\text{m}}} \times \frac{1 \text{ in}}{2.54 \cancel{\text{cm}}} = 2 \times 10^{-3} \text{ in}$$

یکای فرعی نیرو (یکای نیرو برحسب یکاهای اصلی) $\leftarrow \text{kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

یکای فرعی	یکای فرعی (یکا برحسب یکاهای اصلی)	یکای SI	کمیت
	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$	تندی و سرعت
$\frac{\text{N}}{\text{kg}}$	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	شتاب
	$\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}$	N	نیرو
N.m	$\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}$	J	انرژی (کار و گرما)
$\frac{\text{J}}{\text{s}}$	$\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^3}$	W	توان
$\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	$\frac{\text{kg}}{\text{m.s}^2}$	Pa	فشار

گروه آموزشی ماز

۵۹- دقت اندازه‌گیری ابزارهای اندازه‌گیری «الف»، «ب» و «پ» در شکل‌های زیر به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



- ۱) $0.1 \text{ km} - 1^\circ\text{C} - 1 \text{ cm}$
- ۲) $0.1 \text{ km} - 0.1^\circ\text{C} - 1 \text{ cm}$
- ۳) $0.01 \text{ km} - 0.1^\circ\text{C} - 0.5 \text{ cm}$
- ۴) $0.1 \text{ km} - 1^\circ\text{C} - 0.5 \text{ cm}$

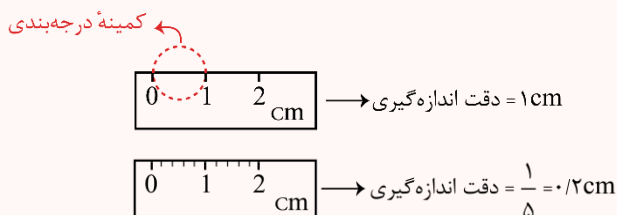
پاسخ: گزینه ۳

(آسان - مفهومی - ۱۰۰)

دقت اندازه‌گیری در وسایل مدرج برابر با کمینه تقسیم‌بندی آن ابزار است. در خط‌کش «الف» هر سانتی‌متر به دو قسمت تقسیم شده، پس دقت آن $\frac{1 \text{ cm}}{2} = 0.5 \text{ cm}$ است. دماسنج «ب» و مسافت‌سنج «پ» هر دو دیجیتال هستند و دقت اندازه‌گیری وسایل دیجیتال برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که ابزار گزارش می‌کند، بنابراین دقت اندازه‌گیری دماسنج 0.1°C و دقت اندازه‌گیری مسافت‌سنج 0.001 km است.

اندازه‌گیری

دقت اندازه‌گیری در وسایل اندازه‌گیری مدرج، برابر با کمینه درجه‌بندی آن وسایل است.
به‌طور مثال:



دقت اندازه‌گیری در وسایل اندازه‌گیری دیجیتال برابر است با یک واحد از آخرین رقمی که دستگاه می‌خواند.

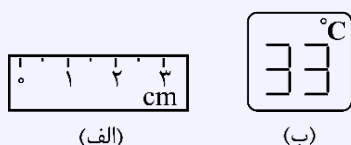
به‌طور مثال:

دماسنج دیجیتال: 12°C → دقت اندازه‌گیری = 1°C
 زمان‌سنج دیجیتال: 15.2 s → دقت اندازه‌گیری = 0.1 s
 کولیس دیجیتال: 45.34 mm → دقت اندازه‌گیری = 0.01 mm

تجربی - ۹۹

۴۶- دقت وسایل زیر به ترتیب الف و ب کدام است؟

- ۱) 0.3°C ، 1 cm
- ۲) 0.1°C ، 1 cm
- ۳) 0.3°C ، 0.5 cm
- ۴) 0.1°C ، 0.5 cm



پاسخ تشریحی:

دقت هر وسیله برابر است با:

الف) مدرج (الف) $\Delta cm = 0.5$ دقت $\rightarrow$

ب) دیجیتال (ب) $\Delta ^\circ C = 0.1$ دقت $\rightarrow$

پاسخ: گزینه ۴

گروه آموزشی ماز

۶۰- مساحت مستطیلی به ابعاد ۸ft و ۲/۵in بر حسب کیلومتر مربع و با نمادگذاری علمی کدام است؟ ($1in = 2.54cm$, $1ft = 12in$)

(۴) 15×10^{-5}

(۳) 15×10^{-8}

(۲) $1/5 \times 10^{-4}$

(۱) $1/5 \times 10^{-7}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۱

اگر طول مستطیل X و عرض آن Y باشد، داریم:

$$x = 8ft \times \frac{12in}{1ft} \times \frac{2.54cm}{1in} \times \frac{1m}{100cm} \times \frac{1km}{1000m} \Rightarrow x = 2/4 \times 10^{-3} km$$

$$y = 2/5in \times \frac{2.54cm}{1in} \times \frac{1m}{100cm} \times \frac{1km}{1000m} = 6/25 \times 10^{-5} km$$

$$A = xy = (2/4 \times 10^{-3} km) \times (6/25 \times 10^{-5} km)$$

$$\Rightarrow A = 15 \times 10^{-8} (km)^2 \Rightarrow A = 1/5 \times 10^{-7} (km)^2$$

تجربی - ۱۴۰۰

۷۳- مخزنی به شکل مکعب مستطیل به ابعاد $1ft \times 2ft \times 4ft$ داریم. حجم مخزن تقریباً چند لیتر است؟ ($1in = 2.54cm$, $1ft = 12in$)

(۴) ۱۶۰

(۳) ۱۲۴

(۲) ۲۴۰

(۱) ۲۱۶

پاسخ تشریحی:

حجم مخزن بر حسب لیتر خواسته شده و با توجه به اطلاعات مسئله، ابتدا حجم را بر حسب $(ft)^3$ پیدا کرده، سپس تبدیل به cm^3 می‌کنیم:

$$V = 1ft \times 2ft \times 4ft = 8(ft)^3 = 8 \times (1ft \times \frac{12in}{1ft} \times \frac{2.54cm}{1in})^3 = 8 \times (30.48cm)^3 = 8 \times 27000.00 cm^3$$

$$\xrightarrow{\text{حالا یکای } cm^3 \text{ را به } L \text{ تبدیل می‌کنیم}} V = 8 \times 27000.00 \cancel{cm^3} \times \frac{1L}{1000\cancel{cm^3}} = 8 \times 27L = 216L$$

پاسخ: گزینه ۱

گروه آموزشی ماز

۶۱- در رابطه $v^2 = Ax^3 + Ba$ اگر v نماد سرعت، x نماد طول و a نماد شتاب باشد، در این صورت یکای کمیت‌های A و B به ترتیب از راست به چپ در SI کدام‌اند؟

(۴) $\frac{1}{m}$, $\frac{m}{s^2}$

(۳) $\frac{1}{m}$, $\frac{1}{m.s^2}$

(۲) m , $\frac{m}{s^2}$

(۱) m , $\frac{1}{m.s^2}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۱

هرگاه جمع دو عبارت فیزیکی برابر عبارت سومی باشد، در این صورت یکای هر سه عبارت باید مشابه باشد، پس می‌توان نوشت:

$$[v]^2 = [A] \times [x]^3 \Rightarrow (\frac{m}{s})^2 = [A] \times m^3 \Rightarrow [A] = \frac{1}{m.s^2}$$

$$[v]^2 = [B] \times [a] \Rightarrow (\frac{m}{s})^2 = [B] \times \frac{m}{s^2} \Rightarrow [B] = m$$

سازگاری یکاها

براساس سازگاری یکاها، در یک رابطه فیزیکی، مقدار کمیت‌های موجود در آن رابطه باید براساس یک‌پارگی وارد گردد که باهم سازگار بوده و بتوانند از طرفین تساوی خط بخورند؛ بنابراین در فیزیک، هر رابطه‌ای بین کمیت‌ها برقرار باشد، همان رابطه بین یکاهای آن کمیت‌ها نیز برقرار است.

اگر کمیت را با x نمایش دهیم، یکای کمیت را با $[x]$ نمایش می‌دهیم.

به‌طور مثال برای انرژی جنبشی:

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

$$[K] = [m] \cdot [v]^2$$

$$[K] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$



مثال

یکای فرعی نیرو را در SI به دست آورید.

پاسخ: طبق قانون دوم نیوتون می توان نوشت:

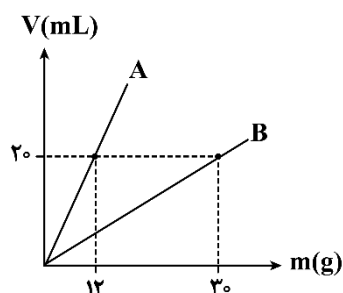
$$F = ma$$

$$\rightarrow [F] = [m][a]$$

$$\Rightarrow N = \text{kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow N = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

گروه آموزشی ماز

۶۲- نمودار تغییرات حجم بر حسب جرم دو مایع A و B مطابق شکل است. چند میلی لیتر از مایع A را با ۴۵۰ گرم از مایع B مخلوط کنیم تا چگالی مایع به دست آمده، ۱۰ درصد بیش تر از چگالی مایع A باشد؟ (در اثر اختلال دو مایع، تغییر حجمی صورت نمی گیرد).



(۱) ۱۴۰۰

(۲) ۲۴۰۰

(۳) ۳۶۰۰

(۴) ۴۲۰۰

(سخت - نموداری - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:

با توجه به نمودار، چگالی مایع های A و B را محاسبه می کنیم ($1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3$):

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} = \frac{12}{20} = 0.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{30}{20} = 1.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

گام دوم:

می خواهیم چگالی مخلوط، ۱۰ درصد بیش تر از چگالی مایع A شود، یعنی:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{110}{100} \rho_A = \frac{11}{10} \times 0.6 = 0.66 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

گام آخر:

با استفاده از رابطه چگالی مخلوط داریم:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{مخلوط}} &= \frac{\frac{\rho_A V_A}{m_A} + m_B}{V_A + \frac{m_B}{\rho_B}} \Rightarrow 0.66 = \frac{0.6 V_A + 450}{V_A + \frac{450}{1.5}} \\ \Rightarrow 0.66 &= \frac{0.6 V_A + 450}{V_A + 300} \Rightarrow 0.66 V_A + 198 = 0.6 V_A + 450 \\ \Rightarrow 0.66 V_A &= 252 \Rightarrow V_A = 420 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

چگالی

جرم واحد حجم جسم را چگالی گویند و از رابطه زیر به دست می آید:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

که در این رابطه: m : جرم ماده برحسب کیلوگرم (kg)، V : حجم ماده برحسب مترمکعب (m^3) و ρ : چگالی ماده برحسب کیلوگرم بر متر مکعب ($\frac{kg}{m^3}$) است.

تبدیل یکاهای چگالی:

یکای متداول	یکا در SI
$\rho = \frac{m(g)}{V(cm^3)} \leftarrow \frac{g}{cm^3}$	$\rho = \frac{m(kg)}{V(m^3)} \leftarrow \frac{kg}{m^3}$

$$\frac{kg}{L} = \frac{g}{cm^3} \times 10^3 \rightarrow \frac{kg}{m^3} = \frac{g}{L}$$

$$m^3 \times 10^3 \rightarrow dm^3 = L \xrightarrow{\times 10^3} cm^3 = cc = mL$$

$$g \xrightarrow{\times 10^{-3}} kg$$

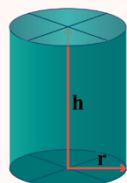


۱- چگالی از ویژگی‌های ماده سازنده یک جسم است و به جرم و حجم جسم بستگی ندارد. مثلاً چگالی یک لیوان آب با چگالی دریایی از آب برابر است.

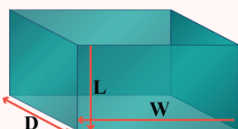
۲- چگالی جامدها و مایع‌ها به جنس و دمای آن‌ها بستگی دارد.

۳- چگالی گازها علاوه بر جنس و دما به فشار گاز هم وابسته است.

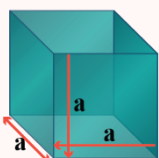
محاسبه حجم شکل‌های منظم



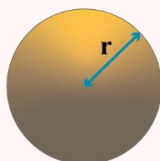
حجم استوانه $V = \pi r^2 h$



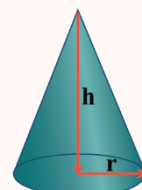
حجم مکعب مستطیل $V = D \times W \times L$



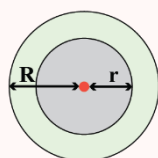
حجم مکعب $V = a^3$



حجم کره $V = \frac{4}{3} \pi r^3$



حجم مخروط $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$



حجم واقعی (حجم توپر) استوانه توخالی به شعاع داخلی (r) و شعاع خارجی (R)

حجم داخلی (حفره) $V = \pi r^2 h$

حجم خارجی (ظاهری) $V = \pi R^2 h$

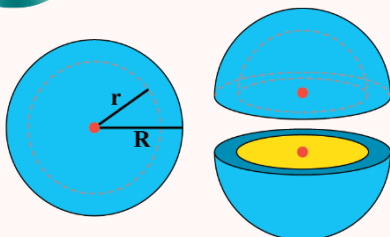
حجم توپر (واقعی) $V = \pi (R^2 - r^2) h$

حجم واقعی (حجم توپر) کره توخالی به شعاع داخلی (r) و شعاع خارجی (R)

حجم داخلی (حفره) $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

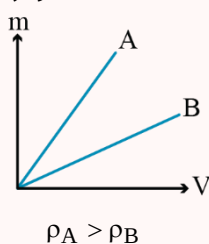
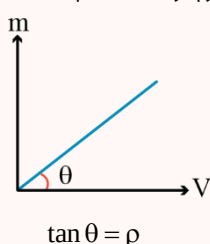
حجم خارجی (ظاهری) $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

حجم توپر (واقعی) $V = \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3)$

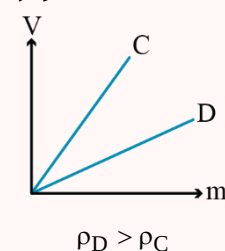
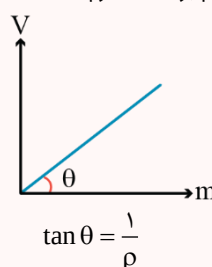


نمودارهای چگالی

نمودار جرم برحسب حجم



نمودار حجم برحسب جرم



نموداری که به محور m نزدیک‌تر باشد، چگالی بیش‌تری دارد.

محاسبه چگالی مخلوط (آلیاژ)

اگر چند ماده را با یکدیگر مخلوط کنیم، مشروط بر این که تغییر حجمی صورت نگیرد، چگالی آلیاژ (مخلوط) از رابطه زیر به دست می آید:

$$\rho_t = \frac{m_t}{V_t} \rightarrow \rho_t = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

اشتباه متداول: متأسفانه بعضی از دانش آموزان برای پیدا کردن چگالی مخلوط، چگالی مواد اولیه را باهم جمع و تقسیم بر تعداد مواد می کنند (درواقع میانگین چگالی های مواد اولیه را حساب می کنند) که این کار کاملاً اشتباه است.

✓ در مخلوط دو ماده، قانون پایستگی جرم الزاماً برقرار است.

$$m_t = m_1 + m_2$$

✓ در مخلوط دو ماده الزاماً قانون پایستگی حجم برقرار نیست.

۱- اگر تداخل حجمی صورت نگیرد:

$$V_t = V_1 + V_2$$

۲- اگر تداخل حجمی اتفاق افتد: $V_t \neq V_1 + V_2$: مثلاً اگر حجم مخلوط ۲۰ درصد کاهش یابد، داریم:

$$V_t = (V_1 + V_2) - \Delta V = \frac{\Delta}{100} (V_1 + V_2)$$

گروه آموزشی ماز

۶۳- مقداری آب را در داخل یخچال قرار می دهیم تا یخ بزند. اگر در اثر منجمد شدن کل آب، حجم آن 100 cm^3 افزایش یابد، حجم اولیه آب چند سانتی متر

$$\text{مکعب است؟ } \left(\rho_{\text{یخ}} = 0.9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$$

۱۰۰۰ (۴)

۹۰۰ (۳)

۲۰۰۰ (۲)

۱۸۰۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

هنگام یخ زدن آب، جرم تغییر نمی کند پس داریم:

$$m_{\text{آب}} = m_{\text{یخ}} \Rightarrow \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} = \rho_{\text{یخ}} V_{\text{یخ}}$$

$$\Rightarrow 1 \times V_{\text{آب}} = 0.9 \times (V_{\text{آب}} + 100 \text{ cm}^3)$$

$$\Rightarrow V_{\text{آب}} = 0.9 V_{\text{آب}} + 90 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow 0.1 V_{\text{آب}} = 90 \text{ cm}^3 \Rightarrow V_{\text{آب}} = 900 \text{ cm}^3$$

گروه آموزشی ماز

۶۴- مکعبی از فلزی با چگالی $8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ساخته شده و جرم آن 800 g است. اگر طول هر ضلع مکعب 5 cm باشد، چند گرم آب می توان درون حفره مکعب ریخت؟

$$\left(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$$

۷۵ (۴)

۱۲۵ (۳)

۱۰۰ (۲)

۲۵ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

برای تعیین حجم حفره باید در ابتدا حجم فلزی که برای ساخت مکعب به کار رفته (حجم واقعی) را محاسبه کنیم:

$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m}{V_{\text{واقعی}}} \Rightarrow 8 = \frac{800}{V_{\text{واقعی}}} \Rightarrow V_{\text{واقعی}} = 100 \text{ cm}^3$$

گام دوم:

این مقدار را از حجم ظاهری مکعب کم می کنیم تا حجم حفره به دست بیاید:

$$V_{\text{ظاهری}} = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{حفره}} = 125 - 100 = 25 \text{ cm}^3$$

گام آخر:

با توجه به حجم به دست آمده برای حفره و چگالی آب، جرم آبی که می توان در آن ریخت را حساب می کنیم:

$$\rho_{\text{آب}} = \frac{m_{\text{آب}}}{V_{\text{آب}}} \Rightarrow 1 = \frac{m}{25} \Rightarrow m = 25 \text{ g}$$



محاسبه حجم حفره

اگر مطابق شکل مقابل، درون جسم، حفره وجود داشته باشد، حجم حفره را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} \rightarrow \rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{کل}} - V_{\text{حفره}}} \quad V_{\text{حفره}} = V_{\text{کل}} - V_{\text{فلز}}$$

گروه آموزشی ماز

۶۵- اسفنجی به شکل مکعب مستطیل با ابعاد $10\text{ cm} \times 6\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ و چگالی $\frac{4}{3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را بر روی حوض پر از آب قرار می‌دهیم. این اسفنج حداقل باید

چند گرم آب جذب کند تا در آب حوض فرو رود؟ $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و حجم اسفنج در اثر جذب آب تغییر نمی‌کند.

۹۶ (۴)

۱۲۰ (۳)

۴۸ (۲)

۷۲ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۱

$$V_{\text{اسفنج}} = abc = (2\text{ cm}) \times (6\text{ cm}) \times (10\text{ cm}) = 120 (\text{cm}^3)$$

$$m_{\text{اسفنج خشک}} = \rho_{\text{اسفنج}} \times V_{\text{اسفنج}} = \frac{4}{3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 120 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow m_{\text{اسفنج خشک}} = 48 \text{ g}$$

آب $\rho_{\text{آب}} \geq \rho_{\text{چگالی اسفنج خیس}}$: شرط فرو رفتن اسفنج در آب

$$\Rightarrow \frac{48 + m_{\text{آب جذب شده}}}{120} \geq 1 \Rightarrow m_{\text{آب جذب شده}} \geq 72 \text{ g}$$



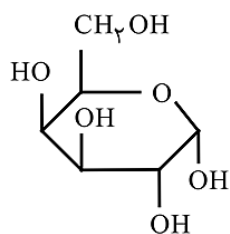
وقتی جسمی را بر روی سطح یک مایع قرار می‌دهیم، اگر چگالی جسم، بزرگ‌تر یا مساوی چگالی مایع باشد، جسم، در مایع فرو می‌رود. اگر $\rho_{\text{جسم}} = \rho_{\text{مایع}}$ باشد، جسم در شاره غوطه‌ور می‌شود و به تعادل می‌رسد و اگر $\rho_{\text{جسم}} > \rho_{\text{مایع}}$ باشد، جسم در شاره فرو رفته و جسم پس از ته‌نشین شدن به تعادل می‌رسد.

گروه آموزشی ماز

سلام به همه دوستان خوب!

امیدوارم که حالتون خوب باشه و خیلی قوی، شروع به درس خوندن کرده باشین. از اولین روزی که شروع به مطالعه کردین تا به اینجای کار، ممکنه هر کدوم از شما مطالب متعددی رو خونده باشین و برنامه مطالعاتی‌تون با هم خیلی فرق داشته باشه اما از این به بعد، رقابت اصلی شما در آزمون‌های آزمایشی شروع شده و این خیلی مهمه که به خوبی، برنامه آزمون‌ها رو پوشش بدین و همه مطالب اونا رو خیلی دقیق بخونین! در آزمون‌های بعدی، مطالب اصلی مربوط به بحث اسید و باز مطرح خواهد شد و بهتون توصیه می‌کنم که همراه مطالعه مطالب مربوط به بخش اسید و باز، مطالب مربوط به مسائل غلظت (درصد جرمی، مولاریته و ppm) رو هم حتما بخونین. موفق باشین.

دکتر فرشاد هادیان‌فرد - رتبه ۲۸ کنکور ۹۴ و مسئول درس شیمی گروه آموزشی ماز



۶۶- با توجه به شکل مقابل که ساختار گلوکز را نشان می‌دهد، چه تعداد از مطالب داده شده درست هستند؟
($O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)

- الف: گلوکز برخلاف روغن زیتون و هگزان، از مولکول‌های قطبی ساخته شده است.
ب: مولکول‌های گلوکز می‌توانند با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار کنند.
پ: درصد جرمی کربن در گلوکز کمتر از نصف این مقدار در مولکول بنزآلدئید است.
ت: در ساختار مولکول گلوکز، پنج گروه هیدروکسیل و یک گروه عاملی اتری وجود دارد.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های «الف»، «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی موارد:

الف: گلوکز به دلیل داشتن چندین گروه عاملی هیدروکسیل در ساختار خود، مولکولی قطبی است. هگزان نوعی هیدروکربن بوده و همانند سایر هیدروکربن‌ها، ناقطبی است. این در حالی است که روغن زیتون، یک استر سه عاملی با زنجیره‌های هیدروکربنی بلند است. در واقع مولکول‌های روغن زیتون، در ساختار خود یک بخش قطبی (گروه‌های استری) و یک بخش ناقطبی (زنجیره‌های هیدروکربنی) دارند. از آن‌جا که بخش عمده مولکول‌های سازنده این ماده از قسمت‌های ناقطبی تشکیل شده است، بخش ناقطبی این مولکول‌ها بر بخش قطبی آن‌ها غلبه کرده و در نتیجه روغن زیتون در آب (حلال قطبی) حل نمی‌شود، در حالی که در حلال‌های ناقطبی حل می‌شود.

ب: پیوند هیدروژنی، نوعی از نیروهای بین مولکولی است. مولکول‌های گلوکز به دلیل داشتن اتم‌های اکسیژن متصل به اتم هیدروژن، می‌توانند با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی تشکیل دهند. به جز گلوکز، هر ماده دیگری که دارای گروه عاملی الکلی (هیدروکسیل) یا کربوکسیل است، توانایی ایجاد پیوند هیدروژنی با ذرات سازنده خود و یا مولکول‌های آب را دارد.

پ: فرمول مولکولی گلوکز به صورت $C_6H_{12}O_6$ و فرمول مولکولی بنزآلدئید نیز به صورت C_7H_6O است، بنابراین داریم:

$$\text{درصد جرمی کربن در گلوکز} = \frac{(6 \times 12)}{(6 \times 12) + (12 \times 1) + (6 \times 16)} \times 100 = \frac{7200}{180} = 40\%$$

$$\text{درصد جرمی کربن در بنزآلدئید} = \frac{(7 \times 12)}{(7 \times 12) + (6 \times 1) + (1 \times 16)} \times 100 = \frac{8400}{106} \approx 79\%$$

پس درصد جرمی کربن در گلوکز بیشتر از نصف این مقدار در بنزآلدئید است.

ت: گروه‌های اتری و الکلی، از جمله گروه‌های عاملی اکسیژن‌دار هستند. در ساختار هر مولکول گلوکز، ۵ گروه هیدروکسیل (الکلی) با ساختار $-OH$ و یک گروه اتری با ساختار $-O-$ وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

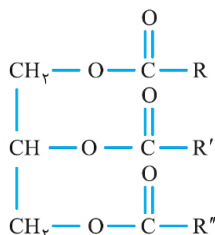
۶۷- فرمول مولکولی نوعی استر سنگین، به صورت $C_{44}H_{92}O_6$ است. در ساختار هریک از اسیدهای چرب سازنده این استر، چند پیوند $C-C$ وجود دارد؟ (اسیدهای چرب سازنده استر مورد نظر، کاملاً یکسان و غیر حلقوی بوده و در ساختار این اسیدهای چرب پیوند سه گانه وجود ندارد.)

- ۱۳ (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴)

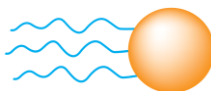
(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

ساختار کلی استرهای سنگین موجود در مخلوط چربی‌ها به صورت زیر است:



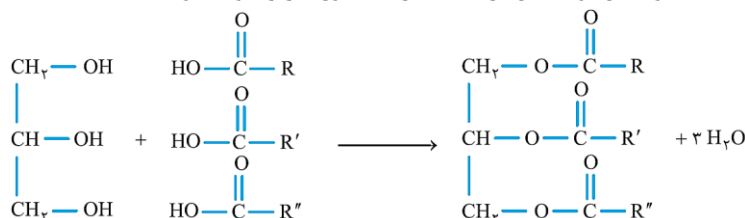
ساختار مولکولی این مواد را به صورت زیر نیز می توان نشان داد:



چون استر مورد نظر با استفاده از ۳ اسید چرب یکسان ساخته شده است، پس می توان گفت بخش های R ، R' و R'' موجود در ساختار این ترکیب مشابه یکدیگر هستند. اگر بخش های R ، R' و R'' در مولکول بالا کاملاً سیرشده باشند، فرمول مولکولی این استر به صورت $C_nH_{2n-4}O_6$ می شود، پس فرمول شیمیایی استر سنگین سیرشده ای که در ساختار خود دارای ۵۴ اتم کربن باشد، به صورت $C_{54}H_{104}O_6$ خواهد بود. توجه داریم که این استر، با استفاده از ۳ اسید چرب ۱۷ کربنی و یک الکل سه عاملی سه کربنی ساخته شده است.

به ازای هر پیوند دوگانه که در ساختار بخش های R ، R' و R'' از مولکول فوق قرار بگیرد، ۲ عدد از اتم های هیدروژن موجود در این ترکیب حذف می شوند، پس می توان گفت استری با فرمول شیمیایی $C_{54}H_{92}O_6$ ، نسبت به استر سیرشده ای با فرمول شیمیایی $C_{54}H_{104}O_6$ ، تعداد ۱۲ اتم هیدروژن کمتر دارد، پس این استر مجموعاً ۶ پیوند دوگانه $C = C$ بیشتر دارد. به عبارت دیگر، در هریک از بخش های R ، R' و R'' استر داده شده، دو پیوند $C = C$ وجود دارد. تا به اینجا کار، متوجه شدیم که در ساختار هریک از اسیدهای چرب مصرف شده برای تولید استر نهایی، ۲ پیوند $C = C$ وجود دارد، اما توجه داریم که هر اسید چرب دارای ۱ پیوند دوگانه $C = O$ نیز در ساختار خود است، پس مجموع شمار پیوندهای دوگانه در هریک از اسیدهای چرب مصرف شده برابر با ۳ عدد خواهد شد.

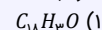
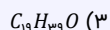
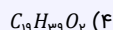
در ساختار استر داده شده با فرمول مولکولی $C_{54}H_{92}O_6$ ، مجموعاً ۵۴ اتم کربن وجود دارد که از این تعداد اتم کربن، ۳ مورد از آن ها از یک الکل سه عاملی آمده و ۵۱ مورد از آن ها از اسیدهای چرب آمده اند. واکنش تولید این ترکیب استری به صورت زیر خواهد بود:



سه اسید چرب مصرف شده در این واکنش، در ساختار خود مجموعاً ۵۱ اتم کربن دارند، پس در ساختار مولکولی هر یک از این مواد ۱۷ اتم کربن یافت می شود. ۱۷ اتم کربن، مجموعاً توسط ۱۶ پیوند کربن-کربن به یکدیگر متصل شده اند که از این ۱۶ پیوند کربن-کربن، ۲ پیوند دوگانه و ۱۴ پیوند به صورت یگانه است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

روغن زیتون، استری با فرمول مولکولی $C_{57}H_{104}O_6$ است. فرمول مولکولی اسید چرب سازنده آن، کدام است؟ (اسیدهای چرب یکسانی در ساختار روغن زیتون وجود دارد.)



با توجه به اینکه استر سه عاملی مورد نظر از ۳ اسید چرب یکسان ساخته شده می توان از رابطه

$$\text{فرمول مولکولی استر سنگین} = \frac{C_{19}H_{39}O_2 - C_3H_7}{3}$$

می توان استفاده کرد و فرمول مولکولی اسید چرب حاصل $C_{18}H_{35}O_2$ است. دقت کنید اسیدهای چرب، کربوکسیلیک اسیدهایی ($RCOOH$) با زنجیر بلند کربنی هستند و در ساختار خود دو اتم اکسیژن دارند.

گروه آموزشی ماز

۶۸- جرم های برابری از استیک اسید و اوره در اختیار داریم. شمار اتم های اکسیژن موجود در نمونه استیک اسید، چند برابر شمار اتم های کربن در ساختار مولکول های موجود در نمونه اوره است؟ ($H = 1$ و $C = 12$ و $N = 14$ و $O = 16$)

۰/۵ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۲/۵ (۱)

(آسان - مسئله - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

اتم ها و مولکول ها بسیار ریز و سبک هستند به طوری که با یک ترازوی عادی، نمی توانیم جرم آن ها را اندازه گیری کنیم. بر این اساس، شیمی دان ها مفهوم مول را معرفی کردند. هر مول از یک گونه (یک اتم، یک مولکول، یک یون و ...)، معادل با تعداد 6.02×10^{23} ذره از آن گونه است. برای مثال، یک مول منیزیم، شامل نمونه ای از این فلز می شود که در ساختار آن مجموعاً 6.02×10^{23} اتم منیزیم وجود دارد. یک مول گاز کربن دی اکسید نیز شامل نمونه ای از این گاز می شود که در ساختار آن 6.02×10^{23} مولکول CO_2 وجود دارد. در این رابطه، داریم:

$$\text{تعداد ذرات ماده} \xrightarrow{\times 6.02 \times 10^{23}} \text{تعداد مول ماده}$$

به جرم یک مول از هر ماده در مقیاس گرم، جرم مولی گفته می شود. برای مثال، جرم یک نمونه از فلز منیزیم که شامل یک مول از اتم های منیزیم (معادل با 6.02×10^{23} اتم منیزیم) می شود، برابر با ۲۴ گرم است؛ پس می توان گفت جرم مولی منیزیم برابر با ۲۴ گرم بر مول ($g \cdot mol^{-1}$) است. در رابطه با جرم مولی هر ماده، داریم:

$$\text{جرم ماده} \xrightarrow{\times \text{جرم مولی}} \text{تعداد مول ماده}$$

چون جرم مولی اوره $(NH_4)_2CO_3$ و استیک اسید (CH_3COOH) برابر و معادل با ۶۰ گرم بر مول است، پس می‌توان گفت شمار مول‌های این دو ماده در نمونه‌هایی به جرم مساوی از آن‌ها نیز برابر با یکدیگر می‌شود. از طرفی، در هر مولکول اوره یک اتم کربن و در هر مولکول استیک اسید نیز دو اتم اکسیژن وجود دارد؛ پس شمار اتم‌های اکسیژن موجود در نمونه استیک اسید، دو برابر شمار اتم‌های کربن در نمونه اوره می‌شود. ساختار مولکولی اوره و استیک اسید به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۶۹- بر اثر سوزاندن کامل ۵۱/۳ گرم از یک اسید چرب یک عاملی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده، ۷۰/۵۶ لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط استاندارد آزاد می‌شود. اگر برای تهیه نوع ویژه‌ای صابون این اسید چرب را با پتاسیم هیدروکسید واکنش دهیم، به تقریب چند درصد جرمی فراورده‌ها را صابون تشکیل می‌دهد؟ ($K = 39$ و $O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)

۹۶/۴ (۴)

۹۳/۷ (۳)

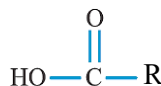
۹۰/۱ (۲)

۸۵/۶ (۱)

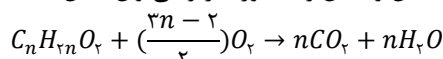
(سخت - مسئله - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

ساختار کلی اسیدهای آلی (کربوکسیلیک اسیدها) به صورت زیر است:



فرمول عمومی کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی غیر حلقوی و با زنجیر هیدروکربنی سیرشده، به صورت $C_nH_{2n}O_2$ است. بنابراین از سوختن کامل یک مول از این اسیدها، n مول گاز CO_2 آزاد می‌شود. معادله این واکنش را به صورت زیر می‌توان نشان داد:



جرم مولی این اسیدها برابر است با:

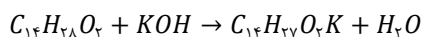
$$C_nH_{2n}O_2 \text{ جرم مولی} = 12n + 2n + (2 \times 16) = 14n + 32$$

با توجه به داده‌های صورت سؤال، داریم:

$$? g CO_2 = 51/3 g \text{ اسیدچرب} \times \frac{1 \text{ mol اسیدچرب}}{(14n + 32)g \text{ اسیدچرب}} \times \frac{n \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol اسیدچرب}} \times \frac{44 g CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 70/56 g CO_2$$

$$\rightarrow \frac{51/3 \times n}{(14n + 32)} = \frac{70/56}{44} = 3/15 \rightarrow 51/3n = 44/15n + 100/8 \rightarrow 7/2n = 100/8 \rightarrow n = 14$$

در نتیجه، فرمول شیمیایی این اسید چرب به صورت $C_{14}H_{28}O_2$ است. واکنش این اسید چرب با پتاسیم هیدروکسید که منجر به تولید نوعی صابون مایع می‌شود، به صورت زیر است:



جرم مولی آب برابر $18 g \cdot mol^{-1}$ بوده و جرم مولی صابون مایع حاصل برابر است با:

$$\text{جرم مولی صابون} = (14 \times 12) + (27 \times 1) + (2 \times 16) + 39 = 266 g \cdot mol^{-1}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، می‌توان گفت به ازای هر بار انجام شدن این واکنش، ۱۸ گرم آب به همراه ۲۶۶ گرم صابون تولید می‌شود. در نهایت، درصد جرمی صابون را در فراورده‌ها حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی صابون} = \frac{\text{جرم مولی صابون}}{\text{مجموع جرم مولی کل فراورده‌ها}} \times 100 = \frac{266}{266 + 18} \times 100 = \frac{26600}{284} \approx 93/7 \text{ درصد}$$

گروه آموزشی ماز

۷۰- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) استفاده از صابون سبب کاهش میزان آلودگی‌ها و عوامل بیماری‌زا در محیط‌های فردی و همگانی شده است.
- (۲) مولکول‌های عسل دارای تعداد زیادی گروه عاملی کربوکسیل در ساختار خود بوده و با آب پیوند هیدروژنی می‌دهند.
- (۳) شاخص امید به زندگی به عوامل گوناگونی بستگی داشته و مقدار آن در مناطق برخوردار جهان در حال کم شدن است.
- (۴) وبا به دلیل آلوده شدن آب و نبود بهداشت شیوع پیدا کرده و پس از واکسیناسیون، از همه‌گیری آن جلوگیری شده است.

استفاده از صابون و سایر شوینده‌ها، با از بین بردن بخشی از میکروب‌های موجود در محیط، سبب شد تا میزان آلودگی‌ها و عوامل بیماری‌زا در محیط‌های فردی و همگانی کاهش پیدا کند.

اثر شوینده‌ها بر بهداشت

پاکیزگی و بهداشت همواره در زندگی جایگاه و اهمیت شایانی داشته است. انسان‌ها با الهام از طبیعت و شناخت مولکول‌ها و رفتار آنها، راهی برای زدودن آلودگی‌ها پیدا کردند. راهی که با استفاده از مواد شوینده هموارتر می‌شود. این مواد بر اساس خواص اسیدی و بازی عمل می‌کنند. یکی از دلایل اسکان انسان در کنار رود و رودخانه این بود که با دسترسی به آب، بدن خود را بشوید و ابزار، ظروف و محیط زندگی خود را تمیز نگاه دارد. با گذشت زمان، استفاده از صابون و توجه به نظافت و بهداشت در جوامع گسترش یافت و سبب شد تا میکروب‌ها، آلودگی‌ها و عوامل بیماری‌زا در محیط‌های فردی و همگانی کاهش یافته و سطح بهداشت جامعه افزایش یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ لکه عسل به راحتی با آب شسته شده و در آن پخش می‌شود، چراکه عسل حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود شمار قابل توجهی گروه عاملی هیدروکسیل ($-OH$) دارند. هنگامی که عسل وارد آب می‌شود، مولکول‌های سازنده آن با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار می‌کنند و در سرتاسر آن پخش می‌شوند. به این ترتیب، آب پاک‌کننده مناسبی برای لکه‌های شیرینی مانند آب قند، شربت آب‌لیمو و چای شیرین است.

۳ شاخص امید به زندگی نشان می‌دهد با توجه به خطرانی که انسان‌ها در طول زندگی با آن مواجه هستند، به‌طور میانگین چند سال در این جهان زندگی می‌کنند. امید به زندگی شاخصی است که در کشورهای گوناگون و حتی در شهرهای یک کشور نیز با هم تفاوت دارد، زیرا این شاخص به عوامل گوناگونی بستگی دارد. مقدار این شاخص در سطح جهان، در حال حاضر تقریباً برابر با ۶۵ سال است. توجه داریم که مقدار این شاخص در مناطق کم برخوردار جهان، همانند مناطق برخوردار جهان، رو به افزایش یافتن است. نمودار زیر، روند تغییر شاخص امید به زندگی را در مناطق مختلف جهان نشان می‌دهد:



۴ بیماری وبا یک بیماری واگیردار است و در طول تاریخ بارها در جهان همه‌گیر شده است و طی این فرایند جان میلیون‌ها انسان را گرفته است. این بیماری به دلیل آلوده شدن آب و نبود بهداشت شایع می‌شود. بیماری وبا، هنوز هم می‌تواند برای هر جامعه تهدیدکننده باشد و هنوز هم امکان همه‌گیری آن در سطح جهان وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۷۱- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- الف: استون، اتیلن گلیکول و نقره کلرید، از جمله موادی هستند که برخلاف یک نمونه روغن زیتون، در آب حل می‌شوند.
 ب: اوره از جمله مواد محلول در آب بوده و گشتاور دوقطبی مولکول‌های آن، همانند آمونیاک، بزرگ‌تر از صفر است.
 پ: در واحد فرمولی هر صابون با زنجیره کربنی سیرشده، شمار اتم‌های H کمتر از ۲ برابر شمار اتم‌های کربن است.
 ت: با آغشته کردن ظرف‌ها به خاکستر و شست و شوی آن‌ها توسط آب گرم، این ظروف آسان‌تر تمیز می‌شوند.

(۱) «الف» و «پ» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «ت» (۴) «ب» و «ت»

عبارتهای «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی موارد:

الف: در ساختار روغن زیتون، بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه دارد، در نتیجه روغن زیتون برخلاف مولکول‌های قطبی استون و اتیلن گلیکول در آب نامحلول است. توجه داریم که نقره کلرید، یک ترکیب یونی نامحلول در آب است. کلسیم فسفات، منیزیم فسفات، باریوم سولفات، منیزیم هیدروکسید، آهن (II) هیدروکسید و آهن (III) هیدروکسید، سایر ترکیب‌های یونی نامحلول در آب به شمار می‌روند.

ب: جدول زیر، اطلاعات مربوط به اوره، بنزین و اتیلن گلیکول را نشان می‌دهد:

نام ماده	فرمول شیمیایی	ساختار	نوع ماده	حلال مناسب
بنزین	C_6H_6		مولکول ناقطبی	حلال ناقطبی (هگزان)
اوره	$CO(NH_2)_2$		مولکول قطبی	حلال قطبی (آب)
اتیلن گلیکول	CH_2OHCH_2OH		مولکول قطبی	حلال قطبی (آب)

آمونیاک، به خاطر داشتن یک جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم مرکزی خود، ساختاری نامتقارن داشته و همانند اوره، یک ترکیب قطبی است. ترکیب‌های قطبی، در حلال‌های قطبی مثل آب حل می‌شوند.

پ: اگر یک اسید چرب در ساختار خود زنجیره کربنی سیرشده داشته باشد، فرمول مولکولی آن به صورت $C_nH_{2n}O_2$ بوده و آنیون صابون ساخته شده از آن نیز به صورت $[C_nH_{2n-1}O_2]^-$ است. حال اگر کاتیون این صابون، معادل با یون آمونیوم (NH_4^+) باشد، شمار اتم‌های هیدروژن در واحد فرمولی این صابون برابر با $2n + 3$ است که بیش از دو برابر شمار اتم‌های کربن است.

وابستگی حالت فیزیکی صابون‌ها به نوع کاتیون

حالت فیزیکی صابون‌ها، ربطی به حالت فیزیکی مواد مصرف شده برای تولید آن‌ها نداشته و وابسته به نوع کاتیون موجود در ساختار آن‌ها است. در واقع، صابون جامد را از گرم کردن مخلوط روغن‌های گوناگون (استرهای سنگینی که حالت مایع دارند) یا چربی (استرهای سنگینی که حالت جامد دارند) مانند روغن زیتون، روغن نارگیل و یا پیسه، با سدیم هیدروکسید تهیه می‌کنند. صابون‌های مایع نیز نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب هستند.

ت: انسان‌های گذشته پی برده بودند که با آغشته کردن ظرف‌ها به خاکستر و شست و شوی آن‌ها توسط آب گرم، این ظروف آسان‌تر تمیز می‌شوند. در واقع، خاکستر چوب حاوی اتم‌های برخی از انواع فلزهای قلیایی بوده که در واکنش با ذرات سازنده انواع چربی‌ها، سبب ایجاد صابون شده و شست و شوی ظرف‌های چرب را راحت‌تر می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۷۲- صابون زیر را در نظر بگیرید:



برای آن که این صابون بتواند قدرت پاک‌کنندگی مناسبی داشته باشد، باید غلظت آنیون آن در آب به 0.02% مولار برسد. اگر غلظت یون کلسیم در آب لوله‌کشی 12 ppm باشد، حداقل چند میلی گرم صابون را باید در 100 mL از این آب حل کرد تا صابون پاک‌کنندگی مناسبی داشته باشد؟ (چگالی آب لوله‌کشی 1 g mL^{-1} بوده و از تغییر حجم آب صرف نظر شود).

($H = 1$ و $C = 12$ و $O = 16$ و $Na = 23$ و $Ca = 40$: g mol^{-1})

۵۸۸/۸ (۴)

۴۴۱/۶ (۳)

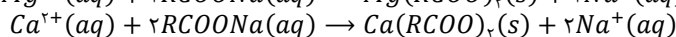
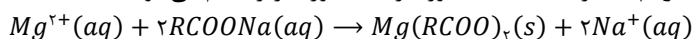
۲۹۴/۴ (۲)

۲۲۰/۸ (۱)

(سخت - مسئله - ۱۲۰۱)

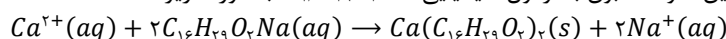
پاسخ: گزینه ۱

واکنش صابون‌ها با یون‌های کلسیم و منیزیم که در آب سخت حضور دارند، به صورت زیر انجام می‌شود:



رسوب تشکیل شده در این حالت سفیدرنگ است که بر روی پارچه در حال شست‌وشو قرار می‌گیرد. در نمونه آب مورد نظر، فقط یون کلسیم وجود دارد.

واکنش انجام شده میان یون کلسیم و این نمونه صابون با فرمول شیمیایی $C_{16}H_{33}O_2Na$ ، به صورت زیر است:



قدرت پاک‌کنندگی صابون

عوامل مؤثر بر قدرت پاک‌کنندگی صابون، به شرح زیر هستند:

- ۱. میزان سختی آب:** نوع و میزان یون‌های موجود در آب، بر قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها تأثیر بسزایی دارد. صابون‌ها در مجاورت با آب سخت، با دو یون کلسیم و منیزیم موجود در این نمونه از آب رسوب سفیدرنگی ایجاد می‌کنند که بر روی لباس دیده می‌شود. در این حالت، قدرت پاک‌کنندگی صابون مورد نظر به شدت کاهش می‌یابد.
- ۲. جنس پارچه:** چسبندگی لکه‌های چربی بر روی لباس‌های نخی یا همان پنبه‌ای کمتر از پارچه‌های پلی‌استری است. بر این اساس، می‌توان گفت صابون بر روی لکه‌های ایجاد شده بر سطح پارچه‌های نخی اثر بیشتری دارد.
- ۳. آنزیم:** آنزیم نوعی کاتالیزگر است که فرایندهای تجزیه مواد موجود در لکه‌ها را تسریع می‌بخشد و این مواد را به مواد ساده‌تر تبدیل می‌کند. اضافه کردن آنزیم به صابون، قدرت پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهد.
- ۴. دما:** علاوه بر این که در دماهای بالاتر، ساختار چربی‌های موجود بر روی سطح لباس سست می‌شود، افزایش دما سرعت انجام هر واکنش شیمیایی را نیز افزایش می‌دهد. همچنین افزایش دما موجب تأمین شدن گرمای لازم برای آغاز واکنش‌های انجام گرفته بر لکه می‌شود، پس افزایش دما نیز قدرت پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهد.
- ۵. افزودنی‌های شیمیایی:** اضافه کردن جوش شیرین به صابون، موجب ایجاد خاصیت بازی و افزایش قدرت پاک‌کنندگی آن می‌شود. افزودن نمک‌های فسفات به صابون نیز قدرت پاک‌کنندگی آن را در مواجهه با آب سخت افزایش می‌دهد.

در این فرایند، صابون حل شده در آب به دو قسمت تقسیم می‌شود. بخش اول از صابون حل شده در آب، با یون کلسیم واکنش می‌دهد و رسوب می‌کند و از محلول مورد نظر خارج می‌شود. این بخش از صابون مورد نظر، عملاً تأثیری بر پاک‌کنندگی صابون نداشته و از محیط آبی حذف می‌شود. بخش دوم از صابون مورد نظر نیز مقدار غلظت کافی از این ماده را در آب ایجاد می‌کند تا بتواند قدرت پاک‌کنندگی خود را اعمال کند. ابتدا مقدار صابونی را که با یون کلسیم موجود در 100 میلی لیتر آب رسوب می‌کند، حساب می‌کنیم:

$$? \text{ g } C_{16}H_{33}O_2Na = 100 \text{ mL آب} \times \frac{1 \text{ g آب}}{1 \text{ mL آب}} \times \frac{120 \text{ g } Ca^{2+}}{106 \text{ g آب}} \times \frac{1 \text{ mol } Ca^{2+}}{40 \text{ g } Ca^{2+}} \times \frac{2 \text{ mol } C_{16}H_{33}O_2Na}{1 \text{ mol } Ca^{2+}} \times \frac{276 \text{ g } C_{16}H_{33}O_2Na}{1 \text{ mol } C_{16}H_{33}O_2Na}$$

$$= 0.1656 \text{ g} \rightarrow \text{مقدار صابون رسوب کرده} = 165.6 \text{ mg}$$

حال مقدار صابون اضافی حل شده در آب برای رسیدن به غلظت ۰/۰۰۲ مول بر لیتر را به دست می آوریم:

$$? g C_{16}H_{35}O_2Na = 100 mL \text{ آب} \times \frac{1 L}{1000 mL} \times \frac{0.002 mol C_{16}H_{35}O_2^-}{1 L \text{ آب}} \times \frac{1 mol C_{16}H_{35}O_2Na}{1 mol C_{16}H_{35}O_2^-} \times \frac{276 g C_{16}H_{35}O_2Na}{1 mol C_{16}H_{35}O_2Na}$$

$$= 0.0552 g \longrightarrow \text{مقدار صابون در محلول} = 55/2 mg$$

بر این اساس، داریم:
پس باید ۲۲۰/۸ میلی گرم صابون در این آب حل شود تا صابون خاصیت پاک کنندگی خود را داشته باشد.

گروه آموزشی ماز

۷۳- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) افزایش دمای آب، همانند افزودن آنزیم های مناسب، قدرت پاک کنندگی صابون ها را افزایش می دهد.
- (۲) نقطه جوش اسید چرب $C_{17}H_{35}COOH$ از نقطه جوش اسید آلی موجود در محلول سرکه کمتر خواهد بود.
- (۳) پاک کننده های غیر صابونی از جمله مواد آروماتیک بوده و بر اساس برهم کنش میان ذره ها آلودگی ها را پاک می کنند.
- (۴) نسبت تعداد جفت الکترون های ناپیوندی در بخش آنیونی یک پاک کننده غیر صابونی به یک صابون جامد، برابر ۱/۸ است.

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

ترکیب با فرمول مولکولی $C_{17}H_{35}COOH$ ، یک اسید چرب با جرم مولی بالا و زنجیره هیدروکربنی بسیار بلند است؛ بنابراین نقطه جوش آن از اسید آلی موجود در سرکه یعنی استیک اسید (CH_3COOH) بالاتر است. توجه داریم که در کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی، هر چه تعداد اتم کربن بیشتر باشد، نیروهای بین مولکولی در میان ذرات سازنده آن اسید قوی تر بوده و در نتیجه این مواد نقطه جوش بالاتری دارند.

بررسی سایر گزینه ها:

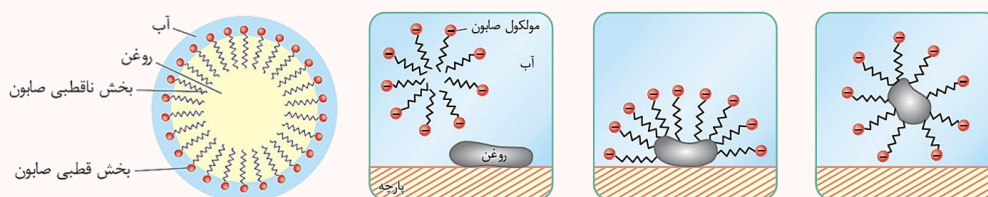
۱ افزایش دمای آب، موجب سست شدن آلودگی ها از بافت لباس و پاک شدن این آلودگی ها می شود. آنزیم ها نیز با شکستن ذرات آلاینده ها به مواد ساده تر، موجب بهتر پاک شدن آن ها از روی بافت لباس ها می شوند.

۳ پاک کننده های غیر صابونی، دارای یک حلقه ی بنزنی در ساختار بخش آنیونی خود بوده و از جمله مواد آروماتیک به شمار می روند. این مواد، همانند پاک کننده های صابونی، بر اساس برهم کنش میان ذره ها (مثلاً ایجاد نیروی وان دروالسی، پیوند هیدروژنی و ...) آلودگی ها را پاک می کنند. در نقطه مقابل، پاک کننده های خورنده افزون بر این برهم کنش ها، با آلاینده ها واکنش می دهند و از این طریق نیز سبب زدودن آن ها می شوند.

تقسیم بندی پاک کننده ها بر اساس عملکرد

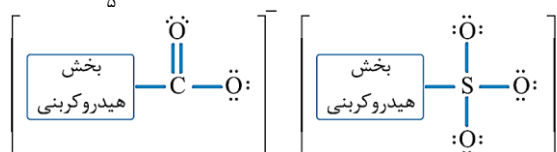
پاک کننده ها بر اساس مکانیسم عملکرد خود به دو دسته پاک کننده های کلئیدساز و خورنده تقسیم می شوند. در این رابطه، داریم:

۱. پاک کننده های کلئیدساز که شامل صابون و پاک کننده غیر صابونی هستند، از دو بخش قطبی و غیر قطبی تشکیل شده اند. این پاک کننده ها از سمت بخش قطبی با مولکول ها آب و از سمت بخش ناقطبی با مولکول های چربی یا روغن جاذبه برقرار می کنند. در این حالت قطرات چربی به صورت توده مولکولی درآمده و اطراف آن را پاک کننده ها می پوشانند. در این حالت، ذرات پاک کننده به گونه ای قرار می گیرند که سمت ناقطبی آن ها به سمت داخل (توده چربی) و سمت قطبی آن ها به سمت بیرون (آب) است. در این رابطه، داریم:



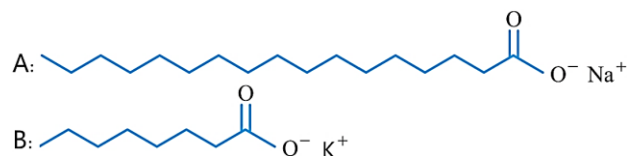
۲. پاک کننده های خورنده شامل مواد اسیدی یا بازی هستند که علاوه بر داشتن برهم کنش فیزیکی با آلاینده ها، با آن ها واکنش شیمیایی نیز می دهند و آن ها را به مواد محلول در آب تبدیل می کنند. مواد محلول ایجاد شده طی این فرایند، از محل لکه شسته خواهند شد.

۴ با توجه به ساختارهای زیر، تعداد جفت الکترون های ناپیوندی در پاک کننده غیر صابونی (با فرمول شیمیایی کلی $RC_6H_4SO_3^-Na^+$) و در صابون (با فرمول شیمیایی کلی $RCO_2^-Na^+$)، به ترتیب برابر با ۹ و ۵ بوده و نسبت میان آن ها برابر $\frac{9}{5}$ است.



گروه آموزشی ماز

۷۴- کدام مقایسه بین دو ترکیب داده شده به درستی انجام شده است؟



(۱) دمای ذوب: $B > A$

(۲) درصد جرمی اکسیژن: $B > A$

(۳) انحلال پذیری آنیون در آب: $A > B$

(۴) تعداد اتم‌های هیدروژن در واحد فرمولی: $B > A$

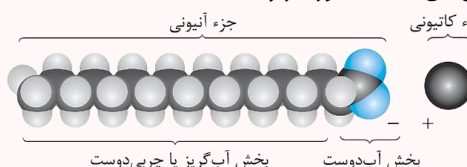
پاسخ: گزینه ۲

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

ماده A، یک پاک‌کننده صابونی جامد بوده و در ساختار آن کاتیون سدیم وجود دارد؛ درحالی که ماده B، ساختاری مشابه به پاک‌کننده‌های صابونی مایع داشته و در ساختار آن، کاتیون پتاسیم یافت می‌شود. در ساختار هر دو ماده داده شده، ۲ اتم اکسیژن وجود دارد، در حالی که جرم مولی ترکیب B در مقایسه با ترکیب دیگر خیلی کوچک‌تر است. بر این اساس، می‌توان گفت درصد جرمی اکسیژن در ساختار ترکیب B بیشتر از ترکیب دیگر خواهد بود.

ساختار پاک‌کننده‌های صابونی

صابون جامد، نمک سدیم اسیدهای چرب و صابون مایع، نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب است. زنجیر هیدروکربنی صابون‌ها ناطبی و آب‌گریز است و بنابراین در حلال‌های ناطبی حل می‌شود. ساختار نوعی از صابون‌های جامد به صورت زیر است:



مکانیسم پاک‌کنندگی صابون، تولید کلونید آب-پاک‌کننده-روغن است. بر این اساس، قسمت قطبی صابون به سمت آب و قسمت ناطبی آن به سمت چربی یا روغن قرار گرفته و با تشکیل این کلونید، موجب شسته شدن لکه‌های روغن و چربی می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ در ساختار ترکیب B، کاتیون پتاسیم وجود داشته و بخش ناطبی این ترکیب نیز در مقایسه با ترکیب دیگر بسیار کوچک‌تر است. بر این اساس، ترکیب B در شرایط اتاق حالت مایع داشته و دمای ذوب آن در مقایسه با ترکیب A کمتر خواهد بود.
- ۲ چون آنیون سازنده ترکیب B دارای دم هیدروکربنی (بخش ناطبی) کوچک‌تری نسبت به آنیون سازنده ترکیب A است، پس گشتاور دوقطبی این آنیون به‌طور کلی بیشتر بوده و می‌توان گفت انحلال‌پذیری آنیون سازنده ترکیب B در آب بیشتر خواهد بود.
- ۴ هر دو ماده دارای دم هیدروکربنی سیرشده هستند، اما چون ترکیب B دارای دم هیدروکربنی بسیار کوتاه‌تری است، پس قطعاً شمار اتم‌های هیدروژن در واحد فرمولی این ماده کمتر خواهد بود. توجه داریم که دم هیدروکربنی در ترکیب B بسیار کوچک بوده و به همین خاطر، از این ماده نمی‌توان به‌عنوان یک پاک‌کننده صابونی مناسب استفاده کرد.

گروه آموزشی ماز

۷۵- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- الف: بین ذرات چربی نیروی وان‌دروالسی برقرار شده و در ساختار این مواد، حداقل یک اتم C متصل به دو اتم O وجود دارد.
- ب: در ساختار ذره‌ای پاک‌کننده‌های غیرصابونی، حداقل دو اتم کربن وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیست.
- پ: برای تهیه صابون مراغه، روغن‌های گیاهی مثل روغن زیتون را به همراه NaOH و آب، در دیگ‌هایی می‌جوشانند.
- ت: کلونیدها مخلوط‌هایی هستند که به مرور زمان ته‌نشین شده و مسیر عبور نور از درون آن‌ها مشخص است.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «الف» و «ت»

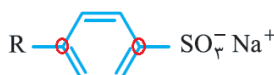
پاسخ: گزینه ۱

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

عبارتهای «الف» و «ب» درست هستند.

بررسی موارد:

- الف: چربی‌ها مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیر هستند که بخش ناطبی آن‌ها بر بخش قطبی‌شان غلبه دارد و در نتیجه نیروی بین مولکولی غالب در آن‌ها از نوع وان‌دروالسی است. از طرفی در ساختار اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیر، حداقل یک اتم کربن (کربن موجود در ساختار گروه کربوکسیل و یا گروه استری) وجود دارد که به دو اتم اکسیژن متصل است.
- ب: در پاک‌کننده‌های غیرصابونی، دو اتم کربن حلقه بنزی که به گروه آلکیل و گروه SO_3^- متصل شده‌اند، به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند. توجه داریم که در گروه R نیز با توجه به سیرشده بودن و یا نبودن این قسمت، می‌تواند اتم کربنی وجود داشته باشد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیست. ساختار کلی پاک‌کننده‌های غیرصابونی به صورت زیر است:



جست‌وجو برای پاک‌کننده‌های جدید

نقش پاک‌کنندگی صابون باعث شد تا کاربرد آن از پاکیزگی و تأمین بهداشت فردی و محیط خانه، به مراکز صنعتی، بیمارستانی و اداری نیز گسترش پیدا کند. این روند، سبب رشد چشمگیر صابون‌سازی و تبدیل آن به یک صنعت بزرگ در جهان شد. این صنعت، نقش چشمگیری در کاهش بیماری‌های گوناگون و افزایش سطح بهداشت در جهان داشته است. در این زمان، عوامل زیر، چون سدی بر سر راه صنعت صابون‌سازی قرار گرفتند:

۱. با افزایش جمعیت جهان، مصرف صابون نیز افزایش یافت.
 ۲. برای تولید صابون در مقیاس انبوه، به میزان زیادی چربی به‌عنوان مواد اولیه نیاز بود و تأمین این میزان چربی، به یک چالش تبدیل شد.
 ۳. تأمین صابون مورد نیاز جهان به روش‌های سنتی تقریباً ناممکن بود.
 ۴. پاک‌کننده‌های صابونی در همه شرایط به خوبی عمل نمی‌کردند و استفاده از آن‌ها در برخی از موقعیت‌ها مثل سفرهای دریایی و صنایعی که از آب شور استفاده می‌کردند، پاسخگوی نیاز انسان نبود.
- نگرانی‌هایی از این دست، سبب شد تا شیمی‌دان‌ها برای شناسایی و تولید دیگر پاک‌کننده‌ها ترغیب شوند. شیمی‌دان‌ها به دنبال موادی بودند که علاوه بر قدرت پاک‌کنندگی بالا، بتوان آن‌ها را به میزان انبوه و با قیمت مناسب تولید کرد. با توجه به رابطه میان ساختار و رفتار یک ماده، شیمی‌دان‌ها به دنبال موادی بودند که همانند صابون‌ها، ساختاری دوگانه‌دوست (هم چربی‌دوست و هم آب‌دوست) داشته باشد. سرانجام آن‌ها توانستند با استفاده از بنزن و دیگر مواد اولیه تولید شده در صنایع پتروشیمی، پاک‌کننده‌های غیرصابونی را بسازند.

پ: صابون طبیعی، معروف به **صابون مراغه**، با بیش از ۱۵۰ سال قدمت، معروف‌ترین صابون سنتی ایران است. برای تهیه این صابون، **پیه گوسفند** (نوعی چربی جانوری که در دمای اتاق، حالت جامد دارد) و **سود سوز آور** را در دیگ‌های بزرگ با آب برای چندین ساعت می‌جوشانند و پس از قالب‌گیری، آن‌ها را در آفتاب خشک می‌کنند. این صابون افزودنی شیمیایی نداشته و به دلیل خاصیت بازی مناسب، از آن برای شستن موهای چرب استفاده می‌شود.

ت: کلئیدها مخلوط‌هایی هستند که **پایدار** بوده و به مرور زمان، ته‌نشین نمی‌شوند. چون این مخلوط‌ها حاوی توده‌های مولکولی هستند، مسیر عبور نور از درون کلئیدها مشخص است. جدول زیر، ویژگی‌های انواع مخلوط‌ها را نشان می‌دهد:

ویژگی	مخلوط ناهمگن (سوسپانسیون)	کلئید	مخلوط همگن (محلول)
عبور نور	نور را پخش می‌کند.	نور را پخش می‌کند.	نور را عبور می‌دهد.
همگن بودن	ناهمگن است.	ناهمگن است.	همگن است.
پایداری	ناپایدار است.	پایدار است.	پایدار است.
نوع ذره	ذره‌ها و قطعات مجزا	مولکول‌های بزرگ یا توده‌های مولکولی	یون‌ها یا مولکول‌ها
مثال‌ها	سالاد - مخلوط آب و روغن - شربت معده	مخلوط آب و صابون و روغن - سرامیک‌ها - انواع رنگ‌ها - چسب‌ها - شیر - ژله - مایونز	محلول آب‌نمک - محلول مس (II) سولفات در آب

همان‌طور که مشخص است، برخی از رفتارهای کلئیدها مشابه به محلول‌ها و برخی از رفتارهای آن‌ها نیز مشابه به سوسپانسیون‌ها است. توجه داریم که کلئیدها در دسته **مخلوط‌های ناهمگن** قرار می‌گیرند.

گروه آموزشی ماز

۷۶- در ساختار نوعی پاک‌کننده غیرصابونی با زنجیره هیدروکربنی سیرشده، شمار اتم‌های هیدروژن ۱/۵ برابر شمار اتم‌های کربن است. در ساختار بخش آنیونی این ماده چند پیوند $C - C$ وجود داشته و درصد جرمی اتم‌های گوگرد در یک نمونه از این ماده تقریباً چقدر خواهد بود؟

$$(S = 32 \text{ و } Na = 23 \text{ و } O = 16 \text{ و } C = 12 \text{ و } H = 1 : g.mol^{-1})$$

$$10/9 - 13 \text{ (۴)}$$

$$12/4 - 13 \text{ (۳)}$$

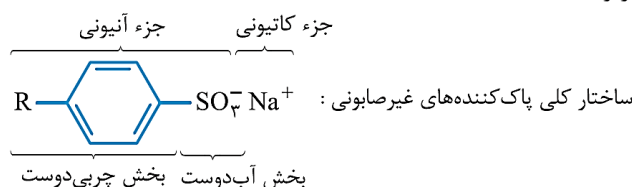
$$10/9 - 11 \text{ (۲)}$$

$$12/4 - 11 \text{ (۱)}$$

(متوسط - مسئله ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

فرمول پاک‌کننده غیرصابونی به‌صورت $C_m H_{7m+1} C_6 H_5 SO_3^- Na^+$ است. فرمول شیمیایی کلی این مواد را به‌صورت $C_m H_{7m+5} SO_3^- Na^+$ نیز می‌توان نوشت. ساختار این پاک‌کننده غیرصابونی به‌صورت زیر است:



طبق فرض سؤال، در ساختار این پاک‌کننده، شمار اتم‌های هیدروژن ۱/۵ برابر شمار اتم‌های کربن است. بر این اساس، داریم:

$$\frac{\text{شمار اتم‌های هیدروژن}}{\text{شمار اتم‌های کربن}} = \frac{7m + 5}{m + 6} = 1/5 \implies m = 8$$

با توجه به مقدار m ، می‌توان گفت در **زنجیره هیدروکربنی** این ماده مجموعاً ۸ پیوند $C - C$ و در ساختار حلقه بنزنی این ماده نیز ۳ پیوند $C - C$ وجود دارد، پس مجموع شمار این پیوندها در ماده مورد نظر برابر با ۱۱ عدد است. فرمول این ماده به‌صورت $C_{14} H_{19} SO_3^- Na^+$ بوده و در ساختار هر مول از این ماده،

$$\text{یک مول اتم گوگرد وجود دارد، پس داریم: درصد جرمی گوگرد} = \frac{\text{جرم گوگرد}}{\text{جرم پاک‌کننده}} \times 100 = \frac{1 \times 32}{292} \times 100 \approx 10/9 \text{ درصد}$$

بر این اساس، می‌توان گفت درصد جرمی **گوگرد** در این پاک‌کننده تقریباً برابر با ۱۰/۹ درصد است.

۷۷- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

- الف: ذرات صابون در مخلوط ناهمگن آب، روغن و صابون، از طرف دم هیدروکربنی به سمت ذرات روغن جهت گیری می کنند.
 ب: جوهر نمک، پاک کننده ای خورنده با خواص اسیدی بوده و همانند مخلوط آب و آهک، رنگ کاغذ pH را قرمز می کند.
 پ: از افزودن مواد کلردار به صابون ها برای از بین بردن جوش صورت و همچنین قارچ های پوستی استفاده می شود.
 ت: نخستین کسی که اسیدها را بر مبنای علمی توصیف کرد، روی رسانایی الکتریکی محلول های آبی کار می کرد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

عبارت های «الف» و «ت» درست هستند.

بررسی موارد:

الف: مخلوط مورد نظر، نوعی **کلوئید** به شمار رفته و در دیدگاه ذره ای، از جمله مخلوط های **ناهمگن** به شمار می رود. مولکول های صابون موجود در این مخلوط از طرف دم **هیدروکربنی** خود (بخش ناقطبی مولکول های صابون) به سمت **ذرات روغن** (مولکول های ناقطبی) جهت گیری پیدا می کنند. این مولکول ها از طرف **بخش قطبی** مولکول های خود نیز به سمت **مولکول های آب** (مولکول های قطبی) جهت گیری پیدا می کنند. جهت گیری مولکول های صابون در مخلوط آب و روغن و ساختار این مولکول ها مطابق با تصویر زیر است:



ب: **جوهر نمک** یک پاک کننده خورنده با خاصیت **اسیدی** است و رنگ کاغذ pH را **قرمز** می کند. از آنجا که آهک (کلسیم اکسید) یک اکسید فلزی با خاصیت بازی است، برخلاف جوهر نمک، رنگ کاغذ pH را **آبی** می کند. روند تغییر رنگ کاغذ pH در مجاورت با مواد مختلف به صورت زیر است:

تغییر رنگ کاغذ پی اچ	مواد بازی مثل آب آهک، محلول سود، مخلوط صابون در آب و خون انسان	از زرد به آبی
	مواد اسیدی مثل جوهر نمک، سرکه سفید، اسید معده و سولفوریک اسید	از زرد به قرمز

پ: از افزودن مواد گوگرددار به صابون ها برای از بین بردن جوش صورت و همچنین قارچ های پوستی استفاده می شود. تأثیر افزودنی های مختلف صابون ها به شرح زیر است:

افزودنی های صابون	مواد گوگرددار	از بین بردن جوش صورت و قارچ های پوستی
	مواد کلردار	افزایش خاصیت ضد عفونی کنندگی و میکروب کشی
	نمک های فسفات	افزایش قدرت پاک کنندگی صابون در آب های سخت

ت: **آرنیوس** نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد. او بر روی رسانایی الکتریکی محلول های آبی کار می کرد. یافته های تجربی آرنیوس نشان داد که محلول اسیدها و بازها رسانای برق هستند، اما میزان رسانایی آنها با یکدیگر یکسان نبوده و هر محلول، رسانایی الکتریکی متفاوتی با سایر محلول ها دارد. البته، توجه داریم که شواهد تاریخی نشان می دهند پیش از آنکه ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی دان ها افزون بر ویژگی های اسیدها و بازها، با برخی از واکنش های آنها نیز آشنا بودند.

گروه آموزشی ماز

۷۸- در یک آزمایشگاه تحقیقاتی، گروه های NH_2 از ذرات اوره را جدا کرده و به جای آن ها، گروه عاملی کربوکسیل قرار می دهیم. در ساختار هر مولکول از ترکیب ایجاد شده، چند جفت الکترون ناپیوندی وجود داشته و این ماده، در چه حلالی حل خواهد شد؟

۴ (۴) - بنزین

۳ (۳) - آب

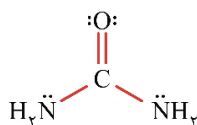
۲ (۲) - بنزین

۱ (۱) - آب

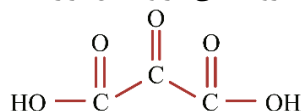
(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

ساختار اولیه مولکول اوره به صورت زیر است:



اگر گروه های NH_2 از ذرات اوره را جدا کرده و به جای آن ها، گروه عاملی کربوکسیل قرار بدهیم، مولکولی با ساختار زیر ایجاد می شود:



این ماده، در ساختار خود دارای ۵ اتم اکسیژن بوده و هر اتم اکسیژن نیز دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی است، پس می‌توان گفت در ساختار این ماده مجموعاً ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. این ماده شدیداً قطبی بوده و چون توانایی برقرار کردن پیوند هیدروژنی با ذرات آب و ... را دارد، در حلال‌های قطبی مثل آب و اتانول به خوبی حل می‌شود. توجه داریم که به‌عنوان یک قانون کلی، می‌توان گفت شبیه، شبیه را در خود حل می‌کند. بر این اساس می‌توان مواد را به چهار دسته تقسیم کرد:

انواع مواد	مولکول‌های ناقطبی	برقراری نیروی جاذبه دوقطبی القایی	محلول در حلال ناقطبی
	مولکول‌های قطبی	برقراری نیروی جاذبه دوقطبی	محلول در حلال قطبی
	مولکول‌های دارای H متصل به FON	برقراری پیوند هیدروژنی	محلول در حلال دارای پیوند هیدروژنی
	ترکیب‌های یونی	برقراری جاذبه یونی	اغلب، محلول در آب (حلال قطبی)

گروه آموزشی ماز

۷۹- برای از بین بردن سختی ۲۵ لیتر آب با چگالی $1/2 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ که درصد جرمی کلسیم کلرید در آن برابر با ۲/۲۲ درصد است، باید چند مول نمک پتاسیم فسفات را به محلول مورد نظر اضافه کنیم و در ساختار ترکیب رسوبی تولید شده طی این فرایند، تفاوت شمار مول آنیون‌ها و کاتیون‌ها چقدر می‌شود؟ ($\text{Ca} = 40$ و $\text{Cl} = 35/5 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۳ - ۶ (۴)

۲ - ۶ (۳)

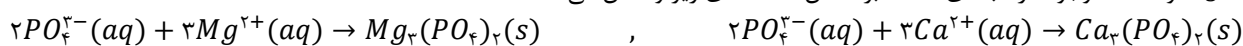
۳ - ۴ (۲)

۲ - ۴ (۱)

(متوسط - مسئله ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

افزودن نمک‌های فسفات به شوینده‌ها، موجب افزایش قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها در آب‌های سخت می‌شود. یون فسفات موجود در این دسته از شوینده‌ها، با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} موجود در آب‌های سخت بر اساس معادله‌های زیر واکنش می‌دهد:



طی این واکنش‌ها، یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} به شکل رسوب درآمد و از محلول مورد نظر خارج می‌شوند. با خارج شدن این کاتیون‌های مزاحم، دیگر اختلالی در کار مولکول‌های صابون ایجاد نمی‌شود و صابون به خوبی کف می‌کند. به عبارت دیگر، می‌توان گفت از واکنش‌های بالا برای از بین بردن سختی آب استفاده می‌شود. در قدم اول، باید غلظت مولی یون کلسیم را در محلول اولیه به‌دست بیاوریم:

$$\text{چگالی} \times \text{درصد جرمی} \times 10 = \frac{10 \times 2/22 \times 1/2}{111} = 0/24 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \rightarrow [\text{Ca}^{2+}] = 0/24 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

هر ۳ مول از کاتیون‌های منیزیم و یا کلسیم، با ۲ مول یون فسفات واکنش داده و از محلول خارج می‌شوند. بر این اساس، می‌توان گفت اگر نماد کلی این کاتیون‌ها را به‌صورت X^{2+} نشان بدهیم، هر ۳ مول کاتیون X^{2+} با ۲ مول یون فسفات واکنش داده و از محلول خارج می‌شود. از طرفی، می‌دانیم که غلظت مولی کاتیون کلسیم در محلول مورد نظر برابر با ۰/۲۴ مول بر لیتر است. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ mol } \text{PO}_4^{3-} = 25 \text{ L محلول} \times \frac{0/24 \text{ mol } \text{Ca}^{2+}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{2 \text{ mol } \text{PO}_4^{3-}}{3 \text{ mol } \text{Ca}^{2+}} = 4 \text{ mol}$$

پس می‌توان گفت برای از بین بردن سختی نمونه ۲۵ لیتری از محلول مورد نظر، به ۴ مول یون فسفات نیاز داریم. این یون، در ساختار ترکیب پتاسیم فسفات وجود دارد، پس داریم:

$$? \text{ mol } \text{K}_3\text{PO}_4 = 4 \text{ mol } \text{PO}_4^{3-} \times \frac{1 \text{ mol } \text{K}_3\text{PO}_4}{1 \text{ mol } \text{PO}_4^{3-}} = 4 \text{ mol}$$

طی این فرایند، مقدار ۲ مول $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ ایجاد شده و در هر مول از این ماده، تفاوت شمار مول آنیون و کاتیون برابر با یک مول است. بر این اساس، می‌توان گفت در ۲ مول $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ ، تفاوت شمار مول آنیون و کاتیون برابر با ۲ مول است.

گروه آموزشی ماز

۸۰- در شرایط استاندارد، ۸۹/۶ لیتر مخلوط گازی از گوگرد تری‌اکسید و اکسیژن که درصد حجمی هر گاز در آن برابر با ۵۰٪ است را در مقداری آب حل کرده و جرم محلول را به 50 kg می‌رسانیم. غلظت یون سولفات در محلول ایجاد شده بر حسب ppm کدام است؟ ($\text{S} = 32$ و $\text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

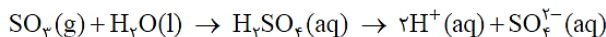
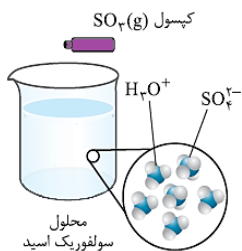
۲۸۸۰ (۴)

۹۶۰ (۳)

۳۸۴۰ (۲)

۱۹۲۰ (۱)

اکسیژن با آب واکنش نداده و به صورت مولکولی در آب حل می شود، اما گاز گوگرد تری اکسید با آب واکنش داده و یون سولفات را تولید می کند. واکنش میان گاز گوگرد تری اکسید و آب به صورت زیر است:



طبق فرض سؤال، درصد حجمی هر گاز در مخلوط اولیه برابر با ۵۰٪ است، پس می توان گفت در مخلوط اولیه ۴۴/۸ لیتر از هر گاز وجود دارد. همان طور که مشخص است، با حل شدن هر مول گوگرد تری اکسید در آب، یک مول یون سولفات در محلول ایجاد می شود؛ پس داریم:

$$? g SO_3^{2-} = 44/8 L SO_2 \times \frac{1 mol SO_2}{22/4 L SO_2} \times \frac{1 mol SO_3^{2-}}{1 mol SO_2} \times \frac{96 g SO_3^{2-}}{1 mol SO_3^{2-}} = 192 g$$

در قدم بعد، باید غلظت یون سولفات را در محلول مورد نظر محاسبه کنیم. برای به دست آوردن غلظت ppm یک محلول، از روابط زیر استفاده می کنیم:

$$ppm = \frac{\text{گرم حل شونده}}{\text{گرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow ppm = \frac{\text{میلی گرم حل شونده}}{\text{گرم محلول}} \times 10^3 \Rightarrow ppm = \frac{\text{میلی گرم حل شونده}}{\text{کیلوگرم محلول}}$$

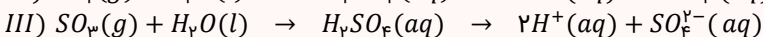
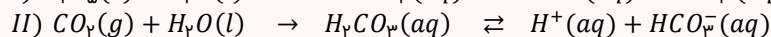
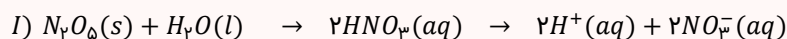
بر این اساس، داریم:

$$ppm = \frac{\text{گرم حل شونده}}{\text{گرم محلول}} \times 10^6 = \frac{192 g}{50 kg \times \frac{1000 g}{1 kg}} \times 10^6 = 3840 \text{ واحد}$$

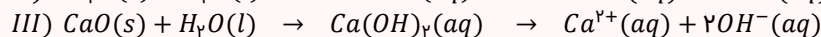
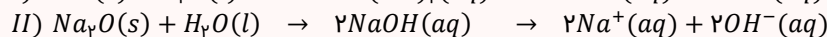
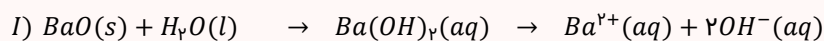
با توجه به محاسبات انجام شده، غلظت یون سولفات در محلول حاصل از این فرایند برابر با ۳۸۴۰ ppm است.

واکنش اکسید عناصر با آب

اکسیدهای حاصل از برخی عناصر، با مولکول های آب وارد واکنش شده و مقدار pH آب را تغییر می دهند. از آنجا که طی انحلال این مواد در آب، غلظت یون های هیدروژن و هیدروکسید در آب تغییر می کند، می توان آن ها را جزء اسیدها و بازهای آرنیوس به حساب آورد. اکسیدهای نافلز را اکسیدهای اسیدی می نامند. این مواد طی واکنش با آب، سبب افزایش غلظت یون هیدروژن در محلول شده و pH محلول را کاهش می دهند. به عنوان مثال، دی نیترژن پنتاکسید، کربن دی اکسید و گوگرد تری اکسید، در دسته اکسیدهای اسیدی قرار دارند و براساس معادله های زیر با آب واکنش می دهند:



اکسیدهای فلزی را اکسیدهای بازی می نامند. این مواد طی واکنش با آب، سبب افزایش غلظت یون هیدروکسید در محلول شده و pH محلول را افزایش می دهند. به عنوان مثال، باریم اکسید، سدیم اکسید و کلسیم اکسید (آهک)، براساس معادله های زیر با آب واکنش می دهند:



گروه آموزشی ماز

۸۱- در یک نمونه از اتم های منیزیم که از ایزوتوپ های طبیعی این عنصر تشکیل شده است، درصد فراوانی ^{25}Mg برابر ۵۰ درصد بوده و فراوانی سبک ترین ایزوتوپ، ۴ برابر فراوانی سنگین ترین ایزوتوپ است. جرم اتمی میانگین این نمونه از اتم های منیزیم چقدر بوده و جرم ۰/۲ مول از این ماده، برابر با چند گرم می شود؟ (جرم مولی هر عنصر، برابر با جرم اتمی میانگین آن است.)

$$4/88 - 24/4 (4)$$

$$9/76 - 24/4 (3)$$

$$4/94 - 24/7 (2)$$

$$9/88 - 24/7 (1)$$

یک نمونه طبیعی از منیزیم، از ایزوتوپ های ^{24}Mg ، ^{25}Mg و ^{26}Mg تشکیل شده است و مجموع درصد فراوانی این ۳ ایزوتوپ، برابر با ۱۰۰٪ خواهد بود. با توجه به اینکه درصد فراوانی ایزوتوپ ^{25}Mg برابر با ۵۰٪ است، پس می توان گفت مجموع درصد فراوانی ایزوتوپ های ^{24}Mg و ^{26}Mg برابر ۵۰ درصد بوده و فراوانی ^{24}Mg چهار برابر ایزوتوپ دیگر است. بر این اساس، داریم:

$$10 = \text{درصد فراوانی } ^{24}Mg \rightarrow \text{درصد فراوانی } ^{24}Mg \times 4 + \text{درصد فراوانی } ^{25}Mg + \text{درصد فراوانی } ^{26}Mg = 100$$

با توجه به محاسبات فوق، درصد فراوانی ^{24}Mg برابر ۴۰٪ است. در مرحله بعد، جرم اتمی میانگین منیزیم را با توجه به فراوانی انواع ایزوتوپ‌های آن به دست می‌آوریم.

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{40 \times 24 + 50 \times 25 + 10 \times 26}{100} = 24.7 \text{ amu}$$

بر این اساس، جرم اتمی میانگین منیزیم در نمونه مورد نظر برابر با 24.7 amu است. در قدم بعد، جرم 0.2 مول فلز منیزیم را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g Mg} = 0.2 \text{ mol Mg} \times \frac{24.7 \text{ g Mg}}{1 \text{ mol Mg}} = 4.94 \text{ g}$$

گروه آموزشی ماز

۸۲- هیدروژن دارای ایزوتوپ طبیعی بوده و شمار نوترون‌های موجود در ناپایدارترین ایزوتوپ طبیعی این عنصر، برابر شمار نوترون‌های موجود در هسته سنگین‌ترین ایزوتوپ طبیعی از اولین فلز موجود در جدول دوره‌ای است.

۰/۵ - ۳ (۴)

۰/۷۵ - ۳ (۳)

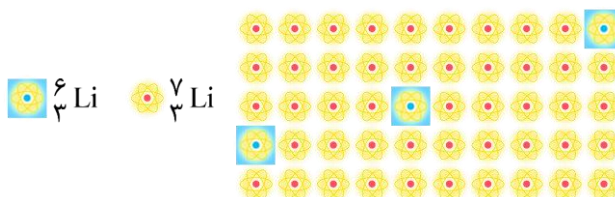
۰/۵ - ۲ (۲)

۰/۷۵ - ۲ (۱)

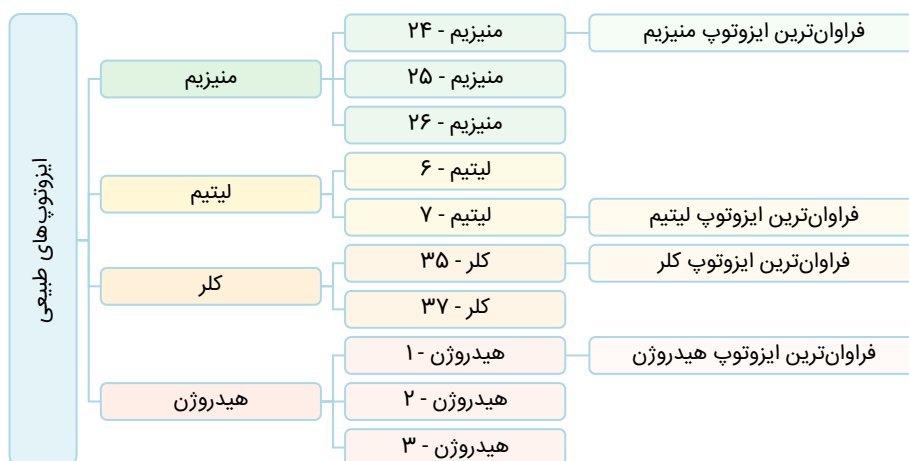
(آسان - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۴

هیدروژن دارای دو ایزوتوپ پایدار ^1H و ^2H و یک ایزوتوپ ناپایدار ^3H طبیعی است. در هسته ایزوتوپ ^3H ، هیچ نوترونی وجود ندارد؛ اما در هسته ایزوتوپ ^3H یک نوترون و در هسته ایزوتوپ ^4H نیز دو نوترون قرار گرفته‌اند. تصویر زیر نیز ایزوتوپ‌های طبیعی لیتیم (اولین فلز جدول دوره‌ای) را نشان می‌دهد:



از آنجا که فراوانی ایزوتوپ‌های مختلف با میزان پایداری این ایزوتوپ‌ها رابطه مستقیم دارد، می‌توان گفت پایداری ایزوتوپ ^7Li بیشتر از ایزوتوپ ^6Li است. در هسته هر اتم ^7Li ، ۴ نوترون و ۳ پروتون در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. نمودار زیر، نمایی از ایزوتوپ‌های مختلف برخی از عناصر را نشان می‌دهد:



توجه کنید که هر دو ایزوتوپ طبیعی لیتیم، به طور کلی پایدار هستند اما بین ایزوتوپ‌های پایدار هم اگر بخواهیم میزان پایداری را مقایسه کنیم، باید از مقایسه درصد فراوانی استفاده کنیم.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

نسبت مجموع شمار ذره‌های زیراتمی در ^4H به مجموع شمار ذره‌های زیراتمی در ^2H ، چند برابر مجموع شمار ذره‌های زیراتمی در ^1H است؟

۰/۲۵ (۴)

۰/۵ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

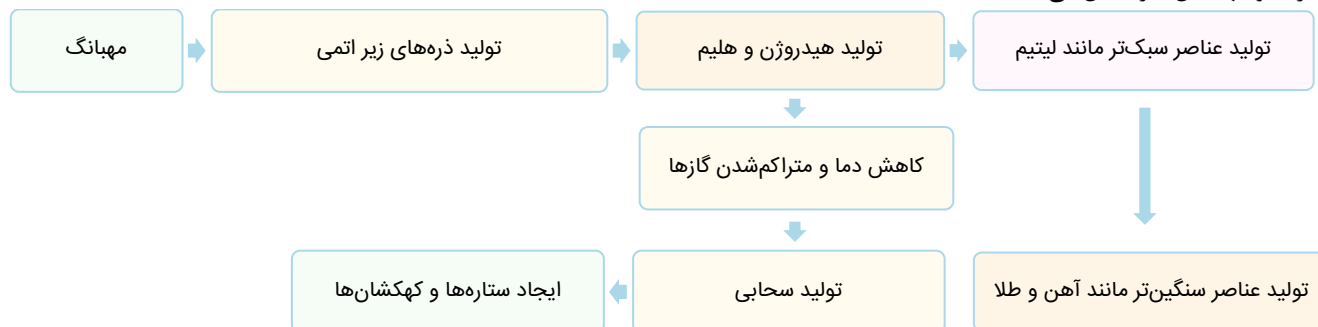
هیدروژن دارای ۳ ایزوتوپ طبیعی و ۴ ایزوتوپ ساختگی است. ایزوتوپ ^4H دارای ۱ الکترون، ۱ پروتون و ۴ نوترون است و در مجموع ۶ ذره زیراتمی دارد. ایزوتوپ ^2H دارای ۱ الکترون، ۱ پروتون و ۱ نوترون است و در مجموع ۳ ذره زیراتمی دارد. ایزوتوپ ^1H دارای ۱ الکترون، ۱ پروتون و ۰ نوترون است و در مجموع ۲ ذره زیراتمی دارد. بنابراین نسبت خواسته شده برابر $\frac{2}{8} = 0.25$ است.

گروه آموزشی ماز

۸۳- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) سحابی‌ها مجموعه‌هایی گازی از عناصر هیدروژن و هلیوم بوده و کهکشان‌ها را ایجاد می‌کنند.
- (۲) ۸ عنصری که بیشترین درصد فراوانی را در سیاره مشتری دارند، در دمای اتاق به حالت گازی یافت می‌شوند.
- (۳) ایزوتوپ‌های مربوط به یک عنصر فقط در برخی از خواص شیمیایی مانند میزان واکنش‌پذیری شبیه به هم هستند.
- (۴) فضاپیماهای وویجر مأموریت داشتند ترکیب‌های شیمیایی در اتمسفر سیاره عطارد و ترکیب درصد این مواد را تهیه کنند.

سحابی‌ها از تراکم گازهای هلیوم و هیدروژن تشکیل شده‌اند و سبب پیدایش ستاره‌ها و کهکشان‌ها می‌شوند. نمودار زیر، نمایی از روند تولید عناصر مختلف و سیارات و کهکشان‌ها را نشان می‌دهد:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ کربن و گوگرد، به ترتیب سومین و ششمین عنصر فراوان موجود در سیاره مشتری هستند. این دو عنصر متعلق به دسته p بوده و در شرایط اتاق، به حالت جامد یافت می‌شوند. کربن (گرافیت) یک ماده جامد سیاه رنگ و گوگرد نیز یک ماده جامد زرد رنگ است. به جز گوگرد و کربن، سایر عناصر فراوان موجود در مشتری در شرایط اتاق حالت گاز دارند.

مقایسه توزیع عناصر در سیاره‌های زمین و مشتری

نکات زیر، در بررسی دقیق نمودار توزیع عناصر در سیاره‌های زمین و مشتری به دست می‌آید:

- رتبه فراوانی گوگرد در سیاره‌های مشتری و زمین یکسان است اما درصد فراوانی این عنصر نافلزی در سیاره مشتری کمتر از درصد فراوانی آن در زمین است.
- درصد فراوانی فراوان‌ترین عنصر سازنده مشتری (عنصر هیدروژن) بیشتر از ۵۰ درصد (حدود ۹۰ درصد) است اما درصد فراوانی فراوان‌ترین عنصر سازنده زمین کمتر از ۵۰ درصد است.
- فراوان‌ترین عنصر سازنده زمین، یک عنصر فلزی (متعلق به دسته عناصر واسطه از تناوب چهارم) و فراوان‌ترین عنصر سازنده مشتری، یک عنصر نافلزی (متعلق به گروه اول جدول تناوبی) است.
- اندازه سیاره مشتری بزرگتر از اندازه سیاره زمین است و این سیاره عمدتاً از عناصر نافلزی و گازی تشکیل شده است.
- فاصله سیاره مشتری تا خورشید، بیشتر از فاصله زمین تا خورشید است.
- دومین، هفتمین و هشتمین عنصر فراوان در سیاره مشتری، در دسته گازهای نجیب قرار دارند و متعلق به گروه ۱۸ جدول تناوبی هستند.

۳ خواص شیمیایی اتم‌های یک عنصر به عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها) وابسته است؛ در نتیجه ایزوتوپ‌های یک عنصر خواص شیمیایی یکسانی دارند، چون ایزوتوپ‌های یک عنصر عدد اتمی برابری دارد. همچنین این ایزوتوپ‌ها در خواص فیزیکی وابسته به جرم مانند چگالی متفاوت هستند. توجه داریم که چگالی و نقطه جوش از جمله خواص فیزیکی مواد به شمار می‌روند.

۴ دو فضاپیمای وویجر، مأموریت داشتند با گذر از کنار سیاره‌های مشتری، زحل، اورانوس و نپتون (سیاره‌هایی که در مقایسه با زمین، در فاصله دورتری نسبت به خورشید قرار گرفته‌اند)، شناسنامه فیزیکی و شیمیایی آن‌ها را تهیه کرده و ارسال کنند. این شناسنامه‌ها حاوی اطلاعاتی مانند نوع عنصرهای سازنده، ترکیب‌های شیمیایی در اتمسفر سیاره‌ها و ترکیب درصد این مواد بوده است. توجه داریم که در زمان حال حاضر، فضاپیمای وویجر ۱ به طور کلی از سامانه خورشیدی خارج شده است.

گروه آموزشی ماز

۸۴- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

- الف: نخستین عناصری که پس از مهبانگ از ذرات زیراتمی به وجود آمدند، در سیاره مشتری فراوان‌تر از زمین هستند.
- ب: مجموع جرم نوترون‌ها و پروتون‌ها در هر اتم از فراوان‌ترین رادیوایزوتوپ عنصر هیدروژن، برابر با 4amu است.
- پ: در واکنش‌های شیمیایی که در اطراف ما رخ می‌دهند، انرژی مبادله شده بسیار بیشتر از واکنش‌های هسته‌ای است.
- ت: عدد اتمی نخستین عنصر ساخته شده در واکنشگاه هسته‌ای، کمتر از عدد اتمی شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزا است.

(۱) «الف» و «پ»

(۲) «الف» و «ت»

(۳) «ب» و «پ»

(۴) «ب» و «ت»

عبارت‌های «الف» و «ت» درست هستند.

بررسی موارد:

الف: فراوان‌ترین عناصر موجود در سیاره مشتری، هیدروژن و هلیوم هستند که در روند تشکیل عناصر، از ذرات زیراتمی به وجود آمدند. برخی دانشمندان بر این باورند که سر آغاز کیهان با انفجاری مهیب (مهبانگ) همراه بوده که طی آن انرژی عظیمی آزاد شده است. در آن شرایط پس از پدید آمدن ذره‌های زیراتمی

مانند الکترون، پروتون و نوترون، عنصرهای هیدروژن و هلیوم پا به عرصه جهان گذاشتند. با گذشت زمان و کاهش دما، گازهای هیدروژن و هلیوم تولید شده، متراکم شد و مجموعه‌های گازی به نام سحابی ایجاد کرد. بعدها این سحابی‌ها سبب پیدایش ستاره‌ها و کهکشان‌ها شدند.

تولید عناصر هیدروژن و هلیوم → ذره‌های زیراتمی مانند الکترون، نوترون و پروتون تولید شدند → در سرآغاز کیهان، طی انفجاری بزرگ (مهبانگ)، انرژی عظیمی آزاد شد

ب: هیدروژن دارای ۵ رادیوایزوتوپ است که از میان آن‌ها، یک مورد طبیعی و بقیه ساختگی هستند. فراوان‌ترین رادیوایزوتوپ هیدروژن، رادیوایزوتوپ طبیعی آن یعنی ${}^1_1\text{H}$ است. این رادیوایزوتوپ در ساختار هسته هر اتم خود دارای یک پروتون و دو نوترون است. با توجه به این که جرم نوترون‌ها و پروتون‌ها به تقریب برابر با 1amu در نظر گرفته می‌شود؛ در نتیجه جرم رادیوایزوتوپ ${}^1_1\text{H}$ تقریباً برابر با 3amu است. جدول زیر، اطلاعات مربوط به ایزوتوپ‌های مختلف هیدروژن را نشان می‌دهد:

نماد ایزوتوپ	${}^1_1\text{H}$	${}^2_1\text{H}$	${}^3_1\text{H}$	${}^4_1\text{H}$	${}^5_1\text{H}$	${}^6_1\text{H}$	${}^7_1\text{H}$
ویژگی ایزوتوپ	پایدار	پایدار	ناچیز	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)
نیم عمر	پایدار	پایدار	۱۲/۳۲ سال	$1/4 \times 10^{-22}$ ثانیه	$9/1 \times 10^{-22}$ ثانیه	$2/9 \times 10^{-22}$ ثانیه	$2/3 \times 10^{-22}$ ثانیه
درصد فراوانی در طبیعت	۹۹/۹۸۸۵	۰/۰۱۱۴	ناچیز	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)

مقایسه طول نیم عمر و در نتیجه پایداری ایزوتوپ‌های ساختگی هیدروژن به صورت ${}^7_1\text{H} > {}^6_1\text{H} > {}^5_1\text{H} > {}^4_1\text{H}$ است.

پ: خورشید، نزدیک‌ترین ستاره به زمین است که دمای بسیار بالایی دارد. انرژی گرمایی و نور خیره‌کننده خورشید، به دلیل تبدیل عنصر هیدروژن به هلیوم در واکنش‌های هسته‌ای است. در واکنش‌های هسته‌ای، انرژی هنگفتی طی تبدیل عناصر به یکدیگر آزاد می‌شود. انرژی آزاد شده در واکنش هسته‌ای آن قدر زیاد است که می‌تواند صدها میلیون تن فولاد را ذوب کند. توجه داریم که در واکنش‌های شیمیایی که در پدیده‌های طبیعی پیرامون ما و در زندگی روزانه رخ می‌دهند، مقدار انرژی مبادله شده بسیار کمتر است.

ت: تکنسیم، نخستین عنصری است که در واکنشگاه هسته‌ای به وجود آمده و اورانیم نیز معادل با شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزا است. عدد اتمی این عنصر برابر با ۴۳ بوده و همان‌طور که می‌دانیم، این مقدار کمتر از عدد اتمی اورانیم (۹۲) است.

گروه آموزشی ماز

۸۵ - عنصر E در دوره چهارم و گروه ۱۴ جدول تناوبی جای دارد. اگر شمار نوترون‌ها در هر اتم از آن، ۹ واحد بیشتر از شمار الکترون‌ها باشد، در نمونه‌ای به جرم $116/8$ گرم از عنصر E ، چند اتم وجود دارد؟ (فرض کنید که تمام اتم‌های عنصر E ، جرم برابری داشته و جرم مولی هر عنصر را برابر با جرم اتمی آن در نظر بگیرید.)

$$(1) \quad 16/85 \times 10^{23} \quad (2) \quad 96/32 \times 10^{23} \quad (3) \quad 64/14 \times 10^{23} \quad (4) \quad 42/12 \times 10^{23}$$

(آسان - مسئله - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

عنصری که در دوره چهارم و گروه ۱۴ جدول تناوبی جای دارد، معادل با ژرمانیم (${}^{74}_{32}\text{Ge}$) است. در اتم ژرمانیم، ۳۲ پروتون و ۳۲ الکترون وجود دارد. طبق فرض سؤال، شمار نوترون‌ها ۹ واحد بیشتر از شمار الکترون‌ها است؛ در نتیجه شمار نوترون‌های موجود در هسته هر اتم از ژرمانیم برابر با ۴۱ بوده و عدد جرمی هر اتم از این عنصر برابر با ۷۳ می‌شود. با توجه به اینکه عدد جرمی برابر با جرم مولی است، پس می‌توان گفت جرم مولی ژرمانیم برابر با ۷۳ گرم بر مول است. در این رابطه، می‌توان نوشت:

$$? \text{ atom Ge} = 116/8 \text{ g Ge} \times \frac{1 \text{ mol Ge}}{73 \text{ g Ge}} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ atom Ge}}{1 \text{ mol Ge}} = 96/32 \times 10^{23} \text{ atom}$$

ساختار اتم

هر اتم، از هسته‌ای با بار مثبت در مرکز اتم و لایه‌های الکترونی اطراف آن تشکیل شده است. در هسته، پروتون‌ها و نوترون‌های اتم قرار دارند و در لایه‌های الکترونی نیز الکترون‌ها در حال چرخش به دور هسته هستند. بیشتر جرم اتم، مربوط به هسته آن است، به‌طوری‌که جرم هر پروتون یا نوترون به تقریب برابر با 1amu و جرم هر الکترون نیز ناچیز و برابر با $\frac{1}{1836} \text{amu}$ است. نماد هر اتم به صورت ${}^A_Z\text{E}$ بوده که A ، عدد جرمی آن اتم است و برابر با تعداد نوترون‌ها و پروتون‌ها خواهد بود و Z ، عدد اتمی بوده و برابر با تعداد پروتون‌های موجود در هسته اتم است. توجه داریم که انرژی لایه‌های الکترونی در هر اتم و خواص شیمیایی آن اتم، به عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها) آن وابسته است.

گروه آموزشی ماز

۸۶ - مخلوطی به جرم 840 گرم از دو رادیوایزوتوپ A و B در اختیار داریم. اگر پس از گذشت مدت زمان چهار ساعت، جرم دو رادیوایزوتوپ با هم برابر شود، درصد جرمی رادیوایزوتوپ A در مخلوط اولیه چقدر است؟ (نیم عمر رادیوایزوتوپ B برابر با دو ساعت و نیم عمر رادیوایزوتوپ A برابر با یک ساعت است.)

$$(1) \quad 75 \quad (2) \quad 80 \quad (3) \quad 70 \quad (4) \quad 85$$

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

هر ماده پرتوزا، با توجه به میزان پایداری خود، دارای نیم عمر مشخص است. نیم عمر مدت زمانی است که طی آن نصف اتم‌های ایزوتوپ ناپایدار (رادیوایزوتوپ) متلاشی شده و به سایر ذرات تبدیل می‌شود.

نیم عمر

هرچه نیم عمر رادیوایزوتوپ بیشتر باشد، ماندگاری آن در طبیعت بیشتر بوده و در مدت زمان طولانی تری از بین می رود. یکی از راه های به دست آوردن نیم عمر یک رادیوایزوتوپ استفاده از فرمول زیر است:

$$m = m_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\Delta t}{T}}$$

منظور از کمیت m ، m_0 و Δt به ترتیب جرم باقی مانده، جرم اولیه رادیوایزوتوپ، مدت زمان متلاشی شدن و نیم عمر آن است.

مدت زمان متلاشی شدن دو رادیوایزوتوپ یکسان بوده و طی آن جرم باقی مانده هر دو رادیوایزوتوپ برابر می شود. بر این اساس می توان فرمول ذکر شده را به حالت مقایسه ای زیر در آورد:

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{m_{0A}}{m_{0B}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{T_B}{T_A}} \Rightarrow 1 = \frac{m_{0A}}{m_{0B}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow m_{0A} = 4m_{0B}$$

می دانیم که مجموع جرم اولیه دو رادیوایزوتوپ A و B برابر با 840 گرم است. اکنون می توان جرم اولیه هریک از رادیوایزوتوپ ها را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$m_{0A} + m_{0B} = 840 \text{ g} \xrightarrow{m_{0A}=4m_{0B}} 5m_{0B} = 840 \Rightarrow m_{0B} = 168 \text{ g} \quad \text{و} \quad m_{0A} = 672 \text{ g}$$

اکنون می توان درصد جرمی رادیوایزوتوپ A را در مخلوط به دست آورد:

$$A \text{ درصد جرمی رادیوایزوتوپ} = \frac{\text{جرم رادیوایزوتوپ } A}{\text{جرم مخلوط}} \times 100 \Rightarrow \frac{672}{840} \times 100 = 80$$

همان طور که مشخص است، درصد جرمی رادیوایزوتوپ A در مخلوط برابر با 80 درصد می شود.

گروه آموزشی ماز

۸۷- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) مرگ هر ستاره، اغلب با یک انفجار بزرگ همراه است که سبب می شود عنصرهای تشکیل شده در آن، در فضا پراکنده شود.
- (۲) سلول های سرطانی رشد غیرعادی داشته و در آن ها علاوه بر گلوکز نشان دار، گلوکز معمولی نیز تجمع می یابد.
- (۳) با افزایش تعداد اتم های ^{26}Mg در یک نمونه طبیعی منیزیم، جرم اتمی میانگین این عنصر کاهش می یابد.
- (۴) یونی که حاوی نخستین عنصر تولید شده در واکنشگاه هسته ای است، با یون یدید اندازه برابری دارد.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰)

ایزوتوپ ^{26}Mg ، **سنگین ترین** ایزوتوپ طبیعی منیزیم بوده و ایزوتوپ ^{24}Mg نیز سبک ترین ایزوتوپ طبیعی منیزیم است، پس جرم اتمی میانگین منیزیم در بازه بین ۲۴ تا ۲۶ (بین جرم اتمی سبک ترین و سنگین ترین ایزوتوپ منیزیم) قرار می گیرد. با افزایش تعداد اتم های ^{26}Mg در یک نمونه از منیزیم، جرم اتمی میانگین این عنصر افزایش یافته و به سمت 26amu میل می کند.

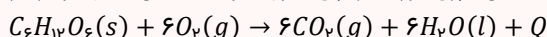
بررسی سایر گزینه ها:

۱ ستاره ها متولد می شوند، رشد می کنند و زمانی می میرند. مرگ ستاره اغلب با یک انفجار بزرگ همراه است که سبب می شود عنصرهای تشکیل شده در آن در فضا پراکنده شود. درون ستاره ها در دماهای بسیار بالا و ویژه، واکنش های هسته ای رخ می دهد. در این واکنش ها، از عنصرهای سبک تر، عنصرهای سنگین تر مثل آهن و طلا پدید می آید.

۲ به گلوکز حاوی اتم پرتوزا، گلوکز نشان دار می گویند. در واقع در مولکول گلوکز پرتوزا، تعدادی اتم غیرپرتوزا و تعدادی اتم پرتوزا یافت می شود. سلول های سرطانی، سلول هایی با رشد سریع هستند؛ در نتیجه میزان سوخت و ساز و میزان مصرف گلوکز در ناحیه تقسیم آن ها زیاد است. با تزریق گلوکز نشان دار به بدن یک فرد، علاوه بر ذرات گلوکز معمولی، ذرات گلوکز نشان دار نیز به میزان بیشتری در ناحیه سلول های سرطانی تجمع می یابد؛ در نتیجه به وسیله آشکارساز می توان پرتوهای آزاد شده از اتم های پرتوزای موجود در ساختار گلوکز را شناسایی کرد و محل ایجاد توده سرطانی در بدن را مشخص کرد.

انرژی در واکنش های شیمیایی

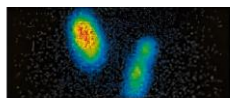
انرژی پتانسیل معادل با انرژی نهفته شده در یک نمونه ماده است که از نیروهای نگه دارنده ذره های سازنده آن ماده منشأ می گیرد. در واکنش های شیمیایی، مقدار انرژی پتانسیل مواد شرکت کننده در واکنش تغییر کرده و این تغییر سطح انرژی، در قالب مقداری گرما (Q) با محیط اطراف مبادله می شود. به عنوان مثال، واکنش اکسایش گلوکز (قند خون) در بدن انسان که منجر به تأمین انرژی مورد نیاز برای سلول ها و فعالیت آن ها می شود را در نظر بگیرید. معادله این واکنش به صورت زیر است:



با وجود تولید انرژی در این واکنش شیمیایی، دمای بدن تغییر محسوسی نمی کند. در این شرایط، چون دمای مواد واکنش دهنده پیش از آغاز واکنش با دمای مواد فرآورده پس از پایان واکنش برابر است ($\Delta\theta = 0$)؛ پس انرژی آزاد شده در این فرایند را نمی توان ناشی از تغییر در مقدار انرژی جنبشی مواد شرکت کننده در آن دانست. در واقع، انرژی آزاد شده در این واکنش از تغییر در مقدار انرژی پتانسیل مواد شرکت کننده در آن، که به دنبال تغییر در نحوه برقراری پیوندهای شیمیایی بین اتم های سازنده این مواد است، منشأ می گیرد.

۴ تکنسیم با نماد ^{99}Tc ، نخستین عنصری بود که در واکنشگاه (راکتور) هسته ای ساخته شد. این رادیوایزوتوپ در تصویربرداری پزشکی کاربرد ویژه ای دارد. این عنصر مصنوعی بوده و همه اتم های تکنسیم موجود در جهان باید به طور مصنوعی و با استفاده از واکنش های هسته ای ساخته شود. از آنجا که نیم عمر این عنصر کم است و نمی توان مقادیر زیادی از این عنصر را تهیه و برای مدت طولانی نگهداری کرد، بسته به نیاز، آن را با یک مولد هسته ای

تولید و سپس مصرف می‌کنند. چون یونی که حاوی اتم‌های تکنسیم است با یون یدید اندازه مشابهی دارد، غده تیروئید هنگام جذب یون یدید، این یون را نیز جذب می‌کند. با افزایش مقدار این یون در غده پروانه‌ای شکل تیروئید، امکان تصویربرداری از این غده فراهم می‌شود. تصویر زیر، نمایی از تصویربرداری از یک غده تیروئید بیمار (غده‌ای که ید را به‌صورت متقارن و همگون جذب نکرده است) را نشان می‌دهد:



تصویر گرفته‌شده از تیروئید به کمک تکنسیم



نمای آناتومیک غده تیروئید

گروه آموزشی ماز

۸۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- الف: افزایش مقدار ایزوتوپ ^{235}U در مخلوط اورانیم، یکی از مراحل مهم چرخه تولید سوخت هسته‌ای است.
 ب: بیشتر از ۳۰ درصد از کل عناصری که تا به امروز شناخته شده‌اند، در طبیعت یافت نشده و ساختگی هستند.
 پ: به‌خاطر پرتوزایی پسماندهای تولید شده در رآکتورهای اتمی، دفع این مواد یکی از چالش‌ها در صنایع هسته‌ای است.
 ت: خواص شیمیایی هر یک از عناصر موجود در جدول دوره‌ای، به مؤلفه‌ای وابسته است که با نماد A نشان داده می‌شود.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.

بررسی موارد:

الف: اورانیم، عنصر شماره ۹۲ جدول تناوبی بوده و به‌صورت زیر، مشخص می‌شود:

عدد اتمی	۹۲
نماد شیمیایی	U
نام	اورانیم
جرم اتمی میانگین	۲۳۸/۰۰

این عنصر شناخته شده‌ترین فلز پرتوزا بوده و یکی از ایزوتوپ‌های آن که با نماد ^{235}U نشان داده می‌شود، اغلب به‌عنوان سوخت در رآکتورهای اتمی به کار می‌رود. فراوانی این ایزوتوپ در مخلوط طبیعی اورانیم کمتر از ۰/۷ درصد (کمتر از ۷ اتم در هر ۱۰۰۰ اتم اورانیم) است. دانشمندان هسته‌ای ایران با تلاش بسیار موفق شدند مقدار این ایزوتوپ را در مخلوط ایزوتوپ‌های این عنصر افزایش دهند. به این فرایند، غنی‌سازی ایزوتوپی گفته می‌شود. این فرایند، یکی از مراحل مهم چرخه تولید سوخت هسته‌ای است.

ب: از ۱۱۸ عنصر شناخته شده که در جدول دوره‌ای امروزی در کنار هم قرار گرفته‌اند، تنها ۹۲ عنصر در طبیعت یافت می‌شود. به عبارت دیگر، ۲۶ عنصر موجود در جدول دوره‌ای ساختگی هستند. این ۱۱۸ عنصر، در قالب ۱۸ گروه و ۷ تناوب در کنار هم در ساختار جدول دوره‌ای قرار گرفته‌اند. در این رابطه، داریم:

$$\text{درصد ۲۶} = \frac{\text{شمار عناصر ساختگی}}{\text{شمار کل عناصر}} \times 100 = \frac{26}{118} \times 100 \approx 22\%$$

بر این اساس، می‌توان گفت ۷۸ درصد از عناصر به‌صورت طبیعی وجود داشته و ۲۲ درصد از آن‌ها به‌صورت مصنوعی تولید شده‌اند. شیمی‌دان‌ها همواره با یافتن کاربردهای منحصر به فرد هر عنصر، انگیزه کافی برای ساختن عنصرهای جدید را داشته‌اند.

پ: مواد پرتوزا، مواد ناپایداری هستند که به مرور زمان دچار واپاشی می‌شوند. پسماند رآکتورهای اتمی، همانند مواد مصرف شده در آن‌ها، خاصیت پرتوزایی داشته و خطرناک هستند. به همین خاطر، دفع این مواد از جمله چالش‌های صنایع هسته‌ای به شمار می‌آید.

ت: خواص شیمیایی هر عنصر از جدول دوره‌ای، به عدد اتمی آن عنصر وابسته است. عدد اتمی مؤلفه‌ای است که شمار پروتون‌های موجود در هسته‌ی هر اتم را نشان داده و با نماد Z مشخص می‌شود. توجه داریم که عدد اتمی، بنیادی‌ترین ویژگی هر اتم است.

گروه آموزشی ماز

۸۹- کدام یک از مطالب زیر در رابطه با عنصری که در گروه شماره ۱۳ از تناوب چهارم قرار دارد، درست است؟

- ۱) این عنصر، می‌تواند با از دست دادن ۲ الکترون، کاتیون پایداری با بار $+2$ را ایجاد کند.
 ۲) بین این عنصر و عنصری با عدد اتمی ۵۰، تعداد ۱۹ عنصر دیگر در جدول دوره‌ای قرار دارد.
 ۳) با استفاده از تغییر رنگ شعله، می‌توان به وجود کاتیون‌های حاصل از این عنصر در یک ماده پی برد.
 ۴) چهار عنصر دیگر از جدول دوره‌ای هستند که با عنصر مورد نظر در یک تناوب قرار داشته و نماد یک‌حرفی دارند.

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

عنصری که در گروه شماره ۱۳ از تناوب چهارم قرار دارد، معادل با گالیوم با عدد اتمی ۳۱ است. این عنصر، یک عنصر فلزی بوده و در خانه زیرین عنصر آلومینیم قرار می‌گیرد. گالیوم، یک عنصر فلزی بوده و همانند سایر عناصر فلزی (مثل مس، لیتیم و سدیم)، با استفاده از تغییر رنگ شعله، می‌توان به وجود کاتیون‌های حاصل از این عنصر در یک ماده پی برد.

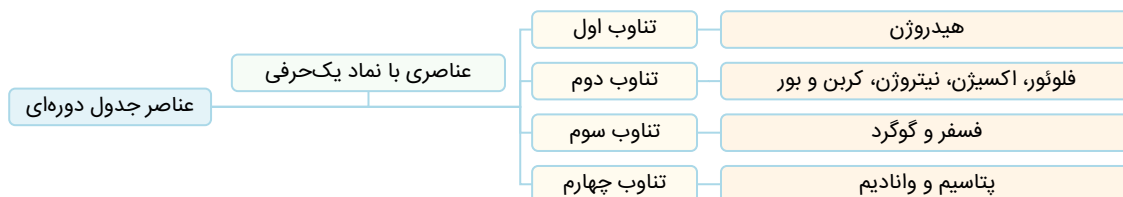
۱ گالیم با نماد Ga ، در دسته p جدول تناوبی جای داشته و خانه زیر آلومینیم را اشغال می‌کند. از آنجا که خواص شیمیایی از جمله بار الکتریکی کاتیون پایدار حاصل از عناصر هم‌گروه اغلب مشابه هم است، پس می‌توان گفت اتم‌های این عنصر در واکنش با نافلزها، همانند اتم‌های آلومینیم ۳ الکترون خود را از دست داده و به یون Ga^{3+} تبدیل می‌شوند.

۲ برای محاسبه تعداد عناصری که بین دو عنصر با اعداد اتمی m و n قرار می‌گیرند، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$1 - (m - n) = \text{تعداد عناصر}$$

بر این اساس، داریم: عنصر $18 = (50 - 31) - 1 =$ شمار عناصر بین دو عنصر با عدد اتمی ۳۱ و ۵۰ از جدول دوره‌ای

۴ عنصر مورد نظر، متعلق به تناوب چهارم بوده و در تناوب چهارم، فقط ۲ عنصر با نماد یک حرفی وجود دارد. نمودار زیر، شمار عناصر با نماد یک حرفی در هر تناوب را نشان می‌دهد:



گروه آموزشی ماز

۹۰ کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- الف: تکنسیم لازم برای تصویربرداری از تیروئید را می‌توان با مولدها تولید کرده و در مراکز تصویربرداری ذخیره کرد.
 ب: همه عناصری که در یک گروه از جدول دوره‌ای امروزی قرار می‌گیرند، دارای خواص فیزیکی یکسانی هستند.
 پ: در همه ایزوتوپ‌های طبیعی کلر، مجموع شمار ذرات زیراتمی موجود در هسته بیش از ۲ برابر الکترون‌ها است.
 ت: تناوب هفتم جدول دوره‌ای، در ساختار خود ۳۲ عنصر مختلف جای داده و به عنصری با عدد اتمی ۱۱۸ ختم می‌شود.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «الف» و «ت»

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

عبارتهای «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی موارد:

الف: رادیوایزوتوپ‌ها اگرچه بسیار خطرناک هستند، اما پیشرفت دانش و فناوری، بشر را موفق به مهار و بهره‌گیری از آنها کرده است؛ به‌طوری‌که از آنها در پزشکی، کشاورزی و سوخت در نیروگاه‌های اتمی استفاده می‌شود. تکنسیم (^{99}Tc) نخستین عنصری است که در واکنشگاه (آکتور) هسته‌ای تولید شده است. تکنسیم متعلق به دسته d از تناوب پنجم جدول دوره‌ای بوده و یک عنصر فلزی است. از این عنصر در تصویربرداری غده تیروئید انسان استفاده می‌شود. از آنجا که نیم‌عمر این عنصر کم است و نمی‌توان مقادیر زیادی از آن را تهیه و برای مدت طولانی نگهداری یا ذخیره کرد، بسته به نیاز، آن را با یک مولد هسته‌ای تولید و سپس مصرف می‌کنند. در واقع، همه تکنسیم موجود در جهان باید به‌طور مصنوعی و با استفاده از واکنش‌های هسته‌ای ساخته شود.
 ب: خواص فیزیکی و شیمیایی مختلف عناصر، در نمودار زیر مشخص شده‌اند:



در برخی از گروه‌های جدول دوره‌ای (از جمله گروه‌های ۱۸، ۴ تا ۱۳ (فلزهای واسطه) و ۲ جدول دوره‌ای)، همه عناصری که در موقعیت‌های زیر هم قرار می‌گیرند، دارای خواص فیزیکی مشابهی هستند، اما در برخی از گروه‌های جدول دوره‌ای، چنین قاعده‌ای برقرار نیست. به‌عنوان مثال، در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای، ژرمانیم و قلع در خانه‌های زیر هم قرار گرفته‌اند. همان‌طور که می‌دانیم، ژرمانیم یک عنصر شکننده است، در حالی که قلع یک فلز چکش‌خوار است.

پ: کالر، عنصری با عدد اتمی ۱۷ است که در یک نمونه طبیعی از آن، دو ایزوتوپ مختلف با اعداد جرمی ۳۵ و ۳۷ یافت می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت در هر اتم کالر ۱۷ الکترون وجود دارد، درحالی که شمار ذرات زیراتمی موجود در هسته اتم‌های کالر برابر با ۳۵ و یا ۳۷ عدد است. با توجه به توضیحات داده شده، در همه ایزوتوپ‌های طبیعی کالر، مجموع شمار ذرات زیراتمی موجود در هسته بیشتر از ۲ برابر شمار الکترون‌ها است. توجه داریم که در یک نمونه طبیعی از کالر، درصد فراوانی ایزوتوپی با عدد جرمی ۳۵ بیشتر از ایزوتوپ دیگر است.

ت: تناوب هفتم جدول دوره‌ای، در ساختار خود ۳۲ عنصر جای داده و به عنصری با عدد اتمی ۱۱۸ ختم می‌شود. این عنصر، معادل با یک گاز نجیب بوده و در گروه ۱۸ قرار می‌گیرد. در واقع عدد اتمی عناصر موجود در تناوب هفتم، در بازه بین ۸۷ تا ۱۱۸ قرار می‌گیرد. عدد اتمی گازهای نجیب موجود در انتهای تناوب‌های مختلف به شرح نمودار زیر است:

شماره تناوب	عدد اتمی	گاز نجیب
۱	۲	هلیوم
۲	۱۰	نئون
۳	۱۸	آرگون
۴	۳۶	کریپتون
۵	۵۴	زنون
۶	۸۶	رادون
۷	۱۱۸	اوگانسون

گازهای نجیب به‌خاطر آرایش الکترونی هشت‌تایی خود، واکنش‌پذیری کمی داشته و در طبیعت به شکل تک اتمی وجود دارند. در واقع، اگر لایه ظرفیت اتمی، همانند آرایش الکترونی یک گاز نجیب (هشت‌تایی) باشد، آن اتم واکنش‌پذیری چندانی ندارد. در نقطه‌ی مقابل، اگر لایه‌ی ظرفیت اتمی چنین نباشد، آن اتم واکنش‌پذیر است.

گروه آموزشی ماز

۹۱- اگر تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها در یون M^{3+} ، چهار برابر تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها در اتم M باشد و مجموع شمار ذرات زیراتمی در ساختار اتم M ، ۲ برابر شمار الکترون‌های در کاتیون ${}^{2+}Ti^{2+}$ باشد، عدد اتمی این عنصر کدام است؟

۱۳ (۱) ۱۵ (۲) ۲۷ (۳) ۲۵ (۴)

(آسان - مسئله ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

شمار الکترون‌ها، پروتون‌ها و نوترون‌ها را در اتم M به‌ترتیب برابر با e ، p و n در نظر می‌گیریم. با توجه به داده‌های سؤال، معادلات زیر را می‌نویسیم:

$$4(n - e) = n - (e - 3) \rightarrow n = e + 1$$

در کاتیون ${}^{2+}Ti^{2+}$ ، تعداد ۲۰ الکترون وجود دارد، پس می‌توان گفت در اتم M مجموعاً ۴۰ ذره زیراتمی یافت می‌شود. با توجه به اینکه در این اتم مجموعاً ۴۰ ذره زیراتمی وجود دارد، پس داریم:

$$n + e + p = 40 \xrightarrow{e=p} n + 2e = 40$$

با قرار دادن این دو معادله در یک دستگاه دو معادله و دو مجهول، شمار ذرات زیر اتمی را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} n = e + 1 \\ n + 2e = 40 \end{cases} \rightarrow n = 14, e = 13$$

با توجه به اینکه در اتم خنثی M ، تعداد ۱۳ الکترون وجود دارد، پی می‌بریم که عدد اتمی این عنصر نیز برابر ۱۳ است.

گروه آموزشی ماز

۹۲- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟ ($g \cdot mol^{-1}$: $N = 14$ و $O = 16$)

- دقت اندازه‌گیری باسکول‌های تنی تا یک صدم تن بوده و دقت ترازوهای زرگری نیز تا یک صدم گرم است.
- نوترون، از جمله ذرات زیراتمی موجود در هسته اتم است که بار الکتریکی نداشته و با نماد ${}^1_0n$ مشخص می‌شود.
- اتم کربن-۱۲، یک اتم پایدار بوده و جرم آن کمتر از مجموع جرم ۶ پروتون، ۶ نوترون و ۶ الکترون مجزا خواهد بود.
- جرم نمونه‌ای از گاز NO_2 که در ساختار ذرات سازنده خود $10^{23} \times 6/02$ اتم اکسیژن دارد، برابر ۲۳ گرم خواهد بود.

(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

نوترون، از جمله ذرات زیراتمی موجود در هسته اتم است که بار الکتریکی نداشته و با نماد ${}^1_0n$ مشخص می‌شود. در نوشتن نماد هر ذره، بار الکتریکی را در سمت چپ و پایین و جرم نسبی را در سمت چپ و بالا نشان می‌دهیم. توجه داریم که جرم نوترون کمی بیشتر از جرم پروتون است، اما جرم نسبی تقریبی این دو ذره برابر با ۱ amu در نظر گرفته می‌شود.

۱ جرم یک کامیون را با باسکول و یکای تن، جرم هندوانه را با ترازوی معمولی و یکای کیلوگرم (kg) و جرم طلا را با ترازوهای دقیق‌تر و یکای گرم می‌سنجند. ترازوهایی که برای اندازه‌گیری جرم مواد گوناگون به کار می‌رود، دقت اندازه‌گیری متفاوتی دارند. برای نمونه، دقت باسکول‌های تنی تا 0.1% تن و دقت ترازوی زرگری تا 0.1% گرم است. بر این اساس، با استفاده از باسکول چند تنی، نمی‌توان جرم یک هندوانه را اندازه‌گیری کرد، زیرا جرم هندوانه از دقت اندازه‌گیری این ترازو کمتر است.

۳ اتم کربن-۱۲ (اتمی که در ساختار خود ۶ پروتون، ۶ نوترون و ۶ الکترون دارد)، یک اتم پایدار بوده و به‌صورت طبیعی یافت می‌شود. توجه داریم که جرم اتم کربن-۱۲ دقیقاً برابر با 12amu خواهد بود، در حالی که مجموع جرم ۶ پروتون، ۶ نوترون و ۶ الکترون مجزا کمی بیشتر از 12amu خواهد بود. جدول زیر، جرم انواع ذرات زیراتمی موجود در هر اتم را نشان می‌دهد:

نام ذره	نماد	بار الکتریکی نسبی	جرم (amu)	جرم (g)
الکترون	e^-	-1	9.109×10^{-31}	9.109×10^{-28}
پروتون	p^+	+1	1.673×10^{-27}	1.673×10^{-24}
نوترون	n^0	0	1.675×10^{-27}	1.675×10^{-24}

۴ نمونه‌ای از گاز NO_2 که در ساختار خود $10.23 \times 6/0.2$ اتم اکسیژن (معادل با یک مول اتم اکسیژن) دارد، شامل نیم مول از این گاز شده و جرم این نمونه از گاز نیتروژن دی‌اکسید، برابر با ۲۳ گرم خواهد بود. توجه داریم که جرم مولی گاز NO_2 برابر با مجموع جرم مولی اتم‌های سازنده آن و معادل با ۴۶ گرم بر مول است.

گروه آموزشی ماز

۹۳- عنصری دارای سه نوع ایزوتوپ است. اگر فراوانی ایزوتوپ‌های ^{48}X و ^{49}X این عنصر به‌ترتیب برابر با ۷۰ و ۲۰ درصد بوده و جرم اتمی میانگین این عنصر برابر $49/1\text{amu}$ باشد، تفاوت تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها در ایزوتوپ سوم این عنصر کدام است؟

۳ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴)

(سخت - مسئله - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی‌ها نشان می‌دهد که اغلب در یک نمونه طبیعی از عنصری معین، اتم‌های سازنده جرم یکسانی ندارند، زیرا یک نمونه از عناصر مختلف، اغلب مخلوطی از چند ایزوتوپ هستند. ایزوتوپ‌های یک عنصر دارای عدد اتمی یکسان اما عدد جرمی متفاوت هستند. از آنجا که خواص شیمیایی اتم‌های هر عنصر به عدد اتمی آن وابسته است، همه ایزوتوپ‌های یک عنصر خواص شیمیایی یکسانی دارند و در جدول دوره‌ای تنها یک مکان را اشغال می‌کنند. این درحالی است که همین ایزوتوپ‌ها، در خواص فیزیکی وابسته به جرم مانند چگالی با یکدیگر تفاوت دارند. جمع فراوانی ایزوتوپ‌های سازنده یک عنصر برابر 100% است، پس فراوانی ایزوتوپ آخر برابر با $100 - (70 + 20) = 10\%$ درصد است. برای به‌دست آوردن جرم اتمی میانگین هر عنصر از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{(\text{جرم اتمی ایزوتوپ اول} \times \text{فراوانی ایزوتوپ اول}) + (\text{جرم اتمی ایزوتوپ دوم} \times \text{فراوانی ایزوتوپ دوم}) + \dots}{\text{جمع فراوانی‌ها}}$$

حال اطلاعات داده شده در صورت سؤال را جایگذاری می‌کنیم:

$$49/1 = \frac{70 \times 50 + 20 \times 48 + 10 \times X}{100} \Rightarrow X = 45\text{amu}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، عدد جرمی ایزوتوپ سوم عنصر مورد نظر برابر با ۴۵ است. بر این اساس، داریم:

$$^{45}X : p = 22, \quad n + p = 45 \Rightarrow n = 23, \quad n - p = 1$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

۹۴- اگر عنصری دارای سه ایزوتوپ با جرم‌های اتمی $27/9\text{amu}$ ، $29/9\text{amu}$ و 30amu به‌ترتیب فراوانی 92% ، 5% و 3% باشد، جرم اتمی میانگین آن، برابر چند amu است؟

۲۸/۰۶۳ (۱) ۲۸/۸۹۲ (۲) ۲۹/۰۵۴ (۳) ۲۹/۹۵۱ (۴)

بررسی‌ها نشان می‌دهد که اغلب در یک نمونه طبیعی از عنصری معین، اتم‌های سازنده، جرم یکسانی ندارند. برای مثال بررسی یک نمونه منیزیم نشان می‌دهد که جرم همه اتم‌های منیزیم در این نمونه یکسان نیست، بلکه مخلوطی از سه هم‌مکان (ایزوتوپ) است. برای به‌دست آوردن جرم اتمی میانگین از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{(\text{جرم اتمی ایزوتوپ اول} \times \text{فراوانی ایزوتوپ اول}) + (\text{جرم اتمی ایزوتوپ دوم} \times \text{فراوانی ایزوتوپ دوم}) + \dots}{\text{جمع فراوانی‌ها}}$$

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{27/9 \times 92 + 29/9 \times 5 + 30 \times 3}{100} = 28/063\text{amu}$$

گروه آموزشی ماز

۹۴- در یک نمونه از بخار N_2O_x ، مقدار 0.2% مول اتم نیتروژن و $10.23 \times 1/8.06$ اتم اکسیژن وجود دارد. 0.1% مول از این ماده، چند گرم جرم دارد؟ ($O = 16$ و $N = 14 : g.mol^{-1}$)

۱۰/۸ (۴)

۶/۰ (۳)

۹/۲ (۲)

۷/۶ (۱)

فرمول شیمیایی ماده مورد نظر به صورت N_2O_x بوده و در ساختار هر مول از ماده مورد نظر، ۲ مول اتم نیتروژن وجود دارد. در این رابطه، می توان نوشت:

$$1 \text{ mol } N_2O_x \sim 2 \text{ mol atom N}$$

بر این اساس، شمار مول های N_2O_x را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ mol } N_2O_x = 0.2 \text{ mol atom N} \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_x}{2 \text{ mol atom N}} = 0.1 \text{ mol}$$

با توجه به محاسبات بالا، می توان گفت ۰/۱ مول بخار N_2O_x در اختیار داریم. در قدم بعد، باید محاسبه کنیم که در این ۰/۱ مول از ماده مورد نظر، چند مول اتم اکسیژن وجود دارد. طبق فرض سؤال، تعداد اتم های اکسیژن برابر با 1.06×10^{22} عدد است، پس داریم:

$$? \text{ mol atom O} = 1.06 \times 10^{22} \text{ atom O} \times \frac{1 \text{ mol atom O}}{6.02 \times 10^{23} \text{ atom O}} = 0.3 \text{ mol}$$

در ۰/۱ مول از ترکیب N_2O_x ، مقدار ۰/۳ مول اتم اکسیژن وجود دارد، پس می توان گفت در ۱ مول از این ماده، ۳ مول اتم اکسیژن وجود خواهد داشت. بر این اساس، مقدار x در واحد فرمولی این ماده برابر با ۳ بوده و جرم مولی این ماده نیز برابر با ۷۶ گرم بر مول می شود. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ g } N_2O_3 = 0.1 \text{ mol } N_2O_3 \times \frac{76 \text{ g } N_2O_3}{1 \text{ mol } N_2O_3} = 7.6 \text{ g}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

? گوگرد می تواند در شرایط معین با فلوئور ترکیبی با فرمول شیمیایی SF_n تشکیل دهد. اگر $2/92$ گرم از فرآورده، $12/04 \times 10^{21}$ مولکول را در برداشته باشد، n کدام عدد است؟ ($F=19$ ، $S=32$: g.mol^{-1})

۶ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

با توجه به اینکه جرم $12/04 \times 10^{21}$ مولکول از SF_n معادل با $2/92$ گرم است، جرم مولی (جرم یک مول) از آن را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ g} = 1 \text{ mol} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ molecule}}{1 \text{ mol}} \times \frac{2/92 \text{ g}}{12/04 \times 10^{21} \text{ molecule}} = 146 \text{ g}$$

بنابراین جرم مولی SF_n برابر ۱۴۶ گرم بر مول است که ۳۲ گرم آن را گوگرد تشکیل داده است. بر این اساس تعداد اتم های فلوئور در هر واحد فرمولی از این ترکیب برابر ۶ است.

گروه آموزشی ماز

۹۵- چه تعداد از عبارات های زیر درست است؟

- الف: نور خورشید، سفید رنگ دیده شده و به جز پرتو هایی با طول موج ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر، شامل پرتو های دیگری نیز می شود.
ب: ریزموج ها انواعی از پرتو های الکترومغناطیسی به شمار رفته و در مقایسه با امواج رادیویی طول موج بلندتری دارند.
پ: انحراف رنگ نور گسیل شده از شعله $CuCl_2$ در منشور، بیشتر از رنگ نور گسیل شده از شعله $NaNO_3$ است.
ت: عنصری که با ^{89}Pr در یک تناوب و با S در یک گروه قرار می گیرد، ۸۴ پروتون در هسته هر اتم خود دارد.

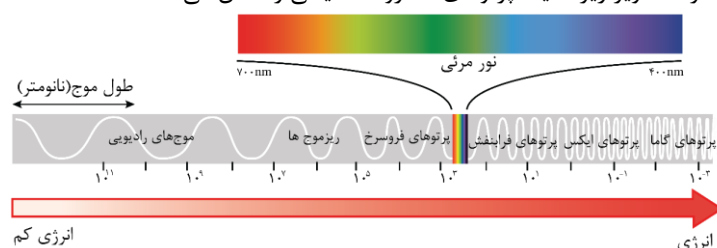
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

عبارات های «الف»، «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی موارد:

الف: نور خورشید، اگرچه سفید به نظر می رسد اما با عبور از یک منشور و یا قطره های آب موجود در هوا، تجزیه شده و گستره ای پیوسته از رنگ ها را ایجاد می کند. این گستره رنگی، شامل بی نهایت طول موج از رنگ های گوناگون می شود. بررسی ها نشان می دهد که نور خورشید، شامل گستره بسیار بزرگ تری از این پرتو ها است. پرتو هایی که از نوع پرتو های الکترومغناطیسی بوده و با خود انرژی حمل می کنند؛ به طوری که هر چه طول موج این پرتو ها کوتاه تر باشد، انرژی بیشتری با خود حمل می کنند.

ب: نور، تابشی از پرتو های الکترومغناطیسی به شمار می رود. نور، همانند کلیدی است که با استفاده از آن می توان رازهای آفرینش را رمزگشایی کرد. بر این اساس، می توان گفت که نور، کلید قفل صندوقچه رازهای جهان است. برای مثال، با استفاده از نور می توان به اجزای سازنده خورشید و سایر ستاره ها پی برد و یا می توان دمای خورشید را اندازه گیری کرد. تصویر زیر، طیف پرتو های الکترومغناطیسی را نشان می دهد:



با توجه به طیف نشان داده شده، ریزموج ها در مقایسه با امواج رادیویی طول موج کوتاه تر و انرژی بیشتری دارند.

پ: از روی تغییر رنگ شعله می‌توان به وجود عناصر فلزی در یک ماده پی برد. رنگ شعله فلز مس و محلول‌های حاوی یون Cu^{2+} سبز بوده و رنگ شعله سدیم و محلول‌های حاصل از آن زرد است. شکل زیر ترتیب پرتوهای رنگی را در ناحیه مرئی امواج الکترومغناطیس بر حسب انرژی نمایش می‌دهد:

انرژی بیشتر → بنفش → نیلی → آبی → سبز → زرد → نارنجی → سرخ → انرژی کمتر

همان‌طور که مشخص است، انرژی پرتو سبز از زرد بیشتر است. هرچه انرژی یک پرتو بیشتر باشد، میزان انحراف آن از مسیر اولیه در منشور بیشتر بوده و طول موج آن کمتر است.

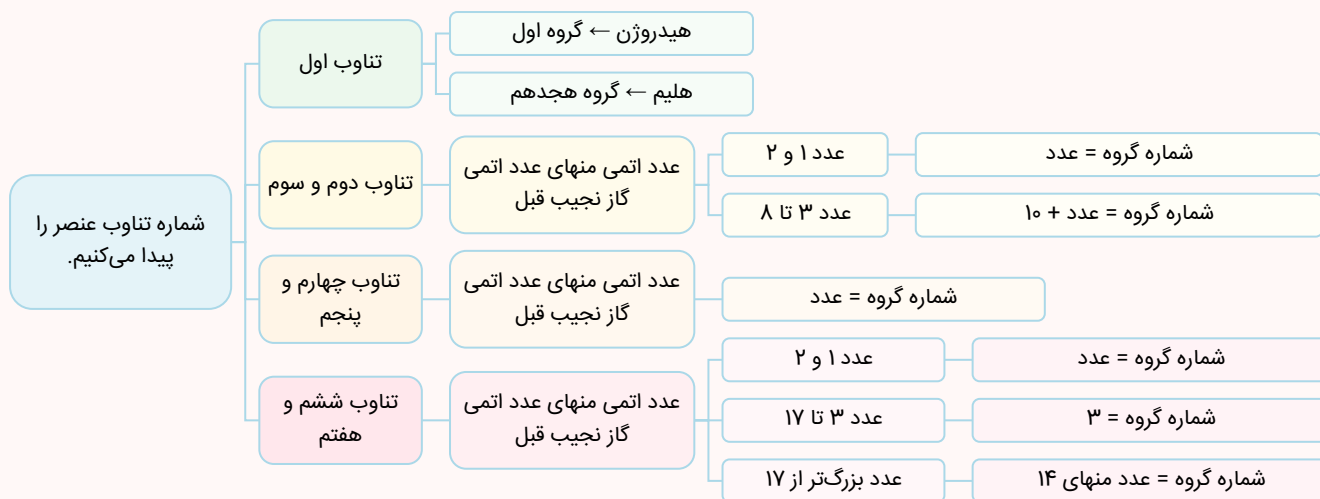
نور، کلید شناخت جهان

به دلیل اینکه خورشید و دیگر اجرام آسمانی از ما بسیار دور هستند، ویژگی‌های آنها را نمی‌توان به‌طور مستقیم اندازه‌گیری کرد. همچنین دمای اجسام بسیار داغ را نمی‌توان با ابزاری مانند دماسنج تعیین کرد؛ زیرا دماسنج در این دماها ذوب می‌شود. در چنین شرایطی، با استفاده از نور می‌توان دمای خورشید، اجزای سازنده آن و دمای شعله‌های بسیار داغ را تعیین کرد و اطلاعات ارزشمندی از آنها به‌دست آورد. در واقع، نوری که از ستاره یا سیاره‌ای به ما می‌رسد، نشان می‌دهد که آن ستاره یا سیاره از چه ساخته شده و دمای آن چقدر است. دانشمندان با دستگاهی به نام طیف‌سنج، می‌توانند از پرتوهای گسیل شده از مواد گوناگون، اطلاعات ارزشمندی درباره آنها به‌دست آورند.

ت: چون عدد اتمی عنصر P_{29} بین عدد اتمی گازهای نجیب زنون (گاز نجیب موجود در انتهای تناوب پنجم) و رادون (گاز نجیب موجود در انتهای تناوب ششم) قرار می‌گیرد، می‌توان گفت این عنصر متعلق به تناوب ششم است. گوگرد نیز در گروه ۱۶ جدول تناوبی قرار دارد. پولونیم با نماد Po_{84} ، عنصری است که در تناوب ششم و گروه ۱۶ قرار دارد. این عنصر در هسته‌ی هر اتم خود، دارای ۸۴ پروتون است.

تعیین شماره گروه و دوره عناصر

گازهای نجیب، در آخرین خانه هر تناوب قرار گرفته‌اند. برای پیدا کردن شماره تناوب هر عنصر، باید عدد اتمی آن عنصر را با عدد اتمی گازهای نجیب مقایسه کنیم. شماره تناوب هر عنصر، برابر با شماره تناوب اولین گاز نجیب بعد از آن عنصر است. توجه داریم که گازهای نجیب، در گروه شماره ۱۸ جدول دوره‌ای قرار دارند. برای پیدا کردن شماره گروه هر عنصر نیز باید عدد اتمی آن عنصر را با عدد اتمی گازهای نجیب قبل و بعد از آن مقایسه کنیم. برای این منظور، طبق الگوریتم زیر عمل می‌کنیم:



تکنیک‌ها و روش‌های آزمون دادن

آزمون دادن یکی از مهم‌ترین کارهایی است که دانش‌آموزان در سال کنکور انجام می‌دهند که بهتر است اصول درست آن را یاد بگیرند و به درستی پیاده کنند. به کمک **گام ۴** پیش‌رو می‌توانید از پس آزمون‌ها بهتر بر بیایید.

گام اول : تقسیم زمان

زمان هر درس در ابتدای دفترچه نوشته شده است. شما لازم است آزمون را در ۸۰ درصد از زمان اعلامی تمام کنید.

گام دوم : تست شناسی

شما ۸۰ درصد زمان را دارید و لازم است زمان مواجهه با هر تست بعد از خواندن صورت سوال باید یکی از ۵ حالت زیر را به آن تست داشته باشید.

- ① تست را بلد هستید و می‌توانید در زمان مناسب حل کنید.
- ② تست را بلد هستید و زمان زیادی لازم است تا به جواب برسید.
- ③ در حل تست شک دارید، مبحث را فراموش کرده‌اید یا در رسیدن به جواب شک دارید.
- ④ مبحث آن را مطالعه کرده‌اید ولی نمی‌توانید تست را حل کنید.
- ⑤ آن مبحث را مطالعه نکرده‌اید.

گام سوم : استفاده از اطلاعات

تست‌های دسته اول را به سرعت حل کنید.
در دسته دوم و سوم کنار سوال علامت بزنید و اگر وقت اضاف آوردید به آن برگردید.
سوالات دسته چهارم و پنجم را حل نکنید و به سرعت از آن‌ها رد شوید.

گام چهارم : بازگشت

در ۸۰ درصد زمان سوالات را حل کنید. در ۲۰ درصد باقی مانده به سراغ سوالات دسته دوم و سوم بروید. در مدت زمانی که دارید هر تعداد از سوالات را که می‌توانید حل کنید.
در بازگشت به تست‌های دسته دوم و سوم بهتر است ابتدا به سراغ درسی بروید که در آن تسلط بالاتری دارید.

با تمرین و تکرار این روش‌ها می‌توانید تست‌ها را به درستی شناسایی کنید و تمام سوالات ساده و متوسط را حل کنید.

