



دفترچه پاسخ

نیم سال دوم دوازدهم

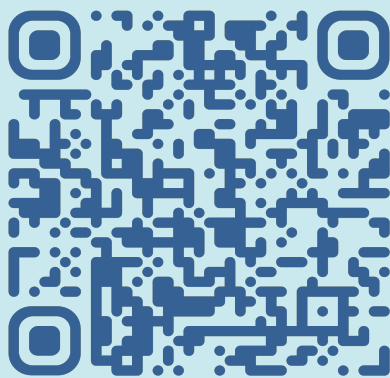


پایه یازدهم



پنجشنبه

۱۴۰۳/۱۲/۰۹



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالارو اسکن یا روی لینک زیر کلیک کن!

مشاهده پاسخنامه ویدئویی آزمون

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی - پایه دوازدهم

آزمون الکترونیکی ماز - مرحله ۱۰

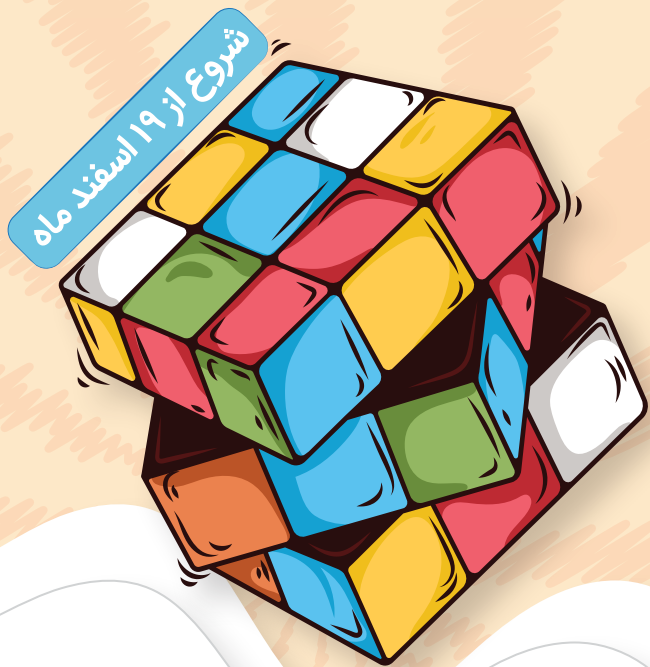
دروس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	کاظم اجلالی - رسول حاجی زاده علیرضا شریف خطیبی - کیوان دارابی	محسن جواهری - فرزانه خاکپاش حمیدرضا ولیپور - علیرضا ملک حسینی مهرداد اسپیدکار
فیزیک	سجاد صادقی زاده سعید احمدی	احسان ایرانی - سجاد صادقی زاده مجید رجبی وندچالی - آروین صالحی مهدی یوسفی - مهدی پارسا - حامد نبی منصور	حامد نبی منصور - پویا هدایتی
شیمی	فرشاد هادیان فرد	فرشاد هادیان فرد - مهسا بایمانی نژاد سعیده محبی	فرهنگ امیری - سعیده محبی امیر بصراوی - سجاد سیف اللهی

مدیر آزمون: دکتر رسول خنجری

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



AzmonVIP



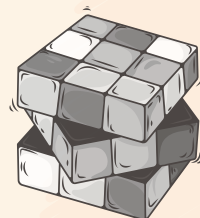
ثبت نام در دورهٔ دوبسنگ ۱۴۰۴

www.biomaze.ir

۵۵ روز جمع‌بندی تا کنکور اردیبهشت

- سه مرحله مرور و جمع‌بندی کامل کنکور
- بانک سوالات احتمالی کنکور + بانک کامل سوالات کنکور ۹۸ تا ۱۴۰۳
- پوشش کامل نکات و دام‌های پرتکرار کنکور + پیش‌بینی نکات احتمالی هر درس
- آزمون‌های جامع شبیه‌ساز کنکور؛ پیش‌بینی شرایط مختلف و احتمالی کنکور ۱۴۰۴

برای ثبت نام میتونی روی روییک ضربه بزنی یا این کد رو اسکن کنی!



AzmonVIP

تا حالا به این فکر کردین که چرا به نیمه دوم بازی فوتبال، نیمه مربیان گفته میشه؟ در واقع استراتژی‌های مربی، میتونه در نیمه دوم فوتبال نتیجه بازی رو کاملاً عوض کنه! بازی باخته رو به برد تبدیل کنه یا برعکسش! واقعیت اینه که نیمه دوم سال هم همینطوره! ارزش هر روز در نیمه دوم سال هم بیشتر از نیمه اول هست؛ چون الان بیشتر خودتون رو میشناسید، بازدهی و سرعت مطالعه‌تون بیشتر شده و کلاً حرفه‌ای‌تر شدین. ما در نیمه دوم سال این موارد رو در آزمون ماز براتون در نظر گرفتیم تا فارغ از نتیجه‌ای که در نیمسال اول گرفتید، بتونید نیمسال دوم رو به بهترین شکل سپری کنید:



بخشی از کارهایی که اخیراً برای ارتقای کیفیت و خدمات آزمون ماز انجام شده:

پوشش کامل تر مطالب در هر آزمون: با وجود اینکه در هر آزمون، تعداد تست‌های کمی برای هر درس در آزمون دارید، سعی می‌کنیم تمام نکات اون مبحث رو با تست‌های آزمون پوشش بدیم تا نگران پیشروی سریع در نیمسال دوم نباشید و همه نکات رو یاد بگیرید.

حجم کمتر پاسخنامه‌ها: برای بررسی راحت‌تر آزمون در نیمسال دوم، سعی کردیم حجم پاسخنامه‌ها رو منسجم‌تر کنیم تا در وقتتون بتونید صرفه‌جویی کنید.

چینش سؤالات براساس تاکسونومی بلوم: وقتی که قراره با ۱۰ سؤال، ۱۰ دانش‌آموز رو از هم تفکیک کنیم، باید یکی از سؤالات برای ۹ نفر قابل پاسخ‌دهی باشه، یکی دیگه برای ۸ نفر و در نهایت، یکی از سؤالات فقط برای ۱ نفر قابل حل میشه! حالا این سؤالات رو به کل سؤالات یک درس و این جامعه آماری رو به کل جامعه آماری ماز تعمیم بدید. چینش سؤالات براساس تاکسونومی بلوم به این شکل هست، پس اگر دانش‌آموز قوی‌ای هستید، همیشه در آزمون سؤالاتی هست که شمارو به چالش بکشه، و اگر دانش‌آموزی با تراز پایین هستید، باز هم سؤالاتی در آزمون هست که بتونید بهش پاسخ بدین!

دوپینگ‌ها: یه پازل بزرگ رو تصور کن! یک ساله داری می‌چینیش و الان تقریباً تموم شده، ولی شک داری که همه قطعه‌ها رو درست سر جاشون گذاشتی یا نه. حالا که دو ماه مونده، چیکار می‌کنی؟ همه چیزو به هم می‌ریزی و از اول شروع می‌کنی؟ (مثل اونایی که یک ماه مونده به کنکور یهو تصمیم می‌گیرن کل درسارو از صفر بخونن و آخرش با استرس و ذهن آشفته میرن سر جلسه.) یا اینکه از راهنمای پازل اسفاده میکنی و جای درست قطعه‌ها رو پیدا می‌کنی؟ (این همون روش درسته! یعنی بفهمی کدوم قطعه‌ها درسته، کدومارو باید جابه‌جا کنی و چی رو باید اصلاح کنی تا تصویر کامل و درست دربیاد.) راه دوم دقیقاً همون کاریه که تو دوره دوپینگ انجام میدیم! بهت نشون میدیم از کجا شروع کنی، چی رو تقویت کنی، کجاها رو اصلاح کنی و در نهایت با خیال راحت و ذهن آروم بری سر کنکور و بهترین نتیجه رو بگیری.

کلام آخر:

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

ریاضی

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۳۲- حداقل چند عضو از مجموعه اعداد طبیعی کمتر از ۲۱ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل ۲ عضو با تفاضل ۱۱ در بین آن‌ها وجود دارد؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

(مرحله ۱۸ آزمون‌های سالیانه - ریاضیات رشته ریاضی)

۳۹- حداقل چند عضو از مجموعه $\{14, 15, 16, \dots, 20, 22, 23, 24, \dots, 28\}$ انتخاب کنیم تا به طور قطع، لااقل سه عضو انتخاب شده اعداد متوالی باشند؟

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

(کنکور تیر ۱۴۰۳ - ریاضیات رشته ریاضی)



برای مشاهده
همه مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir

یا رو این کلیک کن!

دانش‌آموزان عزیز ماز

ما اومدیم با یکی دیگه از آزمون‌هامون

توی این آزمون یه سری مباحث جدید بهمون اضافه شدن حالا اگه می‌خوای ببینی توی این آزمون چه خبره باهامون همراه باش...

- آقا! + بله؟

- توی این آزمون دقیقا از چه قسمت‌هایی سوال طرح کردین؟

+ مباحثی که توی این آزمون ازش سوال اومده رو می‌تونن توی جدول پایینی ببینی...

بخش	کتاب	فصل	مباحث	تعداد سوال
	حسابان ۲	فصل چهارم	تابع مشتق	۳
			مشتق توابع مثلثاتی	۰
			مشتق تابع مرکب	۳
			مشتق‌پذیری	۲
			مشتق مرتبه دوم	۱
			آهنگ متوسط و لحظه‌ای تغییرات	۱
حسابان	حسابان ۱	فصل دوم	انواع توابع	۱
			وارون توابع	۱
			اعمال روی توابع	۳
		فصل سوم	تابع نمایی	۲
			تابع لگاریتمی و ویژگی‌های آن	۳
			حل معادلات لگاریتمی	۰
هندسه	ریاضی ۱	فصل پنجم	تابع دهم	۰
		فصل دوم	مقاطع مخروطی	۶
	هندسه ۳	فصل سوم	معرفی فضای $\mathbb{R}^2$	۱
			شمارش	۰
	ریاضی ۱	فصل ششم	جایگشت	۳
			ترکیب	۴
گسسته و آمار و احتمال	آمار و احتمال	فصل سوم	توصیف و نمایش داده‌ها	۱
			معیار گرایش به مرکز	۲
			معیارهای پراکندگی	۳

- آقا! + بله؟

- از این مباحثی که گفتین، کدوما مهم‌ترین؟

+ خب همه مباحث اهمیت خاص خودشون رو دارن و می‌تونن به صورت مجزا و یا ترکیبی با بقیه مباحث توی کنکور مطرح بشن ولی اگه بخوام مهم‌ترها رو بگم، از بین همه این مباحث، قسمت‌های "تابع مشتق"، "اعمال روی توابع" و قسمت "تابع لگاریتمی و ویژگی‌های آن" در حسابان و همچنین قسمت "جایگشت و ترکیب" در ریاضیات گسسته (مرتبط با ریاضی دهم) اهمیت زیادی دارن.

حالا برین تحلیل آزمون رو شروع کنین که به‌نظرم تحلیل آزمون و مشخص شدن ایرادها از خود آزمون دادن مهم‌تره.

آرزومند آرزوهایتان

حسین شفیع‌زاده - رتبه ۶ کنکور ۶۷ و مسئول درس ریاضی آزمون ماز

۱- تابع وارون تابع $f(x) = \sqrt{x-1} - 2$ کدام است؟

$$\begin{aligned} f^{-1}(x) &= x^2 + 4x + 3, x \geq 1 \quad (2) \\ f^{-1}(x) &= x^2 + 4x + 3, x \geq -2 \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f^{-1}(x) &= x^2 + 4x + 5, x \geq 1 \quad (1) \\ f^{-1}(x) &= x^2 + 4x + 5, x \geq -2 \quad (3) \end{aligned}$$

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

$$y = \sqrt{x-1} - 2 \Rightarrow y + 2 = \sqrt{x-1} \Rightarrow x - 1 = (y + 2)^2$$

$$x = y^2 + 4y + 5$$

$$f^{-1}(x) = x^2 + 4x + 5$$

توجه کنید که:

بنابراین:

از طرف دیگر:

$$\sqrt{x-1} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x-1} - 2 \geq -2 \Rightarrow f(x) \geq -2 \Rightarrow R_f = [-2, +\infty) \Rightarrow D_{f^{-1}} = [-2, +\infty)$$

ویژگی‌های تابع وارون

۱) دامنه تابع f با برد تابع f^{-1} برابر است و همچنین برد تابع f نیز با دامنه تابع f^{-1} برابر است:

$$D_f = R_{f^{-1}}$$

$$R_f = D_{f^{-1}}$$

۲) نمودار تابع f و تابع f^{-1} ، نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم $(y = x)$ متقارن هستند.

۳) اگر نقطه (a, b) روی نمودار تابع f قرار داشته باشد، در این صورت نقطه (b, a) روی نمودار تابع f^{-1} قرار دارد، به عبارت دیگر:

$$(a, b) \in f \Leftrightarrow (b, a) \in f^{-1}$$



برای به دست آوردن ضابطه وارون یک تابع از معادله $x, y = f(x)$ برحسب y تعیین کرده و با تبدیل y به x و x به y ضابطه $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم.

گروه آموزشی ماز

۲- اگر $(1)(2f - g) = 3$ و $(1)(f + 2g) = 4$ ، مقدار $(1)(f \times g)$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

توجه کنید که:

$$(2f - g)(1) = 3 \Rightarrow 2f(1) - g(1) = 3$$

$$(f + 2g)(1) = 4 \Rightarrow f(1) + 2g(1) = 4$$

$$(f \times g)(1) = f(1) \times g(1) = 2 \times 1 = 2$$

در نتیجه:

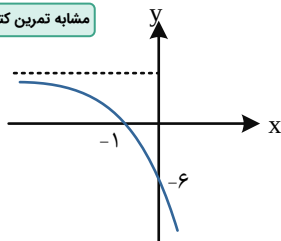
اعمال جبری روی توابع

اگر توابع f و g به ترتیب دو تابع با دامنه‌های D_f و D_g باشند، در این صورت جمع و تفریق و ضرب و تقسیم و... این توابع را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

عملیات	ضابطه	دامنه
جمع	$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$	$D_{f+g} = D_f \cap D_g$
تفریق	$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$	$D_{f-g} = D_f \cap D_g$
ضرب	$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$	$D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g$
تقسیم	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} ; (g(x) \neq 0)$	$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x g(x) = 0\}$
توان	$(f^2)(x) = f(x) \cdot f(x)$	$D_{f^2} = D_f$
ضرب در عدد	$(kf)(x) = kf(x)$	$D_{kf} = D_f$

گروه آموزشی ماز

مشابه تمرین کتاب درسی



۳- نمودار تابع $f(x) = a \times 9^{bx+1} + 3$ در شکل مقابل رسم شده است. مقدار $a-b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $-\frac{3}{2}$
(۴) $-\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۳ آزمون وی ای پی

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۳)

$$f(0) = -6 \Rightarrow a \times 9 + 3 = -6 \Rightarrow 9a = -9 \Rightarrow a = -1$$

توجه کنید که:

$$f(-1) = 0 \Rightarrow a \times 9^{-b+1} + 3 = 0 \Rightarrow -9^{1-b} = -3 \Rightarrow 3^{2-2b} = 3 \Rightarrow 2-2b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$a - b = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

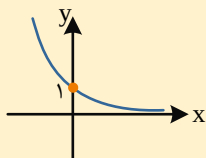
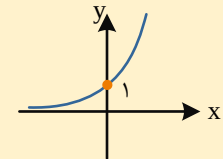
در نتیجه:

معرفی تابع نمایی

هر تابع با ضابطه $f(x) = a^x$ که در آن a یک عدد حقیقی مثبت و مخالف یک باشد را یک تابع نمایی گوئیم.

$$f(x) = a^x, \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$$

نمودار توابع نمایی

$0 < a < 1$	$a > 1$	وضعیت
 با افزایش x، مقدار $f(x)$ کاهش می‌یابد. (نزولی)	 با افزایش x، مقدار $f(x)$ افزایش می‌یابد. (صعودی)	نمودار
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	دامنه
$(0, +\infty)$	$(0, +\infty)$	برد

گروه آموزشی ماز

مشابه تمرین کتاب درسی

۴- اگر $f(x^3 + 2x) = x^3 - 2x + 4$ ، مقدار $f'(3)$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{5}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) ۱

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

از طرفین تساوی داده شده مشتق می‌گیریم:

$$(f(x^3 + 2x))' = (x^3 - 2x + 4)' \Rightarrow (3x^2 + 2)f'(x^3 + 2x) = 3x^2 - 2$$

$$\Delta f'(3) = 3 - 2 \Rightarrow f'(3) = \frac{1}{5}$$

اکنون در تساوی بالا قرار می‌دهیم $x = 1$ و نتیجه می‌شود:

گروه آموزشی ماز

مشابه تمرین کتاب درسی

۵- اگر $f'(2) = 4$ و $f(2) = -2$ و $g'(2) = -2$ و $g(2) = 3$ مقدار مشتق تابع $\frac{fg}{g}$ در نقطه $x=2$ کدام است؟

(۴) -۳

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) -۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

توجه کنید که:

$$h(x) = \left(\frac{fg}{g}\right)(x) = \frac{fg(x)}{g(x)}$$

$$h'(x) = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{g^2(x)}$$

بنابراین:

$$h'(2) = \frac{f'(2)g(2) - g'(2)f(2)}{g^2(2)} = \frac{4(-2) - (-2) \times (3)}{(-2)^2} = 3 \times \frac{-4}{4} = -3$$

مشتق حاصل ضرب دو تابع

$$y = (f \cdot g)(x) \Rightarrow y' = f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$$

↑ اولی ↑ مشتق اولی ↑ مشتق دومی
 ↓ دومی ↓ خود دومی ↓ خود اولی

به عنوان مثال

$$y = (-x^2 + 2x - 1)(x^4 + 2x^3) \Rightarrow y' = \underbrace{(-2x + 2)}_{\text{مشتق اولی}} \underbrace{(x^4 + 2x^3)}_{\text{خود دومی}} + \underbrace{(4x^3 + 6x^2)}_{\text{مشتق دومی}} \underbrace{(-x^2 + 2x - 1)}_{\text{خود اولی}}$$

بد نیست مشتق حاصل ضرب سه تا تابع رو هم بلد باشیم!

$$y = (f \cdot g \cdot h)(x) \Rightarrow y' = f' \cdot g \cdot h + g' \cdot f \cdot h + h' \cdot f \cdot g$$

↑ مشتق سومی ↑ مشتق دومی ↑ مشتق اولی
 ↓ بقیه تابع ↓ بقیه تابع ↓ بقیه تابع

به عنوان مثال

$$y = (x^2 - x)(2x - 1)(x^3 + 2x) \Rightarrow y' = \underbrace{(2x - 1)}_{\text{مشتق اولی}} \underbrace{(2x - 1)(x^3 + 2x)}_{\text{بقیه تابع}} + \underbrace{2}_{\text{مشتق دومی}} \underbrace{(x^2 - x)(x^3 + 2x)}_{\text{بقیه تابع}} + \underbrace{(2x^2 + 2)}_{\text{مشتق سومی}} \underbrace{(x^2 - x)(2x - 1)}_{\text{بقیه تابع}}$$

مشتق تقسیم دو تابع

$$y = \left(\frac{f}{g}\right)(x) \Rightarrow y' = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{(g(x))^2}, \quad g(x) \neq 0$$

صورت مشتق صورت مخرج مشتق مخرج صورت
 ↓ (مخرج)^۲

به عنوان مثال

$$y = \frac{5 - 3x}{x^3 + 1} \Rightarrow y' = \frac{\underbrace{(-3)}_{\text{مشتق صورت}} \underbrace{(x^3 + 1)}_{\text{مخرج}} - \underbrace{(3x^2)}_{\text{مشتق مخرج}} \underbrace{(5 - 3x)}_{\text{صورت}}}{\underbrace{(x^3 + 1)^2}_{\text{(مخرج)}^2}}$$

گروه آموزشی ماز

۶- اگر $f(x) = 2\sin 2x + a \cos 2x$ و $f''(\frac{\pi}{6}) = 2\sqrt{3}$ ، مقدار a کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) ۴ (۳) $-3\sqrt{3}$ (۴) ۶

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۴)

$$f(x) = 2\sin 2x + a \cos 2x \Rightarrow f'(x) = 4\cos 2x - 2a \sin 2x$$

توجه کنید که:

$$f''(x) = -8\sin 2x - 4a \cos 2x$$

$$f''(\frac{\pi}{6}) = -8\sin \frac{\pi}{3} - 4a \cos \frac{\pi}{3} = -4\sqrt{3} - 2a$$

بنابراین:

$$\Rightarrow -4\sqrt{3} - 2a = 2\sqrt{3} \Rightarrow 2a = -6\sqrt{3} \Rightarrow a = -3\sqrt{3}$$

مشتق توابع مثلثاتی

$$f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \cos x$$

$$g(x) = \cos x \Rightarrow g'(x) = -\sin x$$

$$h(x) = \tan x \Rightarrow h'(x) = 1 + \tan^2 x$$

$$l(x) = \cot x \Rightarrow l'(x) = -(1 + \cot^2 x)$$

گروه آموزشی ماز

۷- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = x\sqrt{x+1}$ در بازه $[0, 3]$ با آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $g(x) = \sqrt[3]{2x+1}$ در نقاطی با کدام طول‌ها برابر است؟

- (۱) $-1, 0$ (۲) $1, 0$ (۳) $-1, 1$ (۴) $-1, 1, 0$

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۴)

$$\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{6 - 0}{3} = 2$$

آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = x\sqrt{x+1}$ در بازه $[0, 3]$ برابر است با:

آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $g(x) = \sqrt[3]{2x+1}$ در نقطه x برابر است با:

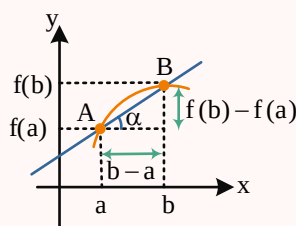
$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt[3]{(2x+1)^2}}$$

$$\frac{2}{\sqrt[3]{(2x+1)^2}} = 2 \Rightarrow \sqrt[3]{(2x+1)^2} = 1 \Rightarrow (2x+1)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x+1 = 1 \Rightarrow x = 0 \\ 2x+1 = -1 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

بنابراین:

آهنگ تغییر

آهنگ متوسط تغییر: با توجه به شکل مقابل می‌توان گفت که آهنگ متوسط تغییر تابع f ، با شیب خطی که دو نقطه A و B را به هم وصل می‌کند (شیب خط قاطع یا شیب خط واصل) برابر است.

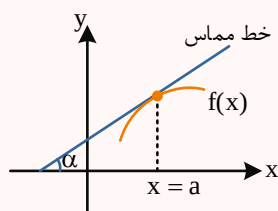


$$\text{شیب خط قاطع} = \tan \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

بنابراین آهنگ متوسط تغییر تابع f در بازه $[a, b]$ برابر است با:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

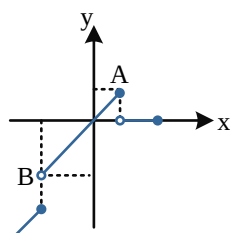
آهنگ لحظه‌ای تغییر (آهنگ آنی تغییر): آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در $x = a$ بنا به تعبیر هندسی، با شیب خط مماس بر نمودار تابع f در آن نقطه برابر است و از طرفی می‌دانیم که شیب خط مماس در نقطه $x = a$ با مقدار مشتق تابع در آن نقطه برابر است، پس مطابق شکل مقابل داریم:



$$x = a \text{ در } f \text{ آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع } f = \text{شیب خط مماس} = \tan \alpha = f'(a)$$

بنابراین آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در نقطه $x = a$ برابر است با: $f'(a)$

گروه آموزشی ماز



۸- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = x \lfloor \sqrt{2-x} \rfloor$ در شکل مقابل رسم شده است. طول پاره خط AB کدام است؟

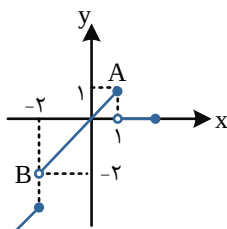
- (۱) $2\sqrt{2}$
- (۲) $3\sqrt{2}$
- (۳) ۳
- (۴) ۴

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

توجه کنید که $D_f = (-\infty, 2]$ ، از طرف دیگر:

$$\begin{aligned} 0 \leq \sqrt{2-x} < 1 &\Rightarrow \begin{cases} 0 \leq 2-x < 1 \Rightarrow 1 < x \leq 2 \\ \lfloor \sqrt{2-x} \rfloor = 0 \Rightarrow f(x) = 0 \end{cases} \\ 1 \leq \sqrt{2-x} < 2 &\Rightarrow \begin{cases} 1 \leq 2-x < 4 \Rightarrow -2 < x \leq 1 \\ \lfloor \sqrt{2-x} \rfloor = 1 \Rightarrow f(x) = x \end{cases} \end{aligned}$$



بنابراین $A = (1, 1)$ و $B = (-2, -2)$ ، در نتیجه:

$$AB = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$

تعریف جزء صحیح

جزء صحیح عدد a ، اولین یا بزرگترین عدد صحیح کوچکتر یا مساوی a است و آن را به صورت $[a]$ نمایش می‌دهند.

نکته ۱

جزء صحیح هر عدد صحیح، برابر با خود آن عدد صحیح است.

نکته ۲

برای تعیین جزء صحیح عددی غیر صحیح، کافی است توجه کنیم که این عدد بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار گرفته است. حاصل جزء صحیح عدد، برابر با عدد صحیح کوچکتر است. به طور کلی هرگاه $n \leq x < n+1$ ، $n \in \mathbb{Z}$ باشد، آن‌گاه $[x] = n$ است.

نکته مهم

هیچ چیزی از داخل براکت به بیرون درز نمی‌کند! مگر عدد یا عبارت صحیحی که در حالت جمع یا تفریق قرار گرفته باشد.

$$[x+k] = [x] + k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$[x+k[x]] = [x] + k[x] = (k+1)[x]$$

نکته ۳

$$[-x] = \begin{cases} -[x] & x \in \mathbb{Z} \\ -[x]-1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

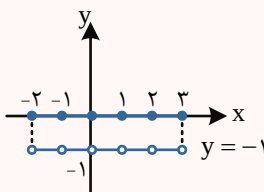
معرفی تابع $[x] + [-x]$

$$f(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

و در حالت کلی‌تر داریم:

$$[0] + [-0] = \begin{cases} 0 & ; 0 \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; 0 \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

نمودار آن هم به صورت مقابل است:



۹- اگر α جواب مثبت معادله $(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1)^x + (\sqrt[3]{2} - 1)^x = \frac{5}{\sqrt[3]{2}}$ باشد، مقدار $\frac{1}{\alpha}$ کدام است؟

(۴) $\sqrt[3]{4}$

(۳) $\sqrt[3]{2} + 1$

(۲) $\frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1}$

(۱) $\sqrt[3]{2}$

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

$$(\sqrt[3]{2} - 1)(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1) = (\sqrt[3]{2})^3 - 1^3 = 2 - 1 = 1$$

ابتدا توجه کنید که:

$$\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1 = \frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1}$$

بنابراین:

پس اگر فرض کنیم $t = (\sqrt[3]{2} - 1)^x$ ، آن گاه معادله به صورت زیر درمی آید:

$$t + \frac{1}{t} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2t^2 + 2 = 5t \Rightarrow 2t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$(t - 2)(2t - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$$

اگر $t = 2$ ، آن گاه:

$$(\sqrt[3]{2} - 1)^x = 2 \Rightarrow x = \log_{(\sqrt[3]{2} - 1)} 2 < 0$$

اگر $t = \frac{1}{2}$ ، آن گاه:

$$(\sqrt[3]{2} - 1)^x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \log_{(\sqrt[3]{2} - 1)} \frac{1}{2} > 0 \Rightarrow \alpha = \log_{(\sqrt[3]{2} - 1)} \frac{1}{2} = -\log_{(\sqrt[3]{2} - 1)} 2 \Rightarrow \frac{1}{\alpha} = -\log_{(\sqrt[3]{2} - 1)} 2 \Rightarrow \frac{1}{\alpha} = 2^{-\log_{(\sqrt[3]{2} - 1)} 2} = (\sqrt[3]{2} - 1)^{-1} = \frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1}$$

گروه آموزشی ماز

۱۰- اگر $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{4-x}$ و $g(x) = \sqrt{2x-3}$ ، دامنه تابع fog شامل چند عدد صحیح است؟

(۴) ۱۰

(۳) ۹

(۲) ۸

(۱) ۷

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

توجه کنید که:

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \\ \text{و} \\ 4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow -1 \leq x \leq 4 \Rightarrow D_f = [-1, 4]$$

$$2x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{3}{2} \Rightarrow D_g = [\frac{3}{2}, +\infty)$$

بنابراین:

$$D_{fog} = \{x | x \in D_g, g(x) \in D_f\} = \left\{x | x \geq \frac{3}{2}, -1 \leq \sqrt{2x-3} \leq 4\right\}$$

$$-1 \leq \sqrt{2x-3} \leq 4 \Rightarrow 2x-3 \leq 16 \Rightarrow 2x \leq 19 \Rightarrow x \leq \frac{19}{2}$$

از طرف دیگر:

$$D_{fog} = \left[\frac{3}{2}, \frac{19}{2}\right] = [1.5, 9.5]$$

در نتیجه:

پس دامنه تابع fog شامل اعداد صحیح ۹، ۸، ۷، ۶، ۵، ۴، ۳، ۲ است.

دامنه تابع مرکب

دامنه تابع fog: برای به دست آوردن دامنه تابع fog مراحل زیر را انجام می دهیم:

(۱) دامنه توابع f و g را به دست می آوریم.

(۲) ضابطه تابع g(x) را در محدوده دامنه تابع f قرار داده و با حل نامعادله حاصل شده، محدوده ای برای x به دست می آوریم.

(۳) در نهایت بین محدوده به دست آمده در مرحله قبل و دامنه تابع g، اشتراک می گیریم تا دامنه تابع fog به دست آید:

$$D_{fog} = \{x \in D_g | g(x) \in D_f\}$$

دامنه تابع $g \circ f$: برای به دست آوردن دامنه تابع $g \circ f$ مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

(۱) دامنه توابع f و g را به دست می‌آوریم.

(۲) ضابطه تابع $f(x)$ را در محدوده دامنه تابع g قرار داده و با حل نامعادله حاصل شده، محدوده‌ای برای x به دست می‌آوریم.

(۳) در نهایت بین محدوده به دست آمده در مرحله قبل و دامنه تابع g ، اشتراک می‌گیریم تا دامنه تابع $g \circ f$ به دست آید:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

توجه داشته باشید که دامنه تابع مرکب را همیشه با توجه به تعاریف آن به دست می‌آوریم و نه از روی ضابطه آن!

به عنوان مثال

توابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ را در نظر بگیرید:

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = 2(\sqrt{x-1})^2 - 1 = 2(x-1) - 1 = 2x - 3 \Rightarrow D_{g \circ f} = \mathbb{R}$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in [1, +\infty) \mid \sqrt{x-1} \in \mathbb{R}\} \Rightarrow D_{g \circ f} = [1, +\infty)$$

همانطور که می‌بینید $D_{g \circ f}$ با توجه به ضابطه آن برابر $\mathbb{R}$ است در صورتی که دامنه واقعی آن $[1, +\infty)$ است.

گروه آموزشی ماز

۱۱- فرض کنید f تابعی خطی و $\frac{g}{f}$ تابعی همانی است. اگر $(f \circ g)(1) = 1$ و $(g \circ f)(1) = -3$ ، مقدار $f(4)$ کدام است؟

(۴) -۶

(۳) -۵

(۲) -۴

(۱) -۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

$$\left(\frac{g}{f}\right)(x) = x \Rightarrow g(x) = xf(x) = ax^2 + bx$$

فرض کنید $f(x) = ax + b$ ، در این صورت:

$$(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(a+b) = a(a+b) + b = 1 \Rightarrow a^2 + ab + b - 1 = 0$$

بنابراین:

$$\Rightarrow (a^2 - 1) + (ab + b) = 0 \Rightarrow (a-1)(a+1) + b(a+1) = 0 \Rightarrow (a+1)(a-1+b) = 0$$

$$\Rightarrow a = -1 \text{ یا } a + b = 1$$

$$(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(a+b) = a(a+b)^2 + b(a+b) = -3 \quad (1)$$

از طرف دیگر:

$$\xrightarrow{(1)} -(-1+b)^2 + b(-1+b) = -3 \Rightarrow -(1+b^2 - 2b) + b^2 - b = -3 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow f(x) = -x - 2 \Rightarrow f(4) = -6$$

اگر $a = -1$ ، آن‌گاه:

$$\xrightarrow{(1)} a(1)^2 + b(1) = -3 \Rightarrow a + b = -3 \quad \text{غقیق}$$

اگر $a + b = 1$ ، آن‌گاه:

مفهوم ترکیب توابع

اگر f و g دو تابع باشند، در این صورت ترکیب این دو تابع را به صورت‌های زیر نشان می‌دهیم:

(۱) $(f \circ g)(x)$: در این ترکیب، g را تابع درونی و f را تابع بیرونی می‌گوییم و آن را به صورت $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ نمایش می‌دهیم. توجه داشته باشید که این ترکیب به شرطی برقرار است که خروجی‌های تابع g در دامنه تابع f قرار داشته باشند.

$$x \rightarrow g \rightarrow f \rightarrow f(g(x))$$

(۲) $(g \circ f)(x)$: در این ترکیب، f را تابع درونی و g را تابع بیرونی می‌گوییم و آن را به صورت $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ نمایش می‌دهیم. توجه داشته باشید که این ترکیب هم به شرطی برقرار است که خروجی‌های تابع f در دامنه تابع g قرار داشته باشند.

$$x \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow g(f(x))$$

محاسبه مقدار تابع مرکب

(۱) $(f \circ g)(a)$: برای محاسبه مقدار تابع $(f \circ g)(x)$ در نقطه $x = a$ ابتدا از تابع درونی شروع کرده و مقدار تابع $g(x)$ را به ازای $x = a$ به دست می‌آوریم، سپس $g(a)$ را به عنوان ورودی، وارد تابع بیرونی کرده و مقدار تابع $f(x)$ را به ازای $g(a)$ محاسبه می‌کنیم. مقدار به دست آمده همان حاصل $(f \circ g)(a)$ خواهد بود.

(۲) $(g \circ f)(a)$: به طریق مشابه، برای محاسبه مقدار تابع $(g \circ f)(x)$ به ازای $x = a$ ، ابتدا $x = a$ را وارد تابع $f(x)$ کرده و مقدار $f(a)$ را به دست می‌آوریم، سپس $f(a)$ را به عنوان ورودی، وارد تابع $g(x)$ می‌کنیم و مقدار تابع g را به ازای $f(a)$ محاسبه می‌کنیم. مقدار به دست آمده همان حاصل $(g \circ f)(a)$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر توابع f و g روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر باشند طوری که $f(1)=g(1)=3$ و $(f \times g)'(1)=2$ و $(\frac{g}{f})'(1)=4$ مقدار $(6f+3g)'(1)$ کدام است؟

۶ (۴)

۹ (۳)

-۱۲ (۲)

-۱۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$(f \times g)'(1) = f'(1)g(1) + g'(1)f(1) = 2 \Rightarrow 3f'(1) + 3g'(1) = 2 \quad (1)$$

توجه کنید که:

$$(\frac{g}{f})'(1) = \frac{g'(1)f(1) - f'(1)g(1)}{f^2(1)} = 4 \Rightarrow \frac{3g'(1) - 3f'(1)}{9} = 4 \Rightarrow 3g'(1) - 3f'(1) = 36 \quad (2)$$

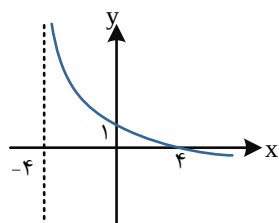
از جمع کردن تساوی‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$6g'(1) = 38 \Rightarrow g'(1) = \frac{19}{3} \xrightarrow{(1)} 3f'(1) + 3(\frac{19}{3}) = 2 \Rightarrow f'(1) = -\frac{17}{3}$$

$$(6f+3g)'(1) = 6f'(1) + 3g'(1) = 6(-\frac{17}{3}) + 3(\frac{19}{3}) = -15$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز



۱۳- نمودار تابع $f(x) = a - \log_b^{(2x+c)}$ در شکل مقابل رسم شده است. مقدار $f(-2)$ کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۴ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

$$2x + c > 0 \Rightarrow x > -\frac{c}{2} \Rightarrow -\frac{c}{2} = -4 \Rightarrow c = 8$$

دامنه تابع بازه $(-4, +\infty)$ است. بنابراین:

$$\Rightarrow f(x) = a - \log_b^{(2x+8)}$$

نمودار تابع از نقطه‌های $(0, 1)$ و $(4, 0)$ عبور می‌کند. پس:

$$f(0) = 1 \Rightarrow a - \log_b^8 = 1 \Rightarrow a - 1 = \log_b^8 \Rightarrow b^{a-1} = 8$$

$$f(4) = 0 \Rightarrow a - \log_b^{16} = 0 \Rightarrow a = \log_b^{16} \Rightarrow b^a = 16$$

$$\frac{b^a}{b^{a-1}} = \frac{16}{8} \Rightarrow b = 2$$

بنابراین:

$$b^a = 16 \Rightarrow 2^a = 16 \Rightarrow a = 4$$

$$f(x) = 4 - \log_2^{(2x+8)} \Rightarrow f(-2) = 4 - \log_2^4 = 4 - 2 = 2$$

در نتیجه:

نمودار تابع لگاریتمی ($\log_a^x$)

$0 < a < 1$	$a > 1$	وضعیت
		نمودار
$(0, +\infty)$	$(0, +\infty)$	دامنه
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	برد

گروه آموزشی ماز

۱۴- فرض کنید $f(x) = \frac{6x}{x+1}$ و $g(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x+h)}{h^2 + 3h}$ ، مقدار $g'(-3)$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $-\frac{1}{2}$

(۲) ۲

(۱) ۱

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

توجه کنید که:

$$g(x) = -\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \times \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h+3} = -\frac{1}{3} f'(x)$$

از طرف دیگر:

$$f(x) = \frac{6x}{x+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{6(x+1) - 1(6x)}{(x+1)^2} = \frac{6}{(x+1)^2}$$

بنابراین:

$$g(x) = -\frac{1}{3} \times \frac{6}{(x+1)^2} = \frac{-2}{(x+1)^2} \Rightarrow$$

$$g'(x) = \frac{-2(x+1) \times (-2)}{(x+1)^4} = \frac{4(x+1)}{(x+1)^4} = \frac{4}{(x+1)^3}$$

$$g'(-3) = \frac{4}{(-3+1)^3} = -\frac{1}{2}$$

مشتق

تعریف: اگر نقطه a در دامنه تابع f باشد و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ وجود داشته باشد، مقدار این حد را مشتق تابع f در نقطه a می‌نامند و با $f'(a)$ نشان می‌دهند:

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

در این صورت، می‌گوییم تابع f در نقطه a مشتق‌پذیر است.

گروه آموزشی ماز

۱۵- فرض کنید $f(x) = |x-a| + |x+2a+3|$ و $g(x) = \sqrt{4-x^2}$. اگر تابع $\frac{f}{g}$ روی دامنه‌اش مشتق‌پذیر باشد. مجموعه مقادیر ممکن a کدام است؟

(۴) $\mathbb{R} - (-\frac{5}{4}, 2)$

(۳) $\mathbb{R} - [-\frac{5}{4}, 2]$

(۲) $(-\frac{5}{4}, 2)$

(۱) $[-\frac{5}{4}, 2]$

(سخت - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

تابع $g(x) = \sqrt{4-x^2}$ روی بازه $(-2, 2)$ مشتق‌پذیر است و تابع $f(x) = |x-a| + |x+2a+3|$ در نقاط $x=a$ و $x=-2a-3$ مشتق‌پذیر نیست. بنابراین اگر این نقاط در دامنه تابع $\frac{f}{g}$ باشند، تابع $\frac{f}{g}$ نیز در این نقاط مشتق‌پذیر نیست، از طرف دیگر:

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} = [-2, 2] - \{-2, 2\} = (-2, 2)$$

بنابراین a و $-2a-3$ باید عضو بازه $(-2, 2)$ نباشند، تا تابع f روی دامنه‌اش مشتق‌پذیر باشد، در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} -2 < a < 2 \\ -2 < -2a-3 < 2 \Rightarrow 1 < -2a < 5 \Rightarrow -\frac{5}{2} < a < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

بنابراین اگر $-\frac{5}{2} < a < 2$ ، آن‌گاه حداقل یکی از اعداد a و $-2a-3$ در دامنه تابع $\frac{f}{g}$ قرار می‌گیرند و این تابع حداقل در یک نقطه مشتق‌ناپذیر خواهد بود.

$$a \in \mathbb{R} - (-\frac{5}{2}, 2)$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۱۶- اگر ${}^2\log_a = 5$ ، مقدار ${}^{\log_2 a}$ کدام است؟

(۴) ۱۵

(۳) ۶

(۲) ۳

(۱) ۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

توجه کنید که:

$${}^2\log_a = 5 \Rightarrow \log_2^5 = \log_a^3 \Rightarrow \log_2^5 = \log_a^3 \Rightarrow a = {}^3\log_2^5$$

$$a^{\log_2^5} = ({}^3\log_2^5)^{\log_2^5} = ({}^3\log_2^5)^{\log_2^5} = 5^{\log_2^5} = 2$$

در نتیجه:

ویژگی‌های لگاریتم

ویژگی	مثال
$\log_a^1 = 0$	$\log_2^1 = 0$
$\log_a^a = 1$	$\log_2^2 = 1$
$\log_a^{b^n} = n \log_a^b$	$\log_2^{125} = \log_2^{5^3} = 3 \log_2^5 = 3$
$\log_{a^n}^{b^m} = \frac{m}{n} \log_a^b$	$\log_{\sqrt{10}}^{(10)^{-2}} = \log_{10^{\frac{1}{2}}}^{10^{-2}} = \frac{-2}{\frac{1}{2}} \log_{10}^{10} = -4$
$\log_a^{bc} = \log_a^b + \log_a^c$	$\log_{\sqrt{2}}^4 + \log_{\sqrt{2}}^{16} = \log_{\sqrt{2}}^{64} = \log_{2^{\frac{1}{2}}}^{2^6} = 12$
$\log_a^{\left(\frac{b}{c}\right)} = \log_a^b - \log_a^c$	$\log_2^{52} - \log_2^{13} = \log_2^{49} = \log_2^{7^2} = 2$
$\log_a^b = \frac{\log_c^b}{\log_c^a}$ (تغییر مبنا) آزمون وی ای پی	$\log_2^3 = \frac{\log_{10}^3}{\log_{10}^2}$ (تغییر مبنا به ۱۰)
${}_c\log_a^b = {}_b\log_a^c$	$(11)^{\log_2^{\sqrt{2}}} = (\sqrt{2})^{\log_2^{11}} = (\sqrt{2})^4 = 4$
$\log_a^b \times \log_b^c \times \dots \times \log_n^m = \log_a^m$	$\log_2^3 \times \log_{\sqrt{2}}^2 \times \log_{\frac{1}{2}}^4$ $= \log_2^3 \times 2 \log_2^2 \times (-\log_2^2) = -2$
$\log_a^b = \frac{1}{\log_b^a}$	$\log_2^3 = \frac{1}{\log_3^2}$

گروه آموزشی ماز

۱۷- چند عدد صحیح در دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{2}{5}}(27-|x|)} + 2$ وجود دارند؟

(۴) ۲۴

(۳) ۲۶

(۲) ۵۰

(۱) ۵۳

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

توجه کنید که:

$$27 - |x| > 0 \Rightarrow |x| < 27 \Rightarrow -27 < x < 27$$

$$\log_{\frac{2}{5}}(27-|x|) + 2 \geq 0 \Rightarrow \log_{\frac{2}{5}}(27-|x|) \geq -2 \Rightarrow \log_{\frac{2}{5}}(27-|x|) \geq \log_{\frac{2}{5}}^{\frac{25}{2}}$$

$$27 - |x| \leq \frac{25}{2} \Rightarrow |x| \geq 2 \Rightarrow x \geq 2 \text{ یا } x \leq -2$$

$$D_f = (-27, -2] \cup [2, 27)$$

بنابراین:

پس اعداد صحیح از -۲۶ تا ۲۶ به جز $\pm 1, 0$ در دامنه تابع f قرار دارند که تعداد آنها ۵۰ است.

دامنه تابع لگاریتمی

برای به دست آوردن دامنه تابع $y = \log_{g(x)}^{f(x)}$ ، باید شروط زیر را بررسی کنیم:

(۱) $f(x) > 0$ (عبارت جلوی لگاریتم مثبت باشد)

(۲) $g(x) > 0$ (مبنای لگاریتم مثبت باشد)

(۳) $g(x) \neq 1$ (مبنای لگاریتم یک نباشد)

پس از حل نامساوی‌های بالا، برای به دست آوردن دامنه، بین جواب‌های به دست آمده اشتراک می‌گیریم، به عبارتی دیگر:

$$y = \log_{g(x)}^{f(x)} \quad D_y : \{x | f(x) > 0, g(x) > 0, g(x) \neq 1\}$$

نکته

هرگاه دامنه تابع $\log_c^{(ax+b)}$ به صورت $(-\infty, k)$ یا به صورت $(k, +\infty)$ باشد، $x = k$ ریشه عبارت $(ax+b)$ است.

به عنوان مثال

دامنه تابع $f(x) = \log_{4-x}^{(-x^2+3x+18)}$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۱۰

پاسخ: شرط‌های دامنه تابع لگاریتمی را بررسی می‌کنیم:

$$-x^2 + 3x + 18 > 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 18 < 0 \Rightarrow (x-6)(x+3) < 0 \quad (1)$$

$$\begin{array}{c|ccccccc} x & & -3 & & 6 & & \\ \hline & + & & - & & + & \end{array} \Rightarrow x \in (-3, 6)$$

$$4-x > 0 \Rightarrow x < 4 \quad (2)$$

$$4-x \neq 1 \Rightarrow x \neq 3 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{1 \cap 2 \cap 3} x \in (-3, 4) - \{3\}$$

حال بین مقادیر به دست آمده برای x ، اشتراک می‌گیریم:

پس دامنه تابع f ، شامل ۵ عدد صحیح $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ است. بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

گروه آموزشی ماز

۱۸- اگر $f(x) = \frac{x^3 - x - 1}{x^2 + 1}$ ، مقدار $(f \circ f)'(2)$ کدام است؟

(۴) ۲/۳

(۳) ۲/۱

(۲) ۱/۸

(۱) ۱/۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$(f \circ f)'(2) = f'(2)f'(f(2)) \xrightarrow{f(2)=1} f'(2)f'(1)$$

توجه کنید که:

از طرف دیگر:

$$f'(x) = \frac{(3x^2-1)(x^2+1) - 2x(x^3-x-1)}{(x^2+1)^2} = \frac{x^4 + 4x^2 + 2x - 1}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(2) = \frac{16 + 16 + 4 - 1}{(4+1)^2} = \frac{7}{5}$$

$$f'(1) = \frac{1 + 4 + 2 - 1}{(1+1)^2} = \frac{3}{2}$$

$$(f \circ f)'(2) = \frac{7}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{21}{10}$$

بنابراین:

مشتق تابع مرکب

اگر توابع f و g مشتق‌پذیر باشند، در این صورت برای محاسبه مشتق تابع مرکب $(f \circ g)(x)$ ، ابتدا از تابع درونی، یعنی g مشتق گرفته و سپس مشتق تابع بیرونی یعنی f را به ازای خروجی تابع g ، به دست می‌آوریم، به عبارت دیگر:

$$y = (f \circ g)(x) = f(g(x)) \Rightarrow y' = g'(x)f'(g(x))$$

$$y = f(o) \Rightarrow y' = o'f'(o)$$

در حالت کلی‌تر داریم:

به عنوان مثال

اگر $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و $(fog)'(2) = 6$ باشد، $f'(5)$ چقدر است؟

با توجه به رابطه مشتق تابع مرکب، فرض مسئله را به صورت مقابل بازنویس می‌کنیم: $(fog)'(2) = g'(2)f'(g(2)) = 6$ (*)
حال با استفاده از تابع $g(x)$ داریم:

$$g(x) = \frac{2x+1}{x-1} \begin{cases} g'(x) = \frac{2(-1) - (1 \times 1)}{(x-1)^2} = \frac{-3}{(x-1)^2} \xrightarrow{x=2} g'(2) = -3 \\ g(2) = \frac{2(2)+1}{2-1} = 5 \end{cases}$$

مقادیر به دست آمده را در رابطه (*) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$g'(2)f'(g(2)) = 6 \Rightarrow (-3)f'(5) = 6 \Rightarrow f'(5) = \frac{6}{-3} = -2$$

توجه

در صورتی که سه تابع مشتق‌پذیر با هم ترکیب شوند:

$$y = (fogoh)(x) \rightarrow y' = h'(x)g'(h(x))f'(g(h(x)))$$

توجه

برای مشتق گرفتن از یک تابع مرکب توان‌دار داریم:

$$y = f^n(g(x)) \rightarrow y' = ng'(x)f'(g(x))f^{n-1}(g(x))$$

به عنوان مثال

اگر $f(1) = 2$ و $f'(1) = 1$ باشد، مشتق تابع $y = f^3(2x^2 - 1)$ به ازای $x = 1$ برابر است با:

$$y = f^3(2x^2 - 1) \Rightarrow y' = \overset{\uparrow}{3} \overset{f'(g(x))}{(f'(2x^2 - 1))} \overset{\downarrow}{g'(x)} \underbrace{f^2(2x^2 - 1)}_{f^{n-1}(g(x))}$$

حال $x = 1$ را جای‌گذاری کرده و داریم:

$$y'(1) = 3 \times 4 \times f'(1) f^2(1) \xrightarrow{f(1)=2, f'(1)=1} y'(1) = 3 \times 4 \times 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 6$$

گروه آموزشی ماز

۱۹- اگر $f(x) = 2^{x^2-4x}$ و $g(x) = \log_2^x$ ، مقدار $f'(4)g'(1)$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$f(4) = 2^0 = 1 \Rightarrow f'(4)g'(1) = f'(4)g'(f(4)) = (gof)'(4)$$

توجه کنید که:

$$(gof)(x) = g(f(x)) = \log_2^{f(x)} = \frac{1}{2} \log_2^{2f(x)} = \frac{1}{2} (\log_2^2 + \log_2^{f(x)}) = \frac{1}{2} (1 + \log_2^{2^{x^2-4x}}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} (x^2 - 4x)$$

از طرف دیگر:

$$\Rightarrow (gof)'(x) = 0 + \frac{1}{2} (2x - 4)$$

$$(gof)'(4) = \frac{1}{2} (8 - 4) = 2$$

در نتیجه:

گروه آموزشی ماز

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x+1} & x \leq 0 \\ 2x+1 & 0 < x < 1 \\ |x-2| & x \geq 1 \end{cases}$$

۲۰- تابع $f(x)$ در چند نقطه از دامنه اش مشتق پذیر نیست؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

تابع $y = \sqrt[3]{x+1}$ در نقطه $x = -1$ مشتق پذیر نیست و تابع $y = |x-2|$ در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر نیست. بنابراین تابع f در این نقاط مشتق پذیر نیست. در $x = 1$ تابع f پیوسته نیست، زیرا:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x+1) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} |x-2| = 1$$

پس در این نقطه هم مشتق پذیر نیست.

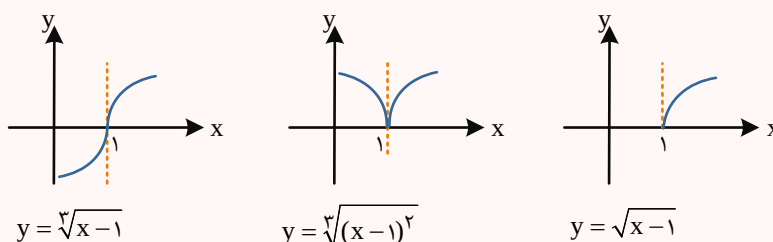
در نقطه $x = 0$ مقادیر مشتق چپ و مشتق راست تابع f به صورت زیر هستند:

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{3\sqrt[3]{(x+1)^2}} & x < 0 \\ 2 & 0 < x < 1 \end{cases} \Rightarrow f'_-(0) = \frac{1}{3} \neq f'_+(0) = 2$$

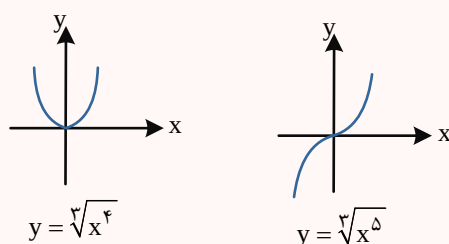
بنابراین تابع f در این نقطه هم مشتق پذیر نیست. پس تابع f در چهار نقطه مشتق پذیر نیست.

مشتق پذیری توابع رادیکالی به فرم $f(x) = \sqrt[n]{(x-a)^m}$

اگر فرجه رادیکال از توان عبارت زیر رادیکال بیشتر باشد ($n > m$)، تابع f در ریشه عبارت زیر رادیکال یعنی در $x = a$ مشتق ناپذیر است.



اگر فرجه رادیکال از توان عبارت زیر رادیکال کمتر باشد ($n < m$)، در این صورت مشتق تابع f در $x = a$ وجود دارد و برابر صفر خواهد بود.



اگر فرجه رادیکال با توان عبارت زیر رادیکال برابر باشد ($n = m$)، دو حالت خواهیم داشت:

حالت اول: اگر فرد $n = m$ باشد، در این حالت تابع f در $x = a$ مشتق پذیر است.

$$f(x) = \sqrt[n]{(x-a)^m} \xrightarrow{n=m=\text{فرد}} f(x) = (x-a)$$

حالت دوم: اگر زوج $n = m$ باشد، در این حالت تابع f در $x = a$ مشتق ناپذیر است و دلیل آن هم وجود نقطه گوشه ای در $x = a$ است.

$$f(x) = \sqrt[n]{(x-a)^m} \xrightarrow{m=n=\text{زوج}} f(x) = |x-a|$$



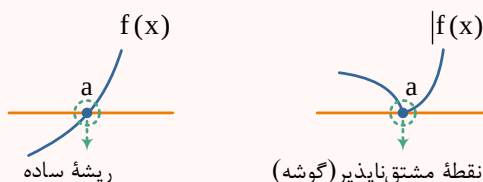
اگر تابع ($n > m$)، ($n = \text{فرد}$)، $f(x) = \sqrt[n]{(x-a)^m}$ ، در نقطه $x = a$ مشتق ناپذیر باشد، در این صورت ضرب عامل صفرشونده $(x-a)$ در رادیکال تابع f در نقطه $x = a$ مشتق پذیر خواهد شد.

به عنوان مثال

تابع $y = \sqrt[3]{x-2}$ در ریشه عبارت زیر رادیکال یعنی $x=2$ ، مشتق‌ناپذیر است، اما با ضرب عامل $(x-2)$ در رادیکال، این تابع به صورت $y = (x-2)\sqrt[3]{(x-2)}$ تبدیل شده و در نقطه $x=2$ مشتق‌پذیر خواهد شد.

مشتق‌پذیری در توابع شامل قدرمطلق

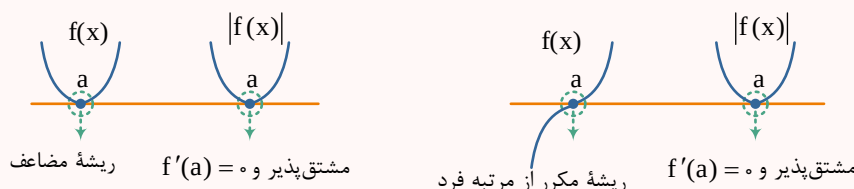
در توابع قدرمطلق به فرم $f(x) = |g(x)|$ ، اگر $x=a$ را ریشه عبارت داخل قدرمطلق فرض کنیم، داریم:
(۱) اگر $x=a$ ریشه ساده عبارت داخل قدرمطلق باشد، در این صورت تابع f در $x=a$ مشتق‌ناپذیر است.



به عنوان مثال

تابع $y = |3x-9|$ در $x=3$ مشتق‌ناپذیر است، چرا که $x=3$ ریشه ساده عبارت داخل قدرمطلق است.

(۲) اگر $x=a$ ریشه مضاعف و یا ریشه مکرر از مرتبه فرد برای عبارت داخل قدرمطلق باشد، در این صورت تابع f در $x=a$ ، مشتق‌پذیر بوده و مقدار مشتق آن در این نقطه برابر صفر است، به عبارتی $f'(a) = 0$ است.



به عنوان مثال

در تابع $y = |x^2 + 6x + 9|$ داریم:

تابع در $x=-3$ مشتق‌پذیر است، چرا که این نقطه، ریشه مضاعف عبارت داخل قدرمطلق است. $\Rightarrow |x^2 + 6x + 9| = |(x+3)^2|$

بعضی‌ها هم به جور دیگه به داستان نگاه می‌کنن و می‌گن که:

$$f(x) = |x-a|^n, (n \in \mathbb{N}): \begin{cases} n=1 \Rightarrow \text{تابع } f \text{ در } x=a \text{ مشتق‌ناپذیر است.} \\ n \neq 1 \Rightarrow \text{تابع } f \text{ در } x=a \text{ مشتق‌پذیر است و مقدار مشتق در آن برابر صفر است.} \end{cases}$$

توجه

در حالت کلی، اگر $x=a$ ریشه عبارت داخل قدرمطلق باشد، برای بررسی مشتق‌پذیری تابع f در $x=a$ ، مشتق چپ و مشتق راست تابع را در این نقطه محاسبه کرده و سپس در مورد مشتق‌پذیری تابع f اظهار نظر می‌کنیم.

نکته

در توابع قدرمطلق به فرم $f(x) = h(x)|g(x)|$ ، اگر $x=a$ ، هم ریشه عبارت داخل قدرمطلق (یعنی $g(x)$) و هم ریشه عبارت پشت قدرمطلق (یعنی $h(x)$) باشد، (به عبارتی $g(a) = h(a) = 0$) تابع f در $x=a$ ، مشتق‌پذیر است و این به خاطر ضرب صفرشونده در $x=a$ است که در پشت $|g(x)|$ قرار دارد.

گروه آموزشی ماز

۲۱- نقاط $A(1,1)$ ، $B(5,1)$ و $C(3,3)$ رئوس مثلث ABC هستند. مجموعه نقاط سطح این مثلث (نقاط داخل و روی اضلاع مثلث) در کدام گزینه مشخص شده‌اند؟

$$\begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ y=1 \text{ یا } y=3 \end{cases} \quad (۴)$$

$$\begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ x \leq y \leq 6-x \end{cases} \quad (۳)$$

$$\begin{cases} 1 \leq y \leq 3 \\ y \leq x \leq 6-y \end{cases} \quad (۲)$$

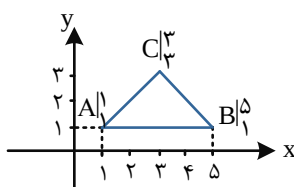
$$\begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ 1 \leq y \leq 3 \end{cases} \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی - ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

روش اول:

مثلث را رسم می‌کنیم، ببینید:



معادله اضلاع مثلث را می نویسیم:

$$m_{AC} = \frac{3-1}{3-1} = 1 \Rightarrow y-1 = 1(x-1) \Rightarrow y = x \quad \text{AC ضلع}$$

$$m_{BC} = \frac{1-3}{5-3} = -1 \Rightarrow y-1 = -1(x-5) \Rightarrow y = -x+6 \quad \text{BC ضلع}$$

$$y = 1 \quad \text{AB ضلع}$$

اگر نقطه‌ای مانند A را درون یا روی اضلاع مثلث فرض کنیم، عرض این نقطه باید در محدوده $1 \leq y \leq 3$ باشد، از طرفی، عرض این نقطه باید کوچک‌تر یا مساوی عرض نقاط پاره‌خط‌های AC و BC باشد، پس:

$$\begin{aligned} A \text{ نقطه} \leq AC \text{ پاره‌خط} &\Rightarrow y \leq x \\ A \text{ نقطه} \leq BC \text{ پاره‌خط} &\Rightarrow y \leq 6-x \Rightarrow x \leq 6-y \end{aligned} \Rightarrow y \leq x \leq 6-y \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq y \leq 3 \\ y \leq x \leq 6-y \end{cases}$$

روش دوم:

گزینه ۱ نشان‌دهنده یک مستطیل و گزینه ۴ نشان‌دهنده دو پاره‌خط موازی است. پس این دو گزینه حذف می‌شوند. از طرفی، با توجه به شکل، نقطه $P(3,2)$ درون مثلث قرار دارد که در گزینه ۳ صدق نمی‌کند، پس گزینه ۲ صحیح است.

گروه آموزشی ماز

مشابه تمرین کتاب درسی

۲۲- اگر $A(4,2)$ و $A'(-2,2)$ دو سر قطر بزرگ یک بیضی با خروج از مرکز $\frac{\sqrt{3}}{3}$ باشد، کدام خط بر بیضی مماس است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad y &= 1 + \sqrt{6} & (2) \quad y &= 1 - \sqrt{6} & (3) \quad y &= 3 + \sqrt{6} & (4) \quad y &= 2 - \sqrt{6} \end{aligned}$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

$$A(4,2), A'(-2,2) \Rightarrow AA' = 2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow O = \frac{A+A'}{2} = (1,2)$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \xrightarrow{a=3} c = \sqrt{3} \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2$$

$$3 = 9 - b^2 \Rightarrow b = \sqrt{6} \Rightarrow \begin{cases} B(1, 2 + \sqrt{6}) \Rightarrow \text{معادله خط مماس: } y = 2 + \sqrt{6} \\ B'(1, 2 - \sqrt{6}) \Rightarrow \text{معادله خط مماس: } y = 2 - \sqrt{6} \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۲۳- چند نقطه روی دایره $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 9$ وجود دارد که مجموع فواصل آن‌ها از دو نقطه $(1,5)$ و $(1,-3)$ مساوی ۱۰ باشد؟

$$\begin{aligned} (1) \quad 2 & & (2) \quad 3 & & (3) \quad 4 & & (4) \quad \text{نقطه‌ای وجود ندارد.} \end{aligned}$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

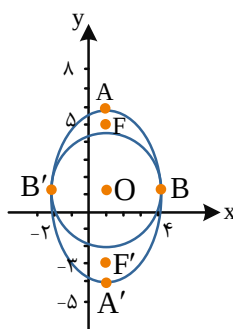
مکان هندسی نقاطی که مجموع فاصله‌شان از دو نقطه ثابت، مقداری ثابت باشد، بیضی نام دارد. دو نقطه ثابت کانون‌های بیضی و مقدار ثابت $2a$ می‌باشد.

$$F(1,5), F'(1,-3) \Rightarrow \text{مرکز بیضی } O = (1,1)$$

$$\Rightarrow 2c = FF' = 8 \Rightarrow c = 4$$

$$\Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5$$

$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow 16 = 25 - b^2 \Rightarrow b = 3$$



چون مرکز دایره $(1,1)$ و $r = 3$ است، پس دایره بر بیضی در رأس‌های B و B' مماس می‌شود، یعنی ۲ نقطه روی دایره واقع است که فاصله‌شان از دو کانون بیضی مقدار ثابت ۱۰ باشد.

گروه آموزشی ماز

۲۴- به ازای کدام مقدار k ، کانون سهمی $ky^2 - 6x = 2ky + k^2$ روی نیمساز ناحیه اول و سوم با طول مثبت قرار دارد؟

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۱ (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۴۰۲)

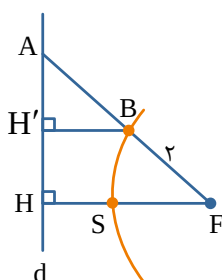
پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned} 2y^2 - 2ky &= 6x + k^2 \Rightarrow 2(y^2 - ky) = 6x + k^2 \\ \Rightarrow 2\left(y - \frac{k}{2}\right)^2 - \frac{k^2}{4} &= 6x + k^2 \Rightarrow 2\left(y - \frac{k}{2}\right)^2 = 6x + \frac{k^2}{2} + k^2 \\ \Rightarrow \left(y - \frac{k}{2}\right)^2 &= 3x + \frac{3}{2}k^2 \Rightarrow \left(y - \frac{k}{2}\right)^2 = 2\left(x + \frac{k^2}{4}\right) \\ \Rightarrow 4a = 3 \Rightarrow a &= \frac{3}{4}, S\left(-\frac{k^2}{4}, \frac{k}{2}\right) \text{ (سهمی افقی رو به راست)} \\ \Rightarrow F\left(-\frac{k^2}{4} + \frac{3}{2}, \frac{k}{2}\right) &\xrightarrow{y=x} -\frac{k^2}{4} + \frac{3}{2} = \frac{k}{2} \Rightarrow k^2 - 3 = -2k \Rightarrow k^2 + 2k - 3 = 0 \\ \Rightarrow (k+3)(k-1) &= 0 \Rightarrow k = 1, -3 \\ \Rightarrow \begin{cases} k=1 \Rightarrow F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \text{کانون در ناحیه اول است.} \\ k=-3 \Rightarrow F\left(-\frac{9}{4}, -\frac{3}{2}\right) \Rightarrow \text{کانون در ناحیه سوم است و غیرقابل قبول است.} \end{cases} \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- در شکل مقابل، اگر نقاط F و S کانون و رأس سهمی مقابل باشند و خط d ، خط هادی سهمی باشد و فاصله رأس تا خط هادی برابر $\frac{7}{4}$ باشد، طول AF کدام است؟

مشابه تمرین کتاب درسی



$\frac{16}{3}$ (۱)

$\frac{17}{3}$ (۲)

$\frac{7}{6}$ (۳)

$\frac{14}{3}$ (۴)

(سخت - محاسباتی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{aligned} \begin{cases} BF = 2 \Rightarrow BH' = BF = 2 \\ SH = \frac{7}{4} \Rightarrow SF = SH = \frac{7}{4} \Rightarrow FH = \frac{7}{2} \end{cases} \\ BH' \parallel FH \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AH'}{AH} = \frac{AB}{AF} = \frac{H'B}{FH} \Rightarrow \frac{AB}{AF} = \frac{BH'}{FH} \\ \Rightarrow \frac{AB}{AB+2} = \frac{BH'}{\frac{7}{2}} \Rightarrow \frac{AB}{AB+2} = \frac{2}{\frac{7}{2}} \Rightarrow \frac{AB}{AB+2} = \frac{4}{7} \end{aligned}$$

$$7AB = 4AB + 8 \Rightarrow 3AB = 8 \Rightarrow AB = \frac{8}{3} \Rightarrow AF = 2 + \frac{8}{3} = \frac{14}{3}$$



هر نقطه روی محیط سهمی فاصله‌اش تا کانون و فاصله‌اش تا خط هادی مساوی است.

گروه آموزشی ماز

مشابه تمرین کتاب درسی

۲۶- دو اشعه به موازات محور عرض‌ها بر سهمی $x^2 - 2x = 8y + 15$ می‌تابند. این دو اشعه پس از بازتاب در کدام نقطه متقاطعند؟
 (۱) $(0, 1)$ (۲) $(1, 0)$ (۳) $(-1, 0)$ (۴) $(-2, 0)$

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۲ آزمون وی ای پی

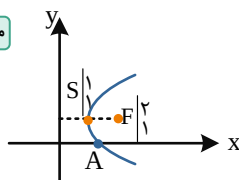
اشعه‌ها به موازات محور عرض‌ها یعنی موازی با محور تقارن سهمی به سهمی می‌تابند و یکدیگر را همواره در کانون قطع می‌کنند، پس کافی است کانون سهمی داده شده را پیدا کنیم.

$$x^2 - 2x = 8y + 15 \Rightarrow (x-1)^2 = 8y + 16 \Rightarrow (x-1)^2 = 8(y+2)$$

$$\left. \begin{aligned} 4a = 8 \Rightarrow a = 2 \\ \Rightarrow S = (\alpha, \beta) \end{aligned} \right\} \Rightarrow F(\alpha, \beta + \alpha) = (1, -2+2) = (1, 0)$$

گروه آموزشی ماز

مشابه تمرین کتاب درسی



۲۷- شکل زیر، یک سهمی افقی را نشان می‌دهد. طول نقطه A کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{6}{5}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

روش اول:

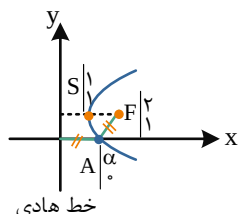
سهمی افقی است و دهانه آن رو به راست باز می‌شود.
معادله سهمی را می‌نویسیم:

$$S \left| \begin{array}{l} \alpha \\ \beta \end{array} \right. \text{ رأس سهمی و } a \text{ فاصله کانونی سهمی است} \Rightarrow (y-\beta)^2 = 4a(x-\alpha)$$

$$(y-1)^2 = 4(x-1) \xrightarrow[y=0]{\text{برخورد با محور } x\text{ها}} (0-1)^2 = 4(x-1) \Rightarrow \frac{1}{4} = x-1 \Rightarrow x = \frac{5}{4} \Rightarrow A \left(\frac{5}{4}, 0 \right) \Rightarrow \text{جواب} = \frac{5}{4}$$

روش دوم:

هر نقطه روی سهمی از کانون و خط هادی به یک فاصله است. محور y ها (خط $x=0$) همان خط هادی سهمی است. اگر مختصات نقطه A به صورت $A(\alpha, 0)$ باشد، داریم:



$$|AF| = \text{فاصله } A \text{ از خط هادی} \Rightarrow \sqrt{(\alpha-2)^2 + (0-1)^2} = |\alpha| \xrightarrow{\text{توان ۲}} (\alpha-2)^2 + 1 = \alpha^2 \Rightarrow \alpha^2 - 4\alpha + 4 + 1 = \alpha^2 \Rightarrow 4\alpha = 5$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{5}{4} \Rightarrow \text{طول نقطه } A = \alpha = \frac{5}{4}$$

گروه آموزشی ماز

۲۸- یاسین و نوید همراه با ۷ نفر دیگر، به چند طریق می‌توانند در ۳ اتاق ۴ نفره، ۳ نفره و ۲ نفره در یک هتل اقامت کنند، به طوری که یاسین و نوید هم اتاقی باشند؟

- (۱) ۱۸۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۳۵۰ (۴) ۴۲۰

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۶)

پاسخ: گزینه ۳

مسئله را در ۳ حالت مختلف بررسی می‌کنیم: (اصل جمع)
الف یاسین و نوید در اتاق ۲ نفره اقامت کنند:

$$\binom{7}{4} \times \binom{3}{2} = 35$$

در این حالت، ۷ نفر دیگر باید در اتاق‌های ۴ نفره و ۳ نفره اقامت کنند، پس:

ب یاسین و نوید در اتاق ۳ نفره اقامت کنند:

در این حالت، ۱ نفر از ۷ نفر را انتخاب می‌کنیم تا هم‌اتاقی نوید و یاسین شود، سپس ۶ نفر باقی‌مانده باید در اتاق‌های ۴ و ۲ نفره ساکن شوند، پس:

$$\binom{7}{1} \times \binom{6}{4} \times \binom{2}{2} = 7 \times 15 \times 1 = 105$$

ج یاسین و نوید در اتاق ۴ نفره اقامت کنند:

در این حالت، ۲ نفر از ۷ نفر را انتخاب می‌کنیم تا هم‌اتاقی نوید و یاسین شوند، سپس ۵ نفر باقی‌مانده باید در اتاق‌های ۳ و ۲ نفره ساکن شوند، پس:

$$\binom{7}{2} \times \binom{5}{3} \times \binom{2}{2} = 21 \times 10 \times 1 = 210$$

$$35 + 105 + 210 = 350$$

پس طبق اصل جمع جواب برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۲۹- مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 8\}$ به تعداد k زیرمجموعه ۳ یا ۴ عضوی دارد به طوری که حاصل ضرب اعضاء هر یک از آن زیرمجموعه‌ها عددی زوج باشد. k کدام ویژگی را دارد؟

(۴) بخش پذیر بر ۷

(۳) بخش پذیر بر ۵

(۲) مربع کامل

(۱) عددی اول

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۲

تعداد کل زیرمجموعه‌های ۳ عضوی برابر $\binom{8}{3}$ و تعداد کل زیرمجموعه‌های ۴ عضوی برابر $\binom{8}{4}$ است.

زیرمجموعه‌هایی نامطلوب هستند که تمام اعضایشان فرد باشد که تعداد این زیرمجموعه‌ها هم برابر $\binom{4}{3} + \binom{4}{4}$ است. بنابراین:

$$\left[\binom{8}{3} + \binom{8}{4} \right] - \left[\binom{4}{3} + \binom{4}{4} \right] = (56 + 70) - (4 + 1) = 121$$

گروه آموزشی ماز

۳۰- در یک اجتماع ۷ نفر دانش‌آموز پایه دوازدهم و ۴ نفر پایه یازدهم وجود دارد. به چند طریق می‌توان ۵ نفر از این ۱۱ نفر انتخاب کرد به شرطی که در افراد منتخب حداقل دو دانش‌آموز از پایه یازدهم باشد؟

مشابه تمرین کتاب درسی

(۴) ۴۳۰

(۳) ۳۰۱

(۲) ۵۰۴

(۱) ۲۱۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۳

سه حالت زیر رخ می‌دهد:

حالت اول: دو دانش‌آموز پایه یازدهم و سه دانش‌آموز پایه دوازدهم باشد.

$$x_1 = \binom{4}{2} \times \binom{7}{3} = 6 \times 35 = 210$$

حالت دوم: سه دانش‌آموز پایه یازدهم و دو دانش‌آموز پایه دوازدهم باشد.

$$x_2 = \binom{4}{3} \times \binom{7}{2} = 4 \times 21 = 84$$

حالت سوم: چهار دانش‌آموز پایه یازدهم و یک دانش‌آموز پایه دوازدهم باشد.

$$x_3 = \binom{4}{4} \times \binom{7}{1} = 1 \times 7 = 7$$

$$\Rightarrow ? = x_1 + x_2 + x_3 = 210 + 84 + 7 = 301$$

گروه آموزشی ماز

۳۱- چند عدد طبیعی پنج‌رقمی وجود دارد که بزرگ‌ترین رقم به کار رفته در آن ۳ باشد؟

(۴) ۵۶۴

(۳) ۶۰۶

(۲) ۶۹۲

(۱) ۷۶۸

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۳

--	--	--	--	--

کل اعداد قابل ساخت که در هر یک از این اعداد از ارقام ۳ و به پایین استفاده شود، برابر 3×4^4 یعنی ۷۶۸ است.

اعدادی که در هر یک از آن‌ها فقط از ارقام ۲، ۱، ۰ استفاده شده و رقم ۳ را ندارند برابر 2×3^4 است.

$$? = 3 \times 4^4 - 2 \times 3^4 = 768 - 162 = 606$$

گروه آموزشی ماز

۳۲- به چند طریق می‌توان حروف aaabbc را در یک ردیف چید به شرطی که حروف b پیش هم نباشند؟

۴۸ (۴)

۴۵ (۳)

۴۲ (۲)

۴۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

روش اول:

$$\text{تعداد کل حالات} = \frac{6!}{3! \times 2! \times 1!} = 60$$

$$a, a, a, b, b, c = \frac{5!}{3!} = 20$$

$$\text{تعداد حالات مطلوب} = 60 - 20 = 40$$

روش دوم:

ابتدا aها و c را در یک ردیف می‌چینیم که به $\frac{4!}{3!}$ طریق میسر است. در لابلای حروف چیده شده ۵ تا جا خالی وجود دارد که جا دادن ۲ تا b در آن ۵ جا به

$$\left(\begin{matrix} 5 \\ 2 \end{matrix} \right) \times \frac{4!}{3!} = 10 \times 4 = 40$$

یعنی ۴۰ طریق قابل چیده شدن هستند.

OaOaOaOco

گروه آموزشی ماز

۳۳- ماهان روزهای شنبه تا پنجشنبه به مهدکودک می‌رود. مادر او در ۳ روز هفته و هر بار به او یک عدد سیب و در ۲ روز هفته و هر بار به او یک عدد پرتقال و در یک روز باقی‌مانده به او یک عدد موز می‌دهد. مادر ماهان به چند طریق می‌تواند این کار را انجام دهد؟

۷۲ (۴)

۴۵ (۳)

۹۰ (۲)

۶۰ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

اگر سیب را با a، پرتقال را با o و موز را با b نشان دهیم، پس جایگشت ۳ حرف a، ۲ حرف o و ۱ حرف b همان مطلوب سوال است، بنابراین:

a, a, a, o, o, b

$$\text{جواب} = \frac{6!}{3! \times 2!} = \frac{720}{6 \times 2} = 60$$

گروه آموزشی ماز

۳۴- در پرتاب یک سکه به تعداد ۱۲ بار (که در کل 2^{12} یعنی ۴۰۹۶ وضعیت می‌تواند داشته باشد) در m حالت سومین شیر در پرتاب هفتم و پنجمین شیر قبل از پرتاب دوازدهم رخ می‌دهد، مجموع ارقام m کدام است؟

۶ (۴)

۹ (۳)

۱۲ (۲)

۱۵ (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۳۰۶)

پاسخ: گزینه ۴

باید تمام اتفاقات زیر رخ دهد:

از ۶ پرتاب نخست دقیقاً ۲ پرتاب شیر باشد که تعیین وضعیت آن به $\left(\begin{matrix} 6 \\ 2 \end{matrix} \right)$ طریق میسر است.

پرتاب هفتم شیر باشد که به یک حالت امکان‌پذیر است.

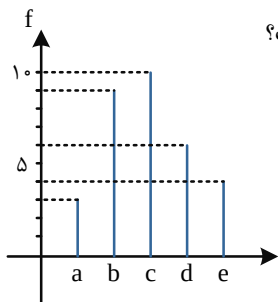
از پرتاب هشتم تا یازدهم (چهار پرتاب) حداقل دو پرتاب شیر باشد که تعیین وضعیت آن به $\left[\binom{4}{2} - \binom{4}{1} - \binom{4}{0} \right]$ یعنی ۱۱ طریق میسر است.

$$\left(\begin{matrix} 6 \\ 2 \end{matrix} \right) \times 1 \times 11 \times 2 = 330$$

پرتاب دوازدهم شیر یا خط باشد که دو حالت خواهد داشت، پس:

گروه آموزشی ماز

مشابه تمرین کتاب درسی



۳۵- زاویه مرکزی متناظر به داده d در نمایش دایره‌ای داده‌های متناظر به نمودار میله‌ای مقابل کدام است؟

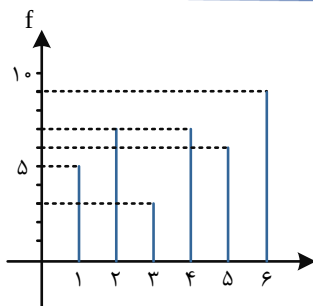
- (۱) $67/5^\circ$
- (۲) $62/5^\circ$
- (۳) 57°
- (۴) 54°

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{f_d}{\sum f} \Rightarrow \frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{6}{3+9+10+6+4} \Rightarrow \alpha = \frac{6 \times 360^\circ}{32} = 67/5^\circ$$

گروه آموزشی ماز



۳۶- با توجه به نمودار مقابل، اندازه دامنه میان‌چارکی داده‌ها کدام است؟

- (۱) $2/5$
- (۲) 3
- (۳) $3/5$
- (۴) 4

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

باید Q_1 و Q_3 را پیدا کنیم. تعداد کل داده‌ها برابر $5+7+3+7+6+9=37$ است. داده نوزدهم Q_2 است که ۱۸ داده در سمت چپ آن و ۱۸ داده در سمت راست آن قرار می‌گیرد.

بنابراین میانگین داده‌های نهم و دهم یعنی $\frac{2+2}{2}$ برابر Q_1 و میانگین داده‌های بیست‌هفتم (که آخرین ۵ است) و بیست‌ونهم (که اولین ۶ است) یعنی $\frac{5+6}{2}$

$$Q_3 - Q_1 = 5/5 - 2 = 3/5$$

برابر Q_3 است، بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۳۷- برای پنج داده آماری $a, b, 7, 8, 9$ اگر پارامترهای میانگین، میانه و مد (که منحصر به فرد است) یکسان باشند، آن‌گاه برای $a+b$ چند مقدار متمایز

یافت می‌شود؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

اگر $a = b$ ، آن‌گاه مد a شده و باید تساوی $\frac{7+8+9+a+a}{5} = a$ برقرار باشد که مقدار a برابر ۸ به دست می‌آید:

$$a = b = 8 \Rightarrow \text{داده‌ها: } 7, 8, 8, 8, 9$$

اگر $a \neq b$ ، آن‌گاه برای منحصر به فرد شدن مد لازم است a (و فرقی نمی‌کند یا b) با یکی از داده‌های ۷، ۸ یا ۹ برابر باشد:

$$a = 7 \Rightarrow \text{مد} = 7 \Rightarrow \frac{7+7+8+9+b}{5} = 7 \Rightarrow b = 4$$

داده‌ها: ۴، ۷، ۷، ۸، ۹

$$a = 8 \Rightarrow \text{مد} = 8 \Rightarrow \frac{7+8+8+9+b}{5} = 8 \Rightarrow b = 8$$

با $a \neq b$ بودن در تضاد است.

$$a = 9 \Rightarrow \text{مد} = 9 \Rightarrow \frac{7+8+9+9+b}{5} = 9 \Rightarrow b = 12$$

داده‌ها: ۷، ۸، ۹، ۹، ۱۲

$$\Rightarrow a+b = 16 \text{ یا } 11 \text{ یا } 21$$

گروه آموزشی ماز

۳۸- در داده‌های آماری با جدول فراوانی مقابل، مقدار واریانس کدام است؟

x	۳۷	۴۰	۴۳	۴۶	۴۹
f	۳	۱۰	۲	۴	۶

۱۸ (۴)

۹ (۳)

۶ (۲)

۲ (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

واریانس داده‌های مقابل راحت‌تر محاسبه می‌شود.

y	-۲	-۱	۰	۱	۲
f	۳	۱۰	۲	۴	۶

$$\bar{y} = \frac{3 \times (-2) + 10 \times (-1) + 2 \times 0 + 4 \times 1 + 6 \times 2}{25} = 0$$

$$\Rightarrow \sigma_y^2 = \frac{3 \times (-2)^2 + 10 \times (-1)^2 + 2 \times 0^2 + 4 \times 1^2 + 6 \times 2^2}{25} = 2$$

$$x = 3y + 43 \Rightarrow \sigma_x^2 = 9\sigma_y^2 \Rightarrow \sigma_x^2 = 18$$

گروه آموزشی ماز

۳۹- با اضافه کردن کدام یک از داده‌های زیر به داده‌های ۵، ۷، ۷، ۱۲، ۱۷، ۱۸، مقدار ضریب تغییرات کاهش بیش‌تری خواهد داشت؟

۳۰ (۴)

۱۸ (۳)

۱۳ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

هدف از ارائه این سوال محاسبه نیست، بلکه توجه به مفهوم است. جامعه‌ای ضریب تغییرات کمتری دارد که نوسان کمتری داشته باشد. اگر داده‌ای نزدیک به میانگین، به داده‌ها اضافه کنیم مقدار نوسان را کاهش داده‌ایم که در بین گزینه‌ها ۱۳ این ویژگی را دارد.

گروه آموزشی ماز

۴۰- در نمایش نمودار جعبه‌ای برای n داده آماری تعداد داده‌های سمت چپ (بخش الف) برابر ۲۳ شده است. اگر کم‌ترین مقدار ممکن برای n را a و بیش‌ترین مقدار ممکن برای n را b بنامیم، آن‌گاه یکان $3b - 2a$ کدام است؟



۸ (۲)

۱ (۱)

۲ (۴)

۵ (۳)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

روش اول:

اگر $n = 92$ ، آن‌گاه ۲۳ داده در سمت چپ جعبه، ۲۳ داده در سمت راست آن و ۴۶ داده در درون جعبه قرار می‌گیرد و هیچ داده‌ای بر روی جعبه قرار نمی‌گیرد.
اگر $n = 93$ ، آن‌گاه ۲۳ داده در سمت چپ جعبه، ۲۳ داده در سمت راست آن و ۴۷ داده در درون جعبه قرار می‌گیرد.
اگر $n = 94$ ، آن‌گاه ۲۳ داده در سمت چپ جعبه، ۲۳ داده در سمت راست آن، ۴۶ داده در درون جعبه و دو داده بر روی جعبه قرار می‌گیرد.
و بالاخره اگر $n = 95$ ، آن‌گاه ۲۳ داده در سمت چپ جعبه، ۲۳ داده در سمت راست آن، ۴۷ داده در درون آن و دو داده بر روی جعبه قرار می‌گیرد، پس:
 $a = 92, b = 95 \Rightarrow 3b - 2a = 101$

روش دوم:

$$\left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor = 23 \Rightarrow 23 \leq \frac{n}{4} < 24 \Rightarrow 92 \leq n < 96 \Rightarrow 92 \leq n \leq 95 \Rightarrow \begin{cases} a = 92 \\ b = 95 \end{cases} \Rightarrow 3b - 2a = 101$$

گروه آموزشی ماز

فیزیک

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۲۴۵ متری سطح زمین رها می‌شود. تندی متوسط گلوله در ۳ ثانیه آخر حرکتش چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۶۵ (۲)

۵۵ (۱)

(آزمون مرحله ۳ سالیانه - فیزیک)

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۱۲۵ متری زمین رها می‌شود. سرعت متوسط گلوله در ۲ ثانیه آخر حرکت، چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۴۵ (۴)

۴۰ (۳)

۳۵ (۲)

۳۰ (۱)

(کنکور تیر ۱۴۰۳ - فیزیک رشته ریاضی)



برای مشاهده
همه مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir

یا رو این کلیک کن!



دانش‌آموزان عزیز ماز ❤️

رسیدیم به آزمون مرحله ۱۰ که قراره بخش‌های ابتدایی فصل چهارم یعنی **بازتاب و شکست** رو بررسی کنیم. از این قسمت‌ها بدون شک حداقل یک تست در کنکورتون مطرح می‌شه و در نتیجه مباحث بااهمیتی هستن.

در بخش فیزیک پایه هم به مبحث **مغناطیس**، یعنی فصل سوم کتاب فیزیک یازدهم می‌پردازیم که از این مبحث هم معمولاً یک یا دو تست مستقیم در کنکور مطرح می‌شه.

دقت کنید استراتژی طراحی این آزمون بر مبنای طراحی سوالات کاملاً استاندارد مبتنی بر کتاب درسی یا کنکورهای اخیر بوده، بنابراین حل و بررسی سوالات اون حسابی به‌درد کنکورتون می‌خوره.

سعی کردیم با همین تعداد سؤال کم، مهم‌ترین مباحث بودجه‌بندی این آزمون رو براتون پوشش بدیم و آگه به‌دلیل کم بودن تعداد سوالات، به مبحثی کم‌توجهی شده، حتماً در آزمون‌های آینده به اون مباحث هم به‌طور کامل می‌پردازیم تا خیالتون کاملاً راحت باشه که با حل تست‌های آزمون، همه مباحث مورد نیاز رو می‌تونین به‌خوبی یاد بگیرین.

مثل همیشه بررسی و تحلیل آزمون فراموش نشه و آگه پیشنهادی برامون داشتن خوشحال می‌شیم باهامون درمیان بذارین.

سعید احمدی و سجاد صادقی‌زاده (رتبه ۱ کنکور ۹۲) - مسئولین درس فیزیک پایه دوازدهم آزمون ماز

۴۱- کدام یک از عبارات‌های زیر صحیح می‌باشد؟

الف: در رادار دوپلری از امواج فراصوت برای تعیین تندی خودروها استفاده می‌شود.

ب: با ورود موج صوتی از هوا به آب، پرتوی موج به خط عمود بر مرز جدایی دو محیط نزدیک می‌شود.

پ: پدیده سراب به علت کم‌تر بودن ضریب شکست هوای گرم از هوای سرد برای نور مرئی ایجاد می‌شود.

(۱) «الف»

(۲) «پ»

(۳) «الف» و «ب»

(۴) «ب» و «پ»

پاسخ: گزینه ۲



(متوسط - حفظی/مفهومی - ۱۲۰۴)

بررسی موارد:

الف

در رادار دوپلری از **امواج الکترومغناطیسی** استفاده می‌شود نه موج صوتی! (×)

ب

موج صوتی در محیط مایع مثل آب، تندی بیش‌تری نسبت به محیط گازی مثل هوا دارد ($v_{\text{مایع}} > v_{\text{گاز}}$)، پس با ورود

صوت از هوا به آب پرتوی موج از خط عمود بر مرز جدایی **دور** می‌شود. (×)

پ

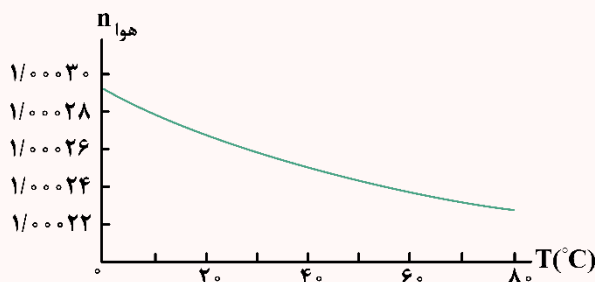
با افزایش دمای هوا چگالی آن و ضریب شکست آن برای نور مرئی کاهش می‌یابد که همین موضوع باعث ایجاد پدیده سراب می‌شود. (✓)

نکته

برخی از کاربردهای بازتاب امواج در جدول زیر آورده شده است.

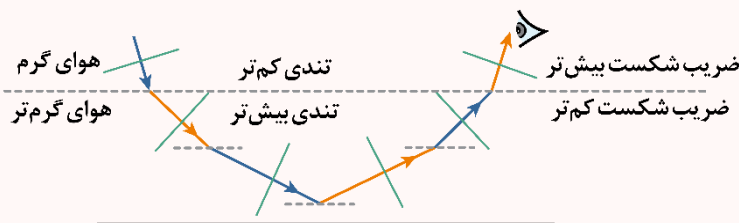
کاربردهای بازتاب امواج	روش
۱- طعمه‌یابی خفاش	مکان‌یابی پژواکی با امواج فراصوت
۲- دستگاه لیتوتریپسی	شکستن سنگ کلیه با استفاده از بازتابنده‌های بیضوی
۳- اندازه‌گیری تندی شارش خون	مکان‌یابی پژواکی با کمک امواج فراصوت
۴- آنتن‌های بشقابی	بازتاب امواج الکترومغناطیسی از سطوح خمیده
۵- اجاق‌های خورشیدی	بازتاب امواج الکترومغناطیسی از سطوح خمیده
۶- رادار دوپلری	تعیین مکان و تندی وسایل نقلیه با کمک اثر دوپلر با استفاده از امواج الکترومغناطیسی
۷- دستگاه سونار	مکان‌یابی پژواکی برای یافتن اجسام زیر آب
۸- دستگاه سونوگرافی	عکس‌برداری از داخل بدن به کمک امواج فراصوت
۹- میکروفون سهموی	ثبت صداهای ضعیف به کمک امواج صوتی

در روزهای خیلی گرم دمای هوا در ارتفاعهای مختلف از سطح زمین یکسان نیست. هوایی که با سطح داغ زمین در تماس است، دمای بالایی دارد و هرچه از سطح زمین بالاتر می‌رویم، دمای هوا کاهش می‌یابد. نمودار زیر ارتباط ضریب شکست هوا را با دما نشان می‌دهد:



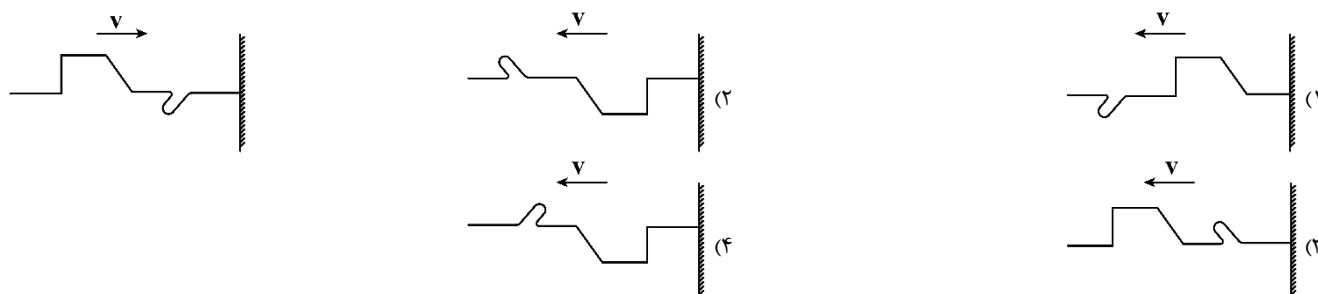
هرچه دمای هوا بیش‌تر باشد چگالی (غلظت) آن کم‌تر است و به همین دلیل ضریب شکست کم‌تری نیز دارد.

چون ضریب شکست هوای نزدیک زمین کم‌تر است، تندی انتشار نور در آن بیش‌تر است و همین موضوع سبب می‌شود تا بخشی از جبهه‌های موج که به زمین نزدیک‌ترند با تندی بیش‌تری حرکت کنند. تندی بیش‌تر قسمت پایینی جبهه‌های موج همان‌گونه که شکل زیر نشان می‌دهد باعث می‌شود پرتوها رو به بالا خم شوند و به چشم شخص برسند. در این حال چشم تصور می‌کند تصویر درخت در زیر آن افتاده است؛ درست مانند تصویر درختانی که لب یک دریاچه‌اند. به همین دلیل است که مغز به اشتباه تصور می‌کند که بر سطح زمین آب وجود دارد.



گروه آموزشی ماز

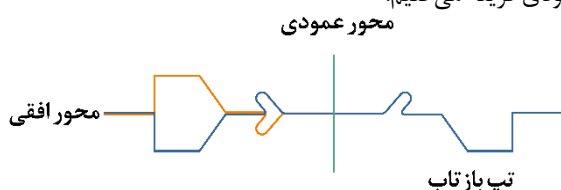
۴۲- مطابق شکل زیر، یک تپ موج به سمت انتهای ثابت یک طناب در حال انتشار است. کدام شکل، تپ بازتاب را درست نشان می‌دهد؟



(آسان - مفهومی - ۱۲۰۴)

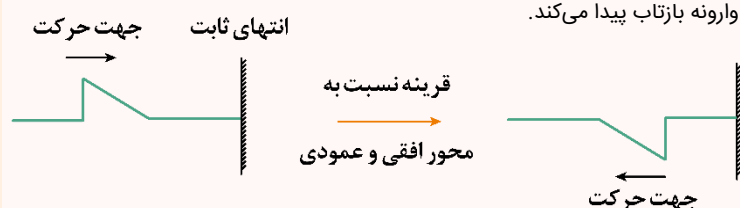
پاسخ: گزینه ۴

برای رسم بازتاب یک موج عرضی، ابتدا تپ را نسبت به محور افقی و سپس نسبت به محور عمودی قرینه می‌کنیم:



بازتاب امواج از انتهای ثابت

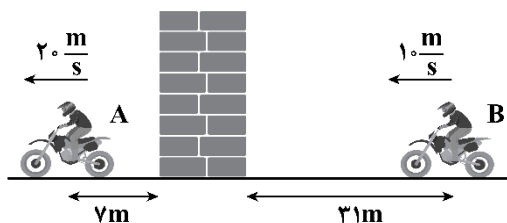
وقتی یک تپ به انتهای ثابت می‌رسد، طبق قانون سوم نیوتون، تپ به صورت وارونه بازتاب پیدا می‌کند.



برای رسم تپ بازتاب، کافایت تپ تاپیده را نسبت به محور افقی و سپس عمودی، قرینه کنید.

تندی موج از رابطه $v = \frac{\ell}{\Delta t}$ که ℓ مسافت طی شده در مدت زمان Δt است، به دست می‌آید.

۴۳- مطابق شکل، دو موتورسوار A و B در دو طرف دیواری قرار گرفته‌اند و هر کدام در لحظه نشان داده فریاد می‌زنند و همچنین در جهت‌های نشان داده شده نیز در حال حرکت هستند. کدام شخص می‌تواند صدای برگشتی خود را از دیوار تشخیص دهد؟ (سرعت صوت در هوا $300 \frac{m}{s}$ است).



A (۱)

B (۲)

(۳) هر دو موتورسوار صدای برگشتی خود را تشخیص می‌دهند.

(۴) هیچ‌کدام صدای برگشتی را تشخیص نمی‌دهند.

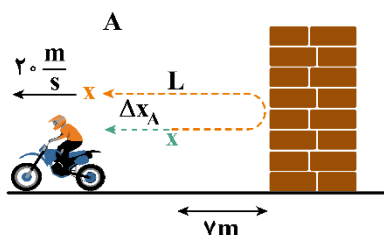
(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

اگر صوت حاصل از یک منبع صوتی به مانعی برخورد کرده و بازگردد، برای آن‌که شنونده بتواند صدای برگشتی را از صدای اصلی تشخیص دهد باید اختلاف زمانی صدای برگشتی با صدای اصلی حداقل 0.1 ثانیه باشد. پس باید مدت زمان برگشت صدا و رسیدن به هر موتورسوار را حساب کنیم.

گام اول:

برای موتورسوار A می‌توان نوشت:

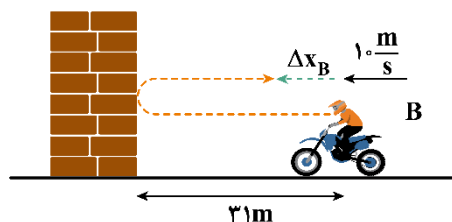


$$\begin{cases} L = (2 \times 7) + \Delta x_A \\ L = v_{\text{صوت}} t_A = 300 \cdot t_A \Rightarrow 300 \cdot t_A = 14 + 20 \cdot t_A \Rightarrow 280 \cdot t_A = 14 \Rightarrow t_A = \frac{1}{20} = 0.05 \text{ s} \\ \Delta x_A = v_A t_A = 20 \cdot t_A \end{cases}$$

یعنی پس از گذشت 0.05 ثانیه موتورسوار A صدای برگشتی خود را از دیوار دریافت می‌کند و چون کمتر از 0.1 ثانیه می‌باشد پس نمی‌تواند این صدا را تشخیص دهد.

گام آخر:

برای موتورسوار B می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} L = (2 \times 31) - \Delta x_B \\ L = v_{\text{صوت}} t_B = 300 \cdot t_B \Rightarrow 300 \cdot t_B = 62 - 10 \cdot t_B \Rightarrow 310 \cdot t_B = 62 \Rightarrow t_B = \frac{2}{10} \text{ s} \\ \Delta x_B = v_B t_B = 10 \cdot t_B \end{cases}$$

یعنی پس از گذشت 0.2 ثانیه موتورسوار B صدای برگشتی خود را از دیوار دریافت می‌کند و چون بیشتر از 0.1 ثانیه می‌باشد پس می‌تواند این صدا را تشخیص دهد.

پژواک

اگر صوت حاصل از یک منبع صوتی به مانعی برخورد کرده و بازگردد و مجدداً به گوش شنونده‌ای برسد، این صوت را پژواک می‌گوییم. چنانچه تأخیر زمانی بین لحظه تولید صوت و لحظه بازگشت مجدد صوت به گوش شنونده، کمتر از 0.1 ثانیه باشد، گوش نمی‌تواند صوت برگشتی را از صوت اصلی اولیه تمیز دهد.

مثال

اگر تندی انتشار صوت $340 \frac{m}{s}$ باشد، کوتاه‌ترین فاصله بین یک شخص ساکن و یک دیوار چند متر باشد تا گوش شخص بتواند پژواک صوت را از صدای اصلی تفکیک نماید؟

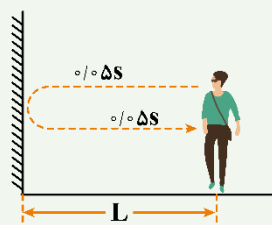
پاسخ تشریحی:

بایستی مدت زمان رفت و برگشت صوت و رسیدن مجدد آن به گوش شنونده حداقل 0.1 ثانیه باشد.

پس صوت باید ظرف مدت 0.05 ثانیه فاصله شخص تا دیوار را رفته و در همین مدت این فاصله را بازگردد.

با توجه به ثابت بودن تندی صوت می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v \Delta t \rightarrow L = 340 \times 0.05 = 17 \text{ m}$$



گروه آموزشی ماز

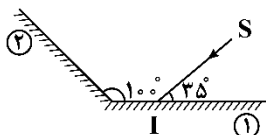
۴۴- مطابق شکل زیر، پرتو SI به آینه (۱) می‌تابد. زاویه بین امتداد پرتوی بازتاب نهایی و امتداد پرتوی SI چند درجه است؟

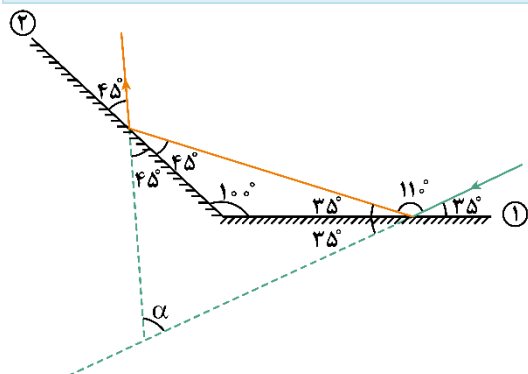
(۱) ۲۰

(۲) ۳۰

(۳) ۳۵

(۴) ۴۵





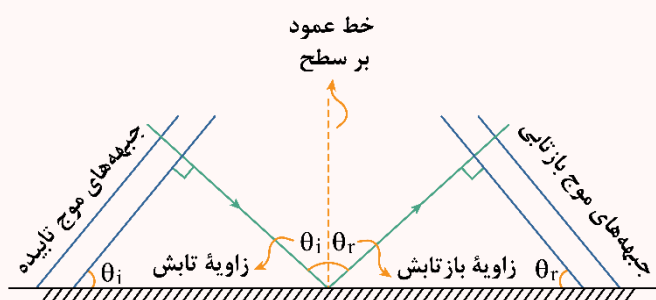
با دانستن این نکته که زاویه تابش و بازتابش پرتو در برخورد با سطح یکسان است، مسیر حرکت پرتو تا بازتاب از آینه (۲) را رسم می‌کنیم و زوایای تابش و بازتابش پرتو از هر آینه را به‌دست می‌آوریم.

حالا با امتداد پرتو SI و پرتو بازتاب از آینه (۲) به زاویه α می‌رسیم که مقدار آن برابر است با:

$$\alpha = 180 - (2 \times 45 + 2 \times 35) = 20^\circ$$

بازتاب امواج

قانون بازتاب عمومی: در برخورد همه انواع موج به یک سطح، زاویه تابش و زاویه بازتابش باهم برابرند. پرتوی تابیده، پرتوی بازتابیده و خط عمود بر سطح، در هر تابش در یک صفحه قرار دارند.



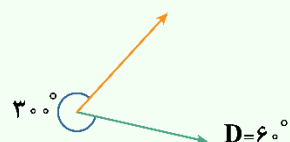
در مورد شکل بالا به دو مورد زیر توجه کنید:

- ۱- زاویه‌ای که پرتوی تابش با خط عمود بر سطح می‌سازد و زاویه‌ای که جبهه‌های موج تابشی با خود سطح می‌سازند باهم برابرند و هر دو مساوی زاویه تابش هستند.
- ۲- زاویه‌ای که پرتوی بازتابش با خط عمود بر سطح می‌سازد و زاویه‌ای که جبهه‌های موج بازتاب با خود سطح می‌سازند باهم برابرند و هر دو مساوی زاویه بازتابش هستند.

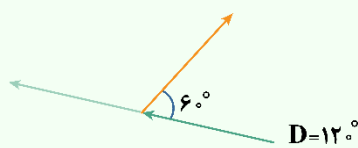
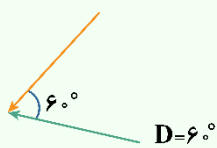
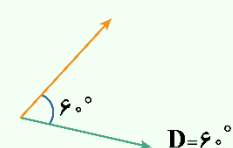
نکات مربوط به محاسبه زاویه‌ها

برای به‌دست آوردن زاویه بین دو بردار، دو قرارداد وجود دارد:

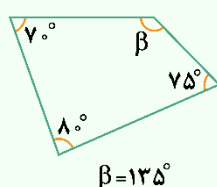
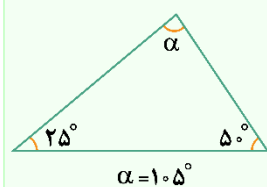
- ۱- زاویه بین دو بردار باید بین صفر و ۱۸۰ درجه باشد.



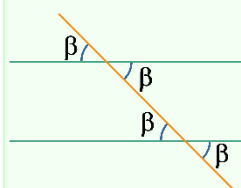
- ۲- زاویه بین دو بردار، همواره باید زاویه بین دو ابتدا یا زاویه بین دو انتها باشد.



✓ مجموع زوایای داخلی یک مثلث ۱۸۰ درجه و چهارضلعی ۳۶۰ درجه است.



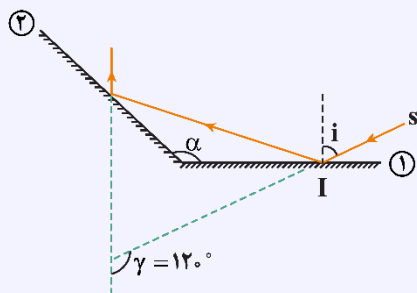
✓ اگر یک خط مورب دو خط موازی را قطع کند، زوایای متقابل به رأس، دوه‌دو باهم برابر خواهند شد.



✓ برای محاسبه زاویه انحراف پرتوی اولیه و پرتوی نهایی را ادامه می‌دهیم تا یکدیگر را قطع کنند. زاویه ساخته شده همان زاویه انحراف است.

- ۵۵- مطابق شکل زیر، پرتو SI تحت زاویه تابش i به آینه تخت (۱) می‌تابد. زاویه بین پرتو SI با پرتو بازتاب آینه (۲)، $\gamma = 120^\circ$ است. اگر زاویه i ، 20° افزایش یابد، γ چه تغییری می‌کند؟
- (۱) 40° افزایش می‌یابد.
 - (۲) 20° افزایش می‌یابد.
 - (۳) 20° کاهش می‌یابد.
 - (۴) ثابت می‌ماند.

پاسخ تشریحی:



$$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ \Rightarrow \beta + \theta = 180^\circ - \alpha$$

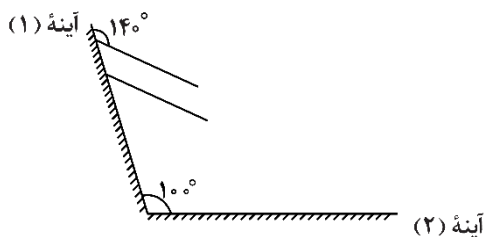
$$\gamma = 2\theta + 2\beta = 2(\theta + \beta) = 2(180^\circ - \alpha)$$

بنابراین، اندازه γ فقط به α بستگی دارد و به i و θ بستگی ندارد.

پاسخ: گزینه ۴

گروه آموزشی ماز

- ۴۵- مطابق شکل زیر، جبهه‌های موج تخت به آینه (۱) می‌تابند و در ادامه از آینه (۲) بازتاب می‌یابد. زاویه بین جبهه موج تابش به آینه (۱) با جبهه‌های موج بازتاب شده از آینه (۲) چند درجه می‌باشد؟

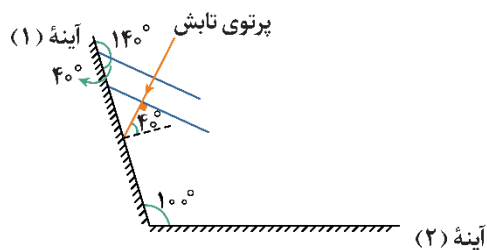


- (۱) 140°
- (۲) 120°
- (۳) 150°
- (۴) 160°

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:

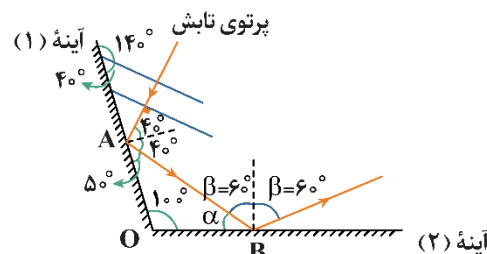


ابتدا زاویه تابش پرتوی تابیده شده به آینه (۱) را به دست می‌آوریم. دقت کنید که زاویه جبهه موج با سطح آینه (۱)، همان زاویه تابش پرتوی تابیده شده به آینه (۱) می‌باشد:

$$\theta_1 = 40^\circ$$

زاویه تابش در برخورد پرتو با آینه (۱)

گام دوم:



پرتوی موج پس از بازتاب از آینه (۱) به سطح آینه (۲) برخورد می‌کند و از آن نیز بازتاب پیدا می‌کند و از مجموعه دو آینه خارج می‌شود. در هر برخورد پرتو با سطح آینه طبق قانون بازتاب عمومی، زاویه تابش با بازتاب برابر می‌باشد. مسیر پرتو را می‌توان مطابق شکل زیر رسم کرد:

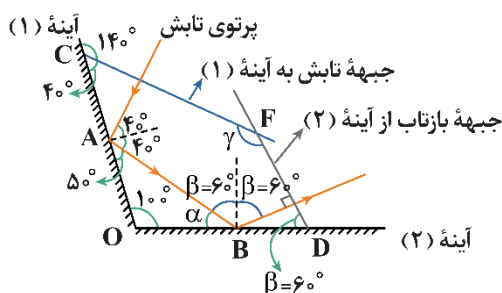
$$\alpha + 50 + 100 = 180 \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

(مجموع زوایای داخلی مثلث AOB می‌باشد.)

مجموع زاویه α و β برابر 90° درجه می‌باشد، پس:

$$\alpha + \beta = 90^\circ \xrightarrow{\alpha = 30^\circ} \beta = 60^\circ$$

گام سوم:



خواسته سؤال زاویه بین جبهه بازتاب موج از آینه (۲) با جبهه موج تابش از آینه (۱) می باشد، پس جبهه موج را رسم می کنیم تا در نقطه F همدیگر را قطع کنند. همچنین دقت کنید که زاویه بازتاب از آینه (۲) همان زاویه جبهه موج بازتاب با آینه (۲) می باشد.

گام آخر:

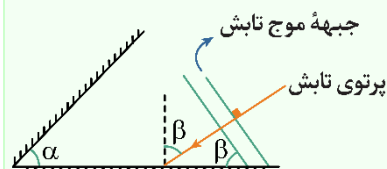
در چهارضلعی CODF، مجموع زوایای داخلی 360° می باشد، پس داریم:

$$40^\circ + 100^\circ + 6^\circ + \hat{\gamma} = 360^\circ \Rightarrow \hat{\gamma} = 16^\circ$$

نکته

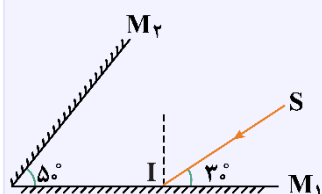
در سؤالات بازتاب امواج نوری از آینه به چند نکته توجه کنیم:

- ۱- همواره زاویه تابش و بازتاب باهم برابر هستند.
- ۲- زاویه جبهه موج نوری با سطح آینه همان زاویه تابش (بازتاب) می باشد.



کنکور سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۵۷- در شکل مقابل، امتداد پرتوی نور بازتابیده از آینه M_2 با امتداد پرتوی SI، زاویه چند درجه می سازد؟



۴۰ (۱)

۷۰ (۲)

۱۰۰ (۳)

۱۱۰ (۴)

پاسخ تشریحی:

هنگامی که زاویه بین آینه ها کمتر از 90° باشد، زاویه انحراف پرتو، ۲ برابر زاویه بین آینه ها است و ربطی به زاویه تابش ندارد.

$$\hat{D} = 2\alpha = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$$

پاسخ: گزینه ۳

گروه آموزشی ماز

۴۶- وقتی یک باریکه لیزر را به دیوار کلاس می تابانیم، همه دانش آموزان نقطه رنگی ایجاد شده روی دیوار را می بینند. دلیل آن بازتابش نور از دیوار است، زیرا ابعاد ناهمواری های دیوار از طول موج نور لیزر بسیار است.

(۴) نامنظم - بزرگتر

(۳) نامنظم - کوچکتر

(۲) منظم - بزرگتر

(۱) منظم - کوچکتر

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

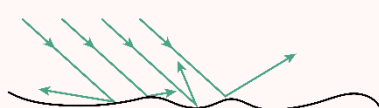
علت دیده شدن اجسام یا نور لیزر توسط همه افراد کلاس، بازتابش نامنظم نور از دیوار است تا نور در همه جهات بازتاب شود و به چشم افراد برسد. بازتابش نامنظم زمانی روی می دهد که ابعاد ناهمواری های سطح بسیار بزرگتر از طول موج نور باشند.

بازتاب امواج

۱- بازتاب منظم (آینه ای): با تاباندن یک دسته پرتوی موازی به یک سطح هموار، پرتوهای بازتاب نیز موازی با یکدیگرند.



۲- بازتاب نامنظم (پخشنده): با تاباندن یک دسته پرتوی موازی به یک سطح ناهموار، پرتوهای بازتاب در جهات مختلف پخش می شوند.



تذکر

اگر ناهمواری های سطح بزرگتر از طول موج نور تابیده باشند، سطح، ناهموار و اگر کوچکتر باشند سطح، هموار است.

گروه آموزشی ماز

۴۷- موج عرضی سینوسی از قسمت ضخیم طناب به قسمت نازک آن وارد می‌شود. چند مورد از عبارتهای زیر در مورد این پدیده درست است؟
الف: فاصله دو دره مجاور در این موج کاهش می‌یابد.
ب: بسامد موج تغییر نمی‌کند.
پ: تندی موج کاهش می‌یابد.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

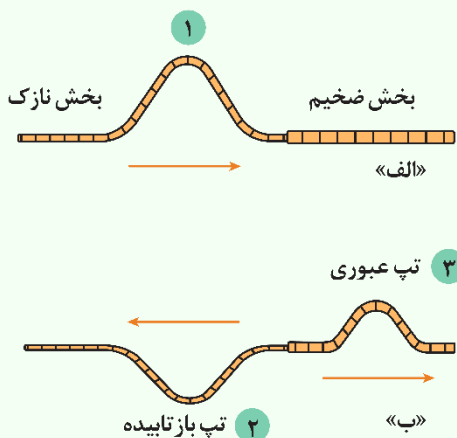
با عبور موج از قسمت ضخیم طناب به قسمت نازک با توجه به رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، چون چگالی خطی جرم (μ) کاهش می‌یابد پس تندی انتشار افزایش می‌یابد.
«پ» (×) می‌توان نتایج زیر را بیان کرد:

(۱) بسامد موج وابسته به چشمه موج می‌باشد و تغییر نمی‌کند «ب» (✓)

(۲) طبق رابطه $\frac{v_{\text{ضخیم}}}{\lambda_{\text{نازک}}} = \frac{\lambda_{\text{ضخیم}}}{\lambda_{\text{نازک}}}$ ، می‌توان نتیجه گرفت چون $v_{\text{نازک}} > v_{\text{ضخیم}}$ می‌باشد، پس $\lambda_{\text{نازک}} > \lambda_{\text{ضخیم}}$ می‌باشد و چون فاصله دو دره مجاور همان λ (طول موج) می‌باشد «الف» (×).



اگر در یک طناب که دو بخش ضخیم و نازک دارد، تپی ایجاد کنیم، با رسیدن تپ به مرز جدایی، بخشی از موج فرودی بازتاب و بخشی دیگر از مرز عبور می‌کند.



در مورد نحوه بازتاب و عبور تپ به نکات زیر توجه کنید:

۱- نیروی کشش طناب در کل طناب ثابت است:

$$F_1 = F_2 = F_3$$

۱- چگالی خطی جرم در قسمت ضخیم طناب بیش‌تر است:

$$\mu_1 = \mu_2 < \mu_3$$

۳- با توجه به موارد (۱) و (۲) تندی تپ در قسمت ضخیم، کمتر است.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\substack{F_1=F_2=F_3 \\ \mu_1=\mu_2<\mu_3}} v_1 = v_2 > v_3$$

۴- چون بسامد به چشمه موج بستگی دارد، پس بسامد، ثابت می‌ماند.

$$f_1 = f_2 = f_3$$

۵- چون f ثابت است، طول موج با تندی، رابطه مستقیم دارد، پس طول موج قسمت ضخیم، کمتر است.

$$\begin{cases} f_1 = f_2 = f_3 \\ v_1 = v_2 > v_3 \end{cases} \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f}} \lambda_1 = \lambda_2 > \lambda_3$$

۶- هر چه قسمت دوم ضخیم‌تر باشد، انرژی کمتری عبور می‌کند و انرژی بیش‌تری باز می‌تابد.

گروه آموزشی ماز

۴۸- ضریب شکست شیشه و آب به ترتیب $\frac{4}{3}$ و $\frac{5}{3}$ است. اگر نوری به‌طور مایل از شیشه به مرز آب با شیشه بتابد و وارد آب شود، طول موج آن چند برابر می‌شود؟

$\frac{1}{5}$ (۴)

$\frac{5}{8}$ (۳)

$\frac{4}{5}$ (۲)

$\frac{5}{4}$ (۱)

طبق رابطه $v = \frac{c}{n}$ ، رابطه‌ای برای طول موج امواج الکترومغناطیسی در یک محیط با ضریب شکست n پیدا می‌کنیم.

$$\begin{cases} \lambda = \frac{v}{f} \\ v = \frac{c}{n} \end{cases} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{nf}$$

بنابراین طول موج با ضریب شکست محیط رابطه عکس دارد و می‌توان نوشت:

$$\frac{\lambda_{\text{آب}}}{\lambda_{\text{شیشه}}} = \frac{n_{\text{شیشه}}}{n_{\text{آب}}} \Rightarrow \frac{\lambda_{\text{آب}}}{\lambda_{\text{شیشه}}} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{5}{4}$$

بنابراین با عبور نور از شیشه به آب، طول موج آن $\frac{5}{4}$ برابر می‌شود.

شکست امواج الکترومغناطیسی

امواج الکترومغناطیسی نیز با گذر از یک محیط به محیط دیگر شکست پیدا می‌کنند. به همین دلیل برای هر محیط ضریب شکست را به صورت زیر تعریف می‌کنند:

$$n = \frac{c}{v}$$

$$v \leftarrow \text{تندی نور در محیط } \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$n: \text{ضریب شکست} \quad \text{تندی نور در خلأ } (c) \approx 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$$



نکته

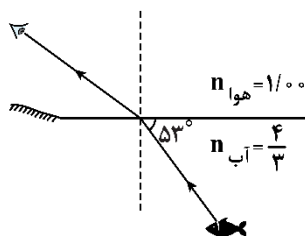
۱- n همواره بزرگتر یا مساوی ۱ و بدون یکا است.

۲- ضریب شکست محیط با تندی موج در آن محیط رابطه عکس دارد:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

گروه آموزشی ماز

۴۹- مطابق شکل، پرتوی نوری که از ماهی به چشمان شخص می‌رسد، تحت زاویه 53° به مرز آب و هوا برخورد کرده است. میزان انحراف این پرتو چند درجه است؟ ($\sin 53^\circ = 0.8$, $\sin 37^\circ = 0.6$)



۱۶ (۱)

۲۳ (۲)

۷ (۳)

۵۳ (۴)

گام اول:

قانون شکست اسنل را می‌نویسیم و θ_2 را محاسبه می‌کنیم. دقت کنید زاویه تابش برابر $37^\circ = 90^\circ - 53^\circ$ است.

$$n_{\text{آب}} \sin \theta_{\text{آب}} = n_{\text{هوا}} \sin \theta_{\text{هوا}}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} \times \sin 37^\circ = 1 \sin \theta_{\text{هوا}} \Rightarrow \sin \theta_{\text{هوا}} = 0.8 \Rightarrow \theta_{\text{هوا}} = 53^\circ$$

گام آخر:

برای محاسبه میزان انحراف پرتو، کافایت اختلاف زاویه تابش و زاویه شکست را به دست آوریم:

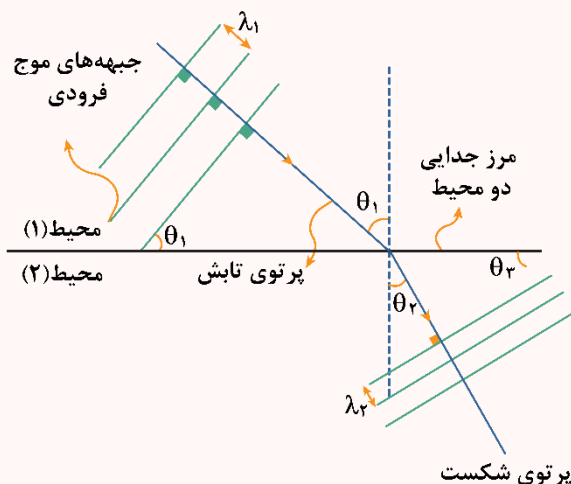
$$D = 53^\circ - 37^\circ = 16^\circ$$

دام تستی

اگر گزینه (۴) رو زدی عجله کردی! سؤال میزان انحراف رو می‌خواد، نه زاویه شکست.

شکست موج

هنگامی که پرتوهای نور از یک محیط وارد محیط دیگری می‌شوند، به دلیل تغییر در تندی انتشار موج، از مسیر حرکت خود منحرف می‌شوند. همچنین تندی موج و طول موج تغییر پیدا می‌کنند. روابط بین این کمیت‌ها به صورت زیر است:



$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

قانون شکست اسنل
قانون شکست عمومی

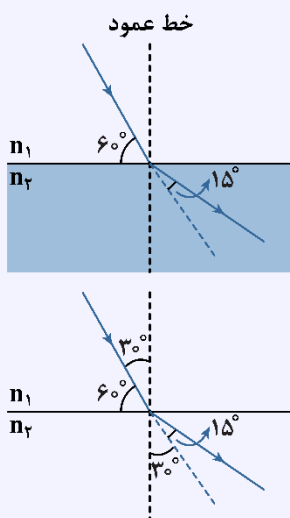
با توجه به رابطه بالا، اگر ضریب شکست محیط دوم از محیط اول بیش‌تر باشد ($n_2 > n_1$)، پرتوی شکست به خط عمود نزدیک می‌شود و برعکس.

تذکر

در حالت خاص، اگر پرتوی موج عمود بر سطح جدایی دو محیط بتابد، بدون انحراف وارد محیط دوم می‌شود.

کنکور سراسری ریاضی ۱۳۹۹

۵۶- مطابق شکل زیر، پرتوی نوری از محیط (۱) وارد محیط (۲) می‌شود. طول موج نور در محیط (۲) چند برابر طول موج نور در محیط (۱) است؟



- (۱) $\sqrt{2}$
- (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۳) ۲
- (۴) $\frac{1}{2}$

پاسخ تشریحی:

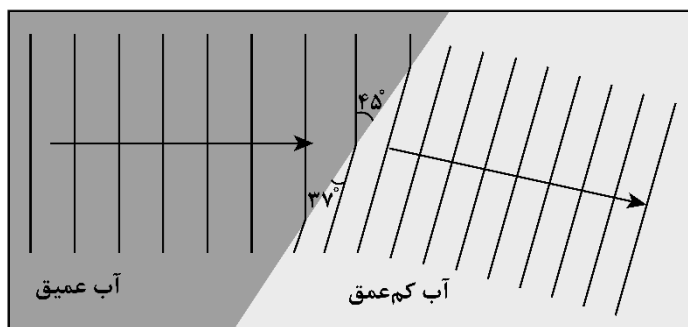
با توجه به شکل، $\theta_1 = 30^\circ$ و $\theta_2 = 45^\circ$:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \xrightarrow{\lambda \propto \frac{1}{n}} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} = \sqrt{2}$$

پاسخ: گزینه ۱

گروه آموزشی ماز

۵۰- شکل زیر جبهه‌های امواج سطحی آب را نشان می‌دهد که با تندی $5 \frac{m}{s}$ در قسمت عمیق حرکت می‌کنند و به سمت قسمت کم‌عمق می‌روند. تندی انتشار این امواج در قسمت کم‌عمق چند متر بر ثانیه است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)



- (۱) $3\sqrt{2}$
- (۲) $6\sqrt{2}$
- (۳) ۳
- (۴) ۶

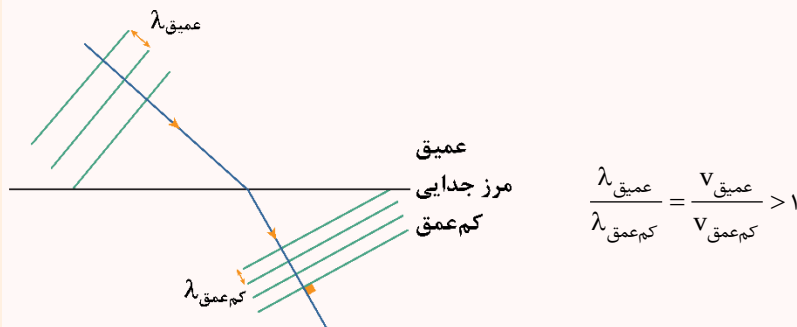
زاویه‌ای که جبهه‌های موج تابش و شکست با مرز جدایی دو محیط می‌سازند، با زاویه تابش و شکست برابر است، در نتیجه زاویه تابش برابر $\theta_1 = 45^\circ$ و زاویه شکست برابر $\theta_2 = 37^\circ$ است. با استفاده از قانون شکست عمومی می‌توان نوشت:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\sin 37^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{v_2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{0.6}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{v_2}{5} \Rightarrow v_2 = 3\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

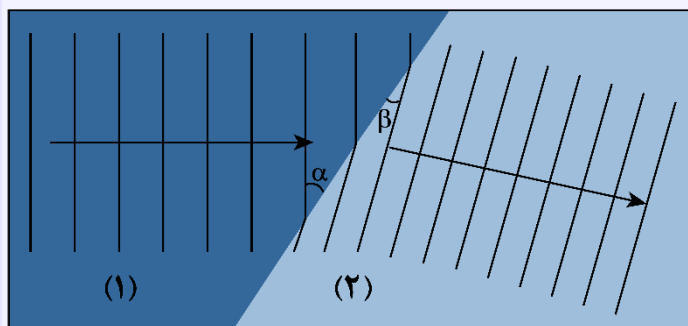
شکست موج سطحی آب

در امواج سطحی آب‌هایی با عمق کم، در قسمت کم‌عمق، تندی امواج کمتر و جبهه‌های موج به هم نزدیک‌ترند (بنابراین طول موج هم کمتر است).



کنکور سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۱

۵۹- شکل زیر، ورود موج از محیط (۱) به (۲) را نشان می‌دهد. اگر $\alpha = 37^\circ$ و $\beta = 30^\circ$ باشد، نسبت سرعت انتشار موج در محیط (۱) به سرعت انتشار موج در محیط (۲) چقدر است؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$)



- (۱) $\frac{1}{3} \sqrt{\frac{3}{2}}$
- (۲) $\frac{5}{6}$
- (۳) $\frac{5\sqrt{3}}{8}$
- (۴) $\frac{6}{5}$

پاسخ تشریحی:

زاویه‌ای که جبهه‌های موج تابش و شکست با مرز جدایی دو محیط می‌سازند، برابر زوایای تابش و شکست است.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin 37^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{0.6}{0.5} = \frac{6}{5}$$

پاسخ: گزینه ۴

گروه آموزشی ماز

۵۱- یک دسته پرتو از امواج الکترومغناطیسی به‌طور مایل از هوا وارد شیشه می‌شود. کدام گزینه ضریب شکست شیشه برای این امواج را به‌درستی مقایسه کرده است؟

- (۱) $n_{\text{ایکس}} > n_{\text{نور زرد}} > n_{\text{میکروموج}} > n_{\text{فروسرخ}}$
- (۲) $n_{\text{فروسرخ}} > n_{\text{نور زرد}} > n_{\text{میکروموج}} > n_{\text{ایکس}}$
- (۳) $n_{\text{میکروموج}} > n_{\text{فروسرخ}} > n_{\text{نور زرد}} > n_{\text{ایکس}}$
- (۴) $n_{\text{ایکس}} > n_{\text{نور زرد}} > n_{\text{فروسرخ}} > n_{\text{میکروموج}}$

گام اول:

هرچه بسامد موج بیشتر باشد، ضریب شکست آن نیز بیشتر خواهد بود.

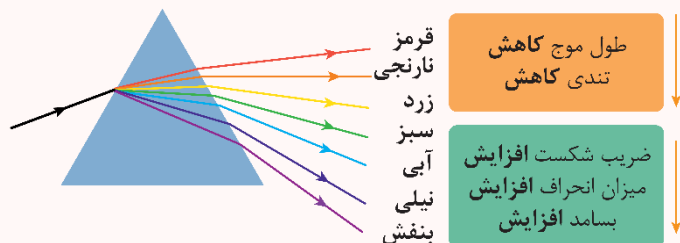
گام آخر:

ترتیبی که در گزینه (۳) از امواج الکترومغناطیسی آورده شده است، به‌ترتیب افزایش بسامد و میزان شکست آن‌ها می‌باشد.

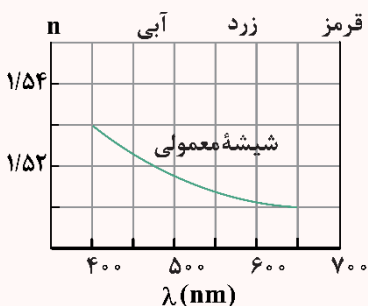
به طور کلی در طیف امواج مغناطیسی (به ترتیب بسامد) داریم:
 > نور سبز > نور آبی > نور نیلی > بنفش > فرابنفش > ایکس > گاما
 رادیویی > میکروموج > فروسرخ > نور قرمز > نور نارنجی > نور زرد

پاشندگی نور

اگر باریکه نور سفید از هوا بر یک سطح شیشه‌ای فرود، آید بر اثر شکست نور، مؤلفه‌های سازنده باریکه نور سفید هرکدام به میزان متفاوتی خم می‌شوند که البته این تفاوت چندان محسوس نیست. برای افزایش جدایی رنگ‌ها در پاشندگی نور، معمولاً از یک منشور با سطح مقطع مثلثی استفاده می‌کنیم. پاشندگی ناچیز در سطح اول، سپس با پاشندگی در سطح دوم افزایش می‌یابد و مؤلفه‌های رنگی نور سفید به طور محسوسی از هم جدا می‌شوند.



وقتی باریکه نور سفید خورشید به وجهی از یک منشور می‌تابد، در عبور از منشور به رنگ‌های مختلفی تجزیه می‌شود. دلیل این پدیده آن است که ضریب شکست هر محیطی به جز خلأ به طول موج نور بستگی دارد؛ یعنی وقتی باریکه نوری شامل پرتوهایی با طول موج‌های مختلف باشد، این پرتوها هنگام عبور از مرز دو محیط در زاویه‌های مختلفی شکسته می‌شوند. به این پخش‌شدگی نور، پاشندگی نور می‌گویند.



معمولاً ضریب شکست یک محیط معین برای طول موج‌های کوتاه‌تر بیش‌تر است. نمودار مقابل این وابستگی ضریب شکست به طول موج نور را برای شیشه معمولی نشان می‌دهد. با توجه به این نمودار اگر مثلاً دو باریکه نور آبی و قرمز با زاویه تابش یکسانی از هوا وارد شیشه شوند، باریکه آبی بیش‌تر از باریکه قرمز خم می‌شود.

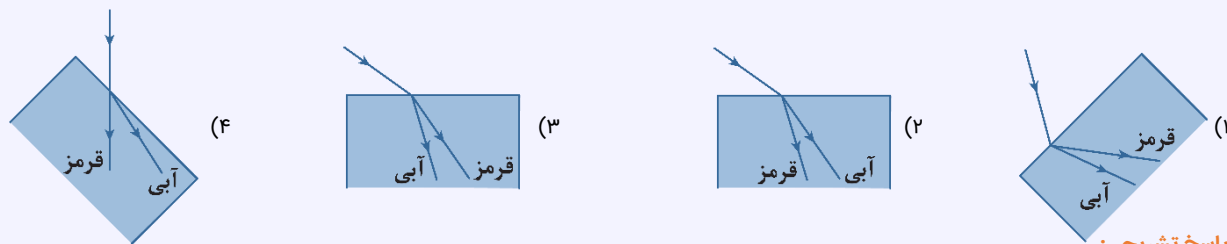
ضریب شکست یک محیط افزون بر جنس محیط به طول موج (رنگ) نور تابیده به آن هم بستگی دارد.

سؤال) آیا همیشه وقتی نور سفید شکست پیدا می‌کند، رنگ‌های سازنده‌اش از هم جدا می‌شوند؟ (مثلاً نوری که از تیغه شیشه‌ای عبور می‌کند آیا در طرف دیگر تیغه پاشندگی نور را مشاهده خواهیم کرد؟)

پاسخ) بله همین‌طور است البته باید توجه کنید که اختلاف ضریب شکست یک محیط شفاف برای رنگ‌های مختلف بسیار جزئی است و به همین دلیل اغلب پاشندگی نور به اندازه‌ای نیست که بتوان با چشم آن را مشاهده کرد به همین خاطر است که در عمل برای وضوح پاشندگی نور از یک منشور شیشه‌ای با سطح مقطع مثلثی استفاده در شکل بالا دیدید که با دو بار شکست نور هنگام ورود به منشور و خروج از آن رنگ‌های سازنده آن به خوبی از هم جدا شده‌اند.

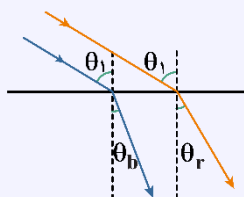
کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۱

۶۱- در شکل‌های زیر، پرتوی فرودی که شامل نورهای آبی و قرمز است، از هوا وارد شیشه می‌شود. کدام شکل، شکستی را نشان می‌دهد که از لحاظ فیزیکی ممکن است؟



پاسخ تشریحی:

ضریب شکست شیشه برای نور آبی بیش‌تر از ضریب شکست شیشه برای نور قرمز است و نور آبی بیش‌تر از مسیر اولیه منحرف می‌شود. برای اثبات، مطابق شکل زیر، پرتوهای آبی و قرمز را جداگانه رسم می‌کنیم.



$$n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b \quad (1)$$

$$n_a \sin \theta_a = n_r \sin \theta_r \quad (2)$$

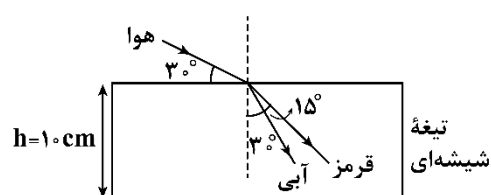
$$(1) = (2) \rightarrow n_b \sin \theta_b = n_r \sin \theta_r \xrightarrow{(n_b > n_r)} \theta_b < \theta_r$$

۱- در عبور نور از محیط رقیق به محیط غلیظ (مثلاً از هوا به شیشه)، پرتوهای نور به خط عمود نزدیک می‌شوند.

۲- هرچه طول موج نور بیش‌تر باشد، ضریب شکست شیشه برای آن کمتر است و پرتوی نور کمتر منحرف می‌شود. مثلاً پرتوی قرمز کمتر از پرتوی آبی منحرف می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳

۵۲- مطابق شکل، پرتوی نوری مرکب از دو نور قرمز و آبی از هوا به یک تیغه شیشه‌ای می‌تابد و به دلیل متفاوت بودن ضریب شکست شیشه برای نور قرمز و آبی، این دو نور از هم جدا و از سمت مقابل خارج می‌شوند. این دو پرتو با چه اختلاف زمانی بر حسب نانوثانیه از تیغه شیشه‌ای خارج می‌شوند؟



$$(n_{\text{هوا}} = 1, c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \sqrt{3} = 1.7, \sqrt{2} = 1.4)$$

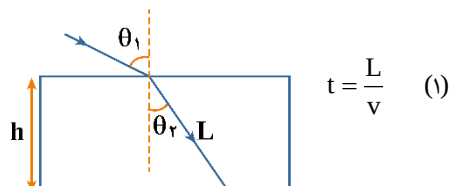
- (۱) ۰/۱
(۲) ۱
(۳) صفر
(۴) ۰/۳

(سخت - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

ابتدا رابطه کلی زمان ورود تا خروج پرتو در تیغه شیشه‌ای را به دست می‌آوریم:



L : طول مسیری که پرتو در تیغه طی می‌کند.

v : تندی پرتو در تیغه شیشه‌ای

با توجه به هندسه مسئله و همچنین قانون عمومی شکست می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{aligned} \cos \theta_r &= \frac{h}{L} \Rightarrow L = \frac{h}{\cos \theta_r} \quad (1) \\ \frac{v}{c} &= \frac{\sin \theta_r}{\sin \theta_1} \Rightarrow v = \frac{\sin \theta_r}{\sin \theta_1} c \quad (2) \\ \xrightarrow{(1), (2)} t &= \frac{L}{v} = \frac{\frac{h}{\cos \theta_r}}{\frac{\sin \theta_r}{\sin \theta_1} c} = \frac{\sin \theta_1 h}{\sin \theta_r \cos \theta_r c} = \frac{2 \sin \theta_1 h}{\sin 2\theta_r c} \end{aligned}$$

گام دوم:

اکنون زمان لازم برای خروج پرتوهای قرمز و آبی از تیغه را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} t_{\text{آبی}} &= \frac{2 \sin \theta_1 h}{\sin 2\theta_r c} \quad \theta_1 = 60^\circ, h = 0.01 \text{ m} \quad \theta_r = 30^\circ, c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow t_{\text{آبی}} = \frac{2 \sin 60^\circ \times 0.01}{\sin(2 \times 30^\circ) \times 3 \times 10^8} = \frac{0.02}{3 \times 10^8} = \frac{2}{3} \times 10^{-9} \text{ s} = \frac{2}{3} \text{ ns} \\ t_{\text{قرمز}} &= \frac{2 \sin \theta_1 h}{\sin 2\theta_r c} \quad \theta_1 = 60^\circ, h = 0.01 \text{ m} \quad \theta_r = 45^\circ, c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow t_{\text{قرمز}} = \frac{2 \sin 60^\circ \times 0.01}{\sin(2 \times 45^\circ) \times 3 \times 10^8} = \frac{\sqrt{3} \times 0.01}{3 \times 10^8} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 10^{-9} \text{ s} = \frac{1.7}{3} \text{ ns} = \frac{17}{30} \text{ ns} \end{aligned}$$

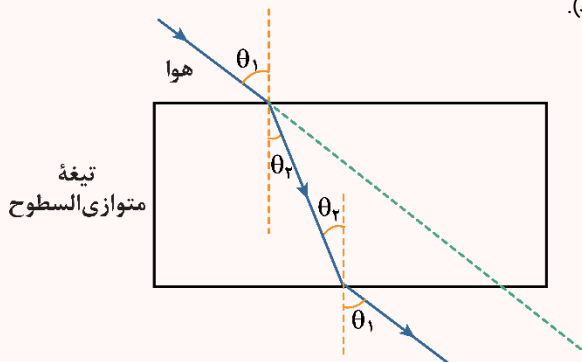
گام آخر:

در نهایت خواسته سؤال یعنی اختلاف زمان خروج دو پرتوی آبی و قرمز را به دست می‌آوریم:

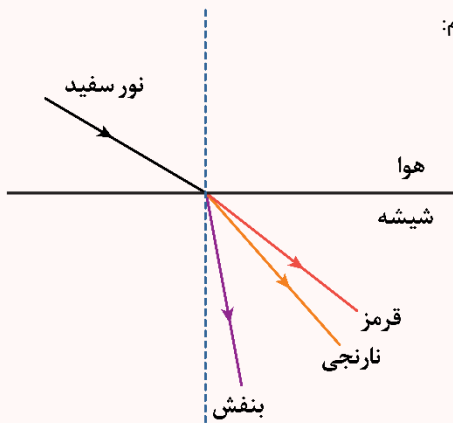
$$t_{\text{آبی}} - t_{\text{قرمز}} = \left(\frac{2}{3} - \frac{17}{30} \right) \text{ ns} = \frac{1}{10} \text{ ns}$$

تیغه متوازی السطوح

هرگاه نور از یک محیط شفاف مانند هوا وارد محیط شفاف دیگری به نام تیغه متوازی السطوح شود، به هنگام ورود به و همچنین خروج از تیغه در مرزها شکسته می‌شود. در این حالت پرتوی ورودی و پرتوی خروجی از تیغه باهم موازی‌اند (فقط اندکی جابه‌جا می‌شوند).



ضربش شکست (n) یک محیط شفاف، برای طول موجهای مختلف متفاوت است. هرچه طول موج یک نور تابشی بیش‌تر باشد، ضریب شکست محیط برای آن کم‌تر است و انحراف کم‌تری پیدا می‌کند.
بنابراین اگر یک نور ترکیبی مانند نور سفید را به مرز جدایی دو محیط بتابانیم، چنین وضعیتی را مشاهده می‌کنیم:



گروه آموزشی ماز

۵۳- پرتوی نور تک‌رنگی با زاویه 53° از هوا به سطح یک محیط شفاف می‌تابد. قسمتی از این پرتو وارد محیط شده و شکسته می‌شود و قسمتی از آن نیز از سطح جداکننده هوا و محیط بازتاب می‌گردد. اگر زاویه بین پرتو شکست و پرتو بازتاب 97° باشد، ضریب شکست محیط شفاف کدام است؟
($n_{\text{hوا}} = 1$, $\cos 53^\circ = 0.6$)

۱/۶ (۴)

۱/۲ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

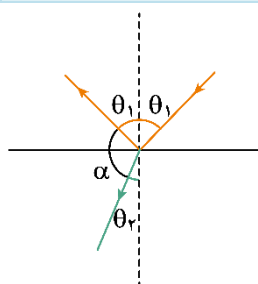
$\frac{5}{8}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:

مطابق شکل زیر، ابتدا زاویه پرتوی شکست را می‌یابیم:



$$\begin{cases} \theta_1 = 53^\circ \\ \alpha = 97^\circ \\ \alpha = 180^\circ - (\theta_1 + \theta_r) \end{cases} \Rightarrow \alpha = 180^\circ - (\theta_1 + \theta_r) \Rightarrow 97 = 180^\circ - (53^\circ + \theta_r) \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

گام آخر:

با استفاده از رابطه شکست عمومی، ضریب شکست محیط شفاف را می‌یابیم:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_r} \Rightarrow \frac{n_2}{1} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{0.8}{0.5} \Rightarrow n_2 = 2 \times 0.8 = 1.6$$

گروه آموزشی ماز

۵۴- مطابق شکل اگر در فاصله مناسبی از یک رشته پلکان بلند بایستید و یک بار کف بزنید، پژواکی بیش‌تر از یک صدای برهم زدن دست می‌شنوید. این پژواک‌ها به‌صورت دوره‌ای تکرار می‌شوند و می‌توان بسامدی برای تکرار آن‌ها در نظر گرفت. اگر عرض کف پله‌ها 40 cm و سرعت صوت $320 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ فرض شود، بسامد تکرار پژواک‌ها چند هرتز است؟



تصویری از معبد کوکولکان

۱۰۰ (۱)

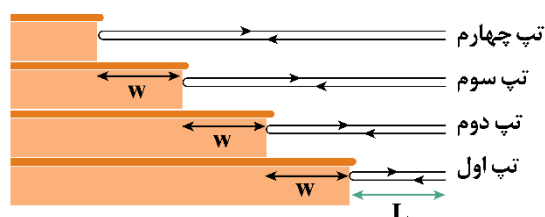
۲۰۰ (۲)

۸۰۰ (۳)

۴۰۰ (۴)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۴



$$\begin{aligned} \Delta x &= 2L + 2w + 2w + 2w \\ \Delta x &= 2L + 2w + 2w + 2w \\ \Delta x &= 2L + 2w + 2w \\ \Delta x &= 2L + 2w \end{aligned}$$

اگر فاصله از پلکان به حد کافی زیاد باشد به‌طوری که بتوان مانند شکل مقابل مسیر تپ‌های متوالی را تقریباً موازی در نظر گرفت بسامد ثابتی برای رشته تپ‌های متوالی درک می‌کنید.

با توجه به شکل فاصله زمانی بین تپ‌های صوتی بازتابیده از پله‌ها به دلیل پیمودن مسافت $2w$ است؛ که این فاصله زمانی، دوره تپ‌های پی‌درپی‌ای است که شخص دریافت می‌کند (زمان دریافت هر تپ را دوره تناوب در نظر می‌گیریم).

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x=2w, \Delta t=T} v = \frac{2w}{T} \Rightarrow T = \frac{2w}{v} \xrightarrow{f=\frac{1}{T}} f = \frac{v}{2w}$$

$$\Rightarrow f = \frac{320}{2 \times 0.4} = 400 \text{ Hz}$$

گروه آموزشی ماز

۵۵- پرتوی نور فرابنفش در خلأ از یک شکاف به پهنای a عبور کرده و دچار پراش می‌شود. کدام پرتوی زیر اگر در همین شرایط از این شکاف عبور کند دچار پراش کم‌تری می‌شود؟

(۴) گاما

(۳) امواج رادیویی

(۲) میکروموج

(۱) فروسرخ

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

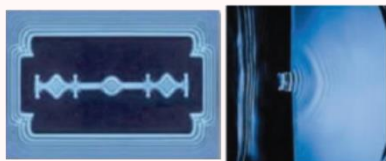
می‌دانیم هرچه نسبت طول موج به پهنای شکاف $(\frac{\lambda}{a})$ کم‌تر باشد، پراش کم‌تری رخ می‌دهد.

$$\lambda_{\text{گاما}} > \lambda_{\text{فروسرخ}} > \lambda_{\text{میکروموج}} > \lambda_{\text{رادیویی}}$$

بنابراین نسبت $\frac{\lambda}{a}$ برای پرتوی گاما از سایر موارد کم‌تر بوده و پراش کم‌تری را تجربه خواهد کرد.

پراش

اگر در مسیر پیش‌روی یک موج، مانعی قرار گیرد، بخشی از موج در برخورد به مانع توسط آن جذب یا بازتاب می‌شود و به پشت مانع نمی‌رسد؛ اما بخش دیگری از موج از لبه‌های مانع و یا شکاف‌های موجود در آن می‌گذرد. اگر ابعاد مانع یا شکاف در حدود طول موج باشد، قسمتی از موج که از لبه‌ها یا شکاف عبور می‌کند، به‌وضوح به اطراف مانع یا شکاف گسترده می‌شود. این پدیده، پراش موج نامیده می‌شود. هرچه ابعاد مانع یا شکاف به طول موج نزدیک‌تر باشد، پدیده پراش واضح‌تر رخ می‌دهد. همچنین پراش برای همه انواع موج‌ها می‌تواند رخ دهد.



✓ پراش درواقع صرفاً یک گستردگی بیش‌تر موج است و مثلاً اگر پراش نوری تکفام از یک شکاف باریک یا لبه تیز را مشاهده کنیم همواره نوارهای تاریک و روشنی به نام «نقش پراش» را موازی با لبه‌های شکاف مشاهده خواهیم کرد.

مثال

یک موج الکترومغناطیسی با بسامد 2 GHz در محیط درحال انتشار است. اگر این موج در مسیر خود به یک مانع برخورد کند، ابعاد لبه‌های مانع در حدود چند سانتی‌متر می‌تواند باشد تا موج در برخورد به این لبه‌ها به‌وضوح پراشیده شود؟ $(c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$

پاسخ تشریحی:

ابعاد لبه مانع باید در حدود طول موج باشد. پس ابتدا طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 10^9} = 0.15 \text{ m} = 15 \text{ cm}$$

پس چنانچه ابعاد لبه مانع در حدود 15 cm باشد پدیده پراش به‌وضوح رخ خواهد داد.

گروه آموزشی ماز

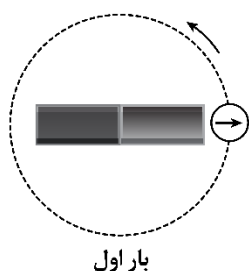
۵۶- مطابق شکل، روی سطح یک میز افقی، یک آهنربای میله‌ای و یک عقربه مغناطیسی قرار دارند. عقربه، مقابل یکی از قطب‌های آهنربا قرار دارد. بار اول، عقربه را روی مسیری دایره‌ای شکل دور آهنربا، یک دور به‌آرامی حرکت می‌دهیم و بار دوم، آهنربا را حول نقطه وسط آن، به‌آرامی یک دور می‌چرخانیم. هر دو حرکت بر روی سطح میز انجام می‌شود. عقربه در بار اول و دوم، به‌ترتیب از راست به چپ، چند درجه می‌چرخد؟

(۱) 360° و 720°

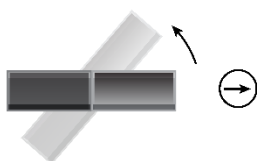
(۲) 720° و 720°

(۳) 360° و 360°

(۴) 720° و 360°



بار اول

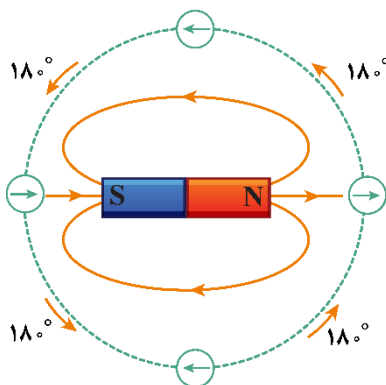


بار دوم

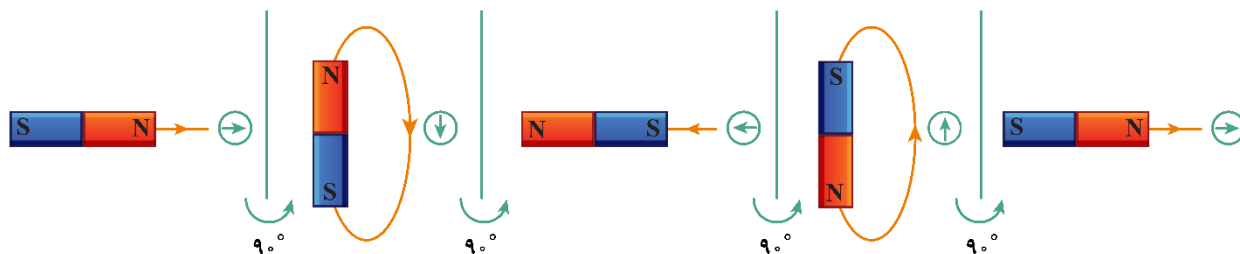
جهت عقربه مغناطیسی همواره مماس بر خط میدان مغناطیسی و در جهت آن است. طبق جهت نشان داده شده برای عقربه، خطوط میدان از سمت راست آهنربا خارج می شوند؛ بنابراین، سمت راست آهنربا قطب N و سمت چپ آن S است.

بار اول: خطوط میدان را رسم می کنیم و از روی آن جهت گیری عقربه را مشخص می کنیم.

عقربه در هر ربع دایره، 180° می چرخد؛ بنابراین با یک دور حرکت به دور آهنربا، به اندازه $4 \times 180^\circ = 720^\circ$ می چرخد.

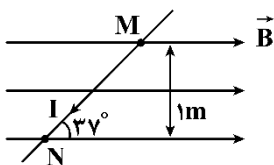


بار دوم: در هر 90° چرخش پادساعتگرد آهنربا، عقربه به اندازه 90° ساعتگرد می چرخد؛ بنابراین، با یک دور چرخش آهنربا، عقربه به اندازه $4 \times 90^\circ = 360^\circ$ می چرخد.



گروه آموزشی ماز

۵۷- در شکل زیر، سیمی حامل جریان $2A$ در میدان مغناطیسی یکنواخت $200G$ قرار دارد. نیروی مغناطیسی وارد بر قسمت MN از سیم چند نیوتون و در چه جهتی است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)

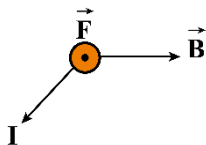


- (۱) $2/4 \times 10^{-2}$ و $\odot$
- (۲) $2/4 \times 10^{-2}$ و $\otimes$
- (۳) 4×10^{-2} و $\odot$
- (۴) 4×10^{-2} و $\otimes$

$$F = ILB \sin \theta$$

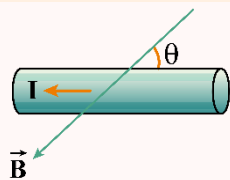
در شکل، اندازه $L \sin \theta$ ، ۱ متر داده شده است.

$$F = 2 \times 1 \times 200 \times 10^{-4} = 4 \times 10^{-2} N$$



با توجه به قاعده دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم برون سو خواهد بود.

اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان



$$F_B = ILB \sin \theta$$

I: جریان عبوری از سیم

B: اندازه میدان مغناطیسی یکنواخت

F: اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

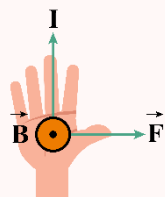
L: طول بخشی از سیم رسانا که در میدان مغناطیسی قرار دارد.

θ : زاویه ای که امتداد سیم با خطوط میدان مغناطیسی می سازد.

جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

قاعده دست راست

دست راست خود را طوری نگه داریم که انگشتان باز شده ما در جهت جریان الکتریکی باشد به گونه‌ای که وقتی آن‌ها را در جهت چرخش طبیعی انگشتان خم کنیم در جهت میدان مغناطیسی قرار بگیرد. در این حالت انگشت شست ما در جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم خواهد بود.

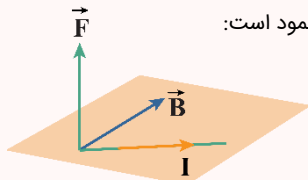


B: کف دست راست در جهت میدان مغناطیسی

I: چهار انگشت دست راست در جهت جریان الکتریکی

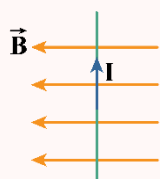
F: شست دست راست در جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم

نیروی که در میدان مغناطیسی بر سیم حامل جریان الکتریکی وارد می‌شود، بر راستای سیم و نیز بر راستای میدان مغناطیسی، عمود است:



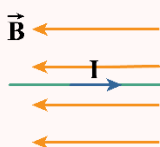
یعنی نیروی مغناطیسی بر صفحه‌ای که توسط جریان و میدان مغناطیسی تشکیل می‌شود، عمود است.

اگر سیم حامل جریان در راستای عمود بر میدان مغناطیسی قرار بگیرد، حداکثر نیروی مغناطیسی به آن وارد می‌شود.



$$\theta = 90^\circ \Rightarrow \sin \theta = 1 \Rightarrow F_m = ILB$$

اگر سیم حامل جریان در راستای میدان مغناطیسی قرار بگیرد، از طرف میدان مغناطیسی به آن نیرو وارد نمی‌شود.



$$\theta = 0^\circ \Rightarrow \sin \theta = 0 \Rightarrow F_B = 0$$

کنکور سراسری ریاضی تیرماه ۱۴۰۱

۴۳- مطابق شکل زیر، سیم مستقیمی به طول $2/4 \text{ m}$ حامل جریان $2/5 \text{ A}$ از شرق به غرب است. اندازه میدان مغناطیسی زمین در محل این سیم 5 G و جهت آن از جنوب به شمال است. اندازه و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر این سیم، کدام است؟



(۲) $3 \times 10^{-4} \text{ N}$ بالا

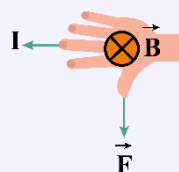
(۱) $3 \times 10^{-5} \text{ N}$ بالا

(۴) $3 \times 10^{-4} \text{ N}$ پایین

(۳) $3 \times 10^{-5} \text{ N}$ پایین

پاسخ تشریحی:

با توجه به قاعده دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم به سمت پایین است و اندازه آن برابر است با:

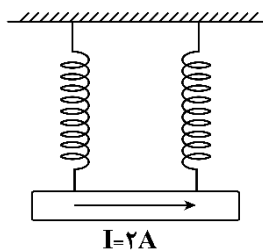


$$F = BIL \sin \theta = \underbrace{(5 \times 10^{-4})}_{\text{تبدیل گاوس به تسلا}} \times 2/5 \times 2/4 \times \underbrace{\sin 90^\circ}_{\text{زاویه راستای سیم و B}} = 3 \times 10^{-4} \text{ N}$$

پاسخ: گزینه ۴

گروه آموزشی ماز

۵۸- مطابق شکل، میله‌ای به جرم 200 g و طول 1 m به دو فنر مشابه آویخته شده است. اگر با عبور جریان 2 A از میله، نیروی وارد بر هریک از فنرها 2 N شود، میدان مغناطیسی چند تسلا و در کدام جهت است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



شود، میدان مغناطیسی چند تسلا و در کدام جهت است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) و ۱

(۲) و ۱

(۳) و ۳

(۴) موارد ۱ و ۳ می‌توانند درست باشند.

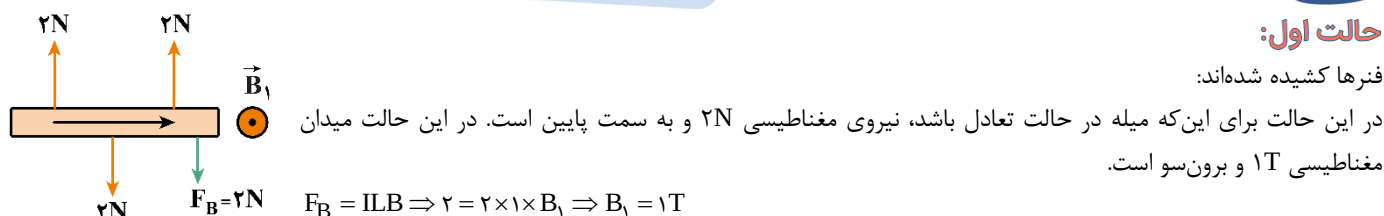
پاسخ: گزینه ۴ آزمون وی ای پی

مشخص نیست که فنرها کشیده یا فشرده شده‌اند؛ بنابراین دو حالت وجود دارد:

$$F_g = mg = 0/2 \times 10 = 2 \text{ N}$$

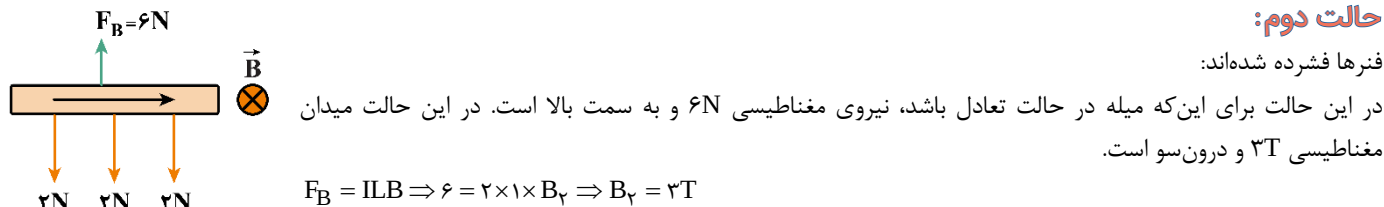
حالت اول:

فنرها کشیده شده‌اند:



حالت دوم:

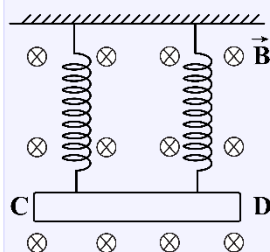
فنرها فشرده شده‌اند:



کنکور سراسری تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۶۸- مطابق شکل زیر، میله CD به جرم ۱۶۰ گرم و طول ۸۰ سانتی‌متر به دو فنر مشابه آویخته شده و در یک میدان مغناطیسی یکنواخت که اندازه آن ۰/۴ تسلا

است، به صورت افقی قرار دارد. از میله جریان چند آمپر و در چه جهتی عبور کند تا از طرف میله بر فنرها نیرویی وارد نشود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



- (۱) ۵ و از C به طرف D
- (۲) ۵ و از D به طرف C
- (۳) ۲ و از C به طرف D
- (۴) ۲ و از D به طرف C

پاسخ تشریحی:

نیروی فنرها صفر است، پس نیروی مغناطیسی وارد بر سیم به سمت بالا و هم‌اندازه نیروی وزن است:

$$F_B = mg \rightarrow BIL \sin 90^\circ = mg \rightarrow 0.4 \times I \times 0.8 \times 1 = 160 \times 10^{-3} \times 10$$

$\rightarrow I = 5A$ جهت جریان از C به D $\rightarrow$ قاعده دست راست

پاسخ: گزینه ۱

گروه آموزشی ماز

۵۹- پروتونی با تندی $4 \times 10^5 \frac{m}{s}$ درون میدان مغناطیسی یکنواختی به اندازه $850G$ در حرکت است. جهت حرکت پروتون بر جهت $\vec{B}$ عمود است. اگر

تنها این نیرو بر پروتون وارد شود، شتاب پروتون چند متر بر مربع ثانیه است؟ (بار الکتریکی پروتون $1.6 \times 10^{-19}C$ و جرم آن را $1.7 \times 10^{-27}kg$ در نظر بگیرید.)

(۴) $6/4 \times 10^{16}$

(۳) $6/4 \times 10^{12}$

(۲) $3/2 \times 10^{16}$

(۱) $3/2 \times 10^{12}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

نیروی مغناطیسی وارد بر پروتون برابر است با:

$$F = |q|vB \sin \alpha \Rightarrow F = 1.6 \times 10^{-19} \times 4 \times 10^5 \times 850 \times 10^{-4} \times \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow F = 6/4 \times 85 \times 10^{-17} N$$

گام آخر:

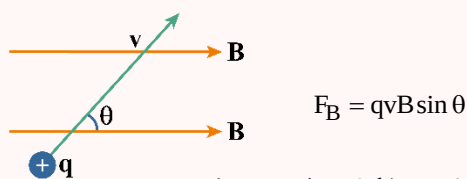
با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب را محاسبه می‌کنیم:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{6/4 \times 85 \times 10^{-17}}{1.7 \times 10^{-27}} = 3/2 \times 10^{12} \frac{m}{s^2}$$

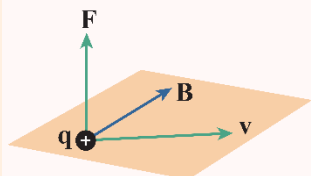
نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی

اگر ذره باردار q با سرعت v در میدان مغناطیسی B حرکت کند، از طرف میدان مغناطیسی بر آن نیروی F وارد خواهد شد که این نیرو را نیروی مغناطیسی می‌نامند.

(الف) محاسبه اندازه نیروی مغناطیسی:

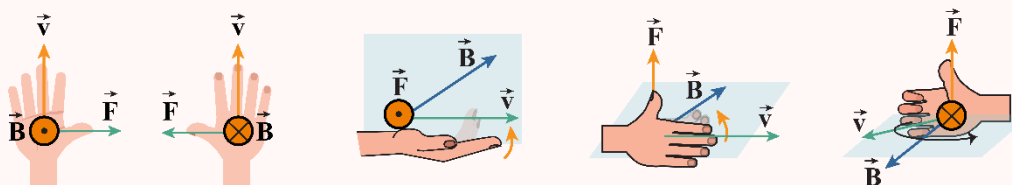


نیروی F بر هر دو بردار v و B عمود است؛ یعنی نیروی مغناطیسی بر صفحه‌ای که توسط سرعت و میدان مغناطیسی تشکیل می‌شود، عمود است.



(ب) تعیین جهت نیروی مغناطیسی:

دست راست خود را طوری نگه داریم که انگشتان باز شده ما در جهت سرعت (v) باشد به گونه‌ای که وقتی آن‌ها را در جهت چرخش طبیعی انگشتان خم کنیم در جهت B قرار گیرد. در این حالت انگشت شست ما در جهت نیروی (F) وارد بر ذره باردار مثبت خواهد بود.



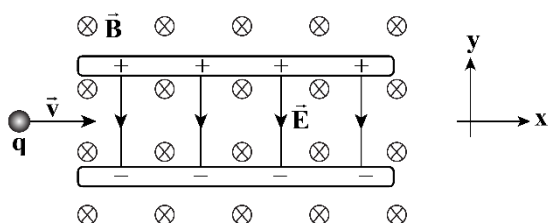
دقت کنید اگر بار الکتریکی ذره منفی بود، پس از استفاده از قاعده دست راست و به دست آوردن جهت نیروی F ، باید آن را قرینه کنیم (یا می‌توانیم از همان ابتدا چون بار ذره منفی است، از قاعده دست چپ استفاده کنیم).

گروه آموزشی ماز

۶۰- مطابق شکل، ذره بارداری با جرم ناچیز و با سرعت $\vec{v}$ در امتداد محور x وارد فضایی می‌شود که میدان‌های یکنواخت $\vec{E}$ و $\vec{B}$ وجود دارد. اندازه این

میدان‌ها برابر $E = 9000 \frac{N}{C}$ و $B = 0.18 T$ است. علامت بار ذره چگونه و تندی آن چند متر بر ثانیه باشد تا در همان امتداد محور x به حرکت خود

ادامه دهد؟



(۱) مثبت، 5×10^4

(۲) مثبت، 2×10^4

(۳) مثبت یا منفی، 5×10^4

(۴) مثبت یا منفی، 2×10^4

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

اگر فرض کنیم بار ذره مثبت باشد، نیروی الکتریکی به سمت پایین و نیروی مغناطیسی به سمت بالا به هم وارد می‌شوند و برای آن که ذره بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد، کافی است این دو نیرو هم‌اندازه باشند.

$$|F_B| = |F_E| \Rightarrow |q|vB = |q|E \Rightarrow v \times 0.18 = 9000 \Rightarrow v = 5 \times 10^4 \frac{m}{s}$$

اگر بار ذره منفی باشد، نیروی الکتریکی به سمت بالا و نیروی مغناطیسی به سمت پایین به آن وارد می‌شوند و باز هم یکدیگر را خنثی می‌کنند، بنابراین علامت بار می‌تواند مثبت یا منفی باشد.

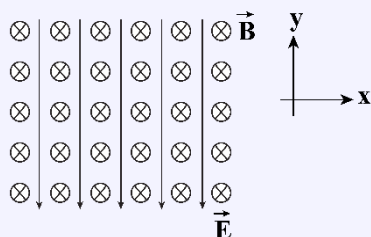
نکته

اگر ذره‌ای با جرم ناچیز، عمود بر دو میدان الکتریکی و مغناطیسی حرکت کند و از مسیر خود منحرف نشود، می‌توان نوشت:

$$F_B = F_E$$

$$\Rightarrow |q|vB = |q|E \Rightarrow E = vB$$

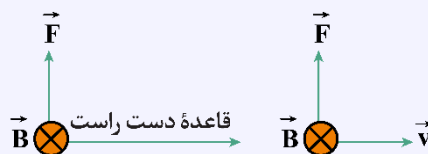
۷۱- در شکل زیر، میدان‌های یکنواخت الکتریکی $E = 1000 \frac{N}{C}$ و مغناطیسی $B = 1000 G$ نشان داده شده است. در این فضا، یک ذره آلفا با تندی چند متر بر ثانیه و در چه جهتی در حرکت باشد، تا بدون انحراف به حرکت خود ادامه دهد؟ (اثر وزن ناچیز است.)



- (۱) 10^4 ، در جهت محور X
- (۲) 5×10^3 ، در جهت محور X
- (۳) 10^4 ، در خلاف جهت محور X
- (۴) 5×10^3 ، در خلاف جهت محور X

پاسخ تشریحی:

نیروی الکتریکی در جهت میدان $\vec{E}$ به ذره آلفا وارد می‌شود، بنابراین نیروی الکتریکی به سمت پایین است. برای آن‌که ذره بدون انحراف به مسیر حرکت خود ادامه دهد، باید نیروی مغناطیسی به سمت بالا باشد تا بتواند نیروی الکتریکی را خنثی کند؛ بنابراین می‌توانیم به کمک قاعده دست راست، جهت حرکت ذره را پیدا کنیم.



پس ذره باید در جهت محور X حرکت کند. با برابر قرار دادن اندازه نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی داریم:

$$F_E = F_B \Rightarrow qE = qvB$$

$$\Rightarrow E = vB \Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

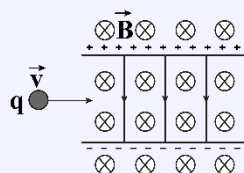
$$\Rightarrow v = \frac{1000}{1000 \times 10^{-4}} = 10^4 \frac{m}{s}$$

پاسخ: گزینه ۱

کنکور سراسری تجربی ۱۴۰۰

۶۸- مطابق شکل زیر، ذره‌ای به بار $q = 2 \mu C$ با جرم ناچیز با تندی $v = 2 \times 10^4 \frac{m}{s}$ در جهت نشان‌داده شده که عمود بر میدان‌های یکنواخت $B = 0.2 T$ و

$E = 500 \frac{N}{C}$ است. وارد فضای این میدان‌ها می‌شود. نیروی خالص وارد بر ذره در لحظه ورود به میدان‌ها چند نیوتون است؟



(۱) صفر

(۲) 3×10^{-4}

(۳) 2×10^{-4}

(۴) $1/8 \times 10^{-3}$

پاسخ تشریحی:

نیروی الکتریکی وارد بر ذره در جهت میدان الکتریکی، یعنی به سمت پایین است. نیروی مغناطیسی با توجه به قاعده دست راست به سمت بالا است.

$$F_E = Eq = 2 \times 10^{-6} \times 500 = 10^{-3} N$$

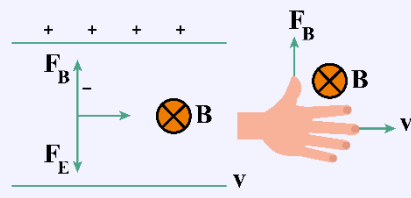
$$F_B = qvB = 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^4 \times \frac{2}{100}$$

$$F_B = 8 \times 10^{-4}$$

$$F_T = F_E - F_B = 10^{-3} - 8 \times 10^{-4}$$

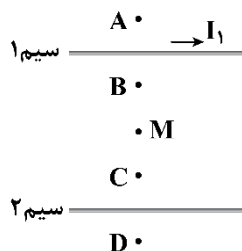
$$F_T = 2 \times 10^{-4} N$$

پاسخ: گزینه ۳



گروه آموزشی ماز

۶۱- شکل زیر، دو سیم موازی و بلند حامل جریان را نشان می‌دهد. اگر میدان مغناطیسی خالص حاصل از این سیم‌ها در نقطه M، وسط حد فاصل بین دو سیم، برون‌سو باشد، میدان مغناطیسی خالص حاصل از این دو سیم در کدام نقطه می‌تواند صفر باشد؟



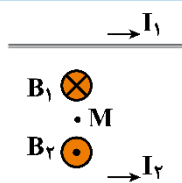
- A (۱)
- B (۲)
- C (۳)
- D (۴)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

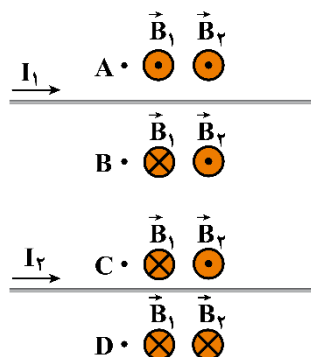
تعیین جهت I_1 و مقایسه آن با I_2 :



با توجه به این که میدان $\vec{B}_1$ در نقطه M، درون‌سو و میدان خالص در این نقطه، برون‌سو است؛ بنابراین، میدان $\vec{B}_2$ در این نقطه باید الزاماً برون‌سو و بزرگ‌تر از $\vec{B}_1$ باشد. در نتیجه، جهت I_2 به سمت راست است: از طرفی، فاصله نقطه M از هر دو سیم، یکسان است؛ بنابراین، برای این که $B_2 > B_1$ باشد، باید $I_2 > I_1$ باشد.

گام آخر:

تعیین جهت میدان‌های دو سیم در نقاط داده‌شده:

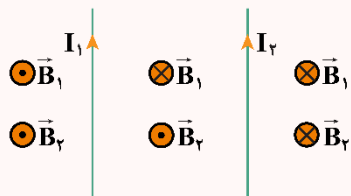


با توجه به جهت میدان‌های $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ ، میدان خالص در نقاط A و D نمی‌تواند صفر باشد. در نقطه C هم که نزدیک‌تر به سیم با جریان بیش‌تر است، میدان $\vec{B}_2$ خیلی قوی‌تر از میدان $\vec{B}_1$ است و میدان خالص در این نقطه هم، صفر نمی‌شود. اما، در نقطه B که نزدیک‌تر به سیم با جریان کم‌تر است، میدان خالص می‌تواند صفر شود.

میدان مغناطیسی برآیند دو سیم راست موازی

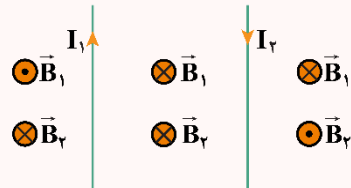
اگر دو سیم راست حامل جریان الکتریکی در نزدیکی هم قرار بگیرند، دو حالت زیر امکان‌پذیر است که هریک از آن‌ها را جداگانه بررسی خواهیم کرد.

حالت اول: جریان سیم‌ها هم‌جهت باشد.



در این حالت جهت میدان سیم‌ها مطابق شکل مقابل است. همان‌طور که می‌بینید، جهت میدان سیم‌ها در فاصله بین آن‌ها مخالف هم است و در نتیجه میدان مغناطیسی در فاصله بین دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کم‌تر می‌تواند صفر باشد. دقت کنید که اگر جریان الکتریکی سیم‌ها برابر باشد، میدان مغناطیسی برآیند دقیقاً در وسط فاصله آن‌ها صفر خواهد شد.

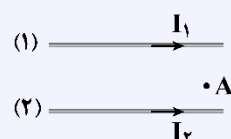
حالت دوم: جریان سیم‌ها در خلاف جهت یکدیگر باشد.



در این حالت جهت میدان سیم‌ها مطابق شکل مقابل است. همان‌طور که می‌بینید، جهت میدان سیم‌ها در خارج از فاصله بین آن‌ها مخالف هم است و در نتیجه میدان مغناطیسی در خارج از فاصله بین دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کم‌تر می‌تواند صفر باشد. دقت کنید که اگر جریان الکتریکی سیم‌ها برابر باشد، میدان مغناطیسی خالص در هیچ نقطه‌ای صفر نخواهد شد.

کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۰

۶۷- در شکل زیر، از دو سیم موازی و بلند، جریان‌های الکتریکی عبور می‌کند. اگر میدان مغناطیسی در نقطه A برابر صفر باشد، کدام مورد درست است؟



- (۱) I_2 در خلاف جهت I_1 و کوچک‌تر از آن است.
- (۲) I_2 در خلاف جهت I_1 و بزرگ‌تر از آن است.
- (۳) I_2 هم‌جهت با I_1 و بزرگ‌تر از آن است.
- (۴) I_2 هم‌جهت با I_1 و کوچک‌تر از آن است.

پاسخ تشریحی:

طبق قاعده دست راست، میدان سیم (۱) در نقطه A، درون‌سو است؛ بنابراین، میدان سیم (۲) باید برون‌سو باشد تا میدان برآیند در A صفر شود. در نتیجه، جهت جریان‌های دو سیم یکسان است. همچنین چون میدان در نزدیکی سیم (۲) صفر شده است، جریان I_2 کوچک‌تر از I_1 است.

پاسخ: گزینه ۴

۴۸- جهت میدان مغناطیسی برابند (خالص) ناشی از سیم‌های موازی و بلند حامل جریان یکسان، در هریک از نقطه‌های a، b و c به ترتیب کدام است؟



- (۱) درون سو، درون سو، برون سو
(۲) برون سو، درون سو، درون سو
(۳) درون سو، برون سو، برون سو
(۴) برون سو، برون سو، درون سو

پاسخ تشریحی:

با توجه به قاعده دست راست، جهت میدان هر سیم را مشخص می‌کنیم و به بررسی میدان خالص در هر نقطه می‌پردازیم.

نقطه a: در این نقطه هر دو میدان برون سو هستند، بنابراین میدان مغناطیسی خالص نیز برون سو (⊙) می‌باشد.

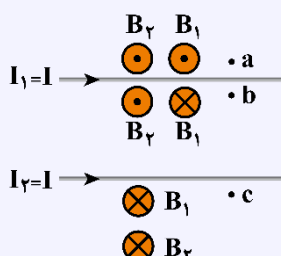
نقطه b: در این نقطه، میدان دو سیم در خلاف جهت یکدیگر است و باید اندازه آن‌ها را مقایسه کنیم.

چون فاصله نقطه b تا سیم (۱) کمتر از فاصله آن تا سیم (۲) است، میدان سیم (۱) قوی‌تر است و در نتیجه

میدان مغناطیسی خالص درون سو (⊗) می‌شود.

نقطه c: در این نقطه میدان مغناطیسی هر دو سیم درون سو هستند، پس میدان مغناطیسی خالص نیز درون سو (⊗) می‌باشد.

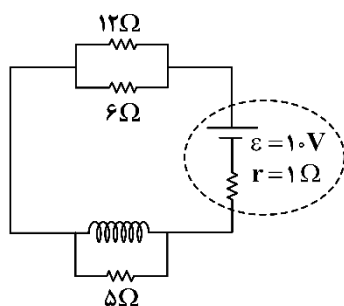
پاسخ: گزینه ۲



گروه آموزشی ماز

۶۲- در مدار شکل زیر، سیم‌لوله‌ای آرمانی و بدون مقاومت الکتریکی که در هر متر آن ۳۰۰۰ حلقه قرار دارد، وجود دارد. پس از گذشت زمان طولانی، میدان

مغناطیسی حاصل در داخل سیم‌لوله چند گاوس است؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$)



(۱) ۳۶

(۲) 36×10^{-4}

(۳) ۷۲

(۴) 72×10^{-4}

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

با توجه به این که مقاومت الکتریکی سیم‌لوله آرمانی صفر است، مقاومت ۵ اهمی اتصال کوتاه می‌شود و مقاومت معادل مدار برابر می‌شود با:

$$R_{eq} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4 \Omega$$

گام دوم:

جریان مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{10}{1 + 4} = 2 A$$

گام آخر:

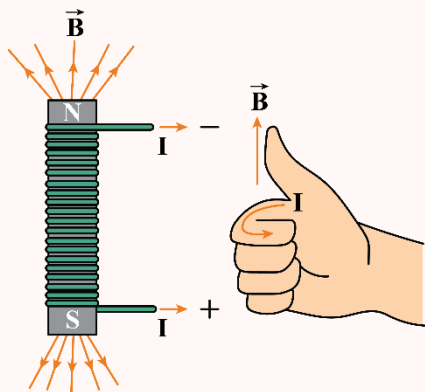
میدان مغناطیسی سیم‌لوله برابر است با:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{L} \rightarrow B = 12 \times 10^{-7} \times 3000 \times 2 = 72 \times 10^{-4} T = 72 G$$

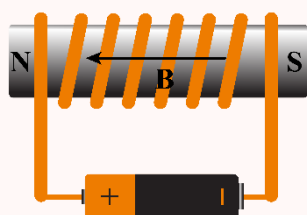
میدان مغناطیسی حاصل از سیملوله حامل جریان

(الف) تعیین جهت میدان مغناطیسی سیملوله

جهت میدان مغناطیسی سیملوله به کمک قاعده دست راست که در شکل زیر نشان داده شده است، تعیین می‌شود.



مثال:



(ب) بزرگی میدان مغناطیسی سیملوله آرمانی

میدان مغناطیسی داخل یک سیملوله آرمانی در نقطه‌های دور از لبه‌ها یکنواخت است و اندازه آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L}$$

N : تعداد دورهای سیملوله

L : طول سیملوله

μ_0 : ضریب تراوایی مغناطیسی خلأ

I : جریان عبوری از سیملوله

صورت دوم رابطه بزرگی میدان مغناطیسی سیملوله آرمانی

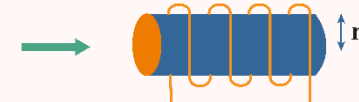
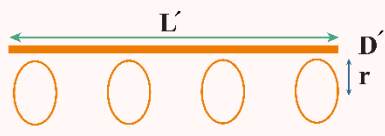
$$n = \frac{N}{L} \Rightarrow B = \mu_0 nI$$

N : تعداد دورهای سیملوله

L : طول سیملوله

n : تعداد دورها در واحد طول سیملوله

محاسبه تعداد حلقه‌های سیملوله



$$N = \frac{L'}{2\pi r}$$

N : تعداد دورهای سیملوله

L' : طول سیم

r : شعاع مقطع سیملوله (حلقه‌ها)

عوامل مؤثر بر میدان مغناطیسی سیملوله

جریان عبوری از سیملوله: هرچه قدر جریان بیش‌تری از سیملوله عبور کند، میدان مغناطیسی آن قوی‌تر است.

$$B \propto I$$

تعداد دوره‌ها، در واحد طول سیملوله: هرچه قدر تعداد دورها در واحد طول سیملوله بیش‌تر باشد، میدان مغناطیسی سیملوله قوی‌تر خواهد شد.

$$B \propto n$$

میدان مغناطیسی سیملوله به تعداد حلقه‌ها و طول سیملوله به‌تنهایی بستگی ندارد و با نسبت آن‌ها، یعنی $\frac{N}{L}$ رابطه مستقیم دارد.

وجود هسته آهنی باعث تقویت میدان مغناطیسی سیملوله می‌شود. میدان مغناطیسی سیملوله بدون هسته آهنی به قدری ضعیف است که در عمل کاربردهای کمی دارد.

$$B \propto k$$

کنکور سراسری ریاضی ۱۳۹۸

۶۸- پیچیده مسطحی شامل ۵۰ حلقه است و مساحت سطح هر حلقه آن $64\pi \text{ cm}^2$ است. اگر جریان ۸ آمپر از آن بگذرد، اندازه میدان مغناطیسی در مرکز پیچچه چند تسلا

$$\text{است؟ } (\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$$

$$2 \times 10^{-3} \pi \text{ (۴)}$$

$$1/6 \times 10^{-3} \text{ (۳)}$$

$$10^{-3} \pi \text{ (۲)}$$

$$10^{-3} \text{ (۱)}$$

پاسخ تشریحی:

میدان مغناطیسی در مرکز این پیچه برابر است با:

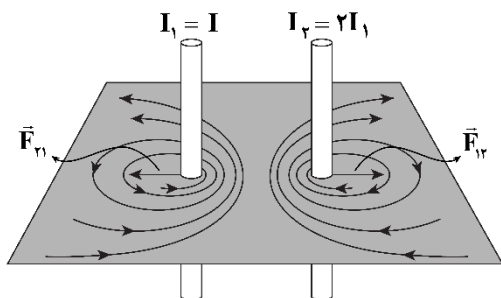
$$A = \pi R^2 \Rightarrow 64\pi = \pi R^2 \Rightarrow R = 8 \text{ cm}$$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 50 \times 8}{2 \times 8 \times 10^{-2}} = \pi \times 10^{-3} \text{ T}$$

پاسخ: گزینه ۲

گروه آموزشی ماز

۶۳- شکل زیر خطوط میدان مغناطیسی و نیروی مغناطیسی بین دو سیم راست بلند و موازی حامل جریان الکتریکی را نشان می‌دهد. جهت جریان الکتریکی در سیم‌ها یکدیگر است و با افزایش فاصله بین سیم‌ها، بزرگی نیروی مغناطیسی می‌یابد.



- (۱) هم‌جهت - کاهش
- (۲) هم‌جهت - افزایش
- (۳) خلاف جهت - کاهش
- (۴) خلاف جهت - افزایش

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

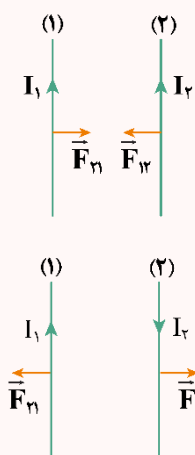
نیروی مغناطیسی بین سیم‌ها دافعه است، پس جریان سیم‌ها در خلاف جهت یکدیگرند. با افزایش فاصله سیم‌ها، میدان مغناطیسی ناشی از هر سیم در محل سیم دیگر کوچک‌تر شده و در نتیجه بزرگی نیروی مغناطیسی بین دو سیم کاهش می‌یابد.

نیروی مغناطیسی بین دو سیم راست موازی

هنگامی که دو سیم راست بلند و موازی در نزدیکی هم قرار می‌گیرند، به هم نیروی مغناطیسی وارد می‌کنند. در این مورد نکات زیر دارای اهمیت است:

۱- اگر جریان سیم‌ها هم‌جهت باشد، دو سیم با نیروی مغناطیسی یکدیگر را جذب می‌کنند.

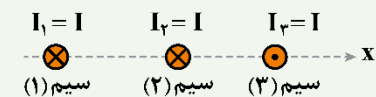
۲- اگر جریان سیم‌ها در خلاف جهت هم باشد، دو سیم با نیروی مغناطیسی یکدیگر را دفع می‌کنند.



۳- نیروی مغناطیسی که سیم‌ها بر هر متر از یکدیگر وارد می‌کنند با جریان سیم‌ها رابطه مستقیم و با فاصله آن‌ها از هم رابطه عکس دارد؛ بنابراین هرچه سیم‌ها به هم نزدیک‌تر باشند و جریان الکتریکی بیش‌تری از آن‌ها بگذرد، نیروی مغناطیسی که به یکدیگر وارد می‌کنند بزرگ‌تر خواهد بود.

مثال

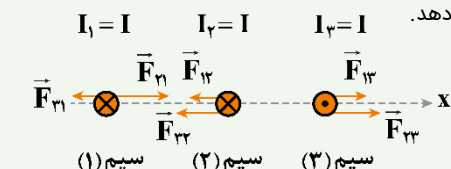
شکل زیر، مقطع سه سیم راست و بلند حامل جریان‌های الکتریکی یکسان را نشان می‌دهد که در نزدیکی یکدیگر و در جهت عمود بر صفحه قرار گرفته‌اند. کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟



- الف: نیروی مغناطیسی خالص وارد بر سیم (۳) در جهت محور X است.
- ب: میدان مغناطیسی خالص در فاصله بین سیم‌های (۲) و (۳) روی محور X به سمت پایین است.
- پ: نیروی مغناطیسی خالص وارد بر سیم (۱) در خلاف جهت محور X است.

پاسخ تشریحی:

همان‌طور که می‌دانید، اگر جریان دو سیم راست موازی، هم‌جهت باشد، نیروی مغناطیسی بین آن‌ها از نوع جاذبه است و اگر جریان دو سیم راست موازی در خلاف جهت هم باشد، نیروی مغناطیسی بین آن‌ها از نوع دافعه خواهد بود. شکل زیر نیروهای مغناطیسی را نشان می‌دهد.



همان‌طور که می‌بینید، نیروی خالص وارد بر سیم (۱) در جهت محور X، نیروی خالص وارد بر سیم (۲) در خلاف جهت محور X و نیروی خالص وارد بر سیم (۳) در جهت محور X است. همچنین دقت کنید که در فاصله بین سیم‌های (۲) و (۳) روی محور X، جهت میدان مغناطیسی حاصل از هر سه سیم به سمت پایین است و در نتیجه میدان مغناطیسی برآیند هم به سمت پایین خواهد بود.
مطابق توضیحات فوق، عبارت‌های «الف» و «ب» صحیح هستند و فقط عبارت «پ» نادرست است.

گروه آموزشی ماز

۶۴- هر یک از موارد زیر به ترتیب توصیفی، از کدام دسته از مواد براساس خاصیت مغناطیسی است؟

الف: دوقطبی‌های مغناطیسی وابسته به آن‌ها به‌طور کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند.

ب: از این مواد در ساخت هسته پیچ‌ها و سیم‌لوله‌ها و آهنربای الکتریکی استفاده می‌شود.

پ: اورانیم، پلاتین و آلومینیم، از این دسته مواد مغناطیسی‌اند.

(۲) پارامغناطیس، فرومغناطیس نرم، پارامغناطیس

(۱) فرومغناطیس، فرومغناطیس نرم، دیامغناطیس

(۴) پارامغناطیس، فرومغناطیس سخت، دیامغناطیس

(۳) فرومغناطیس، فرومغناطیس سخت، پارامغناطیس

(آسان - حفظی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

بررسی موارد:

الف) در مواد پارامغناطیس دوقطبی‌ها به‌صورت کاتوره‌ای جهت‌گیری کرده‌اند.

ب) از مواد فرومغناطیس نرم (مثل آهن خالص) در ساخت هسته پیچ‌ها و آهنرباهای الکتریکی استفاده می‌شود.

پ) اورانیم، پلاتین و آلومینیم از جمله مواد پارامغناطیسی هستند.

تقسیم‌بندی مواد از نظر خاصیت مغناطیسی

۱- **مواد پارامغناطیسی:** دوقطبی مغناطیسی دارند، حوزه مغناطیسی ندارند. دوقطبی‌ها به‌صورت کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند و میدان مغناطیسی خالص ایجاد نمی‌کنند. با قرار دادن مواد پارامغناطیس درون میدان مغناطیسی قوی خارجی دوقطبی‌های آن‌ها مقدار مختصری در راستای خطوط میدان منظم می‌شوند (در این حالت، مواد خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند): **اورانیم، پلاتین، آلومینیوم، سدیم، اکسیژن و اکسید نیتروژن** پارامغناطیس هستند.

۲- **مواد دیامغناطیسی:** اتم‌های مواد دیامغناطیس نظیر **مس، نقره، سرب و بیسموت** به‌طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی هستند و دوقطبی مغناطیسی خالص ندارند. با وجود این، حضور میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی در این مواد شود.

۳- **مواد فرومغناطیسی:** اتم‌های این مواد به‌طور ذاتی دوقطبی مغناطیسی و حوزه‌های مغناطیسی دارند. **آهن، نیکل و کبالت خالص** فرومغناطیس نرم و آلیاژهای آن‌ها فرومغناطیس سخت هستند. از مواد فرومغناطیس نرم برای ساخت آهنرباهای غیردائمی، آهنرباهای الکتریکی و هسته پیچ‌ها و از فرومغناطیس سخت برای ساخت آهنرباهای دائمی استفاده می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶۵- با استفاده از دو سیم نازک با طول‌های یکسان، دو پیچ مسطح ساخته‌ایم که تعداد دور اولی دو برابر تعداد دور دومی است. اگر از این دو پیچ، جریان

یکسان عبور دهیم، میدان مغناطیسی در مرکز پیچ اولی چند برابر دومی است؟

$$\frac{1}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$۴ \quad (۲)$$

$$۲ \quad (۱)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

نکته

هنگامی که یک سیم به طول L را به‌صورت یک پیچ به شعاع r و تعداد دور N درمی‌آوریم، رابطه زیر بین L، r و N برقرار است:

$$L = N \times (\text{محیط یک حلقه}) \Rightarrow L = N \times 2\pi r$$

گام اول:

در اینجا، طول سیم‌ها یکسان است؛ بنابراین، حاصل ضرب $N \times r$ تغییر نمی‌کند.

$$N_1 r_1 = N_2 r_2 \xrightarrow{N_1 = 2N_2} 2N_2 \times r_1 = N_2 \times r_2 \Rightarrow r_2 = 2r_1$$

گام آخر:

به کمک رابطه میدان مغناطیسی حاصل از پیچ، نسبت میدان در دو پیچ را به‌دست می‌آوریم:

$$B = \frac{\mu_0 I N}{2r} \xrightarrow{\text{یکسان I}} \frac{B_1}{B_2} = \frac{N_1}{N_2} \times \frac{r_2}{r_1} = \frac{2N_2}{N_2} \times \frac{2r_1}{r_1} = 4$$

دام تستی

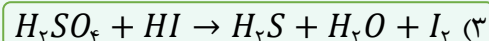
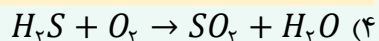
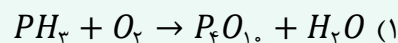
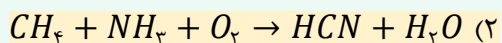
اگر به اشتباه نسبت $\frac{B_2}{B_1}$ رو حساب کنی به گزینه (۴) می‌رسی.

گروه آموزشی ماز

شیمی

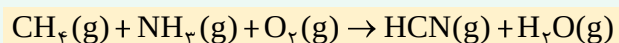
یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۸۴- بر اثر سوختن اوره، گازهای کربن دی‌اکسید و نیتروژن به همراه بخار آب تولید می‌شود. ضریب آب در معادله موازنه شده سوختن اوره، با ضریب این ماده در معادله موازنه شده کدام یک از واکنش‌های زیر برابر است؟



(مرحله ۴ آزمون‌های سالیانه - شیمی رشته ریاضی)

۸۱- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش زیر، پس از موازنه معادله آن، کدام است؟



۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

(کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳ - شیمی رشته ریاضی)



برای مشاهده
همه مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir

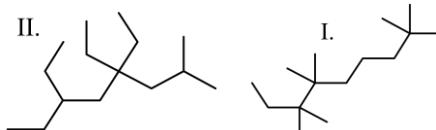
یا رو این کلیک کن!

دانش آموزان عزیز ماز

امیدوارم که حالتون خوب باشه و آزمون خوبی رو پشت سر گذاشته باشید! یواش یواش داریم به ایام جمع‌بندی کنکور نزدیک می‌شیم و بهتون توصیه می‌کنم که سعی کنید درس‌های پایه دوازدهم‌تون رو زودتر تموم کنید تا در نهایت فرصت کافی برای جمع‌بندی و مرور مطالب داشته باشید! دقت کنید که مطالب پایانی فصل ۴ شیمی دوازدهم خیلی خوش‌دست و راحت و به سادگی می‌تونید اونا رو بخونید و به سوالاتشون جواب بدید. البته توجه کنید که پیش‌نیاز یادگیری این مطالب، تسلط کافی شما روی مفاهیم شیمی آلی کنکور هست و اگر در شیمی آلی وضعیت مناسبی داشته باشید، به راحتی می‌تونید قسمت پایانی فصل ۴ شیمی دوازدهم رو یاد بگیرید!

دکتر فرشاد هادیان‌فرد - رتبه ۲۸ کنکور ۹۴ و مسئول درس شیمی آزمون ماز

۶۶- کدام موارد از مطالب زیر درباره دو آلکان با فرمول ساختاری داده شده درست است؟ ($C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

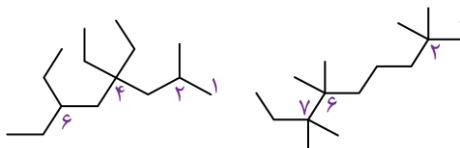


- الف: حاصل جمع شماره شاخه‌های فرعی متیل در نام آلکان اول، پانزده برابر این مقدار در آلکان دوم است.
 ب: ماده (I) با گاز هیدروژن کلرید واکنش نداده و جرم مولی آن، ۱/۵ برابر جرم مولی بنزوئیک اسید است.
 پ: دو آلکان همپار هستند و فرمول مولکولی آن‌ها با فرمول مولکولی ۷،۴،۳-تری‌اتیل-دکان یکسان است.
 ت: نسبت شمار گروه‌های CH_3 به CH_2 در یکی از آن‌ها، برابر با این مقدار در فراورده واکنش ۲-هگزن با برم است.
- (۱) «الف» و «ت» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

(متوسط - آلکان‌ها - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

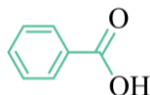
فرمول ترکیب (I) و (II) یکسان و به صورت $C_{15}H_{32}$ است، پس دو ترکیب ایزومر (همپار) یکدیگر محسوب می‌شوند. نام ترکیب (I) بر اساس قواعد آیوپاک به صورت ۷،۷،۶،۶،۲،۲-هگزامتیل نونان و نام ترکیب (II) نیز به صورت ۶،۴،۴-تری‌اتیل-۲-متیل اکتان است. ساختار این مواد و روند شماره‌گذاری زنجیره اصلی کربنی آن‌ها به صورت زیر است:



موارد (الف) و (ت) در رابطه با این دو ماده درست هستند.

بررسی موارد:

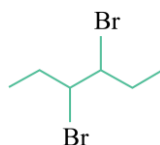
«الف»: حاصل جمع شماره شاخه‌های فرعی متیل در نام آلکان اول برابر با ۳۰ بوده و در آلکان دوم نیز برابر با ۲ است، پس این مقدار در آلکان اول ۱۵ برابر آلکان دوم می‌شود.



«ب»: ساختار بنزوئیک اسید ($C_7H_6O_2$) به صورت مقابل است:

بنزوئیک اسید، یک اسید آلی به جرم مولی ۱۲۲ گرم بر مول است اما توجه داریم که جرم مولی هر دو آلکان برابر با ۲۱۲ گرم است که این مقدار، ۱/۵ برابر ۱۲۲ نیست.
 «پ»: همان‌طور که مشخص است، دو آلکان فرمول مولکولی یکسان اما ساختار متفاوت دارند، پس این دو ماده ایزومر هستند. توجه داریم که ۷،۴،۳-تری‌اتیل دکان، یک آلکان ۱۶ کربنه است و چون یک اتم کربن بیشتر از آلکان‌های مورد نظر دارد، نسبت به آن‌ها ایزومر نخواهد بود. ترکیب ۷،۴،۳-تری‌اتیل نونان، ایزومر آلکان‌های مورد نظر است.

«ت»: آلکان (I) به ترتیب دارای ۴ و ۸ عدد از گروه‌های CH_3 و CH_2 در ساختار خود بوده و آلکان (II) نیز به ترتیب دارای ۶ و ۶ عدد از گروه‌های CH_3 و CH_2 است. نسبت تعداد گروه‌های CH_3 به CH_2 در این آلکان‌ها به ترتیب برابر با ۰/۵ و ۱ می‌شود. فراورده واکنش ۲-هگزن با برم، ترکیبی با نام ۳،۲-دی‌برومو هگزان است که دارای ۲ گروه CH_3 و ۲ گروه CH_2 است. بنابراین نسبت تعداد گروه‌های CH_3 به CH_2 در این ماده نیز برابر ۱ است. ساختار ۳،۲-دی‌برومو هگزان به صورت زیر است:



توجه داریم که از واکنش ترکیب‌های سیرنشده با بخار برم برای تشخیص این دسته مواد از ترکیب‌های سیرشده استفاده می‌شود. در این واکنش پیوند دوگانه موجود در ترکیب سیرنشده به پیوند یگانه تبدیل می‌شوند و الکترون‌های جفت‌نشده حاصل از پیوند دوگانه به اتم برم متصل می‌شوند. نشانه انجام این واکنش بی‌رنگ شدن بخار قرمز رنگ برم است.

گروه آموزشی ماز

۶۷- در چند درصد از کل ایزومرهای قابل رسم برای یک آلکان هفت کربنه، حداقل دو شاخه فرعی متیل وجود داشته و نام گذاری چه تعداد از کل این ایزومرهای رسم شده به (پنتان) ختم می شود؟

۴) ۵۵/۶ - ۵

۳) ۵۵/۶ - ۴

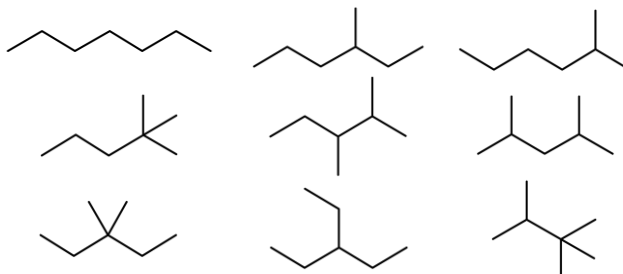
۲) ۴۴/۴ - ۵

۱) ۴۴/۴ - ۴

(متوسط - آلکانها - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

به موادی با فرمول شیمیایی یکسان و ساختار متفاوت ایزومر گفته می شود. تمام ایزومرهای C_7H_{16} به صورت زیر هستند:



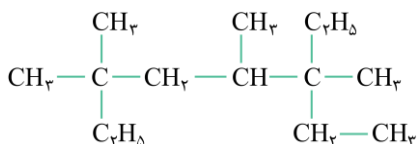
در ساختار ۵ مورد از مولکولهای بالا بیش از یک شاخه فرعی متیل وجود دارد، پس نسبت خواسته شده برابر است با:

$$A = \frac{5}{9} \times 100 \approx 55/6 \text{ درصد}$$

با توجه به ساختارهای رسم شده، در ۵ مورد از ایزومرها زنجیره اصلی کربنی دارای ۵ اتم کربن است که در ساختار این ایزومرها، یک شاخه فرعی اتیل یا ۲ شاخه فرعی متیل وجود دارد، پس نام این ۵ آلکان به کلمه (پنتان) ختم خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۶۸- نام گذاری ترکیب زیر بر اساس قواعد آیوپاک به صورت بوده و شمار اتمهای کربن موجود در ساختار مولکولی این ماده با شمار اتمهای هیدروژن در برابر است.



۱) ۳-اتیل-۶،۴،۳-تترا متیل اوکتان | ۳-متیل هگزان

۲) ۶،۴،۳-دی اتیل-۶،۴،۳-تری متیل هگزان | ۲،۲-دی متیل بوتان

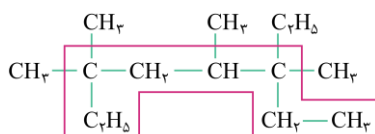
۳) ۳-اتیل-۶،۴،۳-تترا متیل اوکتان | ۲-متیل پنتان

۴) ۶،۴،۳-دی اتیل-۶،۴،۳-تری متیل هگزان | ۳،۲-دی متیل پنتان

(متوسط - آلکانها - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

برای انتخاب زنجیره کربنی اصلی، باید به دنبال زنجیره ای از اتمهای کربن بگردیم که بیشترین تعداد اتم C ممکن را در خود جای داده باشد. زنجیره کربنی اصلی ترکیب داده شده به صورت زیر است:



شماره گذاری اتمهای کربن موجود در زنجیره اصلی این آلکان را از سمتی آغاز می کنیم که به اولین شاخه فرعی نزدیکتر باشد. اگر فاصله اولین شاخه فرعی موجود در هر سمت تا آن سر زنجیره اصلی یکسان باشد، شماره گذاری اتمهای کربن را از سمتی آغاز می کنیم که به دومین شاخه فرعی نزدیکتر باشد. چون تراکم شاخه های فرعی در سمت راست این ترکیب آلی بیشتر است، شماره گذاری شاخه اصلی آن را از سمت راست آغاز می کنیم. برای مشخص کردن نام هر آلکان، ابتدا نام شاخه جانبی (آلکیل) و شماره اتم کربنی از زنجیره اصلی که این شاخه به آن متصل شده است را بیان کرده و پس از آن، نام آلکان مربوط به زنجیره اصلی را می آوریم. بر این اساس، نام ترکیب مورد نظر به صورت ۳-اتیل-۶،۴،۳-تترا متیل اوکتان خواهد بود. در ساختار هر مولکول از این ماده، ۱۴ اتم کربن وجود دارد. تعداد اتمهای کربن موجود در ساختار این ماده، مشابه به تعداد اتمهای هیدروژن موجود در یک آلکان ۶ کربنه مثل ۲،۲-دی متیل بوتان یا ۲-متیل پنتان است.

گروه آموزشی ماز

۶۹- چه تعداد از عبارت های داده شده درست است؟

الف: سومین عضو خانواده آلکانها دارای ۱۲ اتم در ساختار هر مولکول خود است.

ب: نام ترکیبی با فرمول پیوند-خط مقابل، به صورت ۴-اتیل-۳-متیل هگزان است.

پ: در آلکانهای راست زنجیر، هر اتم کربن حداکثر به ۲ اتم کربن دیگر متصل شده است.

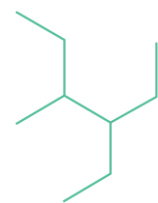
ت: عناصر موجود در ساختار آلکانها، در ساختار بلوری یک نمونه از جوش شیرین نیز وجود دارند.

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱



(متوسط - آلکانها - مفهومی / حفظی - ۱۱۰۱)

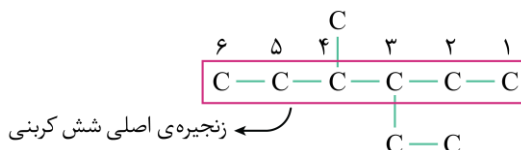
پاسخ: گزینه ۲

عبارت های (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: اولین عضو خانواده آلکان‌ها معادل با متان است. بر این اساس، می‌توان گفت پروپان با فرمول مولکولی C_3H_8 ، سومین عضو از خانواده آلکان‌ها است. هر مولکول پروپان دارای ۱۱ اتم در ساختار خود است.

«ب»: ساختار ترکیب داده شده به صورت زیر است:



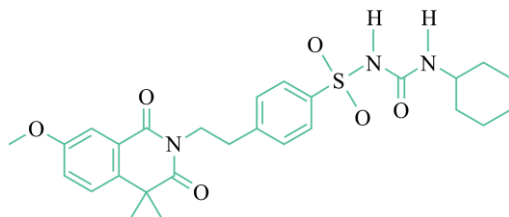
فاصله شاخه‌های فرعی تا دو سر زنجیره کربنی این ترکیب یکسان است، اما چون در حروف الفبای انگلیسی حرف E از ابتدای نام شاخه اتیل بر حرف M از ابتدای نام شاخه متیل مقدم است، شماره‌گذاری زنجیره اصلی را از سمتی آغاز می‌کنیم که به شاخه اتیل نزدیک‌تر باشد. بر این اساس، نام ترکیب داده شده به صورت ۳-اتیل-۴-متیل هگزان است.

«پ»: در آلکان‌های راست‌زنجیر، اتم‌های کربن موجود در دو انتهای مولکول به ۱ اتم کربن و اتم‌های قرار گرفته در قسمت میانی مولکول نیز به ۲ اتم کربن دیگر متصل شده‌اند. توجه داریم که در این مواد، شاخه فرعی به زنجیره کربنی اصلی متصل نبوده و به همین خاطر، هیچ اتم کربنی به ۳ یا ۴ اتم کربن دیگر متصل نشده است.

«ت»: آلکان‌ها هیدروکربن بوده و در ساختار آن‌ها اتم‌های کربن و هیدروژن وجود دارند. جوش شیرین نیز معادل با سدیم هیدروژن کربنات ($NaHCO_3$) بوده و در ساختار آن اتم‌های کربن و هیدروژن یافت می‌شوند.

گروه آموزشی ماز

۷۰- در رابطه با ترکیب زیر، چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست است؟ ($H = 1$ و $C = 12$ و $N = 14$ و $O = 16$ و $S = 32$)



الف: این ماده دارای ۲ گروه عاملی آمیدی بوده و از جمله مواد آروماتیک است.

ب: شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار این ماده، بیشتر از گریس است.

پ: ذرات سازنده این ماده می‌توانند با ذرات سازنده آب پیوند هیدروژنی بدهند.

ت: در ساختار یک نمونه ۵۲/۷ گرمی از این ماده، ۰/۶ مول اتم اکسیژن یافت می‌شود.

ث: یکی از گروه‌های عاملی موجود در این ماده، در ساختار مولکول لیکوپن نیز وجود دارد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(سخت - گروه‌های عاملی - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

فرمول شیمیایی ترکیب مورد نظر به صورت $C_{27}H_{33}N_3O_6S$ بوده و جرم مولی این ماده نیز برابر با ۵۲۷ گرم بر مول است. در رابطه با این ترکیب آلی، عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

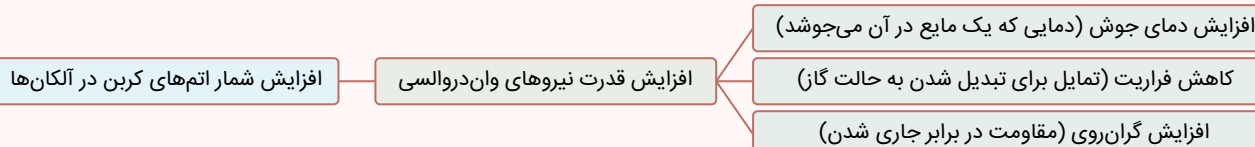
بررسی موارد:

«الف»: در ساختار مولکولی این ماده، یک حلقه بنزنی شش ضلعی در سمت چپ قرار گرفته است، پس این ماده یک ترکیب آروماتیک به شمار می‌رود. توجه داریم که دو گروه عاملی آمیدی در سمت راست این مولکول و دو گروه عاملی آمیدی در سمت چپ این مولکول قرار گرفته است. بر این اساس، می‌توان گفت در ساختار این ماده ۴ گروه آمیدی و یک گروه اتری وجود دارد.

«ب»: فرمول مولکولی تقریبی گریس به صورت $C_{18}H_{38}$ است. شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار گریس، بیشتر از شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار مولکول داده شده است.

مقایسه چند ویژگی در آلکان‌ها

هرچه شمار اتم‌های کربن در آلکانی راست‌زنجیر بیشتر باشد، نقطه جوش آن بیشتر است. وازلین (با فرمول تقریبی $C_{25}H_{52}$)، نقطه جوش بیشتری نسبت به گریس (با فرمول تقریبی $C_{18}H_{38}$) دارد. نمودار زیر برخی از خواص آلکان‌ها را بر حسب افزایش تعداد اتم‌های کربن در آن‌ها نشان می‌دهد:



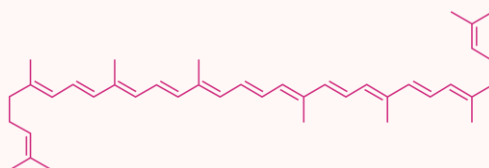
«پ»: چون در ساختار مولکول مورد نظر، اتم‌های هیدروژن متصل به نیتروژن در ساختار عوامل آمیدی وجود دارد، پس می‌توان گفت بین ذرات سازنده این ماده و ذرات آب، پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود.

«ت»: جرم مولی این ماده برابر با ۵۲۷ گرم بر مول است، پس ۵۲۷ گرم از این ماده معادل با ۰/۱ مول از آن است. با توجه به فرمول شیمیایی ترکیب مورد نظر، در ۰/۱ مول از این ماده، ۰/۶ مول اتم اکسیژن وجود دارد.

«ث»: لیکوپن، نوعی ماده هیدروکربنی سیرنشده بوده و در ساختار آن هیچ گروه عاملی وجود ندارد. این در حالی است که در ساختار ترکیب مورد نظر، گروه‌های آمیدی و اتری یافت می‌شوند.

لیکوپن، نوعی بازدارنده

برنامه غذایی محتوی سبزیجات و میوه‌های گوناگون، نقش بازدارندگی مؤثری در برابر بروز سرطان‌ها و پیری زودرس دارند. این خوراکی‌ها محتوی ترکیب‌های آلی سیرنشده‌ای (ترکیب‌های حاوی پیوندهای دوگانه و سه‌گانه کربن-کربن) به نام ریزمغذی‌ها هستند که در حفظ سلامت بافت‌ها و اندام‌ها دخالت دارند. هرچند نقش کامل این مواد هنوز به‌طور دقیق مشخص نشده است، اما برخی از آن‌ها به‌عنوان بازدارنده از انجام واکنش نامطلوب و ناخواسته در بدن به دلیل حضور رادیکال‌ها جلوگیری می‌کنند. با این توصیف، مصرف خوراکی‌های محتوی بازدارنده‌ها سبب به دام افتادن و جذب رادیکال‌ها شده و با کاهش مقدار آن‌ها، از سرعت واکنش‌های ناخواسته کاسته شود. لیکوپن یکی از انواع بازدارنده‌ها است که در هندوانه و گوجه‌فرنگی وجود دارد. ساختار مولکول‌های سازنده این ماده به‌صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۷۱- در ساختار مولکول ۳، ۲-دی‌اتیل-۳-متیل هگزان، چند اتم کربن با عدد اکسایش ۳- یافت می‌شود؟

(۴) ۷

(۳) ۶

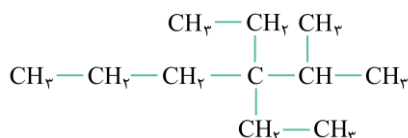
(۲) ۵

(۱) ۴

(آسان - آلکان‌ها - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

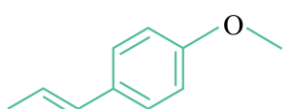
ساختار آلکان مورد نظر به‌صورت زیر است:



اتم‌های کربنی از این مولکول که در دو انتهای زنجیره کربنی اصلی وجود دارند و یا در انتهای شاخه‌های فرعی قرار گرفته‌اند، به سه اتم هیدروژن متصل بوده و چنین اتم‌های کربنی، عدد اکسایش برابر با ۳- دارند.

گروه آموزشی ماز

۷۲- کدام موارد از مطالب زیر درباره ترکیب با ساختار داده شده درست‌اند؟



الف: ترکیب آروماتیک موجود در رازیانه بوده و در یک نمونه از آن، پیوند هیدروژنی یافت نمی‌شود.

ب: هر مولکول از این ترکیب با جذب ۸ مولکول هیدروژن، به یک ترکیب سیرشده تبدیل می‌شود.

پ: این ترکیب آلی دارای یک گروه عاملی اتری بوده و فرمول مولکولی آن به‌صورت $C_{10}H_{18}O$ است.

ت: با سوختن مقداری از این ترکیب در شرایط استاندارد، مقداری از فراورده‌های گازی و مایع تولید می‌شود.

(۴) «پ» و «ت»

(۳) «ب» و «پ»

(۲) «الف» و «ت»

(۱) «الف» و «ب»

(آسان - گروه‌های عاملی - مفهومی / حفظی - ۱۱۰۱)

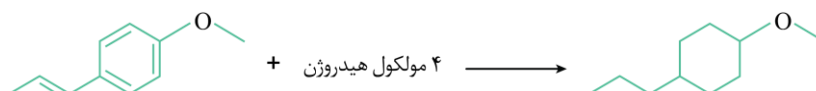
پاسخ: گزینه ۲

در رابطه با ترکیب داده شده، عبارت‌های (الف) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: این ترکیب آلی در رازیانه یافت می‌شود و به علت داشتن حلقه بنزی، جزء ترکیب‌های آروماتیک به شمار می‌رود. چون در ساختار مولکولی این ماده هیچ اتم هیدروژن متصل به اکسیژنی وجود ندارد، مولکول‌های این ماده توانایی پیوند هیدروژنی را ندارند. توجه داریم که در ساختار این ماده، گروه عاملی اتری وجود دارد.

«ب»: این ترکیب دارای ۴ پیوند دوگانه $C = C$ است که هر مولکول آن می‌تواند با ۴ مولکول هیدروژن (H_2) واکنش داده و به یک ترکیب کاملاً سیر شده با فرمول مولکولی $C_{10}H_{18}O$ تبدیل شود:



«پ»: فرمول مولکولی این ترکیب به صورت $C_1.H_{12}O$ است و هر مولکول از این ترکیب دارای یک گروه عاملی اتری با ساختار $R'-O-R$ است.
 «ت»: بر اثر سوختن این ماده در شرایط استاندارد، آب به حالت مایع و کربن دی اکسید به حالت گاز تولید می شود. فرض کنید می خواهیم حجم گاز کربن دی اکسید تولید شده را محاسبه کنیم. تعداد مول آزاد شده کربن دی اکسید بر اثر سوختن کامل یک مول از یک ترکیب آلی، برابر با تعداد اتم های کربن موجود در ساختار هر مولکول از آن ترکیب آلی است؛ بنابراین، با توجه به فرمول مولکولی این ماده ($C_1.H_{12}O$)، داریم:

$$? L CO_2 = 1 \text{ mol } C_1.H_{12}O \times \frac{10 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_1.H_{12}O} \times \frac{22.4 \text{ L } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 22.4 \text{ L } CO_2$$

گروه آموزشی ماز

۷۳- اگر جرم مولی نوعی آلکن، دو برابر جرم مولی سیکلوبوتان باشد، فرمول مولکولی آلکن هم کربن با این آلکن به چه صورت می شود؟

$$(C = 12 \text{ و } H = 1 : g.mol^{-1})$$



(آسان - آلکان ها - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

فرمول مولکولی سیکلوبوتان به صورت C_4H_8 است. در قدم اول، جرم مولی آلکن مورد نظر را به دست می آوریم:

$$112 \text{ g.mol}^{-1} = 2 \times (14 \times 4) = 2 \times \text{جرم مولی سیکلو بوتان} \times 2 = \text{جرم مولی آلکن}$$

در رابطه با هیدروکربن های مختلف، به جدول زیر دقت کنید:

جرم مولی بر حسب تعداد کربن (n)	فرمول مولکولی	نام ترکیب آلی
$14n + 2$	C_nH_{2n+2}	آلکان ها
$14n$	C_nH_{2n}	آلکن ها و سیکلوآلکان ها
$14n - 2$	C_nH_{2n-2}	آلکین ها و سیکلوآلکین ها

در قدم بعدی تعداد اتم کربن در آلکن را محاسبه می کنیم:

$$112 = 14n \Rightarrow n = 8$$

بنابراین فرمول مولکولی آلکان نظیر آلکن مورد نظر C_8H_{18} است.

هیدروکربن های حلقوی

اتم های کربن، علاوه بر تشکیل زنجیره های کربنی، می توانند حلقه های کربنی با اندازه ها و ساختارهای متفاوت را نیز بسازند. سیکلوآلکان ها، بنزن و نفتالن، از جمله ترکیبات آلی هستند که اتم های C موجود در آن ها در قالب حلقه های کربنی به یکدیگر متصل شده اند. در ساختار سیکلوآلکان ها، اتم های کربن توسط پیوندهای یگانه به یکدیگر متصل شده و حلقه های کربنی با اندازه های متفاوت را می سازند. این مواد، همگی سیر شده هستند. جدول زیر، ساختار برخی از سیکلوآلکان ها را نشان می دهد:

فرمول مولکولی	C_6H_{12}	C_5H_{10}	C_4H_8	C_3H_6
نام	سیکلوپروپان	سیکلوبوتان	سیکلوپنتان	سیکلوگزان
ساختار				

فرمول کلی اعضای خانواده سیکلوآلکان به صورت C_nH_{2n} بوده و حداقل مقدار n مورد نیاز برای تشکیل یک سیکلوآلکان، برابر با ۳ است. در یک سیکلوآلکان با n اتم کربن، n پیوند C-H و ۲n پیوند C-C دیده می شود؛ پس به طور کلی می توان گفت در یک سیکلوآلکان با n اتم کربن، مجموعاً ۳n پیوند اشتراکی بین اتم ها وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۷۴- اگر از واکنش $16/25$ گرم فلز روی ناخالص با مقدار کافی هیدروکلریک اسید، 10 لیتر گاز هیدروژن با چگالی 0.04 g.L^{-1} تولید شود، درصد خلوص فلز روی مصرف شده در این فرایند چقدر بوده و گاز هیدروژن تولید شده طی این فرایند، با چند مول گاز استیلن به طور کامل واکنش می دهد؟

$$(Zn = 65 \text{ و } H = 1 : g.mol^{-1})$$

$0.1 - 80 \text{ (۴)}$

$0.1 - 60 \text{ (۳)}$

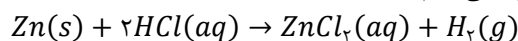
$0.2 - 80 \text{ (۲)}$

$0.2 - 60 \text{ (۱)}$

(متوسط - درصد خلوص و بازده - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا معادله واکنش انجام شده را می نویسیم و موازنه می کنیم:



در قدم اول حساب می کنیم برای تولید 10 لیتر گاز هیدروژن، به چند گرم فلز روی نیاز است:

$$? g Zn = 10 \text{ L } H_2(g) \times \frac{0.04 \text{ g } H_2(g)}{1 \text{ L } H_2(g)} \times \frac{1 \text{ mol } H_2(g)}{2 \text{ g } H_2(g)} \times \frac{1 \text{ mol } Zn(s)}{1 \text{ mol } H_2(g)} \times \frac{65 \text{ g } Zn(s)}{1 \text{ mol } Zn(s)} = 13 \text{ g}$$

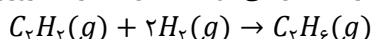
در قدم بعدی درصد خلوص فلز روی را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد خلوص فلز روی} = \frac{\text{جرم روی خالص}}{\text{جرم روی ناخالص}} \times 100 = \frac{13}{16/25} \times 100 = 80\%$$

برای محاسبه درصد خلوص فلز روی بر اساس روش تناسب، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم مولی گاز هیدروژن} \times \text{چگالی گاز هیدروژن}}{\text{جرم مولی گاز هیدروژن} \times \text{ضریب}} = \frac{P}{100} \Rightarrow \frac{2 \times 0.4}{1 \times 65} = \frac{P}{100} \Rightarrow P = 80 \text{ درصد}$$

چون در ساختار آلکین‌ها فقط یک پیوند سه‌گانه $C \equiv C$ وجود دارد، این مواد سیر نشده هستند. در واقع، هریک از اتم‌های کربن دخیل در ساختن پیوند اشتراکی $C \equiv C$ فقط به ۱ اتم دیگر متصل هستند. به همین خاطر، واکنش‌پذیری آلکین‌ها در مقایسه با آلکان‌ها و آلکن‌ها بیشتر است. ساده‌ترین عضو خانواده آلکین‌ها، اتین با فرمول شیمیایی C_2H_2 است. در گذشته گاز اتین را با نام «استیلن» نیز می‌خواندند. در فرایند جوش کاربیدی، با گرمای تولید شده در واکنش سوختن گاز اتین، دمای لازم برای جوش دادن قطعه‌های فلزی تأمین می‌شود. استیلن با گاز هیدروژن بر اساس معادله زیر واکنش می‌دهد:



با توجه به معادله واکنش بالا، داریم:

$$? \text{ mol } C_2H_2(g) = 10 \text{ L } H_2(g) \times \frac{0.4 \text{ g } H_2(g)}{1 \text{ L } H_2(g)} \times \frac{1 \text{ mol } H_2(g)}{2 \text{ g } H_2(g)} \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_2(g)}{2 \text{ mol } H_2(g)} = 0.1 \text{ mol}$$

گروه آموزشی ماز

۷۵- شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار هر مولکول از فراورده حاصل از واکنش گاز اتن با گاز کربن، چند واحد بیشتر از شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار مولکول SO_2Cl_2 است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

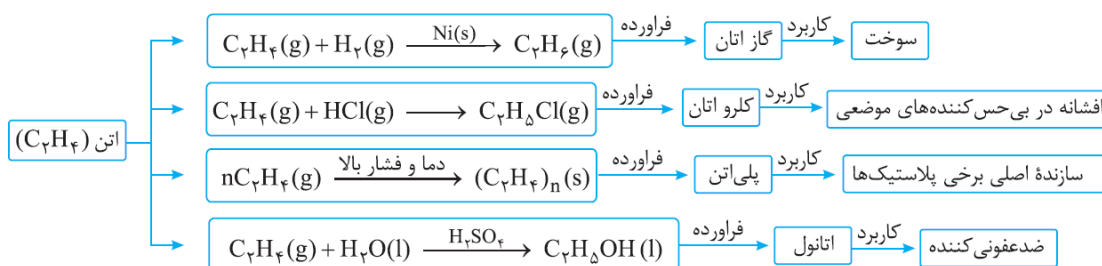
۳ (۲)

۴ (۱)

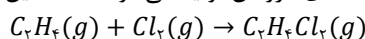
(آسان - آلکان‌ها - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

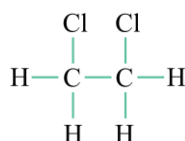
گاز اتن (اولین عضو خانواده آلکن‌ها با فرمول مولکولی C_2H_4)، سنگ بنای صنایع پتروشیمی بوده و با استفاده از آن، انواع فراورده‌های پتروشیمیایی سودمند را می‌توان تهیه کرد. نمودار زیر، روند تبدیل این ماده به برخی از فراورده‌های سودمند را نشان می‌دهد:



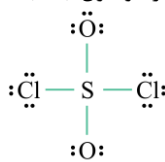
اگر گاز اتن را با گاز کربن وارد واکنش کنیم، ترکیبی با نام ۲،۱-دی‌کلرواتان تولید می‌شود. معادله این واکنش به صورت زیر است:



ساختار فراورده تولید شده نیز به صورت زیر خواهد بود:

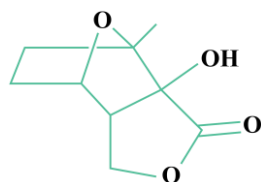


در ساختار ۲،۱-دی‌کلرواتان، تعداد ۷ پیوند اشتراکی وجود دارد. ساختار مولکول SO_2Cl_2 نیز به صورت زیر است:



در ساختار این مولکول، ۴ پیوند اشتراکی وجود دارد.

گروه آموزشی ماز



(۴) «ب» و «ت»

(۳) «ب» و «پ»

(۲) «الف» و «ت»

(۱) «الف» و «پ»

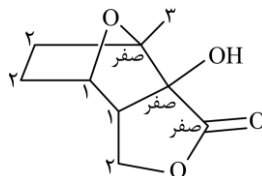
(متوسط - گروه‌های عاملی - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های (الف) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: ساختار ترکیب داده شده و شمار اتم‌های هیدروژن متصل به هر اتم کربن در ساختار این ماده، در تصویر زیر نشان داده شده است:



«پ»: فرمول شیمیایی ترکیب مورد نظر به صورت $C_9H_{12}O_4$ است. با توجه به فرمول شیمیایی نوشته شده، می‌توان گفت شمار اتم‌های کربن موجود در این ماده، ۷۵٪ برابر شمار اتم‌های هیدروژن است.

«پ»: در ساختار مولکول مورد نظر، ۴ اتم اکسیژن و هر اتم اکسیژن نیز ۲ جفت الکترون ناپیوندی دارد. بر این اساس، می‌توان گفت در ساختار این ماده مجموعاً ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. در ساختار مولکول هیدروژن سولفید نیز ۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

«ت»: این ماده از سمت گروه عاملی الکلی خود، با یک اسید آلی مثل پروپانویک اسید واکنش می‌دهد. طی این فرایند، یکی از بخش‌های قطبی این مولکول (گروه عاملی الکلی)، توسط یک بخش هیدروکربنی پوشانده شده و گشتاور دوقطبی مولکول کاهش می‌یابد. با کاهش میزان قطبیت این ماده، انحلال‌پذیری آن در یک حلال قطبی مثل آب کاهش پیدا می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۷۷- مقدار $22/4$ گرم گاز ۲-بوتن با خلوص ۷۵٪ را به‌طور کامل می‌سوزانیم. برای جذب گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در این فرایند، به چند گرم منیزیم

اکسید با خلوص ۲۵٪ نیاز داریم؟ ($H = 1$ و $C = 12$ و $O = 16$ و $Mg = 24$)

(۴) ۱۹۲

(۳) ۹۶

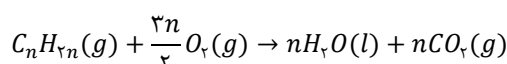
(۲) ۱۴۴

(۱) ۷۲

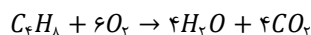
(متوسط - درصد خلوص و بازده - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

آلکن‌ها بر اساس معادله مقابل به‌طور کامل می‌سوزند:



همان‌طور که مشخص است، بر اثر سوختن کامل آلکن‌ها نیز مولکول‌های آب به همراه کربن دی‌اکسید تولید می‌شود. با توجه به معادله فوق، گاز ۲-بوتن بر اساس معادله زیر به‌طور کامل می‌سوزد:



با توجه به معادله این واکنش شیمیایی، مقدار گاز کربن دی‌اکسید تولید شده را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ mol } CO_2 = 22/4 \text{ g } C_4H_{10} \times \frac{100 \text{ g } C_4H_{10}}{58 \text{ g } C_4H_{10}} \times \frac{1 \text{ mol } C_4H_{10}}{58 \text{ g } C_4H_{10}} \times \frac{4 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_4H_{10}} = 1/2 \text{ mol}$$

گاز کربن دی‌اکسید، بر اساس معادله $MgO(s) + CO_2(g) \rightarrow MgCO_3(s)$ توسط منیزیم اکسید جذب می‌شود. با توجه به معادله این واکنش، جرم منیزیم اکسید ناخالص مورد نیاز را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ g } MgO = 1/2 \text{ mol } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } MgO}{1 \text{ mol } CO_2} \times \frac{40 \text{ g } MgO}{1 \text{ mol } MgO} \times \frac{100 \text{ g } MgO}{25 \text{ g } MgO} = 192 \text{ g}$$

طی این فرایند، ۱۹۲ گرم منیزیم اکسید ناخالص مصرف شده است.

گروه آموزشی ماز

۷۸- نمونه‌ای از ۱-بوتانول، در ساختار خود دارای 10^{23} اتم اکسیژن است. این نمونه از الکل مورد نظر، با چند گرم استیک اسید به‌طور کامل واکنش

داده و طی این فرایند چند گرم آب تولید می‌شود؟ ($H = 1$ و $C = 12$ و $O = 16$)

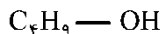
(۴) ۵/۴ - ۱۸

(۳) ۵/۴ - ۹

(۲) ۲/۷ - ۱۸

(۱) ۲/۷ - ۹

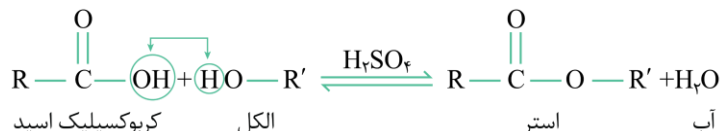
بوتانول با فرمول مولکولی C_4H_9OH ، چهارمین عضو از خانواده الکل‌های تک‌عاملی بوده و در هر مولکول آن، یک اتم اکسیژن وجود دارد. ساختار مولکولی این ماده به صورت زیر است:



با توجه به توضیحات داده شده، در یک مول از این ماده، یک مول اتم اکسیژن دیده می‌شود. از آنجا که هر مول اتم معادل با $10^{23} \times 6/0.2$ اتم است، مقدار بوتانول را در نمونه‌ای که حاوی $10^{23} \times 1/80.6$ اتم اکسیژن است، مشخص می‌کنیم:

$$? \text{ mol } C_4H_9OH = 1/80.6 \times 10^{23} \text{ atom O} \times \frac{1 \text{ mol O}}{6/0.2 \times 10^{23} \text{ atom O}} \times \frac{1 \text{ mol } C_4H_9OH}{1 \text{ mol O}} = 0.3 \text{ mol}$$

بنابراین مقدار بوتانول برابر با 0.3 مول است که با استیک اسید واکنش می‌دهد. واکنش میان اسیدها و الکل‌های تک‌عاملی (واکنش استری شدن) به صورت زیر انجام می‌شود:



پس معادله واکنش بوتانول با استیک اسید به صورت زیر است:



با توجه به معادله بالا، هر مول بوتانول با یک مول استیک اسید واکنش می‌دهد و یک مول استر و یک مول آب تولید می‌کند. بر این اساس، جرم استیک اسید مصرف شده و جرم آب تولید شده را به ازای مصرف 0.3 مول بوتانول به دست می‌آوریم. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ g } CH_3COOH = 0.3 \text{ mol } C_4H_9OH \times \frac{1 \text{ mol } CH_3COOH}{1 \text{ mol } C_4H_9OH} \times \frac{60 \text{ g } CH_3COOH}{1 \text{ mol } CH_3COOH} = 18 \text{ g}$$

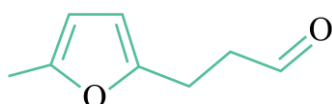
$$? \text{ g } H_2O = 0.3 \text{ mol } C_4H_9OH \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } C_4H_9OH} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 5.4 \text{ g}$$

با توجه به محاسبات بالا، نتیجه می‌گیریم این نمونه از الکل با 18 گرم استیک اسید به طور کامل واکنش داده و طی این فرایند، 5.4 گرم آب تولید می‌شود.

در الکل‌های کوچک (الکل‌های یک کربنه تا الکل‌های پنج کربنه)، بخش قطبی بر ناقطبی غلبه داشته و الکل در آب محلول است. به دیگر سخن نیروی بین مولکولی غالب در الکل‌ها تا پنج کربن از نوع هیدروژنی بوده و به همین دلیل، این الکل‌ها به خوبی در آب حل می‌شوند. با افزایش شمار اتم‌های کربن، بخش ناقطبی مولکول الکل‌ها بزرگ‌تر شده و میزان قطبیت مولکول کاهش می‌یابد. این روند سبب می‌شود که الکل‌های بزرگ‌تر در آب نامحلول بوده و در چربی حل شوند. توجه داریم که در متانول، اتانول و ۱-پروپانول، بخش قطبی به شدت بر بخش ناقطبی غلبه دارد و به همین خاطر، این الکل‌ها به هر نسبتی در آب حل شده و نمی‌توان محلول سیر شده‌ای از آن‌ها تهیه کرد.

گروه آموزشی ماز

۷۹- در رابطه با ترکیب آلی مقابل، کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟



- (۱) بین ذرات این ماده در یک نمونه خالص از آن، پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود.
- (۲) ذرات سازنده این ماده، برخلاف ذرات ترفتالیک اسید، با گاز H_2 واکنش نمی‌دهند.
- (۳) بر اثر سوزاندن هر مول از این ماده، $89/6$ لیتر گاز در شرایط استاندارد تولید می‌شود.
- (۴) شمار اتم‌های هیدروژن موجود در این ماده، با شمار اتم‌های هیدروژن در بوتان برابر است.

در ساختار مولکول بوتان، 4 اتم کربن و 10 اتم هیدروژن وجود دارد. فرمول شیمیایی ترکیب داده شده نیز به صورت $C_4H_{10}O$ بوده و در ساختار این ماده نیز 10 اتم هیدروژن وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

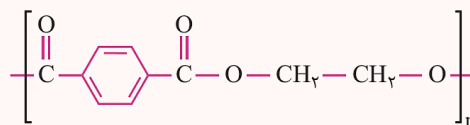
۱ چون در ساختار این ماده هیچ اتم هیدروژن متصل به یکی از اتم‌های اکسیژن، فلئور و یا نیتروژن وجود ندارد، پس بین ذرات این ماده پیوند هیدروژنی برقرار نمی‌شود. در ساختار این ماده، یک گروه آلدهیدی و یک گروه اتری وجود دارد.

۲ در ساختار این ماده، همانند مولکول ترفتالیک اسید، تعدادی پیوند دوگانه کربن-کربن وجود دارد، پس می‌توان گفت یک نمونه از این ماده، همانند ترفتالیک اسید، با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد. ساختار ترفتالیک اسید به صورت زیر است:

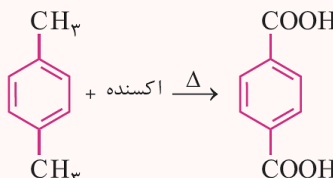


پلی اتیلن ترفتالات (PET)

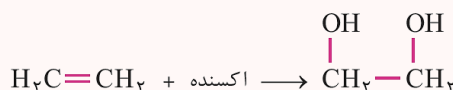
برای ساخت بسیاری از مواد پلاستیکی موجود در اطراف ما، از پلیمرهای مختلف استفاده می‌شود. پلیمر به کار رفته در ساخت بطری آب، پلی اتیلن ترفتالات با ساختار زیر است:



مونومرهای سازنده این پلی‌استر، دی‌الکل اتیلن گلیکول و دی‌اسید ترفتالیک اسید هستند. این دو ماده به ترتیب از اکسایش دو هیدروکربن اتن و پارازایلن تولید می‌شوند. واکنش اکسایش پارازایلن به صورت زیر است:



در این واکنش، عدد اکسایش دو اتم کربن متصل به حلقه بنزنی از ۳- در پارازایلن به ۳+ در ترفتالیک اسید تبدیل می‌شوند. اکسنده واکنش بالا، می‌تواند محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات یا اکسیژن هوا باشد. اگر اکسنده محلول پتاسیم پرمنگنات باشد، برای انجام واکنش باید دما بالا باشد که در این حالت باز هم بازدهی واکنش بالا نیست؛ اما گاز اکسیژن در حضور کاتالیزگرهای مناسب با بازده بالا، این هیدروکربن را به ترفتالیک اسید تبدیل می‌کند. واکنش تبدیل اتن به اتیلن گلیکول نیز به صورت زیر است:



در واکنش بالا نیز اکسنده مناسب محلول رقیق پتاسیم پرمنگنات است. در این واکنش عدد اکسایش هر اتم کربن از ۲- در اتن به ۱- در اتیلن گلیکول تبدیل می‌شود. در این دو واکنش اگر یون پرمنگنات اکسنده باشد، عدد اکسایش منگنز در یون پرمنگنات (MnO_4^-) از ۷+ به ۴+ در منگنز (IV) اکسید (MnO_2) می‌رسد. توجه داریم که پلی اتیلن ترفتالات، یک پلی‌استر بوده و زیست‌تخریب‌پذیر نیست اما قابل بازیافت است. برای بازیافت آن ابتدا مواد پلاستیکی را شسته و سپس ذوب کرده و دوباره از آن‌ها استفاده می‌کنند. همچنین می‌توان مواد پلاستیکی را پس از شست‌وشو، به تکه‌های کوچک پرک تبدیل کرده و در ساخت مواد پلاستیکی دیگر استفاده کرد. یک روش دیگر بازیافت این پلیمر، واکنش آن با متانول و تولید موادی با قابلیت تولید پلیمر است. البته این نکته را باید در نظر گرفت تبدیل پسماندهای پلاستیکی پلی‌اتیلن ترفتالات به مونومرهای سازنده، بسیار دشوار بوده و واکنش این ماده با متانول موجب تولید مونومرهای سازنده آن نخواهد شد.

تعداد مول آزاد شده کربن دی‌اکسید بر اثر سوختن کامل یک مول از یک ترکیب آلی، برابر با تعداد اتم‌های کربن موجود در ساختار هر مولکول از آن ترکیب آلی است؛ بنابراین، با توجه به فرمول مولکولی این ماده ($\text{C}_8\text{H}_{10}\text{O}_2$)، داریم:

$$? L \text{ CO}_2 = 1 \text{ mol C}_8\text{H}_{10}\text{O}_2 \times \frac{8 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_8\text{H}_{10}\text{O}_2} \times \frac{22/4 L \text{ CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 179/2 L$$

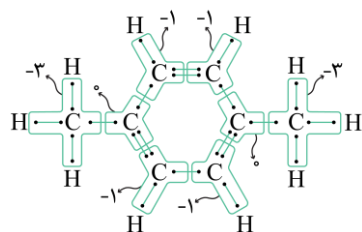
گروه آموزشی ماز

۸۰- در رابطه با مولکول پارازایلن، کدام عبارت درست است؟

- (۱) نسبت شمار کربن به هیدروژن در آن مشابه استون است.
- (۲) دارای ۲ گروه متیل بوده و برخلاف استیرن، یک ماده آروماتیک است.
- (۳) دارای ۵ پیوند دوگانه بوده و برخلاف اتانول، در نفت خام یافت می‌شود.
- (۴) شمار اتم‌های هیدروژن متصل به اتم کربن در ساختار آن، ۲/۵ برابر شمار این اتم‌ها در اتیلن گلیکول است.

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - فراوری و سنتز - مفهومی / حفظی - ۱۲۰۴)



پارازایلن، هیدروکربنی از نفت خام است که از آن در مراحل تولید پلی‌اتیلن ترفتالات استفاده می‌شود. تصویر مقابل، ساختار پارازایلن و عدد اکسایش اتم‌های کربن موجود در آن را نشان می‌دهد: همان‌طور که مشخص است، در ساختار این ماده دو گروه متیل به یک حلقه بنزنی متصل شده‌اند، پس این ماده یک ترکیب آروماتیک به شمار می‌رود. با توجه به ساختار نشان داده شده، عدد اکسایش ۲ عدد از اتم‌های کربن موجود در این ترکیب (اتم‌های کربن متصل به شاخه فرعی متیل) برابر صفر است. در ساختار این ماده، ۱۰ اتم هیدروژن متصل به کربن وجود دارد در حالی که در ساختار اتیلن گلیکول، ۴ اتم هیدروژن متصل به کربن وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ فرمول مولکولی پارازایلن به صورت C_8H_{10} بوده و فرمول مولکولی استون به صورت $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$ است. همان‌طور که مشخص است، نسبت شمار اتم‌های کربن به هیدروژن در پارازایلن، مشابه استون نیست.
- ۲ پارازایلن، همانند استیرن، دارای یک حلقه کربنی بنزنی بوده و از جمله مواد آروماتیک است. توجه داریم که فرمول مولکولی استیرن به صورت C_8H_8 است.
- ۳ پارازایلن در ساختار مولکولی خود دارای ۳ پیوند دوگانه است.

۸۱- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- الف: آنتالپی واکنش تولید CH_4 ، CO و N_2H_4 از عناصر سازنده آنها را نمی توان به صورت مستقیم اندازه گرفت.
 ب: انتقال گرما میان دو جسم، ممکن است با افزایش سطح انرژی جسمی با انرژی گرمایی بیشتر همراه باشد.
 پ: با افزایش دمای واکنش دهنده ها طی سوختن بوتان، مقدار $|\Delta H|$ این واکنش شیمیایی ثابت می ماند.
 ت: با تولید مقداری انرژی در واکنش اکسایش گلوکز در یاخته ها، دمای بدن انسان افزایش می یابد.

(۱) «الف» و «پ» (۲) «الف» و «ب» (۳) «ب» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

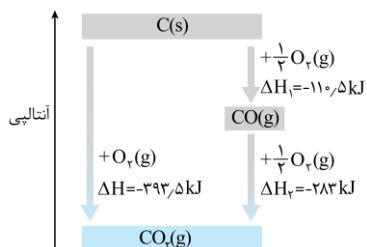
(متوسط - آنتالپی - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

عبارتهای (الف) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: واکنش تولید هیدرازین، متان و کربن مونوکسید از عناصر سازنده آنها در آزمایشگاه امکان پذیر نیست و آنتالپی آنها را به کمک قانون هس می توان محاسبه کرد. توجه داریم که هیدرازین (N_2H_4)، گازی ناپایدار بوده و در حضور گاز هیدروژن به سرعت به گاز آمونیاک تبدیل می شود. در فرایند تولید کربن مونوکسید از گاز اکسیژن و کربن نیز گاز کربن مونوکسید تولید شده در حضور اکسیژن به سرعت می سوزد و به گاز کربن دی اکسید تبدیل می شود. در واقع فرایند تولید گاز کربن مونوکسید، مرحله اول سوختن گرافیت بوده و آنتالپی آن را نمی توان به صورت مستقیم حساب کرد. واکنش سوختن گرافیت به صورت زیر طی دو مرحله انجام می شود:



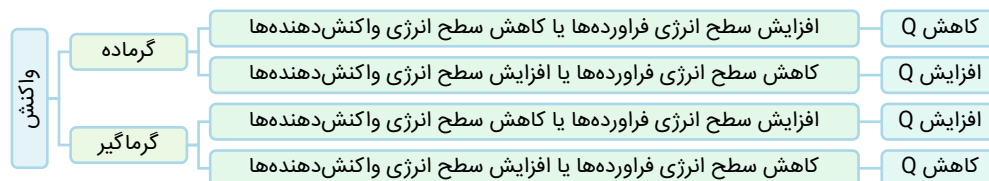
در این فرایند، هر دو مرحله گرماده هستند و مقدار آنتالپی مرحله دوم (سوختن گاز کربن مونوکسید) از مقدار آنتالپی مرحله اول (سوختن ناقص یک مول گرافیت) منفی تر است.

«ب»: انتقال گرما تنها بر اساس اختلاف دما بوده و از جسمی با دمای بالاتر به جسمی با دمای پایین تر منتقل می شود. در این حالت، ممکن است جسمی با انرژی گرمایی بیشتر، دمای کمتری داشته و از جسمی با انرژی گرمایی کمتر اما دمای بیشتر گرما بگیرد. به عنوان مثال، با انداختن گلوله آهنی داغ در یک استخر آب، گرما از گلوله داغ (جسم گرم) به آب استخر (جسم سرد) منتقل می شود. جرم آب استخر بسیار بیشتر از جرم گلوله بوده و به همین دلیل، انرژی گرمایی آب بیشتر از گلوله است؛ پس در این حالت گرما از ماده ای با انرژی گرمایی کمتر به ماده ای با انرژی گرمایی بیشتر منتقل شده است.

یک مفهوم مهم

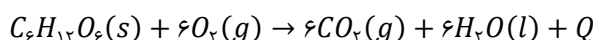
به مجموع انرژی جنبشی ذرات سازنده یک ماده، انرژی گرمایی گفته می شود. بر این اساس، اگر تعداد ذرات سازنده یک ماده (معادل با جرم آن ماده) بیشتر باشد یا ذرات سازنده آن ماده با سرعت بیشتری در حال جنب و جوش باشند، انرژی گرمایی آن نمونه از ماده نیز بیشتر خواهد بود. به عبارت دیگر، مقدار انرژی گرمایی یک ماده به جرم و دمای آن ماده بستگی دارد.

«پ»: نمودار زیر، روند تغییر آنتالپی واکنش های مختلف، بر حسب تغییر سطح انرژی واکنش دهنده ها و فراورده های شرکت کننده در آن واکنش را نشان می دهد:



واکنش سوختن انواع هیدروکربن ها از جمله بوتان، گرماده است. با افزایش دمای واکنش دهنده ها طی این واکنش شیمیایی، سطح انرژی این مواد افزایش پیدا می کند. با افزایش سطح انرژی واکنش دهنده ها، به شرط ثابت ماندن دمای فراورده ها، ΔH واکنش منفی تر می شود.

«ت»: فرمول مولکولی گلوکز به صورت $C_6H_{12}O_6$ است. معادله واکنش اکسایش گلوکز (قند خون) در بدن انسان که منجر به تأمین انرژی مورد نیاز برای سلول ها می شود به صورت زیر است:



با وجود تولید انرژی در این واکنش شیمیایی، دمای بدن تغییر محسوسی نمی کند. در این شرایط، چون دمای مواد واکنش دهنده پیش از آغاز واکنش با دمای مواد فراورده پس از پایان واکنش برابر است ($\Delta \theta = 0$)؛ پس انرژی آزاد شده در این فرایند را نمی توان ناشی از تغییر در مقدار انرژی جنبشی مواد شرکت کننده در آن دانست. در واقع، انرژی آزاد شده در این واکنش از تغییر در مقدار انرژی پتانسیل مواد شرکت کننده در آن، که به دنبال تغییر در نحوه ی برقراری پیوندهای شیمیایی بین اتم های سازنده این مواد است، منشأ می گیرد.

۸۲- مقدار ۱۰۵۰ گرم پتاسیم کلرات در یک بشر مطابق واکنش موازنه نشده $KClO_3(s) \rightarrow KCl(s) + O_2(g)$ در اثر گرما، تجزیه می شود. اگر بعد از گذشت ۲ دقیقه و ۵۰ ثانیه، مجموع جرم مواد جامد موجود در ظرف به ۸۵۸ گرم برسد، سرعت متوسط تولید پتاسیم کلرید در این بازه تقریباً برابر با چند گرم بر ثانیه است؟ ($O = ۱۶$ و $Cl = ۳۵/۵$ و $K = ۳۹$: $g \cdot mol^{-1}$)

۰/۹۶ (۴)

۱/۲۵ (۳)

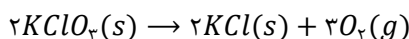
۱/۷۵ (۲)

۲/۳۸ (۱)

(سخت - سرعت تولید یا مصرف مواد - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



همان طور که در این واکنش مشخص است، مقدار کاهش جرم جامد موجود در بشر برابر جرم گاز اکسیژن تولید شده است؛ پس در این واکنش ۱۹۲ گرم گاز اکسیژن تولید شده و از ظرف خارج می شود. در این رابطه، داریم:

$$192 g = 1050 g - 858 g$$

بر این اساس جرم پتاسیم کلرید تولید شده را حساب می کنیم:

$$? g KCl = 192 g O_2 \times \frac{1 mol O_2}{32 g O_2} \times \frac{2 mol KCl}{3 mol O_2} \times \frac{74.5 g KCl}{1 mol KCl} = 298 g$$

حال سرعت متوسط تولید این ماده را بر حسب گرم بر ثانیه به دست می آوریم:

$$\bar{R}_{KCl} = \frac{\text{جرم } KCl \text{ تولید شده}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{KCl} = \frac{298 g}{\left(2 \text{ min} \times \frac{60 s}{1 \text{ min}}\right) + 50 s} \approx 1/75 g \cdot s^{-1}$$

پس سرعت متوسط تولید پتاسیم کلرید در این واکنش به تقریب برابر با ۱/۷۵ گرم بر ثانیه است.

گروه آموزشی ماز

۸۳- در یک ظرف یک لیتری، واکنش $AB_2(g) \rightarrow A(g) + 2B(g)$ به صورتی پیش می رود که در هر ۲۰ دقیقه غلظت ماده اولیه ۸۰ درصد کاهش می یابد.

اگر به ازای تجزیه ۹۹/۲ درصد از مولکول های AB_2 در این واکنش، ۲/۴۸ مول گاز B تولید شود، چند ساعت از آغاز واکنش سپری شده و مقدار اولیه گاز AB_2 چند مول بوده است؟

۱/۵ - ۲ (۴)

۱/۲۵ - ۲ (۳)

۱/۵ - ۱ (۲)

۱/۲۵ - ۱ (۱)

(متوسط - سرعت متوسط و سرعت واکنش - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا مقدار مصرف شده از گاز AB_2 را حساب می کنیم:

$$? mol AB_2 = 2/48 mol B \times \frac{1 mol AB_2}{2 mol B} = 1/24 mol$$

از طرفی، با توجه به اطلاعات داده شده داریم:

$$1/25 mol \cdot L^{-1} = \text{غلظت اولیه} \Rightarrow 1/24 mol \cdot L^{-1} = \text{غلظت اولیه} \times \frac{99/2}{100} = \text{غلظت مصرف شده} - \text{غلظت اولیه} = \text{غلظت مصرف شده}$$

نکته مهم در حل سؤالات سرعت واکنش

برای حل مسائل ترکیبی سرعت و نیمه عمر از رابطه های خاصی استفاده می کنیم. در این روابط، تعداد بازه های زمانی سپری شده برابر است با:

$$(۱) n = \frac{\text{کل زمان}}{\text{بازه های زمانی مشخص}} = \frac{t}{T}$$

غلظت باقی مانده از واکنش دهنده برابر است با:

$$(۲) A = \left(\frac{1}{k}\right)^n \times A_0$$

در رابطه (۲)، مقدار A_0 غلظت اولیه است و غلظت واکنش دهنده در هر بازه زمانی $\frac{1}{k}$ برابر می شود، پس داریم:

$$(۳) \text{مقدار مصرف شده} = A_0 - A = A_0 - \left[\left(\frac{1}{k}\right)^n \times A_0\right] = A_0 \left[1 - \left(\frac{1}{k}\right)^n\right]$$

از طرفی در هر ۲۰ دقیقه غلظت ماده اولیه ۸۰٪ کاهش پیدا می کند یا $\frac{1}{5}$ برابر می شود، بنابراین داریم:

$$A = \left(\frac{1}{k}\right)^n \times A_0 \Rightarrow \frac{(1/25 - 1/24)}{1/24} = \left(\frac{1}{5}\right)^n \times 1/24 \Rightarrow 0/008 = (0/2)^n \Rightarrow n = 3$$

بنابراین زمان سپری شده از آغاز واکنش برابر است با:

$$t = nT = 3 \times 20 = 60 \text{ min} \approx 1 \text{ h}$$

گروه آموزشی ماز

۸۴- در یک واکنش، رابطه $\bar{R}_A = -\frac{\Delta n_A}{\Delta t} = \frac{\Delta n_B}{\Delta t}$ برقرار است. اگر $\bar{R}_C = 2\bar{R}_A$ باشد، کدام معادله شیمیایی را می‌توان برای این واکنش در نظر گرفت؟

(۱) $A(g) \rightarrow B(g) + 4C(g)$

(۲) $C(g) \rightarrow A(g) + 2B(g)$

(۳) $2A(g) + B(g) \rightarrow C(g)$

(۴) $A(g) + 2C(g) \rightarrow B(g)$

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به علامت منفی در رابطه سرعت متوسط ماده A (رابطه $\bar{R}_A = -\frac{\Delta n_A}{\Delta t}$)، می‌توان گفت این ماده واکنش‌دهنده است و در سمت چپ معادله واکنش مورد نظر وجود دارد. از طرفی با توجه به رابطه داده شده در صورت سؤال که به صورت $-\frac{\Delta n_A}{\Delta t} = \frac{\Delta n_B}{\Delta t}$ است، ماده B فراورده بوده و ضرایب استوکیومتری مواد A و B با هم برابر است؛ پس گزینه‌های (۲) و (۳) حذف می‌شوند. در نهایت با توجه به رابطه $\bar{R}_C = 2\bar{R}_A$ مشخص است که ضریب استوکیومتری C ، دو برابر ضریب استوکیومتری A است. در نتیجه گزینه (۴) درست است.

رابطه بین سرعت مواد مختلف در یک واکنش شیمیایی

در یک واکنش شیمیایی، سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد شرکت‌کننده در واکنش، متناسب با ضریب استوکیومتری این مواد در معادله موازنه شده واکنش مورد نظر است. به عنوان مثال، اگر در طول بازه زمانی Δt تغییر مقدار مواد شرکت‌کننده در واکنش $2A(s) \rightarrow C(s) + 4B(g)$ را بررسی کنیم، با توجه به ضرایب مواد شرکت‌کننده در این واکنش، رابطه $|\Delta n_A| = |\Delta n_C| = |\Delta n_B|$ بین مقدار تغییر غلظت این مواد برقرار است. بر این اساس، رابطه $2\bar{R}_A = \bar{R}_C = 4\bar{R}_B$ بین سرعت متوسط مصرف یا تولید مواد نیز برقرار می‌شود؛ پس داریم:

$$\frac{\bar{R}_A}{\bar{R}_B} = \frac{2}{4} = 0.5$$

$$\frac{\bar{R}_A}{\bar{R}_C} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\frac{\bar{R}_C}{\bar{R}_B} = \frac{1}{2} = 0.5$$

گروه آموزشی ماز

۸۵- کدام یک از مطالب زیر در رابطه با کلسترول درست است؟

- (۱) از میان پیوندهای موجود در ساختار مولکول آن، پیوند $C = C$ سخت‌تر از سایر پیوندها شکسته می‌شود.
- (۲) این ماده نوعی ترکیب آروماتیک بوده و گروه عاملی موجود در اتیلن‌گلیکول، در آن نیز وجود دارد.
- (۳) این ماده در شرایط مناسب با آب پیوند هیدروژنی برقرار کرده و به خوبی در آب حل می‌شود.
- (۴) همانند اتن، عدد اکسایش همه اتم‌های کربن موجود در این ماده کمتر از صفر خواهد بود.

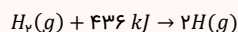
پاسخ: گزینه ۱

کلسترول، یکی از مواد آلی موجود در غذاهای جانوری است که مقدار اضافی آن در دیواره‌ی رگ‌ها رسوب می‌کند. این فرایند، منجر به گرفتگی رگ‌ها شده و سکتة قلبی را به دنبال دارد. فرمول شیمیایی کلسترول به صورت $C_{27}H_{46}O$ بوده و در ساختار آن ۷۸ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها قرار دارد. در ساختار کلسترول پیوندهای $C - C$ ، $C = C$ ، $C - H$ ، $C - O$ و $O - H$ وجود دارد که در بین آن‌ها آنتالپی پیوند $C = C$ از همه بیشتر است و بنابراین سخت‌تر از سایر پیوندها شکسته می‌شود. در این رابطه، داریم:

$$C = C > O - H > C - H > C - O > C - C$$

آنتالپی پیوند و نکات آن

به مقدار انرژی لازم برای شکستن یک مول پیوند اشتراکی (کووالانسی) یکسان در حالت گازی، آنتالپی پیوند گفته می‌شود. به عنوان مثال، یک مول گاز H_2 را در نظر بگیرید. در این نمونه گازی، یک مول پیوند $H - H$ بین اتم‌های هیدروژن وجود دارد. معادله واکنش شیمیایی مربوط به شکستن این پیوندهای اشتراکی به صورت زیر است:

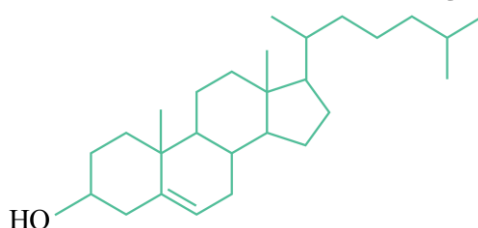


در ترموشیمی به انرژی مصرف شده در این واکنش که منجر به تولید ۲ مول اتم مجزای گازی هیدروژن می‌شود، آنتالپی پیوند $H - H$ گفته شده و مقدار آن با نماد $\Delta H(H - H) = +436 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ نشان داده می‌شود. هرچقدر که اتم‌ها دخیل در تشکیل یک پیوند کووالانسی با قدرت بیشتری یکدیگر را جذب کنند، انرژی مورد نیاز برای جدا کردن آن دو اتم مورد نظر بیشتر خواهد بود. عوامل زیر، بر مقدار آنتالپی پیوندهای اشتراکی مؤثر هستند:

۱. مرتبه پیوند: هرچه مرتبه پیوند اشتراکی بین دو اتم بیشتر باشد، آنتالپی پیوند بیشتر خواهد بود. به عبارت دیگر، به شرط ثابت بودن اتم‌های دخیل در پیوند، آنتالپی پیوند سه گانه بیشتر از پیوند دوگانه و آنتالپی پیوند دوگانه نیز بیشتر از پیوند یگانه خواهد شد.
۲. شعاع اتم‌های دخیل در تشکیل پیوند: هرچقدر که شعاع اتم‌های دخیل در تشکیل پیوندهای کووالانسی کوچک‌تر باشد، آن اتم‌ها با قدرت بیشتری یکدیگر را جذب کرده و آنتالپی آن پیوند بیشتر می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

تصویر زیر، ساختار مولکول‌های کلسترول را نشان می‌دهد:



این ترکیب آلی دارای ۴ حلقه کربنی و یک پیوند دوگانه در ساختار خود است؛ پس در دسته ترکیب‌های آلی سیر نشده قرار می‌گیرد. با توجه به گروه عاملی هیدروکسیل موجود در کلسترول، این ترکیب یک الکل سیر نشده محسوب می‌شود. با توجه به ساختار داده شده، کلسترول یک ماده آروماتیک به‌شمار نرفته و فاقد حلقه بنزنی است.

هرچند که کلسترول از طریق گروه عاملی الکلی خود با آب پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند اما چون بخش عمده مولکول آن ناقطبی است، این ماده به خوبی در آب حل نمی‌شود.

در ساختار کلسترول، اتم‌های کربنی وجود دارد که فقط به اتم‌های کربن متصل هستند. عدد اکسایش این اتم‌های کربن، برابر با صفر می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۸۶- واکنش $CH_3OH(g) \rightarrow CO(g) + 2H_2(g)$ را در شرایط استاندارد با وارد کردن $44/8$ لیتر گاز متانول به یک سیلندر با پیستون متحرک آغاز می‌کنیم. اگر پس از گذشتن ۸ دقیقه، ۷۵ درصد از بخار متانول تجزیه شود، سرعت متوسط تولید گاز دواتمی جورهسته در این واکنش در طول این بازه زمانی، برابر با چند $mol.s^{-1}$ است؟

$$1/25 \times 10^{-3} \quad (4)$$

$$6/25 \times 10^{-3} \quad (3)$$

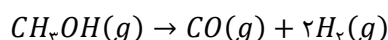
$$4/16 \times 10^{-3} \quad (2)$$

$$2/0.8 \times 10^{-3} \quad (1)$$

(متوسط - سرعت تولید یا مصرف مواد - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:



در صورت تجزیه شدن ۷۵ درصد از گاز CH_3OH ، حجم آن به $11/2 L$ می‌رسد. ابتدا حساب می‌کنیم در بازه زمانی ۸ دقیقه، چند مول گاز دواتمی جورهسته (یعنی گاز H_2) تولید می‌شود. بر این اساس، داریم:

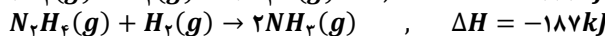
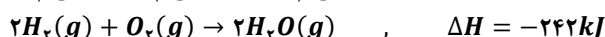
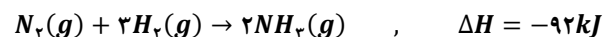
$$? mol H_2 = (44/8 - 11/2) L CH_3OH \times \frac{1 mol CH_3OH}{22/4 L CH_3OH} \times \frac{2 mol H_2}{1 mol CH_3OH} = 3 mol$$

توجه داریم که ساده‌ترین مولکول‌ها، مولکول‌های دواتمی هستند. مولکول‌هایی مانند H_2 و Cl_2 که از دو اتم یکسان تشکیل شده‌اند، مولکول دواتمی جورهسته نامیده می‌شوند. بنابراین سرعت متوسط تولید گاز H_2 برابر است با:

$$H_2 \text{ سرعت متوسط تولید} = \frac{\Delta n(H_2)}{\Delta t} = \frac{3 mol}{8 min \times \frac{60 s}{1 min}} = 6/25 \times 10^{-3} mol.s^{-1}$$

گروه آموزشی ماز

۸۷- با توجه به واکنش‌های زیر، اگر سرعت تولید بخار آب در واکنش $N_2H_4(g) + O_2(g) \rightarrow N_2(g) + 2H_2O(g)$ برابر $3/45 L.min^{-1}$ باشد، پس از گذشت ۲۰ ثانیه، چند کیلوژول گرما در این واکنش آزاد می‌شود؟



(حجم مولی بخار آب برابر با $22 L.mol^{-1}$ است.)

$$16/85 \quad (4)$$

$$16/15 \quad (3)$$

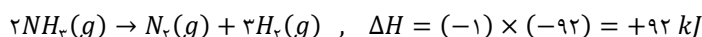
$$8/425 \quad (2)$$

$$8/075 \quad (1)$$

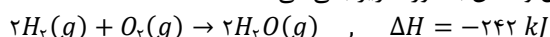
(سخت - سرعت تولید یا مصرف مواد - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

با استفاده از قانون هس می‌توانیم ΔH برخی از واکنش‌ها را به‌طور دقیق محاسبه کنیم. بر اساس این قانون، اگر معادله واکنشی را بتوان از جمع معادله دو یا چند واکنش دیگر به دست آورد، ΔH آن واکنش نیز از جمع جبری ΔH همان واکنش‌ها به‌دست می‌آید. در قدم اول با استفاده از قانون هس، آنتالپی واکنش سوختن هیدرازین را به‌دست می‌آوریم. در واکنش موردنظر، $N_2(g)$ در سمت راست با ضریب یک است؛ پس واکنش اول را در (-1) ضرب می‌کنیم. بر این اساس، داریم:



گونه $H_2O(g)$ در سمت راست با ضریب دو است؛ پس واکنش دوم را تغییر نمی‌دهیم. معادله این واکنش به‌صورت زیر باقی می‌ماند:



در سمت چپ با ضریب یک است، پس واکنش سوم را هم تغییر نمی‌دهیم. معادله این واکنش به‌صورت زیر باقی می‌ماند:



بنابراین آنتالپی واکنش سوختن هیدرازین برابر خواهد بود با:

$$\Delta H = 92 + (-242) + (-187) = -337 kJ$$

از آن‌جا که صورت سؤال، سرعت متوسط تولید بخار آب در واکنش سوختن هیدرازین را بر حسب لیتر بر دقیقه به ما داده است؛ بنابراین می‌توان گفت در یک دقیقه $3/45$ لیتر بخار آب تولید می‌شود، پس برای ۲۰ ثانیه داریم:

$$3/45 L H_2O \times \frac{20 s}{60 s} = 1/15 L H_2O$$

$$\text{حجم بخار آب تولیدی در } 20 \text{ ثانیه}$$

در نهایت مقدار گرمای آزاد شده در این بازه زمانی را محاسبه می‌کنیم:

$$? kJ = 1/15 L H_2O \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{23 L H_2O} \times \frac{337 kJ}{1 \text{ mol } H_2O} = 8/425 kJ$$

برای محاسبه مقدار گرمای مبادله شده با استفاده از کسر تبدیل، داریم:

$$\frac{\text{لیتر بخار آب}}{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}} = \left| \frac{q}{\Delta H} \right| \Rightarrow \frac{1/15}{2 \times 23} = \frac{q}{337} \Rightarrow q = 8/425 kJ$$

گروه آموزشی ماز

۸۸- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) نمک سود کردن، از روش‌هایی است که از آن برای افزایش زمان ماندگاری مواد غذایی مثل ماهی استفاده می‌شود.
- (۲) سرعت متوسط مصرف مواد در یک واکنش را همواره می‌توان با اندازه‌گیری تغییر جرم و یا فشار آن‌ها تعیین کرد.
- (۳) پودر زغال، نسبت به یک تکه زغال، سطح تماس بیشتری با اکسیژن داشته و سرعت سوختن آن بیشتر است.
- (۴) افزایش رطوبت محیط، همانند افزایش دمای محیط، سرعت فساد مواد غذایی را افزایش می‌دهد.

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - غذا، پسماند و رد پای آن - مفهومی - ۱۱۰۲)

به کمک اندازه‌گیری فشار، تنها سرعت متوسط مصرف یا تولید مواد گازی شرکت‌کننده در یک واکنش را می‌توان تعیین کرد و این روش برای اندازه‌گیری سرعت تولید و یا مصرف مواد مایع و جامد کاربرد ندارد. در نقطه مقابل، اندازه‌گیری جرم را می‌توان برای تعیین سرعت هر حالتی از ماده به کار گرفت.

نکاتی پیرامون سرعت واکنش

برای محاسبه سرعت متوسط مصرف یا تولید مواد شرکت‌کننده در یک واکنش شیمیایی، باید از کمیت‌های قابل اندازه‌گیری مواد شرکت‌کننده در آن واکنش مانند جرم، فشار، غلظت و یا حجم استفاده کنیم. برای این منظور، یک بازه زمانی به طول Δt را در نظر گرفته و تغییر مقدار کمیت مورد نظر (Δn) را در طول آن بازه به دست می‌آوریم. سرعت متوسط مصرف یا تولید ماده‌ی مورد نظر ($\bar{R}$) برابر می‌شود با:

از آنجا که غلظت مواد جامد (S) یا مایع خالص (l) ثابت بوده و با تغییر مقدار این مواد، تغییری در مقدار غلظت آن‌ها ایجاد نمی‌شود، برای بیان سرعت متوسط مصرف یا تولید این گروه از مواد، حتماً باید از تغییر تعداد مول‌های ماده مورد نظر استفاده کنیم. این درحالی است که برای بیان سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد گازی (g) یا محلول (aq)، می‌توانیم از تغییر تعداد مول‌ها یا تغییر غلظت این مواد استفاده کنیم. توجه داریم که سرعت همواره کمیتی مثبت است اما علامت تغییر تعداد مول‌های واکنش‌دهنده‌ها در طول زمان منفی می‌شود (واکنش‌دهنده‌ها در طول زمان مصرف می‌شوند، پس $n_1 > n_2$ بوده و $\Delta n < 0$ است). بر این اساس، با قرار دادن مقدار Δn در نماد قدرمطلق، سرعت واکنش عددی مثبت به دست می‌آید.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ همه خوراکی‌ها و غذاها تاریخ مصرف دارند. تاریخ مصرف مواد غذایی نشان می‌دهد که این مواد غذایی چه مدتی سالم می‌ماند و قابل مصرف است. انسان همواره در طول تاریخ در جست‌وجوی روش‌هایی بوده که بتواند مواد غذایی را برای مدت‌های طولانی‌تری سالم نگه دارد و ذخیره کند. خشک کردن، ترشی انداختن و نمک‌سود کردن ماهی، از جمله روش‌هایی هستند که از آن‌ها برای افزایش مدت زمان نگهداری غذاها استفاده می‌شده است.
- ۳ اگر یک تکه زغال را به دو تکه کوچک‌تر تقسیم کنیم، سطح تماس زغال با اکسیژن موجود در محیط اطراف افزایش می‌یابد. اگر فرایند تقسیم کردن و خرد کردن زغال را ادامه دهیم، نهایتاً گرد زغال به دست می‌آید که سطح تماس بسیار زیادی دارد و در نتیجه راحت‌تر با اکسیژن هوا وارد واکنش شده و سرعت واکنش سوختن آن بیش‌تر است.
- ۴ افزایش رطوبت محیط، افزایش دمای محیط و افزایش نور در محیط، سرعت فساد مواد غذایی را افزایش می‌دهد.

محیط مناسب برای نگهداری مواد غذایی

تجربه نشان می‌دهد که محیط سرد، خشک و تاریک، برای نگهداری انواع مواد غذایی مناسب‌تر از محیط گرم، روشن و مرطوب است. نگهداری اغلب مواد غذایی در سردخانه‌ها، تأییدی بر این تجربه است. در واقع عوامل محیطی مانند رطوبت، اکسیژن، نور و دما، در چگونگی و زمان نگهداری غذا مؤثرند. در محیط مرطوب و گرم، میکروب‌ها شروع به رشد و تکثیر نموده تا جایی که ماده غذایی کپک زده و سرانجام فاسد می‌شود، اما در محیط خشک و سرد، امکان رشد این جانداران ذره‌بینی وجود ندارد.

گروه آموزشی ماز

۸۹- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- الف: ریختن گرد آهن روی شعله، همانند گرما دادن به الیاف آهن در حضور اکسیژن خالص، موجب سوختن آهن می‌شود.
- ب: در واکنش تجزیه مالتوز، قند موجود در خون تولید شده و سرعت تغییر غلظت فرآورده، ۲ برابر مالتوز است.
- پ: کاغذ، به کمک رشته‌های سلولز ساخته شده و با تجزیه این ماده در طول زمان، کاغذ زرد و پوسیده می‌شود.
- ت: با آغشته کردن قند به مقداری از خاک باغچه، واکنش سوختن این ماده با سرعت بیشتری انجام می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

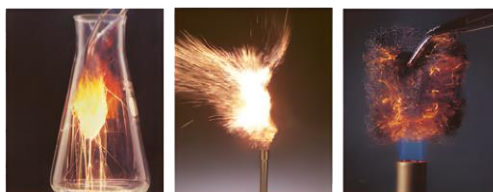
۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

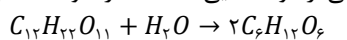
(متوسط - غذا، پسماند و رد پای آن - مفهومی / حفظی - ۱۱۰۲)

همه عبارت‌های داده شده درست هستند.

«الف»: با گرفتن الیاف آهن بر روی شعله آتش، واکنش سوختن آهن اتفاق نمی‌افتد و الیاف آهنی فقط سرخ و برافروخته می‌شوند. برای آن که این الیاف بسوزند، یا باید آن‌ها را در مجاورت اکسیژن خالص قرار بدهیم و یا این که باید آن‌ها را به‌صورت پودر در بیاوریم و بر روی شعله آتش بپاشیم. در حالت اول، به‌خاطر اثر غلظت و در حالت دوم، به‌خاطر افزایش سطح تماس، واکنش مورد نظر انجام می‌شود. تصاویر زیر، به ترتیب از راست به چپ، گداخته شدن الیاف آهن، سوختن گرد آهن و سوختن الیاف آهن در حضور اکسیژن خالص را نشان می‌دهد.



«ب»: در هر واکنش شیمیایی، سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد متناسب با ضریب استوکیومتری آن ماده در معادله موازنه شده واکنش است. قند موجود در جوانه گندم مالتوز بوده و فرمول شیمیایی آن به‌صورت $C_{12}H_{22}O_{11}$ است. سمنو یکی از مواد غذایی است که از جوانه گندم تهیه شده و محتوی مواد غذایی گوناگون از جمله مالتوز است. این ماده مطابق واکنش مقابل به گلوکز تبدیل می‌شود:



«پ»: ورقه‌های کاغذی با استفاده از الیاف سلولزی ساخته شده‌اند. کتاب‌های قدیمی در گذر زمان زرد و پوسیده می‌شوند و این پدیده نشان می‌دهد که واکنش تجزیه سلولز سازنده کاغذ، بسیار کند رخ می‌دهد.

«ت»: خاک باغچه، محتوی کاتالیزگر مناسب برای واکنش سوختن قند است. با آغستن سطح قند به خاک باغچه، این ماده با سرعت بیشتری با اکسیژن هوا واکنش داده و می‌سوزد. مهم‌ترین کاتالیزگرهای استفاده شده در واکنش‌های مختلف، به شرح زیر هستند:

واکنش شیمیایی	کاتالیزگر
واکنش سوختن قند	خاک باغچه
واکنش میان گازهای هیدروژن و نیتروژن (فرایند هابر)	ورقه‌ی آهنی
واکنش تولید پلی‌اتن	تیتانیم و آلومینیم
واکنش تجزیه محلول هیدروژن پراکسید	یون یدید در محلول پتاسیم یدید
واکنش میان گازهای هیدروژن و اکسیژن	فلزهای روی و پلاتین
کاتالیزگر واکنش میان الکل‌ها و اسیدها برای تولید استرها	سولفوریک اسید
واکنش حذف آلاینده‌های تولید شده در خودروها	رودیم، پالادیم، پلاتین

در واکنش‌های شیمیایی، نماد کاتالیزگر بر روی فلش واکنش و به‌صورت $(\xrightarrow{\text{کاتالیزگر}})$ نشان داده می‌شود. توجه داریم که کاتالیزگرها در واکنش‌ها مصرف نمی‌شوند و تنها با کاهش سطح انرژی فعال‌سازی، باعث افزایش سرعت آن‌ها می‌شوند.

گروه آموزشی ماز

۹۰- واکنش $SiO_2(s) + 2C(s) \rightarrow Si(l) + 2CO(g)$ با سرعت متوسط 0.2 مول بر دقیقه در شرایطی که چگالی گاز اکسیژن برابر 1.6 g.L^{-1} است، انجام می‌شود. با گذشتن چند ثانیه از ابتدای کار، به کمک گاز تولید شده می‌توان یک بادکنک کروی به شعاع 20 cm را پر از گاز کرد؟ (عدد π را برابر

۳ در نظر بگیرید. $g.mol^{-1}$: $C = 12$ و $O = 16$)

(۱) ۱۸۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۴۸۰

(سخت - سرعت متوسط و سرعت واکنش - مسئله ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

در قدم اول از حل سؤال، باید حجم مولی گازها را در شرایط داده شده محاسبه کنیم. با توجه به داده‌های ارائه شده، چگالی یک نمونه از گاز اکسیژن برابر با 1.6 g.L^{-1} است؛ پس داریم:

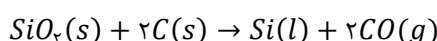
$$\text{چگالی گاز} = \frac{\text{جرم مولی گاز}}{\text{حجم مولی گاز}} \Rightarrow 1.6 = \frac{32 \text{ g.mol}^{-1}}{V \text{ L.mol}^{-1}} \Rightarrow V = 20 \text{ L}$$

ابتدا حجم بادکنک کروی ایجاد شده را بر حسب لیتر محاسبه می‌کنیم:

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times (20)^3 = 32000 \text{ mL}$$

$$\text{حجم } 1 \text{ L} \times \frac{\text{حجم } 32000 \text{ mL}}{1000 \text{ mL}} = 32 \text{ L}$$

با توجه به محاسبات بالا، حجم مولی گازها برابر با 20 لیتر بر مول بوده و به مقداری گاز نیاز داریم تا بتوانیم یک بادکنک 32 لیتری را پر کنیم. معادله واکنشی که منجر به تولید گاز می‌شود، به‌صورت زیر است:



سرعت واکنش

شیب نمودار مول-زمان برای هریک از مواد شرکت‌کننده‌ها در واکنش، متناسب با ضریب استوکیومتری آن ماده در معادله‌ی موازنه‌شده واکنش است. به عبارت دیگر، اگر ضریب استوکیومتری شرکت‌کننده‌ها یکسان نباشد، سرعت متوسط آن‌ها متفاوت از یکدیگر خواهد بود. شیمی‌دان‌ها برای درک آسان‌تر روند پیشرفت واکنش‌ها در واحد زمان، از یک مفهوم کاربردی به نام سرعت واکنش استفاده می‌کنند. سرعت واکنش، از تقسیم سرعت متوسط مصرف یا تولید هر ماده شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن ماده به‌دست می‌آید. به‌عنوان مثال، در واکنش $2A(g) + 3B(g) \rightarrow C(g) + 2D(g)$ برای محاسبه سرعت متوسط واکنش در بازه زمانی Δt به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{|\Delta n_A|}{\nu_A \Delta t} = \frac{|\Delta n_B|}{\nu_B \Delta t} = \frac{|\Delta n_C|}{\nu_C \Delta t} = \frac{|\Delta n_D|}{\nu_D \Delta t} \implies \bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_A}{\nu_A} = \frac{\bar{R}_B}{\nu_B} = \frac{\bar{R}_C}{\nu_C} = \frac{\bar{R}_D}{\nu_D}$$

یکاهای مورد استفاده برای بیان سرعت متوسط واکنش‌ها مشابه به یکاهای مورد استفاده برای بیان سرعت متوسط مصرف یا تولید مواد مختلف است.

کربن مونوکسید، تنها فراورده گازی این واکنش است. سرعت متوسط واکنش برابر با 0.2 مول بر دقیقه است، پس با توجه به ضریب استوکیومتری گاز کربن مونوکسید، می‌توان گفت در هر دقیقه 0.4 مول گاز کربن مونوکسید تولید می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ زمان } s = 240 \text{ s} = \frac{60 \text{ s زمان}}{1 \text{ min زمان}} \times \frac{1 \text{ min زمان}}{60 \text{ s زمان}} \times \frac{1 \text{ mol CO}}{2 \text{ mol CO}} \times 32 \text{ L CO} = 240 \text{ s}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، در طول مدت زمان 240 ثانیه، بادکنک مورد نظر توسط گاز کربن مونوکسید پر می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۹۱- در واکنش فلز روی با مقداری هیدروکلریک اسید، یک فراورده گازی تولید شده و در صورت انحلال مقداری گاز در محلول مورد نظر، سرعت تولید گاز در این محلول کاهش می‌یابد.

(۲) ناقطبی - آمونیاک

(۱) ناقطبی - هیدروژن فلوئورید

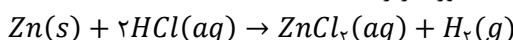
(۴) قطبی - آمونیاک

(۳) قطبی - هیدروژن فلوئورید

(آسان - سرعت تولید یا مصرف مواد - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

معادله واکنش فلز روی با محلول هیدروکلریک اسید به‌صورت زیر است:



گاز هیدروژن تولید شده در این فرایند، از مولکول‌های دواتمی جوهره‌سته ساخته شده و ناقطبی است. توجه داریم هر عاملی که غلظت یون هیدروژن را در محلول اسیدی اولیه افزایش دهد، موجب افزایش سرعت واکنش شده و هر عاملی که غلظت این یون را در محلول کاهش دهد، منجر به کاهش سرعت واکنش می‌شود. با انحلال گاز آمونیاک به‌عنوان یک ماده بازی در محلول هیدروکلریک اسید، غلظت یون هیدروژن در محلول کاهش یافته و بر این اساس، واکنش با سرعت کمتری انجام می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۹۲- محلولی از هیدروژن پراکسید به حجم 5 لیتر و غلظت 0.4 مول بر لیتر در اختیار داریم. اگر نیمی از هیدروژن پراکسید موجود در این محلول در طول مدت زمان 50 ثانیه تجزیه شود، سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن در این واکنش برابر با چند مول بر دقیقه می‌شود؟

(۴) $1/6$

(۳) 0.8

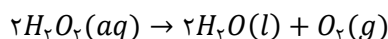
(۲) $1/2$

(۱) 0.6

(آسان - سرعت تولید یا مصرف مواد - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

محلول هیدروژن پراکسید (H_2O_2) در دمای اتاق به کندی تجزیه شده و با انجام شدن این فرایند، گاز اکسیژن (O_2) تولید می‌شود. در این شرایط، افزودن چند قطره از محلول پتاسیم یدید، سرعت واکنش را به‌طور چشمگیری افزایش می‌دهد. در واقع، محلول پتاسیم یدید، کاتالیزگر واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید است. معادله واکنش انجام شده در این فرایند به‌صورت زیر است:



در قدم اول، مقدار مول هیدروژن پراکسید موجود در محلول اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol H}_2\text{O}_2 = 5 \text{ L محلول} \times \frac{0.4 \text{ mol H}_2\text{O}_2}{1 \text{ L محلول}} = 2 \text{ mol}$$

نیمی از هیدروژن پراکسید موجود در این محلول تجزیه شده است. بر این اساس، می‌توان گفت مقدار هیدروژن پراکسید مصرف شده برابر با یک مول است. در قدم بعد، مقدار مول گاز اکسیژن تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol O}_2 = 1 \text{ mol H}_2\text{O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol H}_2\text{O}_2} = 0.5 \text{ mol}$$

در قدم آخر، سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{سرعت متوسط تولید O}_2 = \frac{\Delta n(\text{O}_2)}{\Delta t} = \frac{0.5 \text{ mol}}{50 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 0.6 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

گروه آموزشی ماز

۹۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- الف: اسید آروماتیک موجود در تمشک، با کاهش سرعت برخی واکنش‌ها، مقدار فراورده نهایی حاصل را کاهش می‌دهد.
 ب: لیکوپن، نوعی هیدروکربن است که می‌تواند با بخار برم واکنش بدهد و در هندوانه و گوجه‌فرنگی یافت می‌شود.
 پ: ریزمغذی‌ها انواعی از ترکیب‌های آلی سیر نشده هستند که در حفظ سلامت بافت‌های بدن دخالت دارند.
 ت: ردپای غذا، همانند ردپای آب، دو چهره آشکار و پنهان داشته و هدر دادن غذا، جزئی از آن است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

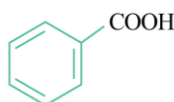
(متوسط - غذا، پسماند و ردپای آن - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

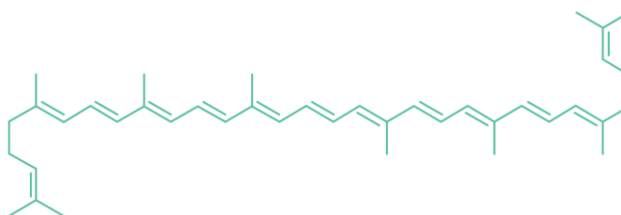
عبارت‌های (ب)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: بنزوتیک اسید، یکی از نگهدارنده‌های موجود در مواد غذایی است و افزودن آن به مواد خوراکی، باعث کاهش سرعت واکنش‌هایی می‌شود که منجر به فساد مواد غذایی می‌شوند. در واقع، نقش نگهدارنده‌ها برعکس نقش کاتالیزورها است. توجه داریم که نگهدارنده‌ها و بازدارنده‌ها تنها سرعت برخی واکنش‌ها را کم کرده و بر مقدار نهایی فراورده‌های تولید شده در واکنش‌ها اثری ندارند؛ پس این اسید آلی به‌طور کامل جلوی فساد مواد غذایی را نمی‌گیرند و فقط باعث افزایش مدت زمان ماندگاری مواد غذایی می‌شوند. ساختار این ترکیب که در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد، به‌صورت زیر است:



بازدارنده‌ها و محدودکننده‌ها اگر چه سرعت برخی واکنش‌ها را کم می‌کنند، اما تأثیری بر مقدار محصول نهایی ندارند.
 «ب»: لیکوپن یکی از انواع بازدارنده‌ها است که در هندوانه و گوجه‌فرنگی وجود دارد. ساختار مولکول‌های سازنده این ماده به‌صورت زیر است:



از آن‌جا که مولکول‌های لیکوپن فقط شامل اتم‌های کربن و هیدروژن می‌شوند، این ماده همانند آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌ها در دسته هیدروکربن‌ها قرار می‌گیرد. فرمول شیمیایی لیکوپن به‌صورت $C_{11}H_{19}$ بوده و در ساختار آن مجموعاً ۱۰۸ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها وجود دارد.

«پ»: برنامه غذایی محتوی سبزیجات و میوه‌های گوناگون، نقش بازدارندگی مؤثری در برابر بروز سرطان‌ها و پیری زودرس دارند. این خوراکی‌ها محتوی ترکیب‌های آلی سیر نشده‌ای به نام ریزمغذی‌ها هستند که در حفظ سلامت بافت‌ها و اندام‌ها دخالت دارند. هرچند نقش کامل این مواد هنوز به‌طور دقیق مشخص نشده است، اما برخی از آن‌ها به‌عنوان بازدارنده از انجام واکنش نامطلوب و ناخواسته در بدن به دلیل حضور رادیکال‌ها جلوگیری می‌کنند.

«ت»: آب، کربن دی‌اکسید و غذا هر سه دو چهره آشکار و پنهان دارند. برای مثال، ردپای ایجاد شده در صنایع غذایی دو چهره پنهان و آشکار مختلف دارد که به شرح زیر هستند:

- ۱- چهره آشکار ردپای غذا: سالانه حدود ۳۰٪ از منابع غذایی که در جهان فراهم می‌شود به مصرف نمی‌رسد و قبل از مصرف، به زباله تبدیل شده و یا از بین می‌رود. این در حالی است که به ازای هر هفت نفر در جهان، یک نفر گرسنه است.
- ۲- چهره پنهان ردپای غذا: یکی از چهره‌های پنهان این ردپا، شامل همه منابعی می‌شود که در تهیه غذا از آغاز تا سر سفره سهم داشته‌اند. مدیریت منابع، نیروی انسانی برای تولید و تأمین مواد اولیه و انرژی، فراوری، ابزار و دستگاه‌های مورد نیاز، بسته‌بندی، حمل و نقل، آب و انرژی مصرفی و زمین‌های بایر از جمله این منابع هستند. چهره پنهان دیگر این ردپا، تولید گازهای گلخانه‌ای به‌ویژه گاز کربن دی‌اکسید است.

گروه آموزشی ماز

۹۴- محلولی از آهن(II) سولفات که حاوی ۱ مول از این ماده است، با فلز آلومینیم واکنش می‌دهد. با توجه به جدول زیر، سرعت متوسط مصرف فلز آلومینیم در دو دقیقه سوم برابر با چند میلی‌گرم بر ثانیه است؟ ($Al = 27 \text{ g.mol}^{-1}$)

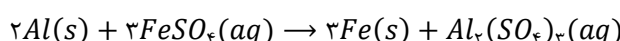
زمان (دقیقه)	۰	۲	۴	۶	۸
غلظت کاتیون آهن (mol.L^{-1})	۲	۱/۲	۰/۶	۰/۴	۰/۳۲

(۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۳۰ (۴) ۳۶

(سخت - سرعت تولید یا مصرف مواد - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

معادله واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:



مقدار یون آهن (II) در یک مول آهن (II) سولفات، برابر یک مول است. با توجه به غلظت اولیه $2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ و مقدار اولیه 1 mol یون آهن، می‌توان گفت حجم محلول اولیه مصرف شده در این فرایند برابر با 0.5 لیتر است. در دو دقیقه سوم (بازه زمانی بین دقیقه ۴ تا دقیقه ۶)، غلظت یون آهن $0.2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ کاهش می‌یابد که نشان از مصرف 0.1 مول از این یون می‌باشد. بنابراین جرم آلومینیم مصرف شده در این مدت را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ mg Al} = 0.1 \text{ mol Fe}^{2+} \times \frac{1 \text{ mol FeSO}_4}{1 \text{ mol Fe}^{2+}} \times \frac{2 \text{ mol Al}}{3 \text{ mol FeSO}_4} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 1800 \text{ mg}$$

در نهایت سرعت متوسط مصرف فلز آلومینیم را به دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{\text{Al}} = \frac{\text{آلومینیم مصرف شده}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{\text{Al}} = \frac{1800 \text{ mg}}{2 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}} = 15 \text{ mg} \cdot \text{s}^{-1}$$

سرعت متوسط مصرف فلز آلومینیم در این بازه زمانی برابر 15 میلی گرم بر ثانیه بوده است.

گروه آموزشی ماز

۹۵- کدام یک از مطالب زیر در رابطه با واکنش $2A(g) + B(g) \rightarrow 3C(g) + D(g)$ که با حضور مقداری از واکنش دهنده‌ها در یک ظرف آغاز شده، نادرست است؟

- (۱) در نمودار مول-زمان مواد، شیب نمودار گاز D می‌تواند با شیب نمودار مربوط به گاز B برابر شود.
- (۲) در طول هر بازه زمانی، مقدار تغییر غلظت گاز C ، معادل با 3 برابر تغییر غلظت گاز B است.
- (۳) با انجام شدن این واکنش در ظرفی به حجم ثابت، فشار گازها به تدریج کاهش می‌یابد.
- (۴) با افزودن کاتالیزگر به ظرف واکنش، سرعت متوسط مصرف گاز A افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۳

(سخت - سرعت متوسط و سرعت واکنش - مفهومی - ۱۱۰۲)

از آنجا که در معادله واکنش مورد نظر، مجموع ضرایب فراورده‌ها بیشتر از مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها است، پس می‌توان گفت با انجام شدن این واکنش در ظرفی به حجم ثابت، شمار مول‌های گازی موجود در ظرف مورد نظر افزایش یافته و بر این اساس، فشار گازها به تدریج افزایش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در نمودار مول-زمان مواد شرکت کننده در این واکنش شیمیایی، شیب نمودار گاز D پس از پایان واکنش می‌تواند با شیب نمودار مربوط به گاز B برابر شود. در واقع در این لحظه، نمودار به صورت افقی در آمده و سرعت متوسط مصرف یا تولید مواد مختلف برابر با صفر می‌شود. در چنین شرایطی، شیب نمودار مول-زمان برای همه مواد با هم برابر خواهد بود. توجه داریم که به خاطر یکسان بودن ضرایب استوکیومتری مواد B و D در معادله واکنش، قدر مطلق شیب نمودار مربوط به ماده B و D با یکدیگر برابر است.

۲ با توجه به ضرایب مواد در معادله موازنه شده این واکنش شیمیایی، می‌توان گفت در طول هر بازه زمانی، مقدار تغییر غلظت گاز C ، معادل با 3 برابر تغییر غلظت گاز B است.

۴ با افزودن کاتالیزگر به ظرف واکنش، سرعت متوسط مصرف مواد واکنش دهنده افزایش یافته و سرعت متوسط تولید مواد فراورده نیز بیشتر می‌شود.

گروه آموزشی ماز



مشاور خودت باش!

ویژه آزمون ۲۳ اسفند ماز

زمستان ۱۴۰۳

برنامه دو هفته‌ای
(۱۰ اسفند تا ۲۳ اسفند)

(چون تو بیشتر از همه از خودت و روش مطالعات
شناخت داری، به کمک یک سری اصول که توی این دفترچه می‌خونی
می‌تونی بهترین برنامه درسی این دو هفته‌ات رو تنظیم کنی!)





مشاور خودت باش

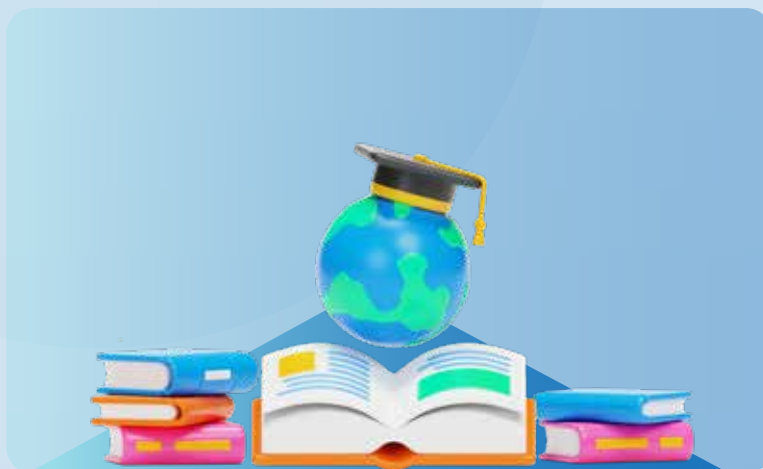


چون تو بیشتر از همه از خودت و روش مطالعات شناخت داری، به کمک یه سری اصول که توی این دفترچه می‌خونی می‌تونی بهترین برنامه رو توی دو هفته بعدی تنظیم کنی.

الان (بعد از آزمون) بهترین وقته که با خودت جلسه بذاری و ببینی چیکار کردی و قراره برای آزمون بعد چیکار کنی؟

توی این جلسه چند تا کار مهم داری که پیشنهاد می‌کنیم به ترتیب زیر انجام بدی:

- ۱- تکمیل یادگیری
- ۲- ارزیابی دو هفته گذشته
- ۳- پیش‌برنامه دو هفته بعد
- ۴- اطلاعات تکمیلی
- ۵- تکمیل یادگیری





آزمون آزمایشی فقط برای تعیین جایگاه شما نیست، در واقع هدف اصلی آزمون، عیب‌یابی هستش، مثل همین تست‌هایی که توی آزمایشگاه می‌گیرن، زمانی که احساس می‌کنی بدنت نیاز به چکاپ داره و به پزشک مراجعه می‌کنی، دلیل اصلی انجام تست، یافتن نقاط ضعف بدنت هست و قراره برطرفشون کنی. مسلماً تو آزمایش نمی‌دی که فقط از نتیجه‌اش حرص بخوری یا خوشحال بشی! بلکه هدف اصلی اینه که بدونی برای کدوم قسمت از بدنت مشکلی پیش اومده و برنامه بریزی تا اون رو برطرف کنی.

اصلاً فلسفه تست دادن، امیدواری به تغییر نتایج اونه.

قبل از این‌که بری سراغ بررسی سؤالات آزمون، بذار تا یه طبقه‌بندی از پاسخ‌ها داشته باشیم و بدونیم چه پاسخ‌هایی توی اولویت بررسی قرار می‌گیرند.



الف) پاسخ‌های غلط

ب) پاسخ‌های سفید

ج) پاسخ‌های درست

الف) پاسخ‌های غلط

پاسخ‌های غلط یا به دلیل شانس زدن هستند و یا به دلیل نفهمیدن نکته سؤال؛ اگر از پاسخ‌های غلطی که شانس زدی، صرف‌نظر کنیم، منظور از پاسخ‌های غلط همون پاسخ‌هایی هست که به نظرت درست بودن اما یادگیری ناقص در اون مبحث و ندونستن یک نکته مهم باعث شده شما به سؤال پاسخ غلط بدی.

با بررسی پاسخ‌های غلط هر آزمون حداقل به تعداد این سؤال‌ها، نکته‌هایی یاد می‌گیری. این حجم زیاد یادگیری، در کمترین زمان اتفاق میفته؛ چون هفتاد هشتاد درصد مطلب رو بلدی و یه تکون کوچولو در حد یه نکته، یادگیریت رو کامل می‌کنه. پیشنهادمون اینه که راحت از این نکته‌ها نگذری و در انتهای همین دفترچه **در قسمت یادداشت‌های رفع اشکال ثبت کنی**؛ (آخر دفترچه - صفحه ۱۱)

به صورتی که بعداً خوندی متوجه نکته بشی و نوشتن این یادداشت‌ها باعث بشه تا این اشتباه رو توی آزمون‌های بعدی و مخصوصاً توی کنکور نداشته باشی.



ب) پاسخ‌های سفید

ما به دو دلیل پاسخ‌ها رو سفید می‌ذاریم، یکی به دلیل اینکه کلاً مبحث سؤال رو یاد نگرفتیم و یکی به این دلیل که چیزی که یاد گرفته بودیم رو فراموش کردیم. پس اولویت دوم، بررسی پاسخ‌های سفیدی است که دلیل بی‌پاسخ موندنشون، فراموشی بوده. با بررسی این پاسخ‌ها کلی از نکته‌ها و مطالب فزّار رو به دام می‌ندازی و در انتهای دفترچه یادداشت می‌کنی که برای آزمون‌های بعدی و خصوصاً کنکور، دیگه فراموش نشن.

(آخر دفترچه - صفحه ۱۲)



ج) پاسخ‌های درست

پاسخ درست را یا با اطمینان انتخاب کرده‌ای یا با شک. اگه پاسخ‌های درست شک‌دار رو بررسی نکنی و نکته‌اش رو توی دفتر رفع اشکال ننویسی، این احتمال وجود داره توی آزمون‌های بعدی هم دوباره با شک به این سؤال‌ها جواب بدی و از قضا این بار غلط از آب در بیان. اگه باز فرصت بیشتری داری، پاسخ‌های درست مطمئن رو هم بررسی کن تا با بررسی اونا، مطالبی رو که یاد گرفتی چند باره مرور بشن و احتمال فراموشیشون توی آزمون‌های بعدی از بین بره.

پس یک بار دیگه مرور کنیم که قراره توی قسمت اول جلسه‌ات چیکار کنی:

در این قسمت، با بررسی سؤالات آزمون، یادگیری ناقصت رو کامل می‌کنی و اثر آموزشی آزمون رو بالا می‌بری. اولویت بررسی سؤالات هم به این صورت است:

اول پاسخ‌های غلط رو بررسی می‌کنی تا به تعداد پاسخ‌های غلطت از آزمون، نکته یاد بگیری.

دوم پاسخ‌های سفید فراموش شده رو بررسی می‌کنی تا مطالب فزّاری که به کمک این آزمون کشفشون کردی توی دام بندازی.

سوم پاسخ‌های درست با شک رو بررسی می‌کنی تا اگه نکته‌ای شبیه به این سؤالات در آزمون‌های بعدی بیاد بتونی با اطمینان به این سؤال‌ها جواب بدی.



۲ - ارزیابی دو هفته گذشته



چرا باید توی این دو هفته‌ای که گذشت، کار و مطالعات رو ارزیابی کنی؟ دلایل خیلی واضحه، **چون اگه روش مطالعات نتیجه‌بخش نبوده، تغییرش بدی.** خیلی از دانش‌آموزان با اینکه ساعت مطالعه‌شون بالاست اما نتیجه‌ای که می‌گیرن متناسب با ساعت مطالعه و درس خوندنشون نیست و عاقلانه اینه:

اگه یه روشی راندمان نداره، حتماً به فکر اصلاحش باشی.



● ارزیابی رو چطور انجام بدیم؟

برای انجام ارزیابی دو هفته‌ای که گذشت، جدول زیر رو کامل کن:

ردیف	نام کتاب	ساعات مطالعه در دو هفته	ساعات تست در دو هفته	درصد این کتاب در آزمون	تناسب درصد و زمانی که برای کتاب گذاشتی
۱	حسابان	☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد	☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد	☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد	☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد
۲	فیزیک	☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد	☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد	☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد	☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد
۳	شیمی	☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد	☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد	☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد	☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد
۴	هندسه	☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد	☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد	☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد	☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد
۵	گسسته	☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد	☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد	☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد	☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد

● حالا برای کتاب‌هایی که درصدش با ساعتش نمی‌خونه باید دلیل بیاری مثلاً دلایلی

مثل مطالعه کم‌کیفیت، تعداد تست‌های کم، فراموشی مطالب و ... (مراجعه به ارزیابی - صفحه ۱۰)

با این کار می‌فهمی چه کارهایی باعث می‌شه راندمان مطالعات پایین بیاد و در دوره بعدی حواست هست که از این خطاها انجام ندی.

حالا اگه نکات و درس‌هایی که از این ارزیابی گرفتی رو توی چند خط بنویسی، احتمال اصلاح روش مطالعات بالاتر می‌ره.





۳ - پیش‌برنامه دو هفته بعد



الان وقتشه که برای دو هفته بعد، حجم مطالعه‌ای که باید انجام بدی و زمانی که داری رو در نظر بگیری. ما برای اینکه کارت راحت‌تر بشه، مطالب رو برات لقمه‌بندی کردیم. مطالب هر کتاب ۵ تا ۹ قاچ می‌شن و هر قاچ هم به دو تا شش لقمه تقسیم می‌شن. لقمه‌ها به صورتی مشخص شدن که بتونی هر کدومشون رو توی یک تایم یک ساعته یا یک و نیم ساعته بخونی. (کاربرگ آخر دفترچتو نگاه کن!)

● راهنمای کاربرگ

هر روز ۹ زنگ داری و برای ۱۳ روز ۱۱۷ زنگ داری. اگر زنگ‌های مدرسه رو کم کنیم و یکی دو زنگ خالی هم هر روز در نظر بگیریم (برای انعطاف برنامه) ۵۰ تا ۶۰ زنگ برای این دو هفته داری که لقمه‌های مشخص شده رو باید توی این زنگ‌ها بچینی. (لقمه‌های سنگین رو توی زنگ‌هایی بذار که انرژی بالاتری داری.)



۴ - اطلاعات تکمیلی



توی این بخش یه سری اطلاعات درباره روش مطالعه، اهمیت هر دوره زمانی و مسائل مهم در هر دوره زمانی مطرح می‌شن. توجه به این اطلاعات به شما کمک می‌کنه راه تا کنکور برات روشن‌تر بشه.

● مطلب مشاوره‌ای این شماره

● روش مطالعه دروس خواندنی

اگه درس‌ها رو بخوایم طبقه‌بندی کنیم، سه دسته درس خواهیم داشت:

الف) دروس خواندنی (درس‌هایی که یادگیری دشواری ندارند و خواندن و حفظ کردن توی اونا مهمه و مطالب اونا فزّارند؛ مثل روان‌شناسی، قسمت‌های زیادی از زیست و زمین و قسمت‌هایی از شیمی)

ب) دروس تمرینی (درس‌هایی هستند که یاد گرفتنشون دشوارتره ولی اگه یاد بگیری با تمرین می‌تونی به تسلط برسی مثل ریاضی، فیزیک، قسمت‌هایی از شیمی و...)

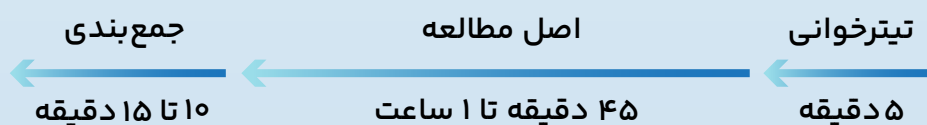
ج) دروس زبانی (مثل فارسی، عربی و انگلیسی) که خوندن هر بخش اون متفاوته.

حالا قراره این سری درباره مطالعه دروس خواندنی صحبت کنیم.





روش مطالعه برای درس‌های خوندنی در یک نگاه



در این روش موضوعی که قراره مطالعه کنین رو طوری انتخاب کنین که بین ۶۰ تا ۹۰ دقیقه جمع بشه. کلاً زمان مطالعه هر موضوع رو سه قسمت کنین:

/ تیتروخوانی

/ اصل مطالعه

/ جمع‌بندی



/ تیتروخوانی

چرا باید تیتروخوانی کنیم؟ به دلیل:

(الف) معما گونه شدن موضوع

(ب) تعیین انتظار از مطالعه

چون با تیتروخوانی آمادگی ذهنی درباره موضوع به دست میاریم و درباره موضوع سؤالاتی در ذهنمون به وجود میاد، نتیجه‌اش می‌شه ایجاد معما در ذهن. حالا دیگه مطالعات منفعل نیست و فعالانه دنبال سؤالاتی هستی که برات ایجاد شده‌اند.

(ج) ایجاد چهارچوب ذهنی

با تیتروخوانی، داری قفسه‌چینی می‌کنی تا هر مطلبی رو کجا قرار بدی. (چون قراره مطالب در ذهن طبقه‌بندی بشن و انبار نشن.)

با اینکه تیتروخوانی ۵ دقیقه بیشتر وقت نمی‌گیره ولی اثرش توی ماندگاری به اندازه اصل مطالعه است.

/ اصل مطالعه

بعد از اینکه در ذهنت نسبت به موضوع سؤالاتی ایجاد شد، شروع می‌کنی به خوندن مطالب.

یکی از کارهایی که در اصل مطالعه اهمیت داره اینه که بتونی اصل مطلب رو از مثال و فرع تشخیص بدی و آگاه باشی که داری چه چیزی رو یاد می‌گیری؟

برای اینکه مطلبی رو که یادگرفتی چنددقه کنی از یادداشت‌برداری استفاده کن.



روش مطالعه برای درس‌های خوندنی در یک نگاه



/ جمع‌بندی

بعد از اینکه اصل مطالعه تموم شد، کتاب رو نبند (نتیجه‌گرا باش) ببین سؤالاتی که توی تیتروخوانی برات ایجاد شده بود به پاسخ رسیدن؟

مثل یه فیلم که خلاصه‌شو توی ۱۰ دقیقه برای دوستت تعریف می‌کنی مطالبی رو که الان یاد گرفتی برای خودت تعریف کن. لازم نیست همه چیز رو از حفظ بگی.

از یادداشت‌ها، چارت‌ها و حتی متن کتاب کمک بگیر و به جواب سؤالات برس.

جمع‌بندی کمک می‌کنه مطالب جای خودشون رو توی ذهن تو پیدا کنند و مستقر بشن.

خیلی‌ها نگران مطالبی هستن که هنوز نخوندن ولی برای کنکور اتفاقاً باید نگران مطالبی باشی که خوندی، آیا درست خوندی؟ آیا ماندگارشون کردی؟ آیا باهاشون می‌تونی تست بزنی؟

خب این از سه مرحله اصلی مطالعه که اگه با یادداشت‌برداری همراهش کنی بی‌اغراق یک ساعت مطالعه تو با ۴ تا ۵ ساعت مطالعه کسانی ارزش داره که رفع تکلیفی می‌خونن! چرا که تو، دو بار توی تیتروخوانی و جمع‌بندی و سه بار توی یادداشت‌برداری مطلب رو مرور کردی.

اما کار تموم نشده!

۴۸ تا ۷۲ ساعت بعد (دو تا سه روز بعد) تست مشابه کنکور از مبحث مطالعه شده بزن.

چرا بلافاصله بعد از مطالعه نباید تست بزنیم؟

چون حس یادگیری کاذب به ما دست می‌ده و هنوز مطالب کاملاً به حافظه بلندمدت انتقال داده نشده و بر اساس

نظریه لایت‌ر آنچه شما بعد از دو روز به خاطر می‌آورید، تقریباً در حافظه نشسته است.

اگر توانستید بالای ۵۰ درصد سؤالات را درست جواب دهید به مرحله بعد بروید، در غیر این صورت مطالعه خود را تکرار

کنید؛ چرا که کیفیت مطالعه شما به هر دلیلی پایین بوده است

و بعد از تست با یادداشت ویژه از مطالب فرّار، مقدار مباحث

در معرض فراموشی‌رو کاهش دهید.





پاسخ به دغدغه‌های شرکت‌کننده در آزمون‌های ماز



ما نظر شرکت‌کنندگان رو قبل از گرفتن کارنامه ازشون می‌گیریم و ازشون می‌خوایم اگه نظری درباره آزمون ماز دارن، چه مثبت چه منفی به ما بگید، خوشحال می‌شیم از شنیدنش. لازمه بدونین ما تک تک این نظرات رو می‌خونیم و برامون مهمه که شما چه احساسی از آزمون‌های ماز دارید و اگه مشکل یا مسئله‌ای رو مطرح می‌کنید، حتماً پیگیری می‌کنیم. در ادامه بعضی از این کامنت‌ها رو می‌خونیم و پاسخی که از طرف ما برای این کامنت‌ها هست رو می‌گیم.

۱/ با به روشی بچه‌ها رو تشویق کنید به تحلیل آزمون‌هاشون

پاسخ ماز: ما به کمک دفترچه «مشاور خودت باش» این نظر شما که بسیار هم مفیده می‌خوایم محقق کنیم تا دانش‌آموزان با آزمون دادن، یادگیری داشته باشند و احساسشون از آزمون بهتر بشه به دلیل اینکه چیزی به آموخته‌هاشون اضافه می‌شه.

۱/ لطفاً لیبل سؤالات مشابه کتاب درسی را در سؤالات ریاضی بردارید چون مهارت پیدا کردن سؤالات آسان رو از بین می‌بره

پاسخ ماز: توی آزمون‌های پیشروی با گذاشتن لیبل‌ها سعی داریم گوشزد کنیم که سؤالات آسون رو از دست ندید. این برچسب زدن رو در آزمون‌های جامع انجام نمی‌دیم تا مهارت یافتن سؤالات آسون خودتون رو ارزیابی کنید.

۱/ این که زیاد نظرسنجی می‌کنید خیلی خوبه و ارزشمنده که همش به فکر بهتر شدن هستید

پاسخ ماز: ممنون از احساس مثبت شما، هدف اصلی ما از نظرسنجی اینه که بتونیم خدماتمون رو به صورتی ارائه بدیم که بیشترین اثر مثبت رو در پیشرفت تحصیلی شما داشته باشه و شما رو در رسیدن به موفقیت در کنکور کمک کنه.

۱/ دفترچه‌ی فیزیک با شیمی جدا باشد

پاسخ ماز: دروس فیزیک و شیمی در کنکور هم برای رشته ریاضی و هم تجربی در یک دفترچه قرار گرفته است و نیاز است ساختار آزمون‌های ماز به ساختار کنکور شباهت داشته باشد.





پاسخ به دغدغه‌های شرکت‌کننده در آزمون‌های ماز



اگه درس عربی رو بزارین دفترچه اول بهتره

پاسخ ماز: چینش دروس آزمون ماز مانند چینش دروس در کنکور است و نیاز است ساختار آزمون‌های ماز به ساختار کنکور شباهت داشته باشد.

وقت اضافه مانده برای برخی درس‌ها به وقت دروس دیگر اضافه شود

پاسخ ماز: فلسفه جدا کردن دروس در دفترچه‌های جداگانه این است که تعادل در پاسخ به دروس مختلف رعایت شود. در کنکور شما نمی‌توانید از وقت اضافه از یک دفترچه برای پاسخگویی به سؤالات دفترچه دیگر استفاده کنید.

اگه می‌شد زمانش رو متوقف کرد وسط آزمون البته به شرط مخفی شدن سوال‌ها خیلی خوب می‌شد

پاسخ ماز: درخواست شما ممکن است آزمون را از عدالت خارج کند. کسی که در وسط آزمون امکان استراحت دارد، نتیجه بهتری از کسی که چنین امکانی ندارد می‌گیرد. سوای این مسئله، استراحت دادن در کنکور هم وجود ندارد و شما با آزمون‌های ماز قرار است برای کنکور آماده شوید و بتوانید دو سه ساعت پشت سر هم بدون استراحت آزمون بدهید.

در رابطه با آزمون‌های گذشته است که لطف کنید در اختیار ما بگذارید همراه با پاسخنامه که بتونیم استفاده کنیم

پاسخ ماز: آرشیو آزمون‌های سال گذشته در دیجی‌ماز قابل دسترسی است.





ارزیابی دو هفته



ردیف	نام کتاب	ساعات مطالعه در دو هفته	ساعات تست در دو هفته	درصد این کتاب در آزمون	تناسب درصد و زمانی که برای کتاب گذاشتی
۱	حسابان دوازدهم				☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد
۲	حسابان یازدهم				☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد
۳	ریاضی دهم				☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد
۴	فیزیک دوازدهم				☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد
۵	فیزیک یازدهم				☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد
۶	شیمی دوازدهم				☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد
۷	شیمی یازدهم				☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد
۸	هندسه دوازدهم				☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد
۹	گسسته				☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد
۱۰	آمار و احتمال				☐ کم ☐ متوسط ☐ زیاد

علت نتایج و

نکاتی که در ارزیابی دو هفته به دست آمد:





یادداشت‌های رفع اشکال



● نکاتی که از بررسی سؤالات غلط آزمون به دست آوردم:





● نکات فزّاری که با بررسی سؤالات سفید فراموش شده‌آزمون پیدا کردم:





- نکاتی که از بررسی سؤالات درست شک‌دار آزمون به‌دست آوردم
تا در آزمون‌های بعدی با اطمینان پاسخ دهم:



تاریخ/زنگ	۸:۳۰ تا ۷	۱۰:۱۵ تا ۸:۴۵	۱۲:۰۰ تا ۱۰:۳۰	۱۳:۴۵ تا ۱۲:۱۵	۱۶:۳۰ تا ۱۵:۰۰	۱۸:۱۵ تا ۱۶:۴۵	۲۰:۰۰ تا ۱۸:۳۰	۲۱:۴۵ تا ۲۰:۱۵	۲۳:۳۰ تا ۲۲:۰۰	جمع ساعت روز	جمع ساعات هفته
جمعه ۱۰ اسفند											
شنبه ۱۱ اسفند											
یکشنبه ۱۲ اسفند											
دوشنبه ۱۳ اسفند											
سه‌شنبه ۱۴ اسفند											
چهارشنبه ۱۵ اسفند											
پنجشنبه ۱۶ اسفند											
جمعه ۱۷ اسفند											
شنبه ۱۸ اسفند											
یکشنبه ۱۹ اسفند											
دوشنبه ۲۰ اسفند											
سه‌شنبه ۲۱ اسفند											
چهارشنبه ۲۲ اسفند											
پنجشنبه ۲۳ اسفند											
	آزمـون مـاز			تـد	لـیل آـزمـ	وـن مـاز					

این کاربرگو تو A3 پرینت کن

→ فیزیک دوازدهم

لقمه ۱	تداخل امواج	۱۰۵ تا ۱۰۳
لقمه ۲	تشدید در تار و لوله صوتی	۱۱۰ تا ۱۰۵
لقمه ۳	فوتون و اثر فوتوالکتریک	۱۲۱ تا ۱۱۵
لقمه ۴	طیف خطی	۱۲۴ تا ۱۲۱
لقمه ۵	مدل‌های اتمی	۱۳۱ تا ۱۲۵
لقمه ۶	لیزر	۱۳۲ تا ۱۳۳
لقمه ۷	ساختار هسته و نیروهای درون آن	۱۳۷ تا ۱۴۱
لقمه ۸	پرتوزایی طبیعی	۱۴۲ تا ۱۴۶
لقمه ۹	نیمه عمر	۱۴۶ تا ۱۴۷
لقمه ۱۰	شکافت و گداخت هسته‌ای	۱۴۸ تا ۱۵۴

→ فیزیک یازدهم

لقمه ۱	القا و شار مغناطیسی	۱۰۹ تا ۱۱۱
لقمه ۲	قانون القای فاراده	۱۱۱ تا ۱۱۷
لقمه ۳	قانون لنز	۱۱۷ تا ۱۱۸
لقمه ۴	القاگرها	۱۱۸ تا ۱۲۲
لقمه ۵	جریان متناوب	۱۲۲ تا ۱۲۷

→ حسابان دوازدهم

لقمه ۱	اکسترمم‌های یک تابع	۱۱۱ تا ۱۱۹
لقمه ۲	تشخیص صعودی یا نزولی بودن	۱۲۰ تا ۱۲۶
لقمه ۳	جهت تقعر نمودار	۱۲۷ تا ۱۳۰
لقمه ۴	نقطه عطف	۱۳۱ تا ۱۳۶
لقمه ۵	رسم نمودار تابع	۱۳۷ تا ۱۴۴

→ حسابان یازدهم

لقمه ۱	رادیان	۹۱ تا ۹۷
لقمه ۲	نسبت‌های مثلثاتی برخی زوایا	۹۸ تا ۱۰۴
لقمه ۳	توابع مثلثاتی	۱۰۵ تا ۱۰۹
لقمه ۴	روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا	۱۱۰ تا ۱۱۲
لقمه ۵	مفهوم حد و فرایندهای حدی	۱۱۳ تا ۱۲۲
لقمه ۶	حدهای یک‌طرفه	۱۲۳ تا ۱۲۹
لقمه ۷	قضایای حد	۱۳۰ تا ۱۳۶
لقمه ۸	حد توابع رادیکالی و مثلثاتی	۱۳۶ تا ۱۴۰
لقمه ۹	حد توابع کسری	۱۴۱ تا ۱۴۴
لقمه ۱۰	پیوستگی	۱۴۵ تا ۱۵۱

→ ریاضی دهم

لقمه ۱	نسبت‌های مثلثاتی	۲۸ تا ۳۵
لقمه ۲	دایره مثلثاتی	۳۶ تا ۴۱
لقمه ۳	روابط بین نسبت‌های مثلثاتی	۴۲ تا ۴۶
لقمه ۴	مقدمه آمار، جامعه و نمونه	۱۵۲ تا ۱۵۸
لقمه ۵	متغیر و انواع آن	۱۵۹ تا ۱۷۰

→ گسسته

لقمه ۱	تعداد جواب‌های یک معادله	۵۹ تا ۶۱
لقمه ۲	مربع‌های لاتین	۶۲ تا ۶۴
لقمه ۳	دو مربع لاتین متعامد	۶۴ تا ۷۲
لقمه ۴	اصل شمول و عدم شمول	۷۳ تا ۷۸
لقمه ۵	اصل لانه کیوتری	۷۹ تا ۸۴

→ آمار و احتمال

لقمه ۱	نمونه‌گیری	۹۷ تا ۱۰۵
لقمه ۲	آمارگیری و متغیرها	۱۰۶ تا ۱۱۱
لقمه ۳	برآورد نقطه‌ای	۱۱۲ تا ۱۱۵

→ شیمی دوازدهم

لقمه ۱	دستاوردهای شیمی	۹۱ تا ۹۶
لقمه ۲	انرژی فعال‌سازی	۹۶ تا ۹۹
لقمه ۳	مبدل کاتالیستی	۱۰۰ تا ۱۰۲
لقمه ۴	ثابت تعادل	۱۰۳ تا ۱۰۴
لقمه ۵	لوشاتلیه	۱۰۴ تا ۱۰۷
لقمه ۶	دما و تعادل	۱۰۷ تا ۱۱۰
لقمه ۷	فرآوری و سنتز	۱۱۱ تا ۱۱۵
لقمه ۸	بطری پلاستیکی	۱۱۶ تا ۱۲۱

→ شیمی یازدهم

لقمه ۱	درشت‌ملکول‌ها	۹۷ تا ۱۰۴
لقمه ۲	پلیمری شدن	۱۰۴ تا ۱۰۹
لقمه ۳	گروه‌های عاملی	۱۰۹ تا ۱۱۴
لقمه ۴	واکنش استری شدن	۱۱۴ تا ۱۱۶
لقمه ۵	پلی‌آمید	۱۱۶ تا ۱۱۸
لقمه ۶	ماندگاری پلیمرها	۱۱۸ تا ۱۲۱



برنامه مطالعاتی ویژهٔ آزمون ۲۳ اسفند – درس‌های دوازدهم ریاضی



← لقمهٔ جدید
(نیاز به مطالعهٔ عمیق)

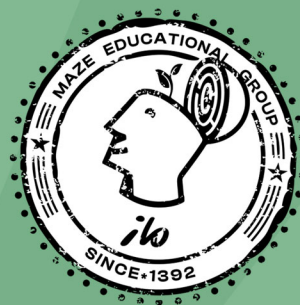
← لقمهٔ مروری
(نیاز به مطالعهٔ مروری)

← پیشروی ۱۰۰ درصدی

! در درس فیزیک، در هر لقمه علاوه بر صفحات ذکر شده تمرین‌های انتهای فصل مرتبط با آن لقمه نیز باید بررسی شود.

→ هندسه دوازدهم

لقمه ۱	فضای سه بعدی	۶۴ تا ۶۸
لقمه ۲	بردارها در دو بعد	۶۹ تا ۷۳
لقمه ۳	بردار در سه بعد	۷۳ تا ۷۶
لقمه ۴	ضرب داخلی	۷۷ تا ۸۰
لقمه ۵	ضرب خارجی	۸۱ تا ۸۲
لقمه ۶	حجم متوازی‌السطوح	۸۳ تا ۸۴



سفر در سرزمین کنکورها

مارکو پولو



مارکو پولو کامل‌ترین بسته کنکورهای سراسری

(ویژه ایام جمع‌بندی)

تهیه از طریق سایت مازمارکت

mazemarket.org



AzmonVIP