گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایهٔ دوازدهم

Maze Educational Group

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۱۹ تیـرماه ۱۴۰۴

تعیین سطح و ارزیابی پایهٔ یازدهم

ویژهٔ کنکوری‌های ۱۴۰۵

- پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- مشاورهٔ تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسهٔ آزمون

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفادهٔ غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع‌زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	مهرداد کیوان ـ حسین شفیع‌زاده سیدجواد نظری ـ محمد خانگلدی کاظم اجلالی ـ محمدپورسعید محمدرضا حسینی‌فرد ـ سوگند روشنی کیوان دارابی ـ رسول حاجی‌زاده	محسن جواهری مهرداد اسپیدکار حمیدرضا ولی‌پور ـ نازنین امیری علیرضا ملک‌حسینی
فیزیک	سجاد صادقی‌زاده سعید احمدی	سجاد صادقی‌زاده ـ محمدجواد سورچی حسین عبدوی‌نژاد ـ مجید رجبی وندچالی مهدی پارسا ـ ارسلان رحمانی ـ محمد باغبان محسن قندچلر ـ آروین صالحی محمدجواد حاجی‌وند ـ مهدی رحمت‌اللهی	محمدجواد سورچی حنا خلعتبری
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد	فرشاد هادیان‌فرد ـ فرهنگ امیری عالیه میرزایی ـ بنیامین بهرامی حسین ایروانی ـ علی ترابی محمد کهنه‌پوشی ـ مهسا بایمانی‌نژاد سعیده محبی ـ امیر بصراوی	فرهنگ امیری ـ عالیه میرزایی بنیامین بهرامی ـ رامین رزمجو محمد داودآبادی فراهانی

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهادات‌تون رو برامون بنویسین.

آموزش استراتژی آزمون و مدیریت جلسه کنکور- قسمت ۱

چرا باید برای کنکور استراتژی داشت؟

تا حالا با خودت فکر کردی که چرا واقعاً توی آزمون‌های آزمایشی شرکت می‌کنی؟
فقط می‌خوای بدونی چندمی؟ یا دنبال هدف بزرگ‌تری هستی؟
واقعیت اینه که آزمون آزمایشی فقط یه جدول رتبه نیست، بلکه فرصتیه برای ساختن یک مسیر حرفه‌ای و هوشمندانه برای موفقیت در کنکور.

اهداف اصلی شرکت در آزمون آزمایشی چیه؟

شرکت در این آزمون‌ها فقط به خاطر رقابت نیست. پشتش دلایل مهم‌تری خوابیده که هر کدوم نقش بزرگی توی موفقیت نهایی دارن:

- وادار شدن به یک مطالعهٔ منظم
- به‌دست آوردن مهارتِ مدیریت جلسهٔ آزمون
- یادگیری از اشتباهات آزمون
- ارزیابی روش مطالعه و برنامه
- مرور و تثبیت مطالب خوانده‌شده

اگه بخوایم خلاصه بگیم:
آزمون‌های آزمایشی کمک می‌کنن با همون زمانی که صرف می‌کنی، نتیجهٔ بهتری بگیری. چون بهت فرصت می‌دن که سبک خودتو بشناسی، اصلاحش کنی و یک استراتژی مؤثر برای موفقیت بچینی.
فرض کن یه نفر دیگه درست مثل تو درس بخونه ولی آزمون آزمایشی شرکت نکنه. به احتمال زیاد، نتیجهٔ تو در کنکور بهتر میشه. چرا؟ چون تو تمرین کردی، اشتباهاتتو شناختی و ذهنی آماده‌تر وارد میدان شدی.

۱ نظم در مطالعه: قدم اول پیشرفت

انسان با اینکه از نظر ژنتیکی خیلی به شامپانزه نزدیکه، اما تفاوت بزرگش در توانایی برنامه‌ریزیه. شامپانزه نهایتاً بتونه برای چند ساعت آینده فکر کنه، اما انسان برای سال‌ها و حتی قرن‌ها برنامه‌ریزی می‌کنه. پس راز پیشرفت در برنامه‌ریزی بلندمدته.

حالا برنامه‌ریزی برای یک سالِ کنکوری خیلی سخته، درسته؟

آزمون‌های آزمایشی میان این پروژهٔ بزرگ یک‌ساله رو تبدیل می‌کنن به پروژه‌های دو هفته‌ای. این یعنی:

- برنامه‌ریزی آسون‌تر
- هدف‌های کوتاه‌مدتِ قابل پیگیری
- جلوگیری از نوسانات هیجانی و رها کردن برنامه

مثل همون کاری که معلم‌ها با آزمون‌های هفتگی می‌کنن. اگه معلم هر هفته سوال نپرسه، بیشتر دانش‌آموزا تا شب امتحان درس نمی‌خونن. اما وقتی می‌دونی قراره هر دو هفته آزمون بدی، دیگه نمی‌تونی درس خوندنتو عقب بندازی.

۲ مهارت مدیریت جلسهٔ آزمون

آیا فقط دانش بالا برای موفقیت کافیه؟ نه!

خیلی‌ها با سطح علمی خوب، به خاطر مدیریت ضعیف در جلسهٔ آزمون نتیجه‌ی دلخواه نمی‌گیرن.

تو مقاله‌های بعدی قراره بهت یاد بدیم چطور با استفاده از آزمون‌های آزمایشی، مهارت مدیریت جلسه رو پیدا کنی تا بتونی با همین سطح از سواد، بهترین بازده رو داشته باشی و بعد آزمون حسرت نخوری.

۳ یاد گرفتن از آزمون

خیلی از کارشناس‌ها می‌گن «بررسی آزمون» حتی مهم‌تر از خود آزمونه. چرا؟

چون آزمون بهت نشون می‌ده کجاها اشکال داری. اگر بعدش دقیق بررسی کنی، اشتباهاتتو می‌فهمی و احتمال تکرارشون توی آزمون بعدی خیلی کمتر می‌شه.

تو مقاله‌های بعدی یاد می‌گیری چطور آزمونتو بررسی کنی و ازش درس بگیری.

۴ ارزیابی روش مطالعه و برنامه‌ریزی

با آزمون دادن متوجه می‌شی روشی که داری پیش میری مؤثره یا نه.

مثلاً: روشی که باهاش زیست می‌خونی جواب می‌ده؟ زمان مناسبی برای درس‌ها گذاشتی یا باید تنظیمش کنی؟

آزمون مثل آینه‌ست، بهت نشون می‌ده چیزی که داری انجام می‌دی به نتیجه می‌رسه یا نه.

۵ مرور و تثبیت مطالب خوانده‌شده

آزمون، مرور فعال و باکیفیت دوهفتهٔ مطالعاتیه.

فرق مرور معمولی (مثلاً از روی خلاصه‌نویسی‌هات) با مرور از طریق آزمون توی اینه که:

- مرور معمولی منفعل و انبارکردنیه
- مرور از طریق آزمون فعاله، ذهن رو به چالش می‌کشه و باعث یادگیری عمیق‌تر میشه

مثل آزمایش خون می‌مونه؛ لازم نیست کلی خون بگیری، چند سی‌سی هم نشون می‌ده وضعیت بدنت چطوره. آزمون استاندارد هم با نمونه‌گیری از مهم‌ترین مباحث، سطح یادگیریت رو می‌سنجه.

چرا باید برای کنکور استراتژی داشت؟

آزمون آزمایشی فقط یه امتحان نیست، یه ابزار قدرتمند برای ساختن استراتژی کنکورته.

باهاش می‌تونی یادگیری، ارزیابی کنی، اصلاح بشی، و بالا بری.

پس از آزمون فقط نترس و فرار نکن؛ باهاش دوست شو، چون قراره بهت کمک کنه بهترین نسخه خودت بشی.

سلام به همهٔ مازی‌های عزیز❤️

خوش اومدین به اولین آزمون تابستون

توی این آزمون قراره که ببینیم هرکدوممون تو چه مباحثی قوی هستیم و کجاها نیاز به تمرین بیشتر داریم. نگران نباشید! فقط می‌خوایم با هم یه ارزیابی داشته باشیم تا بتونیم بهتر برنامه‌ریزی کنیم و مباحث رو هدفمندتر یاد بگیریم. در اولین قدم قراره خودتو با خودِ قبلت مقایسه کنی و ببینی چقدر جلو افتادی و کجاها جا داره که بهتر بشی...

پس با انگیزه و تمرکز جلو برو. حتی اگه بعضی سوالا سخت بودن، بدون که همینا کمکمون می‌کنن قوی‌تر بشیم. یادت نره: تو می‌تونی، چون انتخاب کردی که بخوای بهتر بشی.

مباحثی که توی این آزمون ازش سوال اومده رو می‌تونی توی جدول پایینی ببینی...

کتاب	فصل	مباحث	تعداد سوال
حسابان ۱	فصل اول	جبر و معادله	۵
	فصل دوم	تابع	۳
	فصل سوم	توابع نمایی و لگاریتمی	۲
	فصل چهارم	مثلثات	۳
	فصل پنجم	حد و پیوستگی	۳
هندسه ۲	فصل اول	دایره	۲
	فصل دوم	تبدیل‌های هندسی و کاربردها	۲
	فصل سوم	روابط طولی در مثلث	۳
آمار و احتمال	فصل اول	آشنایی با مبانی ریاضیات	۲
	فصل دوم	احتمال	۳
	فصل سوم	آمار توصیفی	۱
	فصل چهارم	آمار استنباطی	۱

حالا برین تحلیل آزمون رو شروع کنین که به‌نظرم تحلیل آزمون و مشخص شدن ایرادها از خود آزمون دادن مهم‌تره.

آرزومند آرزوهایتان...

حسین شفیع‌زاده - رتبهٔ ۶ کنکور ۶۷ و مسئول درس ریاضی آزمون ماز

۱- در یک دنبالهٔ حسابی، مجموع ۵ جملهٔ اول برابر ۵۶۵ و مجموع ۵ جملهٔ دوم برابر ۴۹۰ است. تعداد جملات مثبت این دنباله کدام است؟

۱) ۴۰ ۲) ۴۱ ۳) ۳۰ ۴) ۳۱

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

$$\begin{cases} S_5 = \frac{5}{2}(2a_1 + 4d) = 565 \\ S_{10} = \frac{10}{2}(2a_1 + 9d) = 565 + 490 = 1055 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 4d = 226 \\ 2a_1 + 9d = 211 \end{cases} \Rightarrow 5d = -15 \Rightarrow d = -3$$

$$\Rightarrow 2a_1 - 12 = 226 \Rightarrow a_1 = 119$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 119 + (-3)(n-1) > 0 \Rightarrow 3n < 122$$

$$\Rightarrow n < 40/... \Rightarrow n \le 40$$

بنابراین دنباله دارای ۴۰ جملهٔ مثبت است.

مجموع n جملهٔ اول دنبالهٔ حسابی

در یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول a_1 وقدرنسبت d، مجموع n جملهٔ اول برابر است با:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \Rightarrow \begin{cases} S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \\ S_n = \frac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right) \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۲- معادلهٔ $mx^2 + 2(2-m)x + 1 = 0$ دارای دو ریشهٔ حقیقی منفی است. مقدار $[m]$ کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) -1 ۲) 1 ۳) -2 ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

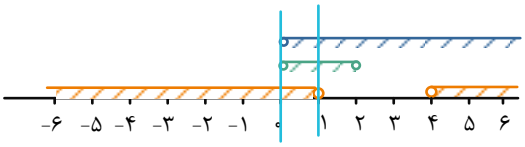
چون معادله دارای ۲ ریشهٔ حقیقی منفی است، پس $\Delta > 0$ بوده و جمع ریشه‌ها منفی و ضرب ریشه‌ها مثبت است، ببینید:

۱) $\Delta > 0 \Rightarrow 4(2-m)^2 - 4\times 1\times m > 0 \Rightarrow 4(m^2 - 4m + 4) - 4m > 0 \Rightarrow 4m^2 - 20m + 16 > 0 \Rightarrow m^2 - 5m + 4 > 0 \Rightarrow m < 1 \cup m > 4$

۲) $S < 0 \Rightarrow \frac{-2(2-m)}{m} < 0 \Rightarrow \frac{2(2-m)}{m} > 0 \Rightarrow 0 < m < 2$

۳) $P > 0 \Rightarrow \frac{1}{m} > 0 \Rightarrow m > 0$

$\Rightarrow 0 < m < 1$



از اشتراک سه شرط فوق داریم:

بنابراین $[m]$ برابر صفر می‌باشد.

وضعیت جواب‌های معادلهٔ درجهٔ دوم

در مورد معادلهٔ $ax^2 + bx + c = 0$ می‌توان گفت:

۱) $\Delta < 0 \Rightarrow$ معادله ریشهٔ حقیقی ندارد.

۲) $\Delta = 0, S < 0, P > 0$ معادله ۲ ریشهٔ برابر (ریشهٔ مضاعف) منفی دارد.

۳) $\Delta = 0 \Rightarrow S > 0, P > 0$ معادله ۲ ریشهٔ برابر (ریشهٔ مضاعف) مثبت دارد.

۴) $\Delta > 0, S > 0, P > 0$ معادله ۲ ریشهٔ حقیقی متمایز مثبت دارد.

۵) $\Delta > 0, S < 0, P > 0$ معادله ۲ ریشهٔ حقیقی متمایز منفی دارد.

۶) $\Delta > 0, S > 0, P < 0$ معادله ۲ ریشهٔ حقیقی متمایز دارد که یکی + و دیگری − است و قدرمطلق ریشهٔ مثبت بیشتر از قدرمطلق ریشهٔ منفی است.

۷) $\Delta > 0, S < 0, P < 0$ معادله ۲ ریشهٔ حقیقی متمایز دارد که یکی + و دیگری − است و قدرمطلق ریشهٔ منفی بیشتر از قدرمطلق ریشهٔ مثبت است.

۸) $\Delta > 0, S = 0, P < 0$ معادله ۲ ریشهٔ حقیقی متمایز قرینهٔ هم دارد.

۹) $\Delta > 0, P = 0$ معادله ۲ ریشهٔ متمایز حقیقی دارد که یکی از آن‌ها صفر است.

گروه آموزشی ماز

۳- اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $x^2 - 3x + k = 0$ و $\frac{k}{\alpha} - 1$ و $\frac{k}{\beta} - 1$ ریشه‌های معادلهٔ $x^2 - x + 2k = 0$ باشند، مقدار k کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) 2 ۳) -2 ۴) $-\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

$$x^2 - 3x + k = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 3 \\ \alpha\beta = k \end{cases} \quad (1)$$

$$x^2 - x + 2k = 0 \Rightarrow (\frac{k}{\alpha} - 1)(\frac{k}{\beta} - 1) = 2k \Rightarrow \frac{k^2}{\alpha\beta} - k(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}) + 1 = 2k$$

$$(1) \Rightarrow \frac{k^2}{k} - k\times\frac{3}{k} + 1 = 2k \Rightarrow k - 3 + 1 = 2k \Rightarrow k = -2$$

روابط بین ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم

اگر α و β ریشه‌های حقیقی معادلهٔ $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، داریم:

۱) $S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

۲) $P = \alpha \times \beta = \frac{c}{a}$

۳) $\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$

۴) $\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS$

۵) $|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

۶) $\sqrt{\alpha} \pm \sqrt{\beta} = \sqrt{S \pm 2\sqrt{P}}$

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

۴- اختلاف جواب‌های معادلهٔ $\sqrt{x-1}+2\sqrt{3-x}=3$ چقدر است؟

۱) ۰/۴۸ ۲) ۰/۹۶ ۳) ۰/۸۴ ۴) ۰/۶۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

یکی از رادیکال‌ها را به طرف راست می‌بریم و سپس دو طرف را به توان دو می‌رسانیم.

$$2\sqrt{3-x}=3-\sqrt{x-1}\Rightarrow 4(3-x)=9-6\sqrt{x-1}+x-1\Rightarrow 6\sqrt{x-1}=5x-4$$

به توان ۲: $36(x-1)=25x^2-40x+16\Rightarrow 25x^2-76x+52=0$

$$\Rightarrow (x-2)(25x-26)=0\Rightarrow x_1=2\ ,\ x_2=\frac{26}{25}$$

$$\Rightarrow x_1-x_2=2-\frac{26}{25}=\frac{24}{25}=0/96$$

گروه آموزشی ماز

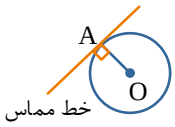
۵- خط $3x-4y=k$ در نقطه‌ای به طول -3 بر دایره‌ای به مرکز $O(3,0)$ مماس است. شعاع دایره کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۸ ۳) $6\sqrt{2}$ ۴) $4\sqrt{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

می‌دانیم خط مماس در نقطهٔ تماس، بر شعاع دایره عمود است، بنابراین:

شکل فرضی:



$$m_{\text{مماس}}=\frac{3}{4}\Rightarrow \text{شیب خط گذرنده از OA (شعاع)}=-\frac{4}{3}$$

حال معادلهٔ خط گذرنده از نقاط O و A را می‌نویسیم:

$$O(3,0),m_{OA}=-\frac{4}{3}\Rightarrow y-y_0=m(x-x_0)\Rightarrow y-0=-\frac{4}{3}(x-3)\Rightarrow y=-\frac{4}{3}x+4$$

از آن‌جایی که طول نقطهٔ تماس یعنی A برابر -3 است، پس عرض آن برابر است با:

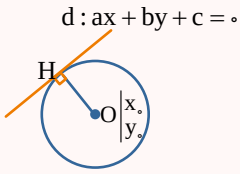
$$y_A=-\frac{4}{3}\times(-3)+4=8$$

پس $A\left|\begin{matrix}-3\\8\end{matrix}\right.$ و $O\left|\begin{matrix}3\\0\end{matrix}\right.$ می‌باشد و داریم:

$$R=OA=\sqrt{(-3-3)^2+(8-0)^2}=\sqrt{36+64}=10$$

شعاع دایره

اگر خطی بر دایره مماس باشد، در نقطهٔ تماس با دایره، بر شعاع دایره عمود است. برای محاسبهٔ شعاع دایره، فاصلهٔ مرکز دایره از خط را محاسبه می‌کنیم:



$$R=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

گروه آموزشی ماز

۶- اگر دامنهٔ تعریف تابع $f(x)=\sqrt{(m-1)x^2-2mx+m+2}$ برابر $\mathbb{R}$ باشد، حدود m کدام است؟

۱) $m<1$ ۲) $1<m\le 2$ ۳) $m\ge 2$ ۴) $-2\le m<1$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

شرط آن‌که f در تمام $\mathbb{R}$ تعریف شده باشد، آن است که عبارت زیر رادیکال نامنفی باشد.

$$(m-1)x^2-2mx+m+2\ge 0\Rightarrow\begin{cases}m-1>0\Rightarrow m>1\\ \Delta\le 0\end{cases}$$

$$4m^2-4(m-1)(m+2)\Rightarrow 4m^2-4(m^2+m-2)\le 0\Rightarrow -4m+8\le 0\Rightarrow m\ge 2$$

پس $m>1$ و $m\ge 2$ یعنی جواب نهایی $m\ge 2$ است.

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

تعیین علامت

در تعیین علامت، عبارت‌های درجهٔ دوم به فرم $p(x)=ax^{۲}+bx+c$ می‌توان گفت:

$a<۰, \Delta<۰ \Rightarrow p(x)<۰$ همواره منفی $p(x)$

$a>۰, \Delta<۰ \Rightarrow p(x)>۰$ همواره مثبت $p(x)$

$a<۰, \Delta\le ۰ \Rightarrow p(x)\le ۰$ نامثبت $p(x)$

$a>۰, \Delta\le ۰ \Rightarrow p(x)\ge ۰$ نامنفی $p(x)$

گروه آموزشی ماز

۷- به ازای کدام مقدار a، نمودار وارون تابع $f(x)=۴x+۲\sqrt{x+۳a}$ خط $۴y-۲x=۰$ را در نقطه‌ای به عرض ۱- قطع می‌کند؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۵۷}{۱۲}$ ۳) $\frac{۵۷}{۴}$ ۴) $\frac{۹}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

اگر عرض نقطهٔ برخورد خط $۴y-۲x=۰$ و نمودار تابع $f^{-۱}(x)$ برابر ۱- باشد، طول نقطهٔ برخورد برابر است با:

$$۴\underset{\downarrow\atop -۱}{y}-۲x=۰ \Rightarrow -۴-۲x=۰ \Rightarrow x=-۲$$

پس تابع $f^{-۱}(x)$ و خط $۴y-۲x=۰$ در نقطهٔ $A(-۲,-۱)$ برخورد دارند و می‌توان گفت این نقطه روی تابع $f^{-۱}(x)$ نیز قرار دارد، بنابراین نقطهٔ $A'(-۱,-۲)$ روی خود تابع $f(x)$ است و داریم:

$$f(-۱)=-۲ \Rightarrow -۴+۲\sqrt{-۱+۳a}=-۲ \Rightarrow ۲\sqrt{-۱+۳a}=۲ \Rightarrow \sqrt{-۱+۳a}=۱ \Rightarrow a=\frac{۲}{۳}$$

تابع معکوس

اگر $f^{-۱}(x)$ معکوس تابع $f(x)$ باشد، آن‌گاه:

$$A'\left|\begin{matrix}\beta\\ \alpha\end{matrix}\right. \in f^{-۱} \Leftrightarrow A\left|\begin{matrix}\alpha\\ \beta\end{matrix}\right. \in f$$

گروه آموزشی ماز

۸- اگر $f(x)=\sqrt{x+۱}-\sqrt{۴-x}$ و $g(x)=\sqrt{۲x-۳}$، دامنهٔ تابع fog شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

توجه کنید که:

$$\begin{cases} x+۱\ge ۰ \Rightarrow x\ge -۱ \\ \text{و} \\ ۴-x\ge ۰ \Rightarrow x\le ۴ \end{cases} \Rightarrow -۱\le x\le ۴ \Rightarrow D_f=[-۱,۴]$$

$$۲x-۳\ge ۰ \Rightarrow x\ge \frac{۳}{۲} \Rightarrow D_g=[\frac{۳}{۲},+\infty)$$

بنابراین:

$$D_{fog}=\{x|x\in D_g, g(x)\in D_f\}=\left\{x|x\ge \frac{۳}{۲}, -۱\le \sqrt{۲x-۳}\le ۴\right\}$$

از طرف دیگر:

$$-۱\le \sqrt{۲x-۳}\le ۴ \Rightarrow ۲x-۳\le ۱۶ \Rightarrow ۲x\le ۱۹ \Rightarrow x\le \frac{۱۹}{۲}$$

در نتیجه:

$$D_{fog}=\left[\frac{۳}{۲},\frac{۱۹}{۲}\right]=[۱/۵,۹/۵]$$

پس دامنهٔ تابع fog شامل اعداد صحیح ۹,۸,۷,۶,۵,۴,۳,۲ است.

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

دامنه تابع مرکب

دامنه تابع fog: برای به دست آوردن دامنه تابع fog مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

۱) دامنه توابع f و g را به دست می‌آوریم.

۲) ضابطهٔ تابع $g(x)$ را در محدودهٔ دامنهٔ تابع f قرار داده و با حل نامعادلهٔ حاصل شده، محدوده‌ای برای x به دست می‌آوریم.

۳) در نهایت بین محدودهٔ به دست آمده در مرحلهٔ قبل و دامنهٔ تابع g، اشتراک می‌گیریم تا دامنه تابع fog به دست آید:

$$D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}$$

دامنهٔ تابع gof: برای به دست آوردن دامنه تابع gof مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

۱) دامنهٔ توابع f و g را به دست می آوریم.

۲) ضابطهٔ تابع $f(x)$ را در محدودهٔ دامنهٔ تابع g قرار داده و با حل نامعادلهٔ حاصل شده، محدوده‌ای برای x به دست می‌آوریم.

۳) در نهایت بین محدودهٔ به دست آمده در مرحلهٔ قبل و دامنهٔ تابع g، اشتراک می‌گیریم تا دامنهٔ تابع gof به دست آید:

$$D_{gof}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}$$

توجه داشته باشید که دامنهٔ تابع مرکب را همیشه با توجه به تعاریف آن به دست می‌آوریم و نه از روی ضابطهٔ آن!

به عنوان مثال

توابع $f(x)=\sqrt{x-1}$ و $g(x)=2x^2-1$ را در نظر بگیرید:

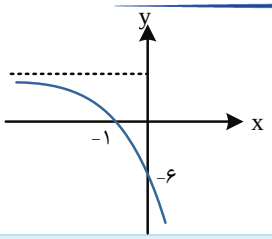
$$gof(x)=g(f(x))=2(\sqrt{x-1})^2-1=2(x-1)-1=2x-3\Rightarrow D_{gof}=\mathbb{R}$$

$$D_{gof}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}=\{x\in[1,+\infty) \mid \sqrt{x-1}\in\mathbb{R}\}\Rightarrow D_{gof}=[1,+\infty)$$

همانطور که می‌بینید D_{gof} با توجه به ضابطه آن برابر $\mathbb{R}$ است در صورتی که دامنه واقعی آن $[1,+\infty)$ است.

گروه آموزشی ماز

۹- نمودار تابع $f(x)=a\times 9^{bx+1}+3$ در شکل مقابل رسم شده است. مقدار $a-b$ کدام است؟



۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۲

۳) $-\frac{3}{2}$ ۴) -2

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

توجه کنید که:

$$f(0)=-6\Rightarrow a\times 9+3=-6\Rightarrow 9a=-9\Rightarrow a=-1$$

$$f(-1)=0\Rightarrow a\times 9^{-b+1}+3=0\Rightarrow -9^{1-b}=-3\Rightarrow 3^{2-2b}=3\Rightarrow 2-2b=1\Rightarrow b=\frac{1}{2}$$

در نتیجه:

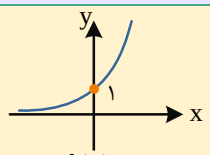
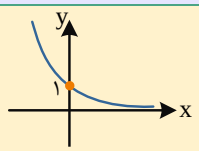
$$a-b=-1-\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}$$

معرفی تابع نمایی

هر تابع با ضابطهٔ $f(x)=a^x$ که در آن a یک عدد حقیقی مثبت و مخالف یک باشد را یک تابع نمایی گوییم.

$$f(x)=a^x\ ,\ \begin{cases}a>0\\ a\neq 1\end{cases}$$

نمودار توابع نمایی

وضعیت	$a>1$	$0<a<1$
نمودار	 با افزایش x ، مقدار $f(x)$ افزایش می‌یابد. (صعودی)	 با افزایش x ، مقدار $f(x)$ کاهش می‌یابد. (نزولی)
دامنه	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
برد	$(0,+\infty)$	$(0,+\infty)$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵

۱۰- اگر $۲^{\log_a^۳}=۵$، مقدار $a^{\log_۳^۵}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) ۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

توجه کنید که:

$$۲^{\log_a^۳}=۵ \Rightarrow \log_۲^۵=\log_a^۳ \Rightarrow \log_۵^۲=\log_۳^a \Rightarrow a=۳^{\log_۵^۲}$$

در نتیجه:

$$a^{\log_۳^۵}=(۳^{\log_۵^۲})^{\log_۳^۵}=(۳^{\log_۳^۵})^{\log_۵^۲}=۵^{\log_۵^۲}=۲$$

ویژگی‌های لگاریتم

ویژگی	مثال
$\log_a^۱=۰$	$\log_۳^۱=۰$
$\log_a^a=۱$	$\log_۲^۲=۱$
$\log_a^{b^n}=n\log_a^b$	$\log_۵^{۱۲۵}=\log_۵^{۵^۳}=۳\log_۵^۵=۳$
$\log_{a^n}^{b^m}=\frac{m}{n}\log_a^b$	$\log_{\sqrt{۱۰}}^{(۰/۰۱)}=\log_{۱۰^{\frac{۱}{۲}}}^{۱۰^{-۲}}=\frac{-۲}{\frac{۱}{۲}}\log_{۱۰}^{۱۰}=-۴$
$\log_a^{bc}=\log_a^b+\log_a^c$	$\log_{\sqrt{۲}}^{۴}+\log_{\sqrt{۲}}^{۱۶}=\log_{\sqrt{۲}}^{۶۴}=\log_{۲^{\frac{۱}{۲}}}^{۲^۶}=۱۲$
$\log_a^{(\frac{b}{c})}=\log_a^b-\log_a^c$	$\log_۲^{۵۲}-\log_۲^{۱۳}=\log_۲^{\frac{۵۲}{۱۳}}=\log_۲^۴=۲$
$\log_a^b=\frac{\log_c^b}{\log_c^a}$ (تغییر مبنا)	$\log_۴^۳=\frac{\log_{۱۰}^۳}{\log_{۱۰}^۴}$ (تغییر مبنا به ۱۰)
$c^{\log_a^b}=b^{\log_a^c}$	$(۸۱)^{\log_۳^{\sqrt{۲}}}=(\sqrt{۲})^{\log_۳^{۸۱}}=(\sqrt{۲})^۴=۴$
$\log_a^b\times\log_b^c\times\ldots\times\log_n^m=\log_a^m$	$\log_۲^۳\times\log_{\sqrt{۳}}^۷\times\log_{۴۹}^{\frac{۱}{۴}}$ $=\log_۲^۳\times ۲\log_۳^۷\times(-\log_۷^۲)=-۲$
$\log_a^b=\frac{۱}{\log_b^a}$	$\log_۳^۲=\frac{۱}{\log_۲^۳}$

گروه آموزشی ماز

۱۱- با فرض $\tan\alpha=\frac{۱}{۲}$ و $\cot\beta=۳$، حاصل $\frac{\sin^۲(\alpha-\frac{۳\pi}{۲})-\sin^۲(۳\pi+\beta)}{\cos^۲(\pi+\beta)+\cos^۲(\alpha-\frac{\pi}{۲})}$ کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۱۱}$ ۲) ۱ ۳) ۱- ۴) $\frac{-۷}{۱۱}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۴)

$$۱+\tan^۲\alpha=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}\Rightarrow ۱+\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}\Rightarrow\frac{۵}{۴}=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}\Rightarrow\cos^۲\alpha=\frac{۴}{۵}\ ,\ \sin^۲\alpha=\frac{۱}{۵}$$

$$۱+\cot^۲\beta=\frac{۱}{\sin^۲\beta}\Rightarrow ۱+۳^۲=\frac{۱}{\sin^۲\beta}\Rightarrow ۱۰=\frac{۱}{\sin^۲\beta}\Rightarrow\sin^۲\beta=\frac{۱}{۱۰}\ ,\ \cos^۲\beta=\frac{۹}{۱۰}$$

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

خواستهٔ سؤال را تا حد امکان ساده کرده و بعد محاسبه می‌کنیم:

$$\sin(\alpha-\frac{3\pi}{2})=\sin(-(\frac{3\pi}{2}-\alpha))=-\sin(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=-(-\cos\alpha)=\cos\alpha$$

$$\sin(3\pi+\beta)=\sin(2\pi+\pi+\beta)=\sin(\pi+\beta)=-\sin\beta$$

$$\cos(\pi+\beta)=-\cos\beta$$

$$\cos(\alpha-\frac{\pi}{2})=\cos(-(\frac{\pi}{2}-\alpha))\xrightarrow{\text{cos منفی کمان را می‌خورد}}\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\sin\alpha$$

بنابراین:

$$\frac{\sin^2(\alpha-\frac{3\pi}{2})-\sin^2(3\pi+\beta)}{\cos^2(\pi+\beta)+\cos^2(\alpha-\frac{\pi}{2})}=\frac{(\cos\alpha)^2-(-\sin\beta)^2}{(-\cos\beta)^2+(\sin\alpha)^2}=\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\beta}{\cos^2\beta+\sin^2\alpha}=\frac{\frac{4}{5}-\frac{1}{10}}{\frac{9}{10}+\frac{1}{5}}=\frac{\frac{7}{10}}{\frac{11}{10}}=\frac{7}{11}$$

یه جمع‌بندی پرملات از مثلثات

- مضارب فرد $\frac{\pi}{2}$ یعنی $(2k-1)\frac{\pi}{2}$ نسبت‌های مثلثاتی را به صورت مقابل عوض می‌کنند:

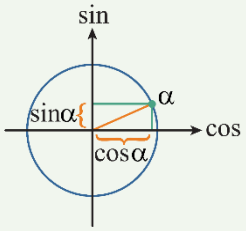
- علامت نسبت مثلثاتی با توجه به ناحیهٔ قرارگیری زاویه تعیین می‌شود.

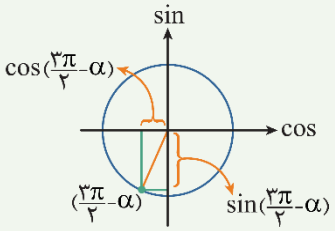
به عنوان مثال

نسبت‌های مثلثاتی زاویهٔ $\frac{3\pi}{2}-\alpha$ را بر حسب زاویهٔ α بنویسید.

$$\tan(\overbrace{\frac{3\pi}{2}-\alpha}^{\text{ناحیه ۳}})=+\cot\alpha \qquad \sin(\overbrace{\frac{3\pi}{2}-\alpha}^{\text{ناحیه ۳}})=-\cos\alpha$$

$$\cot(\overbrace{\frac{3\pi}{2}-\alpha}^{\text{ناحیه ۳}})=+\tan\alpha \qquad \cos(\overbrace{\frac{3\pi}{2}-\alpha}^{\text{ناحیه ۳}})=-\sin\alpha$$





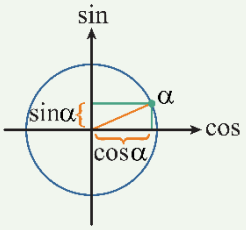
- مضارب صحیح π یعنی $k\pi$ نسبت‌های مثلثاتی را عوض نمی‌کنند یعنی sin همان sin، cos همان cos و ... می‌شود.
- علامت نسبت مثلثاتی با توجه به ناحیه قرارگیری زاویه تعیین می‌شود.

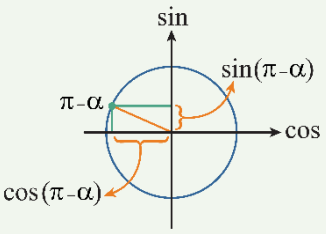
به عنوان مثال

نسبت‌های مثلثاتی زاویهٔ $\pi-\alpha$ را بر حسب زاویهٔ α بنویسید.

$$\tan(\overbrace{\pi-\alpha}^{\text{ناحیه ۲}})=-\tan\alpha \qquad \sin(\overbrace{\pi-\alpha}^{\text{ناحیه ۲}})=+\sin\alpha$$

$$\cot(\overbrace{\pi-\alpha}^{\text{ناحیه ۲}})=-\cot\alpha \qquad \cos(\overbrace{\pi-\alpha}^{\text{ناحیه ۲}})=-\cos\alpha$$





نکته

برای محاسبهٔ sin یا cos زوایای بزرگ، اندازهٔ زاویه را اگر بر حسب درجه باشد بر 360° تقسیم می‌کنیم و باقی‌مانده را در نظر می‌گیریم و اگر زاویه بر حسب رادیان باشد، مضارب صحیح و زوج π $(2k\pi)$ را حذف می‌کنیم.

به عنوان مثال

حاصل عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین شکل ممکن نشان دهید.

$$\sin 810^\circ=$$

$$\begin{array}{r|l} 810 & 360 \\ \hline -720 & 2 \\ \hline 90 & \end{array}$$

$$\sin 810^\circ=\sin 90^\circ=1$$

$$\cos\frac{27\pi}{4}=$$

$$\frac{27}{4}=6+\frac{3}{4}$$

$$\cos\frac{27\pi}{4}=\cos(6\pi+\frac{3\pi}{4})=\cos\frac{3\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin(\frac{19\pi}{2}+x)=$$

$$\frac{19}{2}=9+\frac{1}{2}$$

$$\sin(\frac{19\pi}{2}+x)=\sin(9\pi+\frac{\pi}{2}+x)=\sin(8\pi+\frac{3\pi}{2}+x)=\sin(\frac{3\pi}{2}+x)=-\cos x$$

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

نکته

برای محاسبهٔ tan یا cot زوایای بزرگ، اندازهٔ زاویه را اگر بر حسب درجه باشد بر ۱۸۰° تقسیم می‌کنیم و باقی‌مانده را در نظر می‌گیریم و اگر زاویه بر حسب رادیان باشد، مضارب صحیح π $(k\pi)$ را حذف می‌کنیم.

به عنوان مثال

حاصل عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین شکل ممکن نشان دهید.

$\tan ۵۱۰^\circ =$ $\qquad$ $\cot(\frac{۲۰\pi}{۳}) =$ $\qquad$ $\tan(\frac{۹\pi}{۲}+x) =$

$$\begin{array}{r|l} ۵۱۰ & ۱۸۰ \\ \hline -۳۶۰ & ۲ \\ \hline ۱۵۰ & \end{array} \qquad \frac{۲۰}{۳}=۶+\frac{۲}{۳} \qquad \frac{۹}{۲}=۴+\frac{۱}{۲}$$

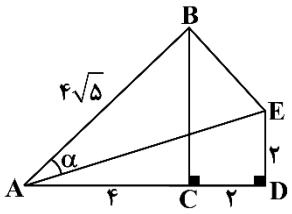
$$\tan ۵۱۰^\circ = \tan ۱۵۰^\circ = -\tan ۳۰^\circ = -\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\cot(\frac{۲۰\pi}{۳}) = \cot(۶\pi+\frac{۲\pi}{۳}) = \cot\frac{۲\pi}{۳} = -\cot\frac{\pi}{۳} = -\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\tan(\frac{۹\pi}{۲}+x) = \tan(۴\pi+\frac{\pi}{۲}+x) = \tan(\frac{\pi}{۲}+x) = -\cot x$$

گروه آموزشی ماز

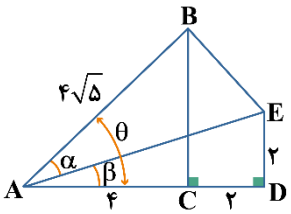
۱۲- در شکل مقابل، مقدار $\sin ۲\alpha$ چقدر است؟



۱) ۱ $\qquad$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۳) $\frac{۴}{۵}$ $\qquad$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ $\qquad$ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۴)



در مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$، $BC = ۸$ و در مثلث $\overset{\triangle}{ADE}$، $AE = ۲\sqrt{۱۰}$ است.

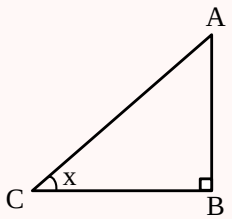
$$\sin\alpha = \sin(\theta-\beta) = \sin\theta\cos\beta - \cos\theta\sin\beta$$

$$= \frac{۲}{\sqrt{۵}}\times\frac{۳}{\sqrt{۱۰}} - \frac{۱}{\sqrt{۵}}\times\frac{۱}{\sqrt{۱۰}} = \frac{۶}{۵\sqrt{۲}} - \frac{۱}{۵\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

پس $\alpha = \frac{\pi}{۴}$ و $\sin ۲\alpha = ۱$ است.

نسبت‌های مثلثاتی

۴ نسبت مهم داریم که به صورت $\sin x, \cos x, \tan x, \cot x$ هستند که براساس مثلث قائم‌الزاویه ABC $(\hat{B}=۹۰^\circ)$ داریم:



$$\sin x = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{AB}{AC}$$

$$\cos x = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\tan x = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\cot x = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}} = \frac{BC}{AB}$$

نکته

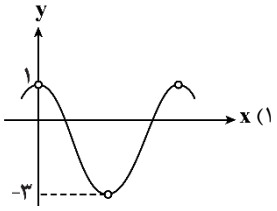
$\tan x$ و $\cot x$ معکوس یکدیگرند و از طرفی برای هر زاویهٔ دلخواه x داریم:

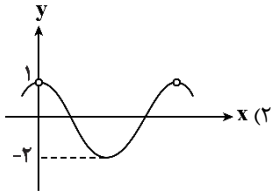
$$\begin{cases} \sin^۲ x + \cos^۲ x = ۱ \Rightarrow \begin{cases} \sin^۲ x = ۱-\cos^۲ x \\ \cos^۲ x = ۱-\sin^۲ x \end{cases} \\ \tan x = \frac{۱}{\cot x} \Rightarrow \tan x . \cot x = ۱ \end{cases}$$

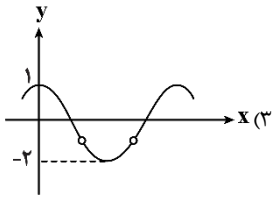
گروه آموزشی ماز

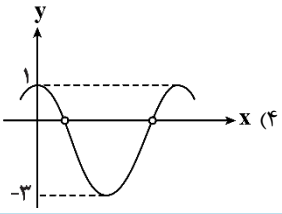
۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

۱۳- نمودار تابع $f(x)=\frac{2\sin x\cos x-\sin x}{\sin x}$ به کدام صورت است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۴)

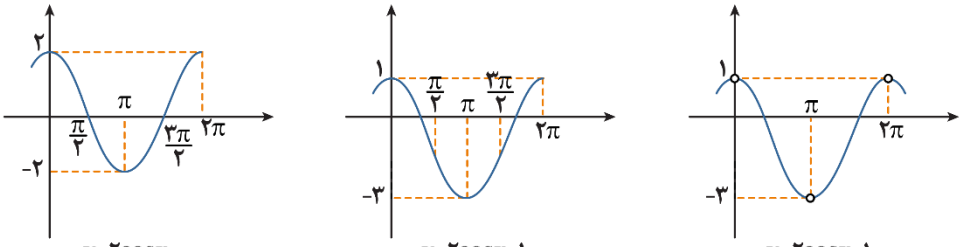
توجه کنید که:

$$f(x)=\frac{2\sin x\cos x-\sin x}{\sin x}=\frac{\sin x(2\cos x-1)}{\sin x}=2\cos x-1$$

از طرف دیگر:

$$\sin x\neq 0\Rightarrow x\neq k\pi\ ,\ k\in\mathbb{Z}$$

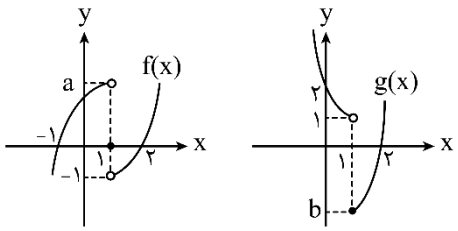
بنابراین نمودار تابع f به صورت زیر رسم می‌شود:



y=۲cosx y=۲cosx-۱ y=۲cosx-۱

گروه آموزشی ماز

۱۴- نمودار توابع f و g داده شده است. اگر $\lim\limits_{x\to 1^-}(f+g)(x)=3$ و $\lim\limits_{x\to 1^+}(f-g)(x)=2$ باشد، آن‌گاه حاصل ab کدام است؟



۱) -۶
۲) -۵
۳) -۴
۴) -۳

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۵)

با توجه به نمودار توابع f(x) و g(x) و داده‌های مسئله داریم:

$$\lim_{x\to 1^-}(f+g)(x)=\lim_{x\to 1^-}f(x)+\lim_{x\to 1^-}g(x)=3\Rightarrow a+1=3\Rightarrow a=2$$

$$\lim_{x\to 1^+}(f-g)(x)=\lim_{x\to 1^+}f(x)-\lim_{x\to 1^+}g(x)=2\Rightarrow -1-b=2\Rightarrow b=-3$$

بنابراین جواب برابر است با:

$$ab=2\times(-3)=-6$$

قضایای حد

اگر $f(x)=c$ تابعی ثابت باشد، حد این تابع در هر نقطهٔ دلخواه مانند a برابر مقدار ثابت c است. به عبارتی:

$$\lim_{x\to a}f(x)=c$$

اگر $f(x)=x$ تابعی همانی باشد، آن‌گاه حد این تابع در هر نقطه‌ای دلخواه مانند a برابر خود a است. یعنی:

$$\lim_{x\to a}f(x)=\lim_{x\to a}x=a$$

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

اگر $f(x)$ و $g(x)$ در $x=a$ دارای حد باشند، به طوری که $\lim\limits_{x\to a} f(x)=L_1$ و $\lim\limits_{x\to a} g(x)=L_2$. آن‌گاه:

۱) $\lim\limits_{x\to a}\left(f(x)\pm g(x)\right)=\lim\limits_{x\to a} f(x)\pm\lim\limits_{x\to a} g(x)=L_1\pm L_2$

۲) $\lim\limits_{x\to a}\left(f(x)\times g(x)\right)=\lim\limits_{x\to a} f(x)\times\lim\limits_{x\to a} g(x)=L_1\times L_2$

۳) $\lim\limits_{x\to a}\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)=\dfrac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}=\dfrac{L_1}{L_2}\qquad (L_2\neq 0)$

۴) $\lim\limits_{x\to a} cf(x)=c\lim\limits_{x\to a} f(x)=cL_1\qquad (c\in\mathbb{R})$

۵) $\lim\limits_{x\to a}(f(x))^n=(\lim\limits_{x\to a} f(x))^n=L_1^n\qquad (n\in\mathbb{N})$

۶) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{1}{f(x)}=\dfrac{1}{\lim\limits_{x\to a} f(x)}=\dfrac{1}{L_1}\qquad (L_1\neq 0)$

۷) $\lim\limits_{x\to a}\sqrt[n]{f(x)}=\sqrt[n]{\lim\limits_{x\to a} f(x)}=\sqrt[n]{L_1}$ (اگر n زوج باشد، برای $L_1>0$ این تساوی برقرار است.)

۸) $\lim\limits_{x\to a}|f(x)|=\left|\lim\limits_{x\to a} f(x)\right|=|L_1|$

گروه آموزشی ماز

۱۵- اگر k عددی حقیقی و $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+a}-1}{x-2}=k$ باشد، $a-k$ کدام است؟

۱) $-\dfrac{1}{2}$ ۲) -1 ۳) $-\dfrac{3}{2}$ ۴) -2

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۵)

چون مخرج کسر برابر صفر و حاصل حد عددی حقیقی است، پس حد صورت کسر نیز به ازای $x=2$ باید صفر باشد.

$$\sqrt{2+a}-1=0\Rightarrow\sqrt{2+a}=1\Rightarrow 2+a=1\Rightarrow a=-1$$

خواهیم داشت:

$$k=\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}\times\underbrace{\frac{\sqrt{x-1}+1}{\sqrt{x-1}+1}}_{2}=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{x-2}}{\cancel{(x-2)}\times 2}=\frac{1}{2}$$

در نتیجه:

$$a-k=-1-\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}$$

کنکور سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳

اگر $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a+\sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x}=2$ باشد، مقدار $\dfrac{b}{a}+\dfrac{c}{a}$ کدام است؟

۱) -2 ۲) -4 ✓ ۳) $-\dfrac{1}{2}$ ۴) $-\dfrac{1}{4}$

گروه آموزشی ماز

۱۶- تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases}[\cos x-1] & x>\pi\\ -a\cos^2 x & x=\pi\\ [\sin x]-b[-\sin x] & x<\pi\end{cases}$ در نقطهٔ $x=\pi$ پیوسته است. $a-b$ کدام است؟

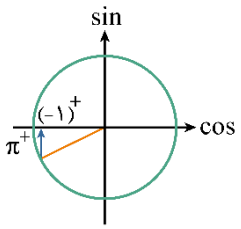
۱) -4 ۲) -2 ۳) صفر ۴) 4

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۵)

اگر تابع f در $x=\pi$ پیوسته باشد، باید حدهای راست و چپ و مقدار تابع در $x=\pi$ برابر باشند. یعنی:

$$\lim_{x\to\pi^+} f(x)=\lim_{x\to\pi^-} f(x)=f(\pi)$$

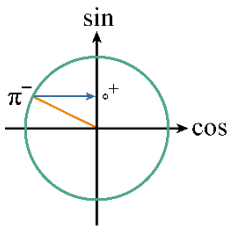
$$\lim_{x\to\pi^+} f(x)=\lim_{x\to\pi^+}[\underbrace{\cos x}_{(-1)^+}-1]=[(-2)^+]=-2$$



www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵

$$\lim_{x\to\pi^-} f(x) = \lim_{x\to\pi^-} [\sin x] - b[-\sin x] = [۰^+] - b[۰^-] = ۰ - b(-۱) = b$$

بنابراین:



$$f(\pi) = -a\cos^۲ \pi = -a(-۱)^۲ = -a$$

$$-۲ = b = -a \Rightarrow \begin{cases} a = ۲ \\ b = -۲ \end{cases} \Rightarrow a - b = ۲ - (-۲) = ۴$$

توجه

برای درک بهتر شما شکل‌ها با اغراق رسم شده‌اند.

پیوستگی

وقتی تابع پیوسته باشد نقاط نمودار به هم متصل می‌باشند و اگر نمودار دارای حفره یا پرش (بریدگی) باشد نمودار تابع ناپیوسته است.

شرایط پیوستگی تابع در نقطهٔ a

۱) تابع در نقطهٔ a و همسایگی آن تعریف شده باشد.

۲) حد تابع در نقطهٔ a موجود باشد.

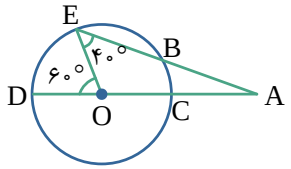
۳) مقدار تابع با حد تابع در نقطهٔ a برابر باشد.

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) = \text{عدد مشخص}$$

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) = f(a)$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- در شکل مقابل، AB چند برابر شعاع دایره است؟



۱) ۱

۲) $\sqrt{۲}$

۳) $\sqrt{۳}$

۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

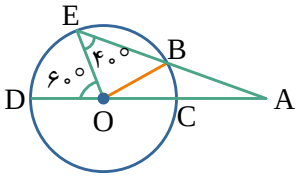
پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

روش اول:

$$OB = OE = r \Rightarrow \text{متساوی‌الساقین } \overset{\triangle}{OBE} \Rightarrow E\hat{B}O = B\hat{E}O = ۴۰^\circ$$

$$\Rightarrow E\hat{O}B = ۱۰۰^\circ \xrightarrow{E\hat{O}D = ۶۰^\circ} B\hat{O}C = ۲۰^\circ \ (۱)$$

از طرفی، $E\hat{B}O$ زاویه خارجی مثلث $\overset{\triangle}{OBA}$ است، پس:



$$E\hat{B}O = B\hat{O}C + B\hat{A}C \xrightarrow[B\hat{O}C = ۲۰^\circ]{E\hat{B}O = ۴۰^\circ} B\hat{A}C = ۲۰^\circ \ (۲)$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow \text{متساوی‌الساقین } \overset{\triangle}{OBA} \Rightarrow OB = BA$$

یعنی BA با شعاع دایره برابر است.

روش دوم:

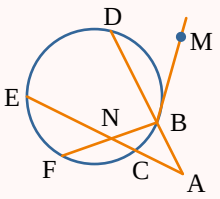
برای محاسبهٔ زاویهٔ $B\hat{A}C$ به صورت زیر نیز می‌توان عمل کرد:

$$B\hat{A}C = \frac{\overset{\frown}{ED} - \overset{\frown}{BC}}{۲} = \frac{۶۰^\circ - ۲۰^\circ}{۲} = ۲۰^\circ$$

www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵

انواع زوایا در دایره

در شکل مقابل:



۱) $D\hat{B}F = \frac{\overset{\frown}{DEF}}{۲}$:زاویه محاطی

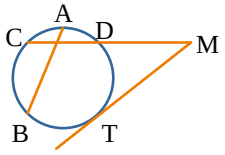
۲) $M\hat{B}F = \frac{\overset{\frown}{BDEF}}{۲}$:زاویه ظلی

۳) $D\hat{A}E = \frac{\overset{\frown}{DE} - \overset{\frown}{BC}}{۲}$

۴) $B\hat{N}C = \frac{\overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{EF}}{۲}$

گروه آموزشی ماز

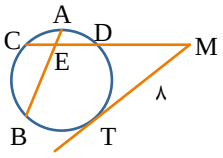
۱۸- وتر AB به طول ۲۰ توسط وتر CD به نسبت ۱ به ۹ تقسم شده است، اگر CD توسط AB به دو قسمت مساوی تقسیم و اندازه مماس MT برابر با ۸ باشد، MD کدام است؟



۱) ۷
۲) ۶
۳) ۴
۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

AB به طول ۲۰ به نسبت ۱ به ۹ تقسیم شده است، یعنی:



$$\frac{AE}{EB} = \frac{۱}{۹} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{۱}{۱۰} \Rightarrow \begin{cases} AE = ۲ \\ EB = ۱۸ \end{cases}$$

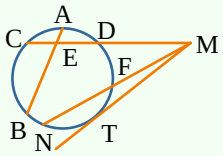
از طرفی، داریم:

$$DE \times CE = AE \times EB \xrightarrow{CE=DE} CE^۲ = ۳۶ \Rightarrow CE = ۶ \Rightarrow DC = ۲CE = ۱۲$$

با توجه به مماس بودن MT داریم:

$$MT^۲ = MD \times MC \Rightarrow ۶۴ = MD \times (MD + ۱۲) \Rightarrow MD = ۴$$

روابط طولی در مثلث



۱) $AE \times EB = CE \times ED$

۲) $MF \times MN = MD \times MC$

۳) $MT^۲ = MD \times MC = MF \times MN$

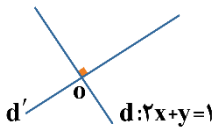
گروه آموزشی ماز

۱۹- خط $۲x+y=۱$ را حول نقطهٔ $O(۰,۱)$ به اندازهٔ $\alpha = ۹۰^\circ$ دوران می‌دهیم. مساحت ناحیه‌ای که خط تصویر با محورهای مختصات می‌سازد، کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۵

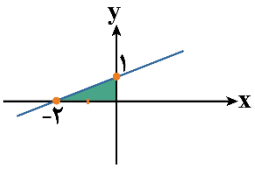
پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

نقطهٔ $O(۰,۱)$ روی خط $d: ۲x + y = ۱$ است. تصویر این خط، خطی است که از O می‌گذرد و بر خط d عمود است.



$$m_d = -۲ \Rightarrow m_{d'} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow d' \text{ معادله } : y - ۱ = \frac{۱}{۲}(x - ۰) \Rightarrow d' \text{ معادله خط } \Rightarrow y = \frac{۱}{۲}x + ۱$$

x	y
-۲	۰
۰	۱

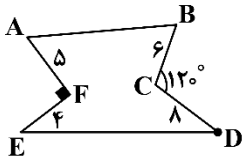


$$S_{\text{رنگی}} = \frac{۱}{۲}(۲ \times ۱) = ۱$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵

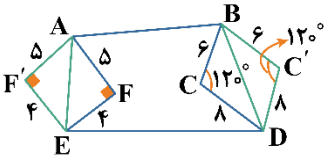
۲۰- زمینی به شکل چندضلعی ABCDEF مفروض است. دور این زمین را حصار کشیده‌ایم، می‌خواهیم بدون این‌که اندازهٔ حصار و تعداد اضلاع زمین تغییر کند، مساحت زمین را افزایش بدهیم. میزان افزایش مساحت چقدر است؟



۱) $۱۰+۱۲\sqrt{۳}$
۲) ۴۴
۳) $۲۰+۲۴\sqrt{۳}$
۴) ۳۶

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

در شکل داده شده باید بازتاب AFE را نسبت به AE و بازتاب BCD را نسبت به BD به دست آوریم. چندضلعی به دست آمده را ABC′DEF′ می‌نامیم که همان چندضلعی مطلوب است.



میزان افزایش مساحت برابر است با:

$$S_{AFEF'}+S_{BCDC'}=۲S_{\overset{\Delta}{AFE}}+۲S_{\overset{\Delta}{BCD}}=۲\times(\frac{۱}{۲}\times۵\times۴)+۲(\frac{۱}{۲}\times۶\times۸\times\underbrace{\sin۱۲۰^\circ}_{\frac{\sqrt{۳}}{۲}})=۲۰+۲۴\sqrt{۳}$$

گروه آموزشی ماز

۲۱- در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ می‌دانیم $\hat{A}=۱۰^\circ$ و $\hat{B}=۲۰^\circ$ است. اگر $AB=۱۰$ باشد، شعاع دایره محیطی مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ کدام است؟

۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) $۱۰\sqrt{۳}$
۴) $۵\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

زاویهٔ $\hat{C}$ در این مثلث برابر ۱۵۰° است زیرا:

$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=۱۸۰^\circ\xrightarrow[\hat{B}=۲۰^\circ]{\hat{A}=۱۰^\circ}۱۰^\circ+۲۰^\circ+\hat{C}=۱۸۰^\circ\Rightarrow\hat{C}=۱۵۰^\circ$$

طبق درسنامه داریم:

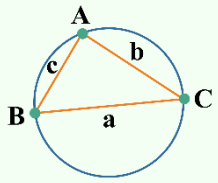
$$\frac{AB}{\sin\hat{C}}=۲R\Rightarrow\frac{۱۰}{\sin۱۵۰^\circ}=۲R\Rightarrow۲R\sin۱۵۰^\circ=۱۰\xrightarrow{\sin۱۵۰^\circ=\sin۳۰^\circ}۲R\times\frac{۱}{۲}=۱۰\Rightarrow R=۱۰$$

دایره محیطی مثلث

دایره‌ای که از هر ۳ رأس مثلث می‌گذرد و مرکز آن، محل برخورد عمودمنصف‌های مثلث می‌باشد.

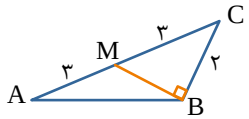
R: شعاع دایره محیطی مثلث

$$\frac{a}{\sin\hat{A}}=\frac{b}{\sin\hat{B}}=\frac{c}{\sin\hat{C}}=۲R$$



گروه آموزشی ماز

۲۲- در شکل زیر، طول AB چقدر است؟



۱) ۵
۲) $۲\sqrt{۵}$
۳) $۲\sqrt{۷}$
۴) $۲\sqrt{۶}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی/ محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

روش اول:

$$\cos\hat{C}=\frac{BC}{MC}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow AB^۲=AC^۲+BC^۲-۲AC\times BC\times\cos\hat{C}\Rightarrow AB^۲=۶^۲+۲^۲-۲\times۶\times۲\times\cos\hat{C}$$

$$\Rightarrow AB^۲=۳۶+۴-۲\times۶\times۲\times\frac{۲}{۳}\Rightarrow AB^۲=۲۴\Rightarrow AB=۲\sqrt{۶}$$

روش دوم:

$$BM=\sqrt{MC^۲-BC^۲}=\sqrt{۵}$$

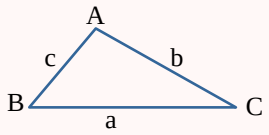
BM میانهٔ وارد بر ضلع AC می‌باشد، پس:

$$۲BM^۲+\frac{AC^۲}{۲}=AB^۲+BC^۲\Rightarrow۲\times\sqrt{۵}^۲+\frac{۶^۲}{۲}=۲^۲+AB^۲$$

$$\Rightarrow۱۰+۱۸=۴+AB^۲\Rightarrow AB^۲=۲۴\Rightarrow AB=۲\sqrt{۶}$$

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

قضیهٔ cosها در مثلث

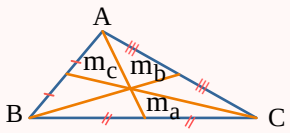


$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\hat{C}$$

محاسبهٔ طول میانه‌ها در مثلث



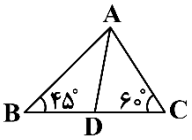
$$2m_a^2 + \frac{a^2}{2} = b^2 + c^2$$

$$2m_b^2 + \frac{b^2}{2} = a^2 + c^2$$

$$2m_c^2 + \frac{c^2}{2} = a^2 + b^2$$

گروه آموزشی ماز

۲۳- در مثلث روبرو، $\hat{C}=60^\circ$ و $\hat{B}=45^\circ$ است. اگر AD نیمساز زاویهٔ $\hat{A}$ باشد، $\frac{S_{\overset{\Delta}{ADC}}}{S_{\overset{\Delta}{ABD}}}$ کدام است؟



۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

دو مثلث $\overset{\Delta}{ADC}$ و $\overset{\Delta}{ABD}$ دارای ارتفاع یکسان هستند، پس نسبت مساحت دو مثلث برابر نسبت قاعدهٔ دو مثلث است. پس:

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{ADC}}}{S_{\overset{\Delta}{ABD}}} = \frac{DC}{BD}$$

حال نسبت DC به BD را به کمک قضیهٔ نیمسازها به دست می‌آوریم:

$$\frac{DC}{BD} = \frac{AC}{AB}$$

نسبت $\frac{AC}{AB}$ را به کمک قضیهٔ sinها محاسبه می‌کنیم. ببینید:

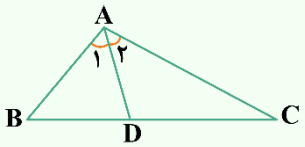
$$\frac{AC}{\sin\hat{B}} = \frac{AB}{\sin\hat{C}} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{\sin\hat{B}}{\sin\hat{C}} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

بنابراین:

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{ADC}}}{S_{\overset{\Delta}{ABD}}} = \frac{DC}{BD} = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{ADC}}}{S_{\overset{\Delta}{ABD}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

قضیهٔ نیمسازها

اگر AD نیمساز زاویهٔ $\hat{A}$ در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ باشد، داریم:



$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

از نسبت مساحت دو مثلث بدانید:

اگر دو مثلث دارای **ارتفاع برابر** باشند، نسبت مساحت دو مثلث با **نسبت قاعدهٔ** دو مثلث **برابر** است.

اگر دو مثلث دارای **قاعدهٔ برابر** باشند، نسبت مساحت دو مثلث با **نسبت ارتفاع** دو مثلث **برابر** است.

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

۲۴- گزارهٔ $[q \Rightarrow (\sim p \wedge q)] \Rightarrow p$ با کدام‌یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

۱) $q \Rightarrow p$ ۲) $p \vee q$ ۳) p ۴) q

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$[q \Rightarrow (\sim p \wedge q)] \Rightarrow p \equiv [\sim q \vee (\sim p \wedge q)] \Rightarrow p$$
$$\equiv [(\sim q \vee \sim p) \wedge \underbrace{(\sim q \vee q)}_{T}] \Rightarrow p \equiv (\sim q \vee \sim p) \Rightarrow p$$
$$\equiv \sim (\sim q \vee \sim p) \vee p \equiv \underbrace{(q \wedge p) \vee p}_{\text{قانون جذب}} \equiv p$$

مهم‌ترین و کاربردی‌ترین قوانین گزاره‌ها عبارتند از

۱) قانون توزیع‌پذیری (پخشی)
$$\begin{cases} p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \\ p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \end{cases}$$

۲) قانون دمورگان
$$\begin{cases} \sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \\ \sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \end{cases}$$

۳) قانون جذب
$$\begin{cases} p \vee (p \wedge q) \equiv p \\ p \wedge (p \vee q) \equiv p \end{cases}$$

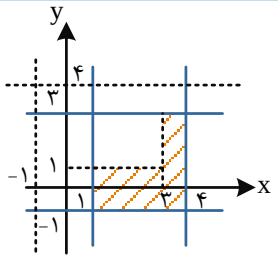
۴) تبدیل ترکیب شرطی به ترکیب فصلی $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

گروه آموزشی ماز

۲۵- اگر $A = [۱,۴]$ و $B = [-۱,۳]$ باشند، مساحت ناحیهٔ متناظر با مجموعهٔ $A \times B - B \times A$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۱)



نمودارهای $A \times B$ و $B \times A$ را در یک دستگاه مختصات رسم کرده و سپس قسمت‌هایی از نمودار $A \times B$ که درون نمودار $B \times A$ قرار می‌گیرد را حذف می‌کنیم.

مطابق شکل نمودار حاصل به صورت یک مستطیل است که مربعی از آن حذف شده است.

مساحت هاشورخورده $= ۳ \times ۴ - ۲ \times ۲ = ۸$

رسم نمودار ضرب دکارتی

برای رسم نمودار $A \times B$ روی محورهای مختصات، اعضای مجموعهٔ A را روی محور xها و اعضای مجموعهٔ B را روی محور yها نمایش می‌دهیم. با توجه به پیوسته یا گسسته بودن A و B، شرایط زیر پدید می‌آید:

۱) **A و B هر دو گسسته:** نمودار $A \times B$ به صورت مجموعه‌ای از نقاط است. مانند $A = \{۱,۲\}$ و $B = \{۳,۴\}$

۲) **A گسسته و B پیوسته:** نمودار $A \times B$ به صورت تعدادی پاره‌خط موازی محور yها است. مانند $A = \{۱,۲\}$ و $B = [۳,۴]$

۳) **A پیوسته و B گسسته:** نمودار $A \times B$ به صورت تعدادی پاره‌خط موازی محور xها است. مانند $A = [۱,۲]$ و $B = \{۳,۴\}$

۴) **A و B هر دو پیوسته:** نمودار $A \times B$ به صورت سطح یک مستطیل است. مانند $A = [۱,۲]$ و $B = [۳,۴]$

گروه آموزشی ماز

۲۶- در پرتاب دو تاس با یکدیگر، اگر بدانیم مجموع اعداد رو شده فرد است، احتمال آن‌که اختلاف آن‌ها یک واحد باشد، کدام می‌شود؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۲}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

فضای نمونه‌ای کاهش یافته، ۱۸ مورد را شامل می‌شود که در ۱۰ مورد به شرح ذیل، اختلاف اعداد رو شده برابر ۱ است.

$$A = \{(۱,۲),(۲,۱),(۲,۳),(۳,۲),(۳,۴),(۴,۳),(۴,۵),(۵,۴),(۵,۶),(۶,۵)\}$$

بنابراین:
$$P(A|B) = \frac{۱۰}{۱۸} = \frac{۵}{۹}$$

www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵

احتمال شرطی

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)} \quad \text{یا} \quad P(A|B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}$$

در محاسبهٔ احتمال شرطی $P(A|B)$ می‌توانیم از روش کاهش فضای نمونه‌ای استفاده کنیم، بدین صورت که فضای نمونه‌ای را از S به B کاهش می‌دهیم و در B به دنبال خواستهٔ سوال می‌گردیم.

گروه آموزشی ماز

۲۷- کیسهٔ A دارای یک مهرهٔ سفید و ۲ مهرهٔ سیاه و کیسهٔ B دارای ۳ مهرهٔ سفید و ۱ مهرهٔ سیاه است. از کیسهٔ A، ۱ مهره و از کیسهٔ B، ۲ مهره به تصادف برمی‌گزینیم و در یک کیسهٔ خالی می‌ریزیم. حال از کیسهٔ جدید دو مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که دو مهره غیرهمرنگ باشند، چقدر است؟

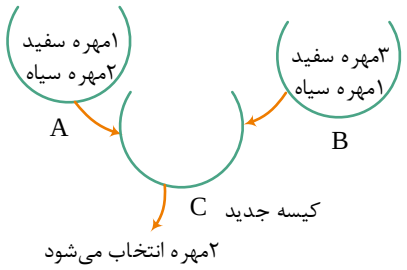
۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$ ۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ احتمال ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

با یک مسئلهٔ احتمال کل مواجه هستیم.

مهره‌هایی که از کیسه C خارج می‌شوند با احتمال‌های مختلف از کیسه A و B هستند.

در هر کدام از آن حالت‌ها احتمال غیرهمرنگ بودن مهره‌ها را محاسبه می‌کنیم. ببینید:



احتمال آن که ۲مهره خارج شده از کیسه C از مهره‌های کیسهٔ B باشد: $\frac{\binom{۲}{۲}}{\binom{۳}{۲}}=\frac{۱}{۳}$

احتمال غیرهمرنگ بودن ۲ مهره: $\frac{\binom{۱}{۱}\times\binom{۳}{۱}}{\binom{۴}{۲}}=\frac{۳}{۶}=\frac{۱}{۲}$

احتمال آن که ۲مهره خارج شده از کیسه C از مهره‌های کیسهٔ A و یکی از B باشد: $\frac{\binom{۱}{۱}\binom{۲}{۱}}{\binom{۳}{۲}}=\frac{۲}{۳}$

احتمال غیرهمرنگ بودن ۲ مهره: $\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۴}+\frac{۲}{۳}\times\frac{۳}{۴}=\frac{۷}{۱۲}$

A و سفید — B و سیاه — A و سیاه — B و سفید

حال اعداد موجود در هر شاخه را در هم ضرب و اعداد را از شاخه‌ای به شاخهٔ دیگر جمع می‌کنیم:

$$=\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۲}+\frac{۲}{۳}\times\frac{۷}{۱۲}=\frac{۱}{۶}+\frac{۷}{۱۸}=\frac{۱۰}{۱۸}=\frac{۵}{۹}$$

قانون احتمال کل

در مسائل مربوط به قانون احتمال کل می‌خواهیم احتمال وقوع پیشامدی مانند A را به دست آوریم به طوری که وقوع این پیشامد به پیشامدهای $B_۱, B_۲, B_۳, ..., B_n$ وابسته است یعنی ممکن است $B_۱$ رخ داده باشد و A رخ دهد یا $B_۲$ رخ داده باشد و A رخ دهد و در نهایت با هم جمع می‌کنیم. به این فرآیند (قانون احتمال کل) می‌گوییم.

$$P(A)=P(B_۱)\times P(A|B_۱)+P(B_۲)\times P(A|B_۲)+...+P(B_n)\times P(A|B_n)$$

استفاده از رسم نمودار درختی نیز مفید است.

گروه آموزشی ماز

۲۸- ۲ نفر به سمت هدفی تیراندازی می‌کنند. احتمال اینکه در یک بار تیراندازی، تیر به هدف بخورد برای اولی ۰/۶ و برای دومی ۰/۸ است. احتمال اینکه تنها یکی از تیرها به هدف بخورد کدام است؟

۱) ۰/۹۲ ۲) ۰/۴۴ ۳) ۰/۴۵ ۴) ۰/۴۶

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

روش اول:

فرض کنید A و B به صورت زیر تعریف شود:

تیر نفر اول به هدف بخورد = A

تیر نفر دوم به هدف بخورد = B

www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵

دقت کنید A و B مستقل هستند. خواستهٔ مسئله $P((A-B)\cup(B-A))$ می‌باشد.

$$P((A-B)\cup(B-A))=P(A-B)+P(B-A)=P(A)+P(B)-۲P(A\cap B)=۰/۶+۰/۸-۲\times۰/۶\times۰/۸=۰/۴۴$$

روش دوم:

$$P((A-B)\cup(B-A))=P(A-B)+P(B-A)=P(A\cap B')+P(B\cap A')=P(A)P(B')+P(B)P(A')$$

$$=۰/۶\times۰/۲+۰/۸\times۰/۴=۰/۱۲+۰/۳۲=۰/۴۴$$

پیشامدهای مستقل

دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگرند، هرگاه وقوع یکی بر دیگری تأثیری نداشته باشد، در این صورت $P(A|B)=P(A)$ است و در نتیجه داریم:

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}\Rightarrow P(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$$\Rightarrow P(A\cap B)=P(A)P(B)$$

نکات پرکاربرد پیشامدهای مستقل

اگر دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگر باشند، آن‌گاه:

۱) پیشامدهای A' و B مستقل از یکدیگرند. $P(A'\cap B)=P(A')P(B)$

۲) پیشامدهای A و B' مستقل از یکدیگرند. $P(A\cap B')=P(A)P(B')$

۳) پیشامدهای A' و B' مستقل از یکدیگرند. $P(A'\cap B')=P(A')P(B')$

گروه آموزشی ماز

۲۹- در یک تحقیق، میزان مصرف شیر و فراورده‌های آن در یک کلاس برای ۱۰ دانش‌آموز ابتدایی در یک سال برحسب لیتر به صورت مقابل است. در نمایش نمودار جعبه‌ای، ضریب تغییرات داده‌های داخل جعبه کدام است؟ $(\sqrt{۵}\simeq ۲/۲)$

۵۰,۵۹,۵۷,۳۹,۴۶,۴۲,۳۷,۳۲,۵۶,۵۴

۱) ۰/۰۷ ۲) ۰/۰۹ ۳) ۰/۱۲ ۴) ۰/۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

روش اول:

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$\underbrace{۳۲,۳۷,۳۹,۴۲,۴۶}_{Q_۱=۳۹},\underbrace{۵۰,۵۴,۵۶,۵۷,۵۹}_{Q_۳=۵۶}$$

$$Q_۲=\frac{۴۶+۵۰}{۲}=۴۸$$

پس داده‌های ۵۴,۵۰,۴۶,۴۲ داده‌های داخل جعبه هستند برای محاسبه ضریب تغییرات، ابتدا میانگین و سپس انحراف معیار را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x}=\frac{۴۲+۴۶+۵۰+۵۴}{۴}=۴۸$$

$$\sigma^۲=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^۲}{۴}=\frac{(۴۲-۴۸)^۲+(۴۶-۴۸)^۲+(۵۰-۴۸)^۲+(۵۴-۴۸)^۲}{۴}=\frac{۸۰}{۴}=۲۰\Rightarrow\sigma=\sqrt{۲۰}=۲\sqrt{۵}$$

$$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{۲\sqrt{۵}}{۴۸}=\frac{\sqrt{۵}}{۲۴}\simeq\frac{۲/۲}{۲۴}\simeq۰/۰۹$$

روش دوم:

برای محاسبهٔ واریانس n عدد که تشکیل دنبالهٔ حسابی می‌دهند، می‌توانیم از رابطهٔ $\sigma^۲=\frac{n^۲-۱}{۱۲}\times d^۲$ استفاده کنیم. پس:

$$۴۲,۴۶,۵۰,۵۴\Rightarrow\bar{x}=۴۸$$

$$\sigma^۲=\frac{۴^۲-۱}{۱۲}\times۴^۲=۲۰\Rightarrow\sigma=۲\sqrt{۵}\Rightarrow CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{۲\sqrt{۵}}{۴۸}\Rightarrow CV\simeq۰/۰۹$$

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

۳۰- در جامعه‌ای به شکل $\{۶,۷,۸,۹,۱۰\}$ احتمال آن‌که نمونه‌ای ۲ عضوی، میانگین را ۸ برآورد کند، کدام است؟

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۳ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۴۲

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۴)

برای آن‌که نمونه‌های دوتایی، میانگین را ۸ برآورد کنند، باید جمع دو عدد ۱۶ شود.

$$\bar{x} = \frac{a+b}{۲} \Rightarrow ۸ = \frac{a+b}{۲} \Rightarrow a+b = ۱۶$$

تنها دو عضوی مطلوب، مجموعه‌های $\{۷,۹\}$ و $\{۶,۱۰\}$ هستند، پس:

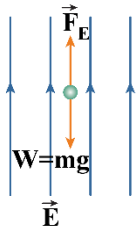
$$P(A) = \frac{\binom{۲}{۱}}{\binom{۵}{۲}} = \frac{۲}{۱۰} = ۰/۲$$

۳۱- یک ذره به جرم ۲۰g و اندازهٔ بار الکتریکی $|q| = ۴۰\mu C$ در یک میدان الکتریکی قائم و رو به بالا معلق است. اندازهٔ میدان الکتریکی و نوع بار ذره کدام است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۵×۱۰^۳ و مثبت ۲) ۵×۱۰^۳ و منفی ۳) ۲×۱۰^۳ و مثبت ۴) ۲×۱۰^۳ و منفی

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

ابتدا نیروهای وارد به ذره را مشخص می‌کنیم. برای معلق ماندن ذره لازم است نیروی F_E به سمت بالا باشد. به‌دلیل هم‌جهت بودن $\vec{F}_E$ و $\vec{E}$ بار ذره مثبت است:



$$F_E = W = mg$$

$$Eq = mg \Rightarrow E = \frac{mg}{q} = \frac{۲۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰}{۴۰\times۱۰^{-۶}} = ۵\times۱۰^۳\ \frac{N}{C}$$

میدان و نیروی الکتریکی

۱- میدان الکتریکی خاصیتی در اطراف ذرات باردار است که برابر نیروی وارد بر واحد بار الکتریکی است.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

۲- در رابطهٔ فوق، یکای F ، q و E به‌ترتیب نیوتون، کولن و $\frac{\text{نیوتون}}{\text{کولن}}$ است. در ادامهٔ این فصل خواهیم دید که علاوه‌بر $\frac{\text{نیوتون}}{\text{کولن}}$ ، یکای $\frac{\text{ولت}}{\text{متر}}$ هم یکای میدان الکتریکی است.

۳- اگر یک ذرهٔ باردار درون میدان الکتریکی قرار گیرد، به آن نیرو وارد می‌شود که این نیرو برابر است با:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \rightarrow \vec{F} = q\vec{E}$$

نکته

مطابق رابطهٔ فوق نکات زیر قابل استنباط است:

۱- با ضرب اندازهٔ بار الکتریکی در اندازهٔ میدان الکتریکی، اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر بار به‌دست می‌آید.

۲- اگر $q > ۰$ باشد، $\vec{F}$ و $\vec{E}$ هم‌جهت هستند؛ بنابراین به بار مثبت در جهت میدان نیرو وارد می‌شود.

۳- اگر $q < ۰$ باشد، $\vec{F}$ و $\vec{E}$ در خلاف جهت هم هستند؛ بنابراین به بار منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود.

مثال

بار الکتریکی $q = -۲۰\mu C$ درون میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = ۱۰^۵\vec{i}$ برحسب واحدهای SI قرار گرفته است. بردار نیروی الکتریکی وارد بر این بار در SI کدام است؟

پاسخ:

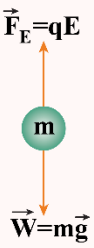
$$\vec{F} = q\vec{E} = -۲۰\times۱۰^{-۶}\times۱۰^۵\vec{i} = (-۲N)\vec{i}$$

بنابراین به این بار، نیروی ۲ نیوتونی در خلاف جهت محور x وارد می‌شود. دقت کنید اگر بار مثبت بود، نیرو در جهت محور x به بار وارد می‌شد.

تعادل بین نیروی الکتریکی و وزن

در این قسمت می‌خواهیم تعادل جسم بارداری را که تحت تأثیر نیروی الکتریکی و وزن قرار دارد بررسی کنیم.

شکل روبه‌رو نیروهای وارد بر جسم را نشان می‌دهد:



با توجه به این‌که جسم در تعادل قرار دارد، نیروی وزن و نیروی الکتریکی، هم‌اندازه هستند و می‌توان نوشت:

شرط تعادل: $F_E = W \rightarrow |qE| = mg$

در مورد جهت میدان و علامت بار به موارد زیر دقت کنید:

الف) اگر بار مثبت باشد $(q > ۰)$ ، نیروی الکتریکی هم‌جهت با میدان الکتریکی است؛ بنابراین میدان الکتریکی به سمت بالا خواهد بود.

ب) اگر بار منفی باشد $(q < ۰)$ ، نیروی الکتریکی و میدان در خلاف جهت هم هستند؛ بنابراین میدان الکتریکی به سمت پایین خواهد بود.

مثال

یک ذرهٔ باردار به جرم ۲ گرم دارای بار الکتریکی $q = -۵\mu C$ است. این ذره را از ارتفاعی رها می‌کنیم. برای آن‌که این ذره معلق بماند و سقوط نکند، باید میدان الکتریکی در جهت .....؛ و با بزرگی ..... واحد SI در اطراف ذره ایجاد کنیم. $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

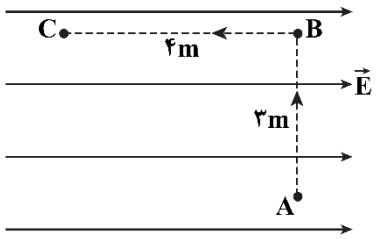
پاسخ:

ابتدا دقت کنید که چون بار ذره منفی است، میدان به سمت پایین خواهد بود. برای محاسبهٔ اندازهٔ میدان می‌توان نوشت:

شرط تعادل: $mg = |qE| \rightarrow ۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰ = ۵\times۱۰^{-۶}\times E \rightarrow E = ۴۰۰۰\frac{N}{C}$

گروه آموزشی ماز

۳۲- مطابق شکل زیر، درون یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $۱۰^{۴}\frac{V}{m}$، ذره‌ای با بار الکتریکی $-۵\mu C$ از نقطهٔ A تا C از مسیر نشان‌داده‌شده جابه‌جا می‌شود. به‌ترتیب از راست به چپ، انرژی پتانسیل الکتریکی این ذره در این جابه‌جایی چگونه تغییر می‌کند و اختلاف پتانسیل نقاط A و B چند ولت است؟



۱) ۰/۲ ژول کاهش می‌یابد، ۳۰۰۰۰

۲) ۰/۲ ژول کاهش می‌یابد، صفر

۳) ۰/۲ ژول افزایش می‌یابد، ۳۰۰۰۰

۴) ۰/۲ ژول افزایش می‌یابد، صفر

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

محاسبهٔ تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی:

$$|\Delta U| = |Eqd_{BC}| = ۱۰^{۴}\times۵\times۱۰^{-۶}\times۴ = ۰/۲J$$

تذکر!

دقت کنید در محاسبهٔ تغییرات انرژی پتانسیل، فقط جابه‌جایی در راستای میدان اهمیت دارد و جابه‌جایی AB اهمیتی ندارد. همچنین چون بار منفی در جهت خودبه‌خودی حرکت کرده، انرژی پتانسیل کاهش می‌یابد.

$$|\Delta U| = ۰/۲J \xrightarrow{\Delta U<۰} \Delta U = -۰/۲J$$

با جابه‌جایی در جهت عمود بر میدان، پتانسیل الکتریکی تغییری نمی‌کند، بنابراین اختلاف پتانسیل نقاط A و B صفر است.

کار میدان الکتریکی و تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی

۱- تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی برابر قرینهٔ کار نیروی الکتریکی است و می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} W = Fd\cos\theta \\ \Delta U = -W \end{cases} \rightarrow \Delta U = -Fd\cos\theta$$

$$\xrightarrow{F=E|q|} \Delta U = -E|q|d\cos\theta$$

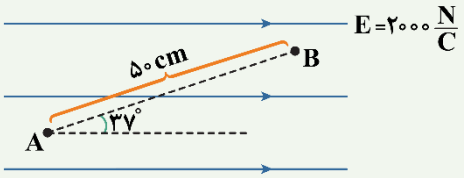
$$\rightarrow |\Delta U| = |Eqd\cos\theta|$$

دقت کنید کار نیروی الکتریکی فقط به مبدأ و مقصد حرکت بار ربط دارد و مستقل از مسیر حرکت است؛ بنابراین تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی هم فقط به مبدأ و مقصد حرکت ربط دارد.

از رابطهٔ فوق برای محاسبهٔ تغییرات انرژی پتانسیل در یک میدان الکتریکی استفاده می‌کنیم. دقت کنید در حالتی که عمود بر خطوط میدان حرکت کنیم $(\cos\theta = ۰)$، پتانسیل الکتریکی و انرژی پتانسیل الکتریکی ثابت می‌مانند، زیرا کار نیروی الکتریکی صفر است.

مثال

در شکل زیر، بار الکتریکی $q = ۵\mu C$ درون میدان الکتریکی یکنواخت با بزرگی $۲۰۰۰\frac{N}{C}$ از A به B می‌رود. انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند ژول و چگونه تغییر می‌کند؟ $(\cos ۳۷^\circ = ۰/۸)$



پاسخ:

ابتدا دقت کنید که بار مثبت در جهت میدان یعنی در جهت حرکت خودبه‌خودی حرکت کرده است و درنتیجه انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش یافته است.

در ادامه مقدار کاهش انرژی را محاسبه می‌کنیم.

$$|\Delta U| = |Eqd\cos\alpha| = |۲۰۰۰\times۵\times۱۰^{-۶}\times۰/۵\times۰/۸|$$

$$\rightarrow |\Delta U| = ۴\times۱۰^{-۳}J$$

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی بار به‌اندازهٔ $۴\times۱۰^{-۳}\,J$ کاهش یافته است.

۲- با تقسیم رابطهٔ $\Delta U=-E|q|d\cos\alpha$ بر q می‌توانیم تغییرات پتانسیل الکتریکی یعنی ΔV را محاسبه کنیم.

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}=\frac{-E|q|d\cos\alpha}{q}=-Ed\cos\alpha$$

$$\rightarrow \boxed{\Delta V=-Ed\cos\alpha}$$

مثال

بار الکتریکی $q=-۲۰nC$ از نقطهٔ A تا B جابه‌جا می‌شود. اگر انرژی پتانسیل الکتریکی در این جابه‌جایی به‌اندازهٔ $۴\mu J$ کاهش یابد، کار نیروی الکتریکی در این جابه‌جایی برابر ..... میکروژول است و پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A به‌اندازهٔ ..... ولت ..... از نقطهٔ B است.

پاسخ:

کار نیروی الکتریکی قرینهٔ تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_E=-\Delta U=-(-۴)=+۴\mu J$$

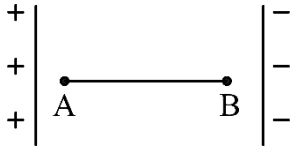
برای محاسبهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی نیز می‌توان نوشت:

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}=\frac{-۴\times۱۰^{-۶}}{-۲۰\times۱۰^{-۹}}=۲۰۰V\rightarrow V_B-V_A=۲۰۰V$$

بنابراین پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A به‌اندازهٔ ۲۰۰ ولت کم‌تر از پتانسیل الکتریکی نقطهٔ B است.

گروه آموزشی ماز

۳۳- ذره‌ای به بار الکتریکی $q=-۵mC$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطهٔ A به طرف نقطهٔ B پرتاب می‌شود و در مسیر A تا B، انرژی جنبشی آن $۱۰۰mJ$ تغییر می‌کند. V_B-V_A چند ولت است؟ (از وزن ذره و مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)



۱) ۲۰
۲) −۲۰
۳) −۵۰
۴) ۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

از آنجا که بار q منفی است، بنابراین بر آن به سمت چپ (خلاف جهت حرکت آن) نیرو وارد می‌شود و انرژی جنبشی آن کاهش می‌یابد. در نتیجه:

$$\Delta K=-۱۰۰mJ$$

طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی داریم:

$$W_t=\Delta K\Rightarrow W_E+\cancel{W_{وزن}}^{\circ}+\cancel{W_{مقاومت\,هوا}}^{\circ}=-۱۰۰\ mJ$$

$$\Rightarrow \Delta U_E=-W_E=+۱۰۰mJ$$

$$V_B-V_A=\frac{\Delta U_E}{q}=\frac{+۱۰۰\cancel{m}J}{-۵\cancel{m}C}=-۲۰(V)$$

نکته

۱- طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی یک جسم برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

$$W_t=\Delta K$$

۲- کار میدان الکتریکی و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی قرینهٔ یکدیگرند.

$$\Delta U_E=-W_E$$

۳- اختلاف پتانسیل بین دو نقطه برابر است با:

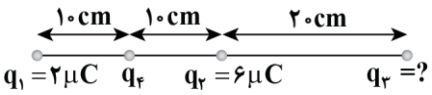
$$\Delta V=V_۲-V_۱=\frac{\Delta U_E}{q}$$

ΔU_E، تغییر انرژی پتانسیل بار q در جابجایی از نقطهٔ ۱ تا نقطهٔ ۲ است.

۴- نیروی وارد بر بار منفی از طرف میدان الکتریکی، در خلاف جهت میدان است.

گروه آموزشی ماز

۳۴- در شکل زیر، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۴$ صفر است. بار $q_۳$ چند میکروکولن است؟



۱) −۱۸
۲) ۱۸
۳) ۳۶
۴) −۳۶

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

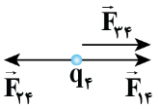
پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

گام اول:

ابتدا نیروهای $F_{۱۴}$، $F_{۲۴}$ را محاسبه می‌کنیم. طبق رابطهٔ $F=\frac{kqq'}{r^۲}$ داریم:

$$F_{۱۴}=\frac{۹\times۱۰^۹\times۲\times۱۰^{-۶}q_۴}{(۱۰)^۲\times۱۰^{-۴}}=۱۸\times۱۰^۵q_۴$$

$$F_{۲۴}=\frac{۹\times۱۰^۹\times۶\times۱۰^{-۶}q_۴}{(۱۰)^۲\times۱۰^{-۴}}=۵۴\times۱۰^۵q_۴$$



گام آخر:

چون $F_{۱۴}<F_{۲۴}$ است برای صفر شدن برایند نیروهای وارد بر $q_۴$ لازم است $F_{۳۴}$ در جهت $F_{۱۴}$ باشد:

$$F_{۲۴}=F_{۱۴}+F_{۳۴}\Rightarrow ۵۴\times۱۰^۵q_۴=۱۸\times۱۰^۵q_۴+F_{۳۴}$$

$$F_{۳۴}=۳۶\times۱۰^۵q_۴=\frac{۹\times۱۰^۹\times q_۳\times q_۴}{(۳۰)^۲\times۱۰^{-۴}}$$

$$|q_۳|=۳۶\times۱۰^{-۶}=۳۶\mu C$$

چون نیروی $F_{۳۴}$ جاذبه است، پس بار $q_۳$ منفی است و گزینهٔ (۴) درست است.

محاسبهٔ نیروی الکتریکی در حضور چند بار

در سؤالاتی که چند بار الکتریکی وجود دارند و نیروی الکتریکی وارد بر یکی از آن‌ها را می‌خواهیم، گام‌های زیر را طی می‌کنیم.

گام اول: بردار نیروی الکتریکی که هر یک از بارها وارد می‌کنند را رسم می‌کنیم.

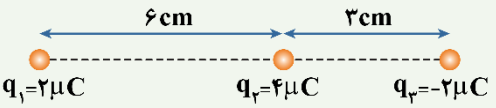
گام دوم: نیروهای الکتریکی را جداگانه محاسبه می‌کنیم.

گام سوم: بردارهای به‌دست‌آمده را به‌صورت برداری جمع می‌کنیم. اگر بردارها هم‌جهت باشند، اندازهٔ آن‌ها جمع می‌شود، اگر خلاف جهت هم باشند، اندازهٔ آن‌ها از هم کم می‌شود و اگر عمود بر هم باشند با کمک رابطهٔ فیثاغورس برایند آن‌ها محاسبه می‌شود.

در ادامه با حل یک مثال، مطالب فوق را مرور می‌کنیم.

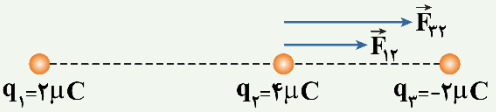
مثال

مطابق شکل، سه بار الکتریکی روی یک خط قرار دارند. نیروی الکتریکی برایند وارد بر $q_۲$ چند نیوتون است؟ $(k=۹\times۱۰^۹\frac{N.m^۲}{C^۲})$



پاسخ تشریحی:

ابتدا دقت کنید که بار $q_۱$، $q_۲$ را دفع می‌کند و بار $q_۳$، $q_۲$ را جذب می‌کند؛ بنابراین جهت نیروهای وارد بر $q_۲$ مطابق شکل زیر است.



در ادامه این دو نیرو را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{۱۲}=k\frac{|q_۱q_۲|}{r_{۱۲}^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{-۶}}{(۶\times۱۰^{-۲})^۲}=۲۰N$$

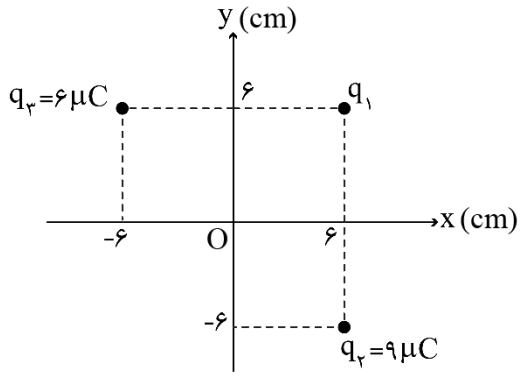
$$F_{۳۲}=k\frac{|q_۳q_۲|}{r_{۳۲}^۲}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{-۶}}{(۳\times۱۰^{-۲})^۲}=۸۰N$$

در ادامه با توجه به این‌که دو نیرو هم‌جهت هستند، برایند آن‌ها برابر مجموع اندازهٔ آن‌هاست و نیروی کل برابر است با:

$$\vec{F}_{t_۲}=\vec{F}_{۱۲}+\vec{F}_{۳۲}\Rightarrow|F_{t_۲}|=F_{۱۲}+F_{۳۲}=۲۰+۸۰=۱۰۰N$$

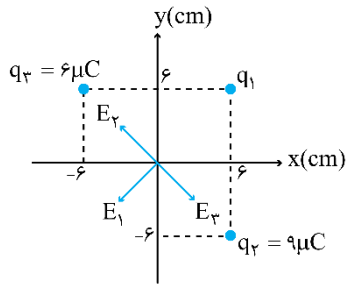
۳۵- مطابق شکل زیر، سه بار نقطه‌ای در صفحهٔ xy قرار دارند و بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ O (مبدأ مختصات) در SI، برابر $۶/۲۵\times۱۰^{۶}\ \frac{N}{C}$ است. $|q_۱|$ چند میکروکولن است؟ $(k=۹\times۱۰^{۹}\ \frac{Nm^۲}{C^۲})$

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵



پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

ابتدا دقت کنید فاصلهٔ همهٔ بارها تا مرکز مختصات برابر $۶\sqrt{۲}\,cm$ است. در ادامه میدان حاصل از بارهای $q_۲$ و $q_۳$ را به‌دست می‌آوریم. به شکل رسم شده که جهت بردارهای میدان را نشان می‌دهد، توجه کنید.



$$E_۲=k\frac{q_۲}{r^۲}=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۹\times۱۰^{-۶}}{(۶\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲})^۲}=\frac{۹}{۸}\times۱۰^{۷}\ \frac{N}{C}$$

$$E_۳=k\frac{q_۳}{r^۲}=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۶\times۱۰^{-۶}}{(۶\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲})^۲}=\frac{۶}{۸}\times۱۰^{۷}\ \frac{N}{C}$$

بنابراین برایند $\vec{E}_۲$ و $\vec{E}_۳$ برابر است با:

$$\vec{E}_۳ \text{ و } \vec{E}_۲ \text{ برایند}: E_{۲,۳}=E_۲-E_۳=\frac{۹}{۸}\times۱۰^{۷}-\frac{۶}{۸}\times۱۰^{۷}$$

$$\rightarrow E_{۲,۳}=\frac{۳}{۸}\times۱۰^{۷}=۳/۷۵\times۱۰^{۶}\ \frac{N}{C}$$

میدان کل در مرکز مختصات با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس به‌دست می‌آید:

$$E_T=\sqrt{E_۱^۲+E_{۲,۳}^۲}\rightarrow ۶/۲۵\times۱۰^{۶}=\sqrt{E_۱^۲+(۳/۷۵\times۱۰^{۶})^۲}$$

$$\xrightarrow{\text{توجه به اعداد فیثاغورس } ۶/۲۵,۵,۳/۷۵} E_۱=۵\times۱۰^{۶}\ \frac{N}{C}$$

در ادامه با داشتن $E_۱$ می‌توانیم $q_۱$ را محاسبه کنیم:

$$E_۱=k\frac{q_۱}{r^۲}\rightarrow ۵\times۱۰^{۶}=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{q_۱}{(۶\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲})^۲}$$

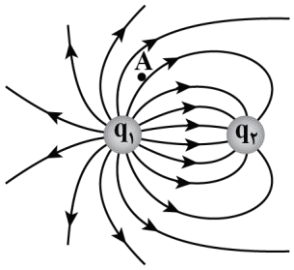
$$\rightarrow q_۱=۴\times۱۰^{-۶}C=۴\mu C$$

نکته

هر بار الکتریکی در فضای اطراف خود خاصیتی ایجاد می‌کند که به‌موجب آن به هر بار دیگری که در آن فضا باشد، نیروی الکتریکی وارد می‌کند. این خاصیت، میدان الکتریکی نام دارد. میدان الکتریکی با حرف E نشان داده می‌شود و کمیتی برداری است یعنی هم‌اندازه و هم‌جهت دارد.

$$F=\frac{k|q||q_۰|}{r^۲}\xrightarrow{E=\frac{F}{|q_۰|}}E=\frac{k|q|}{r^۲}\quad \frac{N}{C}\rightarrow \text{اندازهٔ میدان الکتریکی در فاصلهٔ r از q}$$

۳۶- خطوط میدان الکتریکی برای دو کرهٔ رسانای باردار کوچک در شکل زیر نشان داده شده است. کدام‌یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟



الف: بار q_1 مثبت است.

ب: نیروی الکتریکی بین بارها از نوع جاذبه است.

پ: اگر یک الکترون را در نقطهٔ A رها کنیم، نیرویی در جهت ↗ به آن وارد می‌شود.

ت: اندازهٔ بارهای q_1 و q_2 برابر است.

۱) «الف» و «ب»
۲) «ب» و «ت»
۳) «الف» و «پ»
۴) «ب» و «پ»

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

بررسی موارد:

الف

خطوط میدان از بار q_1 خارج شده و به بار q_2 وارد شده است؛ بنابراین q_1 مثبت و q_2 منفی است. (✓)

ب

چون بار الکتریکی دو جسم، ناهم‌نام است، نیروی الکتریکی بین آن‌ها جاذبه است. (✓)

پ

جهت میدان در هر نقطه مماس بر خطوط میدان است؛ بنابراین میدان در نقطهٔ A در جهت ↗ است. با توجه به این‌که به بار منفی در خلاف جهت میدان، نیرو وارد می‌شود، جهت نیروی الکتریکی وارد بر الکترون به‌صورت ↙ است. (✗)

ت

تراکم خطوط در نزدیکی بار q_1 بیش‌تر از تراکم خطوط در نزدیکی q_2 است؛ بنابراین اندازهٔ q_1 بزرگ‌تر از اندازهٔ q_2 است. (✗)

خطوط میدان الکتریکی

۱- برای مجسم کردن میدان الکتریکی در فضای اطراف اجسام باردار از خطوط میدان الکتریکی استفاده می‌کنیم. این خطوط ویژگی‌های زیر را دارا می‌باشند:

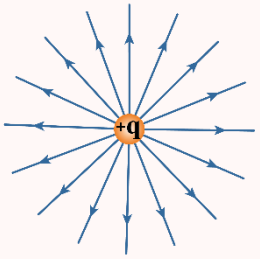
الف) از بار مثبت خارج می‌شوند و به بار منفی وارد می‌شوند.

ب) بردار میدان الکتریکی در هر نقطه هم‌جهت با خط مماس بر خطوط میدان الکتریکی در آن نقطه است.

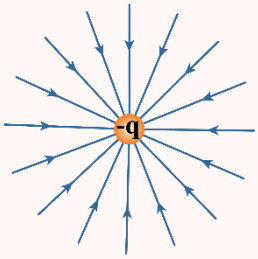
پ) هرچه تراکم خطوط میدان الکتریکی در ناحیه‌ای از فضا بیش‌تر باشد، اندازهٔ میدان الکتریکی در آن ناحیه بیش‌تر است.

ت) خطوط میدان الکتریکی یکدیگر را قطع نمی‌کنند و از هر نقطه فقط یک خط میدان عبور می‌کند.

۲- خطوط میدان الکتریکی در اطراف یک ذرهٔ باردار منزوی مطابق شکل‌های زیر است:

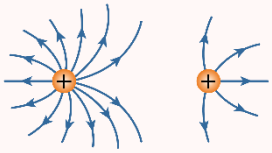


خطوط میدان الکتریکی در اطراف بار مثبت

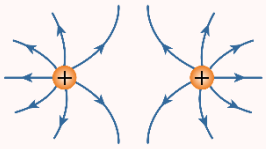


خطوط میدان الکتریکی در اطراف بار منفی

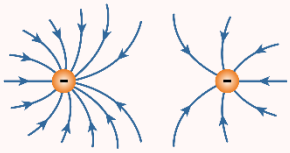
۳- خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو ذرهٔ باردار مطابق شکل‌های زیر است:



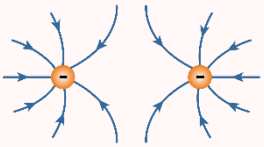
خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو بار مثبت غیرهم‌اندازه



خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو بار مثبت هم‌اندازه

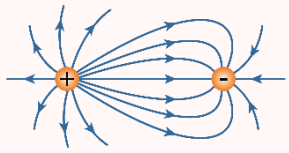


خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو بار منفی غیرهم‌اندازه

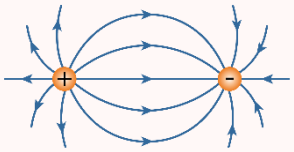


خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو بار منفی هم‌اندازه

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir



خطوط میدان بارهای مثبت و منفی غیرهم‌اندازه



خطوط میدان بارهای مثبت و منفی هم‌اندازه

گروه آموزشی ماز

۳۷- یک خازن تخت از صفحه‌هایی با مساحت $۱۰۰cm^۲$ ساخته شده که در فاصلهٔ ۵mm از هم قرار دارند و فاصلهٔ بین آن‌ها با دی‌الکتریکی انعطاف‌پذیر با ثابت ۴ پر شده است. اگر فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن را ۳mm کاهش دهیم، ظرفیت خازن چند پیکوفاراد تغییر می‌کند؟ $(\varepsilon_۰ = ۸/۸۵\frac{pF}{m})$

۱) ۱۰۶/۲ ۲) ۱۲۴/۴ ۳) ۷۰/۸ ۴) ۴۷/۲

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

گام اول:

ظرفیت اولیهٔ خازن برابر است با:

$$C_۱ = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d_۱} = ۴\times ۸/۸۵\times\frac{۱۰۰\times ۱۰^{-۴}}{۵\times ۱۰^{-۳}} = ۷۰/۸pF$$

گام دوم:

ظرفیت نهایی خازن برابر است با:

$$C_۲ = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d_۲} = ۴\times ۸/۸۵\times\frac{۱۰۰\times ۱۰^{-۴}}{۲\times ۱۰^{-۳}} = ۱۷۷pF$$

گام آخر:

تغییر ظرفیت خازن برابر است با:

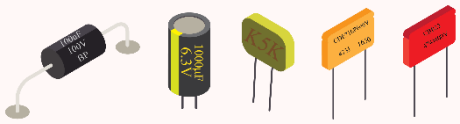
$$C_۲ - C_۱ = ۱۷۷ - ۷۰/۸ = ۱۰۶/۲pF$$

دام تستی

اگر به‌اشتباه فکر می‌کردید که فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن ۳mm شده است، ظرفیت خازن در حالت دوم را ۱۱۸pF به‌دست می‌آوردید و اختلاف ظرفیت‌ها ۴۷/۲pF می‌شد که در گزینهٔ ۴ آمده است.

خازن

خازن، یک وسیلهٔ الکتریکی است که می‌تواند بار و انرژی الکتریکی را در خود ذخیره کند. خازن‌ها به‌طور گسترده‌ای در مدارهای الکترونیکی وسایلی مانند رادیو، تلویزیون، رایانه، گوشی همراه و ... به‌کار می‌روند.



چند مثال از کاربرد خازن

- ✓ باتری‌های یک دوربین با باردار کردن یک خازن، انرژی را در خازن فلاش دوربین ذخیره می‌کنند.
- ✓ در مدار یک تقویت‌کننده (آمپلی‌فایر) چندین خازن به‌کار رفته است.
- ✓ خازن دستگاه رفع لرزشی (دستگاهی برای توقف لرزش بطنی افراد دچار حملهٔ قلبی).

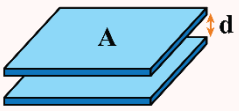
تفاوت خازن و باتری

باتری‌ها معمولاً انرژی را با آهنگ نسبتاً کمی به مدار می‌دهند، اما خازن می‌تواند انرژی را با آهنگ بسیار زیادی به مدار بدهد.

اجزای خازن

خازن شامل دو رسانا با هر شکلی است که این رساناها را صفحه‌های خازن می‌نامیم.

خازن تخت



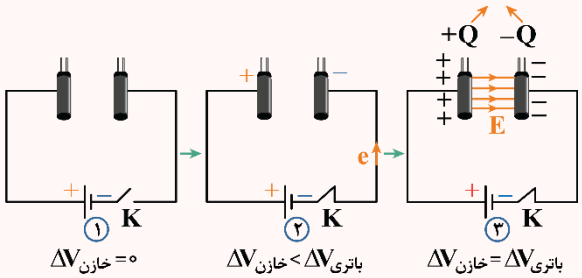
خازن تخت شامل دو صفحهٔ رسانای موازی با مساحت A است که به فاصلهٔ d از هم قرار گرفته‌اند.

- ✓ فاصلهٔ بین صفحات خازن تخت در برابر ابعاد صفحه‌ها ناچیز است.

باردار (شارژ) کردن خازن

۱- اگر مطابق شکل زیر، خازن را در مدار الکتریکی ساده‌ای قرار دهیم با وصل کلید K ، بار از طریق سیم‌های رسانا حرکت می‌کند و این شارش بار تا هنگامی ادامه پیدا می‌کند که اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ خازن با اختلاف پتانسیل بین دو پایانهٔ باتری، یکسان شود. در این حالت گفته می‌شود، خازن شارژ شده است.

بار خازن Q است.



۲- بین دو صفحهٔ خازن باردار، یک میدان الکتریکی ایجاد می‌شود که جهت خطوط این میدان از صفحهٔ مثبت به صفحهٔ منفی است.

۳- وقتی یک خازن، باردار می‌شود صفحه‌های آن دارای بارهایی با بزرگی یکسان ولی با علامت مخالف می‌شوند، یعنی بار صفحات، $+Q$ و $-Q$ خواهد شد. وقتی گفته می‌شود بار خازن، Q است، یعنی بار صفحهٔ مثبت خازن، $+Q$ و بار صفحهٔ منفی خازن، $-Q$ می‌باشد.

ظرفیت خازن

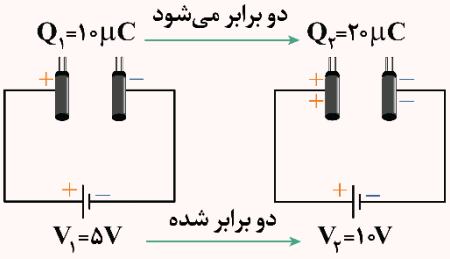
۱- نسبت بار ذخیره‌شده در خازن به اختلاف پتانسیل دو سر خازن، مقداری ثابت است که به آن ظرفیت خازن گویند:

$$C = \frac{Q}{V}$$

C: ظرفیت خازن برحسب فاراد (F) Q: بار ذخیره‌شده در خازن برحسب کولن (C) V: اختلاف پتانسیل دو سر خازن برحسب ولت (V)

۲- فاراد یکای بسیار بزرگی است و ظرفیت اکثر خازن‌های متداول در محدودهٔ پیکوفاراد تا میلی‌فاراد است.

۳- ظرفیت خازن به‌اندازهٔ بار خازن و نیز اختلاف پتانسیل دو صفحهٔ آن بستگی ندارد.



$$C_1 = \frac{Q_1}{V_1} = \frac{10\mu C}{5V} = 2\mu F \quad \text{و} \quad C_2 = \frac{Q_2}{V_2} = \frac{20\mu C}{10V} = 2\mu F$$

پس هرچه اختلاف پتانسیل دو سر خازن افزایش یابد، به همان نسبت بار ذخیره‌شده در خازن زیاد می‌شود و ظرفیت خازن، ثابت می‌ماند.

$$C = \frac{Q}{V} \rightarrow \overset{\text{n برابر}}{Q} = \underset{\text{ثابت}}{C} \times \overset{\text{n برابر}}{V}$$

عوامل مؤثر بر ظرفیت خازن

ظرفیت خازن به مشخصات ساختمانی خازن بستگی دارد و به Q و V ربطی ندارد.

رابطهٔ ظرفیت خازن براساس مشخصات ساختمانی آن به‌صورت زیر است:

$$C = \frac{\kappa \varepsilon_0 A}{d}$$

C : ظرفیت خازن برحسب فاراد (F) κ : ثابت دی‌الکتریک (واحد ندارد.) ε_0 : ضریب گذردهی الکتریکی خلأ $(\frac{F}{m})$

A : مساحت هر یک از صفحات خازن (مساحت مؤثر) برحسب متر مربع (m^2)

d : فاصلهٔ بین دو صفحهٔ خازن از هم (ضخامت قسمت نارسانای خازن) برحسب متر (m)

مثال

در یک میکروفون خازنی، با ارتعاش صفحهٔ متحرک (دیافراگم) خازن بر اثر صدا، فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن تغییر می‌کند؛ بنابراین ظرفیت خازن تخت تغییر می‌کند که به ایجاد یک سیگنال الکتریکی می‌انجامد.

دی‌الکتریک

فضای بین صفحه‌های خازن را با مادهٔ عایقی پر می‌کنیم که به این مادهٔ عایق، دی‌الکتریک گفته می‌شود.

✓ ضریب دی‌الکتریک برای خلأ و هوا برابر ۱ و برای سایر نارساناها از ۱ بیش‌تر است.

اثرات دی‌الکتریک

۱- افزایش ظرفیت خازن

۲- افزایش حداکثر ولتاژ قابل‌تحمل خازن

گروه آموزشی ماز

۳۸- دو کرهٔ مشابه و فلزی با شعاع ۲cm دارای بارهای الکتریکی ۱۰nC و ۵۰nC هستند. اگر آن‌ها را به‌هم تماس دهیم، چگالی سطحی بار الکتریکی هر کره چند واحد SI می‌شود؟ $(\pi = ۳)$

۱) $۶/۲۵\times۱۰^{-۶}$ ۲) $۶/۲۵\times۱۰^{-۹}$ ۳) $۱/۲۵\times۱۰^{-۶}$ ۴) $۱/۲۵\times۱۰^{-۹}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۱)

گام اول:

محاسبهٔ بار الکتریکی کره‌ها پس از تماس:

$$q = \frac{q_۱ + q_۲}{۲} = \frac{۱۰+۵۰}{۲} = ۳۰nC = ۳۰\times۱۰^{-۹}C$$

گام آخر:

محاسبهٔ چگالی سطحی بار الکتریکی:

$$\sigma = \frac{q}{A} \Rightarrow \sigma = \frac{۳۰\times۱۰^{-۹}}{۴\pi\times(۲\times۱۰^{-۲})^۲} = \frac{۱۰۰}{۱۶}\times۱۰^{-۶}\ \frac{C}{m^۲}$$

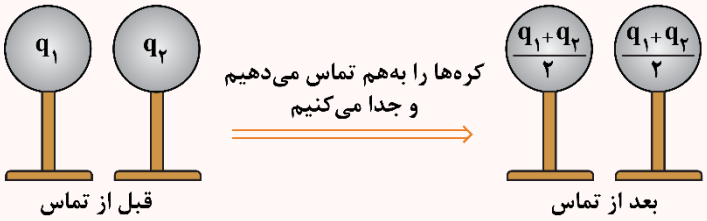
$$\Rightarrow \sigma = ۶/۲۵\times۱۰^{-۶}\ \frac{C}{m^۲}$$

تماس

طبق قانون پایستگی بارهای الکتریکی، اگر چند جسم رسانا را به‌هم تماس دهیم، مجموع بار آن‌ها قبل از تماس با مجموع بار آن‌ها بعد از تماس یکسان خواهد بود.

۱- هنگامی‌که دو کرهٔ فلزی **مشابه** را به‌هم تماس می‌دهیم، بار الکتریکی بین آن‌ها به‌گونه‌ای تقسیم می‌شود که بار نهایی دو کره باهم برابر باشد؛ بنابراین بار هریک از کره‌ها پس از تماس برابر میانگین بار اولیهٔ آن‌ها خواهد بود.

$$q_{نهایی} = \frac{q_۱ + q_۲}{۲}$$

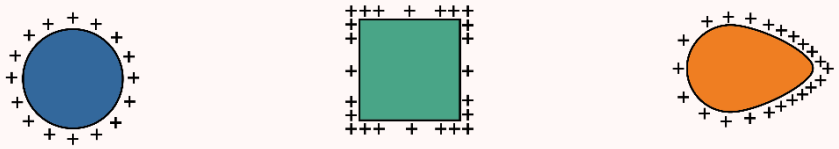


۲- نتیجهٔ فوق برای تعداد بیش‌تری کرهٔ فلزی مشابه هم قابل‌تعمیم است. به‌طور کلی اگر n کرهٔ یکسان که دارای بارهای $q_۱$، $q_۲$، ... و q_n هستند را هم‌زمان به‌هم تماس دهیم، بار نهایی همهٔ آن‌ها برابر می‌شود با:

$$q_{نهایی} = \frac{q_۱ + q_۲ + ... + q_n}{n}$$

چگالی سطحی بار الکتریکی

چگالی سطحی بار الکتریکی رسانا: برای این‌که بتوانیم تراکم بار الکتریکی در بخش‌های مختلف سطح یک جسم را باهم مقایسه کنیم کمیتی به نام چگالی سطحی بار را تعریف می‌کنیم. درواقع چگالی سطحی، پارامتری است که تراکم بار در قسمت‌های مختلف یک جسم را نشان می‌دهد:



$$\sigma = \frac{q}{A}$$

در رابطهٔ بالا، A مساحت سطحی است که بار در آن پخش شده است.

q، بار و σ (بخوانید سیگما)، چگالی سطحی بار است.

یکای چگالی سطحی بار الکتریکی:

$$\sigma = \frac{q}{A} \rightarrow [\sigma] = \frac{[q]}{[A]} \rightarrow [\sigma] = \frac{C}{m^۲}$$

گروه آموزشی ماز

۳۹- در یک آذرخش ۲GJ انرژی تحت اختلاف پتانسیل ۵۰MV در بازهٔ زمانی ۰/۲۰s آزاد می‌شود. جریان متوسط در این یورش آذرخش و توان الکتریکی آزادشده در ۰/۲۰s به‌ترتیب از راست به چپ چند واحد SI هستند؟

۱) ۲۰۰، $۱۰^{۱۰}$ ۲) ۲۰۰، $۱۰^{۱۱}$ ۳) ۵۰، $۱۰^{۱۰}$ ۴) ۵۰، $۱۰^{۱۱}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

گام اول:

با استفاده از انرژی آزادشده، مقدار بار الکتریکی شارش‌شده را محاسبه می‌کنیم.

$$U = qV \Rightarrow ۲\times۱۰^۹ = q\times۵۰\times۱۰^۶ \Rightarrow q = ۴۰C$$

گام دوم:

جریان متوسط برابر است با:

$$I = \frac{q}{t} \Rightarrow I = \frac{۴۰}{۰/۲} = ۲۰۰A$$

گام آخر:

توان آزادشده برابر است با:

$$P = \frac{U}{t} \Rightarrow P = \frac{۲\times۱۰^۹}{۰/۲} = ۱۰^{۱۰}W$$

جریان الکتریکی

آهنگ شارش بار الکتریکی در یک سیم، معادل با جریان الکتریکی گذرنده از آن سیم است.

$$I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Δq : بار الکتریکی شارش‌شده با یکای کولن

Δt : مدت‌زمان عبور بار الکتریکی با یکای ثانیه

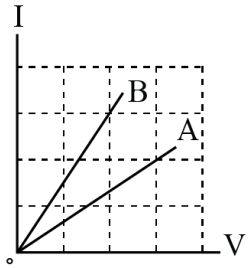
I_{av} : جریان الکتریکی متوسط با یکای آمپر

نکته

جریان الکتریکی، کمیتی نرده‌ای است و یکای جریان الکتریکی در SI برابر آمپر (A) است که معادل با $\frac{\text{کولن}}{\text{ثانیه}}$ می‌باشد. دقت کنید که آمپر یکی از هفت یکای اصلی SI می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۴۰- شکل زیر، رابطهٔ بین جریان عبوری از مقاومت‌های A و B و اختلاف پتانسیل دو سر آن مقاومت‌ها را نشان می‌دهد. مقاومت B چند برابر مقاومت A است؟

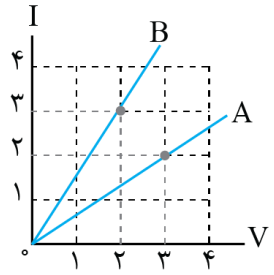


۱) $\frac{۴}{۹}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۹}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ نموداری/محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

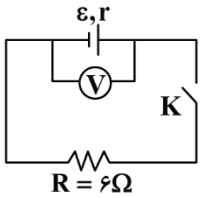
با توجه به نمودار داریم:



$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow\frac{R_B}{R_A}=\frac{V_B}{V_A}\times\frac{I_A}{I_B}=\frac{۲}{۳}\times\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۹}$$

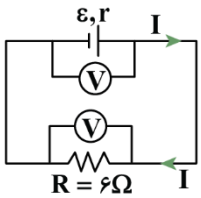
گروه آموزشی ماز

۴۱- در مدار شکل زیر، اگر کلید باز باشد، ولت‌سنج ۲۴ ولت و اگر کلید بسته شود، ولت‌سنج ۱۸ ولت را نشان می‌دهد. مقاومت درونی باتری چند اُهم است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)



اگر کلید باز باشد، جریان مدار صفر بوده و ولت‌سنج نیروی محرکهٔ باتری را نشان می‌دهد. $(\varepsilon=۲۴V)$

حال اگر کلید بسته شود، ولت‌سنج، ولتاژ دو سر باتری یا به عبارت دیگر، ولتاژ دو سر مقاومت خارجی را نشان می‌دهد؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$V=RI\Rightarrow ۱۸=۶I\Rightarrow I=۳A$$

$$V=\varepsilon-rI\Rightarrow ۱۸=۲۴-۳r\Rightarrow r=۲\Omega$$

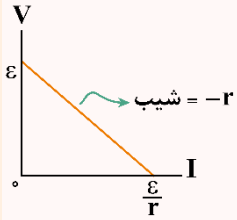
ولتاژ باتری

۱- معادلهٔ ولتاژ ـ جریان یک باتری (مولد) به‌صورت زیر است:

$$V_{\text{باتری}}=\varepsilon-rI$$

در رابطهٔ فوق، ε برابر نیروی محرکهٔ باتری و r برابر مقاومت درونی آن است.

۲- مطابق رابطهٔ $V_{\text{باتری}}=\varepsilon-rI$ ، نمودار ولتاژ ـ جریان یک باتری (مولد) مطابق شکل مقابل است.



۳- در مورد نمودار ولتاژ ـ جریان باتری به نکات زیر توجه کنید:

الف) بیشینهٔ ولتاژ باتری (مولد) برابر نیروی محرکهٔ آن است.

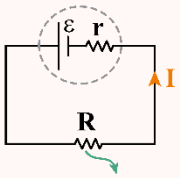
ب) اندازهٔ شیب نمودار برابر مقاومت درونی باتری است.

پ) عرض از مبدأ نمودار برابر ε و طول از مبدأ آن برابر $\frac{\varepsilon}{r}$ است.

ت) بیشینهٔ جریان خروجی از باتری برابر $\frac{\varepsilon}{r}$ است که به آن، جریان اتصال کوتاه باتری می‌گوییم.

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

۴- همان‌طور که یاد گرفتیم، می‌توان مقاومت‌های مدار را ساده کرد و همهٔ آن‌ها را به یک مقاومت معادل تبدیل کرد؛ بنابراین در مدارهایی که دارای یک باتری هستند، همواره می‌توانیم مدار را به شکل مقابل ساده کنیم.
این مدار یک مدار سادهٔ تک‌حلقه است.



مقاومت معادل مدار

در مورد مدار تک‌حلقه به نکات زیر توجه کنید:

الف) جریان خروجی از باتری برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{r+R}$$

ب) افت پتانسیل در باتری برابر است با:

$$\text{افت پتانسیل در باتری}: rI=r\times\frac{\varepsilon}{r+R}=\frac{\varepsilon r}{r+R}$$

پ) ولتاژ دو سر باتری برابر است با:

$$V_{\text{باتری}}=\varepsilon-rI=\varepsilon-r\times\frac{\varepsilon}{r+R}=\frac{\varepsilon R}{r+R}$$

ت) ولتاژ دو سر باتری با ولتاژ دو سر مقاومت معادل R برابر است و ولتاژ هر دو برابر $\frac{\varepsilon R}{r+R}$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۴۲- مقاومت ویژهٔ سیم A، ۳ برابر مقاومت ویژهٔ سیم B و طول سیم A، ۲ برابر طول سیم B است. اگر مقاومت الکتریکی این دو سیم باهم برابر باشد، قطر مقطع سیم A چند برابر قطر مقطع سیم B است؟

۱) ۶ ۲) $\frac{۱}{\sqrt{۶}}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\sqrt{۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

با توجه به رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$، برای مقایسهٔ مقاومت دو سیم A و B داریم:

$$\rho_A=۳\rho_B\ ,\ L_A=۲L_B\ ,\ R_A=R_B$$

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A}\xrightarrow{\text{مساحت}:A\propto d^۲}۱=۳\times۲\times(\frac{d_B}{d_A})^۲$$

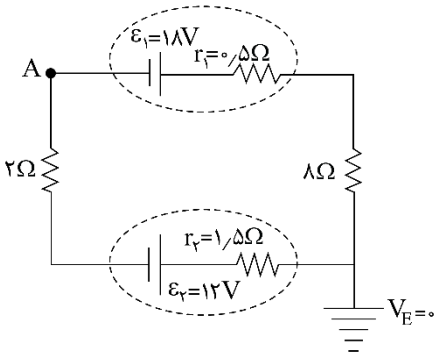
$$\Rightarrow(\frac{d_B}{d_A})^۲=\frac{۱}{۶}\Rightarrow(\frac{d_A}{d_B})^۲=۶\Rightarrow\frac{d_A}{d_B}=\sqrt{۶}$$

دام تستی

اگه گزینهٔ (۱) رو انتخاب کردی یعنی نسبت سطح مقطع‌ها رو پیدا کردی و جذر نگرفتی ولی اگه گزینهٔ دو رو انتخاب کردی یعنی به‌جای $\frac{R_A}{R_B}$ مقدار $\frac{R_B}{R_A}$ رو انتخاب کردی.

گروه آموزشی ماز

۴۳- در مدار زیر، پتانسیل نقطهٔ A چند ولت است؟

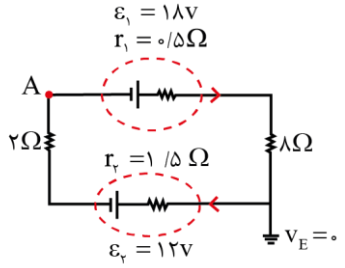


۱) ۲۲/۲۵−
۲) ۱۳/۷۵−
۳) ۱۳/۷۵
۴) ۲۲/۲۵

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

منبع (۱) انرژی می‌دهد و منبع (۲) انرژی دریافت می‌کند.



$$I=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{\text{جمع مقاومت‌ها}}=\frac{18-12}{2+8+0/5+1/5}=0/5\,A$$

با حرکت از A به E، ولتاژ نقطهٔ A را به‌دست می‌آوریم.

$$V_A+\varepsilon_1-r_1I-8I=V_E$$

$$V_A+18-0/5\times0/5-8\times0/5=0$$

$$V_A=-13/75\,V$$

گروه آموزشی ماز

۴۴- در پدیدهٔ ابر رسانایی، مقاومت ویژهٔ جسم با کاهش دما:

۱) با شیب ثابتی به صفر می‌رسد و در دماهای پایین‌تر نیز صفر می‌ماند.

۲) کاهش می‌یابد و در دمای خاصی، ناگهان به مقدار زیادی افزایش می‌یابد.

۳) در دمای خاصی به‌صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند و با ادامهٔ کاهش دما، دوباره افزایش می‌یابد.

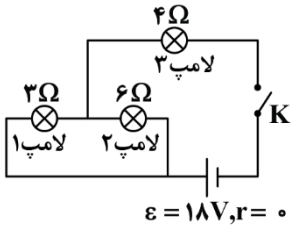
۴) در دمای خاصی به‌صورت ناگهانی به صفر اُفت می‌کند و در دماهای پایین‌تر، همچنان صفر می‌ماند.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ حفظی ـ ۱۱۰۲)

در برخی مواد مانند جیوه و قلع با کاهش دما، مقاومت ویژه در دمای خاصی به‌صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند و در دماهای پایین همچنان صفر می‌ماند. به این پدیده **آبر رسانایی** می‌گویند. با توجه این جمله گزینهٔ (۴) صحیح است.

گروه آموزشی ماز

۴۵- در شکل مقابل، وقتی کلید بسته شود، توان مصرفی لامپ (۱)، چند وات می‌شود؟



۱) ۳

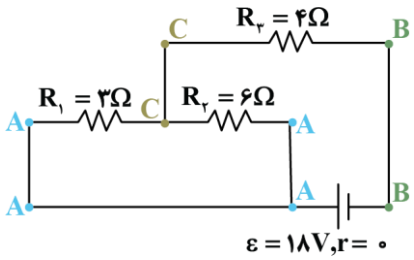
۲) ۱۲

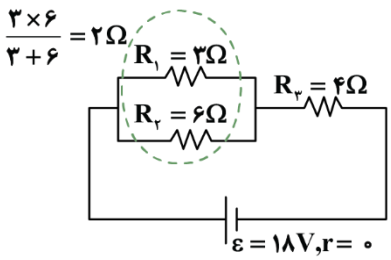
۳) ۱۸

۴) ۲۷

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

ابتدا به کمک نام‌گذاری نقاط، یک شکل ساده‌تر رسم می‌کنیم:

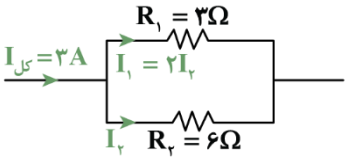




حال با به‌دست آوردن جریان کل مدار و سپس محاسبهٔ جریان عبوری از مقاومت R_1، توان مصرفی آن را به‌دست می‌آوریم:

$$R_{eq}=2+4=6\Omega$$

$$I_{\text{کل}}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{18}{6+0}=3A$$



$$\underbrace{2I_2}_{I_1}+I_2=I_{\text{کل}}\Rightarrow 3I_2=3\Rightarrow\begin{cases}I_2=1A\\I_1=2A\end{cases}$$

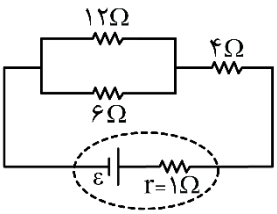
حال توان مصرفی مقاومت R_1 برابر است با:

$$P_1=R_1I_1^2=3\times2^2=12W$$

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

۴۶- در مدار زیر، اگر جای مقاومت ۴ اُهمی و ۶ اُهمی عوض شود، توان خروجی باتری چند درصد تغییر می‌کند؟



۱) ۸/۸۷۵
۲) ۱۰
۳) ۱۲/۵
۴) ۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۲)

حالت اول:

$$R_{eq}=(۱۲\|۶)+۴=\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶}+۴=۸\Omega$$

$$I_۱=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{\varepsilon}{۸+۱}=\frac{\varepsilon}{۹}$$

$$\Rightarrow \text{توان خروجی مولد}=P_۱=R_{eq}I_۱^۲=۸\times\frac{\varepsilon^۲}{۸۱}$$

حالت دوم:

$$R_{eq}=(۱۲\|۴)+۶=\frac{۱۲\times۴}{۱۲+۴}+۶=۹\Omega$$

$$I_۲=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{\varepsilon}{۹+۱}=\frac{\varepsilon}{۱۰}$$

$$\Rightarrow \text{توان خروجی مولد}=P_۲=R_{eq}I_۲^۲=۹\times\frac{\varepsilon^۲}{۱۰۰}$$

$$\text{درصد تغییر توان}=\frac{\Delta P}{P_۱}\times۱۰۰=\frac{P_۲-P_۱}{P_۱}\times۱۰۰=\frac{(\frac{۹}{۱۰۰}-\frac{۸}{۸۱})\cancel{\varepsilon^۲}}{\frac{۸}{۸۱}\cancel{\varepsilon^۲}}\times۱۰۰$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییر توان}=-۸/۸۷۵\%$$

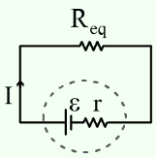
علامت منفی نشان‌دهندهٔ کاهش توان است.

نکته

۱- برای دو مقاومت موازی $R_۱$ و $R_۲$، مقاومت معادل برابر $\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$ است.

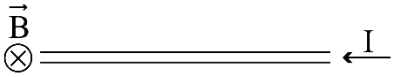
۲- توان خروجی مولد در یک مدار تک‌حلقه برابر است با:

$$P_{\text{خروجی مولد}}=\varepsilon I-rI^۲=R_{eq}I^۲$$



گروه آموزشی ماز

۴۷- مطابق شکل زیر، سیم مستقیمی به طول $۲/۴m$ حامل جریان $۲/۵A$ از شرق به غرب است. اندازهٔ میدان مغناطیسی زمین در محل این سیم $۰/۵G$ و جهت آن از جنوب به شمال است. اندازه و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر این سیم، کدام است؟



۱) ۳×۱۰^{-۵} N، بالا
۲) ۳×۱۰^{-۴} N، بالا
۳) ۳×۱۰^{-۵} N، پایین
۴) ۳×۱۰^{-۴} N، پایین

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

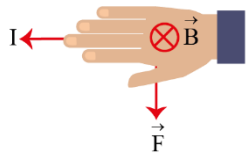
نیروی مغناطیسی و قاعدهٔ دست راست

۱- نیروی مغناطیسی وارد بر یک سیم حامل جریان از رابطهٔ $F=BIL\sin\alpha$ به‌دست می‌آید و جهت نیرو با کمک قاعدهٔ دست راست تعیین می‌شود.

۲- هر گاوس معادل با $۱۰^{-۴}$ تسلا است.

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

با توجه به قاعدهٔ دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم به سمت پایین است و اندازهٔ آن برابر است با:

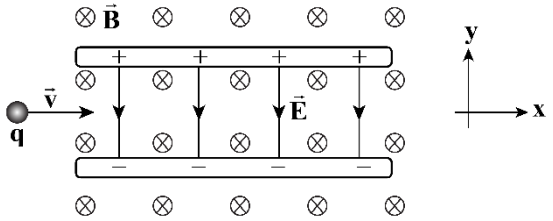


زاویه راستای سیم و $\vec{B}$

$$F = BIL\sin\theta = \underbrace{(۰/۵\times۱۰^{-۴})}_{\text{تبدیل گاوس به تسلا}} \times ۲/۵\times۲/۴\times\sin ۹۰^\circ = ۳\times۱۰^{-۴}\,N$$

گروه آموزشی ماز

۴۸- مطابق شکل، ذرهٔ بارداری با جرم ناچیز و با سرعت $\vec{v}$ در امتداد محور x وارد فضایی می‌شود که میدان‌های یکنواخت $\vec{E}$ و $\vec{B}$ وجود دارد. اندازهٔ این میدان‌ها برابر $E=۹۰۰۰\frac{N}{C}$ و $B=۰/۱۸T$ است. علامت بار ذره چگونه و تندی آن چند متر بر ثانیه باشد تا در همان امتداد محور x به حرکت خود ادامه دهد؟



۱) مثبت، ۵×۱۰^{۴}

۲) مثبت، ۲×۱۰^{۴}

۳) مثبت یا منفی، ۵×۱۰^{۴}

۴) مثبت یا منفی، ۲×۱۰^{۴}

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

اگر فرض کنیم بار ذره مثبت باشد، نیروی الکتریکی به سمت پایین و نیروی مغناطیسی به سمت بالا به‌هم وارد می‌شوند و برای آن‌که ذره بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد، کافی است این دو نیرو هم‌اندازه باشند.

$$|F_B| = |F_E| \Rightarrow |q|vB = |q|E \Rightarrow v\times۰/۱۸ = ۹۰۰۰ \Rightarrow v = ۵\times۱۰^{۴}\,\frac{m}{s}$$

اگر بار ذره منفی باشد، نیروی الکتریکی به سمت بالا و نیروی مغناطیسی به سمت پایین به آن وارد می‌شوند و باز هم یکدیگر را خنثی می‌کنند، بنابراین علامت بار می‌تواند مثبت یا منفی باشد.

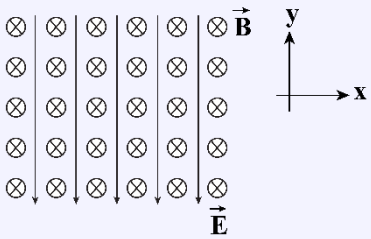
نکته

اگر ذره‌ای با جرم ناچیز، عمود بر دو میدان الکتریکی و مغناطیسی حرکت کند و از مسیر خود منحرف نشود، می‌توان نوشت:

$$F_B = F_E$$
$$\Rightarrow |q|vB = |q|E \Rightarrow E = vB$$

کنکور سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۰

۷۱- در شکل زیر، میدان‌های یکنواخت الکتریکی $E=۱۰۰۰\frac{N}{C}$ و مغناطیسی $B=۱۰۰۰G$ نشان داده شده است. در این فضا، یک ذرهٔ آلفا با تندی چند متر بر ثانیه و در چه جهتی در حرکت باشد، تا بدون انحراف به حرکت خود ادامه دهد؟ (اثر وزن ناچیز است.)



۱) $۱۰^{۴}$، در جهت محور x

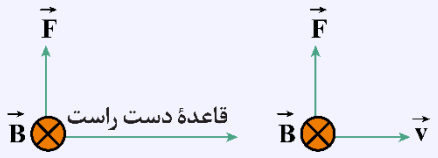
۲) ۵×۱۰^{۳}، در جهت محور x

۳) $۱۰^{۴}$، در خلاف جهت محور x

۴) ۵×۱۰^{۳}، در خلاف جهت محور x

پاسخ تشریحی:

نیروی الکتریکی در جهت میدان $\vec{E}$ به ذرهٔ آلفا وارد می‌شود، بنابراین نیروی الکتریکی به سمت پایین است. برای آن‌که ذره بدون انحراف به مسیر حرکت خود ادامه دهد، باید نیروی مغناطیسی به سمت بالا باشد تا بتواند نیروی الکتریکی را خنثی کند؛ بنابراین می‌توانیم به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت حرکت ذره را پیدا کنیم.



پس ذره باید در جهت محور x حرکت کند. با برابر قرار دادن اندازهٔ نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی داریم:

www.biomaze.ir
۱۴۰۴-۰۵

$$F_E = F_B \Rightarrow qE = qvB$$

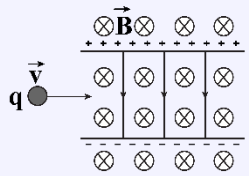
$$\Rightarrow E = vB \Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

$$\Rightarrow v = \frac{۱۰۰۰}{۱۰۰۰\times ۱۰^{-۴}} = ۱۰^{۴}\ \frac{m}{s}$$

پاسخ: گزینهٔ ۱

کنکور سراسری تجربی ۱۴۰۰

۶۸- مطابق شکل زیر، ذره‌ای به بار $q = ۲\mu C$ با جرم ناچیز با تندی $v = ۲\times ۱۰^{۴}\ \frac{m}{s}$ در جهت نشان‌داده‌شده که عمود بر میدان‌های یکنواخت $B = ۰/۰۲T$ و $E = ۵۰۰\ \frac{N}{C}$ است. وارد فضای این میدان‌ها می‌شود. نیروی خالص وارد بر ذره در لحظهٔ ورود به میدان‌ها چند نیوتون است؟



۱) صفر

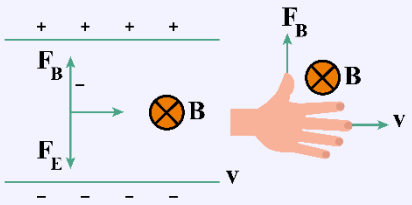
۲) ۳×۱۰^{-۴}

۳) ۲×۱۰^{-۴}

۴) $۱/۸\times ۱۰^{-۳}$

پاسخ تشریحی:

نیروی الکتریکی وارد بر ذره در جهت میدان الکتریکی، یعنی به سمت پایین است. نیروی مغناطیسی با توجه به قاعدهٔ دست راست به سمت بالا است.



$$F_E = Eq = ۲\times ۱۰^{-۶}\times ۵۰۰ = ۱۰^{-۳}\ N$$

$$F_B = qvB = ۲\times ۱۰^{-۶}\times ۲\times ۱۰^{۴}\times \frac{۲}{۱۰۰}$$

$$F_B = ۸\times ۱۰^{-۴}$$

$$F_T = F_E - F_B = ۱۰^{-۳} - ۸\times ۱۰^{-۴}$$

$$F_T = ۲\times ۱۰^{-۴}\ N$$

پاسخ: گزینهٔ ۳

گروه آموزشی ماز

۴۹- با استفاده از دو سیم نازک با طول‌های یکسان، دو پیچهٔ مسطح ساخته‌ایم که تعداد دور اولی دو برابر تعداد دور دومی است. اگر از این دو پیچه، جریان یکسان عبور دهیم، میدان مغناطیسی در مرکز پیچهٔ اولی چند برابر دومی است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

نکته

هنگامی که یک سیم به طول L را به‌صورت یک پیچه به شعاع r و تعداد دور N درمی‌آوریم، رابطهٔ زیر بین L، r و N برقرار است:

$$L = N\times (\text{محیط یک حلقه}) \Rightarrow L = N\times ۲\pi r$$

گام اول:

در اینجا، طول سیم‌ها یکسان است؛ بنابراین، حاصل‌ضرب $N\times r$ تغییر نمی‌کند.

$$N_۱r_۱ = N_۲r_۲ \xrightarrow{N_۱=۲N_۲} ۲\cancel{N_۲}\times r_۱ = \cancel{N_۲}\times r_۲ \Rightarrow r_۲ = ۲r_۱$$

گام آخر:

به کمک رابطهٔ میدان مغناطیسی حاصل از پیچه، نسبت میدان در دو پیچه را به‌دست می‌آوریم:

$$B = \frac{NI}{۲r} \xrightarrow[\text{ثابت}:\mu_۰]{\text{یکسان } I} \frac{B_۱}{B_۲} = \frac{N_۱}{N_۲}\times \frac{r_۲}{r_۱} = \frac{۲N_۲}{N_۲}\times \frac{۲r_۱}{r_۱} = ۴$$

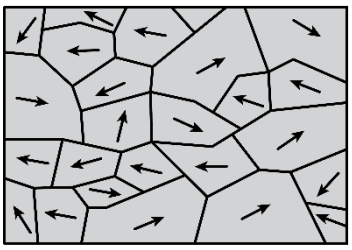
دام تستی

اگر به‌اشتباه نسبت $\frac{B_۲}{B_۱}$ رو حساب کنی به گزینهٔ (۴) می‌رسی.

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

۵۰- شکل زیر، مربوط به کدام مادهٔ مغناطیسی است و آن ماده در چه شرایطی قرار دارد؟

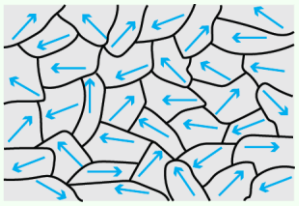


۱) مادهٔ فرومغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی ضعیف
۲) مادهٔ پارامغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی ضعیف
۳) مادهٔ پارامغناطیسی در نبود میدان مغناطیسی خارجی
۴) مادهٔ فرومغناطیسی در نبود میدان مغناطیسی خارجی

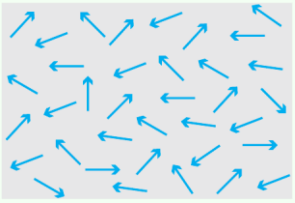
پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ خط‌به‌خط کتاب درسی ـ ۱۱۰۳)

نکته

۱- مواد پارامغناطیس دارای دو قطبی‌های مغناطیسی هستند که در جهت‌های کاتوره‌ای قرار دارند. اما مواد فرومغناطیس دارای حوزه‌های مغناطیسی هستند که حوزه‌ها نسبت به هم، جهت‌های کاتوره‌ای دارند ولی درون هر حوزه، دو قطبی‌ها هم‌سو هستند.

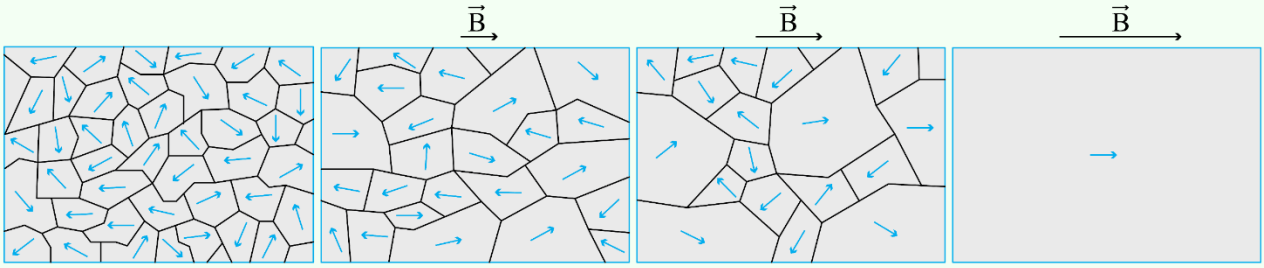


مادهٔ فرومغناطیس



مادهٔ پارامغناطیس

۲- در مواد فرومغناطیس، حوزه‌های مغناطیسی در حضور میدان خارجی، جهت آن‌ها به جهت میدان خارجی متمایل می‌شود و حوزه‌هایی که نسبت به میدان، هم‌سو هستند، رشد می‌کنند و حجم‌شان زیاد می‌شود. از سوی دیگر، حوزه‌هایی که در راستای میدان نیستند، حجم‌شان کم می‌شود.



مادهٔ فرومغناطیس در حضور میدان مغناطیسی خارجی بسیار قوی | مادهٔ فرومغناطیس در حضور میدان مغناطیسی خارجی قوی | مادهٔ فرومغناطیس در حضور میدان مغناطیسی خارجی ضعیف | مادهٔ فرومغناطیس در نبود میدان مغناطیسی خارجی

با توجه به نکات فوق، گزینهٔ «۱» درست است.

گروه آموزشی ماز

۵۱- قابی مستطیل‌شکل با مساحت $50cm^2$ شامل N حلقه بوده و مقاومت آن 9Ω است. سطح این قاب، عمود بر میدان مغناطیسی به بزرگی $900G$ قرار دارد. این قاب 180° می‌چرخد تا دوباره عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار بگیرد. اگر میزان بار القایی در قاب ۶۰ میلی‌کولن باشد، N کدام است؟

۱) ۶۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۶۰۰ ۴) ۱۲۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۴)

گام اول:

با استفاده از قانون فاراده داریم:

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

و با استفاده از رابطهٔ جریان می‌دانیم که:

$$I = \frac{\varepsilon_{av}}{R} \ , \ I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

گام دوم:

با جایگذاری رابطهٔ اول در رابطهٔ دوم داریم:

$$I = -\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta q}{\Delta t} = -\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta q = -\frac{N}{R}\Delta\Phi \quad *$$

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

گام آخر:

چون حلقه 180° چرخیده $(\Phi_2 = -\Phi_1)$ داریم:

$$|\Phi_1| = AB\cos\theta \xrightarrow{\theta=0} |\Phi_1| = AB \Rightarrow |\Phi_1| = 900\times10^{-4}\times(50\times10^{-4})$$

$$|\Phi_1| = 45\times10^{-5}\,Wb$$

$$|\Delta\Phi| = |\Phi_2 - \Phi_1| = 2|\Phi_1| \Rightarrow |\Delta\Phi| = 2\times45\times10^{-5}\,Wb = 9\times10^{-4}\,Wb$$

$$\xrightarrow{*} |\Delta q| = 60\times10^{-3} = \frac{N}{9}\times9\times10^{-4} \Rightarrow N = 600$$

محاسبهٔ بار القایی

برقراری جریان الکتریکی القایی در مدار در اثر تغییر شار مغناطیسی به‌معنای حرکت الکترون‌های آزاد در مدار بسته است که به آن بار القایی (Δq) می‌گوییم و داریم:

$$\begin{cases} I = \dfrac{-N\Delta\Phi}{R\Delta t} \\ I = \dfrac{\Delta q}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{-N\Delta\Phi}{R\Delta t} \Rightarrow \Delta q = -\frac{N\Delta\Phi}{R}$$

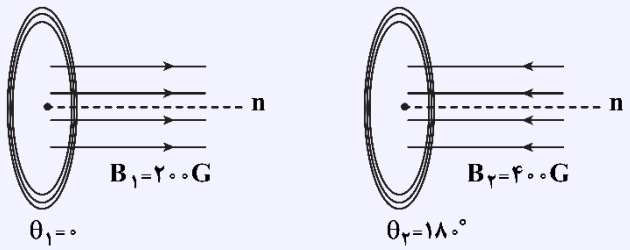
کنکور سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

۷۰- سطح حلقه‌های پیچه‌ای که دارای ۲۰۰ حلقه است، عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی که بزرگی آن $200G$ و جهت آن از راست به چپ است، قرار دارد. میدان مغناطیسی در مدت $4ms$ تغییر می‌کند و به $400G$ در خلاف جهت اولیه می‌رسد. اگر سطح هر حلقهٔ پیچه $50cm^2$ باشد، بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط در پیچه چند ولت است؟

۱) ۱ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۱۵

پاسخ تشریحی:

زاویهٔ θ در حالت اول برابر صفر و در حالت دوم برابر ۱۸۰ درجه است (شکل مقابل).



$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N\frac{\Delta(BA\cos\theta)}{\Delta t} = -NA\frac{\Delta(B\cos\theta)}{\Delta t}$$

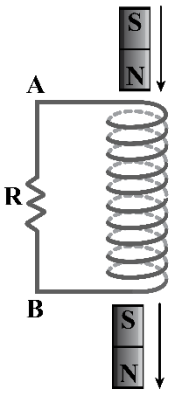
$$\Rightarrow \varepsilon_{av} = -NA\frac{B_2\cos\theta_2 - B_1\cos\theta_1}{\Delta t} = -200\times50\times10^{-4}\times\frac{400\times10^{-4}\times\cos180^\circ - 200\times10^{-4}\times\cos0}{4\times10^{-3}}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{av} = 15\,V$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

گروه آموزشی ماز

۵۲- مطابق شکل زیر، یک آهنربای میله‌ای از بالای یک سیملوله در راستای قائم رها شده و بعد از عبور از داخل سیملوله از آن خارج می‌شود. جهت جریان القایی در مقاومت الکتریکی R به‌ترتیب از راست به چپ هنگام ورود آهنربا ..... و هنگام خروج از آن ..... است.



۱) از A به B ـ از B به A
۲) از B به A ـ از A به B
۳) از A به B ـ از A به B
۴) از B به A ـ از B به A

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۴)

براساس قانون لنز، جریان القایی در سیملوله در جهتی به‌وجود می‌آید که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با عامل تغییردهندهٔ شار مغناطیسی مخالفت کند.

گام اول:

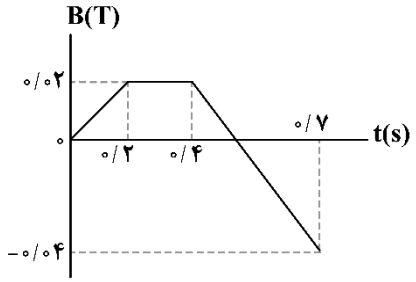
بنابراین در لحظهٔ ورود آهنربا به داخل سیملوله، قطب بالای سیملوله قطب N می‌شود تا آهنربا را دفع کند و مانع ورود آن به سیملوله شود و طبق قاعدهٔ دست راست، جهت جریان القایی از A به B خواهد بود.

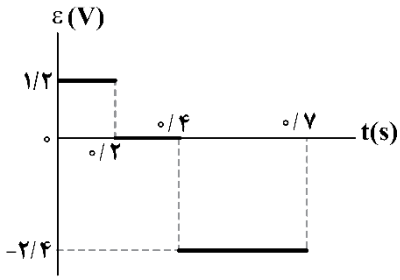
گام آخر:

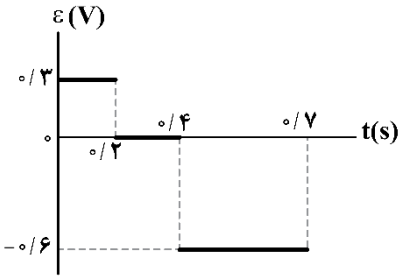
همچنین هنگام خروج آهنربا از سیملوله، قطب پایین سیملوله N خواهد شد تا از خروج آن جلوگیری کند و طبق قاعدهٔ دست راست، جهت جریان القایی از B به A خواهد بود.

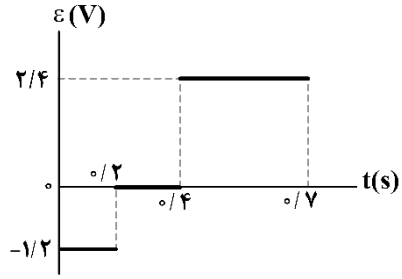
گروه آموزشی ماز

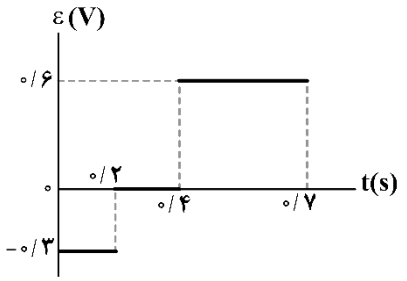
۵۳- حلقه‌ای رسانا به قطر ۲m عمود بر یک میدان مغناطیسی قرار دارد و تغییرات میدان مغناطیسی برحسب زمان، مطابق شکل است. نمودار نیروی محرکهٔ القاشده در حلقه کدام است؟ $(\pi = ۳)$



۱)


۲)


۳)


۴)


پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۱۰۴)

نیروی محرکهٔ القایی متوسط حلقه را در سه بازهٔ زمانی محاسبه می‌کنیم:

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N\frac{\Delta(AB\cos\theta)}{\Delta t} \xrightarrow{\theta=۰\ ,\ N=۱} \varepsilon = -A\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[A=\pi r^۲=۳\times ۱^۲=۳m^۲]{\text{در بازهٔ } t=۰s \text{ تا } t=۰/۲s} \varepsilon = -۱\times\frac{۳\times ۰/۰۲}{۰/۲} = -۰/۳\,V$$

$$\xrightarrow[\Delta B=۰]{\text{در بازهٔ } t=۰/۲s \text{ تا } t=۰/۴s} \varepsilon = ۰$$

$$\xrightarrow{\text{در بازهٔ } t=۰/۴s \text{ تا } t=۰/۷s} \varepsilon = -۱\times\frac{۳\times(-۰/۰۶)}{۰/۳} = ۰/۶\,V$$

با توجه به اعداد به‌دست آمده، نمودار گزینهٔ «۴» پاسخ درست است.

دام تستی

اگر به علامت منفی در نمودار $\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ توجه نداشته باشی، به‌اشتباه، گزینهٔ «۲» رو انتخاب می‌کنی.

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

نمودار شار ـ زمان

۱- با توجه به قانون القای فاراده، نتیجهٔ زیر از نمودار شار ـ زمان قابل‌استنباط است.

$$\varepsilon_{av} = -N\overbrace{\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}^{\text{شیب نمودار شار ـ زمان}} \Rightarrow \text{نیروی محرکه} = -(\text{تعداد دور}) \times (\text{شیب نمودار شار ـ زمان})$$

بنابراین هرچه اندازهٔ شیب نمودار شار ـ زمان بیش‌تر باشد، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی بزرگ‌تر است و اگر نمودار شار ـ زمان افقی باشد، نیروی محرکهٔ القایی صفر خواهد بود.

۲- قبلاً دیدیم که اگر تغییرات شار مغناطیسی به‌دلیل تغییرات B باشد، نیروی محرکهٔ القایی با رابطهٔ $\varepsilon_{av} = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید. مفهوم نموداری این رابطه به‌صورت زیر است:

$$\varepsilon_{av} = -NA\cos\theta\overbrace{\boxed{\frac{\Delta B}{\Delta t}}}^{\text{شیب نمودار میدان ـ زمان}} \Rightarrow \text{نیروی محرکه} = -(\text{تعداد دور}) \times (\text{مساحت حلقه}) \times \cos\theta \times (\text{شیب نمودار میدان ـ زمان})$$

بنابراین هرچه اندازهٔ شیب نمودار میدان ـ زمان بیش‌تر باشد، نیروی محرکهٔ القایی بزرگ‌تر خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۵۴- ضریب القاوری یک القاگر چند هانری باشد تا بتواند ۰/۵kWh انرژی الکتریکی را در پیچهٔ حامل جریان ۲۰۰A ذخیره کند؟

۱) ۴۵ ۲) ۹۰ ۳) ۱۸۰ ۴) ۱۸۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۴)

گام اول:

ابتدا انرژی را بر حسب ژول به‌دست می‌آوریم:

$$U = ۰/۵kWh = (۰/۵\times۱۰^{۳}W)(۳۶۰۰s) = ۱/۸\times۱۰^{۶}J$$

گام آخر:

طبق رابطهٔ $U = \frac{۱}{۲}LI^{۲}$ داریم:

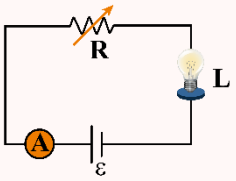
$$U = \frac{۱}{۲}LI^{۲} \Rightarrow ۱/۸\times۱۰^{۶} = \frac{۱}{۲}L\times۲۰۰^{۲} \Rightarrow L = ۹۰H$$

تذکر!

در واقعیت، ساختن یک سیملوله با چنین ضریب القاوری ممکن نیست، به همین دلیل، سیملوله‌ها برای ذخیرهٔ انرژی‌های مورد نیاز وسایل روزمره قابل‌استفاده نیستند.

پدیدهٔ خودالقاوری

مداری مانند شکل مقابل را درنظر می‌گیریم:



با تغییر مقاومت رئوستا، جریان در مدار تغییر می‌کند. تغییر جریان در مدار، سبب تغییر میدان مغناطیسی درون سیملوله (القاگر) می‌شود و درنتیجه شار مغناطیسی عبوری از آن نیز تغییر می‌کند. این فرایند سبب القای نیروی محرکهٔ القایی در القاگر می‌شود که طبق قانون لنز با تغییر شار مغناطیسی (و درنتیجه با تغییر جریان مدار) مخالفت می‌کند. این پدیده اثر خودالقاوری نامیده می‌شود.

ضریب القاوری: ویژگی‌های فیزیکی هر القاگر توسط ضریب القاوری آن تعیین می‌شود. ضریب القاوری که با نماد L نشان داده می‌شود، به عواملی مانند تعداد دور، طول و سطح مقطع القاگر و جنس هسته‌ای که داخل آن قرار می‌گیرد، بستگی دارد. یکای SI ضریب القاوری اُهم ثانیه $(\Omega.s)$ است که هانری نامیده می‌شود و با نماد H نشان داده می‌شود.

انرژی ذخیره‌شده در القاگر:

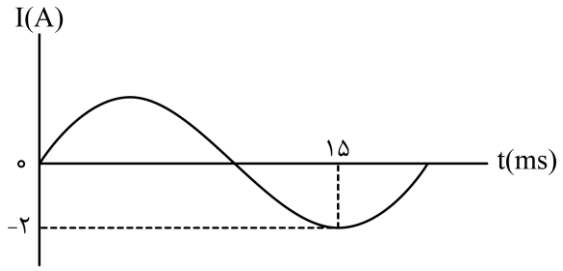
$$U = \frac{۱}{۲}LI^{۲}$$

U : انرژی ذخیره‌شده در القاگر (J) L : ضریب القاوری (H)

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵

۵۵- شکل زیر، نمودار جریان متناوب سینوسی را نشان می‌دهد که یک مولد جریان متناوب تولید کرده است. معادلهٔ جریان برحسب زمان در SI، کدام است؟



۱) $I = ۲\sin\frac{\pi}{۱۰}t$

۲) $I = ۲\sin\frac{\pi}{۲۰}t$

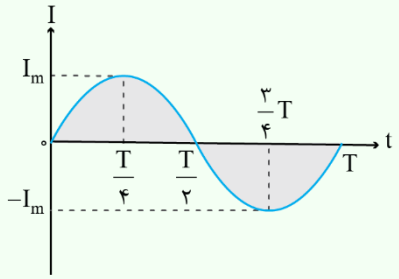
۳) $I = ۲\sin ۱۰۰\pi t$

۴) $I = ۲\sin ۲۰۰\pi t$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ نموداری/مفهومی ـ ۱۱۰۴)

نکته

نمودار و معادلهٔ جریان متناوب سینوسی



$$I = I_m \sin(\frac{۲\pi}{T}t)$$

با توجه به نکتهٔ فوق و نمودار داده شده داریم:

$$\begin{cases} I_m = ۲A \\ \frac{۳}{۴}T = ۱۵ms \Rightarrow T = ۲۰ms = ۲۰\times۱۰^{-۳}s \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = I_m \sin(\frac{۲\pi}{T}t) = ۲\sin(\frac{۲\pi}{۲۰\times۱۰^{-۳}}t) = ۲\sin(۱۰۰\pi t)$$

۵۶- برای سیر شدن کامل ۴۶/۸ گرم از ترکیب $C_nH_{۵۲}O_۲$، مقدار ۰/۴ مول گاز هیدروژن مصرف می‌شود. اگر بدانیم در ساختار این ترکیب آلی ۳ حلقه و m پیوند سه‌گانه وجود دارد، نسبت $\frac{n}{m}$ کدام است؟ (ساختار این مولکول فاقد پیوند دوگانه است.)

$(O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۱۸ ۲) ۱۶ ۳) ۱۴ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ مسئله ـ ۱۱۰۱)

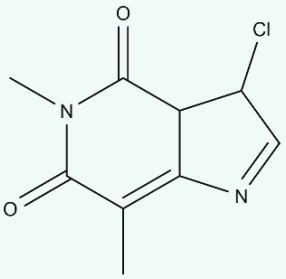
این سؤال، یک شبیه‌سازی از سؤال شماره ۸۳ کنکور تیر ۱۴۰۳ در رشته تجربی است! در فرمول شیمیایی یک ترکیب آلی با n اتم کربن که فاقد پیوند دوگانه و اتم هالوژن و نیتروژن است، برای پیدا کردن شمار هیدروژن‌ها از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{شمار اتم } H = (۲n + ۲) - ۲ \times (\text{شمار حلقه‌ها}) - ۴ \times (\text{شمار پیوندهای سه‌گانه})$$

به‌طور کلی برای محاسبه شمار اتم‌های هیدروژن یک ماده آلی با n اتم کربن، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{شمار اتم‌های هیدروژن} = (۲n + ۲) - ۲(\text{شمار حلقه‌ها}) - ۴(\text{شمار پیوند سه‌گانه}) - (\text{شمار هالوژن}) + (\text{شمار نیتروژن})$$

دقت کنید در این رابطه منظور از پیوند دوگانه، لزوماً پیوند $C = C$ نیست و شمار پیوندهای دوگانه $C = O$، $C = N$ و ... هم محاسبه می‌شوند. منظور از حلقه هم لزوماً حلقه کربنی(کاملاً تشکیل شده از اتم‌های کربن) نیست و همه حلقه‌ها در این فرمول به‌شمار می‌آیند. برای مثال، ترکیب زیر را در نظر بگیرید:



شمار اتم‌های هیدروژن در این مولکول برابر است با:

$$۲ \times ۹ + ۲ - ۲ \times ۲ - ۲ \times ۴ - ۱ + ۲ = ۹$$

درنتیجه داریم:

$$۵۲ = ۲n + ۲ - ۲ \times ۳ - ۴m \Rightarrow ۲n - ۴m = ۵۶ \Rightarrow n - ۲m = ۲۸$$

برای سیرشدن ترکیب‌های آلی، به ازای هر پیوند سه‌گانه، ۲ مولکول هیدروژن مصرف می‌شود. در این حالت، پیوند سه‌گانه به پیوند یگانه تبدیل خواهد شد. پس برای سیرشدن یک مول از این ترکیب آلی که دارای m پیوند سه‌گانه است، $۲m$ مول گاز $H_۲$ مصرف می‌شود. از طرفی، جرم مولی ترکیب با فرمول $C_nH_{۵۲}O_۲$، برابر با $۱۲n + ۸۴$ گرم خواهد بود. درنتیجه داریم:

$$?\,mol\ H_۲ = ۴۶/۸\ g\ C_nH_{۵۲}O_۲ \times \frac{۱\ mol\ C_nH_{۵۲}O_۲}{(۱۲n + ۸۴)\ g\ C_nH_{۵۲}O_۲} \times \frac{۲m\ mol\ H_۲}{۱\ mol\ C_nH_{۵۲}O_۲} = ۰/۴\ mol\ H_۲$$

$$\Longrightarrow ۱۲n + ۸۴ = ۲۳۴m \Rightarrow ۶n - ۱۱۷m = -۴۲$$

با توجه به روابط نوشته‌شده و دستگاه دو معادله و دو مجهول زیر، مقدار n و m را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} n - ۲m = ۲۸ \\ ۶n - ۱۱۷m = -۴۲ \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} n = ۳۲ \\ m = ۲ \end{cases}$$

بر این اساس، داریم:

$$\frac{n}{m} = ۱۶$$

گروه آموزشی ماز

۵۷- پس از اتمام واکنش زیر در ظرفی به حجم ۵ لیتر، غلظت $ClO_۳^-$ به ۰/۰۱۶ مول بر لیتر می‌رسد. اگر طی این واکنش ۷/۵ لیتر $Cl_۲$ مصرف شده باشد، بازده درصدی واکنش کدام است؟ (چگالی گاز اکسیژن در شرایط واکنش، برابر ۱/۲۸ گرم بر لیتر است.)

$(Cl = ۳۵/۵ , O = ۱۶ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

$Cl_۲(g) + OH^-(aq) \rightarrow ClO_۳^-(aq) + Cl^-(aq) + H_۲O(l)$ معادله واکنش موازنه شود

۱) ۲۰ ۲) ۲۴ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۱۰۱)

ابتدا معادله واکنش را به‌صورت موازنه‌شده می‌نویسیم:

$$۳Cl_۲(g) + ۶OH^-(aq) \rightarrow ClO_۳^-(aq) + ۵Cl^-(aq) + ۳H_۲O(l)$$

در گام بعد، با توجه به چگالی گاز اکسیژن، حجم مولی گازها را محاسبه می‌کنیم و بر این اساس، مقدار مول گاز $Cl_۲$ را پیدا می‌کنیم:

$$\text{حجم مولی} = \frac{\text{جرم مولی } O_۲}{\text{چگالی } O_۲} = \frac{۳۲}{۱/۲۸} = ۲۵\ L$$

$$?\,mol\ Cl_۲ = ۷/۵\ L\ Cl_۲ \times \frac{۱\ mol\ Cl_۲}{۲۵\ L\ Cl_۲} = ۰/۳\ mol\ Cl_۲$$

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

قانون آووگادرو

حجم یک نمونه به مقدار، دما و فشار آن وابسته است و با تغییر هر یک از این کمیت‌ها، حجم گاز تغییر می‌کند. بر این اساس، می‌توان گفت در دمای ثابت، با افزایش فشار، حجم گاز کاهش می‌یابد و برعکس. همچنین در فشار ثابت، با افزایش دما، حجم گاز افزایش می‌یابد و برعکس. در دما و فشار ثابت، یک مقدار مشخص از هر گاز حجم یکسانی با همین مقدار از گازهای دیگر دارد. به عبارتی، در دما و فشار یکسان، حجم یک مول از گازهای گوناگون با هم برابر است. این بیان برای نخستین بار توسط آووگادرو ارائه شد و بعدها به قانون آووگادرو مشهور شد. شیمی‌دان‌ها دمای صفر درجه سلسیوس و فشار یک اتمسفر را به‌عنوان شرایط استاندارد(STP) در نظر گرفته‌اند که در این شرایط حجم مولی گازها، ۲۲/۴ لیتر است.

در گام بعد، مقدار خالص ClO_3^- و درصد خلوص را محاسبه می‌کنیم. برای استفاده از کسر تبدیل، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$?\,mol\ ClO_3^- = ۰/۳\ mol\ Cl_2 \times \frac{۱\ mol\ ClO_3^-}{۳\ mol\ Cl_2} = ۰/۱\ mol$$

برای استفاده از روش تناسب، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{\text{مول } Cl_2}{\text{ضریب } Cl_2} = \frac{\text{مول } ClO_3^-}{\text{ضریب } ClO_3^-} \Rightarrow \frac{۰/۳}{۳} = \frac{\text{مول } ClO_3^-}{۱} \Rightarrow \text{مول } ClO_3^- = ۰/۱$$

طبق فرض سؤال، مقدار عملی ClO_3^- تولید شده در این واکنش شیمیایی برابر با ۰/۰۱۶ × ۵ مول است، پس داریم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ = \frac{۵ \times ۰/۰۱۶}{۰/۱} \times ۱۰۰ = ۸۰٪$$

گروه آموزشی ماز

۵۸- در واکنش تجزیه کلسیم کربنات با معادله $CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$، حجم گاز تولید شده پس از انتقال به شرایط استاندارد، ۳/۳۶ لیتر است. با توجه به واکنش‌های زیر، در این واکنش چند کیلوژول انرژی مبادله شده است؟

$$2Ca(s) + O_2(g) \rightarrow 2CaO(s) \quad , \quad \Delta H_1 = -1271\ kJ$$
$$C(s) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) \quad , \quad \Delta H_2 = -393/5\ kJ$$
$$2Ca(s) + 2C(s) + 3O_2(g) \rightarrow 2CaCO_3(s) \quad , \quad \Delta H_3 = -2414\ kJ$$

۱) ۲۶/۷ ۲) ۴۹/۴ ۳) ۱۱۲/۴ ۴) ۱۷۸

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۱۰۲)

آنتالپی بسیاری از واکنش‌های شیمیایی را نمی‌توان به روش تجربی(گرماسنجی مستقیم) اندازه‌گیری کرد، زیرا برخی از آن‌ها مرحله‌ای از یک واکنش پیچیده هستند و برخی دیگر به آسانی انجام نشده و تأمین شرایط بهینه برای انجام آن‌ها بسیار دشوار است. در چنین شرایطی، برای اندازه‌گیری گرمای مبادله شده در این واکنش‌ها باید از روش‌های غیرمستقیم مثل قانون هس و ... استفاده کنیم.

محاسبه غیر مستقیم آنتالپی واکنش

از روش‌های غیرمستقیم برای محاسبه تغییر آنتالپی واکنش‌هایی استفاده می‌شود که تأمین شرایط مورد نیاز برای انجام شدن آن‌ها دشوار است. واکنش‌های زیر، معادله برخی از فرایندهایی را نشان می‌دهد که ΔH آن‌ها را نمی‌توان به‌طور مستقیم اندازه‌گیری کرد:

$$2C\,(s.\text{گرافیت}) + O_2(g) \rightarrow 2CO(g) \qquad C\,(s.\text{گرافیت}) + 2H_2(g) \rightarrow CH_4(g)$$
$$2H_2(g) + N_2(g) \rightarrow N_2H_4(g) \qquad H_2(g) + O_2(g) \rightarrow H_2O_2(l)$$

با توجه به معادله‌های بالا، می‌توان گفت ΔH واکنش‌های تولید هیدرازین (N_2H_4)، گاز متان(CH_4)، کربن مونوکسید(CO) و آب اکسیژنه(هیدروژن پراکسید یا H_2O_2) از عناصر سازنده این مواد را نمی‌توان به‌طور مستقیم اندازه‌گیری کرد.

ابتدا با استفاده از قانون هس، آنتالپی واکنش مورد نظر را محاسبه می‌کنیم. واکنش اول در ($\frac{1}{2}$)، واکنش دوم در (۱) و واکنش سوم در ($-\frac{1}{2}$) ضرب می‌شوند. بر این اساس، داریم:

$$\begin{cases} Ca(s) + \frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow CaO \\ C(s) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) \\ CaCO_3(s) \rightarrow Ca(s) + C(s) + \frac{3}{2}O_2(g) \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع سه واکنش}} CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$$

پس آنتالپی واکنش برابر است با:

$$\Delta H = \left(\frac{1}{2} \times (-1271)\right) + (-393/5) + \left(-\frac{1}{2} \times (-2414)\right) = 178\ kJ$$

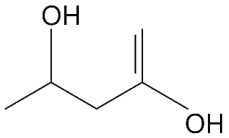
در گام بعد، گرمای مبادله‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,kJ\ \text{انرژی} = 3/36\ L\ CO_2 \times \frac{1\ mol\ CO_2}{22/4\ L\ CO_2} \times \frac{178\ kJ\ \text{انرژی}}{1\ mol\ CO_2} = 26/7\ kJ$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵

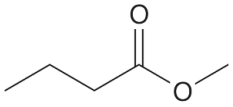
۵۹- ساختار داده‌شده با کدام ترکیب آلی ایزومر است و درصد جرمی کربن در این ماده از درصد جرمی کربن در کدام ترکیب بیشتر است؟
$(O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-1})$

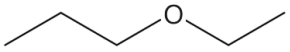


۱) متیل بوتانوات ـ اتیلن گلیکول
۲) اتیل پروپیل اتر ـ پنتانوئیک اسید
۳) اتیل پروپیل اتر ـ استون
۴) متیل بوتانوات ـ بنزوئیک اسید

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی/مسئله ـ ۱۱۰۲)

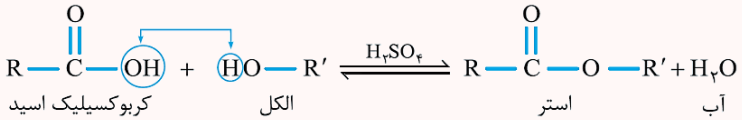
ترکیب مورد نظر در ساختار مولکولی خود دارای ۲ گروه عاملی الکلی است. فرمول شیمیایی این الکل دوعاملی به‌صورت $C_۵H_{۱۰}O_۲$ است. فرمول شیمیایی متیل بوتانوات و اتیل پروپیل اتر نیز به‌ترتیب به‌صورت $C_۵H_{۱۰}O_۲$ و $C_۵H_{۱۲}O$ است. ساختار این دو ترکیب شیمیایی به‌صورت زیر است:





استرها

استرها را می‌توان از واکنش میان الکل‌ها$(R' - OH)$ و کربوکسیلیک اسیدها$(R - COOH)$ به دست آورد. فرایند انجام شده به‌صورت زیر است:



این واکنش، اصطلاحاً استری شدن نام دارد. با توجه به معادله نشان داده شده، کاتالیزگر واکنش مورد نظر سولفوریک اسید$(H_۲SO_۴)$ است. استرها طی یک واکنش برگشت‌پذیر تولید شده و در شرایط مناسب می‌توانند به اسید و الکل سازنده خود تجزیه شوند. به واکنش استرها با مولکول‌های آب که منجر به تجزیه این مواد به الکل و اسید سازنده آن‌ها می‌شود، اصطلاحاً واکنش آب‌کافت گفته می‌شود. معادله کلی تولید یک ترکیب استری از یک اسید با فرمول شیمیایی $C_xH_yO_۲$ و یک الکل با فرمول شیمیایی C_wH_zO به‌صورت زیر است:

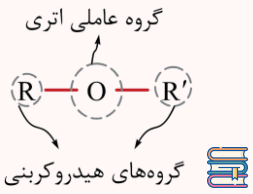
$$C_xH_yO_۲ + C_wH_zO \rightarrow C_{x+w}H_{y+z-۲}O_۲ + H_۲O$$

در رابطه با قسمت دوم سؤال، داریم:

درصد جرمی کربن در ساختار ترکیبی با فرمول شیمیایی $C_۵H_{۱۰}O_۲$، برابر با $\frac{۵\times۱۲}{۱۰۲} \times ۱۰۰ \simeq ۵۸/۸$ درصد است. استون با فرمول شیمیایی $C_۳H_۶O$، یک ترکیب کتونی بوده و درصد جرمی کربن در آن برابر با $\frac{۳\times۱۲}{۵۸} \times ۱۰۰ \simeq ۶۲$ است. ساختار استون به‌صورت زیر است:

پنتانوئیک اسید با فرمول شیمیایی $C_۵H_{۱۰}O_۲$، نیز نوعی کربوکسیلیک اسید بوده و درصد جرمی کربن در آن برابر با $\frac{۵\times۱۲}{۱۰۲} \times ۱۰۰ \simeq ۵۸/۸$ است. اتیلن گلیکول با فرمول شیمیایی $C_۲H_۶O_۲$ نیز نوعی الکل دوعاملی است که در ضدیخ یافت می‌شود. درصد جرمی کربن در این ترکیب برابر با $\frac{۲\times۱۲}{۶۲} \times ۱۰۰ \simeq ۳۹$ است. بنزوئیک اسید با فرمول شیمیایی $C_۷H_۶O_۲$ نیز نوعی ترکیب اسیدی است که درصد جرمی کربن در آن برابر با $\frac{۷\times۱۲}{۱۲۲} \times ۱۰۰ \simeq ۶۹$ است.

ساختار کلی ترکیب‌های اتری به‌صورت زیر است:



در ساختار اترها، یک اتم اکسیژن وجود دارد که از دو طرف به زنجیره‌های هیدروکربنی متصل شده است. برای نام‌گذاری اتر، ابتدا نام دو زنجیره هیدروکربنی را آورده و سپس کلمه اتر را می‌نویسیم. برای مثال اتری با فرمول شیمیایی $CH_۳OC_۲H_۵$، اتیل متیل اتر نام دارد. اگر دو زنجیره هیدروکربنی یکسان باشند، از پیشوند (دی) استفاده می‌کنیم. برای مثال اتری با فرمول شیمیایی $C_۲H_۵OC_۲H_۵$، دی‌اتیل اتر نام دارد.

گروه آموزشی ماز

۶۰- اگر تفاوت آنتالپی سوختن نمونه‌هایی از گازهای اتان و بوتان برابر با ۱۳۴۰ کیلوژول بوده و ارزش سوختی پروپان ۵۰ کیلوژول بر گرم باشد، از سوختن ۱۱/۶ گرم بوتان، چند کیلوژول انرژی آزاد می‌شود؟ $(C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-1})$

۱) ۵۷۴ ۲) ۳۰۶ ۳) ۷۰۸ ۴) ۶۱۲

www.biomaze.ir
۱۴۰۴-۰۵

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ مسئله ـ ۱۱۰۲)

شیمی‌دان‌ها آنتالپی سوختن یک ماده را هم‌ارز با آنتالپی واکنشی می‌دانند که در آن یک مول ماده در حضور مقدار اکسیژن کافی می‌سوزد. یکای لازم برای گزارش آنتالپی سوختن مواد، کیلوژول بر مول است. همچنین ارزش سوختی معادل با انرژی حاصل از فرایند سوختن یا اکسایش یک گرم از یک ماده است و با واحد کیلوژول بر گرم گزارش می‌شود. در هیدروکربن‌های یک خانواده از مواد آلی، با افزایش شمار کربن‌ها، مقدار قدرمطلق آنتالپی سوختن افزایش و ارزش سوختی کاهش می‌یابد. برای مثال، اتان در مقایسه با متان آنتالپی سوختن منفی‌تر و ارزش سوختی کمتری دارد. توجه داریم که تفاوت آنتالپی سوختن دو عضو متوالی از خانواده آلکان‌ها، به‌تقریب ثابت است. برای مثال، به جدول زیر توجه کنید:

آلکان	فرمول شیمیایی	آنتالپی سوختن $(kJ.mol^{-1})$	ارزش سوختی $(kJ.g^{-1})$
متان	CH_4	-۸۹۰	۵۵/۶
اتان	C_2H_6	-۱۵۶۰	۵۲
پروپان	C_3H_8	-۲۲۳۰	۵۰/۷

همانطور که گفتیم، آنتالپی سوختن معادل با گرمای آزاد شده در واکنش سوختن یک مول ماده سوختنی است. ارزش سوختی نیز گرمای آزاد شده در واکنش سوختن یک گرم از ماده است. پس طبق این تعاریف، در رابطه با پروپان(C_3H_8) داریم:

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{|\text{آنتالپی سوختن}|}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow ۵۰ = \frac{|\text{آنتالپی سوختن پروپان}|}{۴۴} \Rightarrow \text{آنتالپی سوختن پروپان} = -۲۲۰۰\ kJ$$

به ازای اضافه شدن هر یک اتم کربن به ساختار آلکان‌ها، مقدار آنتالپی سوختن این مواد تقریباً به مقدار ثابتی کاهش پیدا می‌کند. بر این اساس، می‌توان گفت اگر آنتالپی سوختن اتان(C_2H_6) و بوتان(C_4H_{10}) به‌ترتیب برابر با x و $x - ۱۳۴۰$ کیلوژول باشد، آنتالپی سوختن پروپان(C_3H_8) برابر با میانگین این دو مقدار است. بر این اساس، داریم:

$$\text{آنتالپی سوختن پروپان} = \frac{(x - ۱۳۴۰) + x}{۲} = (-۶۷۰ + x)\ kJ = -۲۲۰۰\ kJ \Rightarrow x = -۱۵۳۰\ kJ$$

درنتیجه آنتالپی سوختن بوتان(C_4H_{10})، برابر است با:

$$\text{آنتالپی سوختن بوتان} = x - ۱۳۴۰ = -۱۵۳۰ - ۱۳۴۰ = -۲۸۷۰\ kJ$$

برای محاسبه گرمای سوختن ۱۱/۶ گرم بوتان، داریم:

$$?\ kJ\ \text{انرژی} = ۱۱/۶\ g\ C_4H_{10} \times \frac{۱\ mol\ C_4H_{10}}{۵۸\ g\ C_4H_{10}} \times \frac{۲۸۷۰\ kJ\ \text{انرژی}}{۱\ mol\ C_4H_{10}} = ۵۷۴\ kJ$$

گروه آموزشی ماز

۶۱- کدام مورد درست است؟

۱) در فرایند ذوب یک ماده، نسبت به فرایند میعان همان ماده، انرژی بیشتری مبادله می‌شود.

۲) در یک واکنش با $Q > ۰$، مجموع آنتالپی پیوندها، محتوای انرژی و پایداری واکنش‌دهنده‌ها بیشتر از فراورده‌ها است.

۳) همواره با تبادل گرما میان دو سامانه، دمای یکی از سامانه‌ها کاهش و دمای سامانه دیگر افزایش می‌یابد.

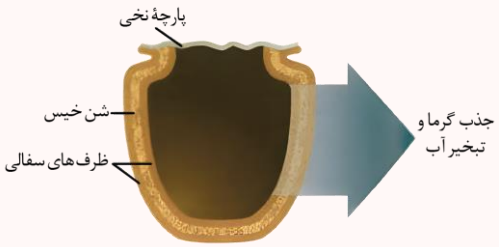
۴) در ساختار یخچال صحرایی، در بدنه ظرف بیرونی یک فرایند فیزیکی گرماگیر انجام می‌شود که اساس کار دستگاه است.

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

در ساختار یخچال صحرایی، در بدنه ظرف بیرونی که از جنس سفال است، فرایند گرماگیر تبخیر آب انجام می‌شود. این فرایند فیزیکی باعث کاهش سطح انرژی مواد درون یخچال شده و دمای آن‌ها را پایین نگه می‌دارد.

یخچال صحرایی

یخچال صحرایی دستگاهی بسیار ساده و ارزان‌قیمت است که بدون نیاز به انرژی الکتریکی، مواد غذایی را خنک کرده و برای مدت طولانی‌تری نگه می‌دارد. ساختار این دستگاه به‌صورت زیر است:



مطابق شکل، در این دستگاه دو ظرف سفالی که از جنس خاک رس ساخته شده‌اند درون یکدیگر قرار گرفته و فضای میان آن‌ها با شن خیس پر می‌شود. درپوش این مجموعه نیز پوششی نخی و مرطوب است که تهویه را به آسانی انجام می‌دهد. با گذشت زمان، به مرور آب در بدنهٔ سفالی ظرف بیرونی نفوذ کرده و به آرامی تبخیر می‌شود. معادلهٔ فرایند فیزیکی انجام شده به‌صورت زیر است:

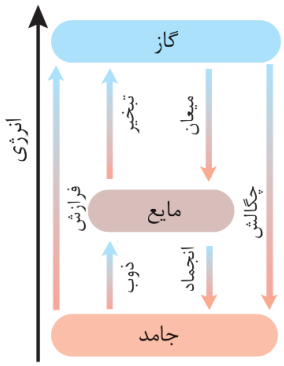
$$H_2O(l) + ۴۴/۱\ kJ \rightarrow H_2O(g)$$

با توجه به معادله این واکنش، برای تبخیر هر مول آب ۴۴/۱ کیلوژول گرما از محیط جذب می‌شود. فرایند جذب گرما در این دستگاه، فضای داخلی و محتویات درونی آن را خنک کرده و شرایط را برای سالم نگه‌داشتن غذا به مدت طولانی‌تر مناسب می‌کند.

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ به نمودار زیر در رابطه تبدیل حالت فیزیکی مواد، دقت کنید:



با توجه به نمودار، انرژی مصرف شده در فرایند ذوب یک ماده، کمتر از انرژی آزاد شده در فرایند میعان همان ماده است.

۲ در یک واکنش گرماگیر با $Q > 0$، مجموع آنتالپی پیوندها و پایداری واکنش‌دهنده‌ها بیشتر از فراورده‌ها است. این در حالی است که در فرایند مورد نظر، محتوای انرژی(آنتالپی) فراورده‌ها بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها است.

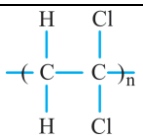
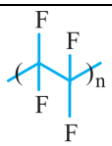
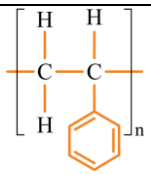
۳ تبادل گرما میان دو سامانه، لزوماً باعث تغییر دما نمی‌شود. برای مثال، در فرایندهای فیزیکی انجماد، ذوب، فرازش و ... انرژی مبادله شده صرف تغییر حالت می‌شود، نه تغییر دمای مواد شرکت‌کننده در فرایند! به مقایسه ویژگی‌های واکنش‌های گرماده و گرماگیر توجه کنید:

واکنش گرماگیر
- علامت تغییر آنتالپی واکنش: مثبت
- سطح انرژی: واکنش‌دهنده‌ها < فراورده‌ها
- مجموع آنتالپی پیوند: فراورده‌ها < واکنش‌دهنده‌ها
- پایداری: فراورده‌ها < واکنش‌دهنده‌ها

واکنش گرماده
- علامت تغییر آنتالپی واکنش: منفی
- سطح انرژی: واکنش‌دهنده‌ها > فراورده‌ها
- مجموع آنتالپی پیوند: فراورده‌ها > واکنش‌دهنده‌ها
- پایداری: فراورده‌ها > واکنش‌دهنده‌ها

گروه آموزشی ماز

۶۲- در رابطه با پلیمرهای مطرح شده، چند مورد از خانه‌های جدول زیر به‌درستی تکمیل نشده است؟ (مقدار $\frac{n.e}{p.e}$ معادل با نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به جفت الکترون‌های پیوندی است.)

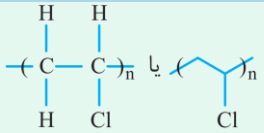
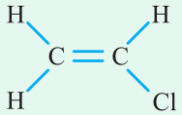
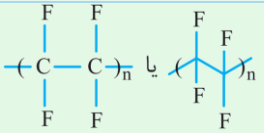
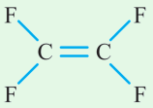
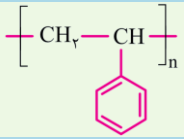
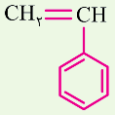
نام پلیمر	ساختار پلیمر	$\frac{n.e}{p.e}$ در مونومر	کاربرد / ویژگی پلیمر
پلی‌وینیل کلرید		۱	استفاده در تولید کیسه خون
تفلون		۲	قابلیت انحلال در حلال‌های آلی
پلی‌استیرن		صفر	ماندگاری کم در طبیعت

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

از میان موارد مطرح شده، ساختار پلیمر پلی‌وینیل کلرید، نسبت $\frac{n.e}{p.e}$ در وینیل کلرید، ویژگی تفلون و ویژگی پلی‌استیرن به‌درستی بیان نشده است. در جدول زیر همه خانه‌ها به‌درستی تکمیل شده است:

نام پلیمر	ساختار پلیمر	ساختار مونومر	$\frac{n.e}{p.e}$ در مونومر	کاربرد/ ویژگی
پلی‌وینیل کلرید			۰/۵	استفاده در تولید کیسه خون
تفلون			۲	انحلال‌ناپذیری در حلال آلی
پلی‌استیرن			صفر	ماندگاری زیاد در طبیعت

درنتیجه نسبت $\frac{n.e}{p.e}$ در وینیل کلرید، برابر با ۰/۵ است. توجه داریم که تفلون نقطه ذوب بالایی دارد و در برابر گرما مقاوم است. این پلیمر از نظر شیمیایی بی‌اثر است و با مواد شیمیایی واکنش نمی‌دهد، در حلال‌های آلی حل نمی‌شود و نچسب است. پلی‌استیرن نیز نوعی پلیمر ساخته شده از هیدروکربن‌های سیرنشده است. این پلیمرها واکنش‌پذیری اندکی دارند و تا سال‌های طولانی در طبیعت به‌صورت دست نخورده باقی می‌مانند.

تفلون

پلانکت و تیم پژوهشی او طی بررسی‌ها و مطالعات خود بر روی انواع سردکننده‌ها، تفلون را به‌طور اتفاقی کشف کردند. یکی از گازهایی که آن‌ها مصرف می‌کردند، تترافلوئورو اتن بود. این گاز در شرایط مناسب در کپسول‌های آزمایشگاهی وارد واکنش بسپارش شده و به تفلون تبدیل می‌شود. تفلون، نقطهٔ ذوب بالایی داشته و در برابر گرما مقاوم است. این پلیمر از نظر شیمیایی بی اثر بوده و با مواد شیمیایی واکنش نمی‌دهد و در حلال‌های آلی نیز حل نمی‌شود و نچسب است. این ویژگی‌ها دلیل کاربرد وسیع این پلیمر در صنایع مختلف است. تفلون یک پلیمر ساختگی بوده و از آن در تهیهٔ نخ دندان، ظروف نچسب، کفی اتو و به‌عنوان نوار آب‌بندی لوله‌ها استفاده می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶۳- کدام مورد درست است؟ (همه ترکیب‌ها را سیرشده در نظر بگیرید.)

۱) اگر در یک مولکول اتم اکسیژن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نباشد، این ماده به یقین آلدهید یا کتون است.

۲) در ساختار هر ترکیب استری، به یقین بیشترین انرژی برای شکستن پیوند $C-C$ مصرف می‌شود.

۳) میان اتم‌های سازنده ساده‌ترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها، هیچ دو پیوند اشتراکی یکسانی وجود ندارد.

۴) در ساختار گروه عاملی استرها، اسیدهای آلی و اترها، اتم اکسیژنی وجود دارد که به دو اتم کربن متصل است.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

در ساختار ساده‌ترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها(متانوئیک اسید یا فورمیک اسید)، هیچ پیوند اشتراکی تکراری وجود ندارد. به ساختار این اسید آلی که در بدن مورچه نیز یافت می‌شود، دقت کنید:

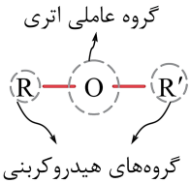
کربوکسیلیک اسیدها

کربوکسیلیک اسیدها، گروهی از ترکیب‌های آلی هستند که در ساختار آن‌ها یک یا چند گروه عاملی کربوکسیل($-COOH$) وجود دارد. فرمول کلی کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی(مولکول‌هایی که فقط یک گروه عاملی کربوکسیل دارند) را می‌توان به‌صورت $R-COOH$ نشان داد که در آن R نشان‌دهنده یک اتم هیدروژن و یا یک زنجیره هیدروکربنی است. کربوکسیلیک اسیدها خاصیت اسیدی داشته و pH محلول آن‌ها کوچک‌تر از ۷ است. این ترکیب‌ها مزه ترش دارند به طوری که مزه ترش میوه‌هایی مانند ریواس، انگور، لیمو ترش، کیوی و گوجه سبز را به وجود چنین مولکول‌هایی در این میوه‌ها نسبت می‌دهند. متانوئیک اسید یا همان فورمیک اسید به فرمول شیمیایی $HCOOH$، اولین عضو خانوادهٔ کربوکسیلیک اسیدها است که بر اثر گزش مورچه سرخ وارد بدن شده و باعث سوزش و خارش در محل گزیدگی می‌شود. اتانوئیک اسید یا همان استیک اسید با فرمول شیمیایی CH_3COOH، یک کربوکسیلیک اسید دوکربنی و دومین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها است. این ماده آشناترین عضو خانوادهٔ کربوکسیلیک اسیدها بوده و یکی از پرکاربردترین اسیدها در زندگی روزمره است. به‌عنوان مثال، اسید موجود در سرکه همان استیک اسید است. توجه داریم که فرمول شیمیایی کلی کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی سیرشده به‌صورت $C_nH_{2n}O_2$ است.

www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵

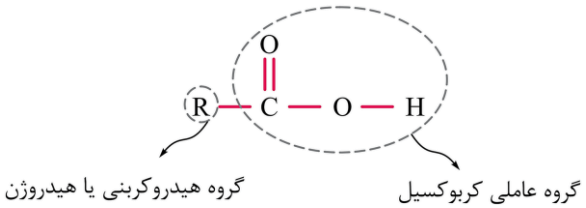
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در گروه‌های عاملی اتری، استری، کربوکسیل، آلدهیدی و کتونی، اتم اکسیژنی وجود دارد که به هیچ اتمی هیدروژنی متصل نیست. برای مثال، ساختار گروه عاملی اتری به‌صورت زیر است:



۲ استرها دارای پیوند دوگانه بوده و این پیوند، دارای بیشترین آنتالپی پیوند است. علاوه بر این، در ساختار اولین عضو خانواده استرها(متیل متانوات)، پیوند $C-C$ وجود ندارد. ساختار این ماده به‌صورت زیر است:

۴ در گروه عاملی استری و اتری، برخلاف گروه عاملی موجود در اسیدهای آلی(کربوکسیل)، اتم اکسیژن متصل به دو اتم کربن یافت می‌شود. ساختار گروه عاملی کربوکسیل به‌صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۶۴- با توجه به معادله موازنه نشده زیر، اگر در اثر تجزیه ۱۳۶/۲ گرم $C_۳H_۵N_۳O_۹$، مقدار ۱۲ گرم مولکول دواتمی تولید شود، بازده واکنش انجام شده برابر چند درصد خواهد بود؟ $(O=۱۶, N=۱۴, C=۱۲, H=۱ : g.mol^{-۱})$

$$C_۳H_۵N_۳O_۹(s) \longrightarrow CO_۲(g) + H_۲O(g) + N_۲(g) + O_۲(g)$$

۱) ۶۰ ۲) ۳۶ ۳) ۴۰ ۴) ۵۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۱۰۱)

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$۴C_۳H_۵N_۳O_۹(s) \longrightarrow ۱۲CO_۲(g) + ۱۰H_۲O(g) + ۶N_۲(g) + O_۲(g)$$

با توجه به معادله موازنه شده واکنش تجزیه نیتروگلیسیرین($C_۳H_۵N_۳O_۹$)، به ازای مصرف ۴ مول نیتروگلیسیرین(معادل با ۹۰۸ گرم از آن)، ۶ مول گاز نیتروژن(معادل با ۱۶۸ گرم از آن) و ۱ مول گاز اکسیژن(معادل با ۳۲ گرم از آن) تولید می‌شود. پس می‌توان گفت با مصرف ۹۰۸ گرم نیتروگلیسیرین، ۲۰۰ گرم مولکول دواتمی تولید می‌شود. حال مقدار نظری مولکول دواتمی تولید شده در این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\,X_۲ = ۱۳۶/۲\,g\,C_۳H_۵N_۳O_۹ \times \frac{۲۰۰\,g\,X_۲}{۹۰۸\,g\,C_۳H_۵N_۳O_۹} = ۳۰\,g$$

در پایان با استفاده از فرمول، بازده واکنش انجام شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{بازده} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ = \frac{۱۲\,g}{۳۰\,g} \times ۱۰۰ = ۴۰ \text{ درصد}$$

بازده

واکنش‌های شیمیایی همیشه مطابق آنچه انتظار می‌رود پیش نمی‌روند؛ زیرا ممکن است واکنش‌دهنده‌ها ناخالص باشند یا ممکن است واکنش به‌طور کامل انجام نشود، حتی گاهی نیز هم‌زمان با آن واکنش‌های ناخواستهٔ دیگری انجام می‌شود. با این توصیف، مقدار واقعی فراورده از مقدار مورد انتظار کمتر است. در واقع بازده درصدی واکنش‌های شیمیایی از ۱۰۰ کمتر است. در مسائل مختلف از طریق فرمول زیر می‌توانیم بازده درصدی واکنش را محاسبه کنیم:

$$\text{بازده واکنش} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰$$

برای محاسبه سریع‌تر مقدار واکنش‌دهنده مصرف شده، ابتدا مول فراورده مورد نظر را در کسر $\frac{\text{ضریب استوکیومتری واکنش‌دهنده}}{\text{ضریب استوکیومتری فراورده}}$ ضرب می‌کنیم. در مرحله بعد مول به‌دست آمده را به بازده واکنش تقسیم می‌کنیم. همچنین برای به‌دست آوردن مقدار عملی فراورده تولید شده، ابتدا مول واکنش‌دهنده مورد نظر را در کسر $\frac{\text{ضریب استوکیومتری فراورده}}{\text{ضریب استوکیومتری واکنش‌دهنده}}$ ضرب می‌کنیم. در مرحله بعد مول به‌دست آمده را در بازده واکنش ضرب می‌کنیم. توجه داریم برای تبدیل مول یک فراورده به فراورده دیگر و همچنین یک واکنش‌دهنده به واکنش‌دهنده دیگر بازده تأثیری نخواهد داشت!

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵

۶۵- در یک ظرف، ۲۰۰ گرم آمونیوم دی‌کرومات ناخالص موجود است. اگر این نمونه طبق معادله موازنه نشده زیر به‌صورت کامل تجزیه شود و جرم مواد موجود در ظرف به ۱۸۶ گرم برسد، درصد خلوص فراورده‌ها در نمونه نهایی به‌تقریب برابر چند درصد خواهد بود؟ (ناخالصی در واکنش شرکت نخواهند کرد. $(Cr = ۵۲ , O = ۱۶ , N = ۱۴ , H = ۱ : g.mol^{-۱}$)

$$(NH_۴)_۲Cr_۲O_۷(s) \longrightarrow Cr_۲O_۳(s) + H_۲O(l) + N_۲(g)$$

۱) ۶۰/۲ ۲) ۳۸/۵ ۳) ۵۰/۴ ۴) ۶۹/۶

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ مسئله ـ ۱۱۰۱)

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$(NH_۴)_۲Cr_۲O_۷(s) \longrightarrow Cr_۲O_۳(s) + ۴H_۲O(l) + N_۲(g)$$

کاهش جرم ایجاد شده در اثر انجام این واکنش، به دلیل تولید گاز نیتروژن است، چراکه گاز تولید شده از ظرف واکنش خارج شده و جرم محتویات آن کاهش پیدا می‌کند. پس می‌توان گفت در اثر انجام این واکنش، ۱۴ گرم گاز نیتروژن تولید شده است. حال با استفاده از جرم گاز نیتروژن تولید شده در این واکنش، جرم آمونیوم دی‌کرومات مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? g\ (NH_۴)_۲Cr_۲O_۷ = ۱۴\ g\ N_۲ \times \frac{۱\ mol\ N_۲}{۲۸\ g\ N_۲} \times \frac{۱\ mol\ (NH_۴)_۲Cr_۲O_۷}{۱\ mol\ N_۲} \times \frac{۲۵۲\ g\ (NH_۴)_۲Cr_۲O_۷}{۱\ mol\ (NH_۴)_۲Cr_۲O_۷} = ۱۲۶\ g$$

با توجه به محاسبات انجام شده، نمونه اولیه حاوی ۱۲۶ گرم آمونیوم دی‌کرومات و ۷۴ گرم ناخالصی بوده است. طبق اطلاعات صورت سؤال، ۱۴ گرم از فراورده‌های تشکیل شده را گاز نیتروژن تشکیل داده که از ظرف واکنش خارج می‌شود. پس بر اساس قانون پایستگی جرم می‌توان گفت جرم سایر فراورده‌های تولید شده در طی این واکنش برابر با ۱۱۲(۱۴-۱۲۶) گرم خواهد بود. جرم کل مواد نیز پس از واکنش برابر با ۱۸۶ گرم است. در پایان درصد خلوص فراورده‌های نهایی را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم نمونه خالص}}{\text{جرم کل}} \times ۱۰۰ = \frac{۱۱۲}{۱۸۶} \times ۱۰۰ \simeq ۶۰/۲ \text{ درصد}$$

گروه آموزشی ماز

۶۶- کدام مورد درست است؟

۱) مواد اولیه استفاده شده در تهیه پاکت کاغذی، برخلاف کیسه پلاستیکی، کاملاً پایدار هستند.
۲) درصد جرمی اکسید آهن در یک نمونه ناخالص سنگ معدن آهن تقریباً برابر ۵۰ درصد است.
۳) دفن کردن پاکت کاغذی، برخلاف کیسه پلاستیکی، باعث افزایش غلظت گازهای گلخانه‌ای می‌شود.
۴) بیشترین سهم از نفت خام استخراج شده از منابع، جهت تولید گرما و انرژی الکتریکی مصرف می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۱۰۱)

پاکت کاغذی پس از دفن شدن، تجزیه شده و متان تولید می‌کند. متان جزو گازهای گلخانه‌ای بوده و با افزایش غلظت آن در هواکره، دمای کره زمین افزایش پیدا می‌کند. این در حالی است که مواد پلاستیکی پس از دفن شدن، تجزیه نشده و باعث تولید گازهای گلخانه‌ای نمی‌شوند. در واقع، مواد پلاستیکی زیست‌تخریب‌ناپذیر هستند.

ارزیابی چرخه عمر

از ارزیابی چرخه عمر، برای ارزیابی میزان تأثیر یك فراورده بر روی محیط‌زیست در مدت طول عمر آن استفاده می‌شود. این ارزیابی شامل ارزیابی از چهار مرحله زیر تشکیل شده است:

۱. ارزیابی استخراج و تولید مواد خام برای تولید یك فراورده ۲. ارزیابی تولید و توزیع ۳. ارزیابی دفع فراورده ۴. ارزیابی مصرف

در ارزیابی چرخه عمر، میزان آب و انرژی مصرفی، پایدار بودن فرایند تأمین مواد خام، میزان زباله و پسماند ایجاد شده و سهم حمل و نقل در همه مراحل بررسی می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ مواد اولیه استفاده شده در تولید پاکت کاغذی و کیسه پلاستیکی، به‌ترتیب نسبتاً پایدار و ناپایدار هستند. برای ساخت پاکت‌های کاغذی، باید حجم زیادی از درختان کاشته شوند.

۲ با استفاده از ۲۰۰۰ کیلوگرم سنگ آهن و ۱۰۰۰ کیلوگرم از مواد دیگر، می‌توان حدود ۱۰۰۰ کیلوگرم آهن را استخراج کرد. بنابراین می‌توان گفت در ۲۰۰۰ کیلوگرم از سنگ معدن آهن، حدوداً ۱۰۰۰ کیلوگرم آهن حضور دارد. توجه داریم که آهن موجود در ساختار سنگ معدن آن، در قالب $Fe_۲O_۳$ قرار گرفته است. حال جرم آهن(III) اکسید موجود در سنگ معدن را محاسبه می‌کنیم:

$$? kg\ Fe_۲O_۳ = ۱۰۰۰\ kg\ Fe \times \frac{۱۰۰۰\ g}{۱\ kg} \times \frac{۱\ mol\ Fe}{۵۶\ g\ Fe} \times \frac{۱\ mol\ Fe_۲O_۳}{۲\ mol\ Fe} \times \frac{۱۶۰\ g\ Fe_۲O_۳}{۱\ mol\ Fe_۲O_۳} \times \frac{۱\ kg}{۱۰۰۰\ g} \simeq ۱۴۲۸\ kg$$

حال درصد جرمی آهن(III) اکسید را در یک نمونه سنگ معدن محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم } Fe_۲O_۳}{\text{جرم سنگ معدن}} \times ۱۰۰ = \frac{۱۴۲۸\ kg}{۲۰۰۰\ kg} \times ۱۰۰ = ۷۱/۴ \text{ درصد}$$

www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵

۴ نمودار زیر کاربردهای نفت خام استخراج شده را نمایش می‌دهد:

- کاربردهای نفت خام
  - منبع تأمین انرژی (بیش از ۹۰ درصد)
    - استفاده از نفت به عنوان سوخت در وسایل نقلیه
    - استفاده از نفت برای تامین گرما و انرژی الکتریکی مورد نیاز ما
  - استفاده در صنایع پتروشیمی (کمتر از ۱۰ درصد)
    - استفاده از نفت برای تولید الیاف، پارچه‌ها، شوینده‌ها، وسایل آرایشی و بهداشتی، رنگ، پلاستیک و مواد منفجره

توجه داریم که روزانه بیش از ۸۰ میلیون بشکهٔ نفت خام(هر بشکه معادل با ۱۵۹ لیتر است) در دنیا به شکل‌های گوناگون مصرف می‌شود. همانطور که مشخص است، بیشترین کاربرد نفت خام، برای مصرف در وسایل نقلیه به‌عنوان سوخت است.

نفت خام

در زمان کشف نفت خام، شیمی‌دان‌ها نمی‌دانستند که در این مخلوط سیاه رنگ چه موادی وجود دارد، این مواد چه خواصی دارند و هنگام انجام آزمایش و بررسی آن، چه اتفاقاتی ممکن است رخ دهد. پس از آن، شیمی‌دان‌ها با بررسی بیشتر نفت خام، موفق به شناسایی برخی از مواد موجود در آن شده و با ساختار و رفتار این مواد آشنا شدند. ویژگی‌ها و رفتارهای این مواد چنان جذاب و غیرمنتظره بود که سبب افزایش پژوهش‌ها در مورد نفت خام شد. این پژوهش‌ها با یافتن کاربردهای جدید و مناسب برای مواد موجود در نفت خام، خبرهای خوشی از جمله حل مشکل حمل و نقل از شهری به شهر دیگر را نوید می‌داد. به‌خاطر همین ویژگی‌های جالب است که امروزه نفت خام را طلای سیاه می‌نامند. توجه داریم که روزانه بیش از ۸۰ میلیون بشکه نفت خام(هر بشکه معادل با ۱۵۹ لیتر است) در دنیا به شکل‌های گوناگون مصرف می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶۷- در یک ظرف، مخلوطی به جرم ۴۴ گرم از اتن و پروپین حضور دارد. با وارد کردن مقدار کافی گاز هیدروژن به ظرف، واکنش به‌صورت کامل انجام شده و جرم نمونه به ۴۷/۶ گرم می‌رسد. درصد جرمی اتم‌های هیدروژن در نمونه اولیه به‌تقریب کدام است؟ ($C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۱۵/۲ ۲) ۱۲/۷ ۳) ۱۰/۳ ۴) ۹/۶

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ مسئله ـ ۱۱۰۱)

اتن و پروپین طبق معادله‌های موازنه شده زیر با گاز هیدروژن واکنش داده و به‌ترتیب به اتان و پروپان تبدیل می‌شوند.

$$C_۲H_۴(g) + H_۲(g) \longrightarrow C_۲H_۶(g) \qquad C_۳H_۶(g) + ۲H_۲(g) \longrightarrow C_۳H_۸(g)$$

مول گازهای اتن و پروپین را به‌ترتیب برابر x و y فرض می‌کنیم. بر این اساس، x مول از گاز اتن، جرمی برابر $۲۸x$ گرم و y مول از گاز پروپین، جرمی برابر $۴۰y$ گرم خواهد داشت. پس می‌توان گفت:

$$۲۸x + ۴۰y = ۴۴\ g$$

مقدار x مول از گاز اتن در واکنش با گاز هیدروژن کافی، x مول گاز اتان تولید می‌کند. جرم x مول از اتان برابر $۳۰x$ گرم خواهد بود. مقدار y مول از پروپین نیز در واکنش با هیدروژن، y مول پروپان تولید می‌کند. جرم y مول پروپان نیز برابر $۴۴y$ گرم خواهد بود. پس می‌توان گفت:

$$۳۰x + ۴۴y = ۴۷/۶\ g$$

حال می‌توانیم مقدار x و y را مشخص کنیم:

$$\begin{cases} ۲۸x + ۴۰y = ۴۴ \\ ۳۰x + ۴۴y = ۴۷/۶ \end{cases} \Longrightarrow \quad x = ۱\ mol \quad , \quad y = ۰/۴\ mol$$

با توجه به محاسبات انجام شده، در نمونه اولیه ۱ مول گاز اتن و ۰/۴ مول گاز پروپین حضور داشته است. هر واحد اتن، ۴ اتم هیدروژن دارد. بنابراین در ۱ مول آن نیز ۴ مول اتم هیدروژن داریم. از طرفی هر واحد پروپین نیز ۴ اتم هیدروژن دارد، پس می‌توان گفت ۰/۴ مول از آن، ۱/۶ مول اتم هیدروژن دارد؛ بنابراین در نمونه اولیه ۵/۶ مول اتم هیدروژن حضور داشته است. در پایان درصد جرمی اتم هیدروژن را در نمونه اولیه محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی هیدروژن} = \frac{\text{جرم اتم‌های هیدروژن}}{\text{جرم کل}} \times ۱۰۰ = \frac{۵/۶\ mol\ H \times \frac{۱\ g\ H}{۱\ mol\ H}}{۴۴} \times ۱۰۰ \simeq ۱۲/۷ \text{ درصد}$$

در رابطه با گاز اتن، داریم:

- اتن
  - ساده‌ترین آلکن بوده و در ساختار خود یک پیوند دوگانه کربن-کربن دارد.
  - در دمای اتاق به حالت گاز یافت می‌شود.
  - مولکول آن ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا نمی‌کند.
  - از موز و گوجه فرنگی رسیده آزاد می‌شود.
  - در واکنش تولید پلی‌اتن سبک و سنگین به عنوان مونومر مصرف می‌شود.
  - سیرنشده بوده و با گاز هیدروژن یا بخار برم واکنش می‌دهد.

گروه آموزشی ماز

۶۸- هیدروکربنی با فرمول مولکولی $C_۷H_{۱۶}$، چند ایزومر دارد که نام آن‌ها به (پنتان) ختم می‌شود؟

۱) ۵ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

هیدروکربنی با فرمول مولکولی C_7H_{16} که در آن شمار اتم‌های هیدروژن، از دو برابر شمار اتم‌های کربن دو تا بیشتر است، قطعاً متعلق به نوعی آلکان است. قاعده مشخصی برای حل سؤالات مربوط به مبحث ایزومری وجود ندارد و با تغییر یک کلمه در صورت سؤال، ممکن است روند حل سؤال کاملاً تغییر بکند. برای حل این سؤالات، باید حالت‌های مختلف از ساختار یک ماده آلی را رسم کنیم. به این منظور ابتدا باید زنجیر اصلی را پنج کربنه در نظر بگیریم. پس می‌توان گفت از کربن‌های این هیدروکربن، ۵ کربن در ساختار زنجیر اصلی قرار گرفته و دوتا از آن‌ها در ساختار شاخه‌های فرعی قرار خواهند گرفت.

برای شاخه‌های فرعی می‌توان دو حالت کلی را در نظر گرفت:

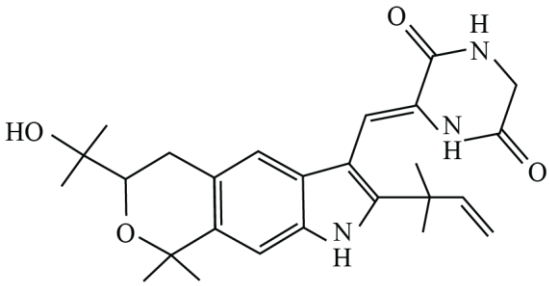
«الف»: حالتی که در آن صرفاً یک شاخه فرعی اتیل داشته باشیم: شاخه فرعی اتیل در یک زنجیر هیدروکربنی ۵ کربنه، صرفاً می‌تواند روی کربن وسط یعنی کربن شماره ۳ قرار بگیرد؛ چراکه در باقی حالت‌ها، زنجیر اصلی تغییر پیدا کرده و دیگر ۵ کربنه نخواهد بود. نام این هیدروکربن ۳-اتیل پنتان یا اتیل پنتان است. توجه داریم به دلیل اینکه شاخه فرعی اتیل در این هیدروکربن روی کربن دیگری نمی‌تواند قرار بگیرد، لزومی به اشاره به شماره کربن نیست. فرمول نقطه-خط این هیدروکربن به‌صورت زیر است:

«ب»: حالتی که در آن دو شاخه فرعی متیل داریم: در این حالت، شاخه‌های فرعی می‌توانند روی کربن‌های ۲ و ۲ ، ۲ و ۳ ، ۲ و ۴ و همچنین ۳ و ۳ قرار گیرند. فرمول پیوند-خط این هیدروکربن‌ها به‌صورت زیر است:

پس می‌توان گفت نام ۵ مورد از ایزومرهای C_7H_{16} به پنتان ختم می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶۹- با توجه به ساختار داده‌شده، چند مورد از موارد زیر درست است؟



الف: شمار جفت الکترون ناپیوندی آن، برابر شمار جفت الکترون ناپیوندی در SO_3 است.

ب: این ترکیب آلی در ساختار خود دارای گروه‌های عاملی الکلی، آمینی و آمیدی است.

پ: شمار پیوندهای $C-N$ آن نصف شمار کربن‌هایی است که به اتم هیدروژن متصل نشده‌اند.

ت: نسبت جرم نیتروژن به هیدروژن در آن به‌تقریب برابر ۱/۲۷ است.

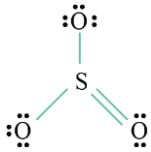
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

عبارت‌های (ب)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

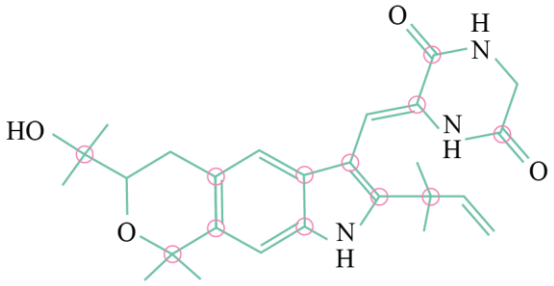
«الف»: در ترکیب‌های آلی، به ازای هر اتم نیتروژن ۱ جفت الکترون، به ازای هر اتم اکسیژن ۲ جفت الکترون و به ازای هر هالوژن ۳ جفت الکترون ناپیوندی حضور دارد. ترکیب مورد نظر در ساختار خود دارای ۴ اتم اکسیژن و ۳ اتم نیتروژن است؛ بنابراین شمار جفت الکترون ناپیوندی آن برابر ۱۱ است. گوگرد تری‌اکسید با فرمول مولکولی SO_3 ، در ساختار خود ۸ جفت الکترون ناپیوندی دارد. فرمول ساختاری گوگرد تری‌اکسید به‌صورت زیر است:



«ب»: مولکول مورد نظر دارای حلقه کربنی با پیوندهای دوگانه کربن-کربن یکی در میان است و بنابراین جزو مواد آروماتیک محسوب می‌شود. این ترکیب دارای گروه عاملی الکلی(هیدروکسیل)، اتری، آمینی و آمیدی است.

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

«پ»: ترکیب مورد نظر دارای ۶ پیوند یگانه کربن-نیتروژن است. کربن‌هایی که به اتم هیدروژن متصل نشده و هر چهار الکترون خود را برای پیوند با سایر اتم‌ها استفاده کرده‌اند، در تصویر زیر مشخص شده‌اند:



همانطور که مشخص است ۱۲ تا از اتم‌های کربن، پیوندی با اتم هیدروژن برقرار نکرده‌اند. حال نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \frac{۱۲}{۶} = ۲$$

«ت»: شمارش تعداد کربن‌ها، اکسیژن‌ها و نیتروژن‌ها و هالوژن‌های ترکیبات آلی از روی شکل ساده بوده ولی برای شمارش تعداد هیدروژن از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{تعداد اتم هیدروژن} = (۲ \times \text{تعداد کربن} + ۲) - (۲ \times \text{تعداد حلقه}) - (۲ \times \text{تعداد پیوند دوگانه}) - (۴ \times \text{تعداد پیوند سه‌گانه}) - (\text{تعداد هالوژن}) + (\text{تعداد نیتروژن})$$

بر این اساس، فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر به‌صورت $C_{۲۶}H_{۳۳}O_۴N_۳$ است. حال نسبت جرم نیتروژن به هیدروژن را در این ترکیب آلی محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم نیتروژن}}{\text{جرم هیدروژن}} = \frac{\text{شمار نیتروژن} \times \text{جرم مولی نیتروژن}}{\text{شمار هیدروژن} \times \text{جرم مولی هیدروژن}} = \frac{۱۴ \times ۳}{۱ \times ۳۳} \simeq ۱/۲۷$$

محاسبهٔ الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی ترکیبات آلی

در ترکیب‌های آلی، اتم‌های کربن و هیدروژن از همه الکترون‌های ظرفیتی خود برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند. اتم‌های اکسیژن و عناصر هم‌گروه آن مانند گوگرد، ۶ الکترون ظرفیتی دارند که ۲تای آن‌ها را برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند و ۴ الکترون ظرفیتی دیگر، به‌صورت ۲ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم آن‌ها قرار می‌گیرد. اتم‌های نیتروژن و عناصر هم‌گروه آن نیز، ۵ الکترون ظرفیتی دارند که ۳تای آن‌ها را برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند و ۲ الکترون ظرفیتی دیگر نیز به‌صورت ۱ جفت‌الکترون ناپیوندی روی اتم آن‌ها قرار می‌گیرد. هالوژن‌ها نیز ۷ الکترون ظرفیتی دارند که از ۱ الکترون برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند و ۶ الکترون ظرفیتی باقی‌مانده به‌صورت ۳ جفت‌الکترون ناپیوندی روی اتم آن‌ها قرار می‌گیرد. با توجه به نکات گفته شده، برای شمارش جفت الکترون پیوندی(تعداد پیوند) و جفت الکترون‌های ناپیوندی در ترکیب‌های آلی، از فرمول‌های زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{تعداد پیوند} = \frac{(\text{۴×اتم‌های کربن}) + (\text{۱×اتم‌های هیدروژن}) + (\text{۲× اتم‌های اکسیژن}) + (\text{۳× اتم‌های نیتروژن}) + (\text{۱× اتم‌های هالوژن})}{۲}$$

$$\text{تعداد جفت‌الکترون ناپیوندی} = (\text{۱۶ اتم‌های گروه} \times ۲) + (\text{۱۵ اتم‌های گروه} \times ۱) + (\text{اتم‌های هالوژن} \times ۳)$$

گروه آموزشی ماز

۷۰- کدام‌یک از موارد زیر درباره واکنش موازنه نشده زیر، نادرست است؟ $(Ca = ۴۰ , Si = ۲۸ , O = ۱۶ , C = ۱۲ : g.mol^{-۱})$

$$Ca_۳(PO_۴)_۲(s) + SiO_۲(s) + C(s) + O_۲(g) + H_۲O(l) \longrightarrow CaSiO_۳(s) + CO_۲(g) + H_۳PO_۴(aq)$$

۱) مدت زمان مصرف ۰/۴ مول نمک با مدت زمان تولید ۱/۲ مول نمک در این واکنش شیمیایی برابر است.

۲) اگر در مدت معین ۴ مول کربن دی‌اکسید تولید شود، در نصف این مدت، ۶ مول سیلیسیم دی‌اکسید مصرف می‌شود.

۳) سرعت متوسط مصرف واکنش‌دهنده حاوی فسفر و تولید فراورده دارای کربن، با سرعت متوسط واکنش برابر است.

۴) سرعت متوسط تشکیل ۸۸ گرم $CO_۲$ و سرعت تشکیل ۶۹۶ گرم $CaSiO_۳$ و سرعت مصرف ۶۴ گرم $O_۲$ برابر است.

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ مفهومی و مسئله ـ ۱۱۰۲)

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$Ca_۳(PO_۴)_۲(s) + ۳SiO_۲(s) + C(s) + O_۲(g) + ۳H_۲O(l) \longrightarrow ۳CaSiO_۳(s) + CO_۲(g) + ۲H_۳PO_۴(aq)$$

همانطور که مشخص است، ضریب استوکیومتری سیلیسیم دی‌اکسید ۳ برابر ضریب استوکیومتری کربن دی‌اکسید است. پس می‌توان گفت سرعت متوسط مصرف سیلیسیم دی‌اکسید ۳ برابر سرعت متوسط تولید کربن دی‌اکسید است. بنابراین اگر در یک بازه زمانی، ۴ مول کربن دی‌اکسید تولید شود، می‌توان گفت در آن بازه زمانی ۱۲ مول سیلیسیم دی‌اکسید مصرف می‌شود. از طرفی توجه داریم که در گذر زمان، سرعت مصرف واکنش‌دهنده‌ها و درنتیجه سرعت تشکیل فراورده‌ها کاهش پیدا می‌کند. پس نمی‌توان گفت اگر در یک باز زمانی ۱۲ مول سیلیسیم دی‌اکسید مصرف شود، در نصف آن بازه زمانی ۶ مول سیلیسیم دی‌اکسید مصرف شده است.

سرعت متوسط واکنش

شیب نمودار مول-زمان برا هر یک از مواد شرکت‌کننده در واکنش، متناسب با ضریب استوکیومتری آن ماده در معادله موازنه‌شده واکنش است. به عبارت دیگر، اگر ضریب استوکیومتری شرکت‌کننده‌ها یکسان نباشد، سرعت متوسط آن‌ها متفاوت از یکدیگر خواهد بود. شیمی‌دان‌ها برای درک آسان‌تر روند پیشرفت واکنش‌ها در واحد زمان، از یک مفهوم کاربردی به نام سرعت واکنش استفاده می‌کنند. سرعت واکنش، از تقسیم سرعت متوسط مصرف یا تولید هر ماده شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن ماده به‌دست می‌آید. به‌عنوان مثال در واکنش $۳A(g) + ۲B(g) \longrightarrow C(g) + ۲D(g)$ برای محاسبه سرعت متوسط واکنش در بازه زمانی Δt به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$R_{\text{واکنش}} = \frac{|\Delta n_A|}{۳\times\Delta t} = \frac{|\Delta n_B|}{۲\times\Delta t} = \frac{|\Delta n_C|}{۱\times\Delta t} = \frac{|\Delta n_D|}{۲\times\Delta t}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در معادله موازنه شده، ضریب استوکیومتری $CaSiO_۳$، ۳ برابر ضریب استوکیومتری $Ca_۳(PO_۴)_۲$ است. پس می‌توان گفت سرعت متوسط تولید نمک $CaSiO_۳$، ۳ برابر سرعت متوسط مصرف نمک $Ca_۳(PO_۴)_۲$ است. بنابراین در بازه‌ای که ۰/۴ مول از نمک $Ca_۳(PO_۴)_۲$ مصرف می‌شود، ۱/۲ مول نمک $CaSiO_۳$ ، تولید خواهد شد.

۳ ضریب استوکیومتری واکنش‌دهنده دارای فسفر یعنی $Ca_۳(PO_۴)_۲$ و همچنین فراورده دارای کربن یعنی کربن دی‌اکسید، هر دو برابر ۱ است. پس می‌توان گفت سرعت متوسط تولید کربن دی‌اکسید و همچنین سرعت متوسط مصرف $Ca_۳(PO_۴)_۲$ با سرعت متوسط واکنش برابر است.

۴ مقدار ۸۸ گرم $CO_۲$ معادل ۲ مول از آن، ۶۹۶ گرم از $CaSiO_۳$ معادل ۶ مول از آن و ۶۴ گرم $O_۲$ معادل ۲ مول از آن است. نسبت مصرف و تولید مواد مختلف در واکنش به نسبت اندازه سرعت متوسط آن‌ها بوده و با ضریب استوکیومتری آن‌ها در ارتباط است. پس می‌توان گفت نسبت تولید و مصرف مواد ذکر شده کاملاً صحیح است، چراکه مول تولید شده از $CO_۲$ با مول مصرف شده از $O_۲$ برابر بوده و $\frac{۱}{۳}$ برابر مول تولید شده از $CaSiO_۳$ است.

گروه آموزشی ماز

۷۱- چند مورد از موارد زیر درست است؟

الف: شمار اتم‌های H در واحد تکرار شونده پلی‌اتن، با شمار اتم‌های H در مونومر تشکیل‌دهنده آن برابر است.

ب: کاتالیزگر واکنش آبکافت استرها، در تهیه اتانول از واکنش میان گاز اتان و آب نیز نقش دارد.

پ: فراورده حاصل از پلیمری شدن استیرن در ساخت ظروف یکبار مصرف کاربرد دارد.

ت: سیب‌زمینی و نان، حاوی پلیمری از گلوکز هستند که ساختار مارپیچ دارد.

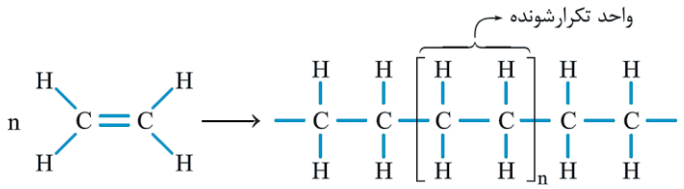
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ حفظی و مفهومی ـ ۱۱۰۳)

عبارت‌های (الف)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: واکنش تهیه پلی‌اتن از مونومر آن یعنی اتن به‌صورت زیر است:

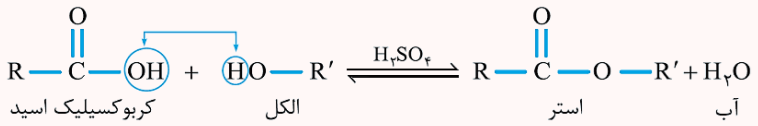


همانطور که مشخص است، در هر واحد تکرار شونده پلیمر، همانند هر واحد از مونومر واکنش‌دهنده، ۴ اتم هیدروژن حضور دارد.

«ب»: از سولفوریک اسید با فرمول شیمیایی $H_۲SO_۴$ می‌توان به‌عنوان کاتالیزگر در واکنش‌های تولید اتانول از اتن و همچنین آبکافت استرها به الکل و کربوکسیلیک اسید سازنده خود استفاده کرد. توجه داریم که سولفوریک اسید از جمله اسیدهای قوی بوده و درجه یونش آن به تقریب برابر ۱ است. این ماده از واکنش گاز گوگرد تری‌اکسید با آب به‌دست می‌آید.

استری شدن

استرها را می‌توان از واکنش میان الکل‌ها$(R' - OH)$ و کربوکسیلیک اسیدها$(R - COOH)$ به‌دست آورد. فرایند انجام شده به‌صورت زیر است:



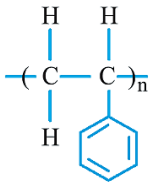
این واکنش، اصطلاحاً استری شدن نام دارد. با توجه به معادلهٔ نشان داده شده، کاتالیزگر واکنش مورد نظر سولفوریک اسید$(H_۲SO_۴)$ است. استرها طی یک واکنش برگشت‌پذیر تولید شده و در شرایط مناسب می‌توانند به اسید و الکل سازندهٔ خود تجزیه شوند. به واکنش استرها با مولکول‌های آب که منجر به تجزیهٔ این مواد به الکل و اسید سازندهٔ آن‌ها می‌شود، اصطلاحاً واکنش آب‌کافت گفته می‌شود.

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

«پ»: اطلاعات کلی مربوط به پلیمرهای افزایشی به‌صورت زیر است:

نام پلیمر	نام مونومر	کاربرد
پلی‌اتن	اتن	کیسه‌های پلاستیکی ـ بطری پلاستیکی ـ لولهٔ پلاستیکی
پلی‌سیانواتن	سیانواتن	پتو و پارچه
پلی‌پروپن	پروپن	تهیه و تولید سرنگ
پلی‌استیرن	استیرن	تولید ظرف یکبار مصرف
تفلون	تترافلوئورواتن	نخ دندان ـ کفی اتو ـ تولید ظروف نچسب
پلی‌وینیل کلرید	وینیل کلرید(کلرواتن)	کیسه‌های خون

فراورده حاصل از پلیمری شدن استیرن، پلی استیرن بوده که در تهیه ظروف یکبار مصرف کاربرد دارد. ساختار پلی استیرن را در تصویر زیر مشاهده می‌کنید:



«ت»: سیب‌زمینی و نان حاوی نشاسته هستند. نشاسته و سلولز هر دو از جمله پلیمرهای گلوکز هستند. با این تفاوت که نشاسته ساختار مارپیچ و سلولز ساختار خطی دارد. ساختار نشاسته و سلولز به‌صورت زیر است:

نشاسته

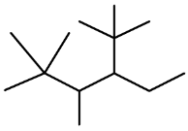
هرچند که نشاسته از اتصال مارپیچی مولکول‌های گلوکز به یکدیگر ساخته شده است، اما این ماده در حالت عادی مزه شیرین ندارد. نشاسته در نان و سیب‌زمینی وجود دارد. با جویدن یک قطعه نان در دهان، نشاسته موجود در دهان در تماس با آنزیم‌های گوارشی قرار گرفته و براساس معادله زیر تجزیه می‌شوند:

$$\text{نشاسته} + \text{آب} \rightarrow \text{گلوکز}(C_6H_{12}O_6)$$

در واقع گوارش نشاسته، که از دهان آغاز می‌شود، شامل واکنش شیمیایی تجزیهٔ این ماده است که به کمک آنزیم‌های گوارشی تسریع می‌شود. گلوکز تولید شده در این فرایند، باعث ایجاد مزهٔ شیرین در دهان می‌شود.

گروه آموزشی ماز

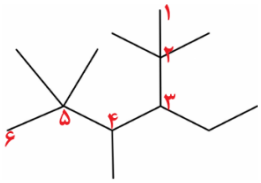
۷۲- نام آلکان داده شده کدام است و اختلاف جرم مولی آن با جرم مولی گلوکز برابر چند گرم بر مول است؟ $(H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1})$



۱) ۴-اتیل، ۲، ۲، ۳، ۵، ۵- پنتا متیل هگزان، ۲
۲) ۳-اتیل، ۲، ۲، ۴، ۵، ۵- پنتا متیل هگزان، ۲
۳) ۴-اتیل، ۲، ۲، ۳، ۵، ۵- پنتا متیل هگزان، ۴
۴) ۳-اتیل، ۲، ۲، ۴، ۵، ۵- پنتا متیل هگزان، ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

حرف اول شاخه فرعی اتیل در الفبای انگلیسی، بر حرف اول شاخه فرعی متیل مقدم است. برای نام‌گذاری این آلکان توجه داشته باشید در صورتی که تراکم شاخه‌های فرعی در دو سمت مولکول کاملاً یکسان باشد، اولویت با حالتی است که زودتر به شاخه اتیل برسیم. به شماره‌گذاری اتم‌های کربن در زنجیره اصلی این ماده توجه کنید:



در نام‌گذاری آلکان‌های شاخه‌دار، ابتدا نام شاخه اتیل و سپس نام شاخه متیل نوشته می‌شود. پس این آلکان ۳-اتیل، ۲، ۲، ۴، ۵، ۵- پنتا متیل هگزان نام دارد. فرمول مولکولی آلکان داده شده به‌صورت $C_{13}H_{28}$ است. جرم مولی این آلکان برابر ۱۸۴ گرم بر مول و جرم مولی گلوکز با فرمول شیمیایی $C_6H_{12}O_6$، برابر ۱۸۰ گرم بر مول است. اختلاف جرم مولی این دو ترکیب، ۴ گرم بر مول است.

آلکان‌ها

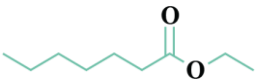
آلکان‌ها دسته‌ای از هیدروکربن‌ها هستند که در آن‌ها هر اتم کربن، با چهار پیوند یگانه به اتم‌های کناری متصل شده است. اتم‌های کربن در ساختار آلکان‌ها می‌توانند پشت سرهم و همانند یک زنجیر به هم متصل شده باشند. هرچند که برخی از آن‌ها به شکل شاخه‌های جانبی به زنجیر متصل می‌شوند. شمار اتم‌های کربن نقش مهمی در رفتار هیدروکربن‌ها دارد. با تغییر تعداد اتم‌های کربن، اندازه و جرم مولکول‌های هیدروکربن تغییر کرده و در پی آن نیروی بین مولکولی و نقطه جوش نیز تغییر می‌کند. با افزایش شمار اتم‌های کربن، اندازه مولکول، قدرت نیروهای بین مولکولی، نقطه جوش و گرانروی افزایش می‌یابد، درحالی‌که فراریت کاهش می‌یابد.

۷۳- کدام مورد درست است؟

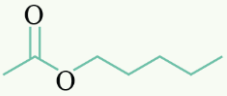
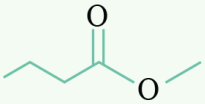
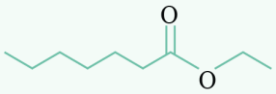
۱) کولار نوعی پلی‌آمید بوده و مقاومت آن با نمونه‌ای از فولاد هم جرم خود برابر است.
۲) الکل سازنده استر موجود در انگور، به هر نسبتی در آب حل می‌شود.
۳) بوی ماهی به‌دلیل حضور موادی با گروه عاملی کربوکسیل در آن است.
۴) ویتامین (کا)، همانند ویتامین (دی)، در ساختار خود حاوی گروه عاملی الکلی است.

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ حفظی ـ ۱۱۰۳)

استر موجود در انگور، اتیل هپتانوات است. این استر از واکنش اتانول و هپتانوئیک اسید حاصل می‌شود. توجه داریم که در طی این واکنش، علاوه بر اتیل هپتانوات، مقداری آب نیز تولید می‌شود. فرمول ساختاری این استر به‌صورت زیر است:

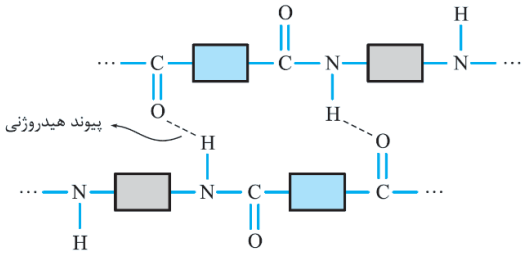


اتانول همانند متانول و پروپانول، از جمله الکل‌هایی است که به هر نسبتی در آب حل می‌شود. جدول زیر، ویژگی‌های برخی از انواع استرهای موجود در گیاهان را نشان می‌دهد:

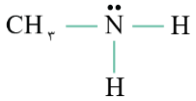
ساختار کربوکسیلیک اسید سازنده	ساختار الکل سازنده	ساختار استر سازنده	نام استر	نام گل یا میوه
$CH_3-C(=O)-OH$ اتانوئیک اسید	$CH_3-(CH_2)_4-OH$ ۱ـ پنتانول	 $(C_7H_{14}O_2)$	پنتیل اتانوات	موز
$CH_3CH_2CH_2-C(=O)-OH$ بوتانوئیک اسید	CH_3-OH متانول	 $(C_5H_{10}O_2)$	متیل بوتانوات	سیب
$CH_3CH_2CH_2CH_2CH_2CH_2-C(=O)-OH$ هپتانوئیک اسید	CH_3CH_2-OH اتانول	 $(C_9H_{18}O_2)$	اتیل هپتانوات	انگور

بررسی سایر گزینه‌ها:

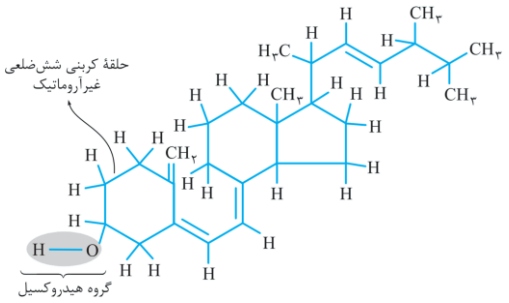
۱ کولار نوعی پلی‌آمید ساختگی بوده که نسبت به فولاد هم جرم خود ۵ برابر مقاوم‌تر است. از کولار در تهیه تایر اتومبیل، قایق بادبانی، لباس‌های مخصوص مسابقات موتورسواری، جلیقه‌های ضدگلوله و ... استفاده می‌شود.ساختار کولار را می‌توان به‌صورت زیر نشان داد:



۳ بوی ماهی به دلیل حضور متیل آمین و سایر ترکیبات آمینی است. ساختار مولکول متیل آمین به‌صورت زیر است:

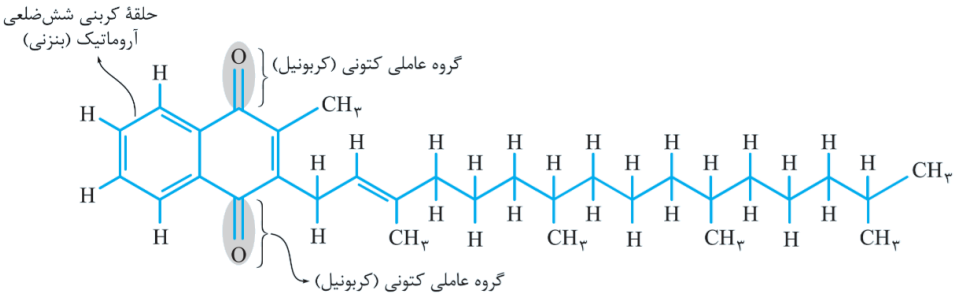


۴ فرمول ساختاری ویتامین (دی) به‌صورت زیر است:



www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵

فرمول ساختاری ویتامین (کا) به‌صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، ویتامین (کا) برخلاف ویتامین (دی)، فاقد گروه عاملی هیدروکسیل(الکلی) است.

گروه آموزشی ماز

۷۴- آنتالپی سوختن گرافیت، گاز هیدروژن و پروپان به ترتیب برابر با ۳۹۳/۵−، ۲۸۵/۸− و ۲۲۱۹/۹− کیلوژول بر مول است. آنتالپی واکنش $3C(s,\text{گرافیت}) + 4H_2(g) \rightarrow C_3H_8(g)$ کدام است؟

۱) ۴۶۷/۳ ۲) ۱۰۳/۸− ۳) ۱۲۴/۸− ۴) ۱۵۷/۸

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۱۰۲)

ابتدا معادله گرماشیمیایی مربوط به سوختن مواد را می‌نویسیم:

$$I)\ C(s,\text{گرافیت}) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) \quad ,\Delta H = -393/5\ kJ$$
$$II)\ H_2(g) + \frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow H_2O(l) \quad ,\Delta H = -285/8\ kJ$$
$$III)\ C_3H_8(g) + 5O_2(g) \rightarrow 3CO_2(g) + 4H_2O(l) \quad ,\Delta H = -2219/9\ kJ$$

برای رسیدن به معادله $3C(s,\text{گرافیت}) + 4H_2(g) \rightarrow C_3H_8(g)$، واکنش اول را در ۳ ضرب می‌کنیم، واکنش دوم را در ۴ ضرب می‌کنیم و واکنش آخر را قرینه می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

$$I)\ 3C(s,\text{گرافیت}) + 3O_2(g) \rightarrow 3CO_2(g) \quad , \quad \Delta H = -393/5 \times 3 = -1180/5\ kJ$$
$$II)\ 4H_2(g) + 2O_2(g) \rightarrow 4H_2O(l) \quad , \quad \Delta H = -285/8 \times 4 = -1143/2\ kJ$$
$$III)\ 3CO_2(g) + 4H_2O(l) \rightarrow C_3H_8(g) + 5O_2(g) \quad , \quad \Delta H = -(-2219/9) = 2219/9\ kJ$$

واکنش نهایی جمع این ۳ واکنش است و آنتالپی آن نیز جمع این ۳ آنتالپی است. بر این اساس، داریم:

$$\Delta H = 2219/9 - 1143/2 - 1180/5 = -103/8\ kJ$$

البته برای محاسبه سریع‌تر می‌توان از رابطه زیر نیز استفاده کرد:

$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی سوختن واکنش‌دهنده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالپی سوختن فراورده‌ها}]$$

بر اساس این رابطه، داریم:

$$\Delta H = [3 \times -393/5 + (4 \times -285/8)] - [-2219/9] = -103/8\ kJ$$

گروه آموزشی ماز

۷۵- آنتالپی کدام‌یک از واکنش‌های زیر را می‌توان با روش تجربی اندازه‌گیری کرد؟

۱) تولید متان از واکنش گرافیت و گاز هیدروژن
۲) تولید هیدروژن پراکسید از واکنش گازهای اکسیژن و هیدروژن
۳) تولید کربن مونوکسید از واکنش گرافیت و اکسیژن
۴) تولید آب از واکنش میان عناصر گازی سازنده آن

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

آنتالپی بسیاری از واکنش‌های شیمیایی را نمی‌توان به روش تجربی اندازه‌گیری کرد؛ زیرا برخی از آن‌ها مرحله‌ای از یک واکنش پیچیده هستند و برخی دیگر به آسانی انجام نمی‌شوند. آشکار است که تأمین شرایط بهینه برای انجام آن‌ها بسیار دشوار است. آنتالپی واکنش $2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(g)$ را می‌توان به‌طور مستقیم از روش‌های تجربی به‌دست آورد.

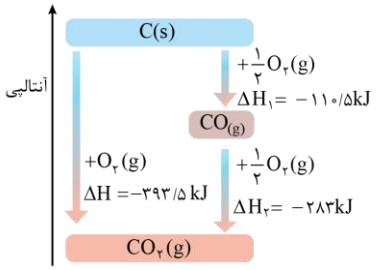
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ متان ساده‌ترین هیدروکربن و نخستین عضو خانواده آلکان‌ها است و بخش عمده گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد. این گاز از تجزیه گیاهان به وسیله باکتری‌های بی‌هوازی در زیر آب تولید می‌شود. آزمایش‌ها و یافته‌های تجربی نشان می‌دهند که تأمین شرایط بهینه برای واکنش میان گرافیت و گاز هیدروژن بسیار دشوار و پرهزینه است و برای محاسبه آنتالپی این واکنش از روش تجربی استفاده نمی‌شود.

۲ هیدروژن پراکسید(H_2O_2) ماده‌ای است که با نام تجاری آب اکسیژنه به فروش می‌رسد. تهیه این ماده از واکنش مستقیم گاز هیدروژن با اکسیژن ممکن نیست زیرا در شرایط طبیعی، از واکنش گاز هیدروژن با اکسیژن، فراورده پایدارتر یعنی آب تولید می‌شود.

www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵

۳ واکنش سوختن کامل گرافیت را می‌توان مجموعه‌ای از دو واکنش پی‌درپی $C(s) + \frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow CO(g)$ و $CO(g) + \frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow CO_2(g)$ دانست. شواهد نشان می‌دهد که آنتالپی واکنش تولید کربن مونوکسید را نمی‌توان به روش تجربی اندازه‌گیری کرد، چرا که حتی در صورت تولید کربن مونوکسید، این ماده به‌سرعت با اکسیژن واکنش داده و به فراورده پایدارتر یعنی کربن دی‌اکسید تبدیل می‌شود. در این رابطه، داریم:



آلوتروپ‌های کربن

به شکل‌های متفاوت مولکولی یا بلوری یک عنصر در حالت فیزیکی یکسان آلوتروپ یا دگرشکل گفته می‌شود. الماس و گرافیت، دو آلوتروپ متفاوت از کربن هستند. این دو ماده به‌طور خالص از اتصال اتم‌های کربن به یکدیگر تشکیل شده‌اند. سطح انرژی الماس بیشتر از گرافیت می‌باشد و به همین علت می‌توان گفت که گرافیت پایدارتر از الماس است. همچنین بر این اساس می‌توان گفت که در واکنش تبدیل گرافیت به الماس، سطح انرژی فراورده بیشتر از سطح انرژی واکنش‌دهنده بوده و واکنش مورد نظر یک واکنش گرماگیر است که در آن گرما مصرف می‌شود.

الماس < گرافیت : پایداری

گروه آموزشی ماز

۷۶- کدام مورد، نادرست است؟

۱) در یک واکنش شیمیایی با تغییر در شیوه اتصال اتم‌ها به یکدیگر، ساختار، خواص و محتوای انرژی مواد تغییر می‌کند.
۲) برای اندازه‌گیری آنتالپی تولید آمونیاک از عناصر سازنده آن به روش تجربی، نمی‌توان از گرماسنج لیوانی استفاده کرد.
۳) برای محاسبه ΔH تولید هیدرازین از عناصر سازنده آن، استفاده از آنتالپی پیوند نسبت به قانون هس دقیق‌تر است.
۴) در یک واکنش شیمیایی، با تغییر انرژی شیمیایی مواد موجود در واکنش، انرژی به‌صورت گرما ظاهر می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

به کار بردن میانگین آنتالپی پیوندها برای تعیین آنتالپی واکنش‌های گازی با مولکول‌های پیچیده‌تر اغلب در مقایسه با داده‌های تجربی، تفاوتی آشکار نشان می‌دهد. برای تعیین آنتالپی واکنش‌هایی که تعیین آنتالپی آن‌ها به روش تجربی ممکن نیست، از روش‌های دقیق دیگری مانند قانون هس استفاده می‌شود. دقت کنید برای تعیین آنتالپی واکنش تولید هیدرازین از گازهای نیتروژن و هیدروژن، روش قانون هس نسبت به آنتالپی پیوند، دقیق‌تر است.

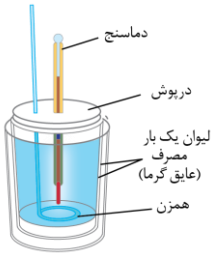
تعیین آنتالپی واکنش

شیمی‌دان‌ها به‌کار بردن آنتالپی پیوند و میانگین آن را روشی برای تعیین آنتالپی یک واکنش می‌دانند. آنتالپی‌های پیوند کمک می‌کند تا از یک روش محاسباتی برای تعیین آنتالپی برخی واکنش‌ها بهره برد؛ راهی که در آن تصور می‌شود شماری از پیوندهای اشتراکی در مولکول‌های مواد واکنش‌دهنده، شکسته شده سپس شماری پیوند جدید تشکیل می‌شود تا مولکول‌های فراورده پدید آیند. شیمی‌دان‌ها به کار بردن آنتالپی‌های پیوند را برای تعیین آنتالپی واکنش‌هایی مناسب می‌دانند که همه مواد شرکت‌کننده در آن‌ها به حالت گاز هستند. در چنین واکنش‌هایی هر چه مولکول‌های مواد شرکت‌کننده ساده‌تر باشند، آنتالپی واکنش محاسبه شده با داده‌های تجربی همخوانی بیشتری دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ و ۴ پژوهش‌ها نشان می‌دهد در واکنش‌های شیمیایی مقدار گرمای آزادشده ناشی از تفاوت انرژی گرمایی در مواد واکنش‌دهنده و فراورده نیست، زیرا در دمای ثابت، تفاوت چشمگیری میان انرژی گرمایی آن‌ها وجود ندارد. شیمی‌دان‌ها گرمای جذب یا آزاد شده در هر واکنش شیمیایی را به‌طور عمده وابسته به تفاوت انرژی پتانسیل میان مواد واکنش‌دهنده و فراورده می‌دانند. با این توصیف، انرژی پتانسیل یک نمونه ماده، انرژی نهفته شده در آن است، انرژی که ناشی از نیروهای نگه‌دارنده ذره‌های سازنده آن است. با انجام یک واکنش شیمیایی و تغییر در شیوه اتصال اتم‌ها به یکدیگر، تفاوت آشکاری در انرژی پتانسیل وابسته به آن‌ها ایجاد می‌شود؛ تفاوت انرژی‌ای که در واکنش‌ها به شکل گرما ظاهر می‌شود. نام دیگر انرژی پتانسیل، انرژی شیمیایی است.

۲ گرماسنج لیوانی دستگاهی است که به کمک آن می‌توان گرمای واکنش را در فشار ثابت به روش تجربی تعیین کرد. این گرماسنج برای تعیین آنتالپی واکنش‌های انحلال و واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند مناسب است. توجه داریم که واکنش تولید آمونیاک از عنصرهای سازنده آن در حالت گازی انجام می‌شود. ساختار گرماسنج لیوانی به‌صورت زیر است:



www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵

برای تعیین گرمای یک واکنش به کمک این گرماسنج، مقدار مشخصی از محلول‌ها یا مواد واکنش‌دهنده را در مجاورت با یکدیگر قرار داده و پس از تکمیل شدن واکنش، دمای نهایی محلول موجود در گرماسنج را اندازه‌گیری می‌کنیم. در مرحله بعد، با توجه به تغییر دمای محتویات موجود در گرماسنج($\Delta\theta$) و با استفاده از رابطه $Q = mc\Delta\theta$، مقدار گرمای مبادله شده در واکنش مورد نظر را در فشار ثابت به‌دست می‌آوریم. توجه داریم که با استفاده از گرماسنج لیوانی، می‌توان گرمای مبادله شده طی انحلال نمک‌ها در آب را اندازه‌گیری کرد.

تعیین ΔH واکنش

نخستین بار هنری هس دریافت که گرمای یک واکنش معین به راهی که برای انجام آن در پیش گرفته می‌شود، وابسته نیست. به دیگر سخن با استفاده از ΔH دو یا چند واکنش دیگر، می‌توان ΔH یک واکنش معین را به‌دست آورد، به شرطی که شرایط انجام همه واکنش‌ها یکسان باشد. امروزه از این نتیجه با نام قانون هس یاد می‌شود، قانونی که به جمع‌پذیری گرمای واکنش‌ها معروف است. بیان علمی قانون هس براساس مفهوم ΔH، به این صورت است: اگر معادله واکنشی را بتوان از جمع معادله دو یا چند واکنش دیگر به دست آورد، ΔH آن نیز از جمع جبری ΔH همان واکنش‌ها به دست می‌آید.

گروه آموزشی ماز

۷۷- مقداری گاز کربن دی‌اکسید وارد ظرفی به حجم ۵۰۰ میلی‌لیتر کرده تا طبق واکنش $2CO_2(g) \rightarrow 2CO(g) + O_2(g)$ تجزیه شود. اگر در ۳۰ ثانیه نخست واکنش، سرعت واکنش $2\ mol.L^{-1}.min^{-1}$ باشد و ۲ مول گاز نیز در ظرف موجود باشد، چه کسری از گاز کربن دی‌اکسید اولیه تا این لحظه از واکنش تجزیه شده است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{3}{4}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مسئله ـ ۱۱۰۲)

معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$2CO_2(g) \rightarrow 2CO(g) + O_2(g)$$

با توجه به اینکه ضریب کربن دی‌اکسید در معادله واکنش برابر ۲ است، سرعت تغییرات آن، دو برابر سرعت واکنش و برابر $4\ mol.L^{-1}.min^{-1}$ است. با توجه به رابطه سرعت، تعریف غلظت و صرف نظر از علامت منفی در رابطه سرعت، داریم:

$$R_{CO_2} = \frac{\frac{\Delta n_{CO_2}}{V}}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{\frac{\Delta n_{CO_2}}{0/5\ L}}{\frac{30}{60}\ min} \Rightarrow \Delta n_{CO_2} = 1\ mol$$

فرض کنید در ابتدا a مول گاز کربن دی‌اکسید در ظرف بوده است که یک مول از آن مصرف شده و به ترتیب یک مول کربن مونوکسید و نیم مول گاز اکسیژن تولید شده است. در مجموع $(a-1) + 1 + 0/5 = 2$ مول گاز موجود است. به جدول زیر توجه کنید:

ماده	CO_2	CO	O_2
مقدار اولیه	a	۰	۰
تغییرات	-1	$+1$	$+0/5$
مقدار نهایی	$a-1$	۱	۰/۵

از این رابطه مقدار اولیه گاز کربن دی‌اکسید برابر ۱/۵ مول به دست می‌آید که ۱ مول از آن یعنی $\frac{2}{3} = \frac{1}{1/5}$ آن در واکنش مصرف شده است.

عوامل مؤثر بر سرعت واکنش

شرایط انجام واکنش‌های شیمیایی، چگونگی انجام واکنش‌های شیمیایی و عوامل مؤثر بر آهنگ انجام شدن واکنش‌های شیمیایی، در علم سینتیک شیمیایی بررسی می‌شوند در حالی که اندازه‌گیری گرمای آزاد شده در واکنش‌های شیمیایی در علم ترمودینامیک شیمیایی بررسی می‌شود. سرعت واکنش تحت تأثیر عوامل متعددی تغییر می‌کند. به مثال‌های زیر توجه کنید:

۱. نوع ماده واکنش‌دهنده: فلزهایی با واکنش‌پذیری بالاتر، در برابر آب واکنش شدیدتری می‌دهند. به‌عنوان مثال پتاسیم نسبت به سدیم با شدت بالاتری با آب واکنش می‌دهد.

۲. افزایش سطح تماس: شعله آتش، گرد آهن موجود در کپسول چینی را داغ و سرخ می‌کند درحالی‌که پاشیدن گرد آهن روی شعله سبب سوختن آهن می‌شود. همچنین قرص جوشان در حالت پودری واکنش شدیدتری با آب می‌دهد.

۳. غلظت ماده واکنش‌دهنده: الیاف آهن داغ و سرخ شده در هوا نمی‌سوزد درحالی‌که همان الیاف در یک ارلن پر از اکسیژن خالص می‌سوزد. همچنین بیمارانی که مشکل تنفسی دارند در شرایط اضطراری نیاز به تنفس از کپسول اکسیژن دارند.

۴. کاتالیزگر: با افزودن چند قطره پتاسیم یدید به ظرف واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید، سرعت واکنش به میزان چشمگیری افزایش می‌یابد. همچنین برخی افراد که فاقد آنزیم(کاتالیزگر طبیعی) برای هضم کامل کلم و حبوبات هستند، با خوردن این مواد غذایی دچار نفخ می‌شوند. دقت کنید کاتالیزگرها سرعت واکنش را افزایش می‌دهند اما تغییری در مقدار نهایی فراورده‌ها ایجاد نمی‌کنند.

گروه آموزشی ماز

۷۸- برای کدام پیوند لزومی به استفاده از اصطلاح میانگین آنتالپی پیوند نیست؟

۱) $O-H$ ۲) $C=C$ ۳) $N-N$ ۴) $O=O$

www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۱۰۲)

در پیوند دوگانه اکسیژن-اکسیژن، هیچ‌کدام از اتم‌های اکسیژن نمی‌توانند با اتم اکسیژن دیگری این پیوند را تشکیل بدهند، پس نیازی به استفاده از اصطلاح میانگین آنتالپی پیوند برای این پیوند اشتراکی نیست.

آنتالپی پیوند

در برخی از انواع مولکول‌ها مثل CH_4، H_2O و NH_3، یک اتم مرکزی به چند اتم کناری یکسان با پیوندهای اشتراکی متصل شده است. بر اساس یافته‌های تجربی، آنتالپی همه پیوندهای اشتراکی موجود در این مولکول‌ها یکسان نیست و به همین خاطر، برای بیان انرژی پیوندهای اشتراکی موجود در آن‌ها به کاربردن عبارت «میانگین آنتالپی پیوند» مناسب‌تر از عبارت «آنتالپی پیوند» است. به‌عنوان مثال، در مولکول‌های متان جدا کردن اتم‌های هیدروژن در چهار مرحله متوالی انجام می‌شود. در این شرایط، برای جدا کردن هر اتم هیدروژن از مولکول مورد نظر انرژی متفاوتی مصرف می‌شود؛ پس برای بیان آنتالپی پیوندهای $C-H$ موجود در این مولکول از عبارت «میانگین آنتالپی پیوند» استفاده می‌شود. معادله واکنش شیمیایی تبدیل مولکول‌های متان به اتم‌های گازی مجزای سازنده آن به‌صورت زیر است:

$$CH_4(g) \rightarrow C(g) + 4H(g)\ .\ \Delta H_{\text{واکنش}} = +1660\ kJ\cdot mol^{-1} \quad \Rightarrow \quad \Delta H(C-H) = \frac{\Delta H_{\text{واکنش}}}{4} = +415\ kJ\cdot mol^{-1}$$

به‌طور کلی، برای پیوندهایی که فقط در مولکول‌های دو اتمی دیده می‌شوند(مثل پیوندهای $H-Cl$، $I-I$، $O=O$ و $N\equiv N$) باید عبارت «آنتالپی پیوند» را به‌کار ببریم. در نقطه‌ی مقابل، برای پیوندهایی که ۲ یا تعداد بیشتری از آن‌ها می‌تواند در یک مولکول وجود داشته باشد، به کاربردن «میانگین آنتالپی پیوند» مناسب‌تر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در مولکول آب، اتم اکسیژن با ۲ اتم هیدروژن پیوند یگانه اکسیژن-هیدروژن را برقرار کرده است، پس برای بیان آنتالپی این پیوند باید از واژه میانگین استفاده کنیم.

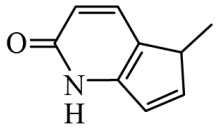
۲ هرکدام از اتم‌های کربن دخیل در پیوند $C=C$ می‌توانند با کربن دیگری پیوند دوگانه کربن-کربن را تشکیل دهند، چراکه اتم کربن ۴ الکترون ظرفیتی دارد و در اغلب موارد از همه آن‌ها برای تشکیل پیوند اشتراکی استفاده می‌کند.

۳ هرکدام از اتم‌های نیتروژن دخیل در پیوند $N-N$ می‌توانند با نیتروژن دیگری پیوند یگانه نیتروژن-نیتروژن را تشکیل دهند؛ چراکه اتم نیتروژن ۵ الکترون ظرفیتی دارد و در اغلب موارد از ۳ الکترون ظرفیتی خود برای تشکیل پیوند استفاده می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۷۹- چند مورد از موارد زیر درباره مولکولی با ساختار داده‌شده، درست است؟

$(C=12, H=1 : g.mol^{-1})$



الف: شمار اتم‌های هیدروژن آن با شمار اتم‌های هیدروژن مولکول نفتالن برابر است.

ب: گروه عاملی موجود در این ماده، با گروه عاملی مولکول اتیل آمین مشابه است.

پ: شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش مثبت، دو برابر شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش صفر است.

ت: شمار حلقه‌های کربنی این ماده آلی و مولکول ویتامین دی(D) با هم برابر است.

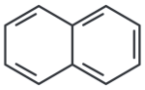
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

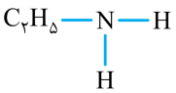
در رابطه با ترکیب داده شده، فقط عبارت (پ) درست است.

بررسی موارد:

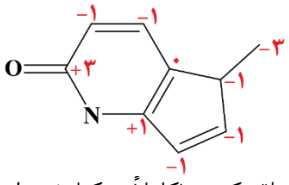
«الف»: فرمول شیمیایی این ترکیب به‌صورت C_9H_9NO است. پس شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول شیمیایی نفتالن($C_{10}H_8$)، با شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول شیمیایی این ماده برابر نیست. ساختار مولکولی نفتالن به‌صورت زیر است:



«ب»: این مولکول و اتیل آمین، به‌ترتیب در ساختار خود دارای گروه عاملی آمیدی و آمینی هستند. ساختار مولکولی اتیل‌آمین به‌صورت زیر است:



«پ»: در ساختار این ماده آلی، ۲ اتم کربن با عدد اکسایش مثبت و یک اتم کربن با عدد اکسایش صفر وجود دارد. به عدد اکسایش اتم‌های کربن در ساختار این ترکیب آلی دقت کنید:

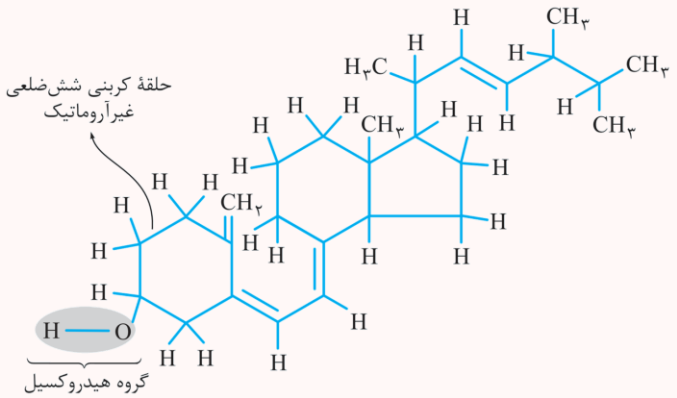


«ت»: در ساختار این ماده آلی و ویتامین دی، به‌ترتیب ۱ و ۳ حلقه کربنی(کاملاً تشکیل‌شده از اتم‌های کربن) وجود دارد. توجه داریم که در ساختار حلقه دوم این ماده، اتم نیتروژن نیز در کنار اتم‌های کربن وجود دارد.

www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵

ویتامین دی

ویتامین دی در ساختار خود فقط یک گروه عاملی هیدروکسیل($-OH$) دارد. در ساختار این ماده، بخش ناقطبی(بخش هیدروکربنی) بر بخش قطبی(گروه عاملی هیدروکسیل) غلبه دارد. این ویتامین، نوعی ویتامین محلول در چربی است و چون برخلاف ویتامین‌های محلول در آب، این ماده به راحتی از طریق ادرار دفع نمی‌شود، مصرف مقادیر زیاد آن برای بدن مشکل ایجاد می‌کند. فرمول شیمیایی این ویتامین به‌صورت $C_{۲۸}H_{۴۴}O$ است و با داشتن گروه عاملی هیدروکسیل، نوعی الکل به شمار می‌رود. ساختار این ویتامین به‌صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۸۰- کدام مورد زیر، به‌یقین درست است؟

۱) آرایش الکترون ـ نقطه‌ای عناصر موجود در یک گروه، مشابه هم است.

۲) در سه دوره اول، عناصری با آرایش الکترونی هشت‌تایی واکنش‌پذیری ناچیزی دارند.

۳) در دوره‌های اول تا چهارم، هر عنصر نسبت به عنصر قبل خود خاصیت نافلزی بیشتری دارد.

۴) در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای عناصری که کمتر از ۵ الکترون ظرفیتی دارند، الکترون جفت‌شده مشاهده نمی‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۱۰۱)

در لایه ظرفیت عناصر گروه ۱۸(که شامل گازهای نجیب است) و همچنین گروه ۸ جدول تناوبی(که شامل فلزهای واسطه است)، ۸ الکترون ظرفیتی وجود دارد. گازهای نجیب در دوره‌های اول تا هفتم جدول حضور داشته و واکنش‌پذیری بسیار ناچیزی دارند. عناصر واسطه نیز در دوره‌های چهارم تا هفتم جدول قرار گرفته و نسبت به گازهای نجیب واکنش‌پذیری بسیار بیشتری دارند. توجه داریم که همه عناصر واسطه، در دسته فلزها قرار می‌گیرند. با توجه به توضیحات داده شده، می‌توان گفت در دوره‌های اول تا سوم جدول تناوبی، هر عنصری که در لایه ظرفیت خود ۸ الکترون دارد، واکنش‌پذیری ناچیزی دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در اغلب گروه‌های جدول تناوبی، آرایش الکترونی لایه ظرفیت عناصر مشابه است. تنها استثنا مهم هلیم است. این عنصر برخلاف سایر عناصر موجود در گروه هجدهم(گازهای نجیب) که در بیرونی‌ترین لایه خود هشت الکترون دارند، در لایه ظرفیت خود تنها دارای دو الکترون است. برای مثال آرایش الکترونی هلیم و گاز نجیب دوره دوم یعنی نئون به‌صورت زیر است:

$_{۲}He: ۱s^{۲}$, $_{۱۰}Ne: ۱s^{۲}۲s^{۲}۲p^{۶}$

۳ در هر دوره با افزایش عدد اتمی و ثابت بودن تعداد لایه‌های الکترونی، شعاع کاهش پیدا می‌کند. همچنین با کاهش شعاع اتمی، خاصیت فلزی و نافلزی به ترتیب کاهش و افزایش پیدا می‌کنند. این روند تا گروه هفدهم یعنی هالوژن‌ها ادامه دارد و نافلزترین عنصر هر دوره مربوط به گروه هالوژن‌ها است. آخرین عنصر هر دوره گاز نجیب بوده و واکنش‌پذیری بسیار ناچیزی دارد.

۴ در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای اغلب عناصری که در لایه ظرفیت خود کمتر از ۵ الکترون ظرفیتی دارند، الکترون جفت شده‌ای مشاهده نمی‌شود. تنها استثنا مهم این قاعده، عنصر هلیم است. این عنصر در لایه ظرفیت خود دارای ۲ الکترون بوده که در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای آن، به‌صورت جفت شده حضور دارد. آرایش الکترون ـ نقطه‌ای این عنصر به‌صورت زیر است:

$He:$

جدول زیر، آرایش الکترون-نقطه‌ای برخی از عناصر را نشان می‌دهد:

شمارهٔ گروه عنصر	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
آرایش لایهٔ ظرفیت	$ns^{۱}$	$ns^{۲}$	$ns^{۲}np^{۱}$	$ns^{۲}np^{۲}$	$ns^{۲}np^{۳}$	$ns^{۲}np^{۴}$	$ns^{۲}np^{۵}$	$ns^{۲}np^{۶}$
تعداد الکترون ظرفیت	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
نماد الکترون - نقطه	$Li\cdot$	$Be\cdot$	$\dot{B}\cdot$	$\cdot\dot{C}\cdot$	$\cdot\ddot{N}\cdot$	$:\ddot{O}\cdot$	$:\ddot{F}\cdot$	$:\ddot{Ne}:$

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir

چرا شروع کنکور از تابستان = پیروزی در مسابقه است؟

یک مقایسه ساده اما قدرتمند

تصور کنید دو دونده هستید :

دونده اول: از تابستان تمرینش رو شروع می‌کند، عضلاتش قوی می‌شود، استراتژی می‌چیند .

دونده دوم: از پاییز شروع می‌کند، همیشه نفس‌نفس می‌زند و عقب می‌ماند. کنکور دقیقاً همین است .

۳ دلیل طلایی برای شروع از تابستان

۱ **فرصت ترمیم نقاط ضعف:** تابستان = زمان طلایی برای رفع اشکالات پایه (به ویژه دروس مهم مثل ریاضی و زیست)
مثال: دانش‌آموزی که در تابستان مبحث تولیدمثل را کامل می‌خواند، در طول سال فشار کمتری احساس می‌کند .

۲ **شرکت در آزمون‌های آزمایشی با آرامش:** شروع زودهنگام = افزایش تعداد آزمون‌های آزمایشی
که باعث : شناسایی خطاها + بهبود تراز می‌شود. آمار: ٪۸۰ رتبه‌های زیر ۱۰۰۰، از تابستان آزمون‌های منظم داده‌اند.

۳ **کلاس‌های آنلاین بدون استرس:** در تابستان فرصت دارید: مفاهیم را عمیق یاد بگیرید
با اساتید تعامل بیشتری داشته باشید و از پشتیبانی حرفه‌ای استفاده کنید .

چرا اشتراک الماس بهترین انتخاب برای تابستان است؟

- کلاس‌های آنلاین با اساتید رتبه‌ساز (آموزش اصولی از پایه)
- آزمون‌های استاندارد (شبیه‌ساز کنکورهای سال قبل)
- ارائه خدمات کامل و کلاس‌های متنوع

نظر رتبه یک کنکور ۱۴۰۳ درمورد **اشتراک الماس**

صبا معصوم نیا

الماس واقعا فوق العاده و کامل بود و هربار که محصول جدیدی قرار داده میشد میگفتم اخه چرا تا همین الانم بیشتر از هزینه‌ای که کردیم خدمات گرفتیم

اشتراک الماس همون یار و دوستی هست که تا آخر همراهته فرصت طلایی تابستان را از دست ندهید

همین امروز اقدام کنید

مشاوره رایگان:۰۲۱۱۴۰۲

الماس موفقیت شما اینجا تراشیده می‌شود