



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۱۴
۱۷ خرداد ۱۴۰۵



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان		
۲	هندسه	مهریار راشدی	امیرحسین ابومحبوب - احمد رضا فلاح حسن محمدبیگی	سینا پرهیزکار - مهرداد شریف
۳	گسسته	رسول حاجی زاده	رسول حاجی زاده - مسعود درویشی	سینا پرهیزکار - داریوش امیری
۴	فیزیک	علی نعیمی	مهدی داداشی - علی نعیمی	محمد رضا خادمی - رضا یارمحمدی
۵	شیمی	مسعود جعفری	محبوبه بیک محمدی	پرهام امیری - حسن تاشلی پور

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



حسابان

۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$\forall a_n = (1 + a_r)n - a_r$$

$$\begin{cases} n=1 \Rightarrow 2a_1 = 1 + a_r - a_r \Rightarrow a_1 = \frac{1}{2} \\ n=2 \Rightarrow 2a_2 = 2 + 2a_r - a_r \Rightarrow a_2 = 2 \end{cases}$$

الگوی خطی همان دنباله حسابی است.

$$\text{قدر نسبت } d = a_r - a_1 = \frac{3}{2}$$

$$\frac{a_r + a_{11}}{2} = a_9 = a_1 + 8d = \frac{1}{2} + 12 = 12\frac{1}{2}$$

(ریاضی دهم، صفحه ۱۶)

۲. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا دقت کنید که:

$$a^r - \frac{1}{a^r} = 1 \Rightarrow a^r - 1 = a^r \Rightarrow a^r = a^r + 1$$

حال حکم را ساده می کنیم:

$$A = \frac{1}{a^r + a + 1} + \frac{1}{a^r - a + 1} = \frac{2a^r + 2}{(a^r + 1)^2 - a^2}$$

$$= \frac{2(a^r + 1)}{a^4 + a^2 + 1} = \frac{2a^4}{a^4 + a^4} = 1$$

(ریاضی دهم، صفحه های ۶۲ و ۶۳)

۳. گزینه ۴ صحیح است.

از روابط $P = \frac{c}{a}$ و $S = -\frac{b}{a}$ استفاده می کنیم:

$$S = a + b + 1 = -\frac{4}{b} \quad (1)$$

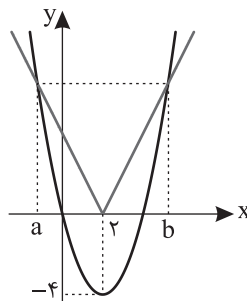
$$P = a(b + 1) = \frac{2a}{b} \Rightarrow b + 1 = \frac{2}{b} \Rightarrow b^2 + b - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 1 \xrightarrow{(1)} a = -6 \\ b = -2 \xrightarrow{(1)} a = 3 \end{cases} \Rightarrow ab = -6$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۸)

۴. گزینه ۱ صحیح است.

نمودار توابع $y = x^2 - 4x$ و $y = |2x - 4|$ را رسم می کنیم. در بازه $[a, b]$ نامساوی برقرار است.



اگر $m \leq 4$ باشد، همچنان جواب نامساوی به صورت $[\alpha, \beta]$ خواهد بود. در حالت $m = 4$ داریم:

$$(x - 2)^2 \leq 2|x - 2| \Rightarrow |x - 2| \leq 2 \Rightarrow 0 \leq x \leq 4$$

پس:

$$\frac{\alpha + \beta}{m} = \frac{0 + 4}{4} = 1$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۴)

۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$f(x) = -\frac{1}{4}x + 3 \Rightarrow f^{-1}(x) = -2x + 6$$

$$(g - f^{-1})(x) = \frac{3}{4}x + 3$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{3}{4}x + 3 + (-2x + 6) = -\frac{1}{4}x + 9$$

$$\Rightarrow g^{-1}(x) = -2x + 18$$

$$f \circ g^{-1}(2) = f(14) = -4$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۶۱)

۶. گزینه ۴ صحیح است.

اگر f و f^{-1} در نقطه $A(\alpha, \beta)$ متقاطع باشند، حتماً در نقطه $A'(\beta, \alpha)$ نیز متقاطع اند.

$$\begin{cases} f(2) = 0 \\ f(0) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2m+6}{\sqrt{n+4}} = 0 \Rightarrow m = -3 \\ \frac{6}{\sqrt{n}} = 2 \Rightarrow n = 9 \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{-3x+6}{\sqrt{9+x^2}}$$

$$f(x) = -1/2 = -\frac{6}{5} = \frac{-3x+6}{\sqrt{9+x^2}}$$

$$x \geq 2 \Rightarrow 4(9+x^2) = 25(x-2)^2 \Rightarrow 21x^2 - 100x + 64 = 0$$

$$\Rightarrow (x-4)(21x-16) = 0 \xrightarrow{x \geq 2} x = 4$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۵۸)

۷. گزینه ۲ صحیح است.

مبنای همه لگاریتم ها را ۲ انتخاب می کنیم:

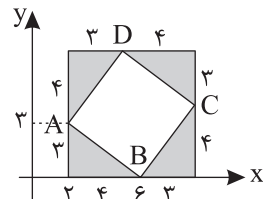
$$\begin{cases} \log_2 4 = \frac{2}{1} \Rightarrow \log_2 2 = \frac{1}{2} \\ \log_2 25 = \frac{23}{5} \Rightarrow \log_2 5 = \frac{23}{10} \end{cases}$$

$$\log 14 = \frac{\log_2 14}{\log_2 10} = \frac{1 + \log_2 7}{1 + \log_2 5} = \frac{1 + \frac{14}{5}}{1 + \frac{23}{10}} = \frac{38}{33}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۸۶)

۸. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به شکل زیر، چهار مثلث رنگی با هم هم نهشت اند. پس:



$$\begin{cases} x_D = 2 + 3 = 5 \\ y_D = 3 + 4 = 7 \end{cases} \Rightarrow x_D y_D = 35$$

(حسابان یازدهم، صفحه های ۳۰ و ۳۱)

۹. گزینه ۲ صحیح است.

محاسبه دامنه $f(2x-1)$:

$$2x-1 \in D_f \Rightarrow -1 \leq 2x-1 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$$

پس برد $f(x) - 1$ نیز برابر $[0, 1]$ است.

$$0 \leq 2f(x) - 1 \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq f(x) \leq 1$$



$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-a)x}{2x} = 2+a$$

$$\Rightarrow \frac{2-a}{2} = 2+a \Rightarrow 4-a = 4+2a \Rightarrow a = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۶)

۱۵. گزینه ۲ صحیح است.

ریشه‌های دو معادله $x^2 + ax - a - 1 = 0$ و $x^2 + bx - 2b - 8 = 0$ یکسان است، پس:

$$\begin{cases} 2x^2 + bx - 2b - 8 = 0 \\ 2x^2 + 2ax - 2a - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2a \\ -2b - 8 = -2a - 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b - 2a = 0 \\ -b + a = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{-6x - 3}{x^2 - 3x + 2} = \frac{-6x - 3}{(x-1)(x-2)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{-9}{0^+} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{-9}{0^+} = -\infty$$

پس گزینه ۲ صحیح است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۴)

۱۶. گزینه ۴ صحیح است.

در $x=2$ و در یک همسایگی چپ $x=2$ رابطه $[-x] = -2$ برقرار است. پس در این همسایگی:

$$f(x) = \frac{-6x}{x^2 - 1} \Rightarrow f'(x) = \frac{6(x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^2}$$

$$g'(x) = \frac{1}{3} (4-x)^{-\frac{4}{3}} = \frac{4}{\sqrt[3]{(4-x)^4}}$$

$$(g \circ f)'(2) = f'(2) \times g'(f(2)) = f'(2) \times g'(-4) = \frac{1}{3} \times \frac{4}{16} = \frac{1}{12}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۹۶)

۱۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$f'(x) = 1 - \frac{2}{2\sqrt{x-2}}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{x-2} = 1 \Rightarrow x = 3$$

$$\min = -2 = f(3) = 3 - 2 + k \Rightarrow k = -3$$

دقت کنید که دامنه تابع $[2, \infty)$ است و $f(2) = k + 2$ است که از $f(3) = k + 1$ بزرگ‌تر است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۱۷)

۱۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$f'(x) = 3x^2 + 6mx + 1$$

$$f''(x) = 6x + 6m$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow x = -m$$

چون نقطه عطف روی نیمساز ناحیه سوم است، پس $y = -m$ است.

$$f(-m) = -m \Rightarrow -m^3 + 3m^3 - m - 16 = -m \Rightarrow m^3 = 8 \Rightarrow m = 2$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 + 12x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{-12}{3} = -4$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۳۱)

چون f اکیداً صعودی و دامنه آن، $[1, -1]$ و برد آن، $[\frac{1}{4}, 1]$ است. پس:

$$\begin{cases} f(-1) = \frac{1}{4} \\ f(1) = 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4} \Rightarrow f(\frac{1}{2}) = \frac{5}{8}$$

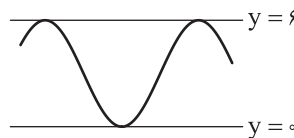
(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۷ و ۹)

۱۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{aligned} A &= \tan \Delta \alpha - \tan \alpha = \tan \frac{\Delta \pi}{\Delta} - \tan \frac{\pi}{\Delta} \\ &= \tan \left(\frac{\pi}{\Delta} + \frac{\pi}{\Delta} \right) - \tan \frac{\pi}{\Delta} = -\cot \frac{\pi}{\Delta} - \tan \frac{\pi}{\Delta} \\ &= \frac{-2}{\sin(\frac{2\pi}{\Delta})} = \frac{-2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = -2\sqrt{2} \end{aligned}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۲)

۱۱. گزینه ۳ صحیح است.



$$\begin{cases} \max = a + |b| = 6 \\ \min = a - |b| = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ |b| = 3 \end{cases}$$

$$y = f(ax) = f(3x) = 3 \pm 3 \cos 3\pi x$$

$$T = \frac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۷)

۱۲. گزینه ۴ صحیح است.

$$\cos 2x = \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{3} - x - \frac{\pi}{6} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{3} - x \right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} - x + 2k\pi \\ 2x = x - \frac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{9}, \frac{7\pi}{9}, \frac{13\pi}{9}, \frac{19\pi}{9}, \frac{25\pi}{9}, \dots$$

$$\text{مجموع جوابها} = \frac{36\pi}{9} = 4\pi$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۸)

۱۳. گزینه ۱ صحیح است.

چون مخرج در $x=2$ برابر صفر می‌شود، زمانی حد وجود دارد که $\frac{0}{0}$ باشد پس $a=2$ است.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^2 - 2x} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \frac{1}{2\sqrt{x+2}}}{2x - 2} = \frac{1 - \frac{1}{4}}{2} = \frac{3}{4} = \frac{3}{b}$$

پس $a=2$ و $b=4$ است. $ab=8$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۴۴)

۱۴. گزینه ۴ صحیح است.

$$f(x) = 2x + a \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x - x^2}{2x + a} + \frac{1}{2}x - \frac{a}{2} \right) = 2 + a$$

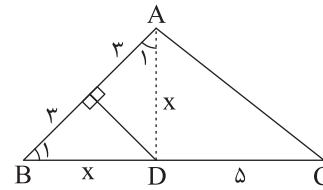
$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - x^2 + x^2 - ax + \frac{a}{2}x - \frac{a^2}{2}}{2x + a} = 2 + a$$



هندسه

۱۹. گزینه ۳ صحیح است.

عمودمنصف ضلع AB ضلع BC را در نقطه D قطع کرده و DC = ۵ است.



می دانیم فاصله هر نقطه روی عمودمنصف پاره خط از دو سر پاره خط برابر

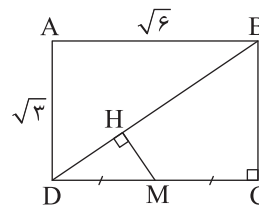
است، پس $DA = DB = x$. در نتیجه مثلث ABD متساوی الساقین

است. دو مثلث متساوی الساقین ABD و ABC دارای زاویه های مساوی هستند. پس متشابه اند. داریم:

$$\begin{aligned} \triangle ABD \sim \triangle ABC &\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{6}{5+x} = \frac{x}{6} \\ \Rightarrow x^2 + 5x - 36 &= 0 \Rightarrow (x+9)(x-4) = 0 \Rightarrow x = 4 \\ \Rightarrow AD = x &= 4 \end{aligned}$$

(هندسه دهم، صفحه های ۱۳ و ۳۹)

۲۰. گزینه ۳ صحیح است.



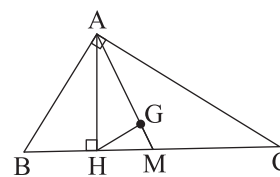
$$DC = \sqrt{6} \Rightarrow DM = \frac{\sqrt{6}}{2}, BD = \sqrt{6+3} = 3$$

از طرفی مثلث های DMH و BCD متشابه اند و داریم:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \hat{D} = \hat{D} \\ \hat{H} = \hat{C} = 90^\circ \end{cases} &\Rightarrow \frac{DM}{DB} = \frac{MH}{BC} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{6}}{2}}{3} = \frac{MH}{\sqrt{3}} \Rightarrow MH = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۸)

۲۱. گزینه ۱ صحیح است.



ابتدا پاره خط AG را از سمت G امتداد می دهیم تا ضلع BC را در نقطه M قطع کند. بدیهی است AM میانه وارد بر ضلع BC بوده و نقطه M وسط این ضلع قرار دارد. از طرفی می دانیم فاصله نقطه همرسی میانه ها از هر رأس مثلث، $\frac{2}{3}$ طول میانه نظیر آن رأس است. پس داریم:

$$AG = \frac{2}{3} AM \Rightarrow 4 = \frac{2}{3} AM \Rightarrow AM = 6$$

با توجه به اینکه اندازه میانه وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه نصف اندازه وتر است، پس:

$$BC = 2AM = 12$$

حال طبق قضیه تالس در مثلث AMB می توان نوشت:

$$GH \parallel AB \Rightarrow \frac{MH}{BM} = \frac{MG}{AM} \Rightarrow \frac{MH}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow MH = 2$$

$$\triangle AMH : \triangle AH^2 = AM^2 - MH^2 = 6^2 - 2^2 = 32 \Rightarrow AH = 4\sqrt{2}$$

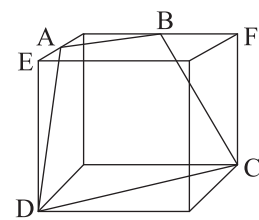
$$S_{\triangle AMH} = \frac{1}{2} AH \times MH = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2 = 4\sqrt{2}$$

دو مثلث AMH و AGH در ارتفاع رسم شده از رأس H مشترک اند. پس نسبت مساحت های آنها برابر نسبت قاعده هاست، یعنی:

$$\frac{S_{\triangle AGH}}{S_{\triangle AMH}} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3} \Rightarrow S_{\triangle AGH} = \frac{8\sqrt{2}}{3}$$

(هندسه دهم، صفحه های ۳۴، ۶۰ و ۶۷)

۲۲. گزینه ۳ صحیح است.



$$\left\{ \begin{aligned} AB \parallel EF \\ AB = EF \end{aligned} \right. \xrightarrow{\text{نتیجه تالس}} A, B \text{ وسط های دو یال اند}$$

از طرفی $EF \parallel CD$ پس $AB \parallel CD$ است، بنابراین چهارضلعی ABCD دوزنقه است. با فرض اینکه اندازه یال مکعب a باشد، داریم:

$$CD = EF = a\sqrt{2} \Rightarrow AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

در مثلث BFC:

$$BF = \frac{a}{2}, FC = a \xrightarrow{\hat{F}=90^\circ} BC = \sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} a$$

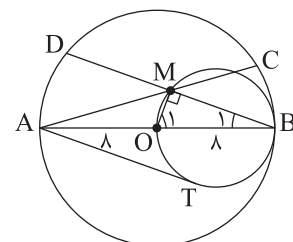
به همین ترتیب $AD = \frac{\sqrt{5}}{2} a$ پس $BC = AD$ یعنی دوزنقه

$$\frac{AB}{CD} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{متساوی الساقین است بنابراین } \frac{AB}{CD} = \frac{1}{2}$$

دقت کنید! دوزنقه متساوی الساقینی که طول ساق آن برابر نصف مجموع طول دو قاعده اش باشد، چهارضلعی محیطی است.

(هندسه دهم، صفحه ۹۲)

۲۳. گزینه ۲ صحیح است.



طول کمان AD از رابطه زیر به دست می آید.

$$AD \text{ کمان} = \frac{\widehat{AD}}{360} 2\pi R \Rightarrow \frac{8\pi}{3} = \frac{\widehat{AD}}{360} 2\pi (8) \Rightarrow \widehat{AD} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B}_1 = \frac{\widehat{AD}}{2} = 30^\circ$$

از مرکز O به M وصل می کنیم. در این صورت زاویه $\hat{M}$ محاطی روبه رو به قطر OB است. پس $\hat{M} = 90^\circ$ و در نتیجه $\hat{O}_1 = 60^\circ$ است.

بنابراین:

$$\triangle OMB : \hat{O}_1 = 60^\circ \Rightarrow MB = \frac{\sqrt{3}}{2} OB = \frac{\sqrt{3}}{2} (8) = 4\sqrt{3}$$



$$A^3 = \bar{0} \Rightarrow A^3 - I = -I \Rightarrow (A - I)(A^2 + A + I) = -I$$

$$\xrightarrow{+(-1)} (A - I)(-A^2 - A - I) = I$$

$$\Rightarrow (A - I)^{-1} = -A^2 - A - I \quad (1)$$

لازم است ماتریس A^2 را به دست آوریم.

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

در نتیجه:

$$\xrightarrow{(1)} (A - I)^{-1} = -A^2 - A - I$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه‌های ماتریس $(A - I)^{-1}$ مساوی صفر است.
(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

۲۷. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا طول قطر بزرگ و اندازه فاصله کانونی بیضی را پیدا می‌کنیم.

$$\text{خروج از مرکز} = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{3}{5} \Rightarrow \begin{cases} c = 3k \\ a = 5k \end{cases}$$

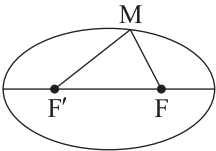
$$\text{طول قطر کوچک} = 12 \Rightarrow 2b = 12 \Rightarrow b = 6$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 25k^2 = 6^2 + 9k^2 \Rightarrow 16k^2 = 36$$

$$\Rightarrow k^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow k = \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} c = \frac{9}{2} \\ a = \frac{15}{2} \end{cases}$$

می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه واقع بر بیضی از دو کانون آن برابر $2a$ است، پس داریم:

$$MF + MF' = 2a = 15 \xrightarrow{MF' = 2MF} 3MF = 15 \Rightarrow MF = 5$$



بنابراین $MF' = 1$ و $FF' = 2c = 9$ دو ضلع دیگر مثلث MFF' هستند. برای محاسبه مساحت این مثلث از قضیه هرون استفاده می‌کنیم.

$$P = \frac{5+9+1}{2} = 12$$

$$S = \sqrt{12(12-5)(12-9)(12-1)} = \sqrt{12 \times 7 \times 3 \times 2} = 6\sqrt{14}$$

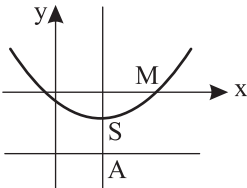
شعاع دایره محاطی داخلی مثلث MFF' برابر است با:

$$r = \frac{S}{P} = \frac{6\sqrt{14}}{12} = \frac{\sqrt{14}}{2}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۲۸. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به وضعیت نقاط A و M سهمی قائم رو به بالاست.



می‌دانیم:

$$S \left| \begin{matrix} h \\ k \end{matrix} \right| F \left| \begin{matrix} h \\ k+a \end{matrix} \right| , \Delta: y = k - a$$

از طرف دیگر از مرکز O عمود OM بر وتر BD وارد شده است. پس OM وتر BD را نصف می‌کند. در نتیجه $DM = BM = 4\sqrt{3}$. اکنون با استفاده از روابط طولی در دایره می‌نویسیم:

$$MA \times MC = MB \times MD \Rightarrow MA \times MC = 4\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} = 48$$

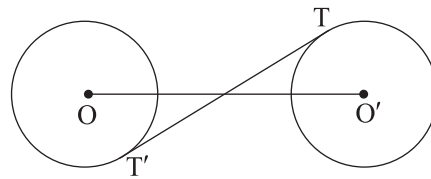
$$AT^2 = AO \times AB \Rightarrow AT^2 = 8 \times 16 \Rightarrow AT = 8\sqrt{2}$$

بنابراین:

$$\frac{MA \times MC}{AT} = \frac{48}{8\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۹)

۲۴. گزینه ۲ صحیح است.



انتقال یک تبدیل ایزومتر است، بنابراین شعاع دو دایره یکسان است.

$$R = R' \Rightarrow 2x + 3 = 4x - 3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow R = R' = 9$$

$$2\sqrt{19} = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 76 = OO'^2 - (9 + 9)^2$$

$$\Rightarrow 76 + 324 = OO'^2 \Rightarrow OO'^2 = 400 \Rightarrow OO' = 20$$

بنابراین اندازه بردار انتقال برابر ۲۰ است.

(هندسه یازدهم، صفحه ۳۹)

۲۵. گزینه ۳ صحیح است.

طبق قضیه میانه‌ها در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2} \Rightarrow 49 + 151 = 2AM^2 + \frac{144}{2}$$

$$\Rightarrow 2AM^2 = 128 \Rightarrow AM^2 = 64 \Rightarrow AM = 8$$

حال قضیه نیمسازهای زوایای داخلی را برای مثلث AMB نوشته و طول پاره‌های AD و BD را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta AMB: MD \Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{AM}{BM} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AD}{AD + BD} = \frac{4}{4+3} \Rightarrow \frac{AD}{7} = \frac{4}{7}$$

$$AD = 4 \Rightarrow BD = 3$$

طبق رابطه طول نیمساز زاویه داخلی در مثلث AMB داریم:

$$MD^2 = AM \times MB - AD \times BD = 8 \times 6 - 4 \times 3 = 36$$

$$\Rightarrow MD = 6$$

محیط مثلث AMD برابر است با:

$$AM + AD + MD = 8 + 4 + 6 = 18$$

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۲۶. گزینه ۴ صحیح است.

دقت کنید! در حالت کلی اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 \\ b & c & 0 \end{bmatrix}$ آنگاه $A^3 = \bar{0}$ است.

پس در اینجا $A^3 = \bar{0}$ است. (برای بررسی این مورد اول A^2 و بعد A^3 را پیدا کنید.)



پس:

$$A \begin{cases} h=2 \\ k-a=-2 \end{cases} \quad (1)$$

معادله سهمی: $(x-2)^2 = 4a(y-k)$

$$M \begin{cases} 4 \\ 0 \end{cases} \in \text{سهمی} \Rightarrow (4-2)^2 = 4a(0-k)$$

$$\Rightarrow 4 = 4a(-k) \Rightarrow ak = -1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \begin{cases} k-a=-2 \\ ak=-1 \Rightarrow a=-\frac{1}{k} \Rightarrow k+\frac{1}{k}=-2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow k^2 + 2k + 1 = 0 \Rightarrow (k+1)^2 = 0 \Rightarrow k = -1$$

$$\xrightarrow{(2)} a = -\frac{1}{-1} = 1 \Rightarrow F \begin{cases} h=2 \\ k+a=-1+1=0 \end{cases}$$

یعنی کانون F روی محور Ox قرار دارد.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۵۲)

۲۹. گزینه ۳ صحیح است.

بنابر فرض سؤال $|\vec{a}|=1$ و $|\vec{b}|=3$ است. از طرف دیگر می‌دانیم $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) = 0$ داریم:

$$\vec{a} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{b} - \vec{a} \times \vec{b} \xrightarrow{\text{ضرب داخلی می‌کنیم}} \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) = \vec{c} \cdot (\vec{c} \times \vec{b} - \vec{a} \times \vec{b})$$

$$\Rightarrow 0 = \vec{c} \cdot \vec{c} \times \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{c} \times \vec{b} \xrightarrow{\text{طرفین را در } \vec{a} \text{ ضرب داخلی می‌کنیم}} \vec{a} \cdot \vec{c} = 9$$

$$\vec{a} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{b} - \vec{a} \times \vec{b} \xrightarrow{\text{طرفین را در } \vec{a} \text{ ضرب داخلی می‌کنیم}} \vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) = \vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{b} - \vec{a} \times \vec{b})$$

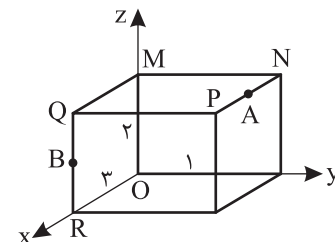
$$\Rightarrow 0 = \vec{a} \cdot \vec{c} \times \vec{b} - |\vec{a}|^2 \xrightarrow{|\vec{a}|=1} \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{3}$$

بنابراین:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} = \frac{1}{3} + 9 = \frac{28}{3}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۴)

۳۰. گزینه ۲ صحیح است.



$$PN \text{ یال: } \begin{cases} y=1 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow A(x, 1, 2) \quad 0 \leq x \leq 3$$

$$RQ \text{ یال: } \begin{cases} x=3 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow B(3, 0, z) \quad 0 \leq z \leq 2$$

$$|OA|=3 \Rightarrow \sqrt{x^2+1+4}=3 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2$$

$$\xrightarrow{0 \leq x \leq 3} x=2 \Rightarrow A(2, 1, 2)$$

$$|OB|=\sqrt{10} \Rightarrow \sqrt{9+0+z^2}=\sqrt{10} \Rightarrow z=\pm 1$$

$$\xrightarrow{0 \leq z \leq 2} z=1 \Rightarrow B(3, 0, 1)$$

$$\vec{OA} = A - O = (2, 1, 2), \vec{OB} = B - O = (3, 0, 1)$$

$$\vec{OA} \times \vec{OB} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (1, 4, -3)$$

بنابراین:

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} |\vec{OA} \times \vec{OB}| = \frac{1}{2} \sqrt{1+16+9} = \frac{\sqrt{26}}{2}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۶۸ و ۱۴)

ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا به سراغ چیدمان صدگان می‌رویم که محدودیت بزرگ‌تری برای مسئله ایجاد کرده است.

سه حالت در نظر می‌گیریم:

حالت اول: اگر صدگان یکی از رقم‌های ۲ یا ۴ باشد، آنگاه با توجه به زوج بودن یکان، تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$2 \times 5 \times 2 = 20$$

حالت دوم: اگر صدگان یکی از رقم‌های ۳ یا ۵ باشد، آنگاه تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$2 \times 5 \times 3 = 30$$

حالت سوم: اگر صدگان رقم ۷ باشد، آنگاه تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$1 \times 1 \times 2 + 1 \times 1 \times 2 = 4$$

↓
صفر

در نهایت، طبق اصل جمع تعداد حالت‌های کل برابر است با:

$$20 + 30 + 4 = 54$$

(ریاضی دهم، صفحه ۱۳۱)

۳۲. گزینه ۲ صحیح است.

گزاره دوشرطی وقتی درست است که هر دو گزاره درست یا هر دو گزاره نادرست باشند.

حالا گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

(۱) فرض کنیم p نادرست و q درست باشد. بنابراین:

$$[(F \Rightarrow T) \Rightarrow F] \Rightarrow [T \Rightarrow (F \Rightarrow T)] \equiv [T \Rightarrow F] \Rightarrow [T \Rightarrow T] \\ \equiv F \Rightarrow T \equiv T$$

اما گزاره $p \Leftrightarrow q$ گزاره‌ای نادرست است.

(۳) اگر p و q هر دو نادرست باشند، آنگاه:

$$[(F \wedge F) \vee (T \wedge T)] \Rightarrow (F \vee F) \equiv [F \vee T] \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

در صورتی که $p \Leftrightarrow q$ گزاره‌ای درست است.

(۴) اگر p درست و q نیز درست باشد، آنگاه:

$$[(T \Rightarrow T) \vee (T \Rightarrow T)] \wedge \sim (T \vee T) \equiv [T \vee T] \wedge F \equiv T \wedge F \equiv F$$

در صورتی که $p \Leftrightarrow q$ گزاره‌ای درست است.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۱)

۳۳. گزینه ۳ صحیح است.

تعداد عضوهای مجموعه‌های A، B و C را به ترتیب با a، b و c نشان می‌دهیم. پس:

$$2^a = 64 \times 2^c \Rightarrow 2^a = 2^6 \times 2^c = 2^{6+c} \Rightarrow a = 6+c \xrightarrow{c \geq 0} a \geq 6$$

$$n(A \times B) - n(A \times C) = 15 \Rightarrow n(A) \cdot n(B) - n(A) \cdot n(C) = 15$$

$$\Rightarrow ab - ac = 15 \Rightarrow a(b-c) = 15 \quad (*)$$

پس a یکی از مقسوم‌علیه‌های عدد ۱۵ است که بزرگ‌تر یا مساوی ۶ است. یعنی $a = 15$.

$$a = 6+c \xrightarrow{a=15} c = 15-6 = 9$$

با استفاده از رابطه $(*)$ ، b را به دست می‌آوریم:

$$15(b-9) = 15 \xrightarrow{b \geq 0} b-9 = 1 \Rightarrow b = 10$$

$B \cap C$ دارای ۱۶ زیرمجموعه است. بنابراین:

$$2^{n(B \cap C)} = 16 \Rightarrow n(B \cap C) = 4$$

برای به دست آوردن $n(A \times (B \cup C))$ به $n(B \cup C)$ نیاز داریم. پس:

$$n(B \cup C) = n(B) + n(C) - n(B \cap C) \Rightarrow n(B \cup C) = 10 + 9 - 4 = 15$$



$$\Rightarrow 10n \equiv -2 \Rightarrow 10n \equiv 42-2 \Rightarrow 10n \equiv 40$$

$$\frac{42}{10} \rightarrow n \equiv 4 \Rightarrow n \equiv 4 \Rightarrow n = 21k + 4$$

تعداد عددهای سه رقمی n را که به صورت $21k + 4$ هستند، می‌خواهیم.
 $1000 \leq n < 10000 \Rightarrow 1000 \leq 21k + 4 < 10000 \Rightarrow 96 \leq 21k < 9996$

$$\Rightarrow \frac{96}{21} \leq k < \frac{9996}{21} \Rightarrow 5 \leq k \leq 47$$

تعداد k هایی که در این رابطه صدق می‌کند، $43 = 47 - 5 + 1$ ، تا است.
 (ریاضیات گسسته، صفحه ۲۸)

۳۸. گزینه ۴ صحیح است.

یک مجموعه احاطه‌گر زمانی مینیمال است که هر کدام از اعضای آن را حذف کنیم، مجموعه باقیمانده دیگر احاطه‌گر نباشد.

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

(۱) مجموعه $\{b, f\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است، چون رأس‌های a, c و e توسط رأس b و رأس‌های d, g و h توسط رأس f احاطه می‌شود و با حذف هر کدام از رأس‌های b و f این مجموعه دیگر احاطه‌گر نیست، پس احاطه‌گر مینیمال است.

(۲) مجموعه $\{a, e, g\}$ نیز احاطه‌گر است، با حذف رأس a این رأس توسط رأس‌های e و g احاطه نمی‌شود. با حذف رأس e نیز این رأس توسط رأس‌های a و g احاطه نمی‌شود. با حذف رأس g نیز این رأس توسط رأس‌های a و e احاطه نمی‌شود. پس احاطه‌گر مینیمال است.

(۳) مجموعه $\{c, d, h\}$ نیز احاطه‌گر مینیمال است. (استدلال مشابه را به کار ببرید!)

(۴) مجموعه $\{b, e, f\}$ نیز احاطه‌گر است ولی مینیمال نیست، چون با حذف e مجموعه $\{b, f\}$ هنوز احاطه‌گر است.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۴۷)

۳۹. گزینه ۳ صحیح است.

برای اینکه y عددی صحیح شود، متغیر y باید زوج باشد. پس قرار می‌دهیم $y = 2y'$ که $y' \in \mathbb{N}$ است. پس معادله به صورت زیر می‌شود:

$$x + 5y' + z + t = 20 \Rightarrow x, y', z, t \in \mathbb{N}$$

به متغیر y' که ضریب ۵ دارد، عدد می‌دهیم و در هر حالت تعداد جواب‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$y' = 1 \Rightarrow x + z + t = 15 \xrightarrow{x, z, t \in \mathbb{N}} \text{تعداد جواب‌ها} = \binom{n-1}{k-1}$$

$$= \binom{15-1}{3-1} = \binom{14}{2} = \frac{14 \times 13}{2} = 91$$

$$y' = 2 \Rightarrow x + z + t = 10 \xrightarrow{x, z, t \in \mathbb{N}} \text{تعداد جواب‌ها} = \binom{n-1}{k-1}$$

$$= \binom{10-1}{3-1} = \binom{9}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$$

$$y' = 3 \Rightarrow x + z + t = 5 \xrightarrow{x, z, t \in \mathbb{N}} \text{تعداد جواب‌ها} = \binom{n-1}{k-1}$$

$$= \binom{5-1}{3-1} = \binom{4}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

کل جواب‌های به دست آمده برابر است با:

$$91 + 36 + 6 = 133$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۶۱)

در نهایت نتیجه می‌گیریم:

$$n(A \times (B \cup C)) = n(A) \cdot n(B \cup C) = 15 \times 15 = 225$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۳)

۳۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$P(A) = P(\text{مضرب } 3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = P(\text{غیر مضرب } 3) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

حالا با استفاده از فرمول احتمال کل نتیجه می‌گیریم:

$$P(W) = P(A) \cdot P(W|A) + P(B) \cdot P(W|B)$$

$$\Rightarrow \frac{13}{30} = \frac{1}{3} \left(\frac{n}{n+6} \right) + \frac{2}{3} \left(\frac{2}{5} \right)$$

$$\xrightarrow{\times 3} \frac{13}{10} = \frac{n}{n+6} + \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{n}{n+6} = \frac{13}{10} - \frac{4}{5} = \frac{13-8}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$n+6 = 2n \Rightarrow n = 6$$

$$\Rightarrow A \text{ تعداد مهره‌های ظرف } = n+6 = 6+6 = 12$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۵۷)

۳۵. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا میانگین و واریانس سه داده اول را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{x + 2x + x + 3}{3} = \frac{4x + 3}{3}$$

$$\sigma^2 = \frac{(x - \frac{4x+3}{3})^2 + (2x - \frac{4x+3}{3})^2 + (x + 3 - \frac{4x+3}{3})^2}{3}$$

$$= (\sqrt{2})^2 = 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{9} [(-x-3)^2 + (2x-3)^2 + (-x+6)^2] = 6$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 18x + 54 = 54 \Rightarrow 6x(x-3) = 0 \xrightarrow{x > 0} x = 3$$

پس داده‌ها به صورت ۳، ۶ و ۶ با میانگین $\bar{x} = 5$ هستند.

با اضافه شدن y به این سه داده میانگین تغییر نمی‌کند. پس y همان

$\bar{x}$ یعنی ۵ است. از طرفی $0 = (y - \bar{x})^2$ می‌شود، پس:

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = \frac{6}{4} \Rightarrow \sigma_{\text{جدید}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$CV_{\text{جدید}} = \frac{\sigma_{\text{جدید}}}{\bar{x}} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{2}}{5} = \frac{\sqrt{6}}{10}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۹۰)

۳۶. گزینه ۳ صحیح است.

عبارت $n^2 + n$ را می‌توان به صورت $n(n+1)$ نوشت که حاصل ضرب دو

عدد متوالی است، پس عددی زوج است و بنابراین $n^2 + n + 1$ عددی فرد می‌شود. در نتیجه m که مقسوم‌علیه این عدد است، باید عددی فرد باشد.

m عددی فرد است، پس m^4 و m^2 نیز عددهایی فرد هستند، بنابراین مجموع آنها عددی زوج و در نهایت $m^4 + m^2 + 1$ عددی فرد است.

پس k که مقسوم‌علیه این عبارت است، باید عددی فرد باشد. می‌دانیم مربع هر عدد فرد به پیمانه ۸ برابر ۱ است، یعنی:

$$\begin{cases} m^2 \equiv 1 \\ k^2 \equiv 1 \end{cases} \Rightarrow m^2 - k^2 + 5 \equiv 1 - 1 + 5 \equiv 5$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۷)

۳۷. گزینه ۴ صحیح است.

برای اینکه معادله سیاله $10n + 2 = 84x + 126y$ جواب داشته باشد،

باید رابطه زیر برقرار باشد:

$$\begin{array}{ccc} 2 \times 42 & 3 \times 42 & \\ \uparrow & \uparrow & \\ (84, 126) & | & 10n + 2 \Rightarrow 42 | 10n + 2 \Rightarrow 10n + 2 \equiv 0 \end{array}$$



۴۰. گزینه ۲ صحیح است.

در این نوع مسائل به سراغ بدترین حالت ممکن (اوج بدشانسی) می‌رویم. بدترین حالت وقتی اتفاق می‌افتد که ۴ مهره قرمز، ۴ مهره آبی، ۴ مهره سبز و ۳ مهره زرد برداریم. حالا با برداشتن مهره شانزدهم به هدف خود که داشتن ۵ مهره هم‌رنگ است، می‌رسیم.

$$4 + 4 + 4 + 3 + 1 = 16$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۱۲)

فیزیک

۴۱. گزینه ۳ صحیح است.

یکای فشار در SI پاسکال است که معادل یک نیوتون بر متر مربع است.

$$1 \text{ Pa} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ m}^2}$$

$$W = Fd \Rightarrow 1 \text{ J} = 1 \text{ N} \times 1 \text{ m}$$

$$F = ma \Rightarrow 1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \times 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

از روابط فوق درستی گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ معلوم می‌شود.

$$\frac{1 \text{ J}}{1 \text{ m}^3} = \frac{1 \text{ N} \times 1 \text{ m}}{1 \text{ m}^3} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ m}^2} = 1 \text{ Pa}$$

$$\frac{1 \text{ kg}}{1 \text{ m} \times 1 \text{ s}^2} = \frac{1 \text{ kg} \times 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1 \text{ m}^2} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ m}^2} = 1 \text{ Pa}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۰، ۱۱ و ۳۳)

۴۲. گزینه ۱ صحیح است.

موارد (الف) و (ب) قابل قبول نیستند.

برای آنکه جسمی روی یک مایع شناور شود، می‌بایست چگالی جسم از چگالی مایع، کمتر باشد.

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \times 10^3 = \frac{4000\pi}{3} \text{ cm}^3 \simeq 4000 \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{4000} \quad \rho < \rho_{\text{آب}} \Rightarrow \frac{m}{4000} < 1 \Rightarrow m < 4000 \text{ g}$$

جرم کره برابر است با چگالی آهن ضربدر حجم قسمت پر کره

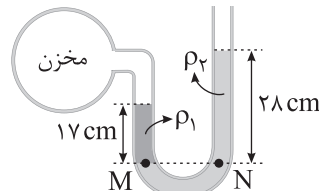
$$m < 4000 \Rightarrow 18V_1 < 4000 \Rightarrow V_1 < 500 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow V_2 > 3500 \text{ cm}^3$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۶ و ۴۱)

۴۳. گزینه ۳ صحیح است.

فشار در نقاط M و N برابر است.



$$P_{\text{گاز}} + P_{\rho_1} = P_{\rho_2} + P_0$$

فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار گاز با فشار هوای محیط است.

$$P = P_{\text{گاز}} - P_0 = P_{\rho_2} - P_{\rho_1}$$

$$P_{\rho_2} : \rho_2 h_2 = \rho_{\text{Hg}} \cdot h_{\text{Hg}} \Rightarrow 3/4 \times 28 = 13/6 \times h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = 7 \text{ cm}$$

$$P_{\rho_1} : \rho_1 h_1 = \rho_{\text{Hg}} \cdot h_{\text{Hg}} \Rightarrow 2/4 \times 17 = 13/6 \times h_1$$

$$\Rightarrow h_1 = 3 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow P = 7 - 3 = 4 \text{ cm Hg}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)

۴۴. گزینه ۲ صحیح است.

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = W_{\text{وزن}}$$

$$\Rightarrow +mgh = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \Rightarrow v_f^2 - v_i^2 = 2gh$$

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{v_i^2 + 2gh} \Rightarrow v_f = \sqrt{400 + 276} = 26 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۴۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$E = U + K \Rightarrow \Delta E = \Delta U + \Delta K = mg \Delta h + \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$= 20 \times [10 \times (-30) + \frac{1}{2} (2^2 - 4^2)] = 20 \times [-300 + 192] = -2160 \text{ J}$$

انرژی مکانیکی جسم ۲۱۶۰ J کم می‌شود.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۹)

۴۶. گزینه ۱ صحیح است.

در دمای ثابت، فشار و حجم گاز با هم نسبت عکس دارند.

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow (P_0 + \frac{W}{A}) \times 26A = (P_0 + \frac{W+W'}{A}) \times 22A$$

$$\xrightarrow{W'=2W} (P_0 + \frac{W}{A}) \times 13 = (P_0 + \frac{3W}{A}) \times 11$$

$$\Rightarrow 2P_0 = \frac{20W}{A} \Rightarrow W = \frac{P_0 A}{10} = 10^4 \times 40 \times 10^{-4} = 400 \text{ N}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۲۰)

۴۷. گزینه ۱ صحیح است.

ذوب $Q = mL_f$ و افزایش دما بدون تغییر حالت $Q = mc\Delta T$ گرمای داده‌شده در این آزمایش صرف سه فرایند می‌شود:

$$\text{آب } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{تغییر حالت}} 0^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{ذوب}} 20^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{افزایش دما}} 20^\circ\text{C}$$

$$\xrightarrow{\text{افزایش دما}} 10^\circ\text{C} \text{ آب}$$

دقت کنید که آب دو برابر c و L_f نیز هشتاد برابر $c_{\text{آب}}$ است.

$$Q_1 = mc_{\text{آب}} \times 20 = 10 \times m \times c_{\text{آب}}$$

$$Q_2 = mL_f = 80 \times m \times c_{\text{آب}}$$

$$Q_3 = mc_{\text{آب}} \times 10 = 10 \times m \times c_{\text{آب}}$$

مجموع Q_1 و Q_3 می‌شود گرمایی که صرف افزایش دما شده است.

$$Q_{\text{کل}} = (10 + 80 + 10) mc = 100 mc$$

$$Q_1 + Q_3 = (10 + 10) mc = 20 mc$$

$$\frac{Q_1 + Q_3}{Q_{\text{کل}}} = \frac{20}{100} \Rightarrow \frac{Q_{\text{کل}} = 330 \text{ kJ}}{Q_1 + Q_3} \Rightarrow Q_1 + Q_3 = 66 \text{ kJ} = 6/6 \times 10^4 \text{ J}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۹۸ و ۱۰۵)

۴۸. گزینه ۱ صحیح است.

(الف) نادرست، چون در فرایند هم‌دما تغییر انرژی درونی برابر صفر است.

(ب) نادرست

$$T_2 < T_1 \Rightarrow P_2 V_2 < P_1 V_1 \xrightarrow{P_2 = \frac{P_1}{2}} V_2 < 2V_1$$

(ج) نادرست، در فشار ثابت، علامت W و Q مخالف یکدیگر و |Q| بیشتر از |W| است.

$$Q > 0 \Rightarrow W < 0$$

(د) نادرست، ΔU دو فرایند برابر است اما Q و W به مسیر فرایند بستگی دارد.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۸)



$$R_{12} = 10\Omega, R_{123} = 20\Omega, R_{eq} = \frac{20R_4}{20+R_4}$$

حالت ۲: با باز شدن کلید K، حذف شده و R_1 و R_2 هم اتصال کوتاه می شوند. پس $R'_{eq} = R_4$.

$$\sqrt{R_{eq}R'_{eq}} = r \Rightarrow \frac{20R}{20+R} \times R = 900 \Rightarrow R^2 - 40R - 900 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R = 60\Omega \\ R = -150\Omega \end{cases} \Rightarrow R = 60\Omega$$

(فیزیک یازدهم، صفحه های ۷۰ تا ۷۷)

۵۳. گزینه ۴ صحیح است.

اختلاف پتانسیل دو سر R_1 همان اختلاف پتانسیل دو سر باتری است.

$$V = \frac{R_{eq}\mathcal{E}}{R_{eq} + r}$$

$$\begin{cases} \text{حالت اول: } R_{eq} = 30\Omega \Rightarrow V = \frac{30}{30+10}\mathcal{E} = \frac{3}{4}\mathcal{E} \\ \text{حالت دوم: } R_{eq} = (30\Omega \text{ موازی } 60\Omega) = 20\Omega \Rightarrow V = \frac{20}{20+10}\mathcal{E} = \frac{2}{3}\mathcal{E} \end{cases}$$

توان مصرفی در مقاومت R_1 را از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ حساب می کنیم:

$$\frac{P'}{P} = \left(\frac{V'}{V}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{9}{4}\right)^2 = \frac{81}{16}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه های ۶۲ تا ۶۴)

۵۴. گزینه ۴ صحیح است.

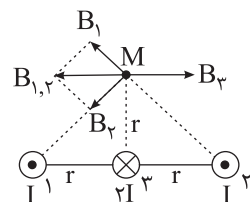
$$R = \frac{\rho l}{A}, A = \frac{V}{\ell}, V = \frac{m}{\rho}$$

چگالی: ρ' و مقاومت ویژه: ρ

$$\Rightarrow R = \frac{\rho\rho'\ell^2}{m} \Rightarrow 12 = \frac{4 \times 8 \times 2^2}{m_A} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{32}{3}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه ۵۲)

۵۵. گزینه ۱ صحیح است.



می دانیم که بزرگی میدان مغناطیسی در اطراف سیم بلند، با اندازه جریان سیم رابطه مستقیم و با فاصله از سیم رابطه عکس دارد.

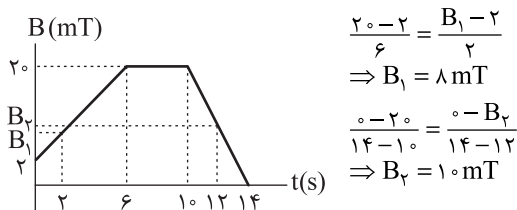
چون جریان و فاصله سیم های ۱ و ۲ تا نقطه M یکسان است: $B_1 = B_2$. اما چون جریان سیم ۳، دو برابر سیم ۱ و ۲ است و فاصله آن تا نقطه M کمتر از آنهاست، حتماً $B_3 > B_{1,2}$ است. پس میدان مغناطیسی خالص در نقطه M به سمت راست خواهد بود.

(فیزیک یازدهم، صفحه های ۹۵ و ۹۶)

۵۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$|I_{av}| = \frac{N}{R} \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta\phi = \Delta B A \cos\theta} \Delta\phi = \frac{N A \cos\theta}{R} \Delta B$$

با استفاده از شیب خط، مقدار B در لحظات t_1 و t_2 را تعیین می کنیم:



$$\frac{20-2}{6} = \frac{B_1-2}{2} \Rightarrow B_1 = 8 \text{ mT}$$

$$\frac{0-20}{14-10} = \frac{0-B_2}{14-12} \Rightarrow B_2 = 10 \text{ mT}$$

۴۹. گزینه ۱ صحیح است.

$$W_E = -\Delta U_E = -q\Delta V$$

کار میدان الکتریکی:

$$\begin{cases} W_1 = -20\mu C \times (V_B - V_A) = 4 \text{ mJ} \\ W_2 = -(-40\mu C) \times (V_A - V_B) \end{cases} \Rightarrow W_2 = 8 \text{ mJ}$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - 0 = 8 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-3} \times v^2 = 8 \times 10^{-3} \Rightarrow v^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow v = \frac{4}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه های ۲۱ تا ۲۵)

۵۰. گزینه ۱ صحیح است.

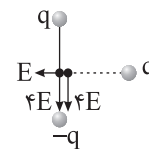
$$AN = BN, MN = 2AN$$

اگر بزرگی میدان حاصل از q_M در نقطه N را E بنامیم، بزرگی میدان

$$E = \frac{kq}{r^2} \text{ (طبق رابطه ۴E)}$$

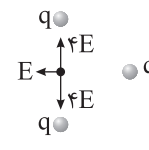
بزرگی میدان با مربع فاصله تناسب عکس دارد.

حالت اول:



$$E_1 = \sqrt{E^2 + (\lambda E)^2} = E\sqrt{65}$$

حالت دوم:



$$E_2 = E$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \sqrt{65}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه های ۱۴ و ۱۵)

۵۱. گزینه ۲ صحیح است.

جمله (ب) نادرست و دو جمله دیگر درست هستند.

روی سطح خارجی کره در یک طرف بار مثبت و در طرف دیگر بار منفی القا می شود و بار خالص کره صفر خواهد بود.

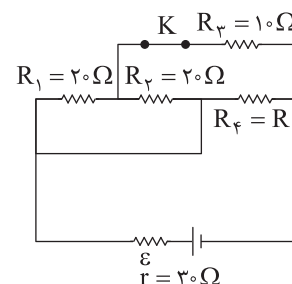
(فیزیک یازدهم، تمرین ۲۱ صفحه ۴۳)

۵۲. گزینه ۴ صحیح است.

توان مصرفی مقاومت های خارجی مدار با توان خروجی مولد یکسان است. نکته: اگر به ازای مقاومت های R_{eq} و R'_{eq} ، توان خروجی مولد یکسان باشد:

$$\sqrt{R_{eq}R'_{eq}} = r$$

حالت ۱: R_1 و R_2 موازی اند. حاصل $R_{1,2}$ با R_3 سری است. R_{123} با R_4 موازی است.





۶۱. گزینه ۲ صحیح است.

$y = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + y_0 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 = \Delta t^2$
نقطه A را مبدأ محور و جهت مثبت محور را رو به پایین در نظر گرفته‌ایم.
اگر مدت حرکت از A تا B را t_1 و مدت حرکت از A تا C را t_2 بنامیم:

$$\begin{cases} AB = \Delta t_1^2 \\ AC = \Delta t_2^2 \\ AC = 2AB \Rightarrow t_2 = t_1\sqrt{2} \approx 1.41t_1 \end{cases}$$

$\Delta t_{BC} = 1.41t_1 - t_1 = 1s \Rightarrow 0.41t_1 = 1 \Rightarrow t_1 = 2.44s$
اگر مدت کل سقوط را T بنامیم:

$$AD = \Delta T^2, AD = 2AB \Rightarrow T = t_1\sqrt{2} = 2.44\sqrt{2} \approx 3.44s$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_D = 10 \times 3.44 = 34.4 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۶۲. گزینه ۳ صحیح است.

۳ ثانیه دوم یعنی از $t = 3s$ تا $t = 6s$ و ۳ ثانیه سوم یعنی از $t = 6s$ تا $t = 9s$
 $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$

$$\Delta x = \frac{1}{2} \times 2 \times (6^2 - 3^2) + v_0(6 - 3) = 27 + 3v_0$$

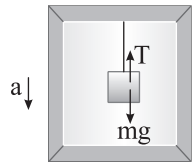
$$\Delta x' = \frac{1}{2} \times 2 \times (9^2 - 6^2) + v_0(9 - 6) = 45 + 3v_0$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta x'} = \frac{27 + 3v_0}{45 + 3v_0} = \frac{2}{3} \Rightarrow 81 + 9v_0 = 90 + 6v_0 \Rightarrow v_0 = 3 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۶۳. گزینه ۲ صحیح است.

رابطه قانون دوم نیوتون را برای جسم می‌نویسیم:

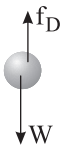


چون جهت شتاب رو به پایین است، جهت $\vec{F}_{net}$ هم رو به پایین است
یعنی $T < mg$
 $F_{net} = mg - T = ma$

$$\Rightarrow T = m(g - a) = m(g - 0.4g) = 0.6mg = \frac{3}{5}mg$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۸ و ۴۴)

۶۴. گزینه ۱ صحیح است.



وقتی یک گلوله از حال سکون سقوط می‌کند، در ابتدا تندی آن خیلی کم است پس مقدار نیروی مقاومت هوا (f_D) هم کم است، یعنی f_D از W (وزن گلوله) کمتر است، در نتیجه نیروی خالص وارد بر گلوله به طرف پایین است و حرکت تندشونده است.

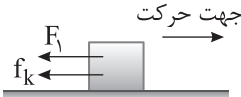
$$F_{net} = W - f_D = ma$$

با زیاد شدن تندی، f_D هم زیاد می‌شود و اندازه شتاب کم می‌شود. این وضعیت تا قبل از رسیدن به تندی حدی ادامه دارد و چون در صورت سؤال گفته شده که قبل از رسیدن به تندی حدی، به زمین می‌رسد، هر دو جمله (الف) و (ب) درست هستند.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۶)

۶۵. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به اینکه جسم به طرف راست حرکت می‌کند، نیروی اصطکاک وارد بر آن به طرف چپ است.



$$\Delta q = \left| \frac{1 \times (2 \times 10^{-2})^2 \times 1}{5} \times (10 - 8) \times 10^{-3} \right|$$

$$\Rightarrow \Delta q = 1.6 \times 10^{-7} = 0.16 \mu C$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۵۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}, B_r = B_l \Rightarrow \frac{r_l I_r}{\ell} = I_l \Rightarrow I_r = \frac{1}{3} I_l$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \Rightarrow \frac{L_r}{L_l} = \frac{16 \times (\frac{3}{4})^2}{\frac{4}{3}} = 27 \Rightarrow L_r = 27 L_l$$

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \Rightarrow \frac{U_r}{U_l} = 27 \times (\frac{1}{3})^2 = 3$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۰۰، ۱۱۹ و ۱۲۰)

۵۸. گزینه ۴ صحیح است.

قاب در هر دقیقه ۳۰۰۰ دور می‌گردد یعنی در هر ثانیه ۵۰ دور، پس دوره گردش آن $\frac{1}{50}$ ثانیه است. ($T = \frac{1}{50} s$)

$$\phi = BA \cos(\frac{2\pi}{T} t) \Rightarrow \phi = 150 \times 10^{-4} \times (\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}) \cos(\frac{2\pi}{\frac{1}{50}} t)$$

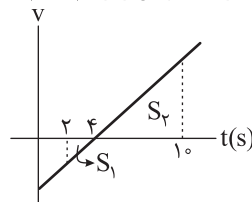
$$\Rightarrow \phi = 6 \times 10^{-3} \cos(100\pi t)$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۵)

۵۹. گزینه ۲ صحیح است.

از اینکه نمودار مکان - زمان به شکل سهمی است، می‌فهمیم که شتاب حرکت ثابت و نمودار سرعت - زمان آن خط راست است. ضمناً با توجه به تقارن نمودار سهمی می‌توان گفت رأس سهمی در $t = 4s$ است، یعنی در $t = 4s$ سرعت متحرک صفر می‌شود.

با توجه به اطلاعات فوق می‌توانیم نمودار سرعت - زمان را رسم کنیم.



$$S_1 + S_2 = \text{مسافت طی شده در مدت } t = 1s \text{ تا } t = 8s$$

$$\Rightarrow S_2 = 9S_1$$

$$\Rightarrow 10S_1 = 60 \Rightarrow S_1 = 6$$

کمترین فاصله متحرک از $x = 0$ در لحظه $t = 4s$ است و مسافت طی شده از $t = 0$ تا $t = 4s$ با توجه به شکل برابر $4S_1$ است.

$$x(4) - x(0) = -4S_1 = -24 \Rightarrow x(4) = 40 - 24 = 16m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

۶۰. گزینه ۱ صحیح است.

شتاب متوسط A:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(10) - v(0)}{10 - 0} = \frac{120}{10} = 12 \frac{m}{s^2}$$

شتاب متوسط B:

معادله مکان - زمان B یک معادله درجه ۲ است. پس B با شتاب ثابت حرکت می‌کند و شتاب متوسط آن با شتاب لحظه‌ای برابر است.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = t^2 - 10t + 9 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$\frac{a_{avA}}{a_{avB}} = \frac{12}{2} = 6$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹ و ۱۵ تا ۱۷)



$$F_e = kx \Rightarrow k \times 0.1 = mg \Rightarrow k = 100 \text{ m}$$

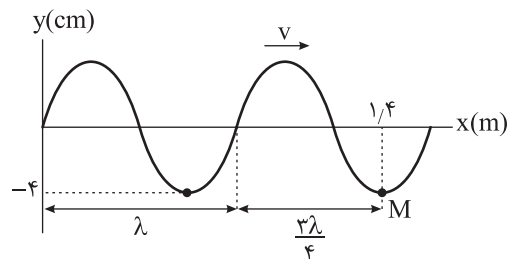
$$v_{\max} = A\omega, \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{1000} = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$A = \frac{10 - 7}{2} = 1.5 \text{ cm}$$

$$v_{\max} = A\omega = 1.5 \times 10 = 15 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۵ و ۶۶)

۷۱. گزینه ۴ صحیح است.



$$\frac{v\lambda}{4} = 0.2 \Rightarrow \lambda = 0.8 \text{ m}$$

$$v_{\max} = A\omega = A\left(\frac{2\pi}{T}\right) = 0.4 \times \frac{2\pi}{T} = 2\pi \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.8}{0.4} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۷ و ۷۲)

۷۲. گزینه ۲ صحیح است.

می دانیم که طول موج، سرعت انتشار موج و سینوس زاویه میان پرتوی موج و خط عمود بر مرز در محیطها با هم تناسب مستقیم دارند و بسامد موج تغییر نمی کند.

$$\frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{v_B}{v_A} = \frac{\sin \theta_B}{\sin \theta_A}$$

$$\theta_B > \theta_A \Rightarrow v_B > v_A \Rightarrow \lambda_B > \lambda_A$$

هر چه عمق آب کمتر باشد، تندی انتشار موج نیز در آن ناحیه کمتر است. پس عمق آب در قسمت A کمتر است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۹۵ و ۹۶)

۷۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$P = \frac{E}{t} = \frac{nhc}{t} = \frac{nhc}{\lambda t} \Rightarrow \lambda = \frac{n \times 1240 \times 1.6 \times 10^{-19}}{124 \times 60}$$

$$\Rightarrow \lambda = 3 \times 10^{-11} \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۱۹)

۷۴. گزینه ۳ صحیح است.

گذارهای دارای طول موج مرئی در طیف هیدروژن اتمی:

$$\begin{cases} n = 6 \Rightarrow n' = 2 \Rightarrow \Delta n = 4 \Rightarrow \text{قابل قبول} \\ n = 5 \Rightarrow n' = 2 \Rightarrow \Delta n = 3 \Rightarrow \text{قابل قبول} \\ n = 4 \Rightarrow n' = 2 \Rightarrow \Delta n = 2 \Rightarrow \text{قابل قبول} \\ n = 3 \Rightarrow n' = 2 \Rightarrow \Delta n = 1 \Rightarrow \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۲۳ و ۱۲۹)

۷۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$N_0 - \frac{N_0}{2^n} = \text{تعداد هسته های واپاشی شده}$$

$$1) \frac{3}{4} N_0 = N_0 - \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow n = 2 \Rightarrow t_1 = 16 \text{ روز}$$

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = 0.2 \times 40 = 8 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -(F_1 + f_k) = ma \Rightarrow -(10 + 8) = 4a$$

$$\Rightarrow a = -\frac{9}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 12^2 = -2 \times \frac{9}{2} \times \Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{12 \times 12}{9} = 16 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۸، ۳۳ و ۴۲)

۶۶. گزینه ۱ صحیح است.

اصطکاک ایستایی وارد بر سکه، نیروی خالص (نیروی مرکزگرا) وارد بر آن را ایجاد می کند و در آستانه لغزیدن سکه، این نیرو برابر $f_{s \max}$ است.

$$f_{s \max} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0.6 \times 10 \times m = 6m$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{mv^2}{R} &= 6m \Rightarrow \frac{v^2}{R} = 6 \\ v &= \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi R}{3/4} = \frac{8\pi R}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{(6R)^2}{R} = 6 \Rightarrow R = \frac{1}{6} \text{ m}$$

این همان مقدار x است که در صورت سؤال پرسیده شده است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۵۱ و ۵۲)

۶۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$\left\{ \begin{aligned} f_1 &= \frac{v}{2\ell} \\ v &= \sqrt{\frac{F}{\mu}} \end{aligned} \right. \Rightarrow$$

با افزایش نیروی کشش تار، بسامد اصلی تار زیاد می شود.

$$\frac{f_1'}{f_1} = \frac{11}{10} = \frac{v'}{v} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{11}{10} \Rightarrow \sqrt{\frac{F'}{F}} = \frac{11}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{121}{100} \Rightarrow F' = 1.21 \times 80 \Rightarrow F' - F = (1.21 - 1) \times 80 = 16.8 \text{ N}$$

نیروی کشش تار تقریباً ۱۷ نیوتون زیاد شده است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۷۳، ۱۰۶ و ۱۰۷)

۶۸. گزینه ۱ صحیح است.

جهت میدان الکتریکی را می توانیم طبق قاعده دست راست تعیین کنیم.



(فیزیک دوازدهم، صفحه ۷۵)

۶۹. گزینه ۱ صحیح است.

$$\frac{T}{4} = 0.2 \text{ s} \Rightarrow T = 0.8 \text{ s}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{T}{12} + \frac{T}{2} = \frac{7T}{12} = \frac{7}{12} \times 0.8 = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \text{ s}$$

$$\ell = 2 + 4 + 4 = 10 \text{ cm}$$

$$s_{\text{av}} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{0.1}{\frac{7}{15}} = \frac{15}{70} = \frac{3}{14} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۶۳)

۷۰. گزینه ۲ صحیح است.

وضع تعادل در وسط دو انتهای مسیر است.

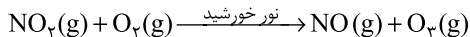
$$\text{طول فنر در وضع تعادل} = \frac{70 + 80}{2} = 75 \text{ cm} \rightarrow$$

در وضع تعادل، فنر ۱۰ سانتی متر کشیده شده است و در این وضعیت، نیروی خالص وارد بر وزنه صفر است پس نیروی کشسانی فنر با وزن جسم آویخته به آن برابر است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) واکنش انجام شده به صورت زیر است:



در شرایط یکسان، گاز NO_2 چون جرم مولی بیشتری نسبت به گاز NO دارد، چگالی بیشتری نیز دارد.

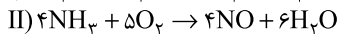
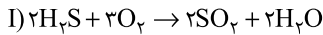
(۳) درست

(۴) فراوان‌ترین جزء سازنده هواکره، گاز نیتروژن (N_2) است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۷۲، ۷۳، ۷۵، ۸۰ و ۸۱)

۸۱. گزینه ۴ صحیح است.

معادله موازنه شده واکنش‌های داده شده به صورت زیر است:



دقت کنید که در شرایط STP، حالت فیزیکی H_2O به صورت گاز نیست.

$$\frac{1 \text{ mol گاز } (\text{H}_2\text{S}, \text{O}_2)}{6.02 \times 10^{23} \text{ مولکول}} \times \frac{2 \text{ mol SO}_2}{1 \text{ mol SO}_2} = 2.13 \times 10^{24} \text{ مولکول}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol SO}_2}{5 \text{ mol گاز } (\text{H}_2\text{S}, \text{O}_2)} \times \frac{22.4 \text{ L SO}_2}{1 \text{ mol SO}_2} = 313.6 \text{ L SO}_2$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) در دما و فشار ثابت، نسبت حجمی گازها با نسبت مولی آنها برابر

است و برابر با نسبت ضریب استوکیومتری آنها ($\frac{1}{5}$) است.

(۲) به ازای تولید یک مول H_2O ، در واکنش (I)، $\frac{3}{2}$ مول O_2 و در

واکنش (II)، $\frac{5}{4}$ مول O_2 مصرف می‌شود.

$$\frac{1 \text{ mol واکنش دهنده}}{9 \text{ mol واکنش دهنده}} \times \text{واکنش دهنده} = 18 \text{ mol} = \text{فراورده mol} \quad (۳)$$

فراورده 20 mol

(شیمی دهم، صفحه‌های ۷۶ تا ۸۰)

۸۲. گزینه ۳ صحیح است.

جرم و شمار مول‌های یون‌های Na^+ موجود در محلول برابر است با:

$$\text{ppm Na}^+ = \frac{\text{جرم Na}^+}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 460 = \frac{x}{2000} \times 10^6$$

$$\Rightarrow x = 92 \text{ g Na}^+$$

$$? \text{ mol Na}^+ = 92 \text{ g Na}^+ \times \frac{1 \text{ mol Na}^+}{23 \text{ g Na}^+} = 4 \text{ mol Na}^+$$

با توجه به جرم Na^+ ، جرم یون SO_4^{2-} حاصل از انحلال سدیم سولفات (Na_2SO_4) برابر است با:

$$? \text{ g SO}_4^{2-} = 92 \text{ g Na}^+ \times \frac{1 \text{ mol Na}^+}{23 \text{ g Na}^+} \times \frac{1 \text{ mol SO}_4^{2-}}{2 \text{ mol Na}^+}$$

$$\times \frac{96 \text{ g SO}_4^{2-}}{1 \text{ mol SO}_4^{2-}} = 192 \text{ g SO}_4^{2-}$$

با توجه به غلظت ppm یون SO_4^{2-} ، می‌توان جرم SO_4^{2-} حاصل از

محلول پتاسیم سولفات (K_2SO_4) و در نهایت شمار مول K^+ موجود در محلول را محاسبه کرد:

$$\text{ppm SO}_4^{2-} = \frac{\text{جرم SO}_4^{2-}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 1920 = \frac{x}{2000} \times 10^6 \Rightarrow x = 384 \text{ g}$$

$$\text{K}_2\text{SO}_4 \text{ حاصل از نمک } \text{SO}_4^{2-} \text{ جرم} = 384 - 192 = 192 \text{ g}$$

$$? \text{ mol K}^+ = 192 \text{ g SO}_4^{2-} \times \frac{1 \text{ mol SO}_4^{2-}}{96 \text{ g SO}_4^{2-}} \times \frac{2 \text{ mol K}^+}{1 \text{ mol SO}_4^{2-}} = 4 \text{ mol K}^+$$

$$2) \frac{2}{4} \text{N}_0 + \frac{1}{32} \text{N}_0 = \frac{31}{32} \text{N}_0 = \text{N}_0 - \frac{\text{N}_0}{\gamma^n} \Rightarrow n = 5 \Rightarrow t_2 = 40 \text{ روز}$$

$$\Rightarrow t_2 - t_1 = 24 \text{ روز}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

شیمی

۷۶. گزینه ۳ صحیح است.

نور نشر شده در اثر بازگشت الکترون در اتم هیدروژن از حالت برانگیخته به حالت‌های پایدارتر، ممکن است در ناحیه فرابنفش قرار بگیرد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۲۲، ۲۳، ۲۶ و ۲۷)

۷۷. گزینه ۱ صحیح است.

اگر ${}^{49}\text{A}$ دارای a نوترون باشد، ${}^{51}\text{A}$ دارای $a+2$ نوترون است، بنابراین داریم:

$$2 \text{ mol A} \times \frac{6 \text{ mol } {}^{49}\text{A}}{100 \text{ mol A}} \times \frac{a \text{ mol n}}{1 \text{ mol } {}^{49}\text{A}} + 2 \text{ mol A} \times \frac{4 \text{ mol } {}^{51}\text{A}}{100 \text{ mol A}} \times \frac{(a+2) \text{ mol n}}{1 \text{ mol } {}^{51}\text{A}} = 53/6 \Rightarrow a = 26$$

در نتیجه عدد اتمی این عنصر برابر است با:

$$Z = 49 - 26 = 23$$

آرایش الکترونی این عنصر به صورت زیر است:

$$23\text{A} = 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 3d^3 / 4s^2$$

$$\Rightarrow \frac{\text{شمار e های دارای } l=1}{\text{شمار e های دارای } l=2} = \frac{12}{3} = 4$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵ و ۲۹ تا ۳۱)

۷۸. گزینه ۲ صحیح است.

عنصرهایی که در خانه ۷ و ۱۲ جدول جای دارند، به ترتیب ${}^{14}\text{N}$ و ${}^{12}\text{Mg}$ بوده و فرمول شیمیایی ترکیب یونی حاصل از این دو عنصر به صورت Mg_3N_2 است و در این ترکیب نسبت شمار کاتیون به آنیون برابر $\frac{3}{2}$ است.

بررسی گزینه ۱: واکنش پذیرترین فلز و نافلز دوره سوم جدول تناوبی به ترتیب Na و Cl هستند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۰)

۷۹. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به ساختارهای داده شده X و Y به ترتیب متعلق به گروه‌های ۱۵ و ۱۶ جدول تناوبی هستند و چون این عناصر متعلق به دوره سوم جدول تناوبی هستند، X فسفر (P) و Y گوگرد (S) است. ساختار لوویس SO_3 و SO_2 به صورت زیر است و نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در هر دو ترکیب برابر ۲ است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) PCl_3 یک ماده تجاری مهم در تهیه حشره‌کش‌ها است.

(۳) فرمول شیمیایی ترکیب‌های یونی موردنظر می‌تواند به صورت CrP و CuS باشد.

(۴) در اثر سوختن گوگرد، نور حاصل آبی رنگ است و رنگ شعله گاز شهری که به طور کامل می‌سوزد نیز آبی است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۸۰. گزینه ۱ صحیح است.

نقطه جوش O_3 از O_2 بیشتر است. بنابراین در دمایی که O_2 مایع می‌شود، اوزون (آلوتروپ واکنش پذیرتر اکسیژن) نیز مایع است.

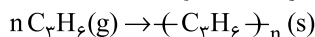


شمار مول مصرفی C_3H_6 برابر است با:

$$? \text{ mol } C_3H_6 = 101 \text{ g } C_3H_6Br_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_6Br_2}{202 \text{ g } C_3H_6Br_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } C_3H_6}{1 \text{ mol } C_3H_6Br_2} = 5 \text{ mol } C_3H_6$$

اکنون می‌توان با توجه به واکنش پلیمری شدن پروپن، شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار پلیمر تولیدی را محاسبه نمود:



$$? \text{ پیوند اشتراکی} = 5 \text{ mol } C_3H_6 \times \frac{1 \text{ mol پلیمر}}{n \text{ mol } C_3H_6}$$

$$\times \frac{6/2 \times 10^{23} \text{ مولکول پلیمر}}{1 \text{ مولکول پلیمر}} = 27/09 \times 10^{24}$$

توجه: شمار پیوند اشتراکی در هر مولکول پلیمر برابر $1 + 9n$ است که برای حل سؤال از یک صرف نظر شده است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۴۱ و ۱۰۴ تا ۱۰۶)

۸۸. گزینه ۳ صحیح است.

فرمول مولکولی پنجمین آلکین به صورت C_5H_8 بوده و فرمول مولکولی سیکلوپنتان نیز C_5H_{10} است، پس هر دو ترکیب دارای 10° پیوند اشتراکی میان اتم‌های C و H در ساختار خود هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) درست

(۲) نسبت شمار اتم H به C در بنزن (C_6H_6) و نفتالن ($C_{10}H_8$) به ترتیب برابر با ۱ و ۸/۵ است.

(۴) هر مول استیلن (C_2H_2) با دو مول H_2 واکنش می‌دهد. در حالی‌که هر مول اتیلن (C_2H_4) با یک مول H_2 واکنش می‌دهد.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)

۸۹. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به معادله (I) و (II)، آنتالپی پیوندهای $Cl-Cl$ و $N \equiv N$ به ترتیب برابر با 240° و 945° کیلوژول بر مول است و با توجه به معادله واکنش داریم:

$$\Delta H(\text{واکنش}) = \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده} \right]$$

$$\Rightarrow -450 = [6\Delta H(N-H) + 3\Delta H(Cl-Cl)]$$

$$-[\Delta H(N \equiv N) + 6\Delta H(H-Cl)]$$

$$\Rightarrow -450 = [6\Delta H(N-H) + 3(240)] - [945 + 6\Delta H(HCl)]$$

$$\Rightarrow -225 = 6\Delta H(N-H) - 6\Delta H(H-Cl)$$

$$\Rightarrow \Delta H(N-H) - \Delta H(H-Cl) = -37/5 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

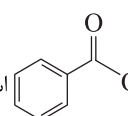
۹۰. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) استر موردنظر، اتیل بوتانات با فرمول مولکولی $C_6H_{12}O_2$ است و ترکیب آلی موجود در بادام نیز، بنزالدهید با فرمول مولکولی C_7H_6O است.

(ب) در ساختار هر سه ترکیب گروه عاملی هیدروکسیل ($-OH$) وجود دارد و هر سه ترکیب دارای پیوند $C=C$ و ساختار حلقوی هستند.

(پ) ترکیب موردنظر بنزوئیک اسید با ساختار  است که در اثر قرار دادن گروه متیل به جای گروه OH در آن، ترکیب

غلظت کاتیون‌ها برابر است با:

$$[\text{کاتیون}] = \frac{\text{شمار مول کاتیون‌ها}}{\text{مجموع حجم محلول‌ها (L)}} = \frac{0/04 + 0/04}{200 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mL}}{1/2 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}}}$$

$$= 4/8 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۴، ۹۵ و ۹۸)

۸۳. گزینه ۴ صحیح است.

در ترکیب‌ها HBr و HCl ، با افزایش جرم مولی هالوژن، درصد جرمی هیدروژن در ترکیب کاهش می‌یابد اما مقایسه نقطه جوش این ترکیب به صورت: $HCl < HBr < HF$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) در محلول حاصل، شمار مول‌های حلال (اتانول) بیشتر است و از آنجا که

جرم مولی اتانول (46 g.mol^{-1}) نیز نسبت به آب (18 g.mol^{-1}) بیشتر است، پس جرم حلال نیز از حل‌شونده بیشتر خواهد بود.

(۲) جرم ترکیب یونی اولیه با مجموع جرم یون‌های حاصل برابر است.

$$\frac{105 \times 10^{-3} \text{ g گلوکز}}{1 \text{ L خون}} = \frac{1/5 \text{ g گلوکز}}{1 \text{ L خون}}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۴، ۹۶، ۹۹ و ۱۰۷)

۸۴. گزینه ۳ صحیح است.

ترکیب‌های یونی $Ca_3(PO_4)_2$ و $CaSO_4$ به ترتیب کم‌محلول و نامحلول در آب هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) آمونیوم (NH_4^+)، یک کاتیون ۵ اتمی است.

(۲) در هر دو فرایند، جهت حرکت مولکول‌های آب از طریق غشاء، دوطرفه است.

(۴) نیروی بین مولکولی در استون ($CH_3-C(=O)-CH_3$)، از نوع وان‌دروالسی است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۹۱، ۹۲، ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۹، ۱۱۸ و ۱۲۲)

۸۵. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به اطلاعات داده‌شده داریم:

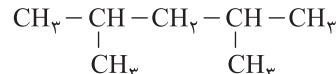
$$? \text{ g } (CO_2, CO) = 5/8 \text{ g } FeCO_3 \times \frac{1 \text{ mol } FeCO_3}{116 \text{ g } FeCO_3}$$

$$\times \frac{(2 \times 44 + 1 \times 28) \text{ g گاز}}{2 \text{ mol } FeCO_3} \times \frac{60}{100} = 1/16 \text{ g گاز}$$

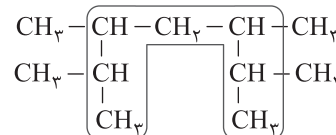
(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۸۶. گزینه ۳ صحیح است.

ساختار ۲، ۴-دی‌متیل پنتان به صورت زیر است:



و در اثر اعمال تغییر ذکرشده، ساختار ترکیب به دست آمده به صورت زیر است:

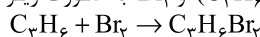


نام آیوپاک ترکیب حاصل به صورت: ۲، ۴، ۵-تری‌متیل هپتان است و در ساختار این ترکیب نیز همانند ترکیب اولیه، تنها یک گروه CH_3 وجود دارد.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۸۷. گزینه ۴ صحیح است.

معادله واکنش انجام‌شده میان پروپن (C_3H_6) و Br_2 به صورت زیر است:



(۴)

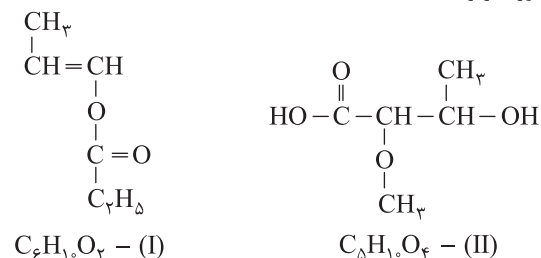
$$\left\{ \begin{aligned} \bar{R}_{O_2} &= \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0.06}{100} = 6 \times 10^{-4} \text{ mol.s}^{-1} \\ \bar{R}_{O_2} &= \frac{\bar{R}_{KCl}}{3} \Rightarrow \bar{R}_{KCl} = 3 \times 6 \times 10^{-4} = 18 \times 10^{-4} \text{ mol.s}^{-1} \end{aligned} \right. \Rightarrow$$

تفاوت سرعت تولید فراورده‌ها برابر 18×10^{-4} مول بر ثانیه است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰)

۹۳. گزینه ۳ صحیح است.

ساختار و فرمول شیمیایی مونومر سازنده هر یک از پلیمرهای داده شده به صورت زیر است:



با توجه به ساختارهای داده شده، شمار اتم‌ها در فرمول مولکولی مونومر سازنده پلیمرهای (I) و (II) به ترتیب برابر با ۱۸ و ۱۹ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) درست

(۲) پلیمر (I)، در اثر شکستن یکی از پیوندهای اشتراکی میان اتم‌های کربن دارای پیوند $\text{C}=\text{C}$ به دست آمده است.

(۴) در ساختار مونومر سازنده پلیمر (II)، گروه‌های عاملی هیدروکسیل، کربوکسیل و اتری وجود دارد.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۴، ۱۰۵ و ۱۱۴ تا ۱۱۶)

۹۴. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت‌های (آ) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) استر موردنظر دارای ساختار $\text{H}-\text{C}(=\text{O})-\text{O}-\text{CH}_3$ است و از واکنش متانول (CH_3OH) و متانوئیک اسید (HCOOH) به دست آمده است.
(ب) اسید موردنظر، استیک اسید (CH_3COOH) است اما آمین موردنظر می‌تواند دارای دو ساختار $\text{C}_6\text{H}_5\text{NH}_2$ یا $\text{CH}_3-\text{NH}-\text{CH}_3$ باشد.

(پ) فرمول مولکولی آمین موردنظر $\text{C}_6\text{H}_5\text{N}$ است و تفاوت جرم مولی آن با متیل آمین (CH_3-NH_2) که ساده‌ترین آمین است، برابر با 14 g.mol^{-1} است.

(ت) فرمول مولکولی آمید به صورت $\text{C}_6\text{H}_5\text{NO}$ (59 g.mol^{-1}) بوده و فرمول مولکولی اسید به صورت $\text{C}_6\text{H}_5\text{O}_2$ (60 g.mol^{-1}) است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۴ تا ۱۱۶)

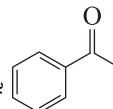
۹۵. گزینه ۲ صحیح است.

پاک‌کننده موردنظر می‌تواند صابون مایع ($\text{C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONH}_4$) و یا پاک‌کننده غیرصابونی ($\text{C}_{16}\text{H}_{33}\text{C}_6\text{H}_4\text{SO}_3\text{Na}$) باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) پاک‌کننده موردنظر $\text{C}_{16}\text{H}_{33}\text{COOK}$ و $\text{C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONH}_4$ است که در هر دو حالت شمار اتم‌های کربن موجود در ساختار پاک‌کننده برابر ۱۷ است.

(۳) برای اینکه پاک‌کننده موردنظر با یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} موجود در آب سخت تولید رسوب نکند، باید غیرصابونی باشد.



به دست می‌آید که همانند ۲ - هپتانون (ترکیب آلی موجود در میخک)، دارای گروه عاملی کتون است.

(ت) آلدهید یک پیوند $\text{C}=\text{O}$ در گروه عاملی خود دارد و اتر نیز برای اینکه ایزومر آلدهید باشد، باید یک پیوند $\text{C}=\text{C}$ داشته باشد.

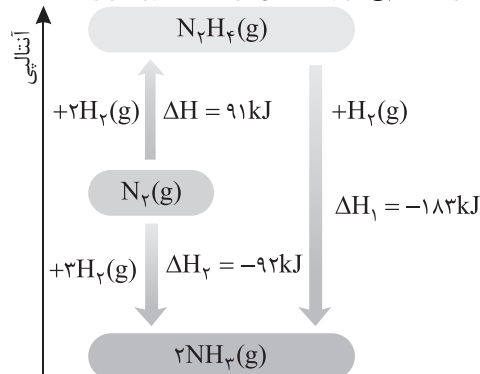
(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲، ۸۴، ۹۶ و ۱۱۳)

۹۱. گزینه ۴ صحیح است.

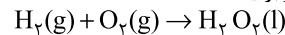
عبارت بیان شده در گزینه (۴) برخلاف سایر گزینه‌ها نادرست است؛ در واکنش سوختن کامل گرافیت، ΔH مرحله نخست (تولید CO) را نمی‌توان به روش تجربی تعیین کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

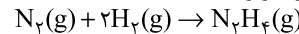
(۱) نمودار تغییرات آنتالپی مربوط به این فرایند به صورت زیر است:



(۲) معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است و در آن ضریب استوکیومتری هر دو واکنش دهنده برابر یک است:



(۳) معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



واکنش دهنده‌ها، مولکول‌های دواتمی هستند و برای پیوندهای موجود در ساختار آنها، نیازی به استفاده از واژه میانگین آنتالپی پیوند نیست.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۶۸، ۷۶، ۷۷ و ۹۲)

۹۲. گزینه ۲ صحیح است.

اختلاف جرم KClO_3 مصرفی و جرم KCl تولیدی برابر با جرم O_2 تولیدی است:

$$? \text{ mol O}_2 = \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{192 \text{ g O}_2} = 0.06 \text{ mol O}_2$$

پس نمودار داده شده مربوط به O_2 است و با توجه به سرعت تولید این گاز در ۲۰ ثانیه نخست داریم:

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta n}{V \Delta t} \Rightarrow \frac{1}{2} \times 10^{-2} = \frac{0.06}{V \times \frac{20}{60}} \Rightarrow V = 5 \text{ L}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) نادرست

(۳) در $t = 35 \text{ s}$ ، مول O_2 تولیدی برابر ۰.۰۳ مول بوده و در نتیجه شمار مول KClO_3 مصرفی برابر است با:

$$? \text{ mol KClO}_3 = 0.03 \text{ mol O}_2 \times \frac{2 \text{ mol KClO}_3}{3 \text{ mol O}_2} = 0.02 \text{ mol KClO}_3$$

و با توجه به اینکه مقدار O_2 تولیدی در پایان واکنش برابر ۰.۰۶ مول است، پس مول KClO_3 اولیه نیز برابر است با:

$$? \text{ mol KClO}_3 = 0.06 \text{ mol O}_2 \times \frac{2 \text{ mol KClO}_3}{3 \text{ mol O}_2} = 0.04 \text{ mol KClO}_3$$

پس ۰.۰۲ مول KClO_3 تجزیه شده و جرم آن برابر است با:

$$? \text{ g KClO}_3 = 0.02 \text{ mol KClO}_3 \times \frac{122.5 \text{ g KClO}_3}{1 \text{ mol KClO}_3} = 2.45 \text{ g KClO}_3$$



(۴) با توجه به اینکه در محلول اسید HA، غلظت H^+ و A^- برابر است، پس داریم:

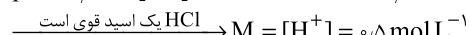
$$\begin{cases} [H^+] = \frac{0.2}{2} = 0.1 \text{ mol.L}^{-1} \\ [H^+] = M\alpha \\ \Rightarrow 0.1 = 0.2 \times 100 = 20\% \end{cases} \Rightarrow \alpha = 0.2$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۹، ۲۸ تا ۳۲ و ۳۶)

۹۸. گزینه ۱ صحیح است.

قسمت اول: با توجه به اطلاعات داده شده، در ابتدا محلول اسید به طور کامل خنثی نمی‌شود، پس داریم:

$$pH = 0.3 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-0.3} = 0.5 \text{ mol.L}^{-1}$$



پس شمار مول‌های اولیه اسید موجود در محلول برابر است با:

$$? \text{ mol HCl} = 0.1 \text{ L محلول} \times \frac{0.5 \text{ mol HCl}}{1 \text{ L محلول}} = 0.05 \text{ mol HCl}$$

شمار مول NaOH اضافه شده به محلول برابر است با:

$$? \text{ mol NaOH} = 40 \times 10^{-3} \text{ g NaOH} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{40 \text{ g NaOH}}$$

$$= 0.01 \text{ mol NaOH}$$

با توجه به معادله واکنش: $HCl + NaOH \rightarrow NaCl + H_2O$

شمار مول اسید باقیمانده برابر است با:

$$? \text{ mol HCl} = 0.05 - 0.01 = 0.04 \text{ mol HCl}$$

اکنون می‌توان مقدار $[OH^-]$ موجود در محلول را محاسبه نمود:

$$[H^+] = \frac{n(\text{mol})}{V(\text{L})} = \frac{0.04}{0.1} = 0.4 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \rightarrow [OH^-] = \frac{1}{4} \times 10^{-13} \text{ mol.L}^{-1}$$

پس شمار یون‌های OH^- در محلول برابر است با:

$$? OH^- = 0.1 \text{ L محلول} \times \frac{\frac{1}{4} \times 10^{-13} \text{ mol OH}^-}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{6.02 \times 10^{23} OH^-}{1 \text{ mol OH}^-}$$

$$= 1.505 \times 10^9 OH^- \text{ یون}$$

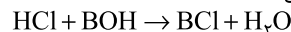
قسمت دوم: مولاریته باز برابر است با:

$$pH = 13 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-13} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\begin{cases} [H^+][OH^-] = 10^{-14} \rightarrow [OH^-] = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1} \\ [OH^-] = M\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow 10^{-1} = M \times 0.1 \Rightarrow M = \frac{1 \text{ mol}}{L}$$

با توجه به معادله واکنش خنثی شدن:



حجم محلول باز مورد نیاز برابر است با:

$$? \text{ mL محلول} = 0.04 \text{ mol HCl} \times \frac{1 \text{ mol BOH}}{1 \text{ mol HCl}} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1 \text{ mol BOH}}$$

$$\times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} = 40 \text{ mL}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶، ۳۱ و ۳۲)

۹۹. گزینه ۳ صحیح است.

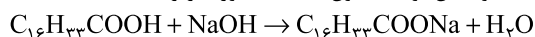
عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) با توجه به اینکه فلز A نسبت به فلز Fe کاهنده‌تر است، می‌توان از آن برای حفاظت از آهن در برابر خوردگی استفاده کرد.

(ب) با توجه به سلول گالوانی داده شده، قدرت کاهندگی فلز B از فلز A کمتر است.

(۴) معادله واکنش تولید صابون جامد به صورت زیر است:



$$? \text{ صابون g} = 135 \text{ g } C_{16}H_{33}COOH \times \frac{1}{100} \times \frac{1 \text{ mol } C_{16}H_{33}COOH}{270 \text{ g } C_{16}H_{33}COOH}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } C_{16}H_{33}COONa}{1 \text{ mol } C_{16}H_{33}COOH} \times \frac{292 \text{ g}}{1 \text{ mol } C_{16}H_{33}COONa}$$

$$= 116.8 \text{ g } C_{16}H_{33}COONa$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵، ۶ و ۹ تا ۱۱)

۹۶. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به اینکه pH دو محلول برابر است، پس مولاریته اولیه اسید ضعیف

HF نسبت به اسید قوی HI بیشتر بوده و چون حجم دو محلول نیز برابر

است، شمار مول‌های اولیه HF از HI بیشتر بوده است، پس در واکنش

اسید HF با فلز، مقدار گاز H_2 تولیدی در پایان واکنش بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$1) K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \xrightarrow{[H^+]=[A^-]} 4 \times 10^{-6} = \frac{[A^-]^2}{0.1}$$

$$\Rightarrow [A^-] = 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

آنیون دواتمی موجود در محلول نیز، OH^- که غلظت آن برابر است با:

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H^+]} = \frac{10^{-14}}{2 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^{-11} \text{ mol.L}^{-1}$$

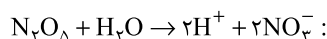
پس نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{[A^-]}{[OH^-]} = \frac{2 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-11}} = 4 \times 10^6$$

(۲) اگر جرم اولیه هر ترکیب را برابر m گرم در نظر بگیریم، $[H^+]$ در

محلول هر اسید برابر است با:

$$HBr \rightarrow H^+ + Br^- : [H^+] = \frac{m \text{ g HBr} \times \frac{1 \text{ mol HBr}}{81 \text{ g HBr}} \times \frac{1 \text{ mol H}^+}{1 \text{ mol HBr}}}{1 \text{ L}} = \frac{m}{81}$$



$$[H^+] = \frac{m \text{ g } N_2O_5 \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_5}{108 \text{ g } N_2O_5} \times \frac{2 \text{ mol H}^+}{1 \text{ mol } N_2O_5}}{1 \text{ L}} = \frac{m}{54}$$

با توجه به اینکه $[H^+]$ در محلول حاصل از انحلال N_2O_5 در آب

بیشتر است، این محلول، pH کمتری دارد.

(۴) با افزایش غلظت محلول HCN، درجه یونش آن کاهش می‌یابد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۶ و ۱۹ تا ۲۵)

۹۷. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به اینکه باز BOH نسبت به باز B'OH دارای K_b

کوچک‌تری است، پس BOH، باز ضعیف‌تری بوده، $[OH^-]$ در

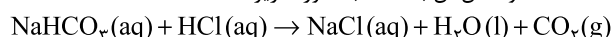
محلول آن کمتر است و در نتیجه محلول آن pH کمتری نسبت به

محلول باز B'OH دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) ترکیب مورد نظر، سدیم هیدروژن کربنات ($NaHCO_3$) است که

معادله واکنش آن با HCl به صورت زیر است:



درست (۳)



مورد چهارم: مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه ترکیب‌های یونی حاصل به صورت $MgF_2 < MgO < AlF_3 < Al_2O_3$ (شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

۱۰۳. گزینه ۲ صحیح است.

برای افزایش کارایی مبدل کاتالیتی، گاهی سرامیک را به شکل مش (دانه)‌های ریز درمی‌آورند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) هر سه واکنش انجام‌شده، گرماده هستند.

(۲) با زدن جرقه در مخلوطی از گازهای H_2 و O_2 ، E_a واکنش تأمین می‌شود.

(۴) در حضور کاتالیزگر مقدار انرژی فعالساز (E_a) کاهش می‌یابد در حالی که مقدار آنتالپی واکنش $|\Delta H|$ تغییری نمی‌کند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۱)

۱۰۴. گزینه ۳ صحیح است.

با افزودن مقداری $NaOH$ به سامانه، رسوب $Mg(OH)_2$ تشکیل شده و در نتیجه با کاهش غلظت یون‌های Mg^{2+} ، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود. همچنین با افزودن $NaCl$ به سامانه نیز، رسوب $AgCl$ تشکیل شده و با کاهش غلظت Ag^+ ، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) با افزایش دما، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و با این جابه‌جایی شمار مول مواد گازی موجود در سامانه افزایش می‌یابد.

(۲) با افزودن مقداری CO_2 به سامانه، تعادل در جهت مصرف آن، یعنی در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود که با این جابه‌جایی CaO مصرف و $CaCO_3$ تولید می‌شود.

(۴) با افزایش فشار، سامانه در جهت شمار مول گازی کمتر (رفت) جابه‌جا می‌شود. در این جابه‌جایی، مواد واکنش‌دهنده مصرف شده و شمار مول آنها کاهش می‌یابد اما به دلیل افزایش فشار (کاهش حجم)، غلظت همه مواد گازی، در تعادل جدید بیشتر از تعادل اولیه خواهد بود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۸)

۱۰۵. گزینه ۴ صحیح است.

با باز شدن شیر میان دو ظرف، غلظت تعادلی مواد به صورت زیر خواهد بود:

	A	+	B	$\rightleftharpoons$	۲AB
مول اولیه	۰/۷		۰/۷		۰
تغییر مول	-x		-x		+۲x
مول تعادلی	۰/۷-x		۰/۷-x		۲x

$$K = \frac{[AB]^2}{[A][B]} \Rightarrow ۴۴ \times ۱۰^{-۲} = \frac{(\frac{2x}{4})^2}{(\frac{0.7-x}{4})^2}$$

$$\Rightarrow ۸ \times ۱۰^{-۱} = \frac{2x}{0.7-x} \Rightarrow x = 0.2 \text{ mol}$$

بنابراین مجموع غلظت واکنش‌دهنده‌ها در تعادل برابر است با:

$$[A] + [B] = \frac{0.5}{4} + \frac{0.5}{4} = 0.25 \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به اینکه شمار مول مواد گازی در دو طرف معادله واکنش برابر است، با تغییر فشار (حجم)، سامانه تعادلی جابه‌جا نمی‌شود و در نتیجه شمار مول مواد تغییری نمی‌کند اما به دلیل کاهش حجم ظرف، غلظت

$$[AB] = \frac{0.4}{4} = 0.2 \text{ mol.L}^{-1} \quad \text{AB تغییر می‌کند:}$$

$$\frac{0.2}{0.25} = 0.8 \quad \text{پس نسبت خواسته‌شده برابر است با:}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

پ) معادله نیم‌واکنش کاهش انجام‌شده در فرایند برقکافت نمک مذاب این فلز به صورت: $Mg^{2+}(l) + 2e^- \rightarrow Mg(l)$ است.

ت) با توجه به اطلاعات داده‌شده، نیم‌سلول B، نیم‌سلول SHE است؛ با توجه به اینکه قدرت کاهندگی H_2 از فلز Cu بیشتر است، پس در سلول گالوانی حاصل از نیم‌سلول‌های SHE و Cu، نیم‌سلول SHE نقش آند را داشته و کاتیون‌های موجود در محلول آن (H^+) با گذر از دیواره متخلخل به سمت کاتد می‌روند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۷، ۵۶ و ۵۸)

۱۰۰. گزینه ۲ صحیح است.

معادله نیم‌واکنش اکسایش انجام‌شده در فرایند آبکاری به صورت: $Ag(s) \rightarrow Ag^+(aq) + e^-$ است؛ ابتدا با توجه به اطلاعات داده‌شده، شمار مول الکترون مبادله‌شده در این فرایند را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mole } e^- = \frac{1}{2} \text{ min} \times \frac{۶۰ \text{ s}}{1 \text{ min}} \times \frac{۵/۴ \text{ g Ag}}{1 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ mol Ag}}{۱۰۸ \text{ g Ag}} \times \frac{1 \text{ mole } e^-}{1 \text{ mol Ag}} = ۴/۵ \text{ mole } e^-$$

با توجه به اینکه این مقدار الکترون از سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن تأمین شده است، می‌توان جرم H_2 تولیدی در این سلول را محاسبه نمود:

$$2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(g), 4 \text{ mole } e^-$$

$$? \text{ g } H_2 = ۴/۵ \text{ mole } e^- \times \frac{100}{۶} \times \frac{2 \text{ mol } H_2}{4 \text{ mole } e^-} \times \frac{2 \text{ g } H_2}{1 \text{ mol } H_2} = 7/5 \text{ g } H_2$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳ و ۶۰)

۱۰۱. گزینه ۳ صحیح است.

معادله نیم‌واکنش کاهش انجام‌شده در فرایند زنگ زدن آهن به صورت: $O_2(g) + 2H_2O(l) + e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$ است و معادله نیم‌واکنش انجام شده در قطب مثبت (آند) فرایند برقکافت آب نیز به صورت: $2H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^-$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) درست

(۲) فلز موردنظر، روی (Zn) است.

(۴) در فرایند هال، آند گرافیتی بی‌اثر نبوده و مصرف می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۴، ۵۷، ۵۹، ۶۱، ۶۳ و ۶۵)

۱۰۲. گزینه ۴ صحیح است.

همه عبارت‌های بیان‌شده درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

مورد اول: با توجه به اینکه آنتالپی فروپاشی ترکیب‌های یونی با بار الکتریکی یون‌های سازنده رابطه مستقیم دارد، پس بار الکتریکی کاتیون پایدار A باید از بار الکتریکی X^+ بیشتر باشد. (به عنوان مثال

در ترکیب AB بار یون‌ها می‌تواند به صورت A^{2+} و B^{2-} باشد.)

مورد دوم: چگالی بار یون‌هایی که اندازه بار آنها برابر ۲ است، قطعاً از Na^+ بیشتر است و در میان یون‌هایی با اندازه بار برابر ۲، مقایسه

شعاع یونی به صورت: $Mg^{2+} < Ca^{2+} < O^{2-}$ است.

مورد سوم: با توجه به نمودار زیر که مربوط به خود را بیازمایید صفحه ۸۲ کتاب درسی است، این عبارت صحیح است.

