

آزمون آزمایشی ۲ آذر ۱۴۰۳

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

A

دفترچه شماره ۱

وقت پیشنهادی	تا شماره	از شماره	تعداد پرسش	مواد امتحانی
۷۰ دقیقه	۴۰	۱	۴۰	ریاضیات
مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه		تعداد کل پرسش‌ها: ۴۰		



دانش آموز گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ‌های تشریحی را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند، دفترچه پاسخ تشریحی و آرشیو آزمون‌های گزینه دو، با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید.
در ثبت‌نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است.
در ثبت‌نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

سال تحصیلی: ۱۴۰۳-۱۴۰۴



وقت پیشنهادی: ۷۰ دقیقه

ریاضیات

حسابان ۲: فصل ۱ درس ۲ و فصل ۲ درس ۱ (صفحه ۱۳ تا ۳۴)

ریاضی ۱: فصل ۲ (صفحه ۲۸ تا ۴۶)

حسابان ۱: فصل ۴ از ابتدای درس ۱ تا انتهای درس ۳ (صفحه ۹۱ تا ۱۰۹)

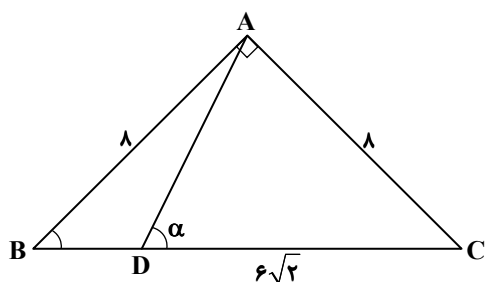
۱- اگر انتهای کمان روبه‌رو به زاویه α در ناحیه اول بوده و $2\sin^2\alpha - 3\cos^2\alpha = \sin\alpha\cos\alpha$ ، مقدار $\tan\alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

۲- اگر $a = \cos\delta$ و $b = \sin\delta$ ، کدام گزینه، درست است؟

- (۱) $|b| > a$ (۲) $|a| > |b|$ (۳) $b > a$ (۴) $a^2 > b^2$

۳- در مثلث قائم‌الزاویه شکل مقابل، $DC = 6\sqrt{2}$ ، $AB = AC = 8$ و $\hat{BAC} = 90^\circ$ است. مقدار $\cot\alpha$ چقدر است؟



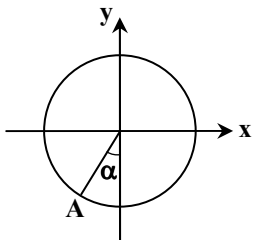
- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) ۲
(۳) $-\frac{1}{2}$
(۴) -۲

۴- اگر $\sqrt{1+\tan^2x} + \tan x = \frac{1-\sin x}{|\cos x|}$ و $\sqrt{1+\cot^2x} + \cot x = \frac{1+\cos x}{|\sin x|}$ باشد، انتهای کمان روبه‌رو به زاویه x در کدام ناحیه

مثلثاتی است؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۵- نقطه $A(\frac{2}{3}m - 1, -m)$ مطابق شکل، بر روی دایره مثلثاتی قرار دارد. حاصل $\tan\alpha + \cot\alpha$ کدام است؟



- (۱) $\frac{79}{25}$
(۲) $\frac{64}{25}$
(۳) $\frac{169}{60}$
(۴) $\frac{137}{60}$

محل انجام محاسبات:

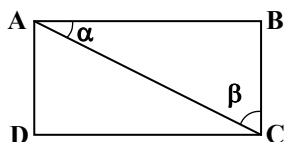
۶- حاصل $P = \frac{3 \tan \frac{3\pi}{5} + \cot \frac{\pi}{10}}{2 \cot \frac{11\pi}{10} - \tan \frac{2\pi}{5}}$ برابر کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) $\frac{2}{3}$

۷- به ازای کدام مقدار k ، حاصل $A = \cos \frac{7\pi}{3} + k \sin \frac{5\pi}{3} \tan \frac{4\pi}{3}$ سه برابر حاصل $B = \sin \frac{17\pi}{6} + k \cos \frac{7\pi}{6} \cot \frac{5\pi}{6}$ است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{6}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

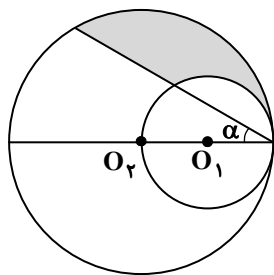
۸- در مستطیل شکل مقابل، مجذور طول قطر، با چهار برابر مساحت آن برابر است. حاصل $\tan \alpha + \tan \beta$ کدام است؟



- (۱) ۸
(۲) $4 + 2\sqrt{3}$
(۳) $2 + \sqrt{3}$
(۴) ۴

۹- در شکل مقابل، دو دایره به شعاع‌های ۶ و ۱۲ مماس داخل‌اند. اگر $\alpha = 30^\circ$ باشد، محیط ناحیه سایه‌زده شده چقدر است؟

$(\pi \approx 3, \sqrt{3} \approx \frac{5}{3})$



- (۱) ۳۶
(۲) ۳۹
(۳) ۴۱
(۴) ۴۶

۱۰- تابع $f(x) = a^x \sin(ax) + a$ مفروض است. اگر مقدار ماکزیمم تابع ۷ واحد از نصف مینیمم آن بزرگ‌تر باشد. دروه تناوب این تابع کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) 2π (۲) $\frac{3\pi}{7}$ (۳) $\frac{6\pi}{7}$ (۴) $\frac{\pi}{2}$

۱۱- چندجمله‌ای $f(x) = x^5 - 9x^3 - 2x^2 + ax - 1$ بر $x + 1$ بخش پذیر است. مجموع ضرایب باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - 4$ کدام است؟

- (۱) -۲۴ (۲) -۲۷ (۳) -۲۹ (۴) -۳۱

محل انجام محاسبات:

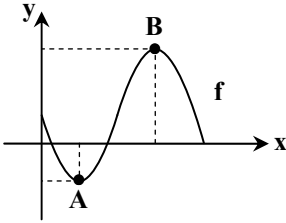
ریاضیات

داوطلبان آزمون رارے ۱۴۰۴

۱۲- تابع $f(x) = x^3 + 4x$ مفروض است. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{f(4x^2) - (f \circ f)(x)}$ شامل چند عدد صحیح نامنفی است؟

- (۱) ۸ (۲) ۲ (۳) ۷ (۴) بی شمار

۱۳- نمودار تابع $f(x) = 1 - 2\sin 2x$ به صورت مقابل است. اگر نمودار تابع $g(x) = a + b \cos x$ از نقاط A و B عبور کند. حاصل $a + b^2$ کدام است؟



(۱) ۷

(۲) ۹

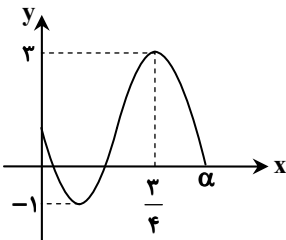
(۳) ۳

(۴) ۱۰

۱۴- تابع $y = 2 \tan\left(\frac{\pi}{b}x\right)$ در بازه $(1-a, 2a+3)$ اکیداً صعودی است. اگر بیشترین مقدار a برابر ۴ باشد، مقدار b کدام است؟

- (۱) -۱۲ (۲) -۱۴ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۱۵- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = c + a \sin(b\pi x)$ به صورت زیر است. حاصل $\cos(2\pi\alpha)$ کدام است؟

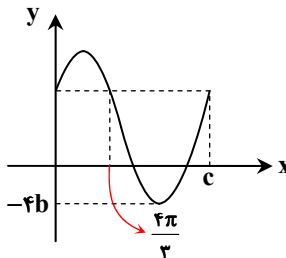
(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) -۱

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) صفر

۱۶- نمودار تابع $f(x) = 2 + a \cos\left(bx - \frac{\pi}{3}\right)$ در یک دوره تناوب به صورت مقابل است. مقدار $\sin\left(\frac{bc}{3a}\right)$ کدام است؟

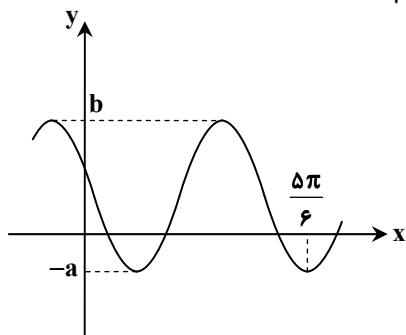
(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات:

۱۷- طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $y = x|x+1| - |4x-2|$ در آن، اکیداً نزولی است، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۸- شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin bx + b \cos(bx - \frac{3\pi}{2}) + c$ است. مقدار $f(\frac{\pi}{2})$ کدام است؟



(۱) $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) $3 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

هندسه

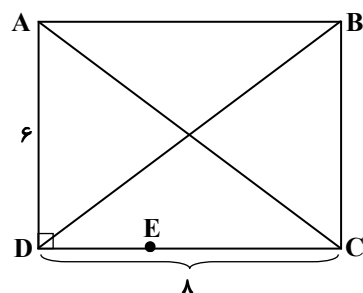
هندسه ۳: فصل ۱ درس ۲ (صفحه ۲۲ تا ۳۱)

هندسه ۱: فصل ۳ (صفحه ۵۳ تا ۷۳)

۱۹- در یک چندضلعی محدب، مجموع زوایای داخلی چهار برابر مجموع زوایای خارجی است. تعداد اقطار این چندضلعی کدام است؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۲۰ (۳) ۳۵ (۴) ۴۴

۲۰- در مستطیل ABCD مقابل، نقطه E روی DC طوری قرار گرفته است که $EC = 2ED$ است. مجموع فواصل نقطه E از دو قطر مستطیل کدام است؟



(۱) ۳/۶

(۲) ۴/۸

(۳) ۵/۲

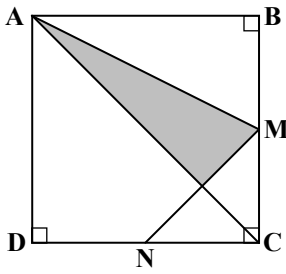
(۴) ۶/۴

محل انجام محاسبات:

ریاضیات

داوطلبان آزمون رارے ۱۴۰۴

۲۱- در مربع ABCD شکل زیر، نقاط M و N وسط‌های اضلاع هستند. مساحت قسمت هاشورزده چه کسری از مساحت مربع است؟



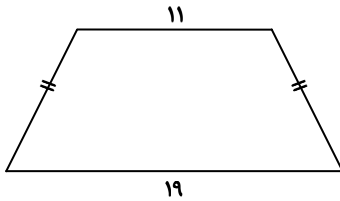
(۱) $\frac{1}{6}$

(۲) $\frac{3}{8}$

(۳) $\frac{2}{9}$

(۴) $\frac{3}{16}$

۲۲- مساحت دوزنقه متساوی الساقین مقابل ۱۲۰ می‌باشد. اگر وسط اضلاع دوزنقه را متوالیاً به هم وصل کنیم، با توجه به اندازه‌های داده‌شده، محیط چهارضلعی حاصل کدام است؟



(۱) ۲۶

(۲) ۳۰

(۳) ۳۴

(۴) ۴۲

۲۳- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای به طول وتر ۱۰، فاصله مرکز ثقل تا بزرگ‌ترین ضلع $\frac{1}{6}$ است. محیط این مثلث کدام است؟

(۴) $\frac{80}{3}$

(۳) ۲۸

(۲) $\frac{70}{3}$

(۱) ۲۴

۲۴- اگر $A = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، در این صورت ماتریس $C = 4A^{-1} + 3B^{-1}$ کدام است؟

(۴) $\begin{bmatrix} -2 & -4 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

(۱) $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

۲۵- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} m & 2 \\ m+1 & 3 \end{bmatrix}$ وارون‌پذیر نباشد، کدام یک از دستگاه‌های زیر فاقد جواب است؟

(۴) $\begin{cases} (m+1)x + y = 1 \\ 6x + 2y = m \end{cases}$

(۳) $\begin{cases} mx + y = 3 \\ 4x + my = 5 \end{cases}$

(۲) $\begin{cases} 2x + (m+1)y = 4 \\ mx + 3y = 4 \end{cases}$

(۱) $\begin{cases} (m-1)x + y = 7 \\ 5x + my = 6 \end{cases}$

۲۶- اگر دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} a+3 & 3 \\ 2a+1 & a-1 \end{bmatrix}$ برابر ۶ باشد، دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} a-2 & a+3 \\ a & -3 \end{bmatrix}$ کدام می‌تواند باشد؟

(۴) -۲۶

(۳) ۱۰

(۲) -۱۱

(۱) ۱۴

محل انجام محاسبات:

۲۷- اگر $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} 2 & 12 \\ 24 & 24 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس A کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴)

۲۸- A و B دو ماتریس وارون پذیر هستند و $|A - I| = 2$ است. در این صورت $|BAB^{-1} - I|$ کدام است؟

- $\frac{1}{2}$ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

۲۹- حاصل کسر $\frac{\begin{vmatrix} a & 1 & a^2 \\ 2b & 1 & 4b^2 \\ 3c & 1 & 9c^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 6bc & a \\ 1 & 3ca & 2b \\ 1 & 2ab & 3c \end{vmatrix}}$ برابر کدام است؟

- ۱ (۱) abc (۲) -۱ (۳) صفر (۴)

ریاضیات گسسته: فصل ۱ درس ۲ تا درس ۳ ابتدای معادله هم‌نهشتی (صفحه ۹ تا ۲۴)

ریاضیات گسسته

۳۰- اگر a, b و n اعداد طبیعی باشند و b^n بر a^n بخش پذیر باشد، مقدار $[3a^2, 6ab]$ برابر کدام است؟

- $3 \cdot a^2 b$ (۱) $4 \cdot ab$ (۲) $6 \cdot ab$ (۳) $12 \cdot a^2 b$ (۴)

۳۱- چند عدد به صورت $75 \times xy$ وجود دارد که بر ۱۱ بخش پذیر باشد؟

- ۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۷ (۴)

۳۲- در تقسیم عدد طبیعی a بر ۴۱، باقی‌مانده نصف مربع خارج قسمت است، مجموع ارقام کمترین عدد سه رقمی a کدام است؟

- ۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۴ (۴)

۳۳- باقی‌مانده تقسیم عدد $23! + 1000^{19}$ بر ۱۳ کدام است؟

- صفر (۱) ۱ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

۳۴- به ازای چند عدد a از مجموعه اعداد طبیعی کمتر از ۱۰۱ رابطه $8 \mid (a, 16)$ برقرار است؟

- ۹۱ (۱) ۹۳ (۲) ۹۴ (۳) ۸۹ (۴)

محل انجام محاسبات:

ریاضیات

داوطلبان آزمون رار ۱۴۰۴

- ۳۵- اگر دو عدد ۴۴ و ۷۷ در یک کلاس هم‌نهشتی به پیمانه $m > 1$ قرار داشته باشند و $(m, 3) = 1$ باشد، رقم یکان عدد $(2m + 1)^{17}$ کدام است؟
 (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۷
- ۳۶- اگر $a = 4k + 1, (k \in \mathbb{Z})$ و $a + 2^{10} \mid b$ ، آنگاه باقی‌مانده تقسیم $3 + 2b^2 + a^2$ بر ۸ کدام است؟
 (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷
- ۳۷- رقم دهگان کوچک‌ترین عدد طبیعی دو رقمی a که در رابطه $a + 7^{46} \mid 43$ صدق می‌کند، کدام است؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۵
- ۳۸- رقم یکان عدد $150! + 3^{150}$ کدام است؟
 (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۹
- ۳۹- اگر p عدد اول سه رقمی باشد، بزرگ‌ترین عددی که $2 - 2p^2$ همواره بر آن بخش پذیر می‌باشد، کدام است؟
 (۱) ۱۲ (۲) ۳۶ (۳) ۲۴ (۴) ۴۸
- ۴۰- باقی‌مانده تقسیم اعداد a و $7a$ بر عدد طبیعی b به ترتیب ۱۷ و ۳۵ است. b کدام می‌تواند باشد؟
 (۱) ۴۲ (۲) ۴۷ (۳) ۸۳ (۴) ۸۷

محل انجام محاسبات:

دفترچه شماره ۱- آزمون اختصاصی ۲ آذر ۱۴۰۳ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

اسامی هیأت علمی آزمون‌های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مسئول درس	طراحان	دستیار مسئول درس
سید شاکری سید امیر محمد	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- امین کبیری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی- علی نعمت	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد کشانی محمد حسین	فیزیک	منصور داوودندی	علی نعیمی- بهمن شاهمرادی- احمد رضوانی جمال خم خاچی- احمد مصلاهی	ساناز دریگوندی
	شیمی	شهرام شاه‌پرویزی	ماشاءالله سلیمانی- بهنام ابراهیم‌پور- شهرام شاه‌پرویزی مهرداد ملاصالحی- محمد علی توسلی‌فر- محمد احمدی	-

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمد رضا محمد هاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

آزمون آزمایشی ۲ آذر ۱۴۰۳

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

A

دفترچه شماره ۲

وقت پیشنهادی	تا شماره	از شماره	تعداد پرسش	مواد امتحانی
۴۵ دقیقه	۷۵	۴۱	۳۵	فیزیک
۳۰ دقیقه	۱۰۵	۷۶	۳۰	شیمی
مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه		تعداد کل پرسش‌ها: ۶۵		



دانش آموز گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ‌های تشریحی را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند، دفترچه پاسخ تشریحی و آرشیو آزمون‌های گزینه دو، با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید.
در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است.
در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

سال تحصیلی: ۱۴۰۳-۱۴۰۴



وقت پیشنهادی: ۴۵ دقیقه

فیزیک

فیزیک ۳: فصل ۱ از ابتدای حرکت با شتاب ثابت تا فصل ۲ ابتدای تکانه (صفحه ۱۵ تا ۴۶)

فیزیک ۱: فصل ۵ (صفحه ۱۲۷ تا ۱۴۹)

۴۱- معادله مکان- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می کند، در SI به صورت $x = -2t^2 + 40t + 60$ است. کدام یک از گزاره های زیر در مورد حرکت متحرک درست است؟

(الف) تندی متحرک در $t = 3s$ و $t = 17s$ برابر است. (ب) حرکت متحرک در $t = 4s$ تا $t = 6s$ کندشونده است.

(پ) جهت شتاب متحرک در $t = 10s$ عوض می شود.

(۴) «الف»، «ب» و «پ»

(۳) «الف» و «پ»

(۲) «ب» و «پ»

(۱) «الف» و «ب»

۴۲- نمودار شتاب- زمان مقابل، مربوط به متحرکی است که روی محور x حرکت می کند.

اگر سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 25s$ برابر $\frac{92}{25} \hat{i}$ در SI

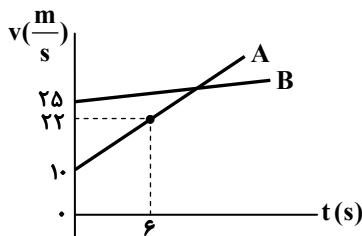
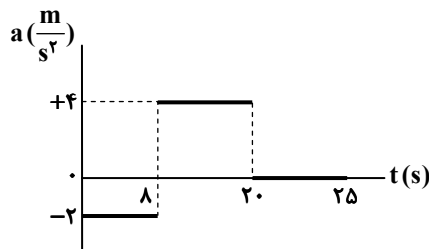
باشد، در چه لحظه ای جهت حرکت عوض می شود؟

(۱) $t = 11s$

(۲) $t = 13s$

(۳) $t = 15s$

(۴) $t = 16s$



۴۳- دو متحرک A و B که با شتاب ثابت حرکت می کنند، در لحظه $t = 0$ از یک مکان

روی محور x عبور می کنند و در لحظه $t = 20s$ دوباره به هم می رسند. شتاب

متحرک B چند متر بر مربع ثانیه است؟

(۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$

(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۴۴- اتومبیلی از حال سکون و با شتاب ثابت در مسیری مستقیم از ابتدای یک خیابان به حرکت درمی آید. در این خیابان، ستون هایی با

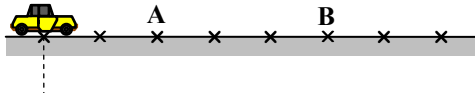
فاصله های مساوی و در محل های نشان داده شده در شکل نصب شده اند. اگر تندی اتومبیل هنگام عبور از کنار ستون A برابر $4\sqrt{10}$ متر بر

ثانیه باشد، تندی آن هنگام عبور از کنار ستون B چند متر بر ثانیه می شود؟

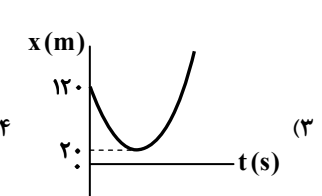
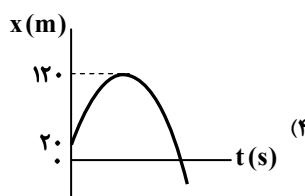
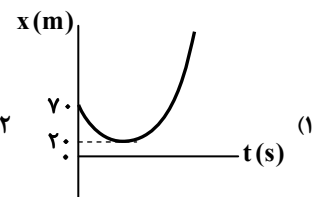
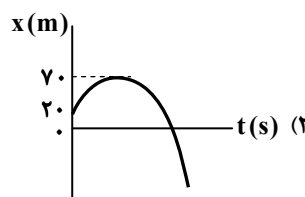
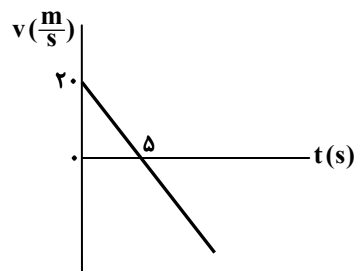
(۱) $10\sqrt{2}$ (۲) ۱۰

(۳) ۲۰ (۴) $20\sqrt{2}$

محل شروع



۴۵- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می کند، مطابق شکل مقابل است. نمودار مکان- زمان آن کدام است؟

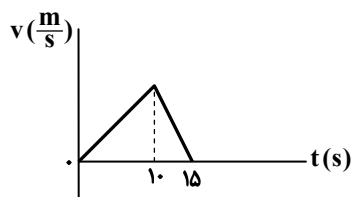


محل انجام محاسبات:

فیزیک

داوطلبان آزمون - اره ۱۴۰۴

۴۶- نمودار سرعت- زمان شکل مقابل مربوط به یک حرکت روی محور x است. اگر سرعت متوسط در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 15$ s برابر 20 m/s باشد، در مدتی که حرکت کندشونده است، بزرگی شتاب چند متر بر مربع ثانیه است؟



(۱) ۸

(۲) ۱۰

(۳) ۵

(۴) ۴

۴۷- سنگی از یک بلندی رها می‌شود و ۳ ثانیه بعد از رهاشدن، با سطح زمین ۸۰ متر فاصله دارد. یک ثانیه قبل از رسیدن به زمین، تندی سنگ

چند متر بر ثانیه است؟ (مقاومت هوا را ناچیز فرض کنید و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

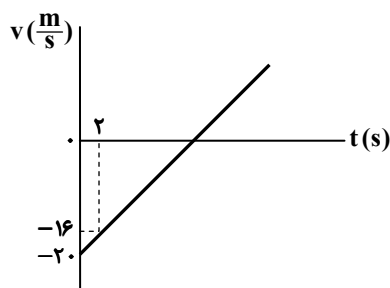
(۴) ۴۰

(۳) ۳۰

(۲) ۵۰

(۱) ۶۰

۴۸- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، به شکل مقابل است. اگر در لحظه $t = 2$ s بردار مکان آن $\vec{r} = (114 \text{ m}) \hat{i}$ در SI باشد، کمترین فاصله متحرک از مبدأ مکان چند متر است؟



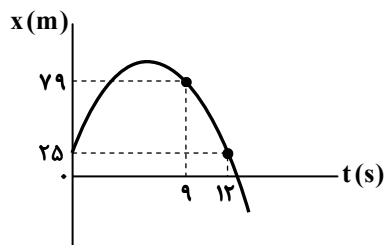
(۱) ۶۰

(۲) ۲۰

(۳) ۵۰

(۴) ۴۰

۴۹- سهمی شکل مقابل، نمودار مکان- زمان متحرکی است که روی خط راست حرکت می‌کند. مکان متحرک در لحظه $t = 20$ s کدام است؟



(۱) $x = -235 \text{ m}$

(۲) $x = -270 \text{ m}$

(۳) $x = -295 \text{ m}$

(۴) $x = -315 \text{ m}$

۵۰- سنگی از بالای برج (نقطه O) رها می‌شود و با تندی $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از نقطه A عبور می‌کند. با چشم‌پوشی از مقاومت هوا، سنگ فاصله A تا B را در

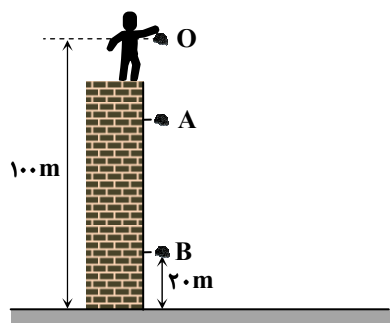
چند ثانیه طی می‌کند؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۱) ۲/۵

(۲) ۲

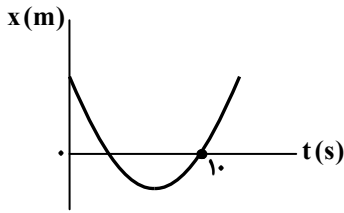
(۳) ۳

(۴) ۳/۵



محل انجام محاسبات:

۵۱- متحرکی با شتاب ثابت $\frac{6}{5} \frac{m}{s^2}$ روی محور x حرکت می کند. اگر مسافت طی شده در ۱۰ ثانیه اول ($t = 0$ تا $t = 10s$) برابر ۱۵۶ متر باشد، متحرک در لحظه $t = 0$ چند متر با مبدأ مکان فاصله داشته است؟



- (۱) ۸۰
(۲) ۶۰
(۳) ۳۰
(۴) ۴۰

۵۲- یک قطار به طول ۵۲ متر با تندی ثابت ۱۰ متر بر ثانیه روی ریل مستقیم حرکت می کند. یک موتورسوار در کنار ریل ایستاده است و در لحظه ای که انتهای قطار از او ۴۸ متر جلوتر است، با شتاب ثابت $\frac{4}{5} \frac{m}{s^2}$ و از حال سکون در همان جهت به حرکت درمی آید. چند ثانیه طول می کشد تا موتورسوار از انتهای قطار به ابتدای آن برسد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

۵۳- وقتی در خودروی ساکنی نشسته اید و خودرو ناگهان شروع به حرکت می کند، به صندلی فشرده می شوید. این پدیده با کدام یک از موارد زیر توجیه می شود؟

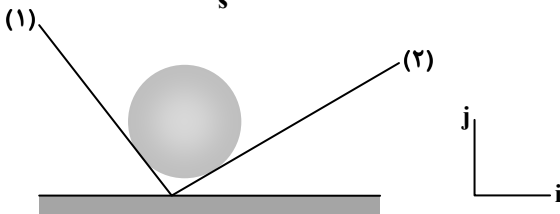
- (۱) قانون دوم نیوتون (۲) قانون سوم نیوتون (۳) نیروی مقاومت هوا (۴) لختی

۵۴- وزن جسمی در سطح سیاره زمین $49N$ و در سطح سیاره عطارد $18N$ است. اگر این جسم از ارتفاع ۵ متری در سیاره عطارد رها شود، با تندی چند متر بر ثانیه به سطح آن می رسد؟ (بزرگی شتاب گرانش در سطح کره زمین $\frac{9}{8} \frac{m}{s^2}$ است.)

- (۱) $5\sqrt{2}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) ۶ (۴) ۹

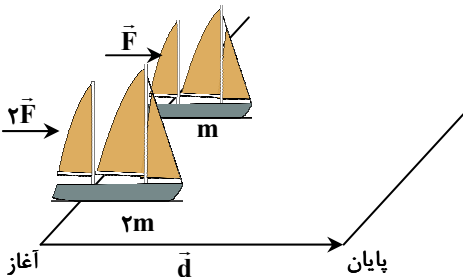
۵۵- در شکل روبه رو کره ای به جرم $20kg$ درون ناوهای با دیوارهای صیقلی در حال تعادل قرار دارد. اگر نیرویی که دیواره (۱) به کره وارد می کند

$$\vec{F}_1 = (100N)\vec{i} + (80N)\vec{j} \text{ باشد، نیرویی که کره به دیواره (۲) وارد می کند، بر حسب یکاهای SI، کدام است؟ } (g = 10 \frac{m}{s^2})$$



- (۱) $-100\vec{i} + 120\vec{j}$
(۲) $100\vec{i} - 120\vec{j}$
(۳) $-100\vec{i} + 280\vec{j}$
(۴) $100\vec{i} - 280\vec{j}$

۵۶- در شکل روبه رو، دو قایق بادبانی به جرم های m و $2m$ روی سطح دریاچه افقی و بدون اصطکاکی قرار دارند و به ترتیب تحت تأثیر نیروهای افقی با اندازه های F و $2F$ از حال سکون شروع به حرکت می کنند و پس از طی مسافت d از خط پایان می گذرند. اگر نیروی مقاومت هوای وارد بر هر دو قایق ثابت و برابر $\frac{F}{2}$ باشد، بیشترین فاصله دو قایق در طول حرکت چقدر می شود؟



- (۱) $\frac{d}{6}$
(۲) $\frac{d}{3}$
(۳) $\frac{d}{2}$
(۴) $\frac{2d}{3}$

محل انجام محاسبات:

۵۷- گلوله‌ای به جرم 2 kg از سطح زمین در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود. اگر زمان پایین آمدن گلوله تا رسیدن به زمین 2 برابر زمان بالارفتن آن تا بالاترین نقطه باشد، نیروی مقاومت هوا چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و مقدار نیروی مقاومت هوا در موقع بالارفتن و پایین آمدن، ثابت و یکسان فرض شود).

- (۱) 12 (۲) 20 (۳) 10 (۴) 20

۵۸- در شکل زیر، شخصی به جرم 50 kg روی یک ترازو درون آسانسوری ایستاده است و ترازو 400 N را نشان می‌دهد. شتاب آسانسور چند متر بر مربع ثانیه و در کدام جهت است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



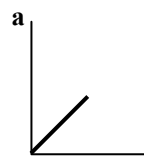
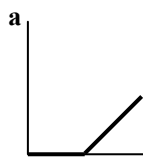
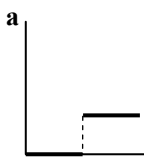
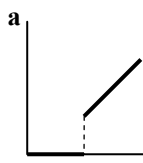
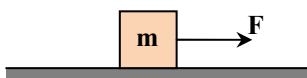
(۱) پایین

(۲) بالا

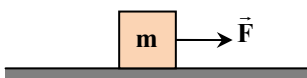
(۳) پایین

(۴) بالا

۵۹- در شکل زیر، جسمی به جرم m روی سطح افقی با اصطکاک قابل ملاحظه قرار دارد و نیروی افقی $\vec{F}$ به آن وارد می‌شود. نمودار تغییرات شتاب جسم بر حسب نیروی وارد بر آن مطابق کدام یک از شکل‌های زیر است؟ ($\mu_s > \mu_k$)



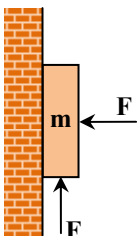
۶۰- در شکل روبه‌رو، جسم با تندی ثابت $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ روی سطح افقی حرکت می‌کند و نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کند با راستای افقی زاویه 53° می‌سازد. ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح افقی چقدر است؟ ($\sin 53^\circ = 0.8$)



(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۶۱- در شکل زیر، جسمی به جرم $m = 1\text{ kg}$ در لحظه $t = 0$ تحت تأثیر دو نیروی هم‌اندازه افقی و قائم $F = 20\text{ N}$ بر سطح دیواری با ضریب اصطکاک جنبشی 0.3 از حال سکون رو به بالا شروع به حرکت می‌کند. در لحظه $t = 2\text{ s}$ نیروی قائم F حذف می‌شود. جسم به طور تقریبی در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه به مکان اولیه‌اش برمی‌گردد؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



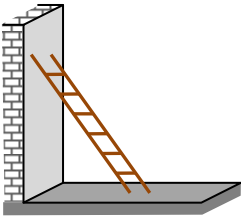
(۱) $4/2$

(۲) $4/7$

(۳) 5

(۴) $5/5$

محل انجام محاسبات:



۶۲- در شکل روبه‌رو، نردبانی به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده و در آستانه سر خوردن است. اگر نیرویی که از طرف سطح افقی زمین به نردبان وارد می‌شود، ۲ برابر نیرویی باشد که از طرف دیوار به نردبان وارد می‌شود، ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح افقی و پای نردبان چقدر است؟

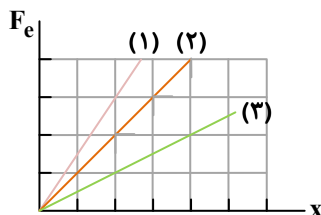
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

۶۳- وزنه‌ای به جرم ۲ kg را به فنر سبکی با ثابت $400 \frac{N}{m}$ می‌بندیم و از سقف یک آسانسور ساکن آویزان می‌کنیم. آسانسور با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند و پس از مدتی حرکت آن با شتاب $1 \frac{m}{s^2}$ کند و در نهایت متوقف می‌شود. طول فنر در زمان حرکت

آسانسور چگونه تغییر می‌کند؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ابتدا ۶ cm افزایش یافته و سپس نسبت به حالت قبل، ۱/۵ cm کاهش می‌یابد.
 (۲) ابتدا ۶ cm افزایش یافته و سپس نسبت به حالت قبل، ۴/۵ cm کاهش می‌یابد.
 (۳) ابتدا ۴ cm افزایش یافته و سپس نسبت به حالت قبل، ۱/۵ cm افزایش می‌یابد.
 (۴) ابتدا ۴ cm افزایش یافته و سپس نسبت به حالت قبل، ۵/۵ cm افزایش می‌یابد.

۶۴- نمودار نیروی کشسانی بر حسب تغییر طول برای سه فنر مطابق شکل روبه‌رو است. دو سر فنرها را با نیروهایی هم‌اندازه می‌کشیم. طول فنر (۱) به ۱۲ cm و طول فنر (۳) به ۱۶ cm می‌رسد. طول فنر (۲) چند سانتی‌متر می‌شود؟ (طول طبیعی فنرها برابر است.)



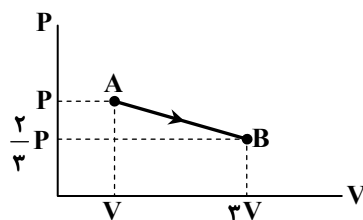
(۱) ۱۳

(۲) ۱۳/۵

(۳) ۱۴

(۴) ۱۵

۶۵- نمودار $P - V$ فرایند ایستوار AB گاز آرمانی مطابق شکل مقابل است. اگر گرمای داده شده به گاز Q و کار انجام شده روی گاز توسط محیط W باشد، کدام گزینه زیر صحیح است؟



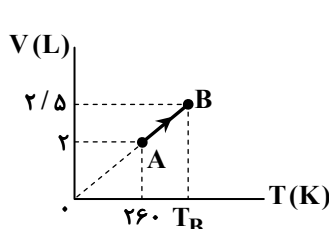
(۱) $Q > \Delta U$

(۲) $Q < \Delta U$

(۳) $|W| = Q$

(۴) $|W| > Q$

۶۶- نمودار $V - T$ مربوط به $\frac{1}{4}$ مول گاز آرمانی در یک فرایند ایستوار مطابق شکل مقابل است. کار انجام شده روی گاز در فرایند AB چند



ژول است؟ ($R = 8 \frac{J}{mol \cdot K}$)

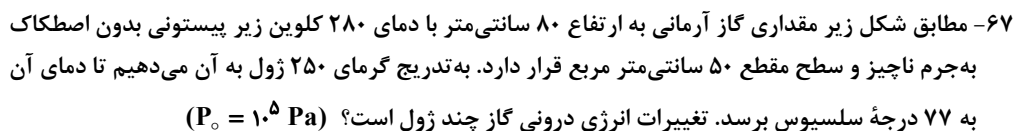
(۱) ۶۵

(۲) -۱۳۰

(۳) ۱۹۵

(۴) -۲۶۰

محل انجام محاسبات:



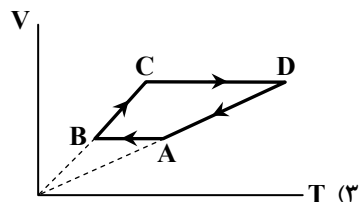
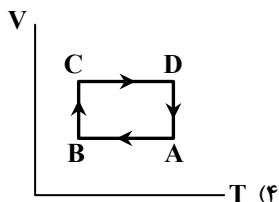
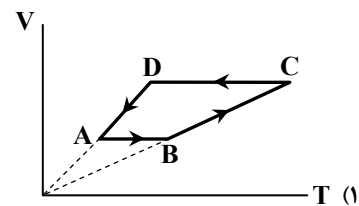
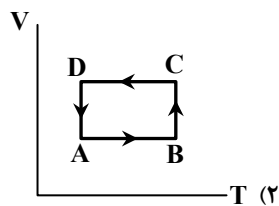
15. (F) 25. (F) 10. (F) 25. (1)

- $$\begin{aligned} \gamma & \dots (1) \\ \delta & \dots (2) \\ \epsilon & \dots (3) \\ \eta & \dots (4) \end{aligned}$$

- ୧୦୦ (୧)
୨୫୦ (୨)
୪୫୦ (୩)
୧୧୦୦ (୪)

(الف) در فرایند هم‌دما بین دستگاه و محیط گرما مبادله نمی‌شود.
(ب) در فرایند بی‌دررو بین دستگاه و محیط گرما مبادله نمی‌شود.
(پ) در فرایند هم‌حجم تغییرات انرژی درونی دستگاه صفر است.
(ت) در فرایند هم‌دما تغییرات انرژی درونی دستگاه صفر است.
(ث) در فرایند بی‌دررو تغییرات انرژی درونی دستگاه صفر است.

- f (f) ʒ (ʒ) ʔ (ʔ) ɪ (ɪ)



محل انجام محاسبات:

۷۲- کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

(الف) نسبت تراکم در ماشین‌های بنزینی را تا مقدار ۲۳ می‌توان افزایش داد.

(ب) ماشین استرلینگ از نوع ماشین‌های درون‌سوز است.

(پ) اساس کار قایق پوت- پوت مانند ماشین‌های برون‌سوز است.

(ت) با بالا رفتن نسبت تراکم، بازده ماشین درون‌سوز بنزینی کاهش می‌یابد.

(۱) «الف» و «ب» (۲) فقط «ب» (۳) فقط «پ» (۴) «پ» و «ت»

۷۳- یک ماشین گرمایی در هر چرخه ۱۶۰۰ ژول گرما از منبع دمابالا می‌گیرد و ۱۲۰۰ ژول گرما به منبع دماب پایین می‌دهد و در هر دقیقه چرخه ۳۰۰ بار تکرار می‌شود. بازده ماشین و توان خروجی دستگاه کیلووات است.

(۱) ۷۵ درصد - ۳/۶ (۲) ۷۵ درصد - ۲ (۳) ۲۵ درصد - ۳/۶ (۴) ۲۵ درصد - ۲

۷۴- کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند مربوط به چرخه ماشین گرمایی باشد؟

(۱) $|Q_H| = ۱۲۰۰J$ و $Q_L = ۸۰۰J$ و $W = ۴۰۰J$ (۲) $Q_H = ۸۰۰J$ و $|Q_L| = ۶۰۰J$ و $|W| = ۲۰۰J$ (۳) $Q_H = ۱۰۰۰J$ و $Q_L = ۰$ و $|W| = ۱۰۰۰J$ (۴) $Q_H = ۱۲۰۰J$ و $|Q_L| = ۱۵۰۰J$ و $|W| = ۳۰۰J$

۷۵- فرایندهای یک ماشین گرمایی با بازده ۲۵٪ را در چرخه برعکس می‌کنیم تا تبدیل به یخچال شود. در این حالت گرمایی که دستگاه در هر چرخه از منبع دماب پایین می‌گیرد، چند برابر کاری است که روی دستگاه انجام می‌شود؟

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۵/۲ (۴) ۳



وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

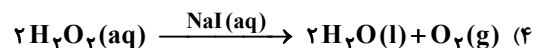
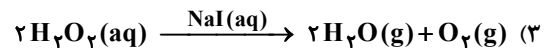
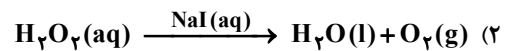
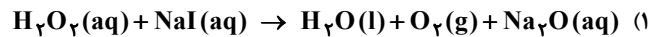
شیمی

شیمی ۳: فصل ۱ از ابتدای اسیدها و بازها تا انتهای فصل (صفحه ۱۳ تا ۳۶)

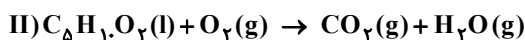
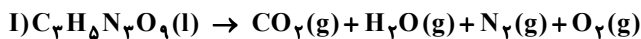
شیمی ۱: فصل ۲ از ابتدای رفتار اکسیدهای فلزی و نافلزی تا فصل ۳ ابتدای محلول و مقدار حل‌شونده‌ها (صفحه ۹۳ تا ۹۴)

۷۶- متن زیر انجام یک فرایند شیمیایی را در قالب یک معادله نوشتاری بیان می‌کند. در کدام گزینه معادله نمادی آن به درستی آورده شده است؟

«در دمای اتاق با اضافه کردن محلول سدیم یدید به محلول هیدروژن پراکسید به‌عنوان کاتالیزگر، هیدروژن پراکسید به سرعت به آب و گاز اکسیژن تجزیه می‌شود.»



۷۷- پس از موازنه دو معادله زیر نسبت استوکیومتری واکنش‌دهنده در معادله (I) به ضریب استوکیومتری واکنش‌دهنده گازی در معادله (II) کدام است؟

(۱) $\frac{13}{4}$ (۲) $\frac{4}{13}$ (۳) $\frac{9}{15}$ (۴) $\frac{15}{9}$

۷۸- کدام یک از موارد زیر درست است؟

(الف) با سرد کردن مخلوط گازی اوزون و اکسیژن، ابتدا اوزون مایع می‌شود.

(ب) مولکول‌های اکسیژن از اوزون پایدارتر هستند.

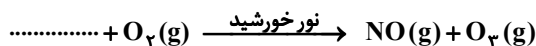
(پ) سه جفت الکترون ناپیوندی روی هر کدام از اتم‌های اکسیژن در مولکول O_3 وجود دارد.

(ت) اتم‌های اکسیژن در مولکول اوزون با پیوندهای دوگانه به یکدیگر متصل هستند.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) «ب» و «ت»

محل انجام محاسبات:

۷۹- در واکنش زیر که تولید اوزون در هواکره را نشان می‌دهد، کدام گاز خالی را به‌درستی پر می‌کند و کدام یک از اکسیدهای نیتروژن باعث می‌شود هوای آلوده اغلب به رنگ قهوه‌ای روشن دیده شود؟



(۴) NO, N₂

(۳) NO₂, NO

(۲) NO, NO₂

(۱) NO₂, N₂

۸۰- کدام موارد زیر درست است؟

(الف) دفن کردن کربن دی‌اکسید در میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های نفتی قدیمی یکی از روش‌های شیمی سبز برای کاهش مقدار آن در هواکره است.
(ب) پلاستیک‌های زیست تخریب‌پذیر بر پایهٔ مواد گیاهی مانند نشاسته ساخته می‌شوند. ساختار آن‌ها فاقد اکسیژن است و در زمان به‌نسبت کوتاهی به طبیعت برمی‌گردند.

(پ) یکی از فراورده‌های تبدیل CO به مواد معدنی می‌تواند منیزیم کربنات باشد.

(ت) برای تبدیل CO به مواد معدنی می‌توان آن را با کلسیم کربنات واکنش داد.

(۴) «پ» و «ت»

(۳) «ب» و «پ»

(۲) «الف» و «پ»

(۱) «الف» و «ب»

۸۱- اضافه کردن چند ترکیب از مواد داده‌شده زیر به آب محلولی با pH کمتر از ۷ ایجاد خواهد کرد؟

پتاسیم - گوگرد دی‌اکسید - اتانول - آب آهک - منیزیم اکسید - گلوکز

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۸۲- در یک فرایند، رابطهٔ میان فشار و دما در یک ظرف در بسته حاوی مخلوطی از گازهای N₂ و O₂، به‌صورت زیر است. در ابتدای فرایند دما ۰°C و در پایان، دما ۲۷۳°C است. چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟ (N = ۱۴, O = ۱۶ : g · mol⁻¹)

■ در کل این فرایند، شرایط STP برقرار بوده است.

■ نسبت چگالی گاز N₂ به O₂ در ابتدا و پایان فرایند یکسان است.

■ حجم ظرف در پایان فرایند، نصف حجم ظرف در ابتدای فرایند خواهد بود.

■ با توجه به افزایش دما در مدت‌زمان انجام این فرایند، می‌توان نتیجه گرفت شدت برخورد مولکول‌ها با دیواره‌های ظرف بیشتر خواهد شد.

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

۸۳- کدام گزینه درست است؟

(۱) براساس قانون آووگادرو جرم مولی گازهای متفاوت در دما و فشار یکسان برابر است.

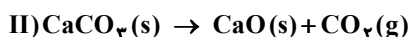
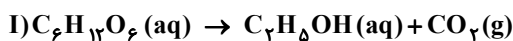
(۲) جرم یک مول از هر گاز، به دما و فشار آن وابسته است.

(۳) جرم مولی و حجم مولی گازها با هم ارتباط مستقیم دارد.

(۴) اگر در شرایط STP حجم ظرفی که حاوی مقداری گاز است بیشتر شود، به یقین مقداری گاز به آن افزوده شده است.

۸۴- اگر بر اثر واکنش‌های موازنه نشدهٔ زیر که در شرایط متفاوتی انجام شده‌اند، حجم برابری از گاز کربن دی‌اکسید تولید شود، نسبت جرم گلوکز (C₆H₁₂O₆) مصرف شده به جرم کلسیم کربنات مصرف شده کدام است؟ (واکنش (I) در شرایطی انجام شده که حجم مولی گاز ۳۰ لیتر

است و در واکنش (II) چگالی گاز کربن دی‌اکسید برابر با ۱/۱۸ g · L⁻¹ است.) (H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶, Ca = ۴۰ : g · mol⁻¹)



(۴) ۰/۶

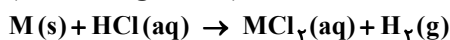
(۳) ۰/۹

(۲) ۰/۸۴

(۱) ۱/۲

۸۵- ۱/۲ گرم از فلز M مطابق واکنش زیر با مقدار کافی محلول هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهد و ۴/۷۵ گرم MCl_۲ تشکیل می‌شود. به‌ترتیب از راست به چپ جرم مولی فلز M کدام است و در شرایط STP چند لیتر گاز هیدروژن تولید می‌شود؟ (معادلهٔ واکنش موازنه شود.)

(Cl = ۳۵/۵ g · mol⁻¹)



(۴) ۴۰، ۲/۲۴

(۳) ۲۴، ۱/۱۲

(۲) ۲۴، ۲/۲۴

(۱) ۴۰، ۱/۱۲

محل انجام محاسبات:

۸۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- از تماس گاز اکسیژن با گاز هیدروژن در ظرفی سربسته واکنشی انفجاری رخ می‌دهد.
 - با توجه به واکنش‌پذیری کمتر گاز نیتروژن نسبت به گاز اکسیژن و بخار آب، برای پر کردن تابلر خودرو از گاز نیتروژن استفاده می‌شود.
 - بزرگ‌ترین چالش هابر جداسازی آمونیاک از مخلوط واکنش بود.
 - در پایان فرایند هابر، گازهای H_2 و N_2 به محفظه واکنش بر می‌گردند و گاز آمونیاک جداسازی می‌شود.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۸۷- کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) آب باران در فرایندی به نام تقطیر ایجاد می‌شود و در هوای پاک به تقریب خالص است.
- ۲) منابع غیراقیانوسی آب‌های کره زمین، آب‌های شیرین محسوب می‌شوند.
- ۳) کاتیون عنصرهای گروه‌های ۱ و ۲ جدول دوره‌ای در آب دریا وجود دارند.
- ۴) در آب دریا آنیون چند اتمی مشاهده می‌شود.

۸۸- در چه تعداد از موارد زیر، نام یا فرمول شیمیایی نادرست است؟

- آمونیوم فسفید: $(NH_4)_3PO_4$
 - کلسیم سولفات: $CaSO_4$
 - آلومینیم کربنات: $Al(CO_3)_3$
 - پتاسیم هیدروکسید: KOH
- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۸۹- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- آمونیوم سولفات یکی از کودهای شیمیایی است که دو عنصر نیتروژن و هیدروژن را در اختیار گیاه قرار می‌دهد.
 - در ساختار یون کربنات نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی برابر با $\frac{1}{3}$ است.
 - در یون هیدروکسید، بار الکتریکی ۱- مربوط به اتم اکسیژن است.
 - هر واحد از منیزیم کربنات شامل یک یون تک اتمی و یک یون چند اتمی است.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۰- درستی یا نادرستی هریک از عبارت‌های زیر در کدام گزینه به ترتیب از راست به چپ آورده شده است؟

- گاز هیدروژن کلرید یک اسید آرنیوس به‌شمار می‌رود؛ زیرا بر اثر تفکیک در آب، سبب افزایش غلظت یون هیدرونیوم می‌شود.
- هرچه محلولی اسیدی‌تر باشد، نسبت غلظت مولی یون هیدرونیوم به غلظت مولی یون هیدروکسید در آن بزرگ‌تر است.
- اگر در سامانه‌ای غلظت اسید و باز برابر باشد، آن سامانه حالت خنثی دارد.
- تشکیل یون هیدرونیوم در محلول آبی اسیدها یک واکنش گرماده است.

- ۱) درست - درست - درست - درست ۲) نادرست - درست - درست - درست
۳) نادرست - درست - نادرست - درست ۴) درست - درست - درست - نادرست

۹۱- در کدام گزینه محلول آبی تمام مواد نام برده شده از نوع غیرالکترولیت هستند؟

- ۱) آمونیاک - اتانول - الماس
- ۳) اوره - اتانول - سرکه

۹۲- کدام عبارت نادرست است؟

- ۱) در محلول اسید قوی HA ، $[H^+] < [HA]$ است.

۲) غلظت H^+ در محلول HNO_3 کمتر از غلظت آن در محلول HNO_3 است.

۳) در محلول CH_3COOH غلظت H^+ کمتر از غلظت CH_3COOH است.

۴) در محلول آمونیاک غلظت OH^- بیشتر از غلظت H^+ است.

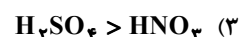
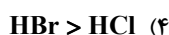
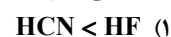
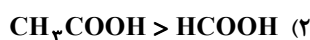
۹۳- غلظت یون نیتريت در ۲۵۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار نیترو اسید برابر ۵۵۲ppm است. درصد یونش اسید کدام است؟

(چگالی محلول $1g \cdot mL^{-1}$ است.) ($N = 14, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

- ۱) ۱/۵ ۲) ۱۵ ۳) ۰/۶ ۴) ۶

محل انجام محاسبات:

- ۹۴- ۰/۵ گرم اسید HX و ۰/۸ گرم اسید HA را به ترتیب در یک و دو لیتر آب حل می‌کنیم. اگر غلظت آنیون‌ها در دو محلول برابر باشد، کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟ (از تغییر حجم آب ناشی از حل شدن اسید چشم‌پوشی کنید). ($H_A = 50, HX = 80 : g \cdot mol^{-1}$)
- (۱) میزان رسانایی الکتریکی و pH دو محلول برابر است.
- (۲) نسبت درصد یونش $HX(aq)$ به درصد یونش $HA(aq)$ برابر ۱/۶ است.
- (۳) ثابت یونش $HX(aq)$ بزرگ‌تر از ثابت یونش $HA(aq)$ است.
- (۴) اگر هر دو اسید قوی و از نوع هیدروژن هالید باشند، آن‌گاه جمع عدد اتمی دو عنصر A و X به یقین بزرگ‌تر از ۲۶ است.
- ۹۵- در دما و غلظت یکسان، مقایسه حجم گاز هیدروژن آزاد شده از واکنش یک قطعه یکسان از نوار منیزیم با محلول‌های اسیدی در کدام گزینه به‌درستی بیان شده است؟



۹۶- کدام گزینه عبارت زیر را به شکل درستی کامل می‌کند؟

«هرچه غلظت مولی یک محلول بازی بیشتر باشد، آن است و رابط میان آن‌ها به‌صورت نزولی و است.»

(۲) درجه یونش - بزرگ‌تر - خطی

(۱) pH - بیشتر - خطی

(۴) pH - کمتر - غیر خطی

(۳) درجه یونش - کوچک‌تر - غیر خطی

۹۷- m میلی گرم فرمیک اسید را در مقداری آب حل کرده و حجم محلول را به ۴۰۰ میلی لیتر می‌رسانیم. اگر pH محلول به‌دست آمده به‌تقریب

برابر ۲/۱ و ثابت یونش اسید برابر 2×10^{-4} باشد، m کدام است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

(۴) ۵۸۸۸

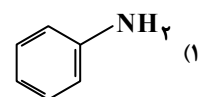
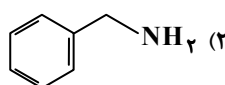
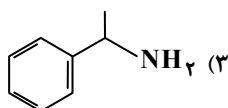
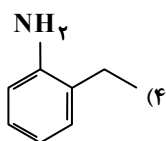
(۳) ۶۶۶

(۲) ۲۲۲۵

(۱) ۸۵۸۵

۹۸- ثابت یونش بازی بنزیل آمین برابر 2×10^{-5} است. ۴/۲۸ گرم از آن را در مقداری آب حل کرده و حجم محلول را به یک لیتر

می‌رسانیم. اگر pH محلول به‌دست آمده برابر ۱۱ باشد، فرمول ساختاری بنزیل آمین کدام است؟ ($H = 1, C = 12, N = 14 : g \cdot mol^{-1}$)



۹۹- ۲۸۰ میلی گرم آهک ۸۰ درصد خالص را به ۸۰۰ میلی لیتر محلول سود سوزآور با $pH = 11/9$ می‌افزاییم. مجموع غلظت مولی کاتیون‌ها در

محلول نهایی برابر چند مول بر لیتر است؟ (ناخالصی در آب حل نمی‌شود). ($H = 1, O = 16, Na = 23, Ca = 40 : g \cdot mol^{-1}$)

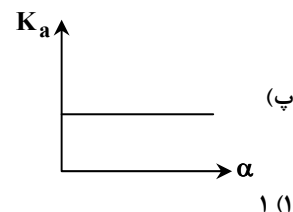
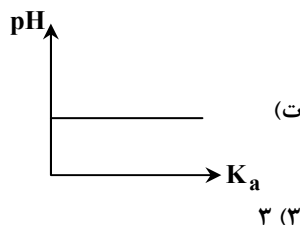
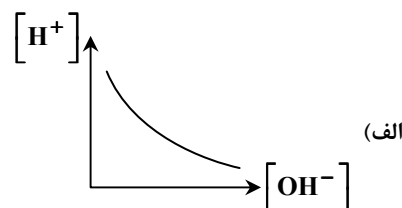
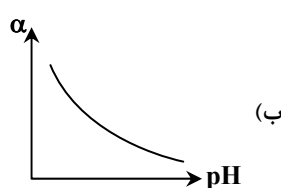
(۴) $1/5 \times 10^{-2}$

(۳) $1/3 \times 10^{-2}$

(۲) $1/2 \times 10^{-2}$

(۱) $1/1 \times 10^{-2}$

۱۰۰- چند مورد از نمودارهای رسم شده برای محلول آبی یک اسید ضعیف در دمای اتاق درست است؟



(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

محل انجام محاسبات:

شیمی

داوطلبان آزمون رار ۱۴۰۴

- ۱۰۱- برای خنثی شدن کامل ۲۰۰ میلی لیتر محلول باریم هیدروکسید با $\text{pH} = ۱۲/۳$ به چند میلی گرم دی نیتروژن پنتا اکسید نیاز است؟
 $(\text{N} = ۱۴, \text{O} = ۱۶ : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$
- ۱) ۲۱۶ (۱) ۱۰۸ (۲) ۵۴ (۳) ۴۳۲ (۴)
- ۱۰۲- در محلول HA با $\text{pH} = ۱/۳$ و $K_a = ۱/۲۵ \times ۱۰^{-۲}$ دما را به میزان ۲۰°C افزایش می دهیم. اگر pH به میزان $۰/۶$ کاهش یابد ثابت یونش در شرایط جدید چه مقدار خواهد شد؟
- ۱) $۱/۲۵ \times ۱۰^{-۱}$ (۱) ۲×۱۰^{-۱} (۲) $۱۰^{-۱}$ (۳) ۸×۱۰^{-۱} (۴)
- ۱۰۳- برای خنثی کردن ۴۰۰ mL محلول HNO_3 با $\text{pH} = ۰/۳$ چند گرم CaO با خلوص ۷۰٪ لازم است؟ $(\text{CaO} = ۵۶ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$
- ۱) ۵/۶ (۱) ۱۱/۲ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴)
- ۱۰۴- در محلول ۰/۱ مولار اسید قوی H_2A یون HA^- به میزان ۶۰٪ به یون های H^+ و A^{2-} یونیده می شود. pH این محلول کدام است؟
- ۱) ۱/۱ (۱) ۱ (۲) ۰/۸ (۳) ۰/۵ (۴)
- ۱۰۵- در نوعی شربت معده غلظت دو ماده ضد اسید آلومینیم هیدروکسید و منیزیم هیدروکسید به ترتیب برابر ۲۳۴ و ۲۳۲ بر حسب ppm است. هر قاشق غذاخوری از این شربت به حجم ۲۰ میلی لیتر چند میلی لیتر اسید معده با $\text{pH} = ۱/۳$ را خنثی می کند؟
 (چگالی شربت $۱/۱۲۵ \text{ g} \cdot \text{mL}^{-۱}$ است.) $(\text{H} = ۱, \text{O} = ۱۶, \text{Mg} = ۲۴, \text{Al} = ۲۷ : \text{g} \cdot \text{mol}^{-۱})$
- ۱) ۱۸/۰۵ (۱) ۱۲/۲۵ (۲) ۷/۶۵ (۳) ۲/۱۵ (۴)

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴ گروه علوم ریاضی

مدیر گروه	عنوان درس	مسئول درس	طراحان	دستیار مسئول درس
سید شاکری سید امیر محمد	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده- ایمان اردستانی	عباس سعیدی- امین کبیری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی- علی نعمت	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی- امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد کشانی محمد حسین	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی- بهمن شاهمرادی- احمد رضوانی جمال خم خاجی- احمد مصلاهی	ساناز دریکوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاء الله سلیمانی- بهنام ابراهیم پور- شهرام شاه پرویزی مهداد ملا صالحی- محمد علی توسلی فر- محمد احمدی	-

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمد رضا محمد هاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

B

دفترچه پاسخ تشریحی

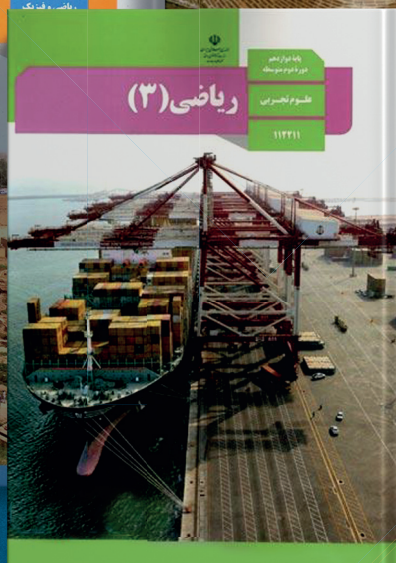
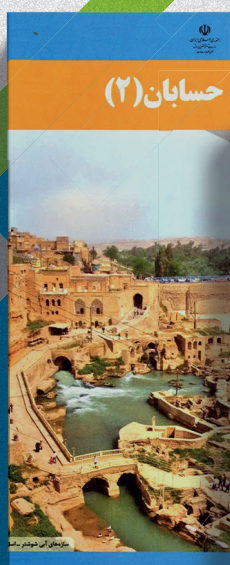
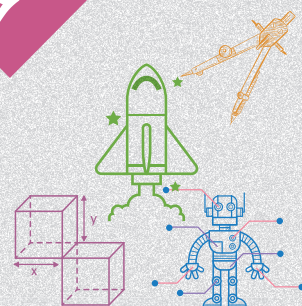
گروه آزمایشی علوم ریاضی

آزمون آزمایشی ۲ آذر ۱۴۰۳

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۴

پایه
دوازدهم

مرحله
۶



۱۴۰۳-۱۴۰۴

تذکرات مهم ↓

➡ آزمون آزمایشی مرحله ۷ گزینه دو، در روز جمعه ۱۶ آذر ۱۴۰۳ برگزار می گردد.

➡ داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وب سایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

🔗 در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

➡ کارنامه های آزمون آزمایشی مرحله ۶ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



داوطلب گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

[gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

● مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

● معاون تولید محتوا: علی الفتی

کارشناسان

طراحان

گروه
ریاضی

گروه ریاضی: محمد علی محمدی

حسابان و
ریاضی پایه

مسئول درس: علی افضل زاده
دستیاران: عباس سعیدی - امین کبیری

هندسه

مسئول درس: سعید اکبرزاده
دستیار: هادی کاظم نژاد

ریاضیات
گسسته

مسئول درس: سعید اکبرزاده
دستیار: فرهاد فرزانی

ریاضی
تجربی

مسئول درس: ایمان اردستانی
دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی

ریاضی
انسانی

مسئول درس: مهدی مجدآرا
دستیاران: حسین اسدزاده - مهدی پوررضایی

کارشناسان

طراحان

گروه
علوم

گروه علوم: محمد حسین کشانی

زیست
شناسی

مسئول درس: امیر کبیری راد
دستیار: پرسا کامکار

فیزیک

مسئول درس: منصور داودوندی
دستیار: ساناز دریکوندی

شیمی

مسئول درس: شهرام شاه پرویزی

زمین
شناسی

مسئول درس: شکبیا کریمی

کارشناسان

طراحان

گروه
انسانی

گروه انسانی: علی اکبر آخوندی

علوم و
فنون ادبی

مسئول درس: محمدرضا پیرو
دستیار: حسنا محمدی

جامعه
شناسی

مسئول درس: الهام رضایی
دستیار: فاطمه صفری

روان
شناسی

مسئول درس: سیده ضحی سکاکی
دستیار: حسین اصفهانی

زبان
عربی

مسئول درس: پویا رضاداد

تاریخ

مسئول درس: مهسا اصغری
دستیار: ثنا کاشانی

جغرافیا

مسئول درس: الناز گنج کار
دستیار: الهه ریاحی نسب

فلسفه
و منطق

مسئول درس: سعید رحیمیان
دستیاران: منصور کاظم بیگی - محمدحسین خدام

اقتصاد

مسئول درس: امیر محمدبیگی
دستیار: محمدرضا مبارکی

کارشناسان

طراحان

سپهر سالار کیا
سید محمد صادق حسام زاده
محمدحسن مزروعی
عرشیا شریفیان

محمدرضا لمسه چی
عماد فیض آبادی

ابوالفضل قاضی
علی عطری

هستی ناصح
نیایش غریبی
مهتاب شیرازی

فروغ تیموریان
محمدزمان کبیر

آزیتا بیدقی
علیرضا مختاری

ثنا کاشیان
فاطمه انوری

سیده ضحی سکاکی

سیمین زاهدی
مهدی جاهدی

سارا حمزه
مهتاب شیرازی
یکتا فضل الهی
مبا پهلوان

اسرافیل قربانپور
پدرام علیمردادی
عرفان جالیزی

کاظم غلامی
حمید جوهری مجد
پویا رضاداد

علی سلوکی
مهتاب شیرازی

بهرز یحیی
فاطمه نیتی

شهرام امامی
نگار مروتی

علی سلوکی
مهتاب شیرازی

شهرام امامی

بهرز یحیی
نگار مروتی

مهدی مشایخی
محمدعلی مهرآبادی
فرز مختاری نژاد

احمد خداداد حسینی
سعید رحیمیان

حمید سودیان طهرانی
علی اکبر آخوندی
مهدی لاچوردی

کوثر رعدی

میترا چینی ساز
محمدرضا مبارکی
آرش بدری

حسین خاکساری
طاہره کریمی
علی محسنی

ریاضیات

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۳)

۱- پاسخ: گزینه ۱



$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

- با توجه به تعریف نسبت‌های مثلثاتی، می‌دانیم:



دو طرف تساوی را بر $\cos^2 \alpha$ تقسیم می‌کنیم:

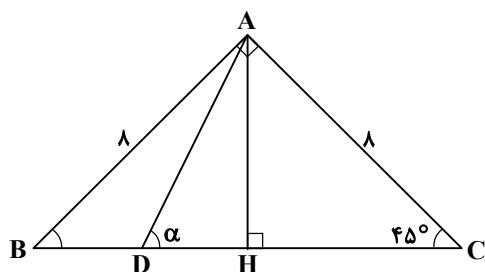
$$\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - 3 = \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 2 \tan^2 \alpha - 3 = \tan \alpha \Rightarrow 2 \tan^2 \alpha - \tan \alpha - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (2 \tan \alpha - 3)(\tan \alpha + 1) = 0 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{3}{2} \text{ یا } \tan \alpha = -1$$

در ناحیه اول $\tan \alpha$ مقداری مثبت است، پس $\tan \alpha = -1$ غیر قابل قبول بوده و تانژانت α تنها می‌تواند برابر $\frac{3}{2}$ باشد.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۲)

۲- پاسخ: گزینه ۱



مثلث ABC قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است و می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین، وتر $\sqrt{2}$ برابر ضلع و ارتفاع وارد بر وتر، میانه است و اندازه آن نیز نصف وتر است، پس:

$$AH = CH = 4\sqrt{2} \text{ و } BC = 8\sqrt{2}$$

$$DH = DC - CH = 6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

همچنین طول DH برابر است با:

$$\text{در مثلث قائم‌الزاویه } \triangle ADH \text{ مطابق تعریف نسبت‌های مثلثاتی داریم:}$$

$$\cot \alpha = \frac{DH}{AH} = \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۱)

۳- پاسخ: گزینه ۱

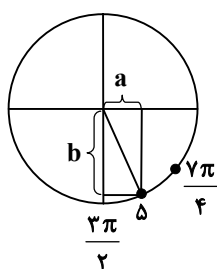


- اگر برای یک زاویه، واحدی نوشته نشده باشد، به‌صورت پیش فرض واحد آن را «رادیان» در نظر می‌گیریم.



زاویه 5 رادیان حدوداً برابر $285^\circ = 5 \times 57^\circ$ است و در نیمه اول ناحیه چهارم واقع است $(\frac{3\pi}{2} < 5 < \frac{7\pi}{4})$. از نظر عددی، a مثبت و

b منفی است ولی $|b| > a$ است. پس گزینه ۱ درست است. سایر گزینه‌ها، نادرست هستند:



$$۲) \left. \begin{matrix} |b| > a \\ a > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow |b| > |a|$$

$$۳) \left. \begin{matrix} a > 0 \\ b < 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow a > b$$

$$۴) \left. \begin{matrix} b < a \Rightarrow a - b > 0 \\ -b > a \Rightarrow a + b < 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow (a+b)(a-b) < 0 \Rightarrow a^2 - b^2 < 0 \Rightarrow a^2 < b^2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۳)

۴- پاسخ: گزینه ۳



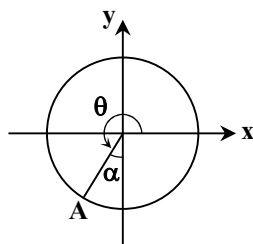
- اگر α زاویه دلخواهی باشد، همواره داریم:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

تذکر: در رابطه‌های فوق، علامت نسبت مثلثاتی زاویه α با توجه به ناحیه‌ای که زاویه α در آن قرار دارد، تعیین می‌شود.



در دایره مثلثاتی شکل روبه‌رو، مختصات A به صورت $A(\cos \theta, \sin \theta)$ است، پس:



$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \left(\frac{2}{3}m - 1\right)^2 + (-m)^2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{4}{9}m^2 - \frac{4}{3}m + 1 + m^2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{13}{9}m^2 = \frac{4}{3}m \Rightarrow m = \frac{12}{13} \text{ یا } m = 0$$

اگر $m = 0$ نقطه $A(-1, 0)$ در ربع سوم قرار ندارد، پس $m = \frac{12}{13}$ قابل قبول بوده و مختصات A به صورت $A\left(\frac{-5}{13}, \frac{-12}{13}\right)$ است. یعنی:

$$\cos \theta = -\frac{5}{13}, \sin \theta = -\frac{12}{13}$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) + \cot\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = \cot \theta + \tan \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{5}{12} + \frac{12}{5} = \frac{25 + 144}{5 \times 12} = \frac{169}{60}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۳)

۵- پاسخ: گزینه ۲



$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (\cos \alpha \neq 0)$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \quad (\sin \alpha \neq 0)$$



دو عبارت مثلثاتی داده‌شده را ساده می‌کنیم:

$$۱) \sqrt{1 + \tan^2 x} + \tan x = \frac{1 - \sin x}{|\cos x|} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} + \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1 - \sin x}{|\cos x|}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{|\cos x|} + \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{|\cos x|} - \frac{\sin x}{|\cos x|} \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-\sin x}{|\cos x|} \Rightarrow \cos x < 0$$

$$۲) \sqrt{1 + \cot^2 x} + \cot x = \frac{1 + \cos x}{|\sin x|} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{\sin^2 x}} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1 + \cos x}{|\sin x|}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{|\sin x|} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{|\sin x|} + \frac{\cos x}{|\sin x|} \Rightarrow \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\cos x}{|\sin x|} \Rightarrow \sin x > 0$$

چون $\cos x$ منفی و $\sin x$ مثبت است، پس انتهای کمال روبه‌رو به x در ناحیه دوم است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۲)

۶- پاسخ: گزینه ۳



– (نسبت‌های مثلثاتی زوایای با مجموع یا تفاضل $2k\pi$ رادیان):

$$\cos(2k\pi + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(2k\pi - \alpha) = -\sin \alpha$$

– (نسبت‌های مثلثاتی زوایای مکمل):

$$\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

– اگر تفاضل زوایا π رادیان باشد، آن‌گاه داریم:

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$$



هریک از عبارتهای A و B را به‌طور مستقل محاسبه می‌کنیم:

$$A = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) + k \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) \tan\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + k\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(\sqrt{3}) = \frac{1-3k}{2}$$

$$B = \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) + k \cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) \cot\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} + k\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(-\sqrt{3}) = \frac{1+3k}{2}$$

مطابق فرض سؤال مقدار A، سه برابر B است، پس:

$$A = 3B \Rightarrow \frac{1-3k}{2} = \frac{3+9k}{2} \Rightarrow 1-6k = 3+9k \Rightarrow 14k = -2 \Rightarrow k = -\frac{1}{7}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۲)

۷- پاسخ: گزینه ۳



(نسبت‌های مثلثاتی زوایای مکمل):

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$



تمام نسبت‌ها را برحسب $\frac{3\pi}{5}$ می‌نویسیم:

$$\cot \frac{\pi}{10} = \cot\left(-\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{5}\right) = -\tan \frac{3\pi}{5}$$

$$\cot \frac{11\pi}{10} = \cot\left(\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{5}\right) = -\tan \frac{3\pi}{5}$$

$$\tan \frac{2\pi}{5} = \tan\left(\pi - \frac{3\pi}{5}\right) = -\tan \frac{3\pi}{5}$$

بنابراین مقدار P برابر است با:

$$P = \frac{3 \tan \frac{3\pi}{5} - \tan \frac{3\pi}{5}}{-2 \tan \frac{3\pi}{5} + \tan \frac{3\pi}{5}} = \frac{2 \tan \frac{3\pi}{5}}{-\tan \frac{3\pi}{5}} = -2$$

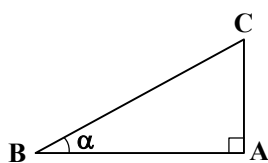
۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۱)

خوبه اینو بدونی



- مثلث قائم الزاویه‌ای که یکی از زوایای حاده آن α باشد را در نظر بگیرید. نسبت مثلثاتی کسینوس زاویه α به صورت زیر تعریف می‌شود:



$$\text{کسینوس} : \cos \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{AB}{BC}$$

- همواره بین اندازه یک زاویه مانند θ بر حسب رادیان و طول کمان l روبه‌رو به آن در یک دایره به

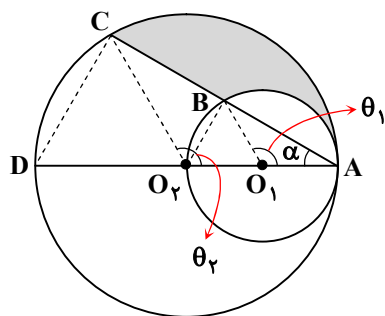
$$\theta = \frac{l}{r} \Rightarrow l = r\theta$$

شعاع r رابطه روبه‌رو برقرار است:

جوابش اینه



محیط ناحیه مورد نظر، برابر مجموع طول کمان $\widehat{AB}$ و $\widehat{AC}$ و پاره خط BC است. ابتدا طول پاره خط BC را که برابر تفاضل طول دو پاره خط AC و AB است، پیدا می‌کنیم:



$$\text{در مثلث } \triangle ABO_2 \xrightarrow{\hat{B}=90^\circ} \cos \alpha = \frac{AB}{AO_2} \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{AB}{12} \Rightarrow AB = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = 6\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AB = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = 6\sqrt{3}$$

$$\text{در مثلث } \triangle ADC \xrightarrow{\hat{C}=90^\circ} \cos \alpha = \frac{AC}{AD} \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{AC}{24} \Rightarrow AC = 24 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AC = 12\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AC = 24 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AC = 12\sqrt{3}$$

$$BC = AC - AB = 12\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

همچنین طول کمان‌های $\widehat{AB}$ و $\widehat{AC}$ برابر است با:

$$\widehat{AB} = 6 \times \theta_1 = 6 \left(\pi - 2 \times \frac{\pi}{6} \right) = 6 \times \frac{2\pi}{3} = 4\pi$$

$$\widehat{AC} = 12 \times \theta_2 = 12 \left(\pi - 2 \times \frac{\pi}{6} \right) = 12 \times \frac{2\pi}{3} = 8\pi$$

$$6\sqrt{3} + 4\pi + 8\pi = 6 \times \frac{5}{3} + 12 \times 3 = 10 + 36 = 46$$

بنابراین محیط ناحیه سایه زده شده، طبق تقریب‌های داده شده برابر است با:

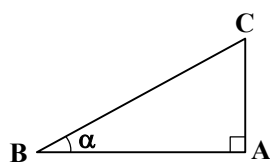
۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی



- مثلث قائم الزاویه‌ای که یکی از زوایای حاده آن α باشد را در نظر بگیرید. نسبت مثلثاتی تانژانت زاویه α به صورت زیر تعریف می‌شود:

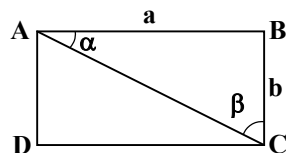


$$\text{تانژانت} : \tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{AC}{AB}$$

جوابش اینه



طول و عرض مستطیل را a و b نام‌گذاری می‌کنیم، مطابق فرض سؤال داریم:



$$AC^2 = \epsilon S \xrightarrow{\substack{AC^2 = a^2 + b^2 \\ S = ab}} a^2 + b^2 = \epsilon ab \xrightarrow{+b^2} \frac{a^2}{b^2} + 1 = \frac{\epsilon a}{b}$$

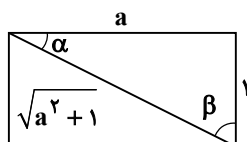
$$\xrightarrow{t = \frac{a}{b}} t^2 + 1 = \epsilon t \Rightarrow t^2 - \epsilon t + 1 = 0 \Rightarrow t = 2 \pm \sqrt{3}$$

توجه کنید $a > b$ است، پس $t = \frac{a}{b} = 2 - \sqrt{3} < 1$ قابل قبول نیست. اکنون به محاسبه $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ می‌پردازیم:

$$\begin{cases} \tan \alpha = \frac{b}{a} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3} \\ \tan \beta = \frac{a}{b} = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$$

بنابراین مقدار $\tan \alpha + \tan \beta$ برابر ۴ است.

اینجوری هم میشه



عرض مستطیل را یک و طول مستطیل را a فرض می‌کنیم؛ بنابراین نام‌گذاری طول قطر برابر $\sqrt{a^2 + 1}$ و مساحت مستطیل برابر $1 \times a$ است. مجذور قطر، چهار برابر مساحت مستطیل است، پس:

$$(\sqrt{a^2 + 1})^2 = 4 \times 1 \times a \Rightarrow a^2 + 1 = 4a \xrightarrow{+a} \frac{a^2 + 1}{a} = 4$$

$$\tan \alpha + \tan \beta = \frac{1}{a} + \frac{a}{1} = \frac{a^2 + 1}{a} = 4$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

۱۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی



- تابع $y = a \sin bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

جوابش اینه



ابتدا $\max$ و $\min$ تابع را به دست می‌آوریم:

$$\max = |a^2| + a, \min = -|a^2| + a$$

با توجه به صورت سؤال داریم:

$$\max = 7 + \frac{1}{3} \min \Rightarrow |a^2| + a = \frac{1}{3}(-|a^2| + a) + 7 \xrightarrow{|a^2|=a^2} a^2 + a = -\frac{1}{3}a^2 + \frac{1}{3}a + 7 \xrightarrow{\times 3} 3a^2 + 3a = -a^2 + a + 14$$

$$\Rightarrow 3a^2 + a - 14 = 0 \xrightarrow{\Delta=169} a = \frac{-1 \pm 13}{6} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \Rightarrow T = \frac{2\pi}{3} = \pi \\ a=-\frac{7}{3} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\left|-\frac{7}{3}\right|} = \frac{6\pi}{7} \end{cases}$$

با توجه به گزینه‌ها، گزینه ۳ پاسخ درست است.

۱۱- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی



- دامنه تابع $y = \tan x$ مجموعه $D = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ است و برد آن مجموعه اعداد حقیقی است. تابع $y = \tan x$ تابعی متناوب است و دوره تناوب آن π است.

- دوره تناوب تابع $y = \tan(bx)$ برابر $T = \frac{\pi}{|b|}$ است.

جوابش اینه



حداکثر طول بازه‌ای که در آن تابع تانژانت اکیداً صعودی است، برابر یک دوره تناوب است. دوره تناوب تابع $y = 2 \tan\left(\frac{\pi}{b}x\right)$ برابر است با:

$$T = \frac{\pi}{\left|\frac{\pi}{b}\right|} = |b| = b$$

توجه کنید برای آنکه تابع مورد نظر اکیداً صعودی باشد، می‌بایست b عددی مثبت باشد. پس بیشترین طول بازه $(1-a, 2a+3)$ برابر b است.

$$\max((2a+3)-(1-a)) = b \Rightarrow \max(3a+2) = b$$

حداکثر طول بازه

$$b = \max(3a+2) = 3 \times 4 + 2 = 14$$

بیشترین مقدار a برابر ۴ است، پس:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)

۱۲- پاسخ: گزینه ۱



- توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

- اگر α زاویه دلخواهی باشد، همواره داریم:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

تذکر: در رابطه‌های فوق، علامت نسبت مثلثاتی زاویه α با توجه به ناحیه‌ای که زاویه α در آن قرار دارد، تعیین می‌شود.



در $x = 0$ تابع f نزولی است، پس $ab < 0$ است. فرض می‌کنیم $a < 0$ و $b > 0$ باشد، ماکزیمم و مینیمم تابع به ترتیب برابر ۳ و -۱ است، پس:

$$\begin{cases} \min = c + a = -1 \\ \max = c - a = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \\ a = -2 \end{cases}$$

برای پیدا کردن b به نقطه $(\frac{3}{4}, 3)$ روی تابع توجه می‌کنیم:

$$f\left(\frac{3}{4}\right) = 3 \Rightarrow 1 - 2 \sin\left(\frac{3b\pi}{4}\right) = 3 \Rightarrow \sin\left(\frac{3b\pi}{4}\right) = -1 \Rightarrow \frac{3b\pi}{4} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow b = 2$$

پس ضابطه تابع به صورت $f(x) = 1 - 2 \sin(2\pi x)$ است. توجه کنید اگر $a > 0$ و $b < 0$ نیز ضابطه تابع به همین صورت است. نقطه $(\alpha, 0)$ روی تابع قرار دارد، پس:

$$f(\alpha) = 0 \Rightarrow 1 - 2 \sin(2\pi\alpha) = 0 \Rightarrow \sin(2\pi\alpha) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos^2(2\pi\alpha) = 1 - \sin^2(2\pi\alpha) \Rightarrow \cos^2(2\pi\alpha) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \cos(2\pi\alpha) = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

دقت کنید که α اولین زاویه‌ای است که بعد از دوره تناوب، به‌ازای آن، سینوس برابر $\frac{1}{2}$ است، پس $\cos 2\pi\alpha$ مقداری مثبت است. یعنی:

$$\cos(2\pi\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)

۱۳- پاسخ: گزینه ۲



- توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.



مطابق شکل مینیمم تابع $(-4b)$ عددی منفی است، پس b مثبت است و با توجه به نمودار، a نیز مثبت است. مقدار تابع در $x = 0$ و

$x = \frac{4\pi}{3}$ یکسان است. به علت تقارن شکل، تابع f در $x = \frac{2\pi}{3}$ ماکزیمم دارد. در نقطه $x = \frac{2\pi}{3}$ مقدار تابع برای اولین بار برابر $\max$ است:

$$\max = 2 + a \Rightarrow f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 2 + a \Rightarrow 2 + a \cos\left(\frac{2\pi}{3}b - \frac{\pi}{3}\right) = 2 + a \Rightarrow a \cos\left(\frac{2\pi}{3}b - \frac{\pi}{3}\right) = a \Rightarrow \cos\left(\frac{2\pi}{3}b - \frac{\pi}{3}\right) = 1$$

$$\xrightarrow{\text{کسینوس در صفر برای اولین بار می‌شود.}} \frac{2\pi}{3}b - \frac{\pi}{3} = 0 \Rightarrow \frac{2\pi}{3}b = \frac{\pi}{3} \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$\min = -2 \Rightarrow 2 - a = -2 \Rightarrow a = 4$$

بنابراین مقدار مینیمم تابع برابر $-4b = -2$ است:

$$c = T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$$

از طرفی c برابر دوره تناوب تابع است، یعنی:

$$\sin\left(\frac{bc}{3a}\right) = \sin\left(\frac{\frac{1}{2} \times 4\pi}{3 \times 4}\right) = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

۱۴- پاسخ: گزینه ۱



- قضیه تقسیم برای چندجمله‌ای‌ها: اگر $f(x)$ و $p(x)$ چندجمله‌ای باشند و درجه $p(x)$ از صفر بزرگ‌تر باشد، آن‌گاه چندجمله‌ای‌های منحصربه‌فرد $q(x)$ و $r(x)$ وجود دارند به‌طوری‌که:

$$f(x) = p(x)q(x) + r(x)$$

که در آن $r(x) = 0$ یا درجه $r(x)$ از درجه $p(x)$ کمتر است.

- قضیه: باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax + b$ عبارت است از $r(x) = f\left(\frac{-b}{a}\right)$.



باقی‌مانده تقسیم $f(x)$ بر $x + 1$ برابر $f(-1)$ است، پس:

$$r = 0 \Rightarrow f(-1) = 0 \Rightarrow -1 + 9 - 2 - a - 1 = 0 \Rightarrow a = 5$$

اکنون به محاسبه باقی‌مانده تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - 4$ می‌پردازیم. فرض کنید باقی‌مانده تقسیم بر $x^2 - 4$ برابر $Ax + B$ باشد. طبق قضیه تقسیم، داریم:

$$f(x) = (x^2 - 4) \cdot g(x) + Ax + B$$

با جای‌گذاری ۲ و -۲ در این اتحاد، مقدار A و B را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} f(2) = 2A + B \Rightarrow 32 - 22 - 8 + 10 - 1 = 2A + B \Rightarrow 2A + B = -39 \\ f(-2) = -2A + B \Rightarrow -32 + 22 - 8 - 10 - 1 = -2A + B \Rightarrow -2A + B = 21 \end{cases}$$

از حل دستگاه دو معادله و دو مجهول فوق، $A = -15$ و $B = -9$ به‌دست می‌آید. مجموع ضرایب باقی‌مانده، $A + B = -24$ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

۱۵- پاسخ: گزینه ۲



- برای تعیین دامنه تابع $y = \sqrt{f(x)}$ کافی است نامعادله $f(x) \geq 0$ حل شود.



توابع $y = x^3$ و $y = 4x$ اکیداً صعودی هستند، پس مجموع آن‌ها یعنی تابع $f(x) = x^3 + 4x$ نیز اکیداً صعودی است. از طرفی $D_f = \mathbb{R}$ ، پس دامنه توابع $(f \circ f)(x)$ و $f(4x^2)$ نیز برابر $\mathbb{R}$ است.

برای محاسبه دامنه تابع $g(x) = \sqrt{f(4x^2) - (f \circ f)(x)}$ توجه می‌کنیم که عبارت زیر رادیکال باید نامنفی باشد:

$$f(4x^2) - (f \circ f)(x) \geq 0 \Rightarrow f(4x^2) \geq f(f(x)) \xrightarrow{f \text{ اکیداً صعودی}} 4x^2 \geq f(x) \Rightarrow 4x^2 \geq x^3 + 4x \Rightarrow x^3 - 4x^2 + 4x \leq 0$$

$$\Rightarrow x(x^2 - 4x + 4) \leq 0 \Rightarrow x(x - 2)^2 \leq 0$$

اکنون عبارت $y = x(x - 2)^2$ را تعیین علامت می‌کنیم:

$$\begin{cases} x = 0 \\ x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

x	0	2
$x(x - 2)^2$	$-$	$+$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, 0] \cup \{2\}$$

پس دامنه تابع g شامل دو عدد صحیح و نامنفی $x = 0$ و $x = 2$ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)

۱۶- پاسخ: گزینه ۲



- توابع $y = a \cos bx + c$ و $y = a \sin bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.



با توجه به دوره تناوب تابع f ، $T = \frac{2\pi}{\gamma} = \pi$ ؛ پس با توجه به شکل، نقاط ماکزیمم و مینیمم تابع را در بازه $[0, \pi]$ به دست می آوریم:

$$A : \min = -1 \Rightarrow \sin 2x = 1 \xrightarrow{2x \in [0, 2\pi]} 2x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$$

$$B : \max = 3 \Rightarrow \sin 2x = -1 \xrightarrow{2x \in [0, 2\pi]} 2x = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{3\pi}{4}$$

پس تابع g باید از نقاط $A(\frac{\pi}{4}, -1)$ و $B(\frac{3\pi}{4}, 3)$ عبور کند.

$$\begin{cases} g(\frac{\pi}{4}) = -1 \Rightarrow a + \frac{\sqrt{2}}{2}b = -1 \\ g(\frac{3\pi}{4}) = 3 \Rightarrow a - \frac{\sqrt{2}}{2}b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow a + b^2 = 9$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)

۱۷- پاسخ: گزینه ۳



- تابع $y = a \sin bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.



ابتدا توجه می کنیم:

$$\cos(bx - \frac{3\pi}{2}) = \cos(\frac{3\pi}{2} - bx) = -\sin bx$$

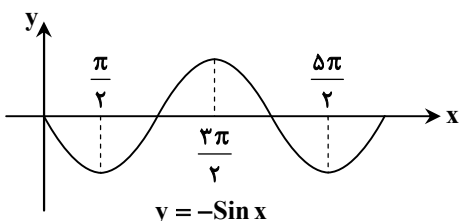
اکنون ضابطه تابع را ساده می کنیم:

$$f(x) = a \sin bx + b \cos(bx - \frac{3\pi}{2}) + c = a \sin bx - b \sin bx + c = (a - b) \sin bx + c$$

با توجه به نمودار، $b > 0$ و $a - b < 0$ یعنی $a < b$ است و نمودار f نسبت به محور طول ها قرینه شده است. از طرفی $x = \frac{\Delta\pi}{6}$ طول دومین

مینیمم تابع f در سمت راست محور عرض ها است و با توجه به نمودار $y = -\sin x$ مشخص است دومین مینیمم تابع با طول مثبت در

$x = \frac{\Delta\pi}{2}$ رخ می دهد. از آنجا که نمودار تابع f جابه جایی افقی ندارد؛ بنابراین:

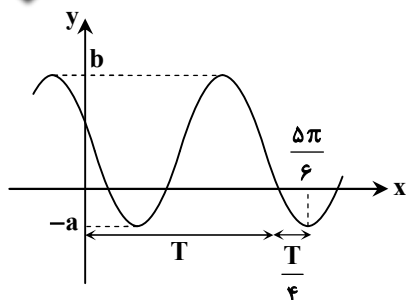


$$b(\frac{\Delta\pi}{6}) = \frac{\Delta\pi}{2} \Rightarrow \frac{b}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = 3$$

حال داریم:

$$\begin{cases} \max = c + |a - b| = b \\ \min = c - |a - b| = -a \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} b=3 \\ a-b<0 \end{matrix}} \begin{cases} c - a + 3 = 3 \Rightarrow c = a \\ c + a - 3 = -a \Rightarrow c - 3 = -2a \end{cases} \Rightarrow a = c = 1$$

$$f(x) = -2 \sin(3x) + 1 \Rightarrow f(\frac{\pi}{4}) = -2 \sin(\frac{3\pi}{4}) + 1 = 3$$



نمودار تابع $f(x) = (a-b)\sin bx + c$ انتقال افقی ندارد؛ بنابراین:

$$\frac{\Delta T}{4} = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{3}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 3 \xrightarrow{b>0} b = 3$$

اکنون به محاسبه a و c می پردازیم:

$$|a-b| = \frac{\max - \min}{2} \Rightarrow |a-b| = \frac{b+a}{2} \xrightarrow{a-b<0} -a+b = \frac{b+a}{2} \Rightarrow -2a+2b = b+a \Rightarrow 3a = b \xrightarrow{b=3} a = 1$$

$$c = \frac{\max + \min}{2} \Rightarrow c = \frac{b-a}{2} \Rightarrow c = \frac{3-1}{2} = 1$$

$$f(x) = -2\sin(3x) + 1 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) + 1 = 3$$

بنابراین:

۱۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)



- تابع f را در یک مجموعه، اکیداً نزولی می گوئیم، اگر برای هر دو مقدار a و b در این مجموعه که $a < b$ ، آن گاه $f(a) > f(b)$ در فاصله‌ای که یک تابع اکیداً نزولی است، با حرکت روی نمودار (از چپ به راست)، همواره روبه پایین خواهیم رفت.

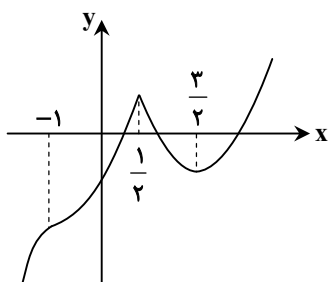


تابع را به صورت چند ضابطه‌ای می نویسیم، سپس آن را رسم می کنیم:

$$y = \begin{cases} x(-x-1) - (2-4x) & x < -1 \\ x(x+1) - (2-4x) & -1 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ x(x+1) - (4x-2) & \frac{1}{2} < x \end{cases} \Rightarrow y = \begin{cases} -x^2 + 3x - 2 & x < -1 \\ x^2 + 5x - 2 & -1 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ x^2 - 3x + 2 & \frac{1}{2} < x \end{cases}$$

نمودار سهمی‌های هر ضابطه، با توجه به شرط دامنه، به صورت زیر است:

پس تابع در بازه $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$ اکیداً نزولی است و طول بازه برابر یک است.



۱۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۱)



- در هر n ضلعی محدب، تعداد قطرهای $\frac{n(n-3)}{2}$ است.

- مجموع زوایای داخلی n ضلعی محدب از رابطه $(n-2) \times 180^\circ$ به دست می آید.

- مجموع زوایای خارجی هر چندضلعی محدب برابر 360° است.



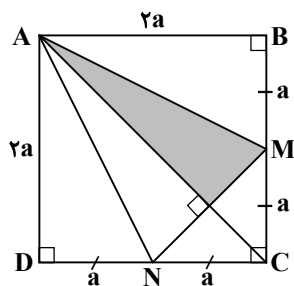
طبق نکات فوق، داریم:

$$(n-2) \times 180^\circ = 4 \times 360^\circ \Rightarrow n-2 = 4 \times 2 = 8 \Rightarrow n = 10$$

$$\text{تعداد اقطار: } \frac{n(n-3)}{2} = \frac{10 \times 7}{2} = 5 \times 7 = 35$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۲)

۲۰- پاسخ: گزینه ۴



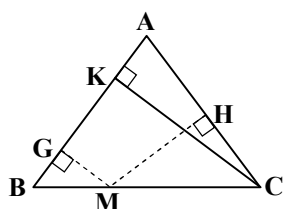
اگر A را به N وصل کنیم، مشخص است که مثلث AMN متساوی الساقین است و مساحت قسمت هاشورزده نصف مساحت این مثلث می باشد، ضلع مربع را برابر ۲a در نظر می گیریم:

$$S_{\triangle AMN} = S_{ABCD} - S_{\triangle ABM} - S_{\triangle ADN} - S_{\triangle MNC} = (2a)^2 - \frac{2a^2}{2} - \frac{2a^2}{2} - \frac{a^2}{2} = \frac{3}{2}a^2$$

$$S_{\text{هاشورزده}} = \frac{1}{2} S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} a^2 = \frac{3}{4} a^2 \Rightarrow \frac{S_{\text{هاشورزده}}}{S_{\text{مربع}}} = \frac{\frac{3}{4} a^2}{a^2} = \frac{3}{4}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۲)

۲۱- پاسخ: گزینه ۲



- در هر مثلث متساوی الساقین ABC که AB = AC است، مجموع فاصله های هر نقطه روی قاعده BC از دو ساق، برابر با ارتفاع وارد بر ساق است.

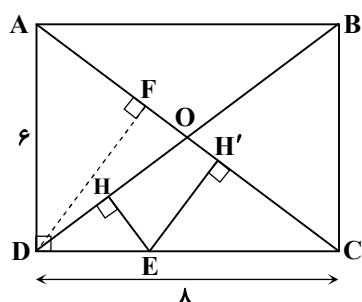
$$MG + MH = CK$$



قطرهای مستطیل هم اندازه اند، پس:

$$AC = DB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \Rightarrow OD = OC = 5$$

در مثلث متساوی الساقین ODC، مجموع فواصل هر نقطه روی قاعده از دو ساق، برابر با ارتفاع وارد بر ساق است، پس داریم:



$$EH + EH' = DF$$

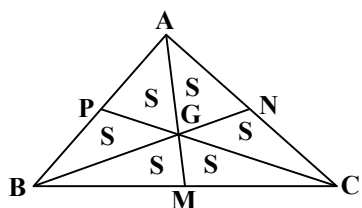
$$\left. \begin{aligned} S_{\triangle ADC} &= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 \\ S_{\triangle ADC} &= \frac{1}{2} DF \times AC \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} DF \times AC = 24 \Rightarrow \frac{1}{2} DF \times 10 = 24 \Rightarrow DF = \frac{48}{10} = 4.8$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۲)

۲۲- پاسخ: گزینه ۱



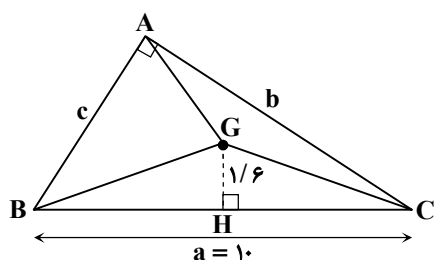
- سه میانه هر مثلث آن را به شش مثلث هم مساحت تقسیم می کند.



$$S_{\triangle APG} = S_{\triangle ANG} = S_{\triangle BPG} = S_{\triangle BMG} = S_{\triangle CMG} = S_{\triangle CNG} = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC}$$



بر طبق ویژگی میانه‌ها، اگر از محل هم‌مرسی میانه‌ها به سه رأس مثلث وصل کنیم، سه مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود:



$$S_{\triangle BGC} = S_{\triangle ABG} = S_{\triangle AGC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}$$

$$S_{\triangle BGC} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times 10 = 8 \Rightarrow S_{\triangle ABC} = 3S_{\triangle BGC} = 3 \times 8 = 24$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} bc \Rightarrow \frac{1}{2} bc = 24 \Rightarrow bc = 48$$

حال طبق فیثاغورس، داریم:

$$\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow b^2 + c^2 = a^2 = 100 \Rightarrow (b+c)^2 - 2bc = 100$$

$$(b+c)^2 - 2 \times 48 = 100 \Rightarrow (b+c)^2 = 196 \Rightarrow b+c = 14$$

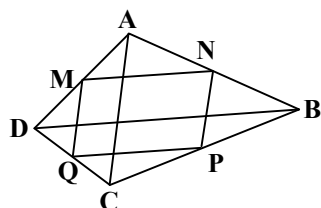
$$\text{محیط } ABC = a+b+c = 10+14 = 24$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۱)

۲۳- پاسخ: گزینه ۳



- اگر وسط‌های ضلع‌های هر چهارضلعی را به‌طور متوالی به هم وصل کنیم، یک متوازی‌الاضلاع پدید می‌آید. محیط متوازی‌الاضلاع حاصل برابر با مجموع دو قطر چهارضلعی اولیه است.

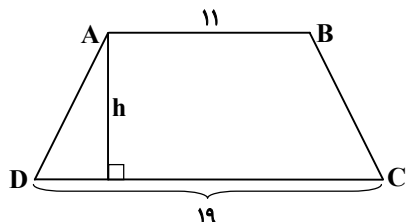


$$\text{محیط } MNPQ = AC + BD$$



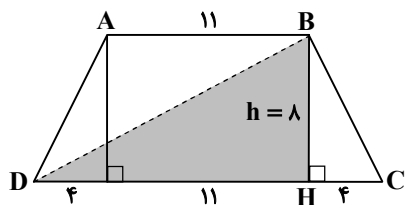
ابتدا می‌بایست قطر دوزنقه را به‌دست آوریم:

$$S = \left(\frac{11+19}{2} \right) h = 120 \Rightarrow 15h = 120 \Rightarrow h = 8$$



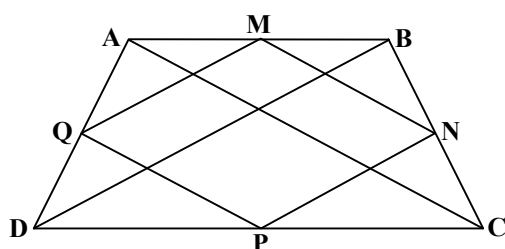
از A و B بر DC عمودهایی رسم می‌کنیم و با نوشتن رابطه فیثاغورس در مثلث BHD می‌توانیم قطر دوزنقه را به‌دست آوریم:

$$BD^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289 \Rightarrow BD = 17$$



در دوزنقه متساوی‌الساقین قطرها برابرند، پس اندازه قطر دیگر نیز $AC = 17$ می‌باشد و حال طبق نکته داریم:

$$\text{محیط } MNPQ = AC + BD = 2 \times 17 = 34$$



▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

۲۴- پاسخ: گزینه ۳



- اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، در این صورت وارون ماتریس A یعنی A^{-1} از تساوی زیر به دست می آید:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}; |A| \neq 0$$



طبق نکته فوق، وارون ماتریس های A و B را می یابیم.

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow 4A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{-3} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow 3B^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$C = 4A^{-1} + 3B^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

۲۵- پاسخ: گزینه ۳



- سه حالت زیر را برای دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ می توان در نظر گرفت:

الف) اگر $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ ، در این صورت دو خط متقاطع اند و دستگاه یک جواب یکتا دارد.

$$\begin{array}{l} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{array}$$

ب) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$ ، در این صورت دو خط موازی اند و یکی از دو حالت زیر می تواند رخ دهد:

(۱) $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ ، در این حالت دو خط موازی اند و هیچ نقطه اشتراکی ندارند، لذا دستگاه هیچ جوابی ندارد.

$$\begin{array}{l} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{array}$$

(۲) $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ ، در این حالت دو خط موازی اند و روی یکدیگر واقع اند یا به عبارتی هر دو معادله یک خط را نشان می دهند، لذا

دستگاه تعداد بی شمار جواب دارد و هر نقطه ای که در یکی از معادلات صدق کند، در دیگری هم صدق می کند.

$$\begin{array}{l} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{array}$$

- ماتریس مربعی A وارون پذیر نیست، هرگاه $|A| = 0$ باشد.



طبق نکات فوق، چون ماتریس $A = \begin{bmatrix} m & 2 \\ m+1 & 3 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نیست، داریم:

$$|A| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} m & 2 \\ m+1 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 3m - 2m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

از بین دستگاه‌های چهار گزینه، فقط دستگاه گزینه سوم فاقد جواب است؛ زیرا:

$$\begin{cases} mx + y = 3 \\ 4x + my = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x + 2y = 5 \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \neq \frac{3}{5}$$

معادلات این دستگاه، نشان‌دهنده دو خط موازی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$\text{گزینه ۱: } \begin{cases} x + y = 7 \\ 5x + 2y = 6 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{5} \neq \frac{1}{2} \Rightarrow \text{دستگاه جواب دارد.}$$

$$\text{گزینه ۲: } \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} \Rightarrow \text{دستگاه بی‌شمار جواب دارد. در واقع دو خط بر هم منطبق‌اند.}$$

$$\text{گزینه ۴: } \begin{cases} 3x + y = 1 \\ 6x + 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{دستگاه بی‌شمار جواب دارد. در این گزینه هم، دو خط بر هم منطبق هستند.}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

۲۶- پاسخ: گزینه ۳



- اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، در این صورت وارون ماتریس A یعنی A^{-1} از تساوی زیر به دست می‌آید:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}; |A| \neq 0$$



در تساوی مقابل فرض می‌کنیم:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}}_C A = \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 12 \\ 24 & 24 \end{bmatrix}}_D$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 2 & 12 \\ 24 & 24 \end{bmatrix} \Rightarrow BCA = D$$

طرفین تساوی را از سمت چپ در B^{-1} ضرب می‌کنیم:

$$\underbrace{B^{-1}B}_{I} CA = B^{-1}D \Rightarrow CA = B^{-1}D$$

حالا طرفین تساوی را دوباره از سمت چپ در C^{-1} ضرب می‌کنیم:

$$\underbrace{C^{-1}C}_I A = C^{-1}B^{-1}D \Rightarrow A = C^{-1}B^{-1}D$$

برای به دست آوردن ماتریس A می‌بایست وارون B و C را در D ضرب کنیم:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow C^{-1} = \frac{1}{-6} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

بنابراین داریم:

$$A = \left(\frac{-1}{6}\right) \left(\frac{1}{4}\right) \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 12 \\ 24 & 24 \end{bmatrix} = -\frac{1}{24} \begin{bmatrix} 12 & -5 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 12 \\ 24 & 24 \end{bmatrix} = \frac{-1}{24} \begin{bmatrix} -96 & 24 \\ -48 & -48 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس فوق برابر $6 = 4 + 2$ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

۲۷- پاسخ: گزینه ۱

خوبه اینو بدونی



- عدد $(ad - bc)$ را دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ می‌نامیم و با نماد $|A|$ نشان می‌دهیم (و آن را به صورت «دترمینان A» می‌خوانیم):
بنابراین می‌توان گفت:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

جوابش اینه



ابتدا دترمینان ماتریس اول را مساوی ۶ قرار می‌دهیم تا مقدار a را به دست آوریم:

$$\begin{vmatrix} a+3 & 3 \\ 2a+1 & a-1 \end{vmatrix} = (a+3)(a-1) - 3(2a+1) = 6 \Rightarrow a^2 + 2a - 3 - 6a - 3 - 6 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 4a - 12 = 0 \Rightarrow (a-6)(a+2) = 0 \Rightarrow a = 6 \text{ یا } a = -2$$

حال دترمینان ماتریس دوم را به ازای هر دو مقدار a حساب می‌کنیم تا ببینیم کدام جواب در گزینه‌ها آمده است:

$$a = -2 \Rightarrow \begin{vmatrix} a-2 & a+3 \\ a & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} = 12 - (-2) = 14$$

$$a = 6 \Rightarrow \begin{vmatrix} a-2 & a+3 \\ a & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 9 \\ 6 & -3 \end{vmatrix} = -12 - 54 = -66$$

جواب ۱۴ در گزینه‌ها آمده است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

۲۸- پاسخ: گزینه ۱

خوبه اینو بدونی



- اگر یک سطر یا یک ستون یک ماتریس مربعی k برابر شود، آن‌گاه دترمینان آن ماتریس k برابر می‌شود. به عبارت دیگر اگر از یک سطر یا یک ستون ماتریس عدد k را فاکتور بگیریم، k در دترمینان حاصل، ضرب می‌شود.

$$\begin{vmatrix} ka & kb & kc \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \text{ یا } \begin{vmatrix} ka & b & c \\ kd & e & f \\ kg & h & i \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

جوابش اینه



دترمینان مخرج کسر را برابر m فرض می‌کنیم:

$$m = \begin{vmatrix} 1 & 6bc & a \\ 1 & 3ca & 2b \\ 1 & 2ab & 3c \end{vmatrix}$$

سطر اول و دوم و سوم این دترمینان را به ترتیب در a، 2b و 3c ضرب می‌کنیم:

$$m = \frac{1}{a(2b)(3c)} \begin{vmatrix} a & 6abc & a^2 \\ 2b & 6abc & 2b^2 \\ 3c & 6abc & 3c^2 \end{vmatrix} = \frac{1}{6abc} \begin{vmatrix} a & 6abc & a^2 \\ 2b & 6abc & 2b^2 \\ 3c & 6abc & 3c^2 \end{vmatrix}$$

از ستون دوم عدد 6abc را فاکتور می‌گیریم:

$$m = \frac{6abc}{6abc} \begin{vmatrix} a & 1 & a^2 \\ 2b & 1 & 2b^2 \\ 3c & 1 & 3c^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & 1 & a^2 \\ 2b & 1 & 2b^2 \\ 3c & 1 & 3c^2 \end{vmatrix}$$

این همان دترمینان صورت کسر است، پس حاصل کسر برابر ۱ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

۲۹- پاسخ: گزینه ۳



- برای دو ماتریس مربعی هم مرتبه A و B داریم:

$$|AB| = |BA| = |A||B| \quad |B^{-1}| = \frac{1}{|B|} \Rightarrow |B^{-1}||B| = 1$$



با توجه به نکات فوق، داریم:

$$|A - I| = 2 \Rightarrow |B||B^{-1}||A - I| = 2 \Rightarrow |B||A - I||B^{-1}| = 2 \Rightarrow |B(A - I)B^{-1}| = 2 \Rightarrow |(BA - B)B^{-1}| = 2 \Rightarrow |BAB^{-1} - I| = 2$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

۳۰- پاسخ: گزینه ۳



- برای پیدا کردن باقی مانده تقسیم هر عدد بر ۱۱ کافی است ارقام آن عدد را از سمت راست یکی در میان مثبت و منفی بنویسیم و با هم جمع کنیم، سپس باقی مانده عدد به دست آمده را در پیمانه ۱۱ محاسبه کنیم.

$$\overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0}^{11} \equiv a_0 - a_1 + a_2 - \dots + (-1)^n a_n$$



با توجه به نکته، داریم:

$$\overline{75 \text{ } xxy}^{11} \equiv 0 \Rightarrow y - x + x - 5 + 7 \equiv 0 \Rightarrow y \equiv -2 \equiv 9 \Rightarrow y = 9, x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

پس ۱۰ عدد مختلف به فرم $\overline{75 \text{ } xxy}$ وجود دارد که بر ۱۱ بخش پذیر است.

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

۳۱- پاسخ: گزینه ۳



- اگر عدد a، عدد b را بشمارد، آنگاه هر مضرب صحیح عدد b را نیز می شمارد؛ یعنی:

$$a | b \Rightarrow a | mb$$

$$a | b \Leftrightarrow a^n | b^n, (n \in \mathbb{N})$$

- در ک.م.م و ب.م.م می توان از عامل مشترک فاکتور گرفت؛ یعنی:

$$[ka, kb] = |k|[a, b] \quad (ka, kb) = |k|(a, b)$$

$$\forall a, b \in \mathbb{Z}; a | b \Rightarrow \begin{cases} (a, b) = |a| \\ [a, b] = |b| \end{cases}$$



ابتدا خواسته سؤال را ساده می کنیم. با توجه به این که a و b اعداد طبیعی هستند، داریم:

$$[3a^2, 6ab] = 3a[a, 2b]$$

با توجه به نکات فوق، از فرض سؤال داریم:

$$a^n | b^n \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} a | b \Rightarrow a | 2b \Rightarrow [a, 2b] = 2b$$

بنابراین، خواسته سؤال برابر است با:

$$3a[a, 2ab] = 3a \times 2b = 6ab$$

۳۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)



- برای هر عدد طبیعی مانند m و هر دو عدد صحیح مانند a و b ، اگر $m \mid a - b$ ، می‌گوییم « a هم‌نهشت با b است به‌سنج یا پیمانه m »؛ و می‌نویسیم $a \equiv b \pmod{m}$. تعریف رابطه هم‌نهشتی به پیمانه m ، به زبان ریاضی عبارت است از:

$$\forall a, b \in \mathbb{Z}, a \equiv b \pmod{m} \Leftrightarrow m \mid a - b \quad (m \in \mathbb{N})$$

- می‌توان به دو طرف یا یک طرف یک رابطه هم‌نهشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow \begin{cases} a + mt \equiv b + mk \\ a - mt \equiv b - mk \end{cases}$$

- دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را می‌توان به توان n رساند. ($n \in \mathbb{N}$)

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a^n \equiv b^n \pmod{m}$$

- برای محاسبه رقم یکان یک عدد باید آن عدد را به هم‌نهشتی به پیمانه ۱۰ ببریم؛ یعنی باقی‌مانده آن عدد بر ۱۰ را بیابیم.



دو عدد ۴۴ و ۷۷ به پیمانه m هم‌نهشت هستند. طبق نکات فوق داریم: $m \mid 77 - 44 \Rightarrow m \mid 33 \Rightarrow m = 1, 3, 11, 33$ چون $m > 1$ و $(m, 3) = 1$ ، پس $m = 11$ قابل قبول است. حال رقم یکان $(2m + 1)^{17}$ را می‌یابیم.

$$2m + 1 = 2 \times 11 + 1 = 23 \equiv 3 \pmod{10} \Rightarrow 23^2 \equiv 9 - 10 \equiv -1 \pmod{10}$$

$$(23^2)^8 \equiv (-1)^8 \Rightarrow 23^{16} \equiv 1 \xrightarrow{\times 23} 23^{17} \equiv 23 \pmod{10} \Rightarrow 23^{17} \equiv 23 - 2 \times 10 \equiv 3 \pmod{10}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

۳۳- پاسخ: گزینه ۳



- مربع هر عدد فرد به‌صورت $8k + 1$ است، یعنی باقی‌مانده تقسیم مربع هر عدد فرد بر ۸ برابر یک است.

$$\text{فرد } a \Rightarrow a^2 = 8k + 1$$

- قضیه تقسیم: اگر a عددی صحیح و b عددی طبیعی باشد در این صورت، اعدادی صحیح و منحصر به فرد مانند q و r یافت می‌شوند به‌قسمی که:

$$0 \leq r < b \text{ و } a = bq + r$$



چون $a = 4k + 1$ ، پس a فرد است. از طرفی 2^{10} زوج است، پس $a + 2^{10}$ عددی فرد است. با توجه به این که $b \mid a + 2^{10}$ یعنی عدد فرد $a + 2^{10}$ بر b بخش پذیر است، پس باید b نیز فرد باشد، حال با توجه به نکته فوق، داریم:

$$\text{فرد است } a \Rightarrow a^2 = 8q + 1$$

$$\text{فرد است } b \Rightarrow b^2 = 8k' + 1$$

خواسته سؤال به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$a^2 + 2b^2 + 3 = 8q + 1 + 2(8k' + 1) + 3 = 8q + 16k' + 6 = 8(q + 2k') + 6 = 8q' + 6 \Rightarrow \text{باقی‌مانده} = 6$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

۳۴- پاسخ: گزینه ۴



- دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را می‌توان به توان n رساند. ($n \in \mathbb{N}$)

$$a \equiv^m b \Rightarrow a^n \equiv^m b^n$$

- می‌توان به دو طرف یا یک طرف یک رابطه هم‌نهشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \equiv^m b \Rightarrow \begin{cases} a + mt \equiv^m b + mk \\ a - mt \equiv^m b - mk \end{cases}$$



چون $a + 7^{46} \equiv 0 \pmod{43}$ ، پس $a + 7^{46}$ مضرب ۴۳ است و داریم:

هم‌نهشت 7^{46} به پیمانه ۴۳ را محاسبه می‌کنیم:

$$7^2 = 49 \equiv 49 - 43 = 6 \pmod{43} \Rightarrow 7^2 \equiv 6 \xrightarrow{\times 7} 7^3 \equiv 42 \pmod{43} \Rightarrow 7^3 \equiv 42 - 43 = -1 \pmod{43} \Rightarrow (7^3)^{15} \equiv (-1)^{15} \pmod{43}$$

$$\Rightarrow 7^{45} \equiv -1 \xrightarrow{\times 7} 7^{46} \equiv -7 \pmod{43}$$

$$-7 + a \equiv 0 \pmod{43} \Rightarrow a \equiv 7 \pmod{43} \Rightarrow a = 43k + 7$$

$$k = 1 \Rightarrow a = 43 + 7 = 50 \Rightarrow \text{رقم دهگان} = 5$$

حال طبق رابطه (۱) داریم:

چون کوچک‌ترین عدد طبیعی دو رقمی a را می‌خواهیم، داریم:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

۳۵- پاسخ: گزینه ۴



- برای محاسبه رقم یکان یک عدد باید آن عدد را به هم‌نهشتی به پیمانه ۱۰ ببریم؛ یعنی باقی‌مانده آن عدد بر ۱۰ را بیابیم.

- دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را می‌توان در عددی صحیح ضرب کرد.

$$a \equiv^m b \Rightarrow ac \equiv^m bc$$

- دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را می‌توان به توان n رساند. ($n \in \mathbb{N}$)

$$a \equiv^m b \Rightarrow a^n \equiv^m b^n$$



اولاً واضح است که رقم یکان $150!$ برابر صفر است، زیرا مضرب ۱۰ است.

ثانیاً برای محاسبه رقم یکان 3^{150} از توان‌های کوچک در پیمانه ۱۰ آغاز می‌کنیم:

$$3^4 = 81 \equiv 81 - 8 \times 10 = 1 \pmod{10} \Rightarrow (3^4)^{37} \equiv 1^{37} \pmod{10}$$

$$\Rightarrow 3^{148} \equiv 1 \xrightarrow{\times 3^2} 3^{150} \equiv 9 \pmod{10} \Rightarrow 3^{150} + 150! \equiv 9 \pmod{10}$$

پس رقم یکان $3^{150} + 150!$ برابر ۹ است.

بنابراین گزینه ۴ درست است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

۳۶- پاسخ: گزینه ۲



- قضیه تقسیم: اگر a عددی صحیح و b عددی طبیعی باشد در این صورت، اعدادی صحیح و منحصر به فرد مانند q و r یافت می‌شوند

به‌قسمی که $a = bq + r$ و $0 \leq r < b$.



طبق نکته فوق، داریم:

$$a = 41q + r, r = \frac{1}{4}q^2, 0 \leq r < 41 \Rightarrow 0 \leq \frac{1}{4}q^2 < 41$$

$$\Rightarrow 0 \leq q^2 < 164 \Rightarrow q = 0, 1, 2, 3, \dots, 9$$

اگر $q = 0$ ، آنگاه $a = 0$ و چون a عددی طبیعی است، پس $q = 0$ غیرقابل قبول است. از طرفی طبق رابطه $r = \frac{1}{4}q^2$ باید q زوج و در نتیجه q زوج باشد، زیرا باید r عددی طبیعی باشد. پس مقادیر قابل قبول برای q به صورت زیر است و داریم:

$$q = 2 \Rightarrow r = \frac{1}{4} \times 4 = 1 \Rightarrow a = 41 \times 2 + 1 = 83$$

$$q = 4 \Rightarrow r = \frac{1}{4} \times 16 = 4 \Rightarrow a = 41 \times 4 + 4 = 168$$

$$q = 6 \Rightarrow r = \frac{1}{4} \times 36 = 9 \Rightarrow a = 41 \times 6 + 9 = 246 + 9 = 255$$

$$q = 8 \Rightarrow r = \frac{1}{4} \times 64 = 16 \Rightarrow a = 41 \times 8 + 16 = 328 + 16 = 344$$

کمترین عدد سه رقمی a برابر ۱۷۲ است و خواسته سؤال برابر است با:

$$a = 172 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 1 + 7 + 2 = 10$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

۳۷- پاسخ: گزینه ۴



- دو طرف دو رابطه هم‌نهشتی را که پیمانه‌های یکسان داشته باشند، می‌توان با هم جمع یا از هم منها و یا در هم ضرب کرد.

$$a \equiv b, c \equiv d \Rightarrow \begin{cases} ac \equiv bd & (1) \\ a + c \equiv b + d & (2) \\ a - c \equiv b - d & (3) \end{cases}$$

- می‌توان به دو طرف یا یک طرف یک رابطه هم‌نهشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \equiv b \Rightarrow \begin{cases} a + mt \equiv b + mk \\ a - mt \equiv b - mk \end{cases}$$

- اگر باقی‌مانده تقسیم عدد صحیح a بر عدد طبیعی b برابر r باشد، داریم:

$$0 \leq r < b, a \equiv r$$



عدد $23!$ قطعاً بر 13 بخش‌پذیر است، زیرا دارای عامل 13 می‌باشد.

$$23! \equiv 0$$

حال در مورد 1000^{19} به پیمانه 13 داریم:

$$1000 \equiv 1000 - 77 \times 13 \equiv 1000 - 1001 \equiv -1 \Rightarrow 1000^{19} \equiv (-1)^{19} \equiv -1$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$1000^{19} + 23! \equiv -1 + 0 \equiv -1 + 13 \equiv 12$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

۳۸- پاسخ: گزینه ۳



- عدد طبیعی d را ب.م.م دو عدد صحیح a و b می‌نامیم (a و b هر دو با هم صفر نیستند) و می‌نویسیم $(a, b) = d$ ، هرگاه دو شرط «الف» و «ب» برقرار باشد.

الف) $d | a, d | b$

ب) $\forall m > 0; m | a, m | b \Rightarrow m \leq d$



چون $2^4 = 16$ ، پس حاصل $(a, 2^4)$ یکی از مقادیر زیر است:

چون $2^3 | (a, 2^4)$ ، پس حاصل $(a, 2^4)$ نمی‌تواند 2^4 باشد، یعنی:

بنابراین a هر عدد طبیعی کمتر از 101 می‌باشد که مضرب 16 نمی‌باشد.

$$\{1, 2, 3, \dots, 100\} \Rightarrow \text{تعداد مضارب } 16 = \left\lfloor \frac{100}{16} \right\rfloor = 6$$

$$a = 100 - 6 = 94 = \text{تعداد مقادیر قابل قبول برای } a$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

۳۹- پاسخ: گزینه ۱



- برای هر عدد طبیعی مانند m و هر دو عدد صحیح مانند a و b ، اگر $m | a - b$ ، می‌گوییم « a هم‌نهیشت با b است به‌سنگ یا پیمانه m »؛ و می‌نویسیم $a \equiv b \pmod{m}$. به زبان ریاضی عبارت است از:

$$\forall a, b \in \mathbb{Z}, a \equiv b \pmod{m} \Leftrightarrow m | a - b \quad (m \in \mathbb{N})$$

- قضیه تقسیم: اگر a عددی صحیح و b عددی طبیعی باشد در این صورت، اعدادی صحیح و منحصر به فرد مانند q و r یافت می‌شوند به‌قسمی که $a = bq + r$ و $0 \leq r < b$.

- دو طرف یک رابطه هم‌نهیشتی را می‌توان در عددی صحیح ضرب کرد.

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow ac \equiv bc \pmod{m}$$

- اگر باقی‌مانده تقسیم عدد صحیح a بر عدد طبیعی b برابر r باشد، داریم:

$$0 \leq r < b, a \equiv r \pmod{b}$$



با توجه به تعریف هم‌نهیشتی و نکات فوق، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} a \equiv 17 \pmod{b} \Rightarrow 7a \equiv 119 \pmod{b} \\ 7a \equiv 35 \pmod{b} \end{array} \right\} \Rightarrow 119 \equiv 35 \pmod{b} \Rightarrow b | 119 - 35 \Rightarrow b | 84 \Rightarrow b \in \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84\}$$

اما از آنجایی که با توجه به شرط باقی‌مانده در قضیه تقسیم باید $b > 35$ باشد، پس فقط مقادیر 42 و 84 برای b قابل قبول است. بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

۴۰- پاسخ: گزینه ۴



- مربع هر عدد فرد به‌صورت $8k + 1$ است، یعنی باقی‌مانده تقسیم مربع هر عدد فرد بر 8 برابر یک است.

$$a \text{ فرد} \Rightarrow a^2 = 8k + 1$$

- هر عدد اول به‌جز 2 و 3 دقیقاً به یکی از دو صورت $6k + 1$ یا $6k + 5$ ($6k - 1$) نوشته می‌شود.



می‌دانیم همه اعداد اول به جز ۲ فرد هستند پس برای هر عدد سه رقمی اول p داریم:

$$p^2 = 8q + 1 \Rightarrow p^2 - 1 = 8q \quad (1)$$

از سوی دیگر برای هر عدد اول $p > 3$ داریم:

$$p = 6k \pm 1 \Rightarrow p^2 = 36k^2 \pm 12k + 1$$

$$\Rightarrow p^2 - 1 = 36k^2 \pm 12k$$

$$\Rightarrow p^2 - 1 = 12(3k^2 \pm k)$$

توجه کنید که عدد $3k^2 \pm k = k(3k \pm 1)$ همواره زوج است، زیرا:

$$1 \text{ حالت } k = \text{زوج} \Rightarrow k(3k \pm 1) = \text{زوج}$$

$$2 \text{ حالت } k = \text{فرد} \Rightarrow 3k \pm 1 = \text{زوج} \Rightarrow k(3k \pm 1) = \text{زوج}$$

بنابراین $3k^2 \pm k = 2q'$ و داریم:

$$p^2 - 1 = 12 \times 2q' = 24q' \quad (2)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

$$8 | p^2 - 1, 24 | p^2 - 1 \Rightarrow [8, 24] | p^2 - 1$$

$$\Rightarrow 24 | p^2 - 1 \xrightarrow{\times 2} 48 | 2p^2 - 2$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

فیزیک

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۱- پاسخ: گزینه ۱

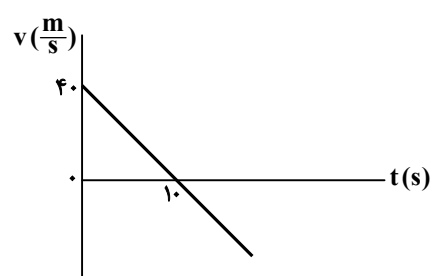


بررسی گزاره‌ها:

معادله مکان - زمان درجه ۲ است. پس شتاب حرکت ثابت است. (گزاره «پ» نادرست است.)

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = -2 \Rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = 40 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -4t + 40$$



از $t = 0$ تا $t = 10s$ حرکت متحرک کندشونده و پس از آن تندشونده است.

(درستی گزاره «ب»)

اگر سرعت در وسط یک بازه زمانی صفر باشد، سرعت‌ها در ابتدا و انتهای آن بازه قرینه یکدیگرند؛ بنابراین تندی متحرک در این دو لحظه برابر می‌شود. (درستی گزاره «الف»)

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۲- پاسخ: گزینه ۳



شتاب متحرک A را محاسبه می‌کنیم:

$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{22-10}{6} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$A: \begin{cases} v_{0A} = 10 \frac{m}{s} \\ a_A = 2 \frac{m}{s^2} \end{cases} \quad B: \begin{cases} v_{0B} = 25 \frac{m}{s} \\ a_B = ? \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = t^2 + 10t + x_0 \xrightarrow{t=20s} x_A = 600 + x_0 \\ x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + 25t + x_0 \xrightarrow{t=20s} x_B = 200a_B + 500 + x_0 \end{cases}$$

وقتی دو متحرک به هم می‌رسند، داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow 600 + x_0 = 200a_B + 500 + x_0 \Rightarrow 200a_B = 100 \Rightarrow a_B = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۳- پاسخ: گزینه ۲



در بازه زمانی $t=0$ تا $t=8s$ شتاب متحرک ثابت و برابر با $-\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$ است.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v(8) = v_0 - 16$$

$$\Delta x = \frac{v_2 + v_1}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{(v_0 - 16) + v_0}{2} \times 8 = (v_0 - 8) \times 8$$

در بازه زمانی $t=8s$ تا $t=20s$ شتاب متحرک ثابت و برابر با $\frac{4}{3} \frac{m}{s^2}$ است.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v(20) = 12 \times \frac{4}{3} + (v_0 - 16) = v_0 + 32$$

$$\Delta x = \frac{v_2 + v_1}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{(v_0 + 32) + (v_0 - 16)}{2} \times 12 = (v_0 + 8) \times 12$$

در بازه زمانی $t=20s$ تا $t=25s$ سرعت متحرک ثابت و برابر با $v(20) = v_0 + 32$ است؛ بنابراین داریم: اکنون جابه‌جایی را در بازه زمانی $t=0$ تا $t=25s$ می‌نویسیم:

$$\Delta x = v_{av} \cdot \Delta t = \frac{92}{25} \times 25 = 92 m$$

$$92 = 8(v_0 - 8) + 12(v_0 + 8) + 5(v_0 + 32) \Rightarrow 92 = 25v_0 + 160 + 96 - 64 = 25v_0 + 192 \Rightarrow 25v_0 = -100 \Rightarrow v_0 = -4 \frac{m}{s}$$

در بازه زمانی $t=0$ تا $t=8s$ با توجه به اینکه $v_0 = -4 \frac{m}{s}$ و شتاب حرکت نیز منفی است؛ بنابراین حرکت تندشونده است و سرعت در

این بازه غیر صفر است، بنابراین تغییر جهت در این بازه اتفاق نمی‌افتد. در بازه زمانی $t=8s$ تا $t=20s$ داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 4t + v(8) \Rightarrow 0 = 4t + v_0 - 16 \Rightarrow 4t = 20 \Rightarrow t = 5s \Rightarrow \Delta t = 8 + 5 = 13s$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۴- پاسخ: گزینه ۲



شیب نمودار $v-t$ یعنی شتاب حرکت منفی است؛ پس جهت تقعر نمودار $x-t$ باید رو به پایین باشد.

در مدت $t=0$ تا $t=5$ جابه‌جایی را از مساحت زیر نمودار $v-t$ حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{20 \times 5}{2} = 50 m \Rightarrow \text{فقط گزینه ۲ می‌تواند درست باشد.}$$

نباید سراغ اینا بری



در مدت $t = 0$ تا $t = 5$ سرعت مثبت است پس x صعودی است. در $t = 5$ جهت حرکت عوض می‌شود و علامت v تغییر می‌کند. پس از آن به بعد x نزولی است (گزینه‌های ۱ و ۳ نادرست هستند).

۴۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۱)



فاصله هر دو ستون متوالی را l در نظر گرفته‌ایم.

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \begin{cases} v_A^2 - 0 = 2a \cdot (2l) \\ v_B^2 - 0 = 2a \cdot (5l) \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{5}{2}} \times v_A = \sqrt{\frac{5}{2}} \times 4\sqrt{10} = 4\sqrt{25} = 20 \frac{m}{s}$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۱)



نمودار سرعت - زمان خطی است؛ پس شتاب حرکت ثابت است.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-16 - (-20)}{2} = \frac{4}{2} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = t^2 - 20t + x_0$$

$$t = 2s, x = 114m \Rightarrow 114 = 4 - 40 + x_0 \Rightarrow x_0 = 114 + 36 = 150m \Rightarrow x = t^2 - 20t + 150 = (t - 10)^2 + 50$$

بنابراین کمترین فاصله متحرک از مبدأ مکان برابر با $50m$ است.

۴۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۱)



می‌دانیم سهمی محور تقارن دارد و محور تقارن آن از رأس سهمی می‌گذرد. رأس سهمی در حرکت با شتاب ثابت مربوط به لحظه‌ای است که سرعت متحرک صفر می‌شود (شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان صفر می‌شود). با توجه به شکل، محور تقارن سهمی در $t = 6s$ است.

$$v_f = 0$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{79 - 25}{9 - 0} = \frac{54}{9} = 6 \frac{m}{s}$$

سرعت متوسط در مدت $t = 0$ تا $t = 9s$:

در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در هر بازه زمانی با سرعت در لحظه وسط آن بازه زمانی مساوی است.

$$v_{av}(-9) = v_{f/5} = 6 \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(6) - v(4/5)}{6 - 4/5} = \frac{0 - 6}{1/5} = -4 \frac{m}{s^2}$$

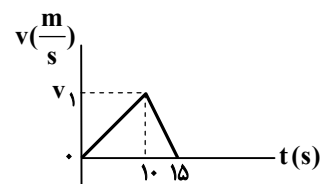
$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -4 \times 6 + v_0 \Rightarrow v_0 = 24 \frac{m}{s}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = -2t^2 + 24t + 25 \Rightarrow x_{f.} = -2 \times 400 + 24 \times 20 + 25 = -800 + 480 + 25 = -295m$$

۴۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۱)



Δx برابر مساحت مثلث شکل مقابل است (مساحت زیر نمودار سرعت - زمان).



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{v_1 \times 15}{2} = \frac{v_1}{2} \Rightarrow 20 = \frac{v_1}{2} \Rightarrow v_1 = 40 \frac{m}{s}$$

در مدت $t = 10s$ تا $t = 15s$ حرکت کندشونده است، زیرا تندى متحرک به صفر نزدیک می‌شود.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 40}{5} = -8 \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a| = 8 \frac{m}{s^2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۹- پاسخ: گزینه ۴



جهت مثبت را رو به پایین فرض می‌کنیم و محل رهاشدن سنگ را مبدأ در نظر می‌گیریم.

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y = \Delta t^2$$

سنگ از محل رهاشدن ۴۵ متر پایین آمده است. $t = 3s \Rightarrow y = 5 \times 3^2 = 45m$

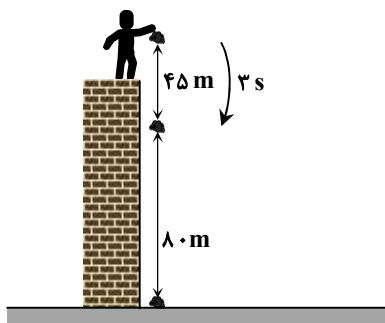
پس مطابق شکل مقابل می‌توان گفت که کل مسافت سقوط تا زمین ۱۲۵ متر است.

$$v^2 = 2g\Delta y \Rightarrow v^2 = 2 \times 10 \times 125 \Rightarrow v = 50 \frac{m}{s}$$

سنگ با تندی $50 \frac{m}{s}$ به زمین خواهد رسید.

شتاب حرکت $10 \frac{m}{s^2}$ است، یعنی با گذشت هر ثانیه، ۱۰ متر بر ثانیه به تندی اضافه

می‌شود، پس ۱ ثانیه قبل از رسیدن به زمین، تندی سنگ $40 \frac{m}{s}$ است.



▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۵۰- پاسخ: گزینه ۳



مدت حرکت از نقطه O تا A:

$$v = gt \Rightarrow 10 = 10t \Rightarrow t = 1s$$

برای قسمت O تا B:

$$OB = 100 - 20 = 80m$$

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 80 = 5t^2 \Rightarrow t = 4s$$

مدت حرکت از A تا B برابر ۳ s است:

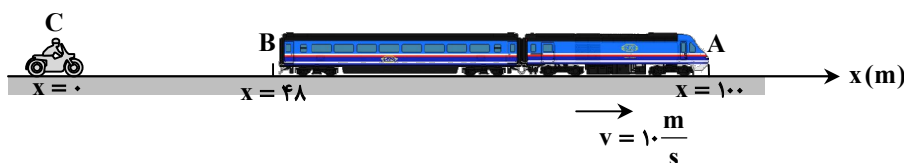
$$t_{AB} = t_{OB} - t_{OA} = 4 - 1 = 3s$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۵۱- پاسخ: گزینه ۲



در لحظه شروع حرکت موتورسوار، وضعیت به شکل مقابل است. این لحظه را $t = 0$ در نظر می‌گیریم. اگر ابتدای قطار در نقطه A، انتهای آن در نقطه B و موتورسوار در نقطه C باشد، زمان موردنظر ما اختلاف جواب دو معادله $x_C = x_B$ و $x_C = x_A$ است.



$$\begin{cases} x_A = 10t + 100 \\ x_B = 10t + 48 \\ x_C = \frac{1}{2} \times 4 \times t^2 + 0 \end{cases}$$

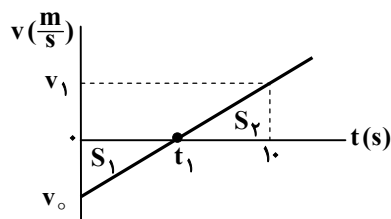
$$\begin{cases} x_C = x_B \Rightarrow 2t^2 = 10t + 48 \Rightarrow t^2 - 5t - 24 = 0 \Rightarrow (t-8)(t+3) = 0 \Rightarrow t = 8s \\ x_C = x_A \Rightarrow 2t^2 = 10t + 100 \Rightarrow t^2 - 5t - 50 = 0 \Rightarrow (t-10)(t+5) = 0 \Rightarrow t = 10s \end{cases} \Rightarrow \Delta t = 10 - 8 = 2s$$

۵۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۱)



استفاده از نمودار سرعت - زمان روش مناسبی برای پاسخ‌گویی به سؤالات مربوط به مسافت طی شده است. با توجه به نمودار مکان - زمان که ابتدا نزولی و سپس صعودی است، سرعت در ابتدا منفی و سپس مثبت می‌شود. (شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر سرعت است.)
 $S_1 + S_2 = 156 =$ مسافت طی شده در ۱۰ ثانیه اول



با توجه به اینکه شتاب حرکت $\frac{m}{s^2}$ است، شیب نمودار سرعت - زمان برابر ۶ می‌شود.

$$\Rightarrow \begin{cases} v_0 = -6t_1 \Rightarrow S_1 = \frac{6t_1 \times t_1}{2} = 3t_1^2 \\ v_1 = 6(10 - t_1) \Rightarrow S_2 = \frac{(10 - t_1) \times 6(10 - t_1)}{2} = 3(10 - t_1)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 156 = 3t_1^2 + 3(10 - t_1)^2 \Rightarrow t_1^2 + (10 - t_1)^2 = 52 \Rightarrow 2t_1^2 - 20t_1 + 48 = 0$$

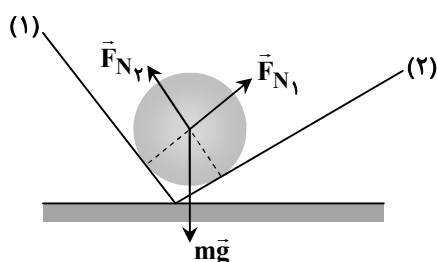
$$\Rightarrow t_1^2 - 10t_1 + 24 = 0 \Rightarrow t_1 = 6s \text{ یا } t_1 = 4s$$

روی نمودار سهمی توجه کنید که در ۱۰ ثانیه اول مدت نزولی بودن x بیشتر از مدت صعودی بودن است پس $t_1 = 6s$ جواب است.

$$v_0 = -6t_1 = -36 \frac{m}{s} \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = 3t^2 - 36t + x_0 \xrightarrow[t=0]{t=10s} 300 - 360 + x_0 = 0 \Rightarrow x_0 = 60m$$

۵۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۲)



شکل روبه‌رو، نمودار نیروهای وارد بر کره را نشان می‌دهد. چون کره در حالت تعادل است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است:

$$\vec{F}_{N_1} + \vec{F}_{N_2} + m\vec{g} = 0$$

$$\vec{F}_{N_2} + (100\vec{i} + 80\vec{j}) + (-20 \times 10)\vec{j} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{N_2} = -100\vec{i} + 120\vec{j}$$

نیروی که کره به دیواره (۲) وارد می‌کند، واکنش نیروی $\vec{F}_{N_2}$ است.

$$\vec{F}'_{N_2} = -\vec{F}_{N_2} = 100\vec{i} - 120\vec{j}$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۲)



شتاب حرکت قایق سبک‌تر را با a_1 و شتاب حرکت قایق سنگین‌تر را با a_2 نشان می‌دهیم.

$$F - f_D = ma \Rightarrow \begin{cases} F - \frac{F}{2} = ma_1 \Rightarrow \frac{F}{2} = ma_1 \\ 2F - \frac{F}{2} = 2ma_2 \Rightarrow \frac{3F}{2} = 2ma_2 \end{cases} \Rightarrow ma_1 = \frac{2}{3}ma_2 \Rightarrow a_1 = \frac{2}{3}a_2$$

فاصله بین دو قایق مرتب افزایش می‌یابد و در لحظه‌ای که قایق سریع‌تر به خط پایان می‌رسد این فاصله بیشینه می‌شود. (واضح است که قایق دوم که شتاب بیشتری نسبت به قایق اول دارد زودتر به خط پایان می‌رسد.) مسافتی که قایق دوم پس از عبور از خط پایان طی می‌کند برابر d است.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow d_2 = \frac{1}{2}a_2t^2 + 0 \xrightarrow{(d_2=d)} d = \frac{1}{2}a_2t^2$$

مسافتی که قایق اول در همین مدت طی می‌کند، برابر است با:

$$d_1 = \frac{1}{2}a_1t^2 + v_0t \Rightarrow d_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}a_2\right)t^2 + 0 = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}a_2t^2\right) = \frac{2}{3}d$$

فاصله دو متحرک در لحظه عبور قایق دوم از خط پایان برابر است با:

$$l = d_2 - d_1 = d - \frac{2}{3}d = \frac{1}{3}d$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۵- پاسخ: گزینه ۴



اجسام طبق خاصیت لختی تمایل به حفظ وضعیت سابق خود را دارند؛ بنابراین با حرکت رو به جلوی خودرو، سرنشینان آن به عقب (صندلی) فشرده می‌شوند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۶- پاسخ: گزینه ۳



شتاب گرانش را در سطح زمین با g_e و در سطح عطارد با g_m نشان می‌دهیم.

$$W = mg \Rightarrow \frac{W_m}{W_e} = \frac{g_m}{g_e} \Rightarrow \frac{18}{49} = \frac{g_m}{9/8} \Rightarrow g_m = 3/6 \frac{m}{s^2}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow v^2 - 0^2 = 2g_m h \Rightarrow v^2 = 2 \times 3/6 \times 5 = 36 \Rightarrow v = 6 \frac{m}{s}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۷- پاسخ: گزینه ۳



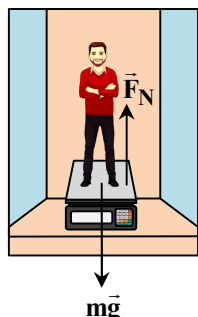
جهت بالا را مثبت در نظر می‌گیریم و قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم. اگر با این فرض $a > 0$ شد، شتاب رو به بالا را مثبت در نظر می‌گیریم و قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم. اگر با این فرض $a < 0$ شد، شتاب رو به پایین است.

$$F_N - mg = ma$$

$$\Rightarrow 400 - 50 \times 10 = 50a$$

$$\Rightarrow -100 = 50a \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$

علامت منفی a نشان‌دهنده شتاب رو به پایین آسانسور است.



▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۸- پاسخ: گزینه ۱



شکل «الف» نمودار نیروهای وارد بر گلوله را در هنگام بالارفتن نشان می‌دهد. با توجه به شکل داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -mg - f_D = ma_1 \Rightarrow a_1 = -g - \frac{f_D}{m}$$

از ترکیب روابط $v = at + v_0$ و $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$ به رابطه‌ای می‌رسیم که در آن اثری از v_0 دیده نمی‌شود:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + (v_0 - at)t = -\frac{1}{2}at^2 + vt$$

$$h = -\frac{1}{2}\left(-g - \frac{f_D}{m}\right)t_1^2 + v_1 t_1 = \frac{1}{2}\left(g + \frac{f_D}{m}\right)t_1^2 \quad (1) \text{ رابطه}$$

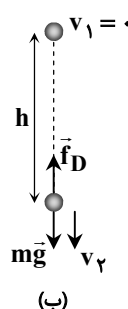
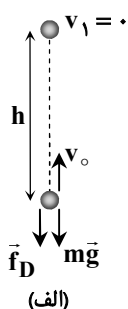
شکل «ب» نمودار نیروهای وارد بر گلوله را در موقع پایین آمدن نشان می‌دهد. با توجه به شکل، داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - f_D = ma_2 \Rightarrow a_2 = g - \frac{f_D}{m}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow h = \frac{1}{2}a_2 t_2^2 + v_1 t_2 \Rightarrow h = \frac{1}{2}\left(g - \frac{f_D}{m}\right)t_2^2 \quad (2) \text{ رابطه}$$

$$\xrightarrow{\text{از (1) و (2)}} \frac{1}{2}\left(g + \frac{f_D}{m}\right)t_1^2 = \frac{1}{2}\left(g - \frac{f_D}{m}\right)t_2^2 \xrightarrow{(t_2=2t_1)} g + \frac{f_D}{m} = 4\left(g - \frac{f_D}{m}\right)$$

$$\Rightarrow g + \frac{f_D}{m} = 4g - \frac{4f_D}{m} \Rightarrow \frac{5f_D}{m} = 3g \Rightarrow f_D = \frac{3}{5}mg = \frac{3}{5} \times 2 \times 10 = 12 \text{ N}$$

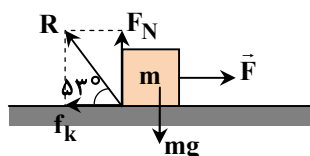


۵۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۲)



شکل روبه‌رو، نیروهای وارد بر جسم را در حالت اول نشان می‌دهد. با توجه به شکل، داریم:



$$\tan 53^\circ = \frac{F_N}{f_k}$$

$$\frac{\sin 53^\circ}{\cos 53^\circ} = \frac{F_N}{\mu_k F_N} \Rightarrow \frac{4/5}{3/5} = \frac{1}{\mu_k} \Rightarrow \mu_k = \frac{3}{4}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۰- پاسخ: گزینه ۴



تا وقتی جسم ساکن است، نیروی اصطکاک از نوع ایستایی و هم‌اندازه با نیروی $\vec{F}$ است:

$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow F - f_s = 0 \Rightarrow f_s = F$$

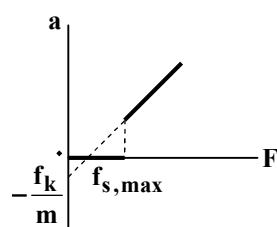
به محض اینکه $F > f_{s,max}$ شد، نیروی اصطکاک از نوع جنبشی می‌شود و جسم به حرکت درمی‌آید. شتاب جسم در طول حرکت برابر است با:

$$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{F - f_k}{m} = \frac{1}{m} F - \frac{f_k}{m}$$

دقت کنید که $f_{s,max} > f_k$ است. پس وقتی جسم به حرکت درمی‌آید $F > f_k$ است و شتاب

اولیه جسم مخالف صفر است. نمودار $a - F$ به شکل یک خط راست با شیب $\frac{1}{m}$ است که امتداد

آن محور a را در نقطه $-\frac{f_k}{m}$ قطع می‌کند.



▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۲)

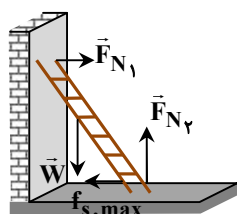
۶۱- پاسخ: گزینه ۳



شکل روبه‌رو نیروهایی را نشان می‌دهد که به نردبان وارد می‌شوند. نیروهای $\vec{F}_{N_1}$ و $\vec{f}_{s,max}$

هر دو از طرف سطح افقی به نردبان وارد می‌شوند. در واقع سطح افقی یک نیرو به نردبان وارد

می‌کند که آن نیرو برای $\vec{F}_{N_1}$ و $\vec{f}_{s,max}$ است و به آن نیروی سطح ($\vec{R}$) می‌گوییم.



$$R = \sqrt{F_{N_1}^2 + f_{s,max}^2}$$

برایند نیروهای وارد بر نردبان صفر است، پس:

$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow F_{N_1} = f_{s,max} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$R = \sqrt{F_{N_1}^2 + f_{s,max}^2} \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} \sqrt{F_{N_1}^2 + f_{s,max}^2} = \sqrt{2} f_{s,max} \Rightarrow F_{N_1}^2 + f_{s,max}^2 = 2 f_{s,max}^2 \Rightarrow F_{N_1} = \sqrt{2} f_{s,max}$$

$$\xrightarrow{(f_{s,max} = \mu_s F_{N_1})} F_{N_1} = \sqrt{2} \mu_s F_{N_1} \Rightarrow \mu_s = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۲- پاسخ: گزینه ۲



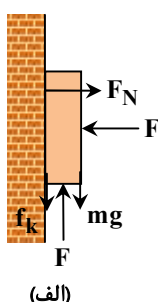
شکل «الف»، نمودار نیروهای وارد بر جسم را در دو ثانیه اول حرکت نشان می‌دهد. با توجه به سؤال، داریم:

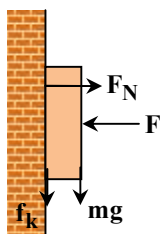
$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow F_N = F = 20 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0.3 \times 20 = 6 \text{ N}$$

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow F - mg - f_k = ma_1$$

$$\Rightarrow 20 - 1 \times 10 - 6 = 1 \times a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{4}{s^2}$$





(ب)

سرعت جسم در لحظه $t_1 = 2s$ را با v_1 و جابه‌جایی آن در t_1 ثانیه اول را با d_1 نشان می‌دهیم:

$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 = 4 \times 2 + 0 = 8 \frac{m}{s}$$

$$d_1 = \left(\frac{v_1 + v_0}{2} \right) t_1 = \left(\frac{8 + 0}{2} \right) \times 2 = 8 m$$

شکل «ب» نمودار نیروهای وارد بر جسم را بلافاصله پس از حذف نیروی قائم نشان می‌دهد. شتاب حرکت جسم را در این حالت با a_2 ، زمان حرکت رو به بالای جسم را با t_2 و مسافتی که در این مدت طی می‌کند با d_2 نشان می‌دهیم.

$$F_{net,y} = ma$$

$$-mg - f_k = ma_2 \Rightarrow -1 \times 10 - 6 = 1 \times a_2 \Rightarrow a_2 = -16 \frac{m}{s^2}$$

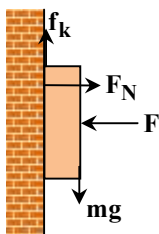
$$v_2 = a_2 t_2 + v_0 \Rightarrow 0 = -16 t_2 + 8 \Rightarrow t_2 = 0.5 s$$

$$d_2 = \left(\frac{v_2 + v_1}{2} \right) t_2 = \left(\frac{0 + 8}{2} \right) \times 0.5 = 2 m$$

جسم همان مسافتی را که بالا رفته، پایین می‌آید تا به نقطه شروع حرکت برسد.

$$d_2 = d_1 + d_2 = 8 + 2 = 10 m$$

وقتی جسم پایین می‌آید، اصطکاک وارد بر آن رو به بالا می‌شود (شکل «پ»). شتاب حرکت جسم در این حالت برابر است با:



(پ)

$$a_2 = \frac{F_{net}}{m} \Rightarrow a_2 = \frac{mg - f_k}{m} = \frac{1 \times 10 - 6}{1} = 4 \frac{m}{s^2}$$

زمان حرکت رو به پایین جسم را با t_3 نشان می‌دهیم.

$$d_2 = \frac{1}{2} a_2 t_3^2 + v_2 t_3 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2} \times 4 \times t_3^2 + 0 \Rightarrow t_3^2 = 5 \Rightarrow t_3 = \sqrt{5} s \approx 2.2 s$$

$$t_{کل} = t_1 + t_2 + t_3 = 2 + 0.5 + 2.2 = 4.7 s$$

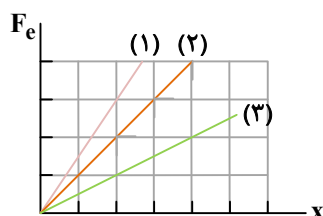
▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۳- پاسخ: گزینه ۱



هر یک از خانه‌های نشان داده‌شده روی هر محور را یک واحد در نظر می‌گیریم.

شیب نمودار $F_e - x$ بیانگر ثابت فنر است. پس:



$$\begin{cases} \text{شیب (۱)} = \frac{3}{2} \\ \text{شیب (۲)} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow k_1 = 1/\Delta k_2 = 3k_3 \\ \text{شیب (۳)} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

طول اولیه فنرها را با x_0 نشان می‌دهیم. در شرایطی که همه فنرها را با نیروهای هم‌اندازه F می‌کشیم، داریم:

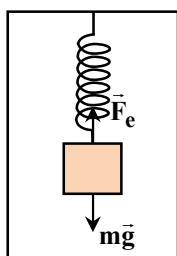
$$\begin{cases} F = k_1 (x_1 - x_0) = k_1 (12 - x_0) \\ F = k_2 (x_2 - x_0) = k_2 (16 - x_0) \\ F = k_3 (x_3 - x_0) = k_3 (10 - x_0) \end{cases} \Rightarrow 3k_3 (12 - x_0) = k_3 (16 - x_0) \Rightarrow 36 - 3x_0 = 16 - x_0 \Rightarrow 2x_0 = 20 \Rightarrow x_0 = 10 cm$$

$$F = k_1 (x_1 - x_0) = k_1 (12 - 10) = 2k_1 \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$F = k_2 (x_2 - x_0) \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} 2k_1 = \frac{2}{3} k_1 (x_2 - 10) \Rightarrow x_2 - 10 = 3 \Rightarrow x_2 = 13 cm$$

۶۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۳ (فصل ۲)



به وزنه دو نیرو وارد می‌شود: نیروی کشسانی فنر ($\vec{F}_e$) و نیروی وزن ($m\vec{g}$). برآیند این دو نیرو باعث می‌شود جسم شتابی برابر شتاب آسانسور به دست آورد. طول طبیعی فنر را با l_0 ، تغییر طول آن را در مدت حرکت تندشونده با Δl_1 و تغییر طول آن را در مدت حرکت کندشونده با Δl_2 نشان می‌دهیم.

$$\begin{aligned} F_e - mg &= ma_1 \\ k\Delta l_1 - mg &= ma_1 \\ \Rightarrow 400\Delta l_1 - 2 \times 10 &= 2 \times 2 \Rightarrow 400\Delta l_1 = 24 \\ \Rightarrow \Delta l_1 &= 0.06 \text{ m} = 6 \text{ cm} \end{aligned}$$

پس ابتدا طول فنر ۶ cm افزایش می‌یابد.

$k\Delta l_2 - mg = ma_2 \Rightarrow 400\Delta l_2 - 2 \times 10 = 2 \times (-1) \Rightarrow 400\Delta l_2 = 18 \Rightarrow \Delta l_2 = 4.5 \times 10^{-2} \text{ m} = 4.5 \text{ cm}$
دقت کنید! طول فنر نسبت به طول طبیعی‌اش (طول آن بدون وزنه) ۴/۵ cm افزایش یافته، اما نسبت به حالت اول ۱/۵ cm کاهش یافته است:

$$\begin{cases} \Delta l_2 = l_2 - l_0 \\ \Delta l_1 = l_1 - l_0 \end{cases} \Rightarrow \Delta l_2 - \Delta l_1 = l_2 - l_1 = 4.5 - 6 = -1.5 \text{ cm}$$

۶۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۵)



فرایند AB هم‌فشار است، همچنین حجم گاز افزایش یافته است:

$$\begin{aligned} W &= -P\Delta V = -nR(T_B - T_A) \\ \frac{V_A}{T_A} &= \frac{V_B}{T_B} \Rightarrow \frac{2}{260} = \frac{2/5}{T_B} \Rightarrow T_B = 325 \text{ K} \\ W &= -0.25 \times 8 \times (325 - 260) = -130 \text{ J} \end{aligned}$$

۶۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۵)



$$\left. \begin{aligned} P_A V_A &= nRT_A \\ P_B V_B &= \frac{2}{3} P_A \times 2 V_A = 2 P_A V_A = nRT_B \end{aligned} \right\} \Rightarrow T_B = 2T_A \Rightarrow \Delta T > 0 \Rightarrow \Delta U > 0$$

$$\Delta U = W + Q \xrightarrow{W < 0, \Delta U > 0} \Delta U = -|W| + Q \Rightarrow Q = \Delta U + |W| \Rightarrow Q > \Delta U$$

۶۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۵)



بررسی گزاره‌ها:

گزاره «الف»: نادرست: $W = -Q$ و $\Delta U = 0$

گزاره «ب»: درست: $Q = 0$ و $\Delta U = W$

گزاره «پ»: نادرست: $\Delta U = Q \neq 0$ و $W = 0$

گزاره «ت»: درست: $Q = -W \Rightarrow \Delta U = 0$

گزاره «ث»: نادرست: $Q = 0 \Rightarrow \Delta U = W \neq 0$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۶۸- پاسخ: گزینه ۱



در تراکم هم فشار گاز گرما از دست می دهد.

$$Q_{\text{هم فشار}} = -850 \text{ J}$$

$$W_{\text{هم فشار}} = +S = (3/5 - 3) \times 10^{-3} \times 5 \times 10^5 = 250 \text{ J}$$

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = 0 = (W_{\text{هم دما}} + Q_{\text{هم دما}}) + (W_{\text{بی دررو}} + Q_{\text{بی دررو}}) + (W_{\text{هم فشار}} + Q_{\text{هم فشار}})$$

$$0 = W_{\text{بی دررو}} + (250 + (-850)) \Rightarrow W_{\text{بی دررو}} = +600 \text{ J}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۶۹- پاسخ: گزینه ۱



$$\left. \begin{aligned} -S &= W \\ \Delta U &= W + Q = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow +S = Q \text{ در چرخه}$$

$$S = \frac{(1/5 \times 10^5 - 1/2 \times 10^5)(6-2) \times 10^{-3}}{2} = 60 \text{ J} \Rightarrow Q = 60 \times 500 = 3 \times 10^4 \text{ J}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۷۰- پاسخ: گزینه ۴



فرایند موردنظر انبساط هم فشار است:

$$T_f = 77 + 273 = 350 \text{ K}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_f} \rightarrow \frac{V_1 = 80 \text{ A}}{V_f = hA} \rightarrow \frac{80}{280} = \frac{h}{350} \Rightarrow h = 100 \text{ cm}$$

$$\Delta V = A \times \Delta h \Rightarrow \Delta V = 50 \times (100 - 80) \times 10^{-6} \Rightarrow \Delta V = 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$W = -P \times \Delta V = -10^5 \times 10^{-3} = -100 \text{ J}$$

$$\Delta U = W + Q \Rightarrow \Delta U = -100 + 250 = 150 \text{ J}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۷۱- پاسخ: گزینه ۳



فقط گزاره «پ» درست است.



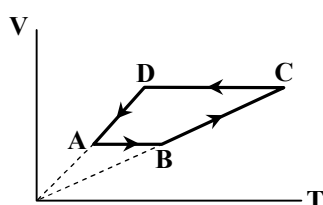
گزاره «الف»: نادرست: نسبت تراکم ماشین های بنزینی را تا حدود ۱۴ و ماشین های دیزلی را تا ۲۳ می توان افزایش داد.

گزاره «ب»: نادرست: چون ماشین استرلینگ برون سوز است.

گزاره «ت»: نادرست: با افزایش نسبت تراکم، بازده ماشین درون سوز بنزینی افزایش می یابد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۷۲- پاسخ: گزینه ۱



دو فرایند AB و CD هم حجم هستند و چون شیب نمودار AB بیشتر است، حجم آن کمتر می شود. فرایندهای BC و DA نیز هم فشار هستند و چون فشار BC بیشتر از DA است، شیب نمودار V-T مربوط به فرایند BC باید کمتر باشد.

۷۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۵)



$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4|W| = Q_H$$

$$\Delta U_{\text{ماشین گرمایی}} = Q_H - |W| - |Q_L| = 0 \xrightarrow{4|W|=Q_H} |Q_L| = 3|W|$$

در یخچال‌ها داریم:

$$Q_L > 0 \text{ و } W > 0 \Rightarrow \frac{Q_L}{W} = 3$$

۷۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۵)



گزینه ۲ مربوط به چرخه ماشین گرمایی است و قانون دوم ترمودینامیک برقرار است.

$$\Delta U = 0 = Q_H - |Q_L| - |W| = 0$$



گزینه ۱ مربوط به چرخه یخچال است؛ نه ماشین گرمایی.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q_L + W - |Q_H| = 0$$

گزینه ۳ با قانون دوم ترمودینامیک (بیان ماشین گرمایی) تطابق ندارد زیرا $|Q_L|$ باید غیر صفر باشد.

گزینه ۴ با قانون اول ترمودینامیک تطابق ندارد زیرا $\Delta U \neq 0$ می‌شود.

۷۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۵)



ابتدا قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی را می‌نویسیم:

$$Q_H - |Q_L| - |W| = 0 \Rightarrow 1600 - 1200 - |W| = 0 \Rightarrow |W| = 400 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{400}{1600} = \frac{1}{4} = 25\%$$

$$\text{تعداد چرخه در هر ثانیه} = \frac{300}{60} = 5$$

$$P = 5 \times 400 = 2000 \text{ W} = 2 \text{ kW}$$

شیمی

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

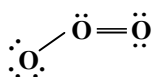
۷۶- پاسخ: گزینه ۱



مورد الف) درست؛ نقطه جوش اوزون از اکسیژن بیشتر است و با سرد کردن مخلوط این دو گاز ابتدا اوزون مایع می‌شود.
مورد ب) درست؛ مولکول‌های اکسیژن نسبت به اوزون واکنش‌پذیری کمتر و پایداری بیشتری دارند.

نباید سراغ اینا بری

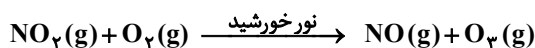
مورد پ) نادرست؛ روی اتم مرکزی یک جفت و روی دو اتم دیگر دو و سه جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.



مورد ت) نادرست؛ پیوندهای میان اتم‌های اکسیژن را در ساختار لوویس با یک پیوند دوگانه و یک پیوند یگانه نشان می‌دهیم.

۷۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

جوابش اینه



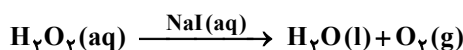
گاز NO_2 به رنگ قهوه‌ای روشن است.

۷۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۲)

جوابش اینه

در یک معادله نمادی سدیم یدید (NaI) که کاتالیزگر است، به شکل محلول در بالای نماد واکنش دادن نوشته می‌شود و جزو واکنش دهنده‌ها نمی‌باشد.

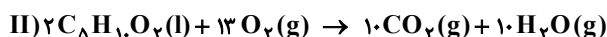
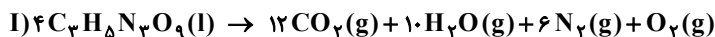
در دمای اتاق آب به شکل $\text{H}_2\text{O}(\text{l})$ تولید می‌شود همچنین در معادله نمادی، واکنش موازنه نشده است.



۷۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۲)

جوابش اینه

معادله‌های موازنه شده:



ضریب واکنش دهنده $\text{C}_3\text{H}_8\text{N}_2\text{O}_4$ در واکنش (I) برابر ۴ و ضریب واکنش دهنده گازی در واکنش (II)، برابر ۱۳ است، پس:

$$\frac{4}{13}$$

۸۰- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۲)

جوابش اینه

فقط عبارت «دوم» درست است.

نباید سراغ اینا بری

عبارت «اول»: در شرایط STP دما 0°C و فشار ۱ اتمسفر است. با توجه به افزایش دما در طول فرایند شرایط STP برقرار نیست.

عبارت «دوم»: حجم مولی هر دو گاز شرایط یکسان برابر است.

$$\rho_{\text{گاز}} = \frac{\text{جرم مولی گاز}}{\text{حجم مولی گاز}}$$

$$\text{در ابتدای فرایند: } \frac{\rho_{\text{N}_2}}{\rho_{\text{O}_2}} = \frac{\frac{28}{V_1}}{\frac{32}{V_1}} = \frac{28}{32} = \frac{7}{8}$$

$$\text{در انتهای فرایند: } \frac{\rho_{\text{N}_2}}{\rho_{\text{O}_2}} = \frac{\frac{28}{V_2}}{\frac{32}{V_2}} = \frac{28}{32} = \frac{7}{8}$$

عبارت «سوم»: با توجه به اینکه دما در ابتدا 0°C (273 کلوین) و در پایان 273°C (546 کلوین) است؛ بنابراین در فشار ثابت، دما دو برابر و در نتیجه حجم گاز نیز دو برابر می‌شود.

عبارت «چهارم»: فشار هر گاز ناشی از برخورد ذرات آن با دیواره ظرف است. در این فرایند فشار ثابت است؛ بنابراین شدت برخورد مولکول‌ها با دیواره ظرف تغییری نمی‌کند.

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۲)

۸۱- پاسخ: گزینه ۴



گزینه ۴) توجه شود که در شرایط STP، دما 0°C و فشار ۱ اتمسفر است و در شرایطی که این دو ثابت باشند، افزایش حجم به یقین به دلیل افزایش مقدار مول گاز خواهد بود.



گزینه ۱) براساس قانون آووگادرو، حجم یک مول از گازهای مختلف در دما و فشار یکسان، برابر است.
گزینه ۲) جرم مولی گازها به جنس آن‌ها (ذرات سازنده آن‌ها) وابسته است و به دما و فشار بستگی ندارد.
گزینه ۳) جرم مولی گازها به جنس گاز، حجم مولی به دما و فشار آن وابسته است و این دو ارتباطی با یکدیگر ندارند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

۸۲- پاسخ: گزینه ۲



موارد «الف» و «پ» درست است.



ب) در ساختار پلاستیک‌های زیست تخریب‌پذیر اکسیژن وجود دارد.
ت) گاز CO_2 را با کلسیم اکسید واکنش می‌دهند. کلسیم کربنات فراورده معدنی تولید شده است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

۸۳- پاسخ: گزینه ۱



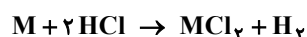
در میان ترکیب‌های داده شده تنها SO_2 اکسید نافلزی می‌باشد که محیط اسیدی با pH کمتر از ۷ ایجاد می‌کند. اکسیدهای فلزی K_2O و MgO نیز محیط بازی با pH بیشتر از ۷ تولید می‌کنند. آب آهک نیز محلول بازی Ca(OH)_2 است. اضافه کردن اتانول ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) و گلوکز ($\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$) باعث تغییر pH آب نمی‌شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

۸۴- پاسخ: گزینه ۳



جرم مولی فلز M را x در نظر می‌گیریم:

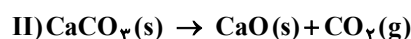


$$\frac{1}{2} \times \frac{\text{mol M}}{\text{g M}} \times \frac{\text{mol MCl}_2}{\text{mol M}} \times \frac{(x+71) \text{ g MCl}_2}{\text{mol MCl}_2} = \frac{4}{75} \text{ MCl}_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times (x+71) = x \times \frac{4}{75} \Rightarrow x = 24 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{\text{mol M}}{\text{g M}} \times \frac{\text{mol H}_2}{\text{mol M}} \times \frac{22.4 \text{ L H}_2}{\text{mol H}_2} = \frac{1}{12} \text{ L H}_2$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۲)

۸۵- پاسخ: گزینه ۱



حجم CO_2 تولید شده در هر دو واکنش را V در نظر می‌گیریم.

$$\text{گلوکز g} = \frac{180 \text{ g}}{\text{mol}} \times \frac{\text{mol گلوکز}}{\text{mol CO}_2} \times \frac{\text{mol CO}_2}{\text{L CO}_2} \times V \text{ L CO}_2 = 3V \text{ g گلوکز}$$

$$\text{جرم کلسیم کربنات مصرف شده} = \frac{100 \text{ g CaCO}_3}{\text{mol CaCO}_3} \times \frac{\text{mol CaCO}_3}{\text{mol CO}_2} \times \frac{\text{mol CO}_2}{\text{L CO}_2} \times \frac{1}{2} \times \frac{\text{L CO}_2}{\text{g CO}_2} \times V = \frac{2}{5} V \text{ g CaCO}_3$$

$$\frac{\text{جرم گلوکز مصرف شده}}{\text{جرم کلسیم کربنات مصرف شده}} = \frac{3V}{2/5 V} = \frac{1}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۲)

۸۶- پاسخ: گزینه ۳

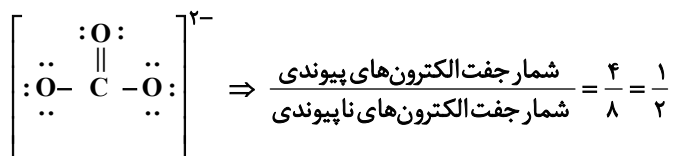


موارد «اول» و «سوم» نادرست هستند:

مورد «اول»: آمونیوم فسفید: $(\text{NH}_4)_3\text{P}$ مورد «سوم»: آلومینیم کربنات: $\text{Al}_2(\text{CO}_3)_3$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۷- پاسخ: گزینه ۲



موارد «دوم» و «چهارم» درست هستند.

مورد اول: آمونیوم سولفات با فرمول $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ دو عنصر N و S (گوگرد) را در اختیار گیاه قرار می دهد.مورد سوم: در یون هیدروکسید، بار الکتریکی $1-$ مربوط به کل یون است و به اتم خاصی تعلق ندارد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

۸۸- پاسخ: گزینه ۱



فقط عبارت «دوم» درست است.



عبارت «اول»: گازهای اکسیژن و هیدروژن فقط در حضور جرقه یا کاتالیزگر واکنش انفجاری انجام می دهند.

عبارت «سوم»: بزرگ ترین چالش هابر یافتن شرایط بهینه برای واکنش گازهای N_2 و H_2 بود.

عبارت «چهارم»: در پایان فرایند هابر، آمونیاک به صورت مایع جداسازی می شود.

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۹- پاسخ: گزینه ۲



قسمتی از منابع غیراقتصادی شامل آب شور دریاچه ها است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۰- پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴» درست است؛ استون $(\text{C}_3\text{H}_6\text{O})$ ، هیدروژن پراکسید (H_2O_2) و اتیلن گلیکول $(\text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2)$ هر سه غیرالکترولیت هستند و تنها به شکل مولکولی در آب حل می شوند.

گزینه ۱) نادرست؛ آمونیاک الکترولیت ضعیف است. اتانول غیرالکترولیت است. الماس در آب حل نمی شود و مفهوم الکترولیت یا غیرالکترولیت برای آن بی معناست.

گزینه ۲) نادرست؛ هر سه ماده نام برده شده، الکترولیت هستند.

گزینه ۳) نادرست؛ اوره و اتانول غیرالکترولیت هستند ولی سرکه یا استیک اسید الکترولیت ضعیف است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۱- پاسخ: گزینه ۳



عبارت «اول»: نادرست؛ گاز هیدروژن کلرید یک ترکیب مولکولی است که بر اثر انحلال در آب، یونش می‌یابد و سبب افزایش غلظت یون هیدرونیوم می‌شود. توجه داشته باشید که تفکیک یونی مربوط به ترکیب‌های یونی است.

عبارت «دوم»: درست

عبارت «سوم»: نادرست؛ اگر در سامانه‌ای غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید برابر باشد، آن سامانه حالت خنثی دارد.

عبارت «چهارم»: درست؛ تشکیل یون هیدرونیوم از مولکول آب و یون H^+ همراه با تشکیل پیوند کووالانسی است، از این رو واکنشی گرماده است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۲- پاسخ: گزینه ۲



ابتدا غلظت مولی دو اسید را به دست می‌آوریم:

$$[HX] = \frac{0.5 \text{ g}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol}}{80 \text{ g}} = 6.25 \times 10^{-3} \text{ M}$$

$$[HA] = \frac{0.8 \text{ g}}{2 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol}}{50 \text{ g}} = 8 \times 10^{-3} \text{ M}$$

(۲) نادرست

$$\frac{\alpha(HX)}{\alpha(HA)} = \frac{M(HA)}{M(HX)} = \frac{8 \times 10^{-3}}{6.25 \times 10^{-3}} = 1.28$$



(۱) درست؛ رسانایی الکتریکی به غلظت یون‌ها وابسته است که در هر دو محلول برابر است از سویی pH به غلظت یون H^+ وابسته است که با توجه به برابر بودن غلظت آنیون‌ها در دو محلول، به یقین غلظت H^+ نیز در دو محلول برابر است.

(۳) درست؛ غلظت $HX(aq)$ کمتر است ولی به اندازه محلول غلیظ‌تر $HA(aq)$ توانسته است یونش یابد، پس HX اسیدی قوی‌تر و دارای K_a بزرگ‌تری است.

(۴) درست؛ اگر هر دو اسید قوی باشند، پس به یقین اتم‌های هالوژن X و A نمی‌توانند فلئور باشد و جمع عدد اتمی آن‌ها به یقین از ۲۶ بزرگ‌تر است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۳- پاسخ: گزینه ۳



در واکنش اسیدها با فلز منیزیم، در شرایط یکسان دما و غلظت هرچه شمار اتم‌های هیدروژن اسیدی در فرمول اسید بیشتر باشد، حجم گاز هیدروژن آزادشده بیشتر است.

توجه داشته باشید که قدرت اسیدی در شدت واکنش اسید با فلز و سرعت تولید گاز هیدروژن تأثیرگذار است ولی مقدار گاز تولیدشده به ضریب استوکیومتری در معادله موازنه شده بستگی دارد.

از این رو در میان ۸ اسید مطرح شده به جز H_2SO_4 ، سایر اسیدها در واکنش با یک مول فلز منیزیم، ۰/۵ مول $H_2(g)$ تولید می‌کنند ولی H_2SO_4 در این شرایط دو برابر $H_2(g)$ تولید می‌کند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۴- پاسخ: گزینه ۲



در محاسبه غلظت H^+ در دو اسید متفاوت غلظت اولیه نیز مهم است یعنی ممکن است در محلول HNO_3 با غلظت کمتر غلظت H^+ نیز کمتر باشد.

مثال: محلول ۰/۰۰۱ مولار HNO_3 :

$$[H^+] = 0.001$$

محلول ۰/۵ مولار HNO_3 با درجه یونش ۰/۰۸:

$$[H^+] = 0.08 \times 0.5 = 0.04$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۵- پاسخ: گزینه ۴



با توجه به اینکه چگالی محلول برابر $1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ است از این رو می توان غلظت ppm را به شکل میلی گرم بر لیتر نیز بیان کرد. پس غلظت مولی یون نیتريت يا (NO_2^-) در محلول برابر است با:

$$0.25 \text{ L} \times \frac{552 \times 10^{-3} \text{ g}(NO_2^-)}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol}(NO_2^-)}{46 \text{ g}(NO_2^-)} = 0.003 \text{ mol}$$

$$\% \alpha = \frac{[NO_2^-]}{[HNO_2]} \times 100 = \frac{\text{mol } NO_2^-}{\text{mol } HNO_2} \times 100 \Rightarrow \% \alpha = \frac{3 \times 10^{-3} \text{ L mol}}{2 \times 10^{-2} \text{ mol}} \times 100 = 6$$

$2 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \times 0.25 \text{ L}$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۶- پاسخ: گزینه ۴



$$\text{pH} = 2/1 \Rightarrow [H^+] = 10^{-2/1} = 10^{-3} \times 10^{+0.9} = 10^{-3} \times 8$$

$$2 \times 10^{-4} = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]} \Rightarrow 2 \times 10^{-4} = \frac{[H^+]^2}{M}$$

چشم پوشی

$$2 \times 10^{-4} = \frac{(8 \times 10^{-3})^2}{M} \Rightarrow M = \frac{64 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-4}} = 0.32$$

$$\text{جرم اسید} = 0.4 \text{ L} \times \frac{0.32 \text{ mol}}{\text{L}} \times \frac{46 \text{ g HCOOH}}{1 \text{ mol HCOOH}} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 5888$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

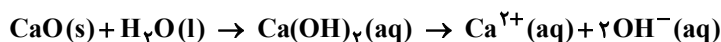
۹۷- پاسخ: گزینه ۳



رابط میان pH و غلظت و همچنین درجه یونش و غلظت به صورت غیر خطی است با این تفاوت که با افزایش غلظت باز، pH محلول افزایش می یابد ولی با افزایش غلظت باز درجه یونش کاهش می یابد.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۸- پاسخ: گزینه ۳



$$\frac{28 \times 10^{-3} \text{ g} \times \frac{1}{100}}{1 \times 56 \text{ g CaO}} = \frac{? \text{ mol}}{1 \text{ mol Ca}^{2+}} \Rightarrow ? = 0.004 \text{ mol Ca}^{2+}$$

$$[\text{Ca}^{2+}] = \frac{0.004 \text{ mol}}{0.8 \text{ L}} = 5 \times 10^{-3} \text{ M}$$

$$\text{pH} = 11/9 \Rightarrow \text{pOH} = 14 - 11/9 = 2/9 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-2/9} = 10^{-3} \times 10^{+1/9} = 8 \times 10^{-3}$$

غلظت مولی OH^- و Na^+ برابر است، پس:

$$[\text{Na}^+] = 8 \times 10^{-3} \text{ M}$$

مجموع غلظت مولی دو کاتیون Na^+ و Ca^{2+} در محلول نهایی برابر است با:

$$(8 \times 10^{-3}) + (8 \times 10^{-3}) = 16 \times 10^{-3} = 1/3 \times 10^{-2} \text{ M}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۹- پاسخ: گزینه ۲



$$\text{pH} = 11 \Rightarrow \text{pOH} = 14 - 11 = 3 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$2/5 \times 10^{-5} = \frac{[\text{OH}^-]^2}{M} \Rightarrow 2/5 \times 10^{-5} = \frac{(10^{-3})^2}{M} \Rightarrow M = 0.04 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\text{باز } \text{mol} = \frac{4/28}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow 0.04 = \frac{(\frac{4}{28}) \text{ mol}}{1 \text{ L}} \Rightarrow \text{جرم مولی} = 107 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

جرم مولی ماده آلی در گزینه ۲ برابر $107 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ است.

توجه داشته باشید که دو ترکیب داده شده در گزینه های ۳ و ۴ ایزومر هستند، پس جرم مولی برابری دارند و نیازی به محاسبه جرم مولی آنها نیست و حذف می شوند.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۴



$$\text{در حالت اولیه: } \text{pH} = 1/3 \Rightarrow [\text{H}^+] = 5 \times 10^{-2}, K_a = 125 \times 10^{-4} \Rightarrow K_a = \frac{[\text{H}^+]^2}{M - [\text{H}^+]}$$

$$\Rightarrow 125 \times 10^{-4} = \frac{25 \times 10^{-4}}{M - 0.05} \Rightarrow M = 0.25$$

$$\text{حالت ۲: } \text{pH} = 0.7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 0.2, [\text{A}^-] = 0.2, [\text{HA}] = 0.25 - 0.2 = 0.05$$

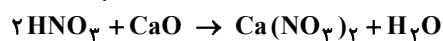
$$K_a = \frac{0.2 \times 0.2}{0.05} = 0.8$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۴



$$\text{HNO}_3 \begin{cases} V = 400 \text{ mL} = 0.4 \text{ L} \\ \text{pH} = 0.3 \Rightarrow [\text{H}^+] = M = 0.5 \Rightarrow \text{مول} = 0.4 \times 0.5 = 0.2 \end{cases}$$



$$\frac{0.2}{2 \text{ mol HNO}_3} = \frac{x}{56 \text{ g CaO}} \times \frac{100}{100} \Rightarrow x = 8 \text{ g}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۳



نمودارهای «الف»، «ب» و «پ» درست هستند.



نمودار «ت»، نادرست است؛ زیرا K_a در دمای اتاق ثابت است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

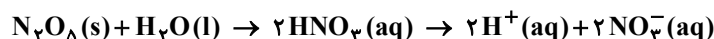
۱۰۳- پاسخ: گزینه ۱



برای خنثی شدن کامل باید شمار مول‌های یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید برابر شود.

$$\text{pH} = 12/3 \Rightarrow \text{pOH} = 14 - 12/3 = 1/3 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-1/3} = 10^{-2} \times 10^{1/3} = 2 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\text{mol OH}^- = 0.2 \text{ L} \times 2 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} = 4 \times 10^{-3} \text{ mol}$$



$$\frac{? \times 10^{-3} \text{ g}}{108 \text{ g N}_2\text{O}_5} = \frac{4 \times 10^{-3} \text{ mol}}{2 \text{ mol H}^+} \Rightarrow ? = 216 \text{ mg}$$

برای خنثی شدن باید مول OH^- با مول H^+ برابر باشد، پس:

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۳



ابتدا معادله واکنش‌های مربوط به خنثی شدن اسید معده توسط این دو ضداسید را می‌نویسیم:



سپس با توجه به چگالی شربت معده و غلظت ppm، جرم دو ضد اسید را به دست می‌آوریم.

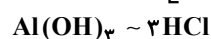
$$20 \text{ mL} \times \frac{1/125 \text{ g}}{1 \text{ mL}} = 22/5 \text{ g شربت}$$

$$232 = \frac{? \text{ g Mg}(\text{OH})_2}{22/5} \times 10^6 \Rightarrow ? = 5220 \times 10^{-6} \text{ g}$$

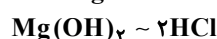
$$234 = \frac{? \text{ g Al}(\text{OH})_3}{22/5} \times 10^6 \Rightarrow ? = 5265 \times 10^{-6} \text{ g}$$

اکنون غلظت مولی HCl را از pH به دست می‌آوریم:

$$\text{pH} = 1/3 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-1/3} = 10^{-2} \times 10^{1/3} = 10^{-2} \times 5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$



$$\frac{5265 \times 10^{-6} \text{ g}}{78 \text{ g}} = \frac{V \times 0.5 \text{ M}}{3 \text{ mol}} \Rightarrow V = 4/05 \text{ mL}$$



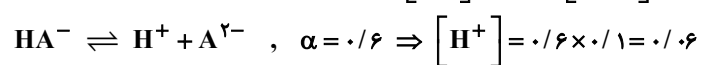
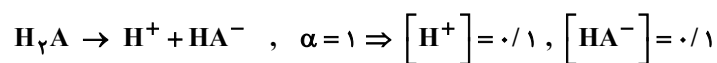
$$\frac{5220 \times 10^{-6} \text{ g}}{58 \text{ g}} = \frac{V \times 0.5 \text{ M}}{2 \text{ mol}} \Rightarrow V = 3/6 \text{ mL}$$

$$4/05 + 3/6 = 7/65$$

کل حجم مصرفی از اسید معده برابر است با:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۳



$$[\text{H}^+]_{\text{کل}} = 0.1 + 0.06 = 0.16 \Rightarrow \text{pH} = -\log 0.16 = 2 - 4 \log 2 = 0.8$$