

آزمون آزمایشی ۲۰ مرداد ۱۴۰۵

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۵

A

دفترچه شماره ۱

وقت پیشنهادی

۷۰ دقیقه

تا شماره

۴۰

از شماره

۱

تعداد پرسش

۴۰

مواد امتحانی

ریاضیات

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد کل پرسش‌ها: ۴۰

دفترچه پاسخ تشریحی



داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینۀ دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند و ... با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید. در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است. در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

پاسخ تشریحی تصویری



۱- مقدار عددی عبارت $A = (4 - 2\sqrt{3})^2 \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} (\sqrt{3} + 1)^7$ چند برابر $2 + \sqrt{3}$ است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۶۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۲- مقدار چندجمله‌ای $p(x) = (x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$ به ازای $x = \sqrt[4]{2}$ کدام است؟

- (۱) ۳۱ (۲) ۲۹ (۳) $3\sqrt{2} + 5$ (۴) $2\sqrt{2} + 7$

۳- با رئوس شش ضلعی ABCDEF چند مثلث می‌توان ساخت به طوری که همگی در رأس A مشترک باشند؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۱۰ (۴) ۶

۴- برای مجموعه‌های A و B فرض کنید $C = (A - B) \cup (B - A)$. حاصل $(A' \cap B')' \cap C'$ کدام است؟

- (۱) $A \cap B$ (۲) $A \cup B$ (۳) C (۴) C'

۵- نمودار سهمی $f(x) = (m+1)x^2 - 4x + m + 4$ از تمام نواحی به جز ناحیه اول عبور می‌کند. حداقل طول رأس این سهمی کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{12}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{7}{12}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۶- فرض کنید $A(2, 3)$ یک رأس مستطیلی باشد که دو ضلع آن بر خطوط $3x - y = 5$ و $x + 3y = 7$ منطبق است. مساحت این مستطیل

کدام است؟

- (۱) $1/6$ (۲) $0/6$ (۳) $0/8$ (۴) $1/2$

۷- اگر محل تلاقی تابع $f(x) = x + \sqrt{x} - 2$ با وارونش نقطه $A(a, b)$ باشد، $a + 2b$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۸- اگر g وارون تابع $f(x) = \sqrt{2-x} + 1$ باشد، جواب معادله $g(x) = x^2 - 3(x-1)$ در کدام بازه قرار دارد؟

- (۱) $(0, 1)$ (۲) $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$ (۳) $(\sqrt{2}, 2)$ (۴) $(\sqrt{5}, 3)$

۹- اگر a عددی مثبت به گونه‌ای باشد که دو عدد متمایز $\log_a 9$ و $\log_3 a$ ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 + px + q = 0$ باشند، مقدار p برابر

کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) -۱

۱۰- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{1 - \log(x-1)}$ کدام است؟

- (۱) $[1, 11]$ (۲) $(1, 11)$ (۳) $(1, 11]$ (۴) $\emptyset$

۱۱- نمودار تابع $y = a - \tan(\frac{\pi}{a}x)$ در بازه $(0, \frac{2}{3})$ اکیداً صعودی است. حداکثر مقدار a کدام است؟

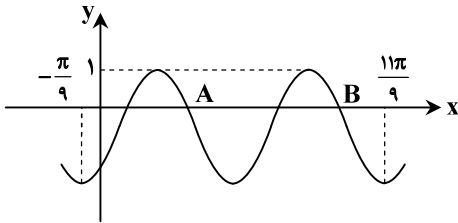
- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{2}{3}$

محل انجام محاسبات:

۱۲- مجموع جواب‌های معادله $\frac{1}{\sin 2x} + \frac{1}{\cos x} = 0$ در بازه $(0, 2\pi)$ برابر m است. حاصل $\tan \frac{m}{12}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۳- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = 2 \sin(bx - \frac{\pi}{6}) + a$ است. مجموع طول نقاط A و B کدام است؟ ($b > 0$)



(۱) $\frac{5\pi}{3}$

(۲) $\frac{5\pi}{6}$

(۳) $\frac{4\pi}{3}$

(۴) $\frac{7\pi}{6}$

۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\cos(\pi x)}{\sqrt{6x+1}-2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2\pi}{3}$ (۲) $-\frac{2\pi}{3}$ (۳) $\frac{3\pi}{2}$ (۴) $-\frac{3\pi}{2}$

۱۵- تابع $f(x) = \left[\frac{x}{3x-2} \right]$ در بازه $(\alpha, \frac{3}{4})$ فقط در یک نقطه ناپیوسته است. حداقل مقدار α کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{5}{7}$ (۳) $\frac{8}{11}$ (۴) $\frac{12}{17}$

۱۶- نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{2x-1}$ در اطراف مجانب افقی خود به کدام صورت است؟



۱۷- اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{xf(x)-15}{x-3} = 11$ و f تابعی مشتق‌پذیر باشد، آنگاه مقدار $f'(3)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{3}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{11}{5}$ (۴) ۴

محل انجام محاسبات:

۱۸- اگر f تابعی مشتق پذیر باشد، به طوری که $f^3(\tan x) = \cos 6x + 8$ ، آنگاه $f'(1)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۹- اگر $f(x) = \cos x \times \cos 2x$ مقدار $f'(\frac{\pi}{6})$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $-\frac{7}{4}$

۲۰- تابع f با ضابطه $y = 2 \sin x + \cos 2x$ و دامنه $(0, \pi)$ چند ماکزیمم نسبی و چند مینیمم نسبی دارد؟

- (۱) یک ماکزیمم نسبی و یک مینیمم نسبی (۲) دو ماکزیمم نسبی و دو مینیمم نسبی
(۳) یک ماکزیمم نسبی و دو مینیمم نسبی (۴) دو ماکزیمم نسبی و یک مینیمم نسبی

۲۱- تابع $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x-1}$ در کدام بازه نزولی است؟

- (۱) $(-1, 3)$ (۲) $(3, +\infty)$ (۳) $(2, 3)$ (۴) $(-\infty, 0)$

۲۲- به ازای چند مقدار صحیح k ، نقطه عطف تابع $y = \sqrt[3]{k+1} - 3x + 2k - 9$ در ناحیه چهارم دستگاه مختصات قرار دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۲۳- در پرتاب سه تاس با هم اگر مجموع اعداد ظاهر شده برابر ۶ باشد، با کدام احتمال هر سه تاس یکسان است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{10}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{3}{10}$

۲۴- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند به طوری که $P(A \cap B) = 0/2$ و $P(A - B) = 0/5$ ، آنگاه حاصل $P(A' \cup B)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{7}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{5}{7}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۵- اگر میانه اعداد $a+3, a+1, a, a+8, a-2, a+5, a-6, a+10, a$ برابر با $17/5$ باشد، a کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۷

۲۶- میانگین و واریانس ۴ داده آماری به ترتیب برابر ۴ و $2/5$ و میانگین و واریانس ۵ داده آماری دیگر به ترتیب ۴ و ۳ می باشد. تمام داده ها را

در یک گروه قرار می دهیم. انحراف معیار این گروه چند است؟

- (۱) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{9}{25}$

۲۷- در مثلث ABC ، نیمساز زاویه A و عمود منصف ضلع AB در نقطه O متقاطع اند. اگر داشته باشیم $\hat{B} > \hat{C}$ و از نقطه O عمودهای OD و

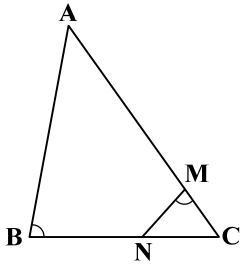
OE را به ترتیب بر اضلاع AB و AC وارد کنیم، کدام نامساوی همواره برقرار است؟

- (۱) $AE > AD$ (۲) $OB > OC$
(۳) $CE > AE$ (۴) $AE > BD$

محل انجام محاسبات:

۲۸- در مثلث ABC ، از نقطه M واقع بر ضلع AC زاویه NMC را مساوی زاویه B جدا کرده ایم. اگر $MC = \frac{1}{3}AM$ ، $NC = 4$ و $NB = 6$ ،

آنگاه طول AC کدام است؟



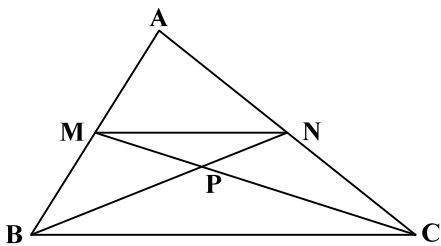
(۱) $\frac{5\sqrt{30}}{3}$

(۲) $4\sqrt{10}$

(۳) $\frac{4\sqrt{30}}{3}$

(۴) $5\sqrt{10}$

۲۹- در شکل روبه رو BN و CM دو میانه از مثلث ABC هستند. مساحت مثلث AMN چند برابر مساحت مثلث MPN است؟



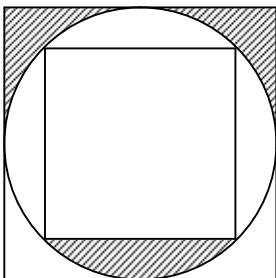
(۱) $\frac{3}{2}$

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) $\frac{8}{3}$

۳۰- در شکل زیر، دو مربع و دایره ای به شعاع واحد مماس بر اضلاع مربع بزرگ تر مفروض است. مساحت قسمت های هاشورخورده کدام است؟



(۱) $\frac{\pi - 3}{2}$

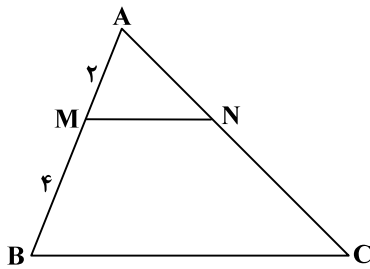
(۲) $\frac{6 - \pi}{4}$

(۳) $\frac{4 - \pi}{2}$

(۴) $\frac{8 - \pi}{4}$

محل انجام محاسبات:

۳۱- در شکل روبه‌رو، $MN \parallel BC$ است. اگر در یک بازتاب، امتداد MN بر امتداد BC منطبق شود، کدام یک از نقاط زیر نقطه ثابت این بازتاب است؟



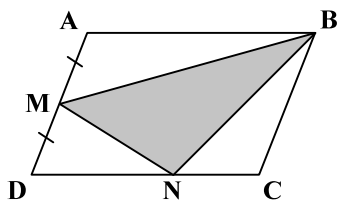
(۱) مرکز دایره محیطی مثلث ABC

(۲) وسط ضلع BC

(۳) مرکز ثقل مثلث ABC

(۴) محل هم‌رسمی ارتفاع‌های مثلث ABC

۳۲- در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، نقطه M وسط AD است و نقطه N روی DC طوری قرار گرفته است که $DN = 2NC$. اگر مساحت قسمت هاشورخورده Δ باشد، مساحت $ABCD$ کدام است؟



(۱) ۸

(۲) ۱۰

(۳) ۱۲

(۴) ۱۵

۳۳- اگر $A = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -1 & 6 \\ -6 & 17 \end{bmatrix} = \alpha A^{-1} + \beta I$ باشد، مقدار $\alpha + \beta$ کدام است؟

(۲) -۵

(۴) -۴

(۱) ۴

(۳) ۵

۳۴- در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = 1 \end{cases}$ ، وارون ماتریس ضرایب به صورت $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ می‌باشد. اگر $x = 1$ باشد، مقدار y کدام است؟

(۲) -۵

(۴) -۳

(۱) ۲

(۳) ۴

۳۵- مساحت متوازی‌الاضلاعی که بر روی بردارهای $\vec{a} - 3\vec{b}$ و $3\vec{a} - \vec{b}$ ساخته می‌شود چند برابر مساحت مثلثی است که توسط بردارهای $\vec{a} + 2\vec{b}$ و $2\vec{a} + \vec{b}$ ساخته می‌شود؟

(۴) $\frac{32}{3}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{8}{3}$

(۱) $\frac{16}{3}$

محل انجام محاسبات:

۳۶- دو دایره به معادلات $C: (x-2)^2 + (y-3)^2 = m$ و $C': (x+2)^2 + y^2 = 9$ مماس خارج اند. طول بلندترین مماسی که از نقطه‌ای روی دایره C بر دایره C' می‌توان رسم کرد، چقدر است؟

- (۱) $4\sqrt{5}$ (۲) $5\sqrt{6}$ (۳) $2\sqrt{10}$ (۴) $3\sqrt{3}$

۳۷- اگر باقی‌مانده تقسیم عدد صحیح $5x-7$ بر ۱۷ برابر ۹ باشد، باقی‌مانده تقسیم $7x-5$ بر ۱۷ کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۳ (۳) ۱۵ (۴) ۸

۳۸- به ازای چند عدد طبیعی دورقمی n ، رابطه $5^n - 1 \equiv 0$ برقرار است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۳۹- معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 18$ چند جواب صحیح و مثبت با شرایط $x_1 > 1$ ، $x_3 > 3$ و $x_6 > 6$ دارد؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۰ (۳) ۵۶ (۴) ۳۶

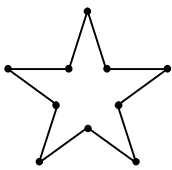
۴۰- عدد احاطه‌گری گراف روبه‌رو برابر k است. عدد احاطه‌گری گراف C_{2k} چقدر است؟

(۱) ۵

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴



محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون‌های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۵ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مسئول درس	طراحان	دستیار مسئول درس
سید شاکری سید امیر محمد	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده - ایمان اردستانی	عباس سعیدی - وحید جعفری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی - فرهاد فرزانی - سعید اکبرزاده	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی - سعید اکبرزاده - امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد حسینی کشانی	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی - بهمن شاهمرادی - احمد رضوانی منصور داودوندی - جمال خم خاجی	ساناز دریگوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاءالله سلیمانی - بهنام ابراهیم پور - مهرداد ملاصالحی - سید صمد صفوی حسین شرانلو - رضا بخشیان - محمدرضا پورجاوید - یاسر راش	حنانه شریف خطیبی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمد هاشمی

آزمون آزمایشی ۲۰ مرداد ۱۴۰۵

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۵

A

دفترچه شماره ۲

وقت پیشنهادی	تا شماره	از شماره	تعداد پرسش	مواد امتحانی
۴۵ دقیقه	۷۵	۴۱	۳۵	فیزیک
۳۰ دقیقه	۱۰۵	۷۶	۳۰	شیمی
مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه		تعداد کل پرسش‌ها: ۶۵		

دفترچه پاسخ تشریحی

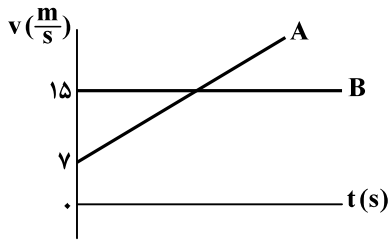


داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزیده دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند و ... با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید. در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است. در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

پاسخ تشریحی تصویری



۴۸- دو متحرک A و B در لحظه $t = 0$ از یک مکان روی محور X شروع به حرکت می کنند و در لحظه $t = 10s$ دوباره به هم می رسند. اگر نمودار سرعت- زمان دو متحرک مطابق شکل روبه رو باشد، در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 10s$ بیشترین فاصله آن ها از یکدیگر چند متر است؟



(۱) ۱۰

(۲) ۱۵

(۳) ۲۰

(۴) ۲۵

۴۹- گلوله ای در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می شود و در لحظه ای که به ۵۰ متری سطح زمین می رسد سرعتش $15 \frac{m}{s}$ می شود. این گلوله چند

ثانیه پس از رها شدن به زمین می رسد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۴) ۶/۵

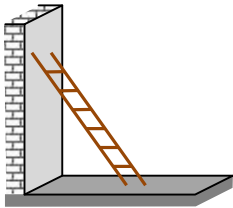
(۳) ۵

(۲) ۳/۵

(۱) ۲

۵۰- در شکل روبه رو، نردبانی به جرم ۱۵ کیلوگرم به دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه داده و ساکن است. نیروی عمودی سطح دیوار قائم ۳۰ نیوتون

است. ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح افقی و نردبان کدام گزینه می تواند باشد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



(۱) ۰/۱۲

(۲) ۰/۱۵

(۳) ۰/۱۸

(۴) ۰/۲۵

۵۱- در مورد یک چترباز که چتر خود را باز کرده و در حال پایین آمدن است، کدام یک از موارد زیر درست است؟

(الف) هرچه چترباز پایین تر می آید، بزرگی نیروی مقاومت هوا همواره کاهش می یابد.

(ب) ممکن است در بخشی از مسیر، حرکت چترباز تندشونده باشد و در این بخش، مقدار نیروی مقاومت هوا در حال کاهش باشد.

(پ) ممکن است در بخشی از مسیر، حرکت چترباز با تندی ثابت انجام شود و در این بخش، بزرگی نیروی مقاومت هوا ثابت است.

(ت) ممکن است در بخشی از مسیر، حرکت چترباز کندشونده باشد و در این بخش، بزرگی شتاب حرکت در حال کاهش است.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «پ» و «ت» (۳) «ب» و «پ» (۴) «الف» و «ت»

۵۲- اتومبیلی می خواهد در یک مسیر دایره ای، به طور یکنواخت دور یک میدان در سطح افقی حرکت کند. شعاع مسیر ۲۰ m و ضریب اصطکاک

ایستایی بین چرخ ها و سطح در عرض جاده برابر ۰/۸ است. حداقل زمان برای طی یک دور کامل در مسیر دایره ای چند ثانیه است؟ ($g = \pi^2$)

(۴) ۲۰

(۳) ۱۵

(۲) ۱۰

(۱) ۵

۵۳- دوره آونگ ساده که در سطح زمین نوسان می کند، برابر ۲ ثانیه است. اگر این آونگ در فاصله R_e از سطح زمین به نوسان در آید، در مدت

یک دقیقه چند نوسان کامل انجام می دهد؟ (R_e اندازه شعاع کره زمین است.)

(۴) ۶۰

(۳) ۳۰

(۲) ۲۰

(۱) ۱۵

۵۴- بسامد دیپازون A برابر ۴۰۰ هرتز و بسامد دیپازون B برابر ۳۹۰ هرتز است. اگر در هر حالت، تنها یکی از دیپازون ها را به ارتعاش در آوریم و

بخواهیم دیپازون دیگر در اثر تشدید به ارتعاش در آید، در کدام یک از حالت های زیر ممکن است تشدید اتفاق بیفتد؟

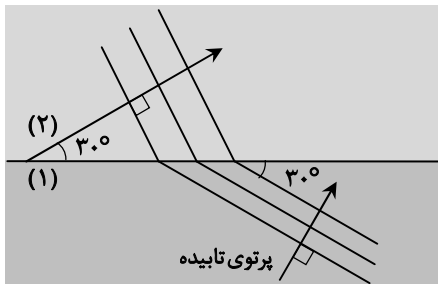
(۱) دیپازون A ساکن باشد و صوت تولید کند و دیپازون B به آن نزدیک شود.

(۲) دیپازون A ساکن باشد و دیپازون B به A نزدیک شود و دیپازون B صوت تولید کند.

(۳) دیپازون B ساکن باشد و دیپازون A به B نزدیک شود و دیپازون A صوت تولید کند.

(۴) دیپازون B ساکن باشد و صوت تولید کند و دیپازون A از آن دور شود.

محل انجام محاسبات:



۵۵- با توجه به وضعیت جبهه‌های موج تخت در عبور از مرز دو محیط، تندی انتشار موج در محیط (۱) چند برابر تندی انتشار موج در محیط (۲) است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) ۲
(۳) $\sqrt{3}$
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۵۶- اگر بسامد اصلی یک تار دو انتها بسته ۱۷۰ هرتز و تندی انتشار صوت در هوا $340 \frac{m}{s}$ باشد. در حالی که ۴ گره در تار ایجاد می‌شود، طول موج صوت منتشر شده در هوا چند متر است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{3}$

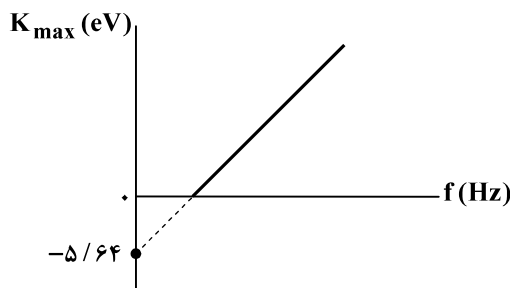
(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{2}{3}$

۵۷- در آزمایش فوتوالکتریک با یک فلز معین که نمودار داده‌شده مربوط به آن است، اگر طول موج پرتوی مورد استفاده $0.2 \mu m$ میکرون باشد، انرژی جنبشی پرسرعت‌ترین الکترون‌ها هنگام خروج از فلز چند الکترون‌ولت است؟

($h = 4/1 \times 10^{-15} eV.s$ و $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$)

- (۱) 0.45
(۲) 0.51
(۳) 0.57
(۴) 0.62



۵۸- اگر یک ذره آلفا و یک پوزیترون با سرعت مساوی در راستای عمود بر خطوط یک میدان مغناطیسی یکنواخت پرتاب شوند، چه تعداد از گزاره‌های زیر در مورد نیروی مغناطیسی وارد بر آن‌ها درست خواهد بود؟

(الف) جهت نیروی وارد بر آن‌ها مخالف یکدیگر است.

(ب) بزرگی نیروی وارد بر ذره آلفا دو برابر بزرگی نیروی وارد بر پوزیترون است.

(پ) بزرگی شتاب ذره آلفا برابر با بزرگی شتاب پوزیترون است.

(ت) یکی از آن‌ها بر مسیر مستقیم به حرکت خود ادامه می‌دهد و دیگری توسط میدان منحرف می‌شود.

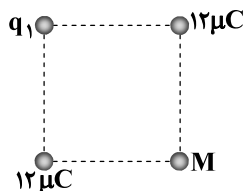
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۵۹- یک ماده پرتوزا مخلوطی از دو ایزوتوپ A و B بوده به‌طوری که تعداد اتم‌های ایزوتوپ A در ابتدا ۱۶ برابر تعداد اتم‌های ایزوتوپ B است. اگر نیمه‌عمر ایزوتوپ A برابر ۱۲۰ روز و نیمه‌عمر ایزوتوپ B برابر ۲۰۰ روز باشد، پس از چند روز تعداد اتم‌های ایزوتوپ A و B مساوی می‌شود؟

- (۱) ۶۰۰ (۲) ۱۲۰۰ (۳) ۲۴۰۰ (۴) ۳۶۰۰

۶۰- مطابق شکل، بارهای الکتریکی نقطه‌ای روی رئوس مربعی قرار گرفته شده است، به‌گونه‌ای که بار الکتریکی موجود در رأس M ساکن است.

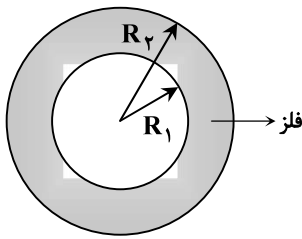
بار q_1 چند میکروکولن است؟



- (۱) $-12\sqrt{2}$
(۲) $-24\sqrt{2}$
(۳) $12\sqrt{2}$
(۴) $24\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات:

۶۱- به یک پوسته کروی فلزی که شعاع سطح داخلی آن R_1 و شعاع سطح خارجی آن R_2 است، بار Q می‌دهیم. چگالی بار سطحی در هر کدام از سطح‌های داخلی و خارجی به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



(۱) صفر و $\frac{Q}{4\pi R_2^2}$

(۲) $\frac{Q}{4\pi R_1^2}$ و صفر

(۳) $\frac{Q}{8\pi R_2^2}$ و $\frac{Q}{8\pi R_1^2}$

(۴) $\frac{Q}{4\pi R_1(R_1 + R_2)}$ و $\frac{Q}{4\pi R_2(R_1 + R_2)}$

۶۲- وقتی اختلاف پتانسیل میان دو صفحه یک خازن را از ۲۰ ولت به ۳۰ ولت می‌رسانیم، بار خازن ۱۰۰ میکروکولن اضافه می‌شود. انرژی ذخیره شده در خازن در حالت دوم چند میلی‌ژول است؟

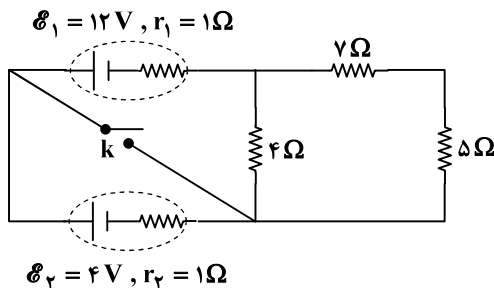
(۴) ۹

(۳) ۷/۵

(۲) ۶

(۱) ۴/۵

۶۳- در مدار شکل مقابل، با وصل کلید k توان مفید باتری $\mathcal{E}_1$ چند وات و چگونه تغییر می‌کند؟



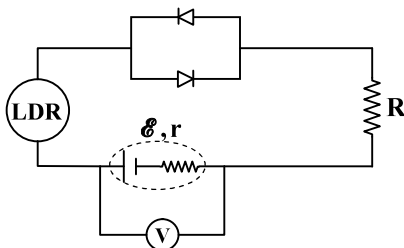
(۱) ۷/۶۸ ، کاهش می‌یابد

(۲) ۱۰/۳۶ ، افزایش می‌یابد

(۳) ۱۶/۶۴ ، افزایش می‌یابد

(۴) ۲۰/۳۶ ، کاهش می‌یابد

۶۴- در شکل روبه‌رو، دیودهای نوری خاموش هستند. اگر به LDR نور بتابانیم، دیود تابش می‌کند و عدد نشان داده شده توسط ولت‌سنج آرمانی



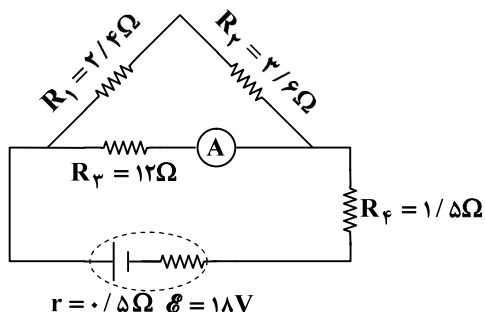
(۱) پایینی - بیشتر می‌شود.

(۲) بالایی - کمتر می‌شود.

(۳) پایینی - کمتر می‌شود.

(۴) بالایی - بیشتر می‌شود.

۶۵- در مدار شکل روبه‌رو، آمپرسنج آرمانی چند آمپر را نشان می‌دهد؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

محل انجام محاسبات:

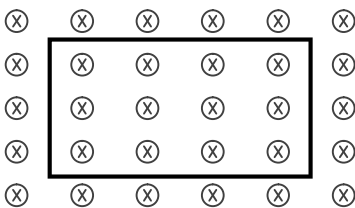
۶۶- اندازه میدان مغناطیسی درون یک سیم‌لوله آرمانی 150 G است. فاصله بین حلقه‌های سیم‌لوله را کمی کاهش می‌دهیم تا طول سیم‌لوله 2 cm کمتر شود. در این حالت با عبور همان جریان قبلی از سیم‌لوله، اندازه میدان درون سیم‌لوله 6 G افزایش می‌یابد. طول اولیه سیم‌لوله چند سانتی‌متر بوده است؟

- (۱) ۴۶ (۲) ۴۸ (۳) ۵۰ (۴) ۵۲

۶۷- جریان متناوب سینوسی که بیشینه آن 5 A و دوره آن 0.025 s است، از یک رسانا با مقاومت 4Ω می‌گذرد. نیروی محرکه القایی در رسانا در لحظه $t = \frac{1}{480}\text{ s}$ ، چند ولت است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) $10\sqrt{2}$ (۴) ۲۰

۶۸- یک قاب مستطیلی شکل به طول 80 cm و عرض 40 cm از فلزی با مقاومت ویژه $5 \times 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$ ساخته شده و مساحت مقطع سیم تشکیل‌دهنده آن 0.4 میلی‌متر مربع است. مطابق شکل یک میدان مغناطیسی یکنواخت عمود بر صفحه قاب در جهت نشان داده شده برقرار است و با معادله $B = \frac{5}{2}t + \frac{2}{5}$ در SI تغییر می‌کند. در مدت $t_1 = 0.6\text{ s}$ تا $t_2 = 2/4\text{ s}$ چند کولن بار از مقطع سیم می‌گذرد و جهت جریان القایی گذرنده از قاب کدام است؟

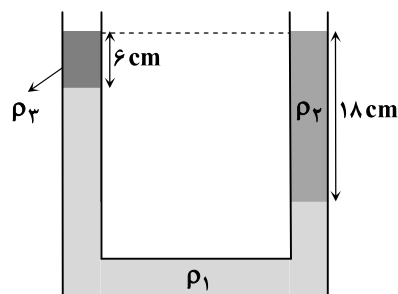


- (۱) 0.24 ، پادساعتگرد
(۲) 0.48 ، پادساعتگرد
(۳) 0.24 ، ساعتگرد
(۴) 0.48 ، ساعتگرد

۶۹- چند کیلوگرم از مایعی با چگالی $\frac{1}{25} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را در ظرفی به شکل نیم‌کره به شعاع 20 cm بریزیم تا 75% حجم ظرف از مایع پر شود؟

($\pi = 3$)

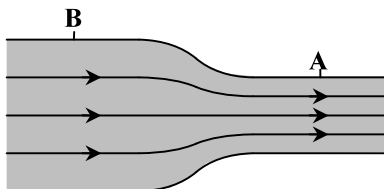
- (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰



۷۰- در شکل روبه‌رو، سه مایع مخلوط‌نشده با چگالی‌های ρ_1 ، ρ_2 و ρ_3 در حال تعادل هستند. اگر سطح مقطع لوله در همه‌جای آن یکسان و $\rho_1 = 3\rho_3$ باشد، نسبت

- $\frac{\rho_2}{\rho_3}$ کدام است؟
(۱) $\frac{4}{3}$
(۲) ۲
(۳) $\frac{7}{3}$
(۴) ۳

۷۱- اگر جریان لایه‌ای مایع در لوله شکل روبه‌رو برقرار باشد، تندی شارش مایع در قسمت B از قسمت A است و فشاری که مایع بر دیواره لوله وارد می‌کند، در قسمت B از قسمت A است.



- (۱) کمتر - کمتر
(۲) بیشتر - کمتر
(۳) بیشتر - بیشتر
(۴) کمتر - بیشتر

محل انجام محاسبات:

۷۲- ۵ kg آب 20°C را با حداقل چند کیلوگرم یخ -20°C مخلوط کنیم تا دمای تعادل صفر درجه سلسیوس شود؟

$$(L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{g}}, c_{\text{یخ}} = 2/1 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}, c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}})$$

$$\frac{10}{9} \quad (4)$$

$$\frac{5}{3} \quad (3)$$

$$\frac{20}{9} \quad (2)$$

$$\frac{5}{6} \quad (1)$$

۷۳- از بالگردی که با تندی $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در حرکت است، بسته‌ای به جرم 20 kg رها می‌شود و بسته با تندی $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به زمین می‌رسد. اگر بزرگی کار نیروی

مقاومت هوا روی این بسته از لحظه رها شدن تا هنگام رسیدن به زمین 16 kJ باشد، این بسته از ارتفاع چند متر رها شده است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

$$120 \quad (4)$$

$$100 \quad (3)$$

$$80 \quad (2)$$

$$60 \quad (1)$$

۷۴- کدام یک از موارد زیر درست است؟

(الف) ماشین استرلینگ، نوعی ماشین گرمایی درون‌سوز است.

(ب) اگر در چرخه یک ماشین گرمایی، تمام گرمای گرفته‌شده از منبع دمابالا به کار تبدیل شود، قانون اول ترمودینامیک نقض نمی‌شود.

(پ) فرایند ضربه قدرت در چرخه ماشین‌های گرمایی درون‌سوز بنزینی را می‌توان یک تراکم بی‌دررو در نظر گرفت.

(ت) طبق محاسبه، با بالا بردن نسبت تراکم (۲)، می‌توان به بازده بالاتری برای ماشین‌های بنزینی دست یافت.

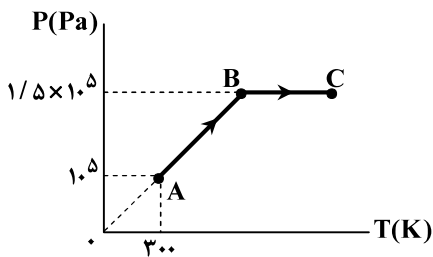
$$(4) \text{ «ب» و «ت»}$$

$$(3) \text{ «ب» و «پ»}$$

$$(2) \text{ «الف» و «ت»}$$

$$(1) \text{ «الف» و «پ»}$$

۷۵- نمودار $P-T$ مقداری گاز آرمانی مطابق شکل روبه‌رو است. اگر حجم گاز در حالت C، ۲۰ درصد بیشتر از حجم گاز در حالت B باشد، دمای گاز در حالت C چند درجه سلسیوس است؟



$$267 \quad (1)$$

$$375 \quad (2)$$

$$540 \quad (3)$$

$$813 \quad (4)$$

مرحله ۲۱ | داوطلب ریاضی | شیمی

محدوده: جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۵

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

۷۶- کدام عبارت‌ها درست هستند؟

(الف) همه اتم‌های هیدروژن در یک نمونه طبیعی آن، خواص شیمیایی یکسانی دارند.

(ب) تعداد ایزوتوپ‌های طبیعی لیتیم از تعداد ایزوتوپ‌های طبیعی منیزیم بیشتر است.

(پ) چگالی ایزوتوپ‌های یک عنصر برخلاف تعداد پروتون‌های آن‌ها با یکدیگر متفاوت است.

(ت) مجموع تعداد ذره‌های زیراتمی ایزوتوپ‌های مختلف یک عنصر با یکدیگر یکسان است.

$$(4) \text{ «ب» و «پ»}$$

$$(3) \text{ «الف» و «ت»}$$

$$(2) \text{ «الف» و «پ»}$$

$$(1) \text{ «ب» و «ت»}$$

۷۷- کدام گزینه، نادرست است؟

(۱) زیرلایه‌هایی با n برابر، همگی در یک لایه الکترونی قرار دارند.

(۲) لایه پنجم الکترونی اتم، حداکثر گنجایش ۵۰ الکترون را دارد.

(۳) تعداد عناصر موجود در دوره سوم جدول دوره‌ای، با گنجایش الکترونی لایه سوم، برابر است.

(۴) تعداد زیرلایه‌های موجود در هر لایه با عدد کوانتومی اصلی آن برابر است.

محل انجام محاسبات:

۷۸- پس از موازنه واکنش زیر، کدام عبارت نادرست است؟



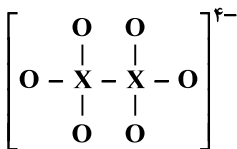
(۱) ضریب استوکیومتری ۳ گونه در این واکنش پس از موازنه یکسان است.

(۲) ضریب استوکیومتری HCl دو برابر ضریب H_2O است.

(۳) تعداد مول‌های مواد در طرفین معادله باهم برابر است.

(۴) ضریب استوکیومتری HCl از همه بیشتر است.

۷۹- با توجه به ساختار لوویس داده شده، اتم X به کدام گروه از جدول دوره‌ای تعلق دارد؟ (همه اتم‌ها آرایش هشت تایی پایدار دارند.)



۱۷ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۴ (۱)

۸۰- کدام عبارت زیر درست است؟

(۱) رد پای کربن دی‌اکسید نشان می‌دهد که در تولید یک محصول، چه مقدار از این گاز وارد هواکره می‌شود.

(۲) یکی از راه‌های کاهش کربن دی‌اکسید، انحلال مقدار اضافی آن در آب دریا است.

(۳) CO_2 محلول در آب باران، با افزایش pH و اسیدی کردن بارش‌ها، خسارات جبران‌ناپذیری ایجاد می‌کند.

(۴) تبدیل CO_2 به CaCO_3 ، یکی از راه‌های افزایش رد پای این ترکیب است.

۸۱- چه تعداد از موارد زیر درست هستند؟

■ درصد جرمی محلول ۳۰۰ ppm یون Ca^{2+} برابر ۰/۰۳ است.

■ عبارت «محلول استرینیل سدیم کلرید ۰/۹ درصد» روی محلول دهان‌شویه، بیانگر این است که در ۱۰۰ گرم از این محلول، ۰/۹ گرم سدیم کلرید موجود است.

■ برای استخراج یون منیزیم، ابتدا آن را به صورت محلول Mg(OH)_2 جداسازی می‌کنند.

■ از NaCl در تولید سدیم کربنات و ذوب کردن یخ جاده‌ها استفاده می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸۲- ۲۰۰ mL محلول هیدروکلریک اسید با چگالی $\frac{1}{46} \frac{\text{g}}{\text{mL}}$ توانسته است با ۲۰ میلی گرم کلسیم کربنات واکنش دهد. غلظت HCl برحسب

ppm کدام است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Cl} = 35.5, \text{Ca} = 40; \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۱۰۰ (۴)

۵۰ (۳)

۷۳ (۲)

۱۴۶ (۱)

۸۳- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) اگر ۲ گرم از ماده‌ای را در ۵۰ گرم آب حل کنیم، محلول ۴ درصد جرمی از آن ماده تهیه کرده‌ایم.

ب) اگر نمودار انحلال پذیری برحسب دما نزولی باشد، با افزایش دمای محلول ماده موردنظر می‌توان محلول سیرشده رقیق تر تهیه کرد.

پ) در ۲۵ گرم از محلول سیرشده ترکیب A در دمای اتاق، ۰/۲۵ گرم از این ماده حل شده است. بر این اساس، A ترکیبی کم محلول در آب محسوب می‌شود.

ت) در محلول $0.04 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ پتاسیم سولفات، غلظت یون‌های پتاسیم $0.08 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات:

۸۴- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

(الف) شمار اتم‌های هیدروژن در ساختار هگزان بیشتر از دو برابر شمار اتم‌های هیدروژن در ساختار اتانول است.

(ب) تفاوت مقدار گشتاور دوقطبی، بد و آب، بیشتر از تفاوت مقدار گشتاور دوقطبی، بد و هگزان است.

(ب) حرم مولیٰ و نقطۂ حوش استون بیشتر از اتانول است.

(ت) دمای جوش فسفین (PH_3) بیشتر از آمونیاک است.

(١) «الف» و «ب» (٢) «ب» و «ت» (٣) «ب» و «ب» (٤) «الف» و «ت»

۸۵- با توجه به جدول زیر، کدام عبارات‌ها درست هستند؟

[illegible]

الف) شمار الکترون‌هایی با $n = 4$ در «D»، نصف شمار الکترون‌هایی با $n = 3$ در «B» است.

(ب) در بین عنصرهای مشخص شده، تمایل «F» برای گرفتن و تمایل «A» برای از دست دادن الکترون بیشتر از بقیه است.

(ب) شعاع اتمی «C»، بیشتر از «D» و کمتر از «E» است.

(ت) خواص فیزیکی «C»، مشابه «D» و خواص شیمیایی آن مشابه «A» است.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «ب» (۳) «ب» و «ت» (۴) «ب» و «ت»

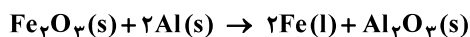
۸۶- اگر یون تک اتمی، X^{3+} دارای ۳ الکترون با $l = 2$ باشد، آنگاه

(۱) عنصر X جزء عنصرهای اصلی جدول دوره‌ای است. (۲) زیر لایه d در اتم X نیمه پر است.

(۳) عنصر X ترکیب رنگی ندارد.

۸۷- در واکنش ترمیت، به ازای واکنش ۲۵۰ گرم آهن (III) اکسید، ۱۱۲ گرم آهن مذاب تولید شده است. اگر درصد خلوص آهن (III) اکسید

و باز ده درصدی واکنش یا هم برابر باشند، باز ده درصدی این واکنش کدام است؟ ($O = 16, Fe = 56 : g \cdot mol^{-1}$)



(۱) ۶۴ درصد (۲) ۸۰ درصد (۳) ۸۱ درصد (۴) ۶/۴ درصد

۸۸- کدام گزینه در مورد آلکن‌ها درست است؟

(۱) فرمول مولکولی، ششمین عضو خانواده آن‌ها با سیکلوهگزان یکسان است.

(۲) به طور کلی، واکنش پذیری آن‌ها از آلکین‌ها بیشتر است.

(۳) از واکنش ساده‌ترین آن‌ها با برم مایع، ترکیبی به نام برمواتان تولید می‌شود.

(۴) در نام‌گذاری دومین عضو خانواده آن‌ها، محل پیوند دوگانه با شماره مشخص نمی‌شود.

۸۹- کدام عبارتها درست است؟

الف) ΔH واکنش $O-O(g) \rightarrow 2O(g)$ ، با آنتالپی پیوند در مولکول اکسیژن برابر است.

(ب) آنتالپی پیوند $C \equiv C$ ، $1/5$ برابر پیوند $C = C$ است.

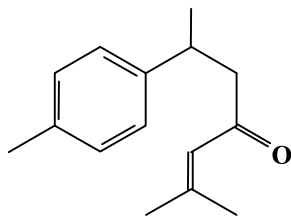
(پ) برخلاف $H-Cl$ ، به کار بردن میانگین آنتالپی پیوند برای $H-C$ مناسب تر است.

(ت) انرژی لازم برای شکستن پی در پی پیوندهای N-H در مولکول آمونیاک، یکسان نیست.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «ت» (۳) «ب» (۴) «ت»

محل انجام محاسبات:

۹۰- با توجه به ساختار ترکیب روبه‌رو، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)



■ شمار پیوندهای دوگانه آن با بنز آلدهید برابر است.

■ در هر مولکول از آن، ۲۱ پیوند اشتراکی وجود دارد.

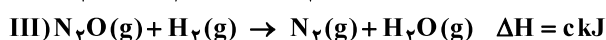
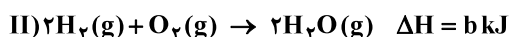
■ جرم مولی آن، ۲۱۵ گرم بر مول است.

■ دارای گروه عاملی کتونی و یک ترکیب آروماتیک است.

(۱) دو (۲) چهار

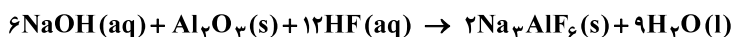
(۳) یک (۴) سه

۹۱- با توجه به واکنش‌های زیر، با استفاده از کدام رابطه، آنتالپی واکنش سوختن یک مول گاز آمونیاک در اکسیژن خالص که منجر به تولید بخار آب و گاز نیتروژن می‌شود، برحسب کیلوژول به‌دست می‌آید؟



$$\frac{a - 3b + 3c}{2} \quad (۴) \quad \frac{a + 3b - 3c}{2} \quad (۳) \quad \frac{2a + 3b - 6c}{4} \quad (۲) \quad \frac{2a - 3b + 6c}{4} \quad (۱)$$

۹۲- با توجه به واکنش زیر، پاسخ درست پرسش‌های زیر در کدام گزینه آمده است؟

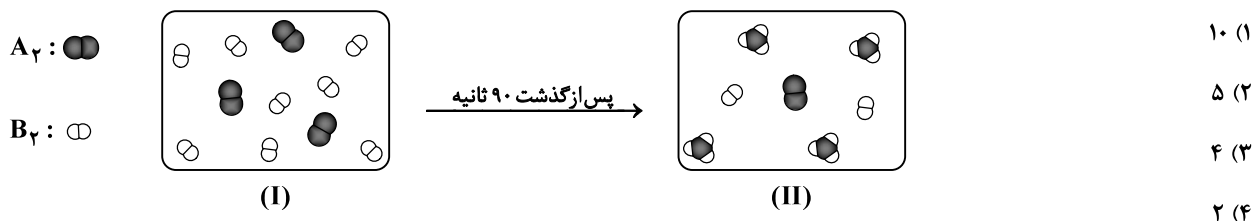


الف) کدام ماده کمترین سرعت تولید را برحسب واحد مول بر ثانیه دارد؟

ب) اگر سرعت تولید آب $3/6$ مول بر دقیقه باشد، سرعت مصرف هیدروفلوئوریک اسید چند مول بر ثانیه است؟

(۱) Al_2O_3 ، $0/045$ (۲) Na_3AlF_6 ، $0/08$ (۳) Na_3AlF_6 ، $0/045$ (۴) Al_2O_3 ، $0/08$

۹۳- از قرار دادن مقداری از گازهای فرضی A_2 و B_2 در ظرفی در بسته مطابق شکل زیر، واکنشی انجام می‌شود که سرعت متوسط آن از شروع واکنش تا ثانیه ۹۰، 5×10^{-4} مول بر لیتر بر ثانیه است. اگر هر مولکول در این شکل‌ها هم‌ارز با $2/225$ مول از آن گونه باشد، حجم ظرف واکنش چند لیتر است؟



۹۴- جرم نمونه‌ای از یک پلی اتن بدون شاخه، ۴۰ کیلوگرم است. اگر این پلیمر از m زنجیر تشکیل شده باشد که به‌طور میانگین 2×10^{12} واحد

تکرارشونده در این زنجیرها وجود داشته باشد، m کدام است؟ ($C_2H_4 = 28 g \cdot mol^{-1}$)

(۱) $4/3 \times 10^{14}$ (۲) $8/4 \times 10^{14}$ (۳) $4/3 \times 10^{32}$ (۴) $8/4 \times 10^{32}$

۹۵- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

■ در الکل‌ها با افزایش شمار اتم‌های کربن، پیوند هیدروژنی بر نیروهای وان‌دروالس غلبه می‌کند.

■ در شرایط یکسان، انحلال‌پذیری الکلی با فرمول شیمیایی C_4H_9OH در آب، کمتر از الکل $C_6H_{13}OH$ است.

■ با افزایش شمار اتم‌های کربن، تفاوت انحلال‌پذیری الکل و آلکان راست‌زنجیر هم‌کربن با آن در آب، کاهش می‌یابد.

■ در ساختار الکل‌ها، گروه عاملی کربوکسیل بخش قطبی و زنجیر هیدروکربنی، بخش ناقطبی مولکول است.

(۱) ۳ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

محل انجام محاسبات:

۹۶- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23, S = 32 : g \cdot mol^{-1}$)

- جرم مولی نوعی پاک‌کننده غیرصابونی سدیم‌دار که در آن R یک زنجیر هیدروکربنی سیرشده با ۱۵ کربن است، برابر با $392 g \cdot mol^{-1}$ است.
- در پاک‌کننده غیرصابونی برخلاف پاک‌کننده صابونی، بخش آنیونی نقش پاک‌کنندگی دارد.
- به شوینده‌ها نمک‌های فسفات می‌افزایند تا قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها افزایش یابد.
- صابون سنتی افزودنی شیمیایی ندارد و به دلیل خاصیت بازی مناسب، برای موهای چرب استفاده می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۷- pH اسید قوی HA با غلظت مولی M با pOH باز قوی $B(OH)_3$ با غلظت M' برابر است. نسبت M به M' کدام است؟ (pOH منفی لگاریتم غلظت یون هیدروکسید در محلول است.)

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۸- با افزودن 0.4 گرم سدیم هیدروکسید جامد به ۲ لیتر محلول هیدروکلریک اسید، محلولی با $pH = 7$ در دمای اتاق به دست می‌آید.

غلظت محلول هیدروکلریک اسید چند مولار بوده است؟ ($H = 1, O = 16, Na = 23 : g \cdot mol^{-1}$)

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۹- مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در ۱ و ۲- دی‌کلرواتان با عدد اکسایش اتم مرکزی در کدام مولکول برابر است؟

۱ (۱) $CHCl_3$ ۲ (۲) CO_2 ۳ (۳) H_2O ۴ (۴) NH_3

۱۰۰- در بین عبارتهای زیر چند عبارت درست است؟

- در استخراج Mg از آب دریا سه فرایند شیمیایی در مراحل استخراج مشاهده می‌شود.
- نیم‌واکنش کاهش $O_2(g)$ در محیط اسیدی نسبت به محیط خنثی، E° بزرگ‌تری دارد.
- با ایجاد خراش عمیق در سطح آهن گالوانیزه، آهن در نقش کاتد، کاهش می‌یابد.
- در فرایند آبکاری مانند سلول گالوانی Zn - Cu، جرم تیغه آندی کاهش می‌یابد و به جرم کاتد افزوده می‌شود.
- در فرایند هال، الکترودهای آندی و کاتدی ($C(s)$) وارد واکنش می‌شوند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۴)

۱۰۱- کدام گزینه در ارتباط با سیلیسیم کرید درست است؟ ($Si = 28, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$)

(۱) از دسته جامدهای کووالانسی با ساختاری سه‌بعدی است و مانند الماس هر اتم در ساختار آن با چهار پیوند اشتراکی یگانه به چهار اتم دیگر متصل است.

(۲) نسبت تعداد اتم‌های کربن به سیلیسیم در ساختار آن برابر با ۱ است و سختی و نقطه ذوب آن از الماس و سیلیسیم بیشتر است.

(۳) طول پیوندهای اشتراکی در ساختار آن بیشتر از طول پیوندهای اشتراکی در ساختار سیلیسیم است.

(۴) در مقایسه با الماس هم‌جرم خود، تعداد اتم‌ها و تعداد جفت الکترون‌های اشتراکی بیشتری دارد.

۱۰۲- کدام مطلب درست است؟

- (۱) هرچه شعاع یون‌ها بزرگ‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب یونی بیشتر است.
- (۲) دمای ذوب جامد یونی با آنتالپی فروپاشی شبکه بلور آن به‌طور کلی رابطه عکس دارد.
- (۳) هرچه بار الکتریکی یون‌ها بیشتر باشد، آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب یونی کمتر می‌شود.
- (۴) نیروی جاذبه بین یون‌ها در جامد یونی، در تمام جهتهای بین یون‌های ناهمنام وجود دارد.

۱۰۳- اگر به $50 mL$ محلول 0.2 مولار نمک وانادیم که عدد اکسایش وانادیم در آن +۵ است، 0.65 گرم فلز روی اضافه کنیم، رنگ نهایی

محلول حاصل کدام است؟ ($Zn = 65 g \cdot mol^{-1}$)

۱ (۱) زرد ۲ (۲) آبی ۳ (۳) سبز ۴ (۴) بنفش

محل انجام محاسبات:

۱۰۴- با افزودن ۵/۰ مول از یکی از گازهای موجود در تعادل $2SO_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g) + O_2(g)$ به ظرفی که در آن تعادل برقرار است، مجموع مقدار مول مواد گازی در تعادل جدید ۴/۰ مول بیشتر از مجموع مقدار مول مواد گازی موجود در تعادل اولیه می‌شود. بر این اساس، کدام گزینه می‌تواند درست باشد؟

- (۱) SO_3 به ظرف اضافه شده و واکنش با پیشرفت در جهت مصرف آن به تعادل رسیده است.
- (۲) O_2 به ظرف اضافه شده و واکنش با پیشرفت در جهت تولید SO_3 به تعادل رسیده است.
- (۳) SO_2 به ظرف اضافه شده و واکنش با مصرف کردن ۲/۰ مول از آن به تعادل رسیده است.
- (۴) SO_3 به ظرف اضافه شده و با مصرف شدن ۲/۰ مول از آن، تعادل جدید برقرار شده است.

۱۰۵- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) برای تهیه ترفتالیک اسید، پارازیلن را در مجاورت محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات قرار می‌دهیم.
- (۲) PET یک پلی‌استر است که در واحد تکرارشونده آن ۸ اتم کربن وجود دارد.
- (۳) در صنعت، متانول را از واکنش کربن مونوکسید با گاز هیدروژن تهیه می‌کنند.
- (۴) متان در مجاورت کاتالیزگر و بخار آب داغ با دمای ۴۵۰ تا ۵۵۰ درجه سلسیوس، به CO و H_2 تبدیل می‌شود.

محل انجام محاسبات:

اسامی هیأت علمی آزمون‌های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۵ گروه علوم ریاضی

مدیر گروه	عنوان درس	مسئول درس	طراحان	دستیار مسئول درس
سید شاکری سید امیر محمد	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده - ایمان اردستانی	عباس سعیدی - وحید جعفری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی - فرهاد فرزانی - سعید اکبرزاده	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی - سعید اکبرزاده - امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد کشانی محمد حسین	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی - بهمن شاهمرادی - احمد رضوانی منصور داودوندی - جمال خم‌خاجی	ساناز دریگوندی
	شیمی	شهرام شاه‌پرویزی	ماشاءالله سلیمانی - بهنام ابراهیم‌پور - مهداد ملاصالحی - سید صمد صفوی حسین شرانلو - رضا بخشیان - محمدرضا پورجوید - یاسر راش	حنانه شریف خطیبی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

آزمون آزمایشی ۲۳ مرداد ۱۴۰۵

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۵

A

دفترچه شماره ۳

وقت پیشنهادی	تأشماره	از شماره	تعداد پرسش	مواد امتحانی
۲۰ دقیقه	۱۲۵	۱۰۶	۲۰	تعلیم و تربیت اسلامی
۴۰ دقیقه	۱۴۵	۱۲۶	۲۰	هوش و استعداد معلّمی
مدت پاسخ‌گویی: ۶۰ دقیقه		تعداد کل پرسش‌ها: ۴۰		

دفترچه پاسخ تشریحی



داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامه هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه دو، آزمونک‌ها، رفع اشکال هوشمند و ... با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید. در ثبت نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است. در ثبت نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

پاسخ تشریحی تصویری



۱۰۶- آیه شریفه ﴿وَمِنَ النَّاسِ مَن يَتَّخِذُ مِنْ دُونِ اللَّهِ أَنْدَاداً يُحِبُّونَهُمْ كَحُبِّ اللَّهِ وَالَّذِينَ آمَنُوا أَشَدَّ حُبًّا لِلَّهِ﴾ کدام یک از ویژگی‌های مؤمنین را بیان می‌کند؟

(۱) عمل صالح (۲) دوری از غیر خدا

(۳) اعتماد به خدا (۴) دوستی و محبت شدید به خدا

۱۰۷- با توجه به سخن پیامبر گرامی اسلام ﷺ، اگر مسلمانی غیبت برادر دینی خود را کند قبول نمی‌شود، مگر

(۱) تا چهل روز نمازش - غیبت کننده او را ببخشد.

(۲) تا هفتاد روز نمازش - غیبت کننده او را ببخشد.

(۳) تا چهل روز نماز و روزه‌اش - توسط فرد غیبت شده بخشیده شود.

(۴) تا هفتاد روز نماز و روزه‌اش - توسط فرد غیبت شده بخشیده شود.

۱۰۸- عامل اصلی دور شدن انسان از گناه و دست نزدن او به هر کاری چیست؟

(۱) حضور قلب در نماز و دقت در آن

(۲) تحقق اعمال عبادی و دستورات الهی

(۳) توجه به حضور خدا در زندگی و نظارت او بر اعمال

(۴) تداوم یاد خدا در زندگی و برنامه‌های انسان

۱۰۹- کدام یک از موارد زیر در ارتباط با مقبولیت صحیح می‌باشد؟

(۱) آراستگی انسان در حد تعادل نگه داشته می‌شود و به تبرج دچار نمی‌شود.

(۲) زیبایی ظاهری خود را وسیله جلب توجه دیگران و خودنمایی قرار نمی‌دهد.

(۳) نوجوان و جوان به خود می‌پردازد و توانایی و استعدادها را خود را کشف و شکوفا می‌کند.

(۴) حیا می‌کند که برخی افراد به خاطر اموری سطحی و کوچک، زبان به تحسین و تمجید او بکشایند.

۱۱۰- توجه به داستان دختران شعیب نبی ﷺ در بردارنده چه پیامی برای ما خواهد بود؟

(۱) برابری جایگاه زن و مرد در جامعه و بهره‌مندی از حقوق یکسان انسانی

(۲) توجه به کرامت ذاتی و استعدادهای زن به جای ظواهر او و حضور مؤثر بانوان در جامعه

(۳) تبلیغ عملی حجاب و گسترش آن در جامعه برای جذب مردم به عفاف

(۴) تبعیت پوشش و حضور زن از شرایط زمان و مکان و تأثیرگذاری بر جامعه

۱۱۱- با ذکر ترتیب «سرچشمه بسیاری از تصمیم و کارهای ما» و «آن چه که به زندگی آدمی جهت می‌بخشد»، چیست؟

(۱) برنامه‌ریزی صحیح - محبت

(۲) محبت - محبت

(۳) محبت - برنامه‌ریزی صحیح

(۴) برنامه‌ریزی صحیح - برنامه‌ریزی صحیح

۱۱۲- از آموزه‌های اخلاقی این‌طور استنباط می‌شود که تمایلات دانی تمایلاتی هستند که

(۱) نباید انسان آن‌ها را اصل زندگی خود قرار دهد و به آن‌ها اعتماد کند.

(۲) انسان‌ها به‌طور طبیعی به این امور میل ندارند و از آن‌ها گریزانند.

(۳) بسیار ناچیز و بی‌اهمیت می‌باشند و در ذات خود بد هستند.

(۴) در رفاه، دانایی، ثروت، شهوت و عزت می‌توان آن‌ها را یافت.

۱۱۳- با توجه به کلام امام علی ﷺ خاستگاه «کوچک شدن غیر خدا در چشم بندگان خدا» و «عدم بندگی کسی مانند خود» به ترتیب کدام

است؟

(۱) عظمت خالق در نگاه آنان - بهشت را بهای خود دیدن

(۲) عظمت خالق در نگاه آنان - آزاد آفریده شدن انسان‌ها

(۳) کرامت انسان بر بسیاری مخلوقات - بهشت را بهای خود دیدن

(۴) کرامت انسان بر بسیاری مخلوقات - آزاد آفریده شدن انسان‌ها

۱۱۴- کدام عبارت شریفه اشاره به ارزش وجودی و جایگاه انسان و مابه‌ازای آن می‌نماید؟

(۱) «بندۀ کسی مثل خودت نباش، زیرا خداوند تو را آزاد آفریده است.»

(۲) «همانا بهایی برای جان شما جز بهشت نیست، پس خود را به کمتر از آن نفروشید.»

(۳) «خالق جهان در نظر آنان عظیم است، در نتیجه غیر خدا در چشم آنان کوچک است.»

(۴) «اگر خورشید را در دست راستم و ماه را در دست چپم بگذارند، از راه حق دست بر نمی‌دارم.»

۱۱۵- هر جوانی به‌طور فطری و طبیعی خواستار ازدواج با چه کسی است و اینکه هر عملی، عکس‌العملی دارد به معنای آن است که نظام هستی بر

اساس کدام یک از صفات خدا استوار است؟

(۱) بعد از ازدواج عقیف و پاکدامن باشد - رحمت

(۲) قبل از ازدواج پاکدامن باشد - رحمت

(۳) بعد از ازدواج عقیف و پاکدامن باشد - عدالت

(۴) قبل از ازدواج پاکدامن باشد - عدالت

۱۱۶- راه جلوگیری از زیان ابدی برای خود و نسل‌های بعد از خود بنا بر تعالیم الهی کدام است و نشانه حکیمانه خداوند برای اهل اندیشه در خلقت زوجین چیست؟

- (۱) مشورت با پدر و مادر در امر انتخاب همسر شایسته- «وَجَعَلَ لَكُم مِّنْ أَزْوَاجِكُم بَنِينَ وَحَفَدَةً»
- (۲) مشورت با پدر و مادر در امر انتخاب همسر شایسته- «وَجَعَلَ بَيْنَكُمْ مَوَدَّةً وَرَحْمَةً»
- (۳) عدم رابطه نامشروع پنهان و آشکار با نامحرم- «وَجَعَلَ لَكُم مِّنْ أَزْوَاجِكُم بَنِينَ وَحَفَدَةً»
- (۴) عدم رابطه نامشروع پنهان و آشکار با نامحرم- «وَجَعَلَ بَيْنَكُمْ مَوَدَّةً وَرَحْمَةً»

۱۱۷- کدام مورد، توانمندی عاطفی بالای زنان و قدرت جسمی بیشتر مردان را توضیح می‌دهند؟

- (۱) این تفاوت‌ها ناشی از ویژگی‌های انسانی است تا یک خانواده متعادل پدید آید.
- (۲) این تفاوت‌ها به جهت برعهده گرفتن وظایف مختلف است تا یک خانواده متعادل پدید آید.
- (۳) هدف واحدی که خداوند برای زن و مرد معین کرده است، سبب تفاوت در ویژگی‌های انسانی آن‌ها می‌شود.
- (۴) هدف واحدی که خداوند برای زن و مرد معین کرده است، ناشی از ویژگی مشترک و خصوصیت جسمی آن‌ها می‌باشد.

۱۱۸- سرزنش و عتاب خویشتن و طلب بخشش از خداوند معلول چیست و در عین حال علت کدام مورد است؟

- (۱) محاسبه و ارزیابی نکردن- باقی ماندن بر پیمان خود با خدا و وفای به عهد.
- (۲) محاسبه و ارزیابی نکردن- با تصمیم قوی‌تر دوباره با خداوند عهد ببندیم.
- (۳) سستی ورزیدن در پیمان- با تصمیم قوی‌تر دوباره با خداوند عهد ببندیم.
- (۴) سستی ورزیدن در پیمان- باقی ماندن بر پیمان خود با خدا و وفای به عهد.

۱۱۹- استفاده از «زینت» و «طعام» امری و است.

- (۱) فطری- مادی
- (۲) غیرفطری- طبیعی
- (۳) فطری- طبیعی
- (۴) غیرفطری- مادی

۱۲۰- چند مورد از عبارت‌های زیر در رابطه با جمله «تربیت کار خداست.» صحیح است؟

(الف) مربی و معلم، تنها علم خود را منتقل می‌کند.

(ب) عالم ربانی یعنی عالمی که سر و کارش با پروردگار است.

(پ) ربوبیت زمانی کامل است که براساس علم، حکمت، مصلحت و رحمت باشد.

(ت) در قرآن کریم نام مبارک «رب» بیشترین نامی است که استفاده شده است.

- (۱) چهار
- (۲) سه
- (۳) یک
- (۴) دو

۱۲۱- خداوند متعال به پیامبرش می‌فرماید: «وَقُلْ رَبِّ زِدْنِي عِلْمًا». مفهوم این آیه به کدام یک از صفات معلّمی اشاره دارد؟

- (۱) مخلص باشد.
- (۲) بی‌تکلف باشد.
- (۳) سعه صدر داشته باشد.
- (۴) خود را فارغ‌التحصیل نداند.

۱۲۲- در بعضی از آیات قرآن کریم، واژه «رسول» با «فیهم» و «منهم» آمده است. این همراهی نشان‌دهنده چیست؟

- (۱) مردمی باشد.
- (۲) باشهامت باشد.
- (۳) توفیقاتش را از خدا بداند.
- (۴) منصف باشد.

۱۲۳- از وظایف هر معلّم آن است، که نسل نو را چگونه تربیت کند و آیه شریفه «وَيَمْلُؤُنَ فِي الْأَسْوَاقِ» به کدام یک از صفات معلّم اشاره دارد؟

- (۱) واقع‌گرا- صبور
- (۲) واقع‌گرا- دردآشنا
- (۳) جمع‌گرا- صبور
- (۴) جمع‌گرا- دردآشنا

۱۲۴- قرآن کریم از سویی خودش را «حدیث» یعنی می‌خواند و از سوی دیگر، خود را وصل به تاریخ می‌داند.

- (۱) سخن زیبا- کهن
- (۲) سخن زیبا- جدید
- (۳) سخن جدید- کهن
- (۴) سخن جدید- جدید

۱۲۵- چند مورد از جمله‌های زیر در رابطه با «مشورت» صحیح نیست؟

(الف) با مشورت به علم انسان اضافه می‌شود.

(ب) فرمان مشورت در مورد کارهای اجتماعی است.

(پ) در قرآن کلمه «مشورت» با کلمه «امر» آمده است.

(ت) امامت «عهد الله» است و می‌توان در مورد آن مشورت کرد.

- (۱) دو
- (۲) یک
- (۳) چهار
- (۴) سه

راهنمایی: در این بخش از آزمون، یک متن داده شده است. متن را به دقت بخوانید و پاسخ سؤال‌هایی را که در زیر آن آمده است، با توجه به آنچه می‌توان از متن استنتاج یا استنباط کرد، انتخاب کنید و در پاسخنامه علامت بزنید.

■ در سال‌های اخیر، برخی پژوهشگران علوم شناختی این برداشت سنتی را که ادراک صرفاً حاصل دریافت و پردازش محرک‌های بیرونی است، ناکافی دانسته‌اند. از دیدگاه آنان، مغز در مواجهه با اطلاعات حسی، تنها نقش دریافت‌کننده‌ای منفعل را ایفا نمی‌کند؛ بلکه با اتکا به تجربه‌های پیشین، انتظارات و الگوهای ذهنی به تفسیر داده‌های دریافتی می‌پردازد. بر این اساس، آنچه فرد ادراک می‌کند الزاماً بازنمایی مستقیم جهان خارج نیست؛ بلکه محصول تعامل میان شواهد حسی و چارچوب‌های شناختی اوست. با این حال، گروهی دیگر از پژوهشگران معتقدند که تأکید بیش از اندازه بر نقش ساختارهای ذهنی، ممکن است به نادیده گرفتن سهم واقعیت بیرونی بینجامد. از نظر آنان، اگرچه تجربه‌های پیشین در جهت‌دهی به ادراک مؤثرند، اعتبار همین تجربه‌ها نیز در نهایت از تعامل مستمر با جهان خارج سرچشمه می‌گیرد. بنابراین تبیین ادراک تنها براساس عوامل ذهنی یا صرفاً با استناد به محرک‌های بیرونی، هر دو نوعی ساده‌سازی افراطی از فرایندی پیچیده محسوب می‌شوند.

۱۲۶- کدام گزینه، دقیق‌ترین تبیین را از دیدگاه نویسندگان درباره ماهیت ادراک ارائه می‌دهد؟

- (۱) ادراک عمدتاً محصول تجربه‌های پیشین است و محرک‌های بیرونی تنها نقش تأییدکننده دارند.
- (۲) ادراک حاصل تعامل میان داده‌های حسی و ساختارهای شناختی است و هیچ‌یک به‌تنهایی تبیین‌کننده آن نیست.
- (۳) واقعیت بیرونی در شکل‌گیری ادراک نقش تعیین‌کننده ندارد و ذهن مستقل از آن عمل می‌کند.
- (۴) اختلاف دیدگاه پژوهشگران نشان می‌دهد که هنوز هیچ تبیین معتبری از ادراک ارائه نشده است.

۱۲۷- کدام گزاره، با دیدگاه نویسندگان بیشترین تعارض را دارد؟

- (۱) تجربه‌های پیشین می‌توانند در نحوه تفسیر اطلاعات حسی اثرگذار باشند.
- (۲) اعتبار الگوهای ذهنی، مستقل از ارتباط آن‌ها با جهان خارج است.
- (۳) تبیین ادراک با اتکا به یک دسته از عوامل، تصویری ناقص از این فرایند ارائه می‌دهد.
- (۴) واقعیت بیرونی و ساختارهای ذهنی، هر دو در فهم ادراک اهمیت دارند.

۱۲۸- متن، اطلاعات لازم برای استنتاج پاسخ کدام پرسش‌ها را در اختیار خواننده قرار می‌دهد؟

- (الف) چرا برخی پژوهشگران، نظریه‌های صرفاً مبتنی بر محرک‌های بیرونی را ناکافی می‌دانند؟
- (ب) چرا نویسندگان تبیین‌های تک‌عاملی از ادراک را ساده‌سازی افراطی تلقی می‌کنند؟
- (ج) کدام نواحی مغز مسئول ایجاد الگوهای ذهنی هستند؟

- (۱) فقط «الف»
- (۲) «ب» و «ج»
- (۳) «الف» و «ب»
- (۴) «الف»، «ب» و «ج»

راهنمایی: برای پاسخ‌گویی به ۴ سؤال بعدی لازم است توضیحات متن‌ها را خوانده و موقعیتی را که در هر متن مطرح شده مورد تجزیه و تحلیل قرار دهید و سپس گزینه‌ای را که فکر می‌کنید پاسخ مناسب‌تری برای آن سؤال است، انتخاب کنید. هر سؤال را با دقت بخوانید و با توجه به مطالب مطرح‌شده در متن و نتایجی که بیان شده و بیان نشده ولی قابل استنتاج است، پاسخی را که صحیح‌تر به نظر می‌رسد، انتخاب و در پاسخ‌نامه علامت بزنید.

■ در سال‌های اخیر، استفاده از «دوقلوهای دیجیتال» به یکی از رویکردهای نوین در مهندسی سامانه‌ها تبدیل شده است. دوقلوی دیجیتال مدلی مجازی از یک تجهیز، فرایند یا سامانه واقعی است که با دریافت مداوم داده‌های عملیاتی رفتار آن را در شرایط مختلف شبیه‌سازی می‌کند. هدف اصلی این فناوری صرفاً نمایش وضعیت لحظه‌ای سامانه نیست؛ بلکه فراهم کردن امکان پیش‌بینی پیامد تصمیم‌های مختلف، ارزیابی سناریوهای گوناگون و شناسایی نقص‌های احتمالی پیش از وقوع آن‌هاست. به همین دلیل، صنایع گوناگون از این فناوری برای کاهش هزینه‌های نگهداری، افزایش قابلیت اطمینان تجهیزات و بهبود کیفیت تصمیم‌گیری استفاده می‌کنند. با این حال، برخی متخصصان تأکید می‌کنند که کارایی دوقلوی دیجیتال تنها زمانی قابل اتکاست که داده‌های ورودی از دقت و جامعیت کافی برخوردار باشند؛ زیرا هرگونه فاصله میان مدل مجازی و شرایط واقعی، می‌تواند اعتبار پیش‌بینی‌ها را کاهش داده و تصمیم‌گیرندگان را به نتایج نادرست هدایت کند.

۱۲۹- براساس متن، مهم‌ترین مزیت دوقلوی دیجیتال کدام است؟

- (۱) این امکان را فراهم می‌کند که پیامد تصمیم‌ها و خطاهای احتمالی پیش از اجرای واقعی آن‌ها ارزیابی شوند.
- (۲) با جایگزین کردن کامل تجهیزات واقعی، نیاز به آزمایش‌های عملی را از میان برمی‌دارد.
- (۳) عمدتاً برای افزایش سرعت انتقال داده‌ها میان تجهیزات صنعتی و سامانه‌های کنترل طراحی شده است.
- (۴) زمانی بیشترین کارایی را دارد که بدون دریافت داده‌های واقعی نیز بتواند عملکرد سامانه را شبیه‌سازی کند.

■ در سال‌های اخیر، روان‌شناسان بیش از گذشته به مفهوم «انعطاف‌پذیری شناختی» توجه کرده‌اند. این مفهوم به توانایی فرد در بازنگری فرض‌ها، تغییر شیوه تفکر و انتخاب راهبردی تازه هنگام مواجهه با شرایط پیش‌بینی نشده اشاره دارد. پژوهش‌ها نشان می‌دهد افرادی که از انعطاف‌پذیری شناختی بیشتری برخوردارند، در رویارویی با ناکامی یا اطلاعات جدید، کمتر بر راه‌حل‌های ناموفق گذشته پافشاری می‌کنند و آمادگی بیشتری برای اصلاح تصمیم‌های خود دارند. در مقابل افرادی که همواره از یک الگوی ثابت پیروی می‌کنند، ممکن است حتی با وجود برخورداری از دانش یا تجربه کافی، در سازگاری با موقعیت‌های جدید با دشواری روبه‌رو شوند. از این‌رو بسیاری از پژوهشگران معتقدند موفقیت در محیط‌های پیچیده بیش از آنکه به میزان اطلاعات یا استعداد اولیه وابسته باشد، به توانایی فرد در ارزیابی دوباره شرایط و اصلاح راهبردهای خود بستگی دارد.

۱۳۰- براساس متن، کدام گزاره با دیدگاه نویسنده سازگارتر است؟

- (۱) افرادی که همواره از راهبردهای موفق گذشته استفاده می‌کنند، در موقعیت‌های جدید نیز معمولاً عملکرد بهتری خواهند داشت.
 - (۲) موفقیت در شرایط پیچیده بیش از آنکه به حجم اطلاعات وابسته باشد، به توانایی بازنگری فرض‌ها و اصلاح راهبردها بستگی دارد.
 - (۳) داشتن دانش تخصصی گسترده، نیاز به تغییر شیوه حل مسئله را تا حد زیادی از بین می‌برد.
 - (۴) پایداری بر یک روش مشخص حتی در صورت تغییر شرایط، احتمال دستیابی به اهداف بلندمدت را افزایش می‌دهد.
- در زیست‌شناسی نوین، مفهوم «تنوع ژنتیکی» یکی از عوامل اساسی در پایداری جمعیت‌های زنده به شمار می‌رود. هرچه تفاوت‌های ژنتیکی میان افراد یک جمعیت بیشتر باشد، احتمال اینکه دست‌کم برخی از آن‌ها بتوانند در برابر تغییرات محیطی، بیماری‌ها یا منابع محدود مقاومت کنند نیز افزایش می‌یابد. به همین دلیل، بسیاری از زیست‌شناسان معتقدند بقای یک گونه، تنها به سازگاری فعلی آن وابسته نیست؛ بلکه به ظرفیت آن برای پاسخ‌گویی به تغییرات آینده نیز بستگی دارد. از این‌رو کاهش شدید تنوع ژنتیکی حتی اگر در کوتاه‌مدت پیامد آشکاری نداشته باشد، ممکن است توانایی یک جمعیت را برای انطباق با شرایط جدید کاهش دهد و احتمال آسیب‌پذیری آن را در برابر دگرگونی‌های محیطی افزایش دهد.

۱۳۱- براساس متن، چرا زیست‌شناسان بر حفظ تنوع ژنتیکی تأکید می‌کنند؟ چون حفظ تنوع ژنتیکی

- (۱) باعث می‌شود اثر عوامل محیطی بر بقای گونه‌ها تقریباً از بین برود.
 - (۲) موجب می‌شود همه افراد یک جمعیت به ویژگی‌های سازگار و یکسان دست یابند.
 - (۳) تنها زمانی اهمیت دارد که یک گونه در معرض بیماری‌های فراگیر قرار گرفته باشد.
 - (۴) این امکان را فراهم می‌کند که جمعیت‌ها در برابر تغییرات آینده، ظرفیت بیشتری برای سازگاری و بقا داشته باشند.
- در پژوهش‌های ارتباطات، «گوش دادن فعال» یکی از مؤثرترین عوامل در شکل‌گیری تعامل سازنده شناخته می‌شود. منظور از «گوش دادن فعال» صرفاً شنیدن واژه‌های گوینده نیست؛ بلکه مخاطب می‌کوشد با طرح پرسش، ارائه بازخورد و بررسی برداشت خود، اطمینان حاصل کند که پیام را همان‌گونه که مقصود گوینده بوده است درک کرده است. پژوهشگران معتقدند بسیاری از سوءبرداشت‌ها نه به دلیل ابهام پیام، بلکه در نتیجه تفسیرهای اشتباه زده یا فرض‌های نادرست درباره منظور طرف مقابل شکل می‌گیرند. از این‌رو بازخورد مؤثر زمانی ارزشمند است که به روشن‌تر شدن معنا، اصلاح برداشت‌های احتمالی و افزایش درک متقابل بینجامد؛ نه اینکه صرفاً تأیید یا ردّ پیام را در پی داشته باشد.

۱۳۲- براساس متن، «بازخورد مؤثر» چه نقشی در فرایند ارتباط ایفا می‌کند؟

- (۱) با کمک به روشن‌شدن مقصود پیام و اصلاح برداشت‌های نادرست، کیفیت درک متقابل را افزایش می‌دهد.
- (۲) این امکان را فراهم می‌کند که فرستنده، بدون توجه به برداشت مخاطب، پیام خود را سریع‌تر منتقل کند.
- (۳) موجب می‌شود مخاطب بتواند بدون نیاز به طرح پرسش، مقصود گوینده را به‌طور کامل درک کند.
- (۴) زمانی اهمیت دارد که هدف از ارتباط، صرفاً تأیید یا ردّ دیدگاه گوینده باشد.

راهنمایی: اطلاعات هر سؤال را بخوانید و با توجه به داده‌ها و تجزیه و تحلیل آن‌ها، پاسخ دهید.

- پنج نفر به نام‌های A، B، C، D و E، پنج شغل (نه به ترتیب) A'، B'، C'، D'، E' و پنج ماشین (نه به ترتیب) A''، B''، C''، D'' و E'' دارند. با توجه به اطلاعات زیر، به سؤال‌های بعدی پاسخ دهید.
- (A) به شغل‌های (E') و (B') علاقه ندارد.
 - (B)، ماشین (C'') را استفاده می‌کند.
 - (C) و (E) به ترتیب به شغل‌های (A') و (D') و همچنین (E) و (C) به ترتیب به ماشین‌های (D'') و (A'') علاقه ندارند.
 - (D) و (C) به ترتیب به ماشین‌های (E'') و (B'') علاقه دارند.
 - (B) و (D) به ترتیب شغل‌های (D') و (B') را دارند.

۱۳۳- ماشین‌های (E) و (A) به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده است؟

- (۱) (A'') - (D'')
- (۲) (A'') - (C'')
- (۳) (D'') - (A'')
- (۴) اطلاعات مسئله کافی نیست.

۱۳۴- اگر شغل (C)، (E') نباشد، شغل‌های (A) و (E) به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟

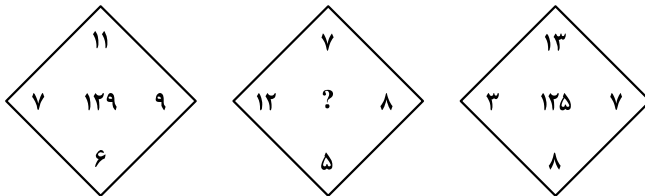
- (۱) (A') - (E') (۲) (E') - (C') (۳) (A') - (E') (۴) نمی توان به طور قطع تعیین کرد.

۱۳۵- اگر شغل (C)، (E') باشد، شغل (C') و ماشین (A'') به ترتیب برای چه کسی است؟

- (۱) (A) - (C) (۲) به طور قطع نمی توان گفت - (E) (۳) (E) - (C) (۴) - (E) به طور قطع نمی توان گفت.

راهنمایی: سوالات زیر را به دقت بخوانید و با توجه به صورت سؤال، جواب هر پرسش را در پاسخنامه علامت بزنید.

۱۳۶- کدام گزینه به جای علامت سؤال قرار می گیرد؟



- (۱) ۱۱۸ (۲) ۱۳۱ (۳) ۱۵۷ (۴) ۱۳۴

۱۳۷- میانگین ۶ عدد دو رقمی مثبت، ۲۴ شده است. بزرگ‌ترین عدد ممکن در میان این ۶ عدد، کدام گزینه می تواند باشد؟

- (۱) ۹۴ (۲) ۹۹ (۳) ۷۰ (۴) ۹۸

۱۳۸- حسن $\frac{3}{8}$ از ۴۰ درصد دارایی خود را وقف کرده و مابقی دارایی اش را برای فرزندش ابراهیم، به ارث می گذارد. اگر ابراهیم بخواهد دقیقاً به اندازه پدرش وقف کند، چه کسری از ارثی که به او رسیده را باید وقف نماید؟

- (۱) $\frac{3}{17}$ (۲) $\frac{4}{15}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۱۳۹- در یک جعبه ۱۱ مهره سیاه، ۱۳ مهره سفید، ۴ مهره سبز و ۳ مهره آبی وجود دارد. چند مهره از جعبه بیرون آوریم تا مطمئن شویم در بین مهره‌ها حداقل ۵ مهره هم‌رنگ وجود دارد؟

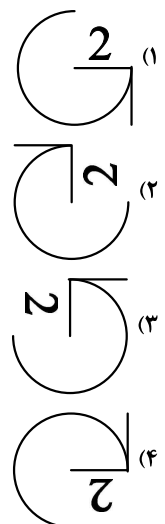
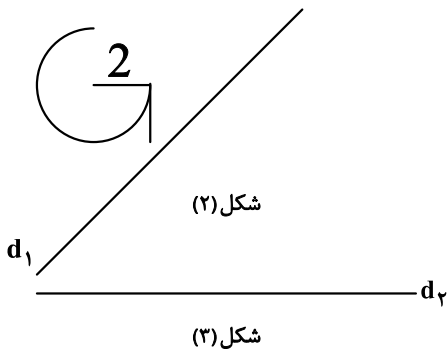
- (۱) ۱۷ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۵

۱۴۰- پسری هر سه سیب را به قیمت ۲۰۰ تومان می خرد و هر پنج سیب را به قیمت ۴۰۰ تومان می فروشد. او چند سیب باید بفروشد تا ۳۰۰۰ تومان سود کند؟

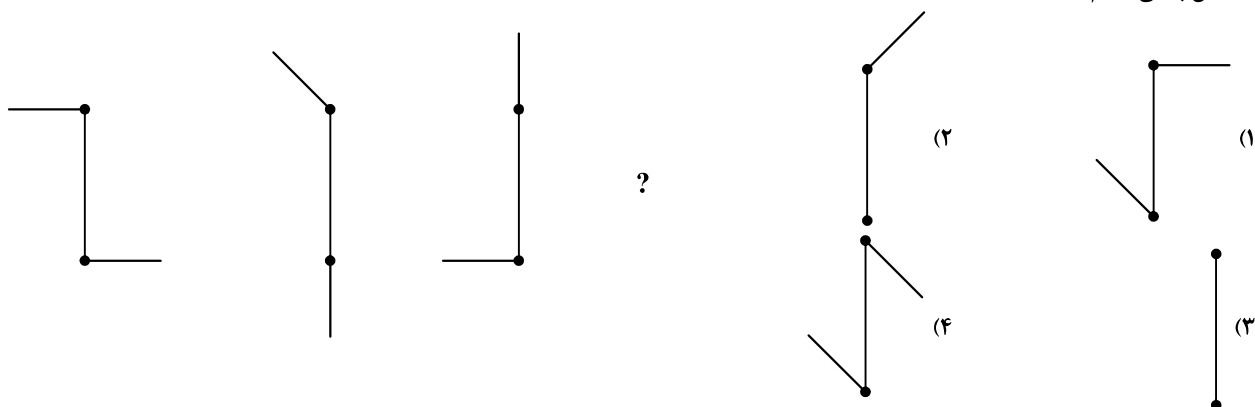
- (۱) ۱۸۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۲۲۵ (۴) ۲۵۰

راهنمایی: این بخش از آزمون، سؤال‌هایی از نوع تجسمی را شامل می شود. هریک از پرسش‌های زیر را به دقت بررسی نموده و جواب درست آن را در پاسخنامه علامت بزنید.

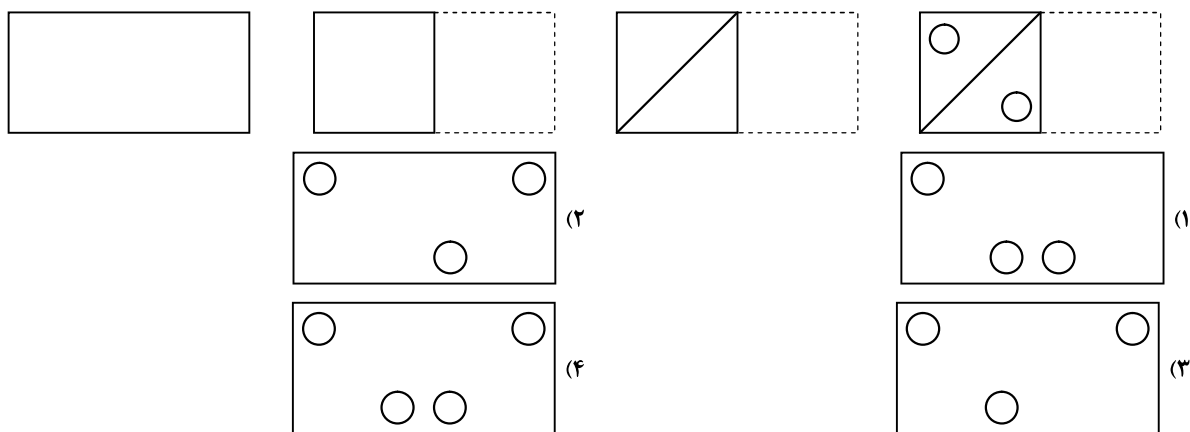
۱۴۱- شکل (۱) را نسبت به خط d_1 قرینه می کنیم و شکل (۲) به دست می آید و شکل (۲) را نیز نسبت به خط d_2 قرینه می کنیم و شکل (۳) به دست می آید. کدام گزینه می تواند دوران یافته شکل (۳) باشد؟



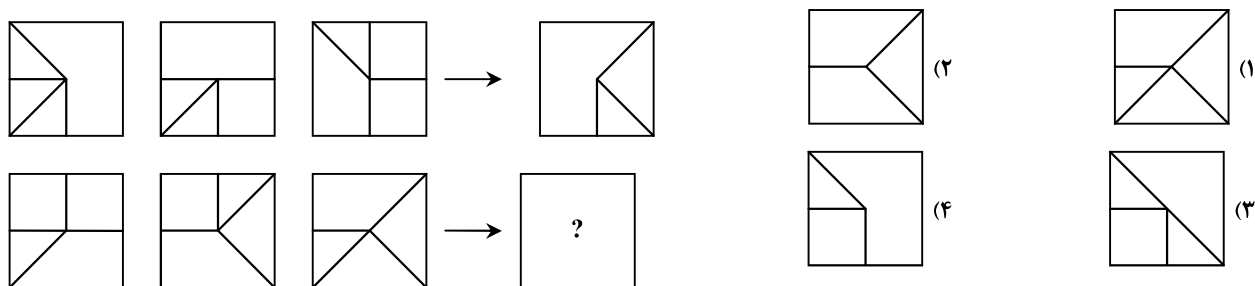
۱۴۲- شکل بعدی کدام است؟



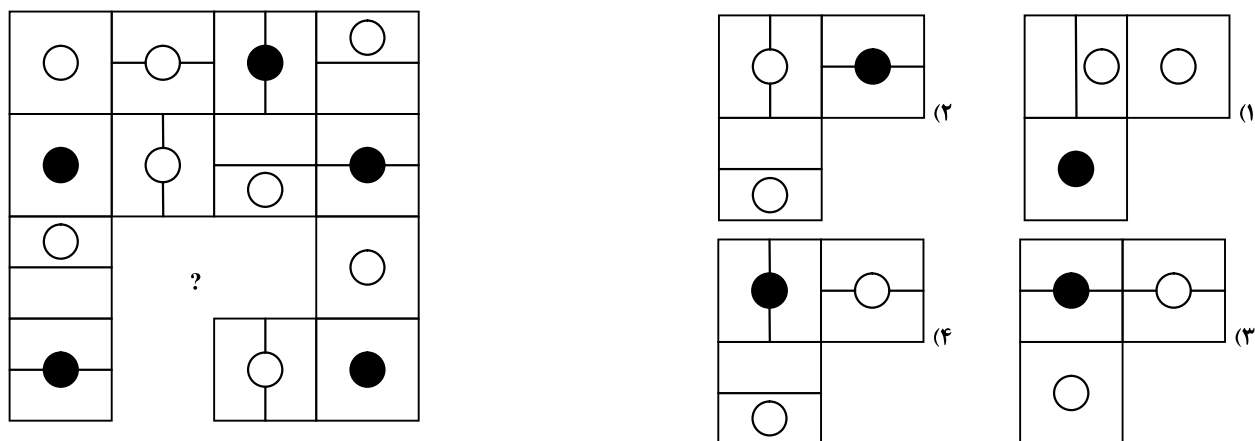
۱۴۳- اگر کاغذی را مطابق شکل زیر تا بزنیم و در مرحله آخر سوراخ‌هایی مطابق شکل ایجاد کنیم، پس از باز کردن با چه شکلی مواجه خواهیم بود؟



۱۴۴- با توجه به روابط موجود در شکل‌های زیر، کدام گزینه جای علامت سؤال قرار می‌گیرد؟



۱۴۵- کدام گزینه به جای علامت سؤال باید قرار بگیرد؟



اسامی هیأت علمی آزمون‌های ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۵ گروه علوم ریاضی

مدیرگروه	عنوان درس	مسئول درس	طراحان	دستیار مسئول درس
سید شاکری سید امیر محمد	حسابان و ریاضی پایه	علی افضل زاده	حسین شفیع زاده - ایمان اردستانی	عباس سعیدی - وحید جعفری
	هندسه	سعید اکبرزاده	سید محسن میراسلامی - فرهاد فرزانی - سعید اکبرزاده	هادی کاظم نژاد
	ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	علیرضا شریف خطیبی - سعید اکبرزاده - امیدرضا پورحسینی	فرهاد فرزانی
محمد حسین کشانی	فیزیک	منصور داودوندی	علی نعیمی - بهمن شاهمرادی - احمد رضوانی منصور داودوندی - جمال خم خاجی	ساناز دریگوندی
	شیمی	شهرام شاه پرویزی	ماشاءالله سلیمانی - بهنام ابراهیم پور - مهرداد ملاصالحی - سید صمد صفوی حسین شرانلو - رضا بخشیان - محمدرضا پور جاوید - یاسر راش	حنانه شریف خطیبی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمد هاشمی

A

دفترچه پاسخ تشریحی

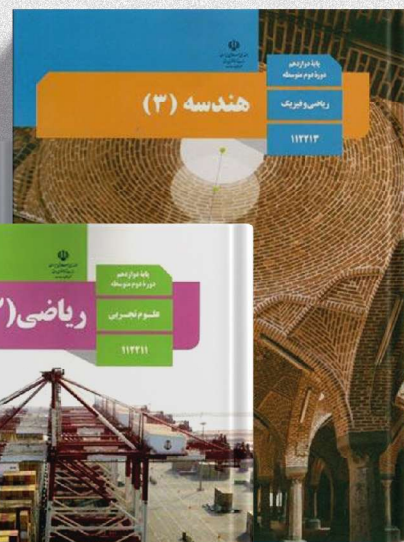
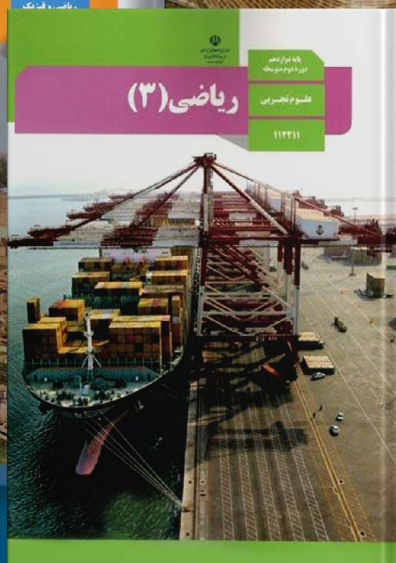
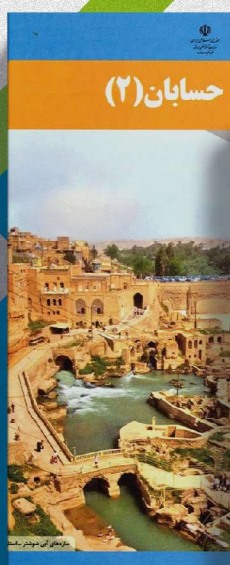
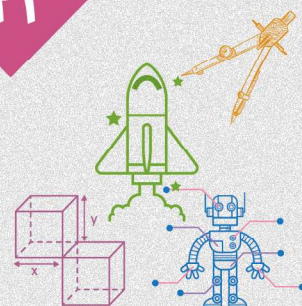
گروه آزمایشی علوم ریاضی

آزمون آزمایشی ۲۰ مرداد ۱۴۰۵

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۵

پایه
دوازدهم

مرحله
۲۱



۱۴۰۴-۱۴۰۵



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

تذکرات مهم ↓

➤ آزمون آزمایشی مرحله ۲۲ گزینه دو، در روز جمعه ۲۳ مرداد ۱۴۰۵ برگزار می گردد.

➤ داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

➤➤ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

➤ کارنامه های آزمون آزمایشی مرحله ۲۱ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



داوطلب گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

[gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

● مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

● معاون تولید محتوا: علی الفتی

کارشناسان

طراحان

سید مهدی عابدی ● سید علی موسوی راد

حسین شفیع زاده ● ایمان اردستانی

مسئول درس: علی افضل زاده
دستیاران: عباس سعیدی - وحید جعفریحسابان و
ریاضی پایه

علی صادقی ● مانی خدابنده

سید محسن میراسلامی ● فرهاد فرزانی
سعید اکبرزادهمسئول درس: سعید اکبرزاده
دستیار: هادی کاظم نژاد

هندسه

حسین خواجوند ● مانی خدابنده

علیرضا شریف خطیبی ● سعید اکبرزاده
امیدرضا پورحسینیمسئول درس: سعید اکبرزاده
دستیار: فرهاد فرزانیریاضیات
گسسته

پوپک مقدم

مهرداد کیوان ● علی افضل زاده
ایمان اردستانیمسئول درس: ایمان اردستانی
دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضاییریاضی
تجربی

امیرحسین حریری ● ایمان حسین زاده

وحید رباعی ● علی افضل زاده
حسین افسریمسئول درس: حسین افسری
دستیاران: مهدی پوررضایی - عباس مالکیریاضی
انسانیگروه
ریاضیگروه ریاضی: علی الفتی
معاون: محمدرضا محمدهاشمی

کارشناسان

طراحان

بتول خواجه پور ● علی حاجی محمدزاده
مهدیار مسعودی نیامحمد پاژوگی ● امیر کبری راد
علی پناهی شایق ● علیرضا اکبریور
بهرام میرحبیبی ● مسعود حدادی
منصور کهن دل ● محمد شاملومسئول درس: امیر کبری راد
دستیار: پرسا کامکارزیست
شناسی

مریم گلی حسن لو

علی نعیمی ● بهمن شاهمرادی
احمد رضوانی ● منصور داودوندی
جمال خم خاجیمسئول درس: منصور داودوندی
دستیار: ساناز دریکوندی

فیزیک

مرتضی قدیانی ● حسین ایمانی پور

ماشاءالله سلیمانی ● بهنام ابراهیم پور
مهرداد ملاصالحی ● سید صمد صفوی
حسین شرانلو ● رضا بخشیان
محمدرضا پورچاوید ● یاسر راشمسئول درس: شهرام شاه پرویزی
دستیار: حنا شریف خطیبی

شیمی

فرزانه صاعدی ● حسن علیمحمدی
روزبه اسحاقیانفرزانه رجایی ● حسن علیمحمدی
فرزانه صاعدی ● عباس روزبهانی

مسئول درس: شکبیا کریمی

زمین
شناسیگروه
علومگروه علوم: محمدرضا محمدهاشمی
معاون: علی الفتی

کارشناسان

طراحان

محمدصادق حسام زاده ● محمدصدرا حسینی

ابوالفضل قاضی ● محمدرضا لمسه چی
علی عطری ● طاهره موسی زاده
محمدرضا پیرو ● امیرمهدی اسفندیمسئول درس: محمدرضا پیرو
دستیار: حسنا محمدی - سپهر سالارکیاعلوم و
فنون ادبی

مهتاب شیرازی ● هستی ناصح

آزیتا بیدقی ● فروغ تیموریان
علیرضا مختاری ● محمدزمان کبیر
محمود حسن پورمسئول درس: الهام رضایی
دستیار: فاطمه صفریجامعه
شناسی

علی شکری ● فاطمه یاری

سپید ضحی سکاکی ● سید ضحی سکاکی
حمیدرضا توکلیمسئول درس: سپید ضحی سکاکی
دستیار: ثنا کاشیانروان
شناسیفاطمه نظری ● سارا حمزه
مهتاب شیرازی ● صبا پهلوانکاظم غلامی ● اسرافیل قربانپور
حمید جوهری مجد ● پدرام علیمرادی
پویا رضاداد ● عرفان جالیزی

مسئول درس: پویا رضاداد

زبان
عربی

مهتاب شیرازی ● محمدصدرا حسینی

شهرام امامی ● بهروز یحیی
نگار مروتی ● مریم قلی پور

مسئول درس: سیده ساره زاهدی

تاریخ

مهتاب شیرازی ● محمدصدرا حسینی

شهرام امامی ● بهروز یحیی
نگار مروتیمسئول درس: الناز گنج کار
دستیار: الهه ریاحی نسب

جغرافیا

سپهر علی پور ● ابوالفضل میرمحمدی
امیررضا علیزادهحمید سودیان طهرانی ● علی اکبر آخوندی
سعید رحیمیان ● مهدی لاچوردی
فرهاد قاسمی نژاد ● ناصر آزادجومسئول درس: سعید رحیمیان
دستیاران: محمدحسین خدام - فراز مختاری نژادفلسفه
و منطق

کوثررعدی

حسین خاکساری ● میترا چینی ساز
طاہرہ گدیم ● محمدرضا مبارکی
آرش بدریمسئول درس: امیر محمدبیگی
دستیار: محمدرضا مبارکی

اقتصاد

گروه
انسانیگروه انسانی: علی الفتی
معاون: محمدرضا محمدهاشمی

ریاضیات



۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۴)

نکته:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad (\text{اتحاد مربع دو جمله‌ای})$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2 \quad (\text{اتحاد مزدوج})$$

با توجه به اینکه تساوی $4 - 2\sqrt{3} = (\sqrt{3} - 1)^2$ برقرار است، عبارت A را ساده می‌کنیم:

$$A = ((\sqrt{3} - 1)^2)^2 \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} (\sqrt{3} + 1)^5 \Rightarrow A = (\sqrt{3} - 1)^4 (\sqrt{3} - 1) (\sqrt{3} + 1)^5$$

حال $(\sqrt{3} + 1)^5$ را به صورت $(\sqrt{3} + 1)^2 (\sqrt{3} + 1)^3$ می‌نویسیم:

$$A = (\sqrt{3} - 1)^5 (\sqrt{3} + 1)^5 (\sqrt{3} + 1)^2$$

اکنون $(\sqrt{3} + 1)^2$ را باز می‌کنیم:

$$A = ((\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1))^5 (3 + 1 + 2\sqrt{3}) \Rightarrow A = (3 - 1)^5 (4 + 2\sqrt{3}) \Rightarrow A = 64(2 + \sqrt{3})$$

بنابراین مقدار A، ۶۴ برابر $2 + \sqrt{3}$ است.

۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: اگر n عددی طبیعی باشد، داریم:

$$x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + \dots + a^{n-1})$$

نکته: اگر n عددی فرد باشد، داریم:

$$x^n + a^n = (x + a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + \dots + a^{n-1})$$

با توجه به نکات داریم، عبارت $p(x)$ را در عبارت $x - 1$ و $x + 1$ ضرب و تقسیم می‌کنیم تا ساده‌تر شود:

$$p(x) = \frac{(x-1)(x^6 + x^3 + x^2 + x + 1)(x^6 - x^3 + x^2 - x + 1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{(x^5 - 1)(x^5 + 1)}{x^2 - 1} = \frac{x^{10} - 1}{x^2 - 1}$$

پس مقدار خواسته شده برابر است با:

$$p(\sqrt[4]{2}) = \frac{(\sqrt[4]{2})^{10} - 1}{(\sqrt[4]{2})^2 - 1} = \frac{\sqrt{2^5} - 1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{4\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} \times \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{8 + 4\sqrt{2} - \sqrt{2} - 1}{2 - 1} = 7 + 3\sqrt{2}$$

۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۳)

نکته: به هر انتخاب r شیء از n شیء متمایز که در آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد، یک ترکیب r تایی از n تایی می‌گوییم که برابر

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

برای ساختن مثلث نیاز به ۳ رأس از ۶ رأس داریم. اما چون یکی از رؤس A است، پس کفایت ۲ رأس از میان ۵ رأس دیگر انتخاب کنیم.

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} = 10$$

پس تعداد مثلث‌ها برابر است با:

۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)

نکته ۱ (خاصیت شرکت پذیری):

$$\text{الف) } A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$$

$$\text{ب) } A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

نکته ۲ (خاصیت توزیع پذیری):

$$\text{الف) } A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$\text{ب) } A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

نکته ۳: تساوی‌های زیر را که به «قوانین دمورگان» معروف‌اند برای هر دو مجموعه دلخواه A و B از مجموعه مرجع U برقرارند:

$$\text{الف) } (A \cup B)' = (A' \cap B')$$

$$\text{ب) } (A \cap B)' = (A' \cup B')$$

نکته ۴: با توجه به تعریف متمم یک مجموعه و تعاریف اجتماع و اشتراک و مجموعه‌های مرجع و تهی، تساوی‌های زیر برقرارند:

$$۱) A \cup A' = U$$

$$۲) A \cap A' = \emptyset$$

$$۳) A \cup U = U$$

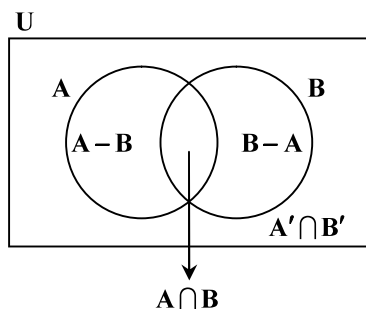
$$۴) A \cap U = A$$

نکته ۵: برای دو مجموعه دلخواه A و B داریم:

$$A - B = A \cap B'$$

راه حل اول:

نمودار ون زیر را در نظر بگیرید:



با توجه به مجموعه $C = (A - B) \cup (B - A)$ و نمودار ون، خواسته سؤال برابر است با:

$$(A' \cap B')' \cap C' = [(A' \cap B') \cup C]' = [(A' \cap B') \cup (A - B) \cup (B - A)]' = A \cap B$$

راه حل دوم:

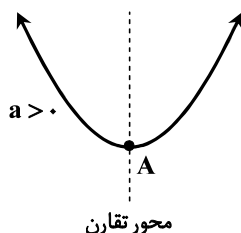
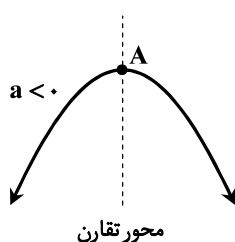
با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$\begin{aligned} (A' \cap B')' \cap C' &= (A \cup B) \cap [(A - B) \cup (B - A)]' \\ &= (A \cup B) \cap [(A - B)' \cap (B - A)'] = (A \cup B) \cap [(A \cap B')' \cap (B \cap A)'] \\ &= (A \cup B) \cap [(A' \cup B) \cap (B' \cup A)] = [(A \cup B) \cap (A' \cup B)] \cap (B' \cup A) \\ &= [\underbrace{(A \cap A')}_{\emptyset} \cup B] \cap (B' \cup A) = B \cap (B' \cup A) = \underbrace{(B \cap B')}_{\emptyset} \cup (B \cap A) = B \cap A \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)

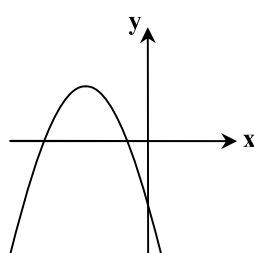
۵- پاسخ: گزینه ۴

نکته: نمودار هر معادله به شکل $y = ax^2 + bx + c$ را که در آن a و b و c اعداد حقیقی هستند و $a \neq 0$ یک سهمی می‌گوییم که به یکی از دو صورت مقابل است:



نکته: به طور کلی در هر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر جمع ریشه‌ها S و ضرب ریشه‌ها P باشد، این روابط برقرار است.

$$S = -\frac{b}{a}, \quad P = \frac{c}{a}$$



با توجه به فرض سؤال که سهمی از همه نواحی مختصاتی به جز ناحیه اول باید بگذرد می‌توان نمودار فرضی مطابق شکل روبه‌رو را برای سؤال در نظر گرفت و شروط را بر مبنای شکل لحاظ کنیم: (دقت داشته باشید دهانه سهمی نمی‌تواند روبه‌بالا باشد، چون در این صورت، حتماً از ناحیه اول عبور خواهد کرد.)

(۱) دهانه سهمی باید رو به پایین باشد.

$$m+1 < 0 \Rightarrow m < -1 \quad (I)$$

(۲) برای اینکه سهمی از ناحیه دوم عبور کند، باید حتماً محور طول‌ها را در دو نقطه قطع کند، پس سهمی دارای دو صفر است و Δ باید مثبت باشد.

$$\Delta > 0 \Rightarrow 16 - 4(m+1)(m+4) > 0 \xrightarrow{\div 4} 4 - (m+1)(m+4) > 0 \Rightarrow 4 - (m^2 + 5m + 4) > 0 \Rightarrow -m^2 - 5m > 0$$

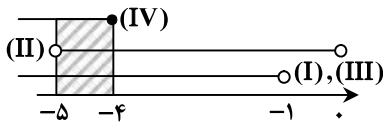
$$\Rightarrow m^2 + 5m < 0 \Rightarrow m(m+5) < 0 \Rightarrow -5 < m < 0 \quad (II)$$

(۳) مجموع صفرها (ریشه‌های) سهمی باید منفی باشد، بنابراین:

$$S < 0 \Rightarrow \frac{4}{m+1} < 0 \Rightarrow m < -1 \quad (III)$$

(۴) حاصل ضرب صفرها (ریشه‌های) سهمی باید بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشند، بنابراین:

$$P \geq 0 \Rightarrow \frac{m+4}{m+1} \geq 0 \xrightarrow{m < -1} m \leq -4 \quad (IV)$$



از اشتراک روابط (I)، (II)، (III)، (IV) به رابطه $-5 < m \leq -4$ می‌رسیم.
حال طول رأس سهمی را محاسبه می‌کنیم:

$$x_s = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{m+1}$$

با توجه به محدوده m ، داریم:

$$-5 < m \leq -4 \Rightarrow -4 < m+1 \leq -3 \Rightarrow -\frac{1}{3} \leq \frac{1}{m+1} < -\frac{1}{4} \Rightarrow -\frac{2}{3} \leq \frac{2}{m+1} < -\frac{1}{2}$$

پس حداقل طول رأس سهمی برابر $-\frac{2}{3}$ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

۶- پاسخ: گزینه ۳

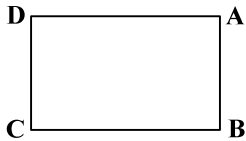
نکته: به طور کلی اگر بخواهیم فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط $ax + by + c = 0$ را به دست آوریم، می‌توان نتیجه گرفت که طول عمود AH برابر است با:

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

از آنجایی که مختصات نقطه A در معادله هر دو خط صدق نمی‌کند؛ پس نقطه A روی این دو ضلع واقع نیست و این دو ضلع طبق شکل فرضی زیر دو ضلع BC و CD هستند. پس:

فاصله A از این خطوط برابر طول اضلاع مستطیل است.

فاصله نقطه A از ضلع BC برابر عرض مستطیل است:



$$BC \text{ خط } 3x - y - 5 = 0 \Rightarrow AB = \frac{|6 - 3 - 5|}{\sqrt{9 + 1}} = \frac{2}{\sqrt{10}}$$

همچنین فاصله نقطه A از ضلع CD برابر طول مستطیل است:

$$DC \text{ خط } x + 3y - 7 = 0 \Rightarrow AD = \frac{|2 + 9 - 7|}{\sqrt{1 + 9}} = \frac{4}{\sqrt{10}}$$

بنابراین مساحت مستطیل برابر است با:

$$S = AD \times AB = \frac{4}{\sqrt{10}} \times \frac{2}{\sqrt{10}} = 0.8$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۳)

۷- پاسخ: گزینه ۳

نکته: اگر f یک تابع یک‌به‌یک باشد، برای به دست آوردن نمودار تابع f^{-1} کافی است قرینه نمودار تابع f را نسبت به خط $y = x$ (نیمساز ربع اول و سوم) به دست آوریم.

نکته: تابع f را در یک مجموعه، اکیداً صعودی می‌گوییم، اگر برای هر دو مقدار a و b در این مجموعه که $a < b$ ، آنگاه $f(a) < f(b)$ در فاصله‌ای که یک تابع اکیداً صعودی است، با حرکت روی نمودار (از چپ به راست)، همواره روبه بالا خواهیم رفت.

تابع $y = x$ و $y = \sqrt{x}$ هر دو اکیداً صعودی هستند. پس مجموع آنها نیز اکیداً صعودی است؛ بنابراین تابع $f(x) = x + \sqrt{x} - 3$ نیز اکیداً صعودی است. می‌دانیم اگر تابعی اکیداً صعودی باشد، وارون خود را فقط روی خط $y = x$ قطع می‌کند، پس از آنجا که f تابعی اکیداً صعودی است، محل تلاقی f با f^{-1} روی نیمساز ناحیه اول و سوم می‌باشد:

$$f(x) = x \Rightarrow x + \sqrt{x} - 2 = x \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$$

$$\xrightarrow{\text{نقطه تلاقی}} A(4, 4) \Rightarrow a = 4, b = 4$$

حال با توجه به $a = b = 4$ ، مقدار خواسته شده برابر است با:

$$a + 2b = 4 + 8 = 12$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۳)

۸- پاسخ: گزینه ۲

نکته: برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک به یک مانند f ، در معادله $y = f(x)$ در صورت امکان x را بر حسب y محاسبه می‌کنیم، سپس با تبدیل y به x ، $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم.

راه حل اول:

ابتدا وارون تابع f را به دست می‌آوریم:

$$y = \sqrt{2-x} + 1 \Rightarrow y - 1 = \sqrt{2-x} \xrightarrow[y \geq 1]{y-1 \geq 0} (y-1)^2 = 2-x \Rightarrow x = 2 - (y-1)^2$$

پس ضابطه تابع $g = f^{-1}$ به صورت زیر است:

$$g(x) = 2 - (x-1)^2; x \geq 1$$

اکنون معادله داده شده را حل می‌کنیم:

$$2 - (x-1)^2 = x^2 - 3x + 3 \Rightarrow 2 - (x^2 - 2x + 1) = x^2 - 3x + 3 \Rightarrow -x^2 + 2x + 1 = x^2 - 3x + 3 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta=9} x = \frac{5 \pm 3}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

با توجه به دامنه تابع g (که برد تابع f است) یعنی بازه $[1, +\infty)$ ، $x = 2$ تنها جواب معادله است که در بازه $(\frac{1}{2}, \frac{5}{4})$ قرار دارد.

راه حل دوم:

می‌خواهیم معادله $g(x) = x^2 - 3x + 3$ را حل کنیم. به جای آن معادله زیر را حل می‌کنیم:

$$g^{-1}(x^2 - 3x + 3) = x \Rightarrow f(x^2 - 3x + 3) = x \Rightarrow \sqrt{2 - (x^2 - 3x + 3)} + 1 = x \Rightarrow \sqrt{-x^2 + 3x - 1} = x - 1$$

$$\xrightarrow{x \geq 1} -x^2 + 3x - 1 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \checkmark \\ x = \frac{1}{2} \times \text{غ ق ق} \end{cases}$$

جواب $x = 2$ به دست آمده در بازه $(\frac{1}{2}, \frac{5}{4})$ قرار دارد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)

۹- پاسخ: گزینه ۳

نکته: در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ مجموع ریشه‌ها برابر $S = -\frac{b}{a}$ و حاصل ضرب ریشه‌ها برابر $P = \frac{c}{a}$ است.

نکته: $\log_b a^n = n \log_b a$ و $\log_b a \times \log_a b = 1$

راه حل اول:

با استفاده از ویژگی‌های لگاریتم، حاصل ضرب ریشه‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$\log_a 9 \times \log_9 a = \log_a 3^2 \times \log_9 a = 2(\log_a 3 \times \log_9 a) = 2 \times 1 = 2$$

بنابراین در معادله $x^2 + px + q = 0$ ، داریم $\frac{q}{1} = 2$ ، یعنی معادله به صورت $x^2 + px + 2 = 0$ است. برای اینکه این معادله دارای دو ریشه متمایز باشد، داریم:

$$\Delta > 0 \Rightarrow p^2 - 4 \times 2 \times 1 > 0 \Rightarrow p^2 - 8 > 0 \Rightarrow (p - 2\sqrt{2})(p + 2\sqrt{2}) > 0 \Rightarrow p > 2\sqrt{2} \text{ یا } p < -2\sqrt{2}$$

بین اعداد داده شده در گزینه‌ها تنها $p = 3$ در نامساوی بالا صدق می‌کند.

راه حل دوم:

می توان ثابت کرد برای هر دو عدد حقیقی a و b داریم:

$$a + b \geq 2\sqrt{ab} \quad \text{یا} \quad a + b \leq -2\sqrt{ab} \quad (\text{هر دو عدد } a \text{ و } b \text{ مثبت}) \quad \text{یا} \quad (\text{هر دو عدد } a \text{ و } b \text{ منفی})$$

اگر دو عدد مورد نظر را $\log_a 9$ و $\log_3 a$ در نظر بگیریم، آنگاه:

$$\log_3 a + \log_a 9 \geq 2\sqrt{\log_3 a \times \log_a 9} \quad \text{یا} \quad \log_3 a + \log_a 9 \leq -2\sqrt{\log_3 a \times \log_a 9} \Rightarrow p \geq 2\sqrt{2} \quad \text{یا} \quad p \leq -2\sqrt{2}$$

بین اعداد داده شده در گزینه ها تنها $p = 3$ در نامساوی بالا صدق می کند.

۱۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۲)

نکته: دامنه تابع $y = \log_a p(x)$ به صورت زیر تعیین می شود:

$$P(x) > 0, \quad a > 0, \quad a \neq 1$$

ابتدا دامنه تابع $\log(x-1)$ را به دست می آوریم:

$$x-1 > 0 \Rightarrow x > 1 \quad (I)$$

از طرفی، عبارت زیر رادیکال با فرجه زوج نامنفی است، پس:

$$1 - \log(x-1) \geq 0 \Rightarrow \log(x-1) \leq 1$$

حال با استفاده از نامساوی $c^a > b \xrightarrow{c>1} \log_c b < a$ ، داریم:

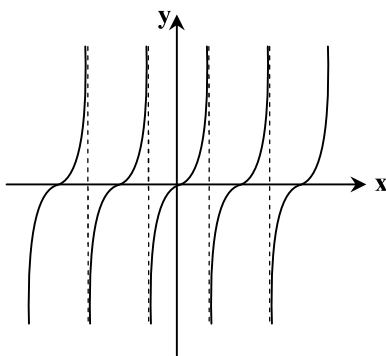
$$\log_1(x-1) \leq 1 \xrightarrow{1>1} 1 \geq x-1 \Rightarrow x \leq 11 \quad (II)$$

در نهایت بین این دو مجموعه جواب اشتراک می گیریم:

$$(I \cap II): (1 < x \leq 11) \Rightarrow x \in (1, 11]$$

۱۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)

نکته: نمودار تابع $y = \tan x$ به صورت زیر است:



با توجه به اینکه جابه جایی عمودی تأثیری در یکنوایی تابع ندارد، پس یکنوایی تابع داده شده، با یکنوایی تابع $y = -\tan \frac{\pi}{a}x$ یکسان است.

می دانیم تابع $y = -\tan x$ در بازه $(0, \frac{\pi}{4})$ اکیداً نزولی است:

$$y = -\tan x \quad ; \quad \text{بازه یکنوایی } (0, \frac{\pi}{4})$$

تابع $y = \tan(\frac{\pi}{a}x)$ نسبت به $\tan x$ ، در راستای افقی به اندازه $\frac{1}{\frac{\pi}{a}}$ انقباض می یابد. برای اینکه تابع $y = -\tan(\frac{\pi}{a}x)$ اکیداً صعودی

باشد، مقدار a باید منفی باشد؛ بنابراین انقباض افقی به اندازه $-\frac{1}{\frac{\pi}{a}}$ است، پس:

$$y = \tan(\frac{\pi}{a}x) \quad ; \quad \text{بازه یکنوایی } (0, \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{a}})$$

بازه یکنوایی به صورت $(0, -\frac{a}{4})$ به دست می آید. تابع مفروض، در بازه $(0, -\frac{a}{4})$ اکیداً یکنواست، پس $-\frac{a}{4} \leq \frac{\pi}{4}$ و در نتیجه $a \leq -\frac{\pi}{3}$ و

حداکثر مقدار a برابر $-\frac{\pi}{3}$ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

۱۲- پاسخ: گزینه ۱

نکته: جواب‌های کلی معادله $\sin x = \sin \alpha$ به صورت $x = 2k\pi + \alpha$ و $x = (2k+1)\pi - \alpha$ می‌باشد که $k \in \mathbb{Z}$.
از رابطه $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ استفاده می‌کنیم و بین عبارت‌ها مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{1}{\sin 2x} + \frac{1}{\cos x} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2 \sin x \cos x} + \frac{1}{\cos x} = 0 \Rightarrow \frac{1+2 \sin x}{2 \sin x \cos x} = 0 \Rightarrow 1+2 \sin x = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2}$$

جواب‌های معادله $\sin x = -\frac{1}{2}$ در بازه $(0, 2\pi)$ ، زوایای $\frac{7\pi}{6}$ و $\frac{11\pi}{6}$ خواهد بود.

$$x_1 = \frac{7\pi}{6}, x_2 = \frac{11\pi}{6} \Rightarrow x_1 + x_2 = 2\pi$$

با توجه به اینکه مجموع جواب‌ها برابر 2π است، داریم:

$$m = 2\pi \Rightarrow \tan \frac{m}{12} = \tan \left(\frac{2\pi}{12} \right) \Rightarrow \tan \frac{m}{12} = \tan \frac{\pi}{6} \Rightarrow \tan \frac{m}{12} = 1$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

۱۳- پاسخ: گزینه ۳

نکته: توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

نکته: جواب‌های کلی معادله $\sin x = \sin \alpha$ به صورت $x = 2k\pi + \alpha$ و $x = (2k+1)\pi - \alpha$ می‌باشد که $k \in \mathbb{Z}$.

با توجه به نمودار تابع $y = 2 \sin \left(bx - \frac{\pi}{6} \right) + a$ ، داریم:

$$\max = 1 \Rightarrow a + 2 = 1 \Rightarrow a = -1$$

$$2T = \frac{11\pi}{9} - \left(-\frac{\pi}{9} \right) \Rightarrow 2T = \frac{12\pi}{9} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow |b| = 3 \xrightarrow{b>0} b = 3 \Rightarrow y = 2 \sin \left(3x - \frac{\pi}{6} \right) - 1$$

با توجه به شکل x_A و x_B به ترتیب دومین و چهارمین جواب مثبت معادله $y = 0$ هستند. پس با توجه به نکته ۲، داریم:

$$y = 0 \Rightarrow 2 \sin \left(3x - \frac{\pi}{6} \right) - 1 = 0 \Rightarrow \sin \left(3x - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \left(3x - \frac{\pi}{6} \right) = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x - \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{9} \\ \text{یا} \\ 3x - \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow 3x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi + \pi}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{9} \Rightarrow \begin{array}{c|cc} k & 0 & 1 \\ \hline x & \frac{\pi}{9} & \frac{7\pi}{9} \end{array} \\ x = \frac{2k\pi + \pi}{3} \Rightarrow \begin{array}{c|cc} k & 0 & 1 \\ \hline x & \frac{\pi}{3} & \pi \end{array} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{9}, \pi$$

پس $x_A = \frac{\pi}{3}$ و $x_B = \pi$ و در نتیجه $x_A + x_B = \frac{4\pi}{3}$ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۴)

۱۴- پاسخ: گزینه ۲

نکته: در رفع ابهام مثلثاتی که در آن x به سمت عددی غیر صفر میل می‌کند، عموماً از راه تغییر متغیر استفاده می‌کنیم.

نکته: در رفع ابهام مثلثاتی زمانی که $x \rightarrow 0$ است، سعی می‌کنیم آن را به عبارت $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ برسانیم.

نکته: برای رفع ابهام حالت $\frac{0}{0}$ رادیکالی، ابتدا مزدوج رادیکال را در آن ضرب می‌کنیم، سپس با تبدیل به چند جمله‌ای، آن را تجزیه می‌کنیم.

ابتدا با جای گذاری $x = \frac{1}{y}$ در عبارت، مشاهده می‌شود حاصل حد به صورت $\frac{0}{0}$ است که مبهم است و باید رفع ابهام شود:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\cos(\pi x)}{\sqrt{6x+1}-2} = \frac{0}{0} \quad (\text{مبهم})$$

حال با تغییر متغیر $x - \frac{1}{t} = t$ ، عبارت را بازنویسی می‌کنیم:

$$x - \frac{1}{t} = t \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{t} + t \\ t \rightarrow 0 \end{cases}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos(\pi(t + \frac{1}{t}))}{\sqrt{6(t + \frac{1}{t}) + 1} - 2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos(\frac{\pi}{t} + \pi t)}{\sqrt{6t + 4} - 2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\sin \pi t}{\sqrt{6t + 4} - 2} \times \frac{\sqrt{6t + 4} + 2}{\sqrt{6t + 4} + 2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\sin(\pi t)(\sqrt{6t + 4} + 2)}{6t}$$

حال عدد π را در صورت و مخرج ضرب کرده و حاصل حد را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{\pi \sin \pi t}{\pi t} \times \frac{-(\sqrt{6t + 4} + 2)}{6} \right) = \pi \times \frac{-4}{6} = -\frac{4\pi}{6} = -\frac{2\pi}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۵)

۱۵- پاسخ: گزینه ۲

نکته (پیوستگی بر بازه):

تابع f را بر بازه باز (a, b) پیوسته گوییم هرگاه در هر نقطه (a, b) پیوسته باشد.

می‌دانیم تابع $y = [g(x)]$ در نقاطی که $g(x)$ عددی صحیح است، ناپیوسته است (به جز نقاطی که

g ، مینیمم نسبی دارد؛ پس با توجه به اینکه $g(\frac{3}{4}) = 3$ و با توجه به نمودار مقابل حداقل α زمانی

به دست می‌آید که $g(\alpha) = 5$:

$$g(\alpha) = 5 \Rightarrow \frac{\alpha}{3\alpha - 2} = 5 \Rightarrow 15\alpha - 10 = \alpha \Rightarrow 15\alpha - \alpha = 10 \Rightarrow 14\alpha = 10 \Rightarrow \alpha = \frac{5}{7}$$

دقت داشته باشید اگر $g(\alpha)$ برابر ۴ باشد، در بازه $(\alpha, \frac{3}{4})$ ، نقطه ناپیوسته نخواهیم داشت.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)

۱۶- پاسخ: گزینه ۱

نکته: خط $y = L$ را مجانب افقی نمودار $y = f(x)$ می‌نامیم به شرطی که حداقل یکی از دو شرط $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ و

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ برقرار باشد.

نکته: اگر $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a$ و $g(x) = b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b$ ، آنگاه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_n}{b_m} x^{n-m}$$

با توجه به تعریف مجانب افقی، ابتدا این مجانب را به دست می‌آوریم:

$$y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{2x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \text{ مجانب افقی است.}$$

برای بررسی مجانب افقی از مقایسه تابع با مجانب افقی خود، بهره می‌بریم:

$$x \rightarrow +\infty: \frac{x+1}{2x-1} > \frac{1}{2} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 2x+2 > 2x-1 \Rightarrow 2 > -1$$

رابطه بدیهی است و همراه برقرار است یعنی در $x \rightarrow +\infty$ منحنی بالاتر از مجانب قرار گرفته است.

$$x \rightarrow -\infty: \frac{x+1}{2x-1} > \frac{1}{2} \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} 2x+2 < 2x-1 \Rightarrow 2 < -1$$

رابطه همواره نادرست است یعنی در $x \rightarrow -\infty$ منحنی پایین‌تر از مجانب قرار گرفته است.

بنابراین رفتار تابع f در اطراف مجانب افقی خود به صورت زیر است:



▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۱)

۱۷- پاسخ: گزینه ۲

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

نکته: طبق تعریف، مشتق تابع f در $x = a$ برابر است با:

حد مخرج کسر برابر صفر است. پس برای آنکه حد کسر نامتناهی نشود، باید حد صورت نیز برابر صفر باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 3} (xf(x) - 15) = 0 \Rightarrow 3f(3) - 15 = 0 \Rightarrow f(3) = 5$$

حاصل حد موردنظر را با استفاده از اضافه و کم کردن عبارت $3f(x)$ به دست می آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{xf(x) - 15}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{xf(x) - 3f(x) + 3f(x) - 15}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)(x - 3)}{x - 3} + \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3f(x) - 15}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} f(x) + 3 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 5}{x - 3}$$

$$= f(3) + 3f'(3) = 5 + 3f'(3)$$

حاصل حد برابر ۱۱ است، پس:

$$5 + 3f'(3) = 11 \Rightarrow 3f'(3) = 6 \Rightarrow f'(3) = 2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

۱۸- پاسخ: گزینه ۴

نکته: اگر $y = f(u)$ ، آنگاه $y' = f'(u) \times u'$.

از دو طرف تساوی داده شده، مشتق می گیریم:

$$f''(\tan x) = \cos^2 x + 8 \Rightarrow 3f''(\tan x) \times f'(\tan x) \times (1 + \tan^2 x) = -6 \sin^2 x$$

برای یافتن $f'(1)$ ، $x = \frac{\pi}{4}$ را جای گذاری می کنیم:

$$3f''(\tan \frac{\pi}{4}) \times f'(\tan \frac{\pi}{4}) \times (1 + \tan^2 \frac{\pi}{4}) = -6 \sin^2 \frac{\pi}{4} \Rightarrow 3f''(1) \times f'(1) \times 2 = -6 \times (-1) \Rightarrow f'(1) = \frac{1}{f''(1)}$$

از طرفی با جای گذاری $x = \frac{\pi}{4}$ در عبارت اصلی، داریم:

$$f''(\tan \frac{\pi}{4}) = \cos^2 \frac{\pi}{4} + 8 \Rightarrow f''(1) = 8 \Rightarrow f(1) = 2$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

$$f'(1) = \frac{1}{f''(1)} = \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

۱۹- پاسخ: گزینه ۴

نکته (مشتق ضرب توابع): اگر $f(x) = g(x) \times h(x)$ ، آنگاه $f'(x) = g'(x) \times h(x) + g(x) \times h'(x)$.

نکته: اگر $f(x) = \cos x$ ، آنگاه $f'(x) = -\sin x$.

$$f(x) = \cos x \times \cos^2 x \Rightarrow f'(x) = -\sin x \times \cos^2 x + \cos x \times (-2 \sin^2 x)$$

$$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{6}) = -\sin \frac{\pi}{6} \times \cos^2 \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6} \times (-2 \sin^2 \frac{\pi}{6}) \Rightarrow f'(\frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times -2 \times \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{4} - \frac{3}{4} \Rightarrow f'(\frac{\pi}{6}) = -1$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

۲۰- پاسخ: گزینه ۴

نکته: اگر تابع مشتق پذیر f در $x = a$ دارای اکسترمم نسبی باشد، آنگاه $f'(a) = 0$.

نکته (آزمون مشتق دوم): اگر تابع f در $x = a$ اکسترمم نسبی داشته باشد و $f''(a) > 0$ آنگاه $x = a$ مینیمم نسبی و اگر $f''(a) < 0$ آنگاه $x = a$ ماکزیمم نسبی تابع f است.

ابتدا نقاط بحرانی تابع f را در دامنه $(0, \pi)$ محاسبه می کنیم.

$$y' = 0 \Rightarrow 2 \cos x - 2 \sin^2 x = 0 \Rightarrow \cos x - 2 \sin x \cos x = 0 \Rightarrow \cos x (1 - 2 \sin x) = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \text{ یا } \sin x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

برای یافتن آنکه این نقاط ماکزیمم یا مینیمم هستند از آزمون مشتق دوم استفاده می کنیم:

$$y' = 2 \cos x - 2 \sin^2 x \Rightarrow y'' = -2 \sin x - 4 \cos^2 x$$

$$f''(\frac{\pi}{2}) = -2 \sin \frac{\pi}{2} - 4 \cos^2 \frac{\pi}{2} = -2 + 4 = 2 > 0$$

$$f''(\frac{\pi}{6}) = -2 \sin \frac{\pi}{6} - 4 \cos^2 \frac{\pi}{6} = -1 - 4 \times \frac{3}{4} = -4 < 0$$

$$f''(\frac{5\pi}{6}) = -2 \sin \frac{5\pi}{6} - 4 \cos^2 \frac{5\pi}{6} = -1 - 4 \times (\frac{1}{2})^2 = -2 < 0$$

بنابراین تابع f در $x = \frac{\pi}{2}$ دارای مینیمم نسبی در $x = \frac{\pi}{6}$ و $x = \frac{5\pi}{6}$ دارای ماکزیمم نسبی است. یعنی تابع f در بازه $(0, \pi)$ دارای دو

ماکزیمم نسبی و یک مینیمم نسبی است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

۲۱- پاسخ: گزینه ۳

نکته: اگر توابع f و g در $x = a$ مشتق پذیر باشند، آنگاه توابع $f \pm g$ و $\frac{f}{g}$ (که $g(a) \neq 0$) نیز در $x = a$ مشتق پذیرند و داریم:

الف) $(f \pm g)'(a) = f'(a) \pm g'(a)$ ب) $\left(\frac{f}{g}\right)'(a) = \frac{f'(a)g(a) - g'(a)f(a)}{(g(a))^2}$

نکته (قضیه): فرض کنیم تابع f بر بازه $[a, b]$ پیوسته و بر بازه (a, b) مشتق پذیر باشد. در این صورت اگر به ازای هر x در بازه (a, b) ، $f'(x) < 0$ ، آنگاه تابع f بر $[a, b]$ نزولی اکید است.

با توجه به ارتباط بین مشتق اول و یکنوایی، کافی است مشتق اول تابع را تعیین علامت کنیم:

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$f'(x) = \frac{(2x+3)(x-1) - (1)(x^2+3x)}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} = \frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}$$

حال مشتق اول تابع را تعیین علامت می کنیم:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
y'		+	-	-	+
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$\searrow$	$\nearrow +\infty$

ت ن

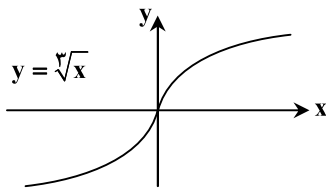
تابع f در بازه های $(-1, 1)$ و $(1, 3)$ اکیداً نزولی است. پس در هر زیرمجموعه ای از آن ها نیز اکیداً نزولی است. در نتیجه گزینه ای را انتخاب می کنیم که زیرمجموعه ای از این بازه باشد؛ بنابراین گزینه ۳ درست است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۲)

۲۲- پاسخ: گزینه ۱

نکته: نقطه ای که تقعر تابع در آن تغییر کند و خط مماس در آن نقطه موجود باشد، «نقطه عطف» تابع است.

می دانیم تابع $y = \sqrt[3]{x}$ در مبدأ مختصات نقطه عطف دارد؛ زیرا دارای خط مماس قائم بوده و جهت تقعر آن عوض می شود.



$$y = \sqrt[3]{x} \Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \Rightarrow y'' = \frac{-2}{9\sqrt[3]{x^5}}$$

x		0	
y''	+		-
y	$\cup$		$\cap$

پس در تابع $y = \sqrt[3]{(k+1)-3x} + 2k - 9$ ، نقطه $(\frac{k+1}{3}, 2k-9)$ نقطه عطف است؛ زیرا به ازای $x = \frac{k+1}{3}$ عبارت زیر فرجه سوم صفر

$$x > 0 \Rightarrow \frac{k+1}{3} > 0 \Rightarrow k > -1$$

می شود. این نقطه در ناحیه چهارم قرار دارد، پس:

$$y < 0 \Rightarrow 2k - 9 < 0 \Rightarrow k < \frac{9}{2}$$

پس $-1 < k < \frac{9}{2}$ و k می تواند ۵ مقدار صحیح $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ را اختیار کند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

۲۳- پاسخ: گزینه ۲

نکته ۱ (احتمال شرطی): احتمال وقوع پیشامد A به شرطی که پیشامد B رخ داده باشد را با $P(A|B)$ نمایش می دهیم که برابر است با:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

نکته ۲: در حالتی که فضای نمونه هم شانسی است، شرطی کردن پیشامد A نسبت به پیشامد B ، مثل این است که فضای نمونه S را کنار گذاشته و B را فضای نمونه در نظر می گیریم. در این صورت B را فضای نمونه کاهش یافته می نامیم.

با توجه به نکته ۲، فضای نمونه کاهش یافته آن است که مجموع تاس ها ۶ باشد که شامل حالات زیر است:

$$3! = 6 : \text{تعداد جایگشت های } (1, 2, 3)$$

$$\frac{3!}{2!} = 3 : \text{تعداد جایگشت های } (1, 1, 4)$$

$$\text{یک حالت: } (2, 2, 2)$$

پس $n(S) = 6 + 3 + 1 = 10$ و پیشامد مطلوب $A = \{(2, 2, 2)\}$ است، بنابراین:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{10}$$

۲۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۴)

نکته ۱: برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم:

۱) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

۲) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

۳) $P(A') = 1 - P(A)$

نکته ۲: پیشامدهای A و B را «مستقل» می‌گوییم، هرگاه وقوع یکی از آنها در احتمال وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد. به عبارت دیگر دو پیشامد A و B مستقل اند، اگر و تنها اگر $P(A \cap B) = P(A)P(B)$. دو پیشامدی که مستقل نباشند، «وابسته» نامیده می‌شوند.

نکته ۳: اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، پیشامدهای «A و B'»، «A' و B»، «A' و B'» و «B و A'» نیز مستقل اند. اولاً با توجه به نکته ۱، داریم:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \Rightarrow 0/5 = P(A) - 0/2 \Rightarrow P(A) = 0/7$$

$$P(A') = 1 - P(A) \Rightarrow P(A') = 1 - 0/7 \Rightarrow P(A') = 0/3$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Rightarrow 0/2 = 0/7 \times P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{2}{7}$$

ثانیاً با توجه به نکته ۲، داریم:

و در نهایت، خواسته سؤال برابر است با:

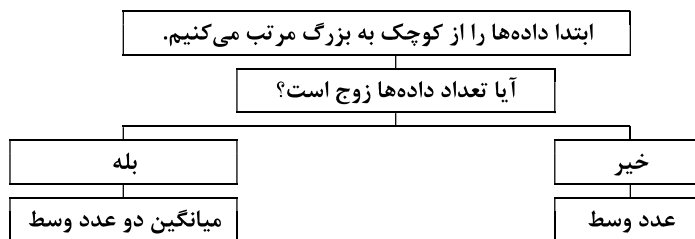
$$P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A' \cap B) = \frac{3}{10} + \frac{2}{7} - (P(A') \times P(B)) = \frac{41}{70} - \left(\frac{3}{10} \times \frac{2}{7}\right) = \frac{41}{70} - \frac{6}{70} = \frac{35}{70} = \frac{1}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۲)

۲۵- پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱ (میان، چارک اول و چارک سوم): عدد وسط مجموعه‌ای از داده‌ها را که از کوچک به بزرگ مرتب شده باشند، «میان» داده‌ها می‌گوییم و آن را با Q_2 نشان می‌دهیم. میان یک‌دوم اول داده‌های مرتب شده را «چارک اول» می‌گوییم و آن را با Q_1 نشان می‌دهیم. همچنین میان یک‌دوم آخر داده‌های مرتب شده را «چارک سوم» می‌گوییم و آن را با Q_3 نشان می‌دهیم.

نکته ۲: نحوه به‌دست آوردن میان به‌صورت زیر است:



ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$a-6, a-2, a-1, \underbrace{a, a+3}_{\text{دو داده وسط}}, a+5, a+8, a+10$$

تعداد داده‌ها، ۸ تا است، پس میانگین دو داده وسط برابر با میان است.

$$Q_2 = \frac{a + (a+3)}{2} \Rightarrow 17/5 = \frac{2a+3}{2} \Rightarrow 2a+3 = 35 \Rightarrow 2a = 32 \Rightarrow a = 16$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۳)

۲۶- پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱ (انحراف معیار داده‌ها): اگر n داده از جامعه به‌صورت $x_1, x_2, \dots, x_n$ داشته باشیم، انحراف معیار آن‌ها را با نماد σ نشان می‌دهیم، که به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

که در آن $x_i - \bar{x}$ را «انحراف داده i ام از میانگین داده‌ها» می‌گویند.

نکته ۲ (واریانس داده‌ها): توان دوم انحراف معیار داده‌ها را «واریانس داده‌ها» گویند و آن را با نماد σ^2 نشان می‌دهیم. با توجه به صورت سؤال، میانگین هر دو دسته از داده‌ها برابر ۴ است، پس میانگین همه این ۹ داده برابر ۴ است. به کمک مقادیر واریانس‌های داده‌شده، مجموع مجذور اختلاف داده‌ها از میانگین را در هر دو دسته از داده‌ها به‌دست می‌آوریم:

$$2/5 = \frac{(x_1 - 4)^2 + \dots + (x_4 - 4)^2}{4} \Rightarrow (x_1 - 4)^2 + \dots + (x_4 - 4)^2 = 10$$

$$3 = \frac{(x_5 - 4)^2 + \dots + (x_9 - 4)^2}{5} \Rightarrow (x_5 - 4)^2 + \dots + (x_9 - 4)^2 = 15$$

پس واریانس همه این داده‌ها برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - 4)^2 + \dots + (x_9 - 4)^2}{9} = \frac{10 + 15}{9} = \frac{25}{9}$$

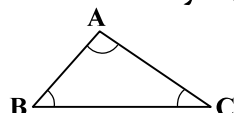
بنابراین انحراف معیار داده‌ها برابر جذر واریانس، یعنی $\sigma = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$ است.

۲۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۲)

نکته ۱: هر نقطه که روی نیمساز یک زاویه قرار داشته باشد، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است و هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد، روی نیمساز آن زاویه قرار دارد.

نکته ۲: هر نقطه که روی عمودمنصف یک پاره‌خط باشد از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است و هر نقطه که از دو سر پاره‌خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف آن پاره‌خط قرار دارد.

نکته ۳: اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر.



$$\hat{C} < \hat{B} \Rightarrow AB < AC$$

با توجه به ویژگی نیمساز یک زاویه، داریم:

$$\hat{AOD} \cong \hat{AOE} \Rightarrow AD = AE$$

بنابراین با توجه به اینکه D وسط AB است، داریم:

$$BD = AD = AE$$

حال اگر در نظر بگیریم:

$$BD = AD = AE = x, \quad CE = y$$

با توجه به نکته، خواهیم داشت:

$$\hat{B} > \hat{C} \Rightarrow AC > AB \Rightarrow x + y > 2x \Rightarrow y > x \Rightarrow CE > AE$$

پس تا اینجا گزینه ۳ درست و گزینه‌های ۱ و ۴ رد می‌شود.

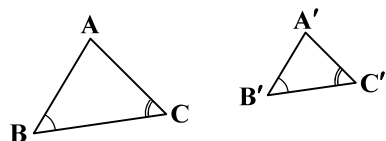
در مورد گزینه ۲، داریم:

$$y > x \Rightarrow y^2 > x^2 \Rightarrow OE^2 + y^2 > OE^2 + x^2 \Rightarrow OC^2 > OA^2 \Rightarrow OC > OA \xrightarrow{OA=OB} OC > OB$$

در نتیجه فقط نامساوی گزینه ۳ برقرار است.

۲۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳)

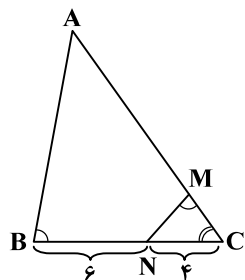
نکته: هرگاه دو زاویه از مثلثی، با دو زاویه از مثلث دیگر هم‌اندازه باشند، دو مثلث متشابه‌اند.



$$(\hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}') \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

نکته: در دو مثلث متشابه نسبت اضلاع متناظر با هم برابر است. اضلاع متناظر در دو مثلث اضلاعی هستند که روبه‌روی زوایایی برابر قرار دارند.

با توجه به نکات، دو مثلث ABC و MNC متشابه هستند و داریم:



$$\begin{cases} \hat{NMC} = \hat{B} \\ \hat{C} = \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \triangle MNC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{NM}{AB} = \frac{NC}{AC} = \frac{MC}{BC} \quad (1)$$

$$MC = \frac{1}{3} AC \Rightarrow AM = 2MC \Rightarrow AC - MC = 2MC$$

$$\Rightarrow AC = 3MC \Rightarrow MC = \frac{1}{3} AC \quad (2)$$

از (۱) و (۲) داریم:

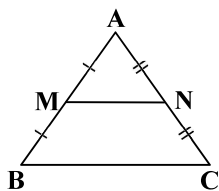
$$\begin{cases} MC = \frac{1}{3} AC \\ \frac{NC}{AC} = \frac{MC}{BC} \end{cases} \Rightarrow \frac{NC}{AC} = \frac{\frac{1}{3} AC}{BC} \Rightarrow \frac{1}{3} AC^2 = NC \cdot BC \Rightarrow AC^2 = 3NC \cdot BC \Rightarrow AC^2 = 3 \times 4 \times 10 = 120$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{120} = 4\sqrt{3}$$

۲۹- پاسخ: گزینه ۳

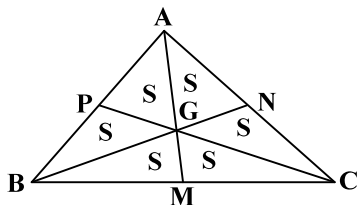
▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۲)

نکته ۱: اگر M و N وسط دو ضلع AB و AC از مثلث ABC باشند، آنگاه مثلث AMN با نسبت $\frac{1}{2}$ با مثلث ABC متشابه است، در نتیجه نسبت مساحت آن‌ها $\frac{1}{4}$ است.



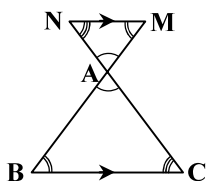
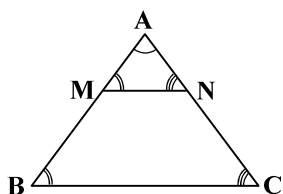
نکته ۲: سه میانه هر مثلث آن را به شش مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کند.

$$S_{\triangle APG} = S_{\triangle ANG} = S_{\triangle BPG} = S_{\triangle BMG} = S_{\triangle CMG} = S_{\triangle CNG} = S = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC}$$



نکته (قضیه اساسی تشابه مثلث‌ها): اگر خط راستی موازی یکی از اضلاع مثلثی، دو ضلع دیگر (یا امتداد آن‌ها) را در دو نقطه قطع کند، مثلثی با آن‌ها تشکیل می‌دهد که با مثلث اصلی متشابه است.

$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$$



با توجه به نکات، در شکل مقابل، داریم:

$$S_{PBC} = \frac{2}{3} S_{ABC} \Rightarrow S_{PBC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \quad (1)$$

مثلث‌های MPN و PBC متشابه‌اند:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle MPN \sim \triangle PBC, k = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{MPN}}{S_{PBC}} = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{MPN} = \frac{1}{4} S_{PBC} \quad (2)$$

$$S_{MPN} = \frac{1}{12} S_{ABC} \quad (*) \text{ از (۱) و (۲) داریم:}$$

$$S_{AMN} = \frac{1}{4} S_{ABC} \quad (**) \text{ با توجه به نکته ۱ داریم:}$$

$$\frac{S_{AMN}}{S_{MPN}} = \frac{\frac{1}{4} S_{ABC}}{\frac{1}{12} S_{ABC}} = 3 \text{ بنابراین از (*) و (**) نتیجه می‌شود:}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۲)

۳۰- پاسخ: گزینه ۲

فرض کنیم طول ضلع مربع بزرگ‌تر برابر با a و طول ضلع مربع کوچک‌تر برابر با b باشد. با توجه به شکل داریم:

$$a = 2R = 2$$

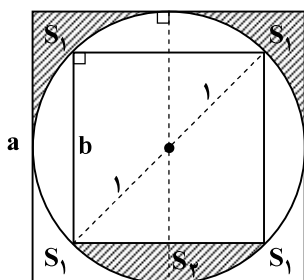
$$b\sqrt{2} = 2R = 2 \Rightarrow b = \sqrt{2}$$

$$S = a^2 = 2^2 = 4 \text{ مساحت مربع بزرگ}$$

$$S' = b^2 = (\sqrt{2})^2 = 2 \text{ مساحت مربع کوچک}$$

$$\begin{cases} S_1 = \frac{1}{4} (S - S_{\text{دایره}}) = \frac{1}{4} (4 - \pi \times 1^2) = \frac{4 - \pi}{4} \\ S_2 = \frac{1}{4} (S_{\text{دایره}} - S') = \frac{1}{4} (\pi \times 1^2 - 2) = \frac{\pi - 2}{4} \end{cases} \Rightarrow S_{\text{هاشور}} = 2S_1 + S_2$$

$$\Rightarrow S_{\text{هاشور}} = \frac{8 - 2\pi}{4} + \frac{\pi - 2}{4} = \frac{6 - \pi}{4}$$



۳۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۱)

نکته ۱: برای پیدا کردن بازتاب یک نقطه مثل A نسبت به خط d، کافی است از نقطه A به خط داده شده عمودی وارد کنیم و پای عمود را H بنامیم. حال AH را از سمت H به اندازه خودش امتداد می دهیم تا A' به دست آید. در این صورت A' را بازتاب یا قرینه A نسبت به خط d می نامیم و می نویسیم:

$$S(A) = A'$$

در چنین حالتی خط d عمود منصف پاره خط AA' خواهد بود.

خط d، خط بازتاب یا محور بازتاب نامیده می شود.

اگر نقطه ای روی خط بازتاب باشد، تصویر آن بر خودش منطبق می شود؛ به عبارتی A' همان A است.

نکته ۲: در هر تبدیل، نقطه ای را که تبدیل یافته آن بر خود آن نقطه منطبق می شود، «نقطه ثابت تبدیل» می نامند.

دو خط موازی، بازتاب یکدیگر نسبت به خط وسط آن دو خط می باشند، بنابراین در شکل مقابل، خط Δ موازی MN و BC و در وسط آن ها، محور بازتاب است.

میانۀ AD را رسم می کنیم تا خط Δ را در نقطه G قطع کند. نقطه G نقطه ثابت تبدیل است، زیرا بازتاب آن نسبت به خط Δ بر خودش منطبق است. از طرفی طبق تالس داریم:

$$\frac{AG}{AD} = \frac{AF}{AB} \Rightarrow \frac{AG}{AD} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow AG = \frac{2}{3}AD \Rightarrow GD = \frac{1}{3}AD$$

نقطه G، میانۀ AD را به نسبت ۱ به ۲ قطع کرده است، پس نقطه G، نقطه همرسی میانه های مثلث یعنی مرکز ثقل مثلث ABC است.

۳۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۴)

نکته ۱: مساحت هر متوازی الاضلاع برابر است با حاصل ضرب دو ضلع مجاور در سینوس زاویه بین آن دو ضلع.

$$S = AB \cdot AD \cdot \sin \hat{A}$$

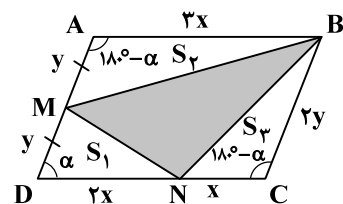
نکته ۲: مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب اندازه های هر دو ضلع در سینوس زاویه بین آن ها:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}bc \cdot \sin \hat{A} = \frac{1}{2}ab \cdot \sin \hat{C} = \frac{1}{2}ac \cdot \sin \hat{B}$$

ابتدا طبق اطلاعات مسئله، در شکل مقابل داریم:

$$DN = 2NC \Rightarrow \begin{cases} NC = x \\ DN = 2x \end{cases} \Rightarrow AB = CD = 3x$$

$$AM = MD = y \Rightarrow BC = AD = 2y$$



اکنون مساحت هر مثلث را بر حسب x و y و $\sin \alpha$ می یابیم و واضح است که مساحت قسمت هاشور خورده برابر است با مساحت متوازی الاضلاع منهای مساحت ۳ مثلث کناری. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} S_1 = \frac{1}{2} \times 2x \cdot y \sin \alpha = x \cdot y \sin \alpha \\ S_2 = \frac{1}{2} \times 3x \cdot y \sin (180^\circ - \alpha) = \frac{3}{2}xy \sin \alpha \\ S_3 = \frac{1}{2} \times 2y \cdot x \sin (180^\circ - \alpha) = xy \sin \alpha \end{cases} \Rightarrow S_1 + S_2 + S_3 = \frac{5}{2}xy \sin \alpha$$

$$S_{\triangle MBN} = S_{ABCD} - (S_1 + S_2 + S_3) = (3x)(2y) \sin \alpha - \frac{5}{2}xy \sin \alpha = \frac{\Delta}{2}xy \sin \alpha$$

$$S_{\triangle MBN} = \Delta \Rightarrow \frac{\Delta}{2}xy \sin \alpha = \Delta \Rightarrow xy \sin \alpha = 2 \Rightarrow S_{ABCD} = 6xy \sin \alpha = 6 \times 2 = 12$$

در نتیجه داریم:

۳۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس‌های ۱ و ۲)

نکته ۱: عدد $(ad - bc)$ را دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ می‌نامیم و با نماد $|A|$ (می‌خوانیم، دترمینان A) نشان می‌دهیم بنابراین می‌توان گفت:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

نکته ۲: اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، در این صورت وارون ماتریس A یعنی A^{-1} از تساوی زیر به دست می‌آید:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

ابتدا ماتریس A^{-1} را می‌یابیم:

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = (-5) - (-4) = -5 + 4 = -1 \Rightarrow A^{-1} = -\frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

حال با استفاده از فرض سؤال، داریم:

$$\alpha A^{-1} + \beta I = \alpha \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha & 2\alpha \\ -2\alpha & 5\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -\alpha + \beta & 2\alpha \\ -2\alpha & 5\alpha + \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ -6 & 17 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\alpha = 6 \\ -\alpha + \beta = -1 \end{cases} \Rightarrow \alpha = 3, \beta = 2 \Rightarrow \alpha + \beta = 5$$

۳۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: در حالت کلی اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب و $B = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}$ ماتریس مقادیر معلوم و $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ ماتریس مجهولات دستگاه دو

معادله و دو مجهول $\begin{cases} ax + by = e_1 \\ cx + dy = e_2 \end{cases}$ باشند، در این صورت دستگاه مذکور به شکل معادله ماتریسی $AX = B$ نوشته شده و در صورتی که

ماتریس A وارون پذیر باشد یا $|A| \neq 0$ با ضرب A^{-1} از چپ در معادله فوق می‌توان مجهولات را به صورت زیر به دست آورد:

$$AX = B \Rightarrow A^{-1}(AX) = A^{-1}B \Rightarrow (A^{-1}A)X = A^{-1}B \Rightarrow IX = A^{-1}B \Rightarrow X = A^{-1}B$$

اگر A ماتریس ضرایب باشد، داریم:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = 1 \end{cases} \Rightarrow AX = B, A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} c \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1} \cdot B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c \\ 2c - 1 \end{bmatrix} \Rightarrow c = -1 \Rightarrow y = 2c - 1 \Rightarrow y = -3$$

۳۵- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

نکته ۱:

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a} \quad \text{خاصیت ۱:}$$

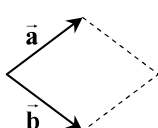
$$\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0} \quad \text{خاصیت ۲:}$$

خاصیت ۳: برای سه بردار $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ داریم:

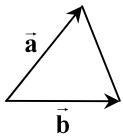
$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$$

$$(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = (\vec{a} \times \vec{c}) + (\vec{b} \times \vec{c})$$

نکته ۲: مساحت متوازی‌الاضلاع: اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار غیرصفر باشند که زاویه بین آن‌ها θ است، متوازی‌الاضلاعی که روی این دو بردار ساخته می‌شود را در نظر می‌گیریم. اندازه حاصل ضرب خارجی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر عدد مساحت متوازی‌الاضلاعی است که این دو بردار اضلاع مجاور آن می‌باشند.

$$S = |\vec{a} \times \vec{b}|$$


نکته ۳: مساحت مثلثی که توسط دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ساخته می‌شود برابر است با:



$$S = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$$

با توجه به نکات، داریم:

$$S_{\text{متوازی الاضلاع}} = |(\vec{3a} - \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{3b})| = \left| \underbrace{\vec{3a} \times \vec{a}}_0 - \vec{9a} \times \vec{b} - \underbrace{\vec{b} \times \vec{a}}_{+\vec{a} \times \vec{b}} + \underbrace{\vec{3b} \times \vec{b}}_0 \right| = |-\vec{9a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{b}| = |-\vec{8a} \times \vec{b}| = 8 |\vec{a} \times \vec{b}| \quad (1)$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} |(\vec{2a} + \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{2b})| = \frac{1}{2} \left| \underbrace{\vec{2a} \times \vec{a}}_0 + \vec{2a} \times \vec{b} + \underbrace{\vec{b} \times \vec{a}}_{-\vec{a} \times \vec{b}} + \underbrace{\vec{2b} \times \vec{b}}_0 \right| = \frac{1}{2} |\vec{2a} \times \vec{b} - \vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{8} |\vec{a} \times \vec{b}| \quad (2)$$

و در نهایت با استفاده از (۱) و (۲)، خواسته سؤال برابر است با:

$$\frac{S_{\text{متوازی الاضلاع}}}{S_{\text{مثلث}}} = \frac{8 |\vec{a} \times \vec{b}|}{\frac{1}{8} |\vec{a} \times \vec{b}|} = \frac{16}{1} = 16$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۲)

۳۶- پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱: با داشتن مختصات مرکز و طول شعاع دایره، می‌توان معادله آن را تعیین کرد و برعکس با داشتن معادله دایره می‌توان مختصات مرکز و طول شعاع آن را به دست آورد.

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2 \Rightarrow \text{شعاع دایره، } O'(\alpha, \beta) : \text{ مرکز دایره}$$

نکته ۲: در دو دایره مماس خارج $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ داریم: $OO' = R + R'$

نکته ۳: شعاع، در نقطه تماس، بر خط مماس، عمود است.

با توجه به نکته ۱، مرکز و شعاع دایره‌های C و C' را می‌یابیم:

$$\begin{cases} C: (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = m \Rightarrow \text{شعاع } R = \sqrt{m}, \text{ مرکز } O(2, 3) \\ C': (x + 2)^2 + y^2 = 9 \Rightarrow \text{شعاع } R' = 3, \text{ مرکز } O'(-2, 0) \end{cases}$$

$$OO' = R + R' \Rightarrow \sqrt{16 + 9} = \sqrt{m} + 3 \Rightarrow \sqrt{m} = 2 \Rightarrow m = 4$$

با توجه به نکته ۲، چون دو دایره، مماس خارج‌اند، داریم:

$$R = 2$$

بنابراین شعاع دایره C برابر است با:

مطابق شکل، بلندترین مماس، مماسی است که از دورترین نقطه دایره C بر دایره C' رسم می‌شود (نقطه M)، بنابراین طول مماس MT به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه MTO' به دست می‌آید.

$$MT = \sqrt{O'M^2 - O'T^2} = \sqrt{49 - 9} = \sqrt{40} = \sqrt{4 \times 10} = 2\sqrt{10}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

۳۷- پاسخ: گزینه ۱

نکته ۱: می‌توان به دو طرف یا یک طرف یک رابطه هم‌نهشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \equiv b \Rightarrow \begin{cases} a + mt \equiv b + mk \\ a - mt \equiv b - mk \end{cases}$$

نکته ۲: اگر بخواهیم دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را بر عددی تقسیم کنیم، باید پیمانه آن هم‌نهشتی را بر ب.م.م آن عدد و پیمانه تقسیم کنیم.

$$ac \equiv bc, (c, m) = d \Rightarrow a \equiv \frac{\frac{m}{d}}{b} b$$

$$0 \leq r < b, a \equiv r$$

نکته ۳: اگر باقی‌مانده تقسیم عدد صحیح a بر عدد طبیعی b برابر r باشد، داریم:

نکته ۴: برای یافتن باقی‌مانده تقسیم هر عدد صحیح مانند a بر عدد طبیعی b ، باید هم‌نهشت a را به پیمانه b چنان بباییم که از b کوچک‌تر و نامنفی باشد، یعنی:

$$a \equiv r, 0 \leq r < b \Rightarrow \text{باقی‌مانده } a \text{ بر } b = r$$

با توجه به نکات، چون باقی‌مانده تقسیم $5x - 7$ بر ۱۷ برابر ۹ است، داریم:

$$5x - 7 \equiv 9 \Rightarrow 5x \equiv 9 + 7 \equiv 16 \Rightarrow 5x \equiv 16 + 2 \times 17 \Rightarrow 5x \equiv 50 \xrightarrow{(\div 5, 17)=1} x \equiv 10 \xrightarrow{\times 7} 7x \equiv 70$$

$$\Rightarrow 7x - 5 \equiv 70 - 5 \equiv 65 \Rightarrow 7x - 5 \equiv 65 - 3 \times 17 \Rightarrow 7x - 5 \equiv 14$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

۳۸- پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱: دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را می‌توان به توان n رساند. ($n \in \mathbb{N}$)

$$a \equiv b \Rightarrow a^n \equiv b^n$$

نکته ۲: می‌توان به دو طرف یا یک طرف یک رابطه هم‌نهشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \equiv b \Rightarrow \begin{cases} a + mt \equiv b + mk \\ a - mt \equiv b - mk \end{cases}$$

طبق فرض داریم:

$$\Delta^n - 1 \equiv 0 \Rightarrow \Delta^n \equiv 1$$

بنابراین باید n هایی را بیابیم که به‌ازای آن‌ها، Δ^n در پیمانه ۹ با ۱ هم‌نهشت باشد.

$$\Delta^3 \equiv 125 \Rightarrow \Delta^3 \equiv 125 - 9 \times 14 \Rightarrow \Delta^3 \equiv -1 \xrightarrow{\text{توان } 2k} \Delta^{6k} \equiv 1$$

بنابراین $n = 6k$. اکنون تعداد n های دورقمی را به‌دست می‌آوریم:

$$10 \leq n \leq 99 \Rightarrow 10 \leq 6k \leq 99 \xrightarrow{k \in \mathbb{N}} 2 \leq k \leq 16 \Rightarrow k = 2, 3, \dots, 16$$

بنابراین تعداد این اعداد برابر است با: $16 - 2 + 1 = 15$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۱)

۳۹- پاسخ: گزینه ۱

نکته: تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_k = n$ با شرط $x_i \geq r_i$ ($1 \leq i \leq k$) برابر است با:

$$\binom{n+k-1-(r_1+r_2+\dots+r_k)}{k-1}$$

از آنجایی که تعداد جواب‌های صحیح و مثبت (طبیعی) را می‌خواهیم پس پیش‌فرض‌های $x_1 \geq 1, x_2 \geq 1, x_3 \geq 1$ و $x_4 \geq 1$ را باید در نظر بگیریم.از طرفی شروط $x_1 \geq 2, x_2 \geq 4, x_3 \geq 7$ و نیز وجود دارند.

پس با توجه به نکته، تعداد جواب‌های معادله با شرایط ذکر شده برابر است با:

$$\binom{18+6-1-(2+1+4+1+1+7)}{6-1} = \binom{7}{5} = \binom{7}{2} = 21$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۲)

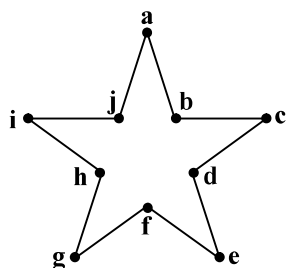
۴۰- پاسخ: گزینه ۳

نکته: عدد احاطه‌گری گراف‌های C_n و P_n برابر $\left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor$ است.با توجه به نکته و اینکه گراف داده شده به صورت C_1 است، خواهیم داشت:

$$k = \left\lfloor \frac{10}{3} \right\rfloor = 3 \Rightarrow C_{2k} = C_6$$

عدد احاطه‌گری گراف C_8 برابر است با:

$$\left\lfloor \frac{8}{3} \right\rfloor = 2$$



فیزیک



▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۴۱- پاسخ: گزینه ۲

انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن بر اثر پدیده همرفت طبیعی رخ می‌دهد.

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۴۲- پاسخ: گزینه ۱

در موج پیش‌رونده هر ذره محیط به‌عنوان چشمه (منبع) برای ذره بعدی رفتار می‌کند و برای پیدا کردن وضعیت حرکت هر ذره، باید به ذره

قبل از آن نگاه کرد. اگر ذره قبل از آن بالای آن نقطه باشد، نقطه موردنظر بالا می‌رود و اگر پایین آن باشد، نقطه موردنظر پایین می‌آید.

با توجه به شکل A و B در حال بالارفتن هستند و چون B در مرکز نوسان است، شتاب آن صفر خواهد بود.

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۵)

۴۳- پاسخ: گزینه ۳

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: در مولد لیزر گسیل القایی انجام می‌شود و فوتون‌های تشکیل دهنده باریکه لیزری هم‌بسامد، هم‌فاز و هم‌جهت هستند.

گزینه ۲: تعداد فوتون‌های تولیدشده در هر ثانیه به توان تابشی چشمه پرتو بستگی دارد و لزوماً در مورد لیزر بیشتر نیست.

گزینه ۴: وقتی از یک لامپ قرمز تک‌رنگ صحبت می‌کنیم یعنی فوتون‌های هم‌بسامد تولید می‌کند.

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۴۴- پاسخ: گزینه ۱

نظم قرار گرفتن موج‌ها بر اساس افزایش بسامد (کاهش طول موج) به ترتیب از راست به چپ به صورت زیر است:

رادیویی میکروموج فرورسرخ طیف نور مرئی فرابنفش پرتوهای X پرتوهای گاما

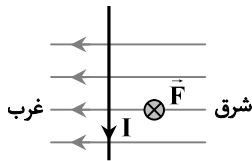
P Q R S T

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۴۵- پاسخ: گزینه ۱

$$F = IB\ell \sin \alpha \Rightarrow 9 \times 10^{-3} = B \times 0.2 \times 1 / 5 \Rightarrow B = \frac{9 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{-1}} = 0.3 \text{ T} = 300 \text{ G}$$

با توجه به قاعده دست راست و شکل روبه‌رو، جهت جریان الکتریکی به سمت پایین به دست می‌آید.



▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۶- پاسخ: گزینه ۲

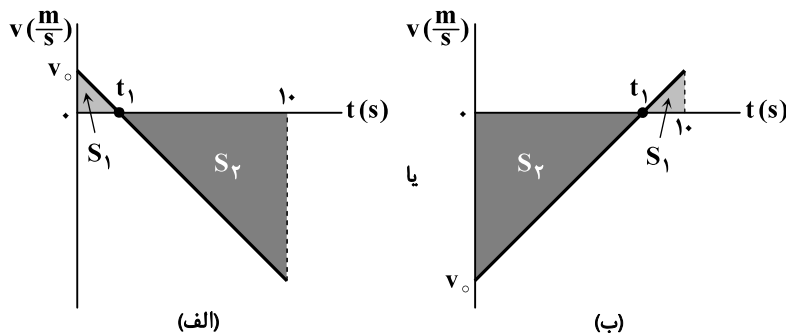
چون سرعت متوسط و تندی متوسط هم‌اندازه نیستند، جهت حرکت در مدت زمان موردنظر تغییر کرده است. (هرگاه در یک بازه زمانی،

جهت حرکت ثابت باشد، بزرگی سرعت متوسط با تندی متوسط برابر می‌شود.)

نمودار سرعت-زمان یک حرکت با شتاب ثابت، خطی است. اگر $a_{17} > 0$ باشد، جهت حرکت تغییر نمی‌کند و اگر $a_{17} < 0$ باشد، جهت

حرکت یک‌بار تغییر می‌کند.

$$\begin{cases} \Delta x = v_{av} \Delta t = -12 \times 10 = -120 \text{ m} \\ \ell = s_{av} \cdot \Delta t = 13 / 6 \times 10 = 136 \text{ m} \end{cases}$$



پس در مدت زمان موردنظر یک جابه‌جایی در جهت محور و یک جابه‌جایی خلاف جهت محور داریم که بزرگی جابه‌جایی در خلاف جهت محور بیشتر است. با توجه به اینکه جابه‌جایی مساحت ناحیه زیر نمودار $v-t$ است، نمودار $v-t$ در این مدت به یکی از شکل‌های روبه‌رو است:

$$\begin{cases} \ell = S_1 + S_2 = 136 \text{ m} \\ \Delta x = S_1 - S_2 = -120 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_1 = 8 \\ S_2 = 128 \end{cases} \Rightarrow S_2 = 16 S_1$$

دو مثلث مشخص شده در شکل متشابه هستند و مساحت یکی از آن‌ها ۱۶ برابر دیگری است، می‌دانیم در مثلث‌های متشابه نسبت مساحت‌ها

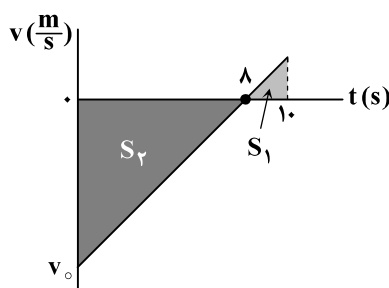
برابر مربع نسبت تشابه است؛ یعنی در اینجا نسبت تشابه ۴ به ۱ می‌شود. پس مدت زمان ۱۰ ثانیه باید به نسبت ۴ به ۱ تقسیم شود، که

می‌شود ۲ ثانیه و ۸ ثانیه. (دو تا عدد می‌خواهیم به نسبت ۴ به ۱ که جمع آن‌ها ۱۰ شود؛ یعنی $\frac{10}{4+1} \times 4$ و $\frac{10}{4+1} \times 1$)

با توجه به شکل «الف»:

$$S_1 = \frac{2 \times v_0}{2} = 8 \Rightarrow v_0 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 8}{2} = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

در شکل «ب» داریم:



$$S_2 = \frac{8 \times |v_0|}{2} = 128 \Rightarrow v_0 = -32 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

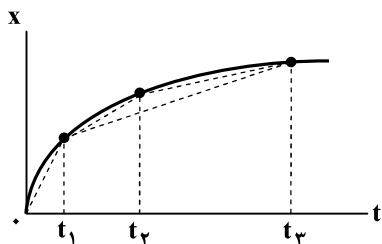
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-32)}{8} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

پس در هر دو حالت $|a| = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (با توجه به اینکه دو شکل کاملاً مشابه هستند، نیازی

نبود که شتاب هر دو حالت را حساب کنیم و معلوم بود که هم‌اندازه می‌شوند.)

۴۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

سرعت متوسط بین دو لحظه دلخواه، شیب خط واصل نقاط موردنظر، در نمودار $x-t$ است.

۴۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

راه حل اول: نقطه $x=0$ را مکان دو متحرک در لحظه $t=0$ در نظر می‌گیریم و معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x_B = 15t \\ x_A = \frac{1}{2}at^2 + vt \end{cases}$$

$$t = 10s \xrightarrow{x_A = x_B} 15 \times 10 = 50a + 70 \Rightarrow 10 = 50a \Rightarrow a = \frac{1}{5} \frac{m}{s^2}$$

$$\text{فاصله دو متحرک A و B از یکدیگر} = |x_A - x_B| = \left| \frac{1}{2}at^2 - 8t \right| = t \left| \frac{1}{2}at - 8 \right|$$

در تمام مدت $t=0$ تا $t=10s$ عبارت $(\frac{1}{2}at - 8)$ منفی است، پس داریم:

$$\text{فاصله A و B از یکدیگر} = -\frac{1}{2}at^2 + 8t = \frac{1}{2}(-t^2 + 10t) = \frac{1}{2}(25 - (t-5)^2)$$

بیشینه این عبارت به ازای $t=5s$ رخ می‌دهد و مقدار آن ۲۰ متر است.

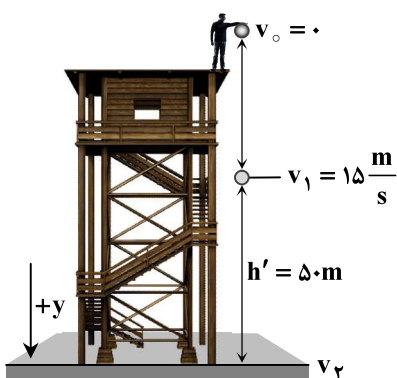
راه حل دوم:

سطح زیر نمودار $v-t$ برابر جابه‌جایی بوده و هر دو متحرک از یک محل شروع به حرکت کرده‌اند، بنابراین با توجه به نمودار روبه‌رو، زمان به‌هم‌رسیدن دو متحرک دو برابر زمان مساوی شدن سرعت آن‌هاست و بیشینه فاصله آن‌ها برابر با مساحت یکی از مثلث‌های رنگی خواهد بود که در این سؤال می‌شود:

$$\frac{8 \times 5}{2} = 20m$$

۴۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)



$$v_2^2 - v_1^2 = 2g\Delta y \Rightarrow v_2^2 - 15^2 = 2 \times 10 \times 50 \Rightarrow v_2^2 = 1225 \Rightarrow v_2 = 35 \frac{m}{s}$$

$$v = gt \Rightarrow 35 = 10 \times t \Rightarrow t = 3.5s$$

۵۰- پاسخ: گزینه ۴

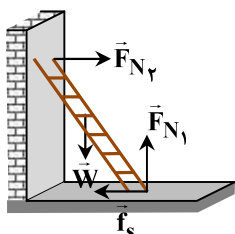
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

با توجه به شکل نیروهای وارد بر نردبان و ساکن بودن نردبان می‌توان نوشت:

$$F_{N_2} = f_s = 30N$$

$$F_{N_1} = mg = 150N$$

$$f_s \leq \mu_s F_{N_1} \Rightarrow 30 \leq 150 \mu_s \Rightarrow \mu_s \geq 0.2$$



▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۱- پاسخ: گزینه ۲

نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت بر جسم وارد می شود، پس برای چتربازی که در حال پایین آمدن است، f_D به طرف بالا است و وضعیت نیروهای وارد بر او به شکل مقابل است. همچنین مقدار f_D به تندی حرکت بستگی دارد و هرچه تندی بیشتر باشد مقدار f_D هم بیشتر است.

بررسی عبارت ها:

جمله «الف» نادرست است؛ چون اگر چتر باز به تندی حدی رسیده باشد، مقدار f_D برابر mg است و از اینجا به بعد تندی و در نتیجه مقدار f_D تغییر نمی کند.

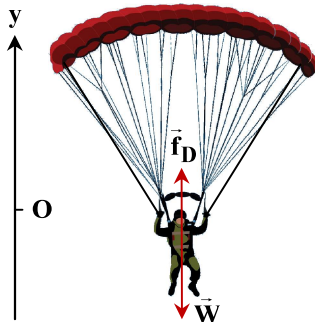
جمله «ب» نادرست است؛ چون اگر حرکت تندشونده باشد، مقدار f_D هم در حال افزایش است.

جمله «پ» درست است. این جمله شرایط چتربازی را توصیف می کند که به تندی حدی رسیده است.

تا اینجا با توجه به گزینه ها، جواب گزینه ۲ است ولی برای کامل شدن مطلب جمله «ت» را

هم بررسی می کنیم. اگر حرکت کندشونده باشد معلوم می شود که f_D از mg بیشتر است و

بزرگی شتاب به ترتیب زیر حساب می شود:



$$|ma| = |mg - f_D| \xrightarrow{f_D > mg} |a| = \frac{f_D - mg}{m}$$

با کاهش تدریجی تندی، مقدار f_D هم کاهش می یابد، (این وضع تا رسیدن به تندی حدی می تواند ادامه داشته باشد) و طبق رابطه فوق،

مقدار $|a|$ هم کم می شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۲- پاسخ: گزینه ۲

در حرکت اتومبیل به دور میدان، نیروی اصطکاک ایستایی در عرض جاده، نقش نیروی مرکزگرا را دارد. بنابراین:

$$f_s = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{f_s r}{m}}$$

حداقل زمان به ازای بیشترین تندی به دست می آید و طبق رابطه بالا بیشترین تندی به ازای بیشترین نیروی اصطکاک یعنی $f_{s, \max}$ به دست

می آید. بنابراین:

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{\mu_s m g r}{m}} = \sqrt{\mu_s g r} \Rightarrow v \leq \sqrt{\mu_s g r}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T_{\min} = \frac{2\pi r}{v_{\max}} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\mu_s g r}} \Rightarrow T_{\min} = \frac{2 \times 20}{\sqrt{0.8 \times 20}} = \frac{2 \times 20}{4} = 10 \text{ s}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۵۳- پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{cases} T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} & \text{دوره آونگ در نزدیک سطح زمین} \\ T' = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g'}} & \text{دوره آونگ در فاصله } r \text{ از مرکز زمین} \end{cases}$$

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\left(\frac{r'}{r}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{r'}{r} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{R_e + R_e}{R_e} = 2 \Rightarrow T' = 2T = 4 \text{ s}$$

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow 4 = \frac{60}{N} \Rightarrow N = 15 \text{ نوسان}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۵۴- پاسخ: گزینه ۲

■ شرط تشدید آن است که موج با بسامد یک دیاپازون به آن دیاپازون برسد. مثلاً اگر صوت ۳۹۰ هرتز به B برسد یا صوت ۴۰۰ هرتز به A برسد تشدید اتفاق می افتد.

■ اگر منبع ساکن باشد و ناظر به آن نزدیک شود، یا ناظر ساکن باشد و منبع به آن نزدیک شود، در هر دو حالت $f_0 > f_s$. مثلاً در گزینه های ۱ و ۳

صوتی که به B می رسد بسامد بیشتر از f_s یعنی بیشتر از ۴۰۰ هرتز دارد، پس نمی تواند با بسامد ۳۹۰ هرتز به B برسد.

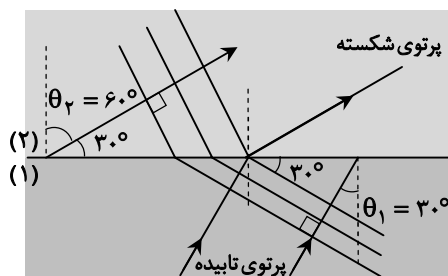
ضمناً اگر منبع ساکن باشد و ناظر از آن دور شود یا ناظر ساکن باشد و منبع از آن دور شود $f_0 < f_s$.

در گزینه ۴ صوت با بسامدی کمتر از ۳۹۰ هرتز به A می رسد و نمی تواند تشدید ایجاد کند.

در گزینه ۲ صوت با بسامدی بیشتر از ۳۹۰ هرتز به A می رسد و این یعنی ممکن است با بسامد ۴۰۰ هرتز به A برسد و تشدید حاصل شود.

۵۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)



$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

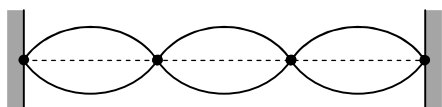
زاویه میان جبهه موج و مرز دو محیط همان زاویه میان پرتوی موج و خط عمود بر مرز است: $\theta_1 = 30^\circ$ و $\theta_2 = 60^\circ$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۵۶- پاسخ: گزینه ۱

تار دو سر بسته با ۴ گره و ۳ شکم: هماهنگ سوم

$$f_3 = 3f_1 = 3 \times 170 = 510 \text{ Hz}$$



$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{3 \times 170} = \frac{2}{3} \text{ m}$$

بسامد صوت منتشر شده در هوا با بسامد ارتعاش تار برابر است:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

۵۷- پاسخ: گزینه ۲

$$-W_o = -5/64 \Rightarrow W_o = 5/64 \text{ eV}$$

$$K_{\max} = hf - W_o = \frac{hc}{\lambda} - W_o = \frac{4/1 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{2 \times 10^{-7}} - 5/64 = 4/1 \times 1/5 - 5/64 = 6/15 - 5/64 = 0/51 \text{ eV}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۵۸- پاسخ: گزینه ۱

فقط گزاره «ب» درست است.

بار ذره آلفا ۲ برابر بار پوزیترون است، پس طبق رابطه $F = qvB \sin \theta$ ، نیروی وارد بر آلفا دو برابر نیروی وارد بر پوزیترون است.

بررسی علت نادرستی سایر گزاره‌ها:

گزاره «الف»: هر دو ذره بار مثبت دارند؛ پس جهت نیروی وارد بر آن‌ها یکسان است.

گزاره «پ»: جرم ذره آلفا بسیار بزرگ‌تر از جرم پوزیترون است؛ پس بزرگی شتاب آلفا خیلی کوچک‌تر از بزرگی شتاب پوزیترون است.

گزاره «ت»: میدان مغناطیسی، بر هر دو ذره نیروی عمود بر مسیر حرکت وارد می‌کند و هر دو را از مسیر مستقیم منحرف می‌کند، البته مقدار انحراف آلفا خیلی کمتر است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۵۹- پاسخ: گزینه ۲

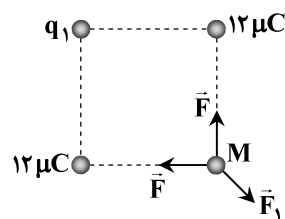
$$\left. \begin{aligned} N &= \frac{N_o}{r^n} \\ N_{oA} &= 16 N_{oB}, N_A = N_B \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{16}{r^{nA}} = \frac{1}{r^{nB}} \Rightarrow r^{nA} = r^{nB+4} \Rightarrow n_A = n_B + 4 \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$n = \frac{t}{T_1} \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} \frac{t}{120} = \frac{t}{200} + 4 \Rightarrow \frac{t}{120} = \frac{t+800}{200} \Rightarrow 120t + 120 \times 800 = 200t \Rightarrow 80t = 120 \times 800 \Rightarrow t = 1200 \text{ روز}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۰- پاسخ: گزینه ۲

برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار الکتریکی موجود در رأس M صفر است، به عبارت دیگر برایند میدان الکتریکی بارهای دیگر در نقطه M صفر است. به بار الکتریکی موجود در رأس M سه نیرو مطابق شکل وارد می‌شود و اگر ضلع مربع را a فرض کنیم، قطر مربع $a\sqrt{2}$ می‌شود. خواه q_M را منفی و یا مثبت بگیریم، علامت q_1 باید منفی باشد. با فرض $q_M < 0$ شکل نیروها را رسم می‌کنیم.



$$q_1 < 0, F = \frac{k|q_1||q_M|}{a^2}, F_1 = \frac{k|q_1||q_M|}{(a\sqrt{2})^2}, |F_1| = \sqrt{2} F$$

$$\Rightarrow \frac{k|q_1||q_M|}{2a^2} = \frac{k|q_1||q_M|}{a^2} \times \sqrt{2} \Rightarrow q_1 = 2\sqrt{2}|q| \Rightarrow q_1 = -24\sqrt{2} \mu C$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۱- پاسخ: گزینه ۱

در فلزات بار همیشه به سطح خارجی فلز می‌رود، بنابراین تمام بار در سطح خارجی کره جمع می‌شود. در نتیجه بار سطح داخلی صفر بوده و چون تمام بار در سطح کره‌ای با شعاع R_2 توزیع شده، پس:

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R_2^2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۲- پاسخ: گزینه ۱

ظرفیت خازن به بار و ولتاژ آن بستگی ندارد.

$$Q = CV \Rightarrow Q_2 - Q_1 = C(V_2 - V_1)$$

$$\Rightarrow 100 \times 10^{-6} = 10 \times C \Rightarrow C = 10 \times 10^{-6} F = 10 \mu F$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 10^{-6} \times 30 \times 30 = 4500 \times 10^{-6} J = 4.5 mJ$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۳- پاسخ: گزینه ۲

کلید قطع:

$$\begin{cases} R_{eq} = \frac{12 \times 4}{12 + 4} = 3 \Omega \\ r_1 = 1 \Omega, r_2 = 1 \Omega \end{cases} \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_{eq} + r_1 + r_2} \Rightarrow I = \frac{12 - 4}{3 + 1 + 1} \Rightarrow I = \frac{8}{5} = 1.6 A$$

$$P_{مفید, 1} = \mathcal{E}_1 I - I^2 r_1 = 12 \times 1.6 - (1.6)^2 \times 1 = 19.2 - 2.56 = 16.64 W$$

کلید وصل:

پس از وصل کلید مولد ۲ اتصال کوتاه می شود.

$$I = \frac{12}{3 + 1} = 3 A$$

$$P_{مفید, 2} = \mathcal{E}_1 I - I^2 r_1 = 12 \times 3 - (3)^2 \times 1 = 27 W$$

$$P_{مفید, 2} - P_{مفید, 1} = 27 - 16.64 = 10.36 W$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۴- پاسخ: گزینه ۳

با تابش نور بر مقاومت نوری (LDR)، مقاومت آن کاهش می یابد و جریان خوبی از مدار می گذرد که دیود نوری پایینی اجازه عبور این جریان را می دهد، ولی دیود نوری بالایی اجازه عبور جریان را نمی دهد، بنابراین LED پایینی تابش نور می کند و چون جریان خوبی از مولد می گذرد، اختلاف پتانسیل دو سر آن طبق رابطه $V = \mathcal{E} - Ir$ کاهش می یابد و ولت سنج آرمانی عدد کمتری را نشان می دهد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۵- پاسخ: گزینه ۱

$$R_{1,2} = R_1 + R_2 = 2/4 + 3/6 = 6 \Omega$$

$$\frac{1}{R_{1,2,3}} = \frac{1}{R_{1,2}} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \Rightarrow R_{1,2,3} = 4 \Omega$$

$$R_{eq} = R_{1,2,3} + R_4 = 4 + 1/5 = 5/5 \Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{18}{5/5 + 0/5} = 3 A$$

$$\begin{cases} I = I_3 + I_{1,2} \Rightarrow 3 = I_3 + I_{1,2} \\ R_4 I_3 = R_{1,2} I_{1,2} \Rightarrow 12 I_3 = 6 I_{1,2} \end{cases} \Rightarrow I_3 = 1 A$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۶۶- پاسخ: گزینه ۴

$$B = \mu_0 \frac{NI}{\ell} \Rightarrow \frac{B_2}{B_1} = \frac{\ell_1}{\ell_2} \Rightarrow \frac{156}{150} = \frac{\ell_1}{\ell_1 - 2}$$

$$\Rightarrow 156 \ell_1 - 156 \times 2 = 150 \ell_1 \Rightarrow 6 \ell_1 = 156 \times 2 \Rightarrow \ell_1 = 52 cm$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۶۷- پاسخ: گزینه ۲

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \Rightarrow I = 5 \sin\left(\frac{2\pi}{0.025} \times \frac{1}{480}\right) = 5 \sin \frac{\pi}{6} = 2.5 A$$

$$\mathcal{E} = RI \Rightarrow \mathcal{E} = 4 \times 2.5 = 10 V$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۶۸- پاسخ: گزینه ۲

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{5 \times 10^{-7} \times 2 \times (0.4 + 0.8)}{0.4 \times 10^{-6}} = \frac{12}{4} = 3 \Omega$$

$$|\mathcal{E}_{av}| = \left| N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \left| NA \frac{\Delta B}{\Delta t} \times \cos \theta \right| = 1 \times (0.8 \times 0.4) \times \frac{5}{2} \times 1 = 0.8 V$$

دقت کنید که B بر حسب زمان درجه ۱ است، پس $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ برای هر بازه زمانی که حساب شود $\frac{5}{2}$ می شود.

$$I_{av} = \frac{|E_{av}|}{R} = \frac{0.8}{3} \Rightarrow \Delta q = I_{av} \cdot \Delta t = \frac{0.8}{3} \times 1.8 = 0.48 C$$

میدان مغناطیسی درون سو در حال افزایش است، پس شار مغناطیسی مربوط به آن هم در حال افزایش است و طبق قانون لنز می بایست میدان مغناطیسی حاصل از جریان القایی، مخالف آن یعنی برون سو باشد؛ بنابراین طبق قاعده دست راست، جهت جریان القایی پادساعتگرد است.

۶۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۱)

ابتدا حجم نیم کره را که نصف حجم کره است، محاسبه می کنیم:

$$V_{\text{نیم کره}} = \frac{2}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \times 3 \times 20^3 = 16000 \text{ cm}^3$$

حجم مایع برابر با ۷۵ درصد حجم نیم کره است؛ پس داریم:

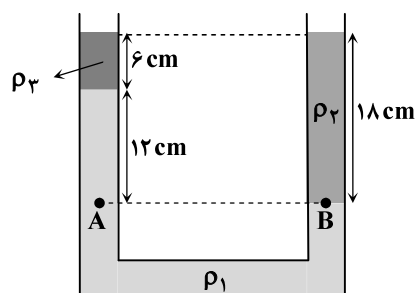
$$V_{\text{مایع}} = \frac{75}{100} V_{\text{نیم کره}} = \frac{75}{100} \times 16000 = 12000 \text{ cm}^3$$

جرم مایع را به کمک رابطه چگالی به دست می آوریم:

$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{m}{V_{\text{مایع}}} \Rightarrow m = 1.25 \frac{g}{\text{cm}^3} \times 12000 \text{ cm}^3 = 15000 g \Rightarrow m = 15 \text{ kg}$$

۷۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

فشار در نقاط هم تراز یک مایع ساکن برابر است:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_3 g \times 6 + \rho_1 g \times 12 = \rho_2 g \times 18$$

$$\Rightarrow \rho_3 + 2\rho_1 = 3\rho_2 \xrightarrow{\rho_1 = 2\rho_3} \rho_3 + 2 \times 2\rho_3 = 3\rho_2$$

$$\Rightarrow 5\rho_3 = 3\rho_2 \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_3} = \frac{5}{3}$$

۷۱- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۲)

طبق معادله پیوستگی ($A_1 v_1 = A_2 v_2$) در قسمت باریک تر، تندی مایع بیشتر است و طبق اصل برنولی در محلی که تندی شارش مایع بیشتر است، فشار کمتر است.

۷۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

دمای تعادل صفر درجه سلسیوس است و تمام یخ ذوب شده است.

$$20^\circ\text{C} \text{ آب } 5 \text{ kg} \xrightarrow{Q_1} 0^\circ\text{C} \text{ آب} \xleftarrow{Q_2} 0^\circ\text{C} \text{ یخ} \xleftarrow{Q_3} -20^\circ\text{C}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow m_1 c \Delta\theta + m_2 c \Delta\theta + m_3 L_F = 0$$

$$\Rightarrow 5 \times 4.2 \times (0 - 20) + m_2 (2 \times 1 \times 20 + 336) = 0 \xrightarrow{\frac{4.2 \times 2 \times 20}{336 = 80 \times 4/2}} -50 + m_2 (5 + 40) = 0 \Rightarrow 45 m_2 = 50 \Rightarrow m_2 = \frac{10}{9} \text{ kg}$$

(اگر حداکثر مقدار یخ خواسته شده بود، می بایست تمام آب منجمد شود و دمای تعادل صفر شود.)

۷۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$W_f = E_2 - E_1 \Rightarrow W_f = (mgh_2 + \frac{1}{2} m v_2^2) - (mgh_1 + \frac{1}{2} m v_1^2)$$

$$\Rightarrow -16000 = 0 + \frac{1}{2} \times 20 \times (25)^2 - 20 \times 10 \times h - \frac{1}{2} \times 20 \times (15)^2$$

$$\Rightarrow -16000 = 10 \times 625 - 200h - 2250 \Rightarrow -16000 = 6250 - 2250 - 200h \Rightarrow h = 100 \text{ m}$$

۷۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۵)

موارد «ب» و «ت» درست اند و از جملات کتاب درسی انتخاب شده اند.

علت نادرستی سایر موارد:

الف) نادرست؛ ماشین استرلینگ یک ماشین گرمایی برون سوز است.

پ) نادرست؛ فرایند ضربه قدرت در چرخه ماشین های گرمایی درون سوز بنزینی یک انبساط بی دررو است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۷۵- پاسخ: گزینه ۱

فرایند AB هم حجم (خط مبدأگذر در نمودار P-T) و فرایند BC هم فشار است، پس داریم:

$$\frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{P_B V_B}{T_B} \xrightarrow{V_A=V_B} \frac{1.5}{300} = \frac{1/5 \times 1.5}{T_B} \Rightarrow T_B = 450 \text{ K}$$

$$\frac{P_B V_B}{T_B} = \frac{P_C V_C}{T_C} \xrightarrow{P_B=P_C} \frac{V_B}{450} = \frac{1/2 V_B}{T_C} \Rightarrow T_C = \frac{450 \times 2}{5} = 540 \text{ K}$$

$$\theta_C = 540 - 273 = 267^\circ \text{C}$$

شیمی



▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

۷۶- پاسخ: گزینه ۲

از بین عبارات‌های داده‌شده، «الف» و «پ» درست هستند.

بررسی عبارات‌های نادرست:

(ب) در یک نمونه طبیعی لیتیم، ۲ ایزوتوپ و در یک نمونه طبیعی منیزیم، ۳ ایزوتوپ مختلف به چشم می‌خورد.

(ت) ایزوتوپ‌های مختلف یک عنصر در تعداد نوترون‌ها با یکدیگر متفاوتند؛ بنابراین مجموع تعداد ذرات زیراتمی آن‌ها با یکدیگر برابر نیست.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

۷۷- پاسخ: گزینه ۳

لایه سوم الکترونی، حداکثر ۱۸ الکترون گنجایش دارد، در حالی که در دوره سوم جدول تناوبی، ۸ عنصر قرار گرفته‌اند.

بررسی گزینه‌های درست:

گزینه ۱: n همان لایه است، پس بدیهی است که زیرلایه‌هایی با n برابر (مثلاً ۲p و ۲s) متعلق به یک لایه هستند.

گزینه ۲:

$$50 = 2 \times 5^2 \Rightarrow 2n^2 = 50$$

گزینه ۴:

$$n=1 \rightarrow 1s$$

$$n=2 \rightarrow 2s, 2p$$

$$n=3 \rightarrow 3s, 3p, 3d$$

$$n=4 \rightarrow 4s, 4p, 4d, 4f$$

$$\vdots$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

۷۸- پاسخ: گزینه ۳

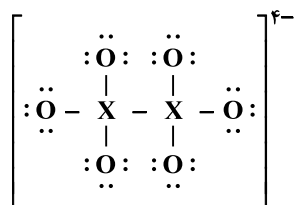
واکنش موازنه شده به صورت روبه‌رو است:



بررسی گزینه ۳: مجموع تعداد مول‌های طرف اول ۱۸ و مجموع تعداد مول‌های طرف دوم ۱۷ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲، فصل ۳)

۷۹- پاسخ: گزینه ۲



باید مجموع الکترون‌ها در ساختار، ۴ واحد بیشتر از مجموع الکترون‌های ظرفیتی باشد؛ بنابراین:

$$50 = \text{مجموع الکترون‌های ساختار}$$

$$46 = 50 - 4 = \text{مجموع الکترون‌های ظرفیتی}$$

$$2X + 6(6) = 46 \Rightarrow 2X = 10 \Rightarrow X = 5$$

X به گروه ۱۵ تعلق دارد.

۸۰- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۲)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۲: کربن دی‌اکسید را می‌توان در میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های نفت خالی دفن کرد.

گزینه ۳: CO_2 یک اکسید اسیدی است و با انحلال آن در آب، pH کاهش می‌یابد.گزینه ۴: تبدیل CO_2 به CaCO_3 یکی از راه‌های کاهش رد پای این ترکیب است.

۸۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

فقط مورد «سوم» نادرست است.

 Mg(OH)_2 به صورت رسوب و جامد بوده که در مرحله اول جداسازی می‌شود.

عبارت «اول»: درست: محلول $\frac{3}{100}$ درصد جرمی شامل $\frac{3}{100}$ گرم Ca^{2+} در ۱۰۰ گرم محلول می‌باشد. $(\text{ppm} = \frac{3}{100} \times 10^6 = 300)$

۸۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)



$$\frac{20 \times 10^{-3}}{100} = \frac{x}{2 \times 36.5} \Rightarrow x = 146 \times 10^{-4} \text{ g}$$

جرم محلول = $200 \times 1 / 46 = 292 \text{ g}$

$$\text{ppm} = \frac{146 \times 10^{-4}}{292} \times 10^6 = 50$$

۸۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) اگر ۲ گرم از ماده‌ای را در ۵۰ گرم آب حل کنیم محلولی تهیه کرده‌ایم که در ۵۲ گرم از آن، ۲ گرم حل‌شونده وجود دارد و درصد جرمی حل‌شونده در آن محلول کمتر از ۴ درصد است:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{2}{52} \times 100 = 3.85\%$$

پ) در ۲۵ گرم از محلول سیرشده ترکیب A در دمای اتاق، ۰/۲۵ گرم از این ماده حل شده است. بر این اساس، انحلال‌پذیری ترکیب A کمی بیشتر از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است و ترکیبی محلول در آب به حساب می‌آید:

$$\text{انحلال‌پذیری} = \frac{0.25}{24.75} \times 100 = 1.01$$

۸۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند.

الف) فرمول مولکولی هگزان و اتانول به ترتیب C_6H_{14} و $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$ است:

$$\frac{14}{6} > 2$$

ب) ید و هگزان هر دو ناقطبی‌اند و گشتاور دوقطبی نزدیک به صفر دارند، اما آب قطبی است و گشتاور دوقطبی آن بزرگ‌تر از صفر است. بررسی عبارت‌های نادرست:

پ) نقطه جوش اتانول به دلیل توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود، بیشتر از استون است.

ت) نقطه جوش NH_3 به دلیل توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی، بیشتر از PH_3 است.

۸۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.

الف) عدد اتمی عنصر «D» برابر با ۳۵ و عدد اتمی عنصر «B» برابر با ۲۶ است.

$$14 \text{ الکترون با } n = 3 \quad \text{B: } 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$$

$$17 \text{ الکترون با } n = 4 \quad \text{D: } 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^5$$

پ) در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش و در یک گروه از بالا به پایین، شعاع اتمی افزایش می‌یابد.

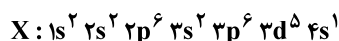
بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) در بین عنصرهای مشخص شده، تمایل «D» به گرفتن الکترون از بقیه بیشتر است.

ت) خواص فیزیکی «C» که یک شبه فلز است، بیشتر شبیه فلزها (مانند «A») و خواص شیمیایی آن، مانند نافلزها (مانند «D») است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

۸۶- پاسخ: گزینه ۲



بررسی عبارت‌های نادرست:

گزینه ۱: با توجه به آرایش الکترونی عنصر X، متوجه می‌شویم که این عنصر، جزء عناصر دسته d می‌باشد و جز عنصرهای دسته s و p (اصلی) نیست.

گزینه ۳: عنصرهای دسته d، اغلب ترکیب‌های رنگی دارند.

گزینه ۴: عنصر X دارای ۷ زیرلایه اشغال شده از الکترون است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۱)

۸۷- پاسخ: گزینه ۲

$x = \text{بازده درصدی} = \text{درصد خلوص}$

$$250 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{\text{مقدار خالص } x}{\text{مقدار ناخالص } 100} \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{2 \text{ mol Fe}}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} \times \frac{\text{مقدار عملی } x}{\text{مقدار نظری } 100} = 112 \text{ g Fe}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{100^2} = 0.64 \Rightarrow \frac{x}{100} = 0.8 \Rightarrow x = 80\%$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

۸۸- پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: فرمول مولکولی ششمین عضو خانواده آلکن‌ها، C_7H_{14} و فرمول مولکولی سیکلوپنتان، C_5H_{10} است.

گزینه ۲: به‌طور کلی، واکنش‌پذیری آلکین‌ها از آلکن‌ها بیشتر است.

گزینه ۳: از واکنش ساده‌ترین آلکن که اتن است با برم مایع، ترکیبی به نام ۱، ۲-دی‌برمو اتان تولید می‌شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

۸۹- پاسخ: گزینه ۲

ت) از جمله عواملی که باعث می‌شود از «میانگین آنتالپی پیوند» استفاده کنیم، این است که در مولکول‌هایی که دارای پیوندهای مشابهی هستند (مانند CH_4 ، NH_3 و...) آنتالپی شکستن پی‌درپی این پیوندها با هم برابر نیست.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) آنتالپی پیوند در مولکول اکسیژن، انرژی لازم برای شکستن پیوند $O=O$ است.

ب) الزاماً آنتالپی پیوند دوگانه، ۲ برابر یگانه و آنتالپی پیوند سه‌گانه، ۵/۱ برابر دوگانه نیست.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۰- پاسخ: گزینه ۳

فقط عبارت «چهارم» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «اول»: در ساختار ترکیب داده شده، ۵ پیوند دوگانه و در ساختار بنزالدهید (C_6H_5CHO)، ۴ پیوند دوگانه وجود دارد.

عبارت «دوم»: فرمول مولکولی این ترکیب $C_{15}H_{12}O$ است؛ بنابراین شمار پیوندهای اشتراکی در آن برابر است با:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{4C + H + 2O}{2} = \frac{(4 \times 15) + 12 + 2}{2} = 41$$

عبارت «سوم»:

$$C_{15}H_{12}O \cdot \text{جرم مولی} = (15 \times 12) + (12 \times 1) + (1 \times 16) = 216 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۱- پاسخ: گزینه ۲

معادله شیمیایی واکنش سوختن گاز آمونیاک، به‌صورت زیر است:



۲ برابر کردن معادله (I)، (۲a)، ۳ برابر کردن معادله (II)، (۳b) و وارون و ۶ برابر کردن معادله (III)، (-۶c)، ما را به معادله موازنه‌شده واکنش سوختن آمونیاک می‌رساند:

$$\Delta H = 2a + 3b - 6c$$

بنابراین آنتالپی سوختن یک مول گاز آمونیاک، از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{آنتالپی سوختن یک مول گاز آمونیاک} = \frac{2a + 3b - 6c}{4}$$

۹۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

الف) کمترین سرعت تولید، مربوط به فراورده‌ای است که کمترین ضریب را در معادله واکنش دارد؛ یعنی Na_3AlF_6 .
 ب) کافی است محاسبه کنیم در ۱ ثانیه، چند مول هیدروفلوئوریک اسید مصرف می‌شود:

$$1\text{s} \times \frac{1\text{min}}{60\text{s}} \times \frac{3/6\text{mol H}_2\text{O}}{1\text{min}} \times \frac{12\text{mol HF}}{9\text{mol H}_2\text{O}} = 0.08\text{mol HF} \Rightarrow \bar{R}_{(\text{HF})} = 0.08\text{mol}\cdot\text{s}^{-1}$$

۹۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

در این واکنش پس از گذشت ۹۰ ثانیه، ۲ ذره A_2 و ۶ ذره B_2 ، به ۴ ذره AB_3 تبدیل شده‌اند؛ بنابراین معادله موازنه‌شده این واکنش به‌صورت $\text{A}_2(\text{g}) + 3\text{B}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{AB}_3(\text{g})$ است و سرعت واکنش با سرعت مصرف A_2 برابر می‌باشد؛ بنابراین:

$$\bar{R}_{(\text{A}_2)} = \frac{\Delta[\text{A}_2]}{\Delta t} = \frac{(2 \times 0.225) \div V}{90} = 5 \times 10^{-4} \Rightarrow V = 10\text{L}$$

۹۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۳)

$$2 \times 10^{12} \text{C}_2\text{H}_4 \times \frac{1\text{mol C}_2\text{H}_4}{6.02 \times 10^{23} \text{C}_2\text{H}_4} \times \frac{28\text{g C}_2\text{H}_4}{1\text{mol C}_2\text{H}_4} = \frac{400}{43} \times 10^{-11} \text{g}$$

جرم این نمونه پلی‌اتن، از حاصل ضرب جرم میانگین هر زنجیر در تعداد زنجیرها به‌دست می‌آید؛ بنابراین:

$$40000\text{g} = m \times \frac{400}{43} \times 10^{-11} \text{g} \Rightarrow m = 4/3 \times 10^{14}$$

۹۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

فقط عبارت «سوم» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «اول»: در الکل‌ها با افزایش شمار اتم‌های کربن، نیروهای وان‌دروالس بر پیوند هیدروژنی غلبه کرده و انحلال‌پذیری الکل در آب کاهش می‌یابد.

عبارت «دوم»: در شرایط یکسان، انحلال‌پذیری الکلی با فرمول شیمیایی $\text{C}_4\text{H}_9\text{OH}$ در آب بیشتر از الکل $\text{C}_6\text{H}_{13}\text{OH}$ است، زیرا با افزایش شمار اتم‌های کربن الکل‌ها، انحلال‌پذیری آن‌ها در آب کاهش می‌یابد.

عبارت «چهارم»: در ساختار الکل‌ها (ROH) ، گروه عاملی هیدروکسیل بخش قطبی و زنجیر هیدروکربنی، بخش ناقطبی مولکول است.

۹۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

موارد «سوم» و «چهارم» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «اول»:

$$(\text{C}_{15}\text{H}_{31} - \text{C}_6\text{H}_4 - \text{SO}_3\text{Na}) \text{ جرم مولی} = 390\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$$

عبارت «دوم»: در هر دو نوع پاک‌کننده صابونی و غیرصابونی، بخش آنیونی نقش پاک‌کنندگی دارد.

۹۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

$$\left. \begin{array}{l} \text{HA} : [\text{H}^+] = M \\ \text{B}(\text{OH})_2 : [\text{OH}^-] = 2M' \end{array} \right\} \Rightarrow [\text{H}^+] = [\text{OH}^-] \Rightarrow M = 2M' \Rightarrow \frac{M}{M'} = 2$$

۹۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

با افزودن ۰/۴ گرم سدیم هیدروکسید، محلول اسید خنثی شده است، یعنی شمار مول‌های NaOH اضافه‌شده به محلول، با شمار مول‌های HCl موجود در محلول برابر بوده است:

$$0.4\text{g NaOH} \times \frac{1\text{mol NaOH}}{40\text{g NaOH}} = 0.01\text{mol NaOH}$$

یعنی در ۲ لیتر محلول اسید، ۰/۰۱ مول HCl وجود داشته است؛ پس غلظت مولی آن ۰/۰۰۵ مولار بوده است.

۹۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

در مولکول $\text{H} - \text{C}(\text{Cl}) - \text{C}(\text{Cl}) - \text{H}$ ، عدد اکسایش هریک از اتم‌های کربن ۱- و مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن ۲- است. عدد اکسایش اتم مرکزی (O) در مولکول H_2O نیز برابر با ۲- است.

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

عبارت‌های «اول»، «دوم» و «چهارم» درست هستند.

در عبارت «سوم»، «کاهش می‌یابد» نادرست است: زیرا آهن وارد واکنش نمی‌شود.

در عبارت «پنجم» فقط الکتروند آندی وارد واکنش می‌شود و به CO_2 تبدیل می‌شود.

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۲: نسبت تعداد اتم‌های کربن به سیلیسیم در ساختار آن برابر با ۱ است (SiC) و سختی و نقطه ذوب آن از الماس کمتر ولی از سیلیسیم بیشتر است.

گزینه ۳: طول پیوندهای اشتراکی در ساختار آن کوتاه‌تر از طول پیوندهای اشتراکی در ساختار سیلیسیم است چون شعاع اتمی سیلیسیم بزرگ‌تر از کربن است.

گزینه ۴: در مقایسه با الماس هم جرم خود، تعداد اتم و تعداد جفت الکترون اشتراکی کمتری دارد. (تعداد اتم‌ها در m گرم از الماس

$$\frac{m}{12} \times N_A = \frac{N_A}{12} m \quad \text{و در } m \text{ گرم سیلیسیم کربید } \frac{m}{40} \times N_A = \frac{N_A}{40} m \text{ است.}$$

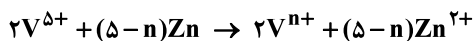
۱۰۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۳)

آنتالپی فروپاشی شبکه بلور با شعاع یون‌ها رابطه عکس و با بار یون‌ها رابطه مستقیم دارد و به‌طور کلی نقطه ذوب متناسب با آنتالپی فروپاشی شبکه بلور است. بدین ترتیب گزینه‌های ۱ تا ۳ نادرست هستند و پاسخ گزینه ۴ می‌باشد، یعنی نیروی جاذبه فقط مربوط به پیوندهای یونی موجود نبوده و هر دو یون با بار مخالف در هر وضعیتی در شبکه‌ی بلور ایجاد جاذبه می‌کنند.

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۳)

$$V^{5+} \text{ مول} = 0.2 \times 0.5 = 0.1 \text{ mol}$$

$$Zn \text{ مول} = \frac{0.65}{65} = 0.01 \text{ mol}$$



$$V^{5+} \text{ مول مصرف شده} = Zn \text{ مول مصرف شده} = 2 = \Delta - n \Rightarrow n = 3$$

محلول نهایی، شامل یون‌های V^{3+} و به‌رنگ سبز است.

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)

اگر SO_3 به مخلوط اضافه می‌شد، در نهایت با افزایش مقدار مول مواد موجود در ظرف واکنش (پیشرفت در جهت رفت) تعادلی جدید برقرار می‌شد (و تفاوت مجموع مقدار مول مواد در تعادل جدید با تعادل اولیه بیشتر از 0.5 مول می‌شد). اما از آنجایی که 0.5 مول ماده به سامانه افزوده شده و در نهایت مجموع مقدار مول مواد در تعادل جدید 0.4 بیشتر از تعادل اولیه است، می‌توان نتیجه گرفت واکنش با پیشرفت در جهت مقدار مول کمتر از گازها (جهت برگشت) به تعادل رسیده است.

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۴)

در واحد تکرار شونده PET ده اتم کربن وجود دارد.