آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه یازدهم	مرحله دوم
۰۶ - ۱۴۰۵	۲۳/مرداد/۱۴۰۵

ویژه یازدهمی‌های ۱۴۰۵

ویژگی‌های برنامه راهبردی آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز در تابستان ۰۶-۱۴۰۵

مرحله / پایه	اول ۲مرداد	دوم ۲۳مرداد	سوم ۱۳ شهریور	چهارم ۳مهر
دهم	✓	✓	✓	✓
یازدهم	-	✓	✓	-

۱- دوره دروس پایه دهم

۲- مطالعه‌بخشی از دروس پایه یازدهم

۳- امکان فرایند ترکیبی هر کدام از موارد فوق

- با توجه به موارد فوق، دفترچه آزمون خیلی سبز در این آزمون از ۲ قسمت تشکیل شده است که هر داوطلب باید در جلسه آزمون به یک یا دو قسمت (که قبلاً در پنل کاربری انتخاب کرده است) پاسخ دهد.
- آزمون مرحله دوم (همین دفترچه‌ای که در دست دارید) آغاز پیشروی پایه یازدهم است.
- تمامی سرفصل‌های یازدهم، مجدداً از مهر، در برنامه راهبردی دیده شده است.

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس- گزینشگر
ریاضی (۱) حسابان (۱)	طراحان: میثم حصارکی - محسن علی‌نجاری کارشناسان علمی: علی افضل‌زاده - سروش موئینی - مازیار احمدی‌ناو	محسن علی‌نجاری
هندسه (۱) هندسه (۲)	طراحان: امیرحسین ابومحبوب - سید عباس حسینی کارشناس علمی: امیرحسین ابومحبوب	سید عباس حسینی - امیرحسین ابومحبوب
آمار و احتمال	طراحان: مصطفی دیداری - سوگند روشنی - سعید قندچی کارشناس علمی: سعید قندچی	مصطفی دیداری
فیزیک (۱) فیزیک (۲)	طراحان: یاشار انگوتی - نوید شاهی کارشناسان علمی: علیرضا جباری - سعید محبی - هادی نجفی	نوید شاهی - یاشار انگوتی
شیمی (۱) شیمی (۲)	طراحان: فرشید ابراهیمی - مهدی براتی - عماد ربیعی - علی رفیعی - هادی عبادی - یاسر عبداللهی محمد عظیمیان زواره - مهدی شفیعی سروستانی - محمد قهرمانی‌نژاد - محمد نوروزی مال کارشناس علمی: مرتضی نصیرزاده - محمدمهدی کریمیان	یاسر عبداللهی

مدیر تألیف آزمون: دکتر فاطمه آقاجانپور

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه‌ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

Azmoon.kheilisabz.com

پایه دهم

چنان چه پایهٔ دهم را در پنل کاربری خود انتخاب کرده‌اید، به سؤالات این دفترچه مطابق جدول زیر در زمان مقرر پاسخ دهید.

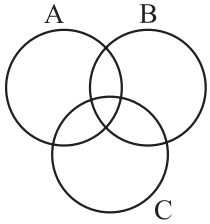
مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	بودجه‌بندی دروس
حسابان	۱۵	۱	۱۵	۲۵ دقیقه	ریاضی (۱) فصل ۱ تا ۴ (درس ۱) صفحهٔ ۱ تا ۷۷
هندسه	۱۰	۱۶	۲۵	۱۵ دقیقه	هندسه (۱) فصل ۱ و ۲ (درس ۱ تا ۳) صفحهٔ ۹ تا ۴۴
فیزیک	۱۵	۲۶	۴۰	۲۰ دقیقه	فیزیک (۱) فصل ۱ تا ۳ صفحهٔ ۱ تا ۸۲
شیمی	۱۰	۴۱	۵۰	۱۰ دقیقه	شیمی (۱) فصل ۱ و ۲ (تا ابتدای رفتار گازها) صفحهٔ ۱ تا ۷۵
مجموع	۵۰ سؤال			۷۰ دقیقه	–

آزمون آزمایشی خیلی سبز – رشته ریاضی

پایه یازدهم – مرحله دوم – ۲۳ مرداد ۱۴۰۵

ریاضی دهم

۱- در نمودار زیر، مجموعه‌های A، B، C و $A \cup B \cup C$ به ترتیب ۱۳، ۱۵، ۱۷ و ۴۰ عضو دارند. اگر $n(A \cap B) = n(B \cap C) = n(A \cap C) = ۲n(A \cap B \cap C)$ باشد، مجموعهٔ $A \cap C$ چند عضو دارد؟



۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

۲- تعداد ۴۵۰ کتاب را بین ۵ نفر چنان تقسیم کرده‌ایم که سهم‌های دریافت‌شده، دنبالهٔ حسابی تشکیل می‌دهند. مجموع ۲ سهم بزرگ‌تر برابر با مجموع ۳ سهم کوچک‌تر است. بزرگ‌ترین سهم کدام است؟

۱) ۶۰ ۲) ۹۰ ۳) ۱۰۵ ۴) ۱۲۰

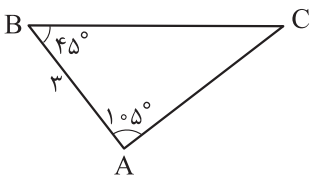
۳- اگر $\cot\theta = -\frac{۵}{۱۲}$ و انتهای کمان θ روی دایرهٔ مثلثاتی در ناحیهٔ چهارم دستگاه مختصات باشد، حاصل $۳\cos\theta - ۲\sin\theta$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) ۲

۴- اگر $\sin x\sqrt{۱+\cot^۲ x} = ۱$ و $\frac{\tan x}{۱+۴\sin x} < ۰$ باشد، انتهای کمان x روی دایرهٔ مثلثاتی در کدام ناحیهٔ دستگاه مختصات قرار دارد؟

۱) اول ۲) دوم ۳) سوم ۴) چهارم

۵- با توجه به شکل زیر، طول ضلع BC کدام است؟



۱) $\frac{۳}{۲}(\sqrt{۲}+\sqrt{۶})$ ۲) $\frac{۳}{۲}(۲+\sqrt{۲})$

۳) $\frac{۳}{۲}(۲+\sqrt{۶})$ ۴) $\frac{۱}{۲}(۳\sqrt{۲}+\sqrt{۶})$

۶- عدد $\sqrt[۵]{-۸۵}$ بین کدام دو عدد صحیح قرار می‌گیرد؟

۱) -۱ و -۲ ۲) -۲ و -۳ ۳) -۳ و -۴ ۴) -۴ و -۵

محل انجام محاسبات

۷- اگر a ریشهٔ پنجم ۲۴۳ و b ریشهٔ ششم ۶۴ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای $b-a$ کدام است؟

۱) -۲ ۲) -۳ ۳) -۵ ۴) -۶

۸- حاصل عبارت $\sqrt[۴]{۴}(\sqrt{۵-۲\sqrt{۶}}+\sqrt{۵+۲\sqrt{۶}})$ کدام است؟

۱) $۴\sqrt{۶}$ ۲) $۲\sqrt{۶}$ ۳) $۴\sqrt{۳}$ ۴) $۲\sqrt{۳}$

۹- اگر $\sqrt{x+۴}+\sqrt{x-a}=۶$ باشد، حاصل $\frac{۲}{۳}-\sqrt{x-a}-\sqrt{x+۴}$ کدام است؟

۱) $\frac{a}{۲}$ ۲) $\frac{a}{۳}$ ۳) $\frac{a}{۴}$ ۴) $\frac{a}{۶}$

۱۰- ساده‌شدهٔ عبارت $(\frac{۱}{x}+۲)(\frac{۱}{۲x-۱}+\frac{۴x}{۱-۴x^۲})$ کدام است؟ $(x\neq ۰\ ,\ \pm\frac{۱}{۲})$

۱) x ۲) $-x$ ۳) $\frac{۱}{x}$ ۴) $-\frac{۱}{x}$

۱۱- قرینهٔ معکوس عدد $۹+۳\sqrt[۳]{۵}+\sqrt[۳]{۲۵}$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt[۳]{۵}-۳}{۲۲}$ ۲) $\frac{۳-\sqrt[۳]{۵}}{۲۲}$ ۳) $\frac{۳+\sqrt[۳]{۵}}{۲۲}$ ۴) $\frac{-\sqrt[۳]{۵}-۳}{۲۲}$

۱۲- اگر در حل معادلهٔ $k^۲+۶=۲k(k+\frac{۱}{۲})$ به روش تجزیه، به معادلهٔ $(k-a)(k+b)=۰$ رسیده باشیم، حاصل $a-b$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) -۲ ۳) -۳ ۴) -۴

۱۳- ریشهٔ مضاعف معادلهٔ $۳x^۲+(m-۲)x-m-۱=۰$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۴- اگر یکی از جواب‌های معادلهٔ درجه‌دوم $۲x^۲+۵x+m=۰$ برابر $x=-۳$ باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) -۱

۱۵- مجموع مربعات جواب‌های معادلهٔ $(۴x-۳)^۲=۲۵$ کدام است؟

۱) $\frac{۹}{۴}$ ۲) $\frac{۲۵}{۴}$ ۳) $\frac{۱۷}{۴}$ ۴) $\frac{۱۵}{۴}$

محل انجام محاسبات

هندسه دهم

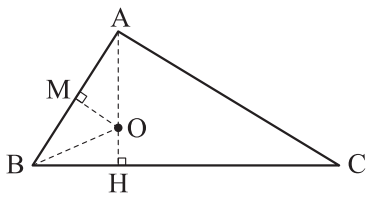
۱۶- روی اضلاع مستطیلی به مساحت ۱۶، دو نقطه وجود دارد که از مرکز مستطیل به فاصلهٔ x و شش نقطه هست که از مرکز به فاصلهٔ ۲x باشند. محیط مستطیل کدام است؟

۱) $۶\sqrt{۲}$ ۲) $۱۲\sqrt{۲}$ ۳) $۱۶\sqrt{۲}$ ۴) $۲۰\sqrt{۲}$

۱۷- در چهارضلعی ABCD، $\hat{A} = ۹۰^\circ$، $AB = ۸$ و مساحت چهارضلعی ۲۴ است. اگر نیمساز زاویهٔ B و عمودمنصف ضلع BC در نقطهٔ D متقاطع باشند، طول AD کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۴

۱۸- در مثلث ABC، نیمساز زاویهٔ B عمودمنصف ضلع AB و ارتفاع AH در نقطهٔ O درون مثلث متقاطعند. اگر $\hat{A} > \hat{C}$ باشد، کدام رابطهٔ زیر همواره برقرار نیست؟



۱) $CH > BH$

۲) $AC > BC$

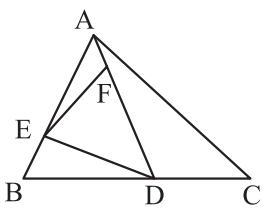
۳) $BC > AB$

۴) $CH > BM$

۱۹- دو نقطهٔ M و P روی پاره‌خط AB به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که $\frac{AM}{MB} = ۲$ و $\frac{BP}{AP} = ۳$ است. نسبت اندازهٔ PM به AB کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۱۲}$ ۲) $\frac{۷}{۱۲}$ ۳) $\frac{۶}{۷}$ ۴) $\frac{۳}{۱۴}$

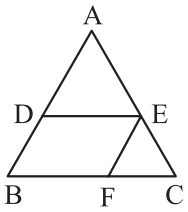
۲۰- در شکل زیر، $FD = ۳AF$، $\frac{BE}{AB} = \frac{۲}{۵}$ و $BD = ۲DC$ است. نسبت مساحت مثلث BED به مساحت مثلث ADC کدام است؟



۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۴}{۵}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$

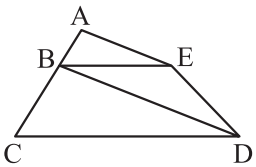
محل انجام محاسبات

۲۱- در شکل زیر BDEF متوازی‌الاضلاع است، حاصل $\frac{BD}{AB}+\frac{BF}{BC}$ کدام است؟



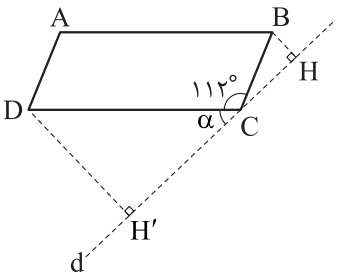
۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۱
۳) ۲
۴) $\frac{۲}{۳}$

۲۲- در شکل زیر AE || BD و BE || CD بوده و AB = ۲، BC = ۴ و AE = ۳، طول BD کدام است؟



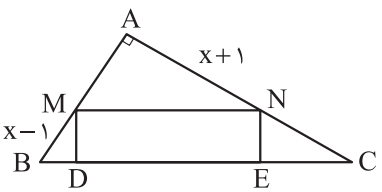
۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۶

۲۳- فاصلهٔ رئوس B و D از متوازی‌الاضلاع ABCD از خط d به ترتیب ۳ و ۱ است، اگر $\frac{CH'}{CH}=۳$ باشد، زاویهٔ α کدام است؟



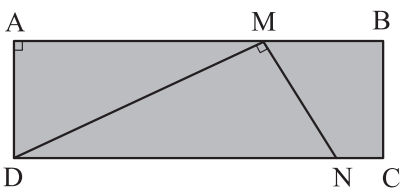
۱) ۲۱°
۲) ۳۴°
۳) ۳۰°
۴) ۴۵°

۲۴- مستطیلی را درون مثلث قائم‌الزاویه قرار داده‌ایم. اگر مساحت مستطیل ۱۵ باشد، مقدار x کدام است؟



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۱
۴) ۳

۲۵- در مستطیل ABCD، AM = ۲MN = ۴ است، DN کدام است؟



۱) $۲\sqrt{۲}+۲$
۲) $۴\sqrt{۲}$
۳) $۶-\sqrt{۲}$
۴) $\sqrt{۲}+۴$

محل انجام محاسبات

فیزیک دهم

۲۶- هر میکروقرن، چند میلی‌ساعت است؟

۱) ۸۷۶۰ ۲) ۸۷۶ ۳) ۸۷/۶ ۴) ۸/۷۶

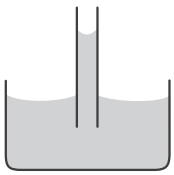
۲۷- یک تندی‌سنج رقمی، تندی حرکت یک متحرک را $۳۰/۲\ m/s$ نشان می‌دهد. دقت اندازه‌گیری این تندی‌سنج چند کیلومتر بر ساعت است؟

۱) ۰/۷۲ ۲) ۰/۳۶ ۳) ۷/۲ ۴) ۳/۶

۲۸- شعاع خارجی استوانه‌ای به ارتفاع $۱۰\ cm$، برابر $۲۰\ cm$ و شعاع داخلی آن r است. اگر جرم این استوانه برابر با $۹۰\ kg$ و چگالی مادهٔ سازندهٔ آن $۸۰۰۰\ kg/m^۳$ باشد، r چند سانتی‌متر است؟ $(\pi = ۳)$

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۲۹- شکل زیر، وضعیت مایعی را درون یک لولهٔ مویین شیشه‌ای نشان می‌دهد. کدام‌یک از موارد زیر دربارهٔ این مایع درست است؟



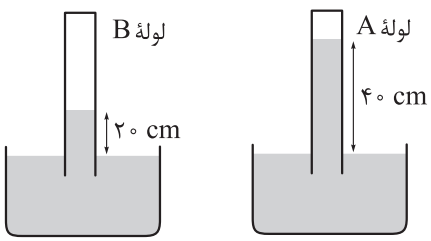
الف) نیروی دگرچسبی بین مایع و شیشه، بزرگ‌تر از نیروی هم‌چسبی مایع است.
ب) نیروی دگرچسبی بین مایع و شیشه، کوچک‌تر از نیروی هم‌چسبی مایع است.
پ) این مایع یک سطح شیشه‌ای را تر می‌کند.
ت) این مایع یک سطح شیشه‌ای را تر نمی‌کند.

۱) الف و پ ۲) الف و ت ۳) ب و پ ۴) ب و ت

۳۰- مساحت روزنهٔ خروج بخار آب روی درب یک زودپز $۵\ mm^۲$ است. اگر وزنه‌ای به جرم $۲۰۰\ g$ روی این روزنه قرار داشته باشد، بیشینهٔ فشار پیمانه‌ای هوای درون زودپز چند اتمسفر می‌تواند باشد؟ $(g = ۱۰\ m/s^۲$ و $P_۰ = ۱\ atm = ۱۰^۵\ Pa)$

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

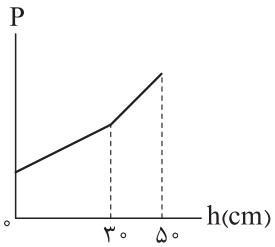
۳۱- در شکل زیر، چگالی مایع درون هر دو ظرف برابر با $۱/۷\ g/cm^۳$ است. فشار گاز جمع‌شده در انتهای لولهٔ A، چند برابر فشار گاز جمع‌شده در انتهای لولهٔ B است؟ ($g = ۱۰\ m/s^۲$ و فشار هوای محیط برابر با $۷۲/۵\ cmHg$ است.)



۱) ۲
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۲۴}{۲۵}$
۴) $\frac{۲۷}{۲۸}$

محل انجام محاسبات

۳۲- درون یک ظرف استوانه‌ای، آب و روغن ریخته‌ایم. نمودار فشار برحسب فاصله از سطح آزاد مایع‌ها، مطابق شکل زیر است. فشار پیمانه‌ای در فاصلهٔ ۴۰ cm از سطح آزاد مایع‌ها چند پاسکال است؟ ($\rho_{روغن} = ۰/۸\ g/cm^۳$، $\rho_{آب} = ۱\ g/cm^۳$ و $g = ۱۰\ m/s^۲$)



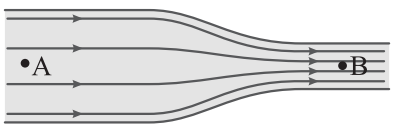
۱) ۳۸۰۰

۲) ۳۶۰۰

۳) ۳۴۰۰

۴) ۳۲۰۰

۳۳- در شکل زیر، آب به صورت پایا در لوله‌ای افقی جاری است. اگر قطر مقطع لوله در بخش A، ۲۰ درصد بزرگ‌تر از قطر مقطع آن در بخش B باشد، با رسیدن آب از بخش A به بخش B، تندی آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟



۱) ۳۶، کاهش می‌یابد.

۲) ۳۶، افزایش می‌یابد.

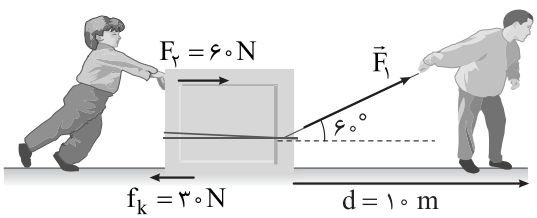
۳) ۴۴، کاهش می‌یابد.

۴) ۴۴، افزایش می‌یابد.

۳۴- اگر تندی جسم در حال حرکتی، ۲۰ درصد کاهش یابد، انرژی جنبشی آن به ۳۲ J می‌رسد. انرژی جنبشی اولیهٔ این جسم چند ژول است؟

۱) ۴۰ ۲) ۴۸ ۳) ۵۰ ۴) ۶۴

۳۵- شکل زیر، پدر و پسری را در حال جابه‌جاکردن یک جعبهٔ سنگین روی سطحی هموار نشان می‌دهد. اگر در طی جابه‌جایی $d = ۱۰\ m$، کار کل انجام‌شده روی جعبه برابر با ۱۵۵۰ J باشد، اندازهٔ نیروی پدر ($F_۱$)، چند نیوتون است؟



۱) ۲۰۰

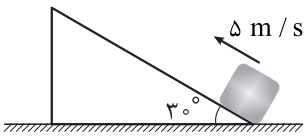
۲) ۲۲۵

۳) ۲۵۰

۴) ۳۰۰

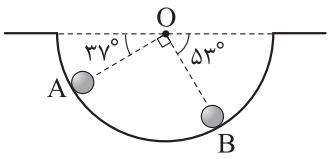
محل انجام محاسبات

۳۶- در شکل زیر، جسمی به جرم $2\ kg$ را با تندی $5\ m/s$ روی سطح شیبدار رو به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر بیشینهٔ جابه‌جایی جسم روی سطح شیبدار برابر با $2\ m$ باشد، اندازهٔ نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسم چند نیوتون است؟ $(g = 10\ m/s^2)$



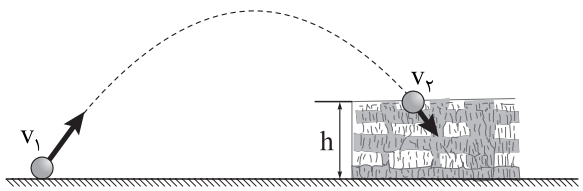
۱) ۱
۲) ۱/۲۵
۳) ۲
۴) ۲/۵

۳۷- در شکل زیر، توپی را از لبهٔ نیمکره رها می‌کنیم. با چشم‌پوشی از اصطکاک سطح، تندی توپ در نقطهٔ A، چند برابر تندی آن در نقطهٔ B است؟ ($\sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0/6$ و نقطهٔ O، مرکز نیمکره است.)



۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
۳) $\frac{3}{5}$
۴) $\frac{3}{4}$

۳۸- در شکل زیر، توپی از سطح زمین با تندی $v_1 = 20\ m/s$ به طرف صخره‌ای با ارتفاع $h = 15\ m$ پرتاب می‌شود. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد، تندی برخورد توپ به صخره (v_2)، چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10\ m/s^2)$



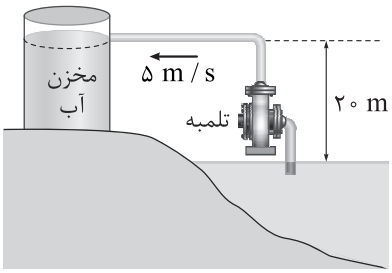
۱) ۵
۲) ۸
۳) ۱۰
۴) ۱۲

۳۹- اتومبیلی روی یک سطح افقی هموار، از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. اگر توان تولیدی موتور این اتومبیل ثابت باشد، مدت‌زمان رسیدن تندی اتومبیل از صفر تا v ، چند برابر مدت‌زمان رسیدن تندی آن از v به $2v$ است؟ (از نیروی مقاومت هوا صرف نظر کنید.)

۱) ۱
۲) $\frac{1}{2}$
۳) $\frac{1}{3}$
۴) $\frac{2}{3}$

محل انجام محاسبات

۴۰- در شکل زیر، توان ورودی تلمبهٔ برقی $17\ kW$ است و این تلمبه در هر دقیقه ۲۴۰۰ لیتر آب را با تندی $5\ m/s$ وارد مخزن می‌کند. بازده این تلمبه چند درصد است؟ ($\rho_{آب} = 1000\ kg/m^3$ و $g = 10\ m/s^2$)



۱) ۵۰

۲) ۵۵

۳) ۶۰

۴) ۶۵

محل انجام محاسبات

شیمی دهم

۴۱- دربارهٔ جدول تناوبی، کدام مورد درست است؟

۱) ۹۲ درصد عنصرهای جدول تناوبی در طبیعت یافت می‌شوند.

۲) در دورهٔ چهارم جدول، ۳۲ عنصر وجود دارد که نماد شیمیایی دوتای آن‌ها، تک‌حرفی است.

۳) در سه دورهٔ نخست جدول، حدود ۱۷/۹ درصد عناصر، در حالت آزاد به شکل مولکول‌های دواتمی وجود دارند.

۴) نماد شیمیایی عنصرهای طلا، آرگون و آلومینیم با حرف A آغاز می‌شود.

۴۲- عنصر A متعلق به دورهٔ سوم و گروه ۲ و عنصر B متعلق به دورهٔ سوم و گروه ۱۷ جدول تناوبی است. با توجه به اطلاعات جدول داده‌شده، جرم مولی میانگین ترکیب حاصل از A و B چند گرم بر مول است؟

ایزوتوپ	^{24}A	^{25}A	^{26}A	^{35}B	^{37}B
درصد فراوانی	۷۹	۱۰	۱۱	۸۰	۲۰

۱) ۵۹/۷۲

۲) ۸۴/۰۴

۳) ۹۵/۰۰

۴) ۹۵/۱۲

۴۳- کدام گزینه نادرست است؟

۱) اگر زاویهٔ شکست نور A هنگام عبور از منشور، از نور B بیشتر باشد، نور A انرژی بیشتری نسبت به نور B دارد.

۲) انرژی پرتوهای فرابنفش کم‌تر از پرتوهای ایکس و طول موج پرتوهای فروسرخ بلندتر از ریزموج‌ها است.

۳) انرژی نور نشرشده از فلز سدیم در شعله، کم‌تر از انرژی نور نشرشده از فلز مس در شعله است.

۴) اختلاف طول موج نوار رنگی بنفش با نزدیک‌ترین نوار رنگی به آن در طیف نشری خطی هیدروژن، از تفاوت طول موج سایر نوارهای متوالی کم‌تر است.

۴۴- مطابق قاعدهٔ آفبا، پس از زیرلایهٔ 5p، چه زیرلایه‌ای از الکترون اشغال می‌شود؟

۱) 5d

۲) 4f

۳) 6s

۴) 5f

۴۵- کدام مورد برای اتم‌های $_{15}P$، $_{22}Ti$ و $_{32}Ge$، یکسان است؟

۱) شمار الکترون‌ها در بیرونی‌ترین زیرلایه

۲) شمارهٔ دوره در جدول تناوبی

۳) مجموع $(n+l)$ الکترون‌های ظرفیتی

۴) تفاوت شمار زیرلایه‌های دارای ۲ و ۶ الکترون

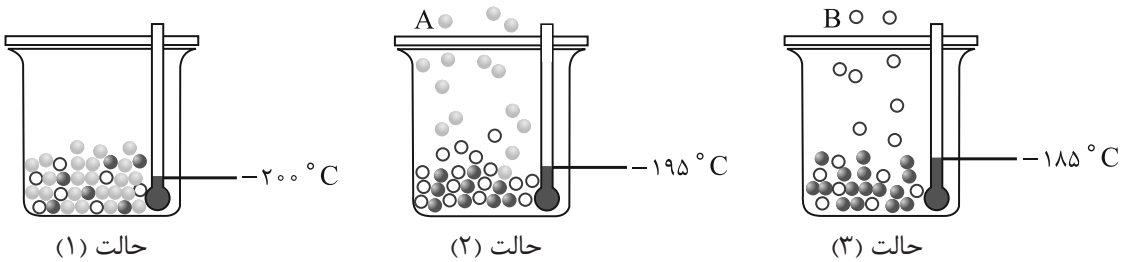
محل انجام محاسبات

۴۶- کدام گزینه درست است؟

۱) نام ترکیب‌های N_2O_3، SO_2 و Na_3N، به ترتیب دی‌نیتروژن تری‌اکسید، گوگرد دی‌اکسید، تری‌سدیم مونونیترید است.

۲) از دومین گاز نجیب جدول دوره‌ای، جهت خنک‌سازی دستگاه‌های تصویربرداری مثل MRI استفاده می‌شود.

۳) اگر ظرف (۱) در شکل زیر حاوی نیتروژن، اکسیژن و آرگون باشد، A و B به ترتیب آرگون و نیتروژن است.



حالت (۱) حالت (۲) حالت (۳)

۴) سومین گاز نجیب جدول دوره‌ای، در پتروشیمی شیراز از تقطیر جزءبه‌جزء هوای مایع با خلوص بسیار زیاد تهیه می‌شود.

۴۷- کدام موارد زیر دربارهٔ ترکیب‌های داده‌شده و ساختار لوویس آن‌ها، درست است؟

OF_2 , PF_3 , CO , NOCl

الف) در همهٔ مولکول‌های اکسیژن‌دار، اتم اکسیژن ۲ پیوند اشتراکی تشکیل داده است.

ب) نسبت شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در مولکول‌های فلوئوردار، با هم برابر است.

پ) فقط در ساختار یکی از مولکول‌ها، پیوند دوگانه وجود دارد.

ت) در مولکول‌های سه‌اتمی، اتم مرکزی دارای جفت‌الکترون ناپیوندی است.

۱) الف ـ پ ۲) ب ـ ت

۳) پ ـ ت ۴) الف ـ ب

۴۸- داده‌های موجود در کدام ردیف‌های جدول زیر درست است؟

ردیف	فرمول ماده	نام	ویژگی
۱	CaO	سنگ آهک	برای کنترل میزان اسیدی‌بودن آب دریاچه‌ها استفاده می‌شود.
۲	CO_2	کربن دی‌اکسید	خاصیت اسیدی داشته و افزایش مقدار آن، سبب از بین رفتن مرجان‌ها می‌شود.
۳	SiO_2	سیلیس	واکنش‌پذیری بالایی داشته و در طبیعت وجود ندارد.
۴	K_2O	پتاسیم اکسید	pH محلول آبی آن در دمای اتاق می‌تواند برابر ۱۰ باشد.

۱) ۱ و ۳ ۲) ۲ و ۴

۳) ۱ و ۴ ۴) ۲ و ۳

محل انجام محاسبات

۴۹- با توجه به واکنش‌های زیر پس از موازنه، نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری H_2O در این دو واکنش به مجموع ضرایب استوکیومتری O_2 در آن‌ها کدام است؟

I) $H_2S(g) + O_2(g) \rightarrow SO_2(g) + H_2O(g)$

II) $NH_3(g) + O_2(g) \rightarrow NO(g) + H_2O(g)$

۱) $\frac{5}{8}$
۲) ۱
۳) $\frac{7}{8}$
۴) $\frac{4}{3}$

۵۰- کدام موارد زیر درست است؟

الف) انرژی پرتوهای گسیل‌شده از زمین نسبت به پرتوهای اولیهٔ تابیده‌شده به آن، کم‌تر است.

ب) سوخت‌های سبز از پسماندهای گیاهی به دست می‌آیند و به وسیلهٔ جانداران ذره‌بینی به عنصرهای سازندهٔ خود تجزیه می‌شوند.

پ) به منظور تبدیل CO_2 به مواد معدنی، این گاز را با اکسید نافلزها واکنش می‌دهند.

ت) اوزون در لایهٔ اول هواکره، نقش آلاینده و در لایهٔ دوم، نقش مفید و محافظتی دارد.

۱) الف ـ ب
۲) پ ـ ت
۳) ب ـ پ
۴) الف ـ ت

محل انجام محاسبات

پایه یازدهم

چنان‌چه پایهٔ یازدهم را در پنل کاربری خود انتخاب کرده‌اید، به سؤالات این دفترچه مطابق جدول زیر در زمان مقرر پاسخ دهید.

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	بودجه‌بندی دروس
حسابان	۱۵	۵۱	۶۵	۲۵ دقیقه	حسابان (۱) فصل ۱ (درس ۱ و ۲ تا ابتدای روش هندسی حل معادلات) صفحهٔ ۱ تا ۱۳
هندسه	۱۰	۶۶	۷۵	۱۵ دقیقه	هندسه (۲) فصل ۱ (درس ۱ تا ابتدای زاویهٔ ظلی) صفحهٔ ۹ تا ۱۴
آمار و احتمال	۱۰	۷۶	۸۵	۱۵ دقیقه	آمار و احتمال فصل ۱ (درس ۱ تا ابتدای سورها) صفحهٔ ۱ تا ۱۱
فیزیک	۱۵	۸۶	۱۰۰	۲۰ دقیقه	فیزیک (۲) فصل ۱ (تا ابتدای میدان الکتریکی) صفحهٔ ۱ تا ۱۰
شیمی	۱۰	۱۰۱	۱۱۰	۱۰ دقیقه	شیمی (۲) فصل ۱ (تا ابتدای دنیایی رنگی با عنصرهای دستهٔ d) صفحهٔ ۱ تا ۱۴
مجموع	۶۰ سؤال			۸۵ دقیقه	–

حسابان یازدهم

۵۱- در دنبالهٔ حسابی با جملات ...، ۱۰، ۷، ۴، حداکثر چند جملهٔ اول آن را با هم جمع کنیم تا حاصل، کم‌تر از ۴۷۶ باشد؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۷ ۳) ۱۸ ۴) ۱۹

۵۲- جملات مشترک دنباله‌های ...، ۱۴، ۱۰، ۶ و ...، ۱۲، ۹، ۶، ۳ یک دنبالهٔ جدید می‌سازند. این دنباله، چند جملهٔ کم‌تر از ۹۵ دارد؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

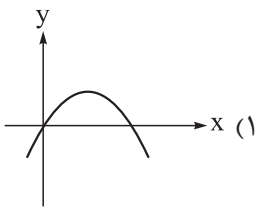
۵۳- در یک دنبالهٔ هندسی غیرافزایشی مجموع هشت جملهٔ اول ۸۲ برابر مجموع چهار جملهٔ اول است. اگر جملهٔ اول این دنباله مثبت باشد، جملهٔ هشتم آن، چند برابر جملهٔ پنجم آن است؟

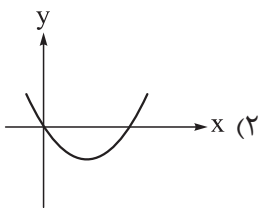
۱) ۲۷ ۲) -۲۷ ۳) ۹ ۴) -۹

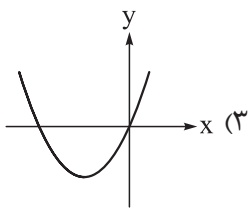
۵۴- طول ضلع مربعی ۱ متر است. ابتدا نیمی از مساحت این مربع را رنگ می‌کنیم، سپس نیمی از مساحت سطح باقی‌مانده را و به همین ترتیب در هر مرحله، نیمی از مساحت سطح باقی‌مانده از مرحلهٔ قبل را رنگ می‌کنیم. پس از دست‌کم چند مرحله، حداقل ۹۸ درصد سطح مربع رنگ شده است؟

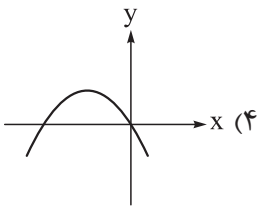
۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

۵۵- نمودار سهمی به معادلهٔ $y = ax^۲ + bx + c$ به شکل زیر است. نمودار تابع g با ضابطهٔ $g(x) = bx^۲ + ax + c$ کدام است؟

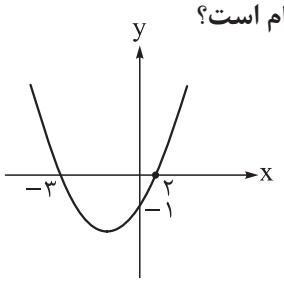
۱)


۲)


۳)


۴)


۵۶- اگر نمودار تابع $f(x) = ax^۲ + bx + c$ به صورت زیر باشد، حاصل $f(-۱) + \frac{۱}{a^۲} + c$ کدام است؟



۱) ۳۶
۲) ۳۵
۳) ۳۴
۴) ۳۳

محل انجام محاسبات

۵۷- یک عکس مستطیل‌شکل به ابعاد ۶ و ۲۰ سانتی‌متر دارای یک قاب چوبی در اطراف آن است. اگر این قاب دارای پهنای یکسان و مساحت $۵۶\ cm^۲$ باشد، پهنای آن چند سانتی‌متر است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۵۸- اگر $x = ۳$ یکی از جواب‌های معادلهٔ درجه‌دوم $۲x^۲ - ax - ۵ = ۰$ باشد، جواب دیگر این معادله کدام است؟

۱) $-\frac{۶}{۵}$ ۲) $\frac{۶}{۵}$ ۳) $-\frac{۵}{۶}$ ۴) $\frac{۵}{۶}$

۵۹- به ازای کدام مجموعهٔ مقادیر m، معادلهٔ درجه‌دوم $x^۲ + (m-۳)x + ۲m - ۱ = ۰$، دو جواب غیرهم‌علامت دارد؟

۱) $m < \frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲} < m < ۱$

۳) $۱ < m < ۱۳$ ۴) $m > ۱۳$

۶۰- اگر در معادلهٔ درجه‌دوم $۳x^۲ - ax + ۸ = ۰$ یک جواب، دو برابر جواب دیگر باشد، اختلاف مقادیر ممکن برای a کدام است؟

۱) $۳\sqrt{۳}$ ۲) $۶\sqrt{۳}$ ۳) $۱۲\sqrt{۳}$ ۴) $۱۸\sqrt{۳}$

۶۱- اگر α و β جواب‌های معادلهٔ درجه‌دوم $x^۲ - ۳x - ۲ = ۰$ باشند، حاصل $\alpha^۴ - ۲۸\alpha + \beta^۳$ کدام است؟

۱) ۷۱ ۲) ۶۱ ۳) ۵۱ ۴) ۴۱

۶۲- اگر $\alpha - ۱$ و $\beta - ۱$ جواب‌های معادلهٔ درجه‌دوم $۳x^۲ - ۴x - ۵ = ۰$ باشند، جواب‌های کدام معادله $۲\alpha + ۱$ و $۲\beta + ۱$ هستند؟

۱) $۳x^۲ - ۲۶x + ۱۱ = ۰$ ۲) $۶x^۲ + ۲۰x + ۴ = ۰$

۳) $۶x^۲ - ۲۰x + ۴ = ۰$ ۴) $۳x^۲ - ۲۶x + ۳۱ = ۰$

۶۳- مجموع معکوس مربعات جواب‌های معادلهٔ $۲x^۴ - ۳x^۲ + ۱ = ۰$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۶۴- معادلهٔ $(x^۲ + ۳\sqrt{-x} + ۱)^۲ + x^۲ + ۳\sqrt{-x} - ۱ = ۰$ چند جواب دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

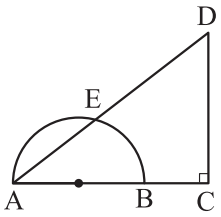
۶۵- اگر مجموع و حاصل‌ضرب جواب‌های معادلهٔ $x^۲ + x - ۲ = \sqrt{۲x^۲ + ۲x - ۵}$ به ترتیب S و P باشد، حاصل عبارت $۳PS - P^۲ + ۵$ کدام است؟

۱) -۵ ۲) ۵ ۳) -۱ ۴) ۱

محل انجام محاسبات

هندسه یازدهم

۶۶- در شکل زیر، شعاع نیم‌دایره برابر ۵، $\hat{C} = ۹۰^\circ$ و $ED = ۲BC$ است. اگر $AE = ۸$ باشد، AD کدام است؟



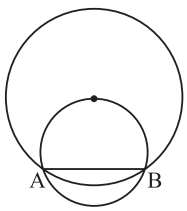
۱) ۱۲

۲) ۲۰

۳) ۲۵

۴) ۲۷

۶۷- در شکل زیر، مرکز دایرهٔ بزرگ‌تر روی دایرهٔ کوچک‌تر است. اگر شعاع دو دایره $\sqrt{۳۰}$ و ۳ باشد، طول وتر AB کدام است؟



۱) $\sqrt{۳}$

۲) $۲\sqrt{۳}$

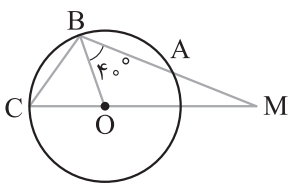
۳) $۲\sqrt{۵}$

۴) $\sqrt{۵}$

۶۸- دو کمان AB و $A'B'$ به ترتیب در دو دایرهٔ C و C' مفروض‌اند. اگر طول کمان $A'B'$ دو برابر طول کمان AB و اندازهٔ کمان $A'B'$ نصف اندازهٔ کمان AB باشد، شعاع دایرهٔ C' چند برابر شعاع دایرهٔ C است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۴

۶۹- در شکل زیر، $MA = R$ و $BC = ۵$ و $O\hat{B}A = ۴۰^\circ$ است. مساحت دایره کدام است؟



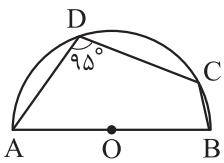
۱) ۲۵π

۲) ۱۶π

۳) ۱۲π

۴) ۸π

۷۰- چهارضلعی ABCD درون نیم‌دایره قرار گرفته است. اگر $AD = DC$ و $\hat{D} = ۹۵^\circ$ باشد، مجموع زوایای $C\hat{A}B$ و $D\hat{B}A$ چند درجه است؟



۱) ۴۰

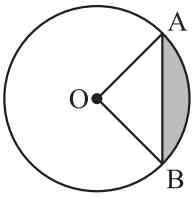
۲) ۴۲/۵

۳) ۴۷/۵

۴) ۵۲/۵

محل انجام محاسبات

۷۱- در شکل زیر، شعاع دایره برابر ۶ و طول کمان AB برابر 2π است. مساحت ناحیهٔ سایه‌زده کدام است؟



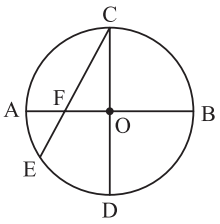
۱) $3(2\pi - 3\sqrt{3})$

۲) $6(\pi - \sqrt{3})$

۳) $2(3\pi - 4\sqrt{3})$

۴) $2(3\pi - 2\sqrt{3})$

۷۲- در شکل زیر، قطرها بر هم عمودند و $OF = FE$ می‌باشد. اندازهٔ زاویهٔ $\hat{C}$ کدام است؟



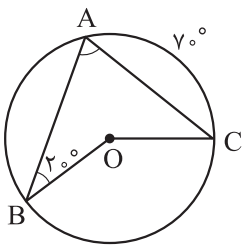
۱) 50°

۲) 45°

۳) 30°

۴) $22/5^\circ$

۷۳- در شکل زیر، $\overset{\frown}{AC} = 70^\circ$ و $\hat{B} = 20^\circ$ است. اندازهٔ کمان $\overset{\frown}{BC}$ چه‌قدر است؟



۱) 160°

۲) 150°

۳) 120°

۴) 70°

۷۴- دایرهٔ $C(O, 3x - 9)$ مفروض است. اگر فاصلهٔ نقطهٔ O از خط d، برابر $x^2 - 4$ باشد، آن‌گاه وضعیت خط d و دایرهٔ C چگونه است؟

۱) خط و دایره همواره دو نقطهٔ متقاطع‌اند.

۲) خط همواره در یک نقطه بر دایره مماس است.

۳) خط و دایره هیچ‌گاه نقطهٔ برخوردی ندارند.

۴) بسته به مقدار x، هر کدام از سه حالت ممکن است.

۷۵- نقاط A، B، C، D، E و F را به طور متوالی روی یک دایره در نظر می‌گیریم، به طوری که اندازهٔ کمان‌های $\overset{\frown}{AB}$، $\overset{\frown}{BC}$، ... و $\overset{\frown}{FA}$، به ترتیب یک دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت ۲ تشکیل دهند. حاصل $A\hat{B}E + A\hat{O}C$ کدام است؟ (O مرکز دایره است.)

۱) $\frac{120}{7}$

۲) $\frac{340}{7}$

۳) $\frac{790}{7}$

۴) $\frac{1080}{7}$

محل انجام محاسبات

آمار و احتمال

۷۶- کدام عبارت درست است؟

۱) جملهٔ خبری «صدمین رقم اعشار عدد $\sqrt{۲}$، برابر ۳ است.» یک گزاره‌نما است.

۲) در گزارهٔ شرطی $\sim p \Rightarrow q$، اگر p درست باشد، گزاره به انتفای تالی درست است.

۳) جدول ارزش گزارهٔ $p \wedge (q \vee r)$، ۶ ردیف دارد.

۴) جملهٔ خبری «در پرتاب تاس احتمال رخ‌دادن پیشامد عدد اول برابر صفر است.» یک گزاره است.

۷۷- دامنهٔ گزاره‌نمای « $n > ۲ \Rightarrow ۲^n \in \{۱,۲,۳,...,۹\}$ » مجموعهٔ $\{۱,۲,۳,۴,۵\}$ است. مجموعهٔ جواب چند عضو دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۵

۷۸- در چند ردیف از جدول ارزش گزاره‌های شامل s، r، q و p حداقل یک «درست» و حداقل یک «نادرست» وجود دارد؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

۷۹- کدام گزاره را می‌توانیم در جدول زیر به جای q قرار دهیم؟

p	q	$p \Leftrightarrow \sim q$	$\sim p \vee q$
...	...	د	د

۱) $(۳^{-۱} = \frac{۱}{۳}) \wedge ((\frac{۱}{۲})^{۰} = ۰)$

۲) $(\frac{۱}{۲} \neq \frac{۳}{۶}) \vee (۴ < ۳)$

۳) $۳n + ۱$ اول است. $(n \in \mathbb{N})$

۴) $a \in \{b\} \Leftrightarrow a = b$

۸۰- گزارهٔ $(\sim p \vee q) \Rightarrow r$ در چند ردیف ارزش درست دارد؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۸۱- کدام گزینهٔ زیر معادل عبارت «اگر جنگ شود، کنکور برگزار نمی‌شود.» نیست؟

۱) جنگ نمی‌شود یا کنکور برگزار نمی‌شود.

۲) کنکور برگزار شده است، پس جنگ نشده است.

۳) چنین نیست که جنگ شود و کنکور برگزار شود.

۴) اگر کنکور برگزار نشود، جنگ نمی‌شود.

۸۲- اگر $p \Rightarrow q$ نادرست باشد و $r \equiv s \Rightarrow p$ باشد، ارزش گزارهٔ $[(p \wedge r) \vee (q \wedge r) \vee [\sim p \wedge (\sim q \wedge r)]$ معادل کدام گزینه است؟

۱) همواره درست ۲) همواره نادرست

۳) $\sim s$ ۴) s

محل انجام محاسبات

۸۳- اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره‌های $(r \Rightarrow p) \Rightarrow (\sim q \vee r)$ و $(q \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \sim r)$ به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟

۱) T ـ مانند $\sim r$
۲) مانند r ـ F
۳) F ـ T
۴) T ـ مانند r

۸۴- گزارهٔ $(p \sim \Rightarrow \sim q) \vee (\sim q \Rightarrow \sim p) \wedge (p \sim q)$ هم‌ارز کدام گزاره است؟

۱) T
۲) F
۳) $p \wedge q$
۴) $p \vee q$

۸۵- گزارهٔ $q \Rightarrow [(p \Leftrightarrow q) \wedge (p \vee q)]$ هم‌ارز کدام گزاره است؟

۱) $\sim p \wedge q$
۲) $p \wedge q$
۳) $\sim p \vee q$
۴) $p \vee \sim q$

فیزیک یازدهم

۸۶- در اثر مالش یک قطعه‌چوب خنثی با یک میلهٔ آلومینیمی خنثی، ۵×۱۰^{۱۰} الکترون، بین این دو جسم منتقل می‌شود. با توجه به جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی داده‌شده، بار الکتریکی قطعه‌چوب چند نانوکولن می‌شود؟ $(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$

انتهای مثبت سری
آلومینیم
چوب
انتهای منفی سری

۱) -۸

۲) -۸۰

۳) $+۸$

۴) $+۸۰$

۸۷- بار الکتریکی جسمی برابر $q_۱ = ۲/۲\,\mu C$ است. این جسم چند الکترون باید دریافت کند تا بار الکتریکی آن به $q_۲ = -۳/۸\,\mu C$ برسد؟ $(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$

۱) $۱۰^{۱۴}$

۲) $۱۰^{۱۳}$

۳) $۳/۷۵\times۱۰^{۱۴}$

۴) $۳/۷۵\times۱۰^{۱۳}$

۸۸- الکتروسکوپی دارای بار مثبت است. میلهٔ بارداری را به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک می‌کنیم، مشاهده می‌شود که ورقه‌های الکتروسکوپ در ابتدا بسته و سپس دوباره باز می‌شوند. به ترتیب، بار الکتریکی میله کدام است و جهت حرکت الکترون‌ها درون الکتروسکوپ چگونه است؟

۱) منفی، از ورقه‌ها به کلاهک

۲) منفی، از کلاهک به ورقه‌ها

۳) مثبت، از ورقه‌ها به کلاهک

۴) مثبت، از کلاهک به ورقه‌ها

۸۹- مجموع بار الکتریکی الکترون‌های گوگرد دو بار یونیده $({}^{۳۲}_{۱۶}S^{۲-})$، چند برابر بار خالص گوگرد دو بار یونیده $({}^{۳۲}_{۱۶}S^{۲-})$ است؟

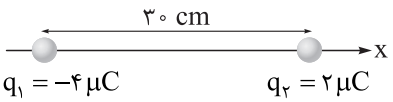
۱) ۹

۲) ۸

۳) -۹

۴) -۸

۹۰- در شکل زیر، بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای $q_۲$ از طرف بار الکتریکی نقطه‌ای $q_۱$ در SI کدام است؟ $(k=۹\times۱۰^{۹}\,\frac{N.m^۲}{C^۲})$



۱) $۸\vec{i}$

۲) $-۸\vec{i}$

۳) $۰/۸\vec{i}$

۴) $-۰/۸\vec{i}$

محل انجام محاسبات

۹۱- دو ذرهٔ باردار دارای بارهای یکسان در فاصلهٔ r_1 از یکدیگر قرار دارند. ۲۰ درصد از بار یکی از ذرات را به دیگری منتقل می‌کنیم و دو ذره را در فاصلهٔ r_2 از یکدیگر قرار می‌دهیم. اگر بزرگی نیروی الکتریکی بین دو ذره در هر دو حالت یکسان باشد، $\frac{r_2}{r_1}$ کدام است؟

۱) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$
۲) $\frac{2\sqrt{6}}{5}$
۳) $\frac{\sqrt{3}}{5}$
۴) $\frac{\sqrt{6}}{5}$

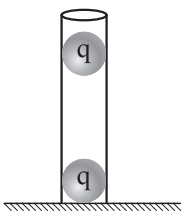
۹۲- دو گلولهٔ فلزی کوچک و مشابه دارای بارهای $q_1 = 2\ \mu C$ و $q_2 = -8\ \mu C$ در فاصلهٔ $60\ cm$ از یکدیگر ثابت شده‌اند. بار الکتریکی q_3 در نقطه‌ای قرار دارد که در تعادل الکتریکی است. دو گلولهٔ q_1 و q_2 را با هم تماس داده و هر کدام را به مکان اولیهٔ خود بازمی‌گردانیم. بار الکتریکی q_3 را چند سانتی‌متر جابه‌جا کنیم تا دوباره در حالت تعادل قرار گیرد؟

۱) ۳۰ ۲) ۴۵ ۳) ۶۰ ۴) ۹۰

۹۳- اگر فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 را $1\ cm$ افزایش دهیم، بزرگی نیروی الکتریکی بین آن‌ها، ۳۶ درصد تغییر می‌کند. فاصلهٔ اولیهٔ بین این دو بار چند سانتی‌متر است؟

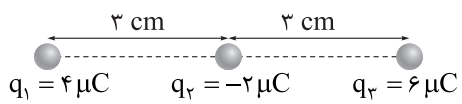
۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

۹۴- در شکل زیر، دو گوی کوچک مشابه، هر یک به جرم $3/6\ g$ و بار الکتریکی یکسان $q = 40\ nC$ در فاصلهٔ r از هم قرار دارند، به طوری که گوی بالایی به حالت معلق قرار دارد. r چند سانتی‌متر است؟ $(g = 10\ N/kg$ و $k = 9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۱۰
۴) ۲۰

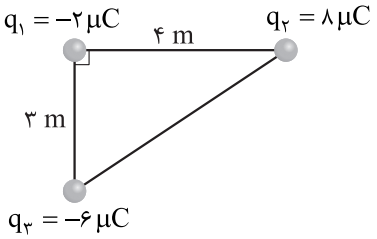
۹۵- در شکل زیر، بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی q_3 چند نیوتون است؟ $(k = 9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$



۱) ۴۰
۲) ۶۰
۳) ۸۰
۴) ۱۲۰

محل انجام محاسبات

۹۶- در شکل زیر، سه ذرهٔ باردار، در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر ذرهٔ واقع در رأس قائم، چند میلی‌نیوتون است؟ $(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



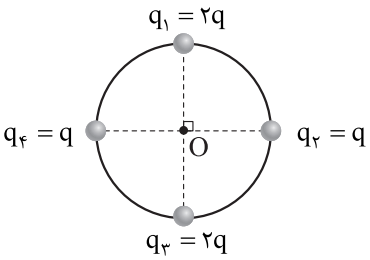
۱) ۱۲

۲) ۱۵

۳) ۲۱

۴) ۲۷

۹۷- در شکل زیر، چهار بار الکتریکی روی محیط دایره‌ای به مرکز O، ثابت شده‌اند. اگر اختلاف بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 و بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 برابر با ۳۰ N باشد، بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 از طرف بار q_2 چند نیوتون است؟



۱) ۲۰

۲) ۳۰

۳) ۴۰

۴) ۵۰

۹۸- دو بار الکتریکی همنام q_1 و q_2 روی محور x ثابت شده‌اند. بار الکتریکی q_3 نیز روی محور x قرار دارد و بزرگی نیروی خالص وارد بر آن، مخالف صفر و برابر F است. روی محور x چند نقطهٔ دیگر وجود دارد که اگر بار q_3 را به آن‌جا منتقل کنیم، باز هم بزرگی نیروی خالص وارد بر آن برابر با F خواهد بود؟

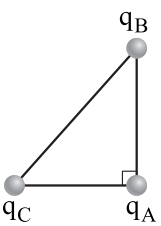
۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۹۹- در شکل زیر، سه بار الکتریکی مشابه روی رأس‌های یک مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین قرار دارند. اگر ۵۰ درصد از بار الکتریکی q_B را برداشته و به بار q_C منتقل کنیم، بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر بار q_A، چند برابر می‌شود؟



۱) $\sqrt{5}$

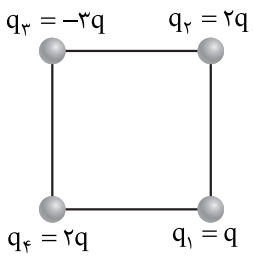
۲) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

۳) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

۴) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

محل انجام محاسبات

۱۰۰- در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای، روی رأس‌های مربعی ثابت شده‌اند. اگر بزرگی نیرویی که از طرف بار $q_۲$ بر بار $q_۴$ وارد می‌شود، برابر با ۱۰۰ N باشد، بزرگی نیروی خالص وارد بر بار $q_۱$ چند نیوتون است؟ $(\sqrt{۲} \simeq ۱/۴)$



۱) ۶۵

۲) ۷۰

۳) ۷۵

۴) ۸۰

محل انجام محاسبات

شیمی یازدهم

۱۰۱- کدام گزینه، درست است؟

۱) در سال‌های اخیر، میزان مصرف سوخت‌های فسیلی بیشتر از مواد معدنی بوده است.

۲) شیشهٔ مورد استفاده در تهیهٔ استکان و لیوان، از شن و ماسه ساخته می‌شود.

۳) گسترش صنعت خودرو و الکترونیک به ترتیب مدیون شناخت فولاد و مس است.

۴) گرمادادن به مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر، همواره سبب بهبود خواص آن‌ها می‌شود.

۱۰۲- توصیف زیر را به کدام عنصر می‌توان نسبت داد؟

«سطح صیقلی و براق دارد. در واکنش با دیگر اتم‌ها، الکترون به اشتراک می‌گذارد و در اثر ضربه خرد می‌شود.»

۱) گوگرد ۲) ژرمانیم

۳) سرب ۴) آلومینیم

۱۰۳- کدام مقایسهٔ زیر نادرست است؟

۱) شعاع اتمی: $_{19}K > {}_{12}Mg$

۲) اختلاف شعاع اتمی: $_{8}O$ و $_{7}N > {}_{9}F$ و $_{6}C$

۳) شعاع اتمی: $_{13}Al > {}_{15}P$

۴) اختلاف شعاع اتمی: $_{12}Mg$ و $_{11}Na > {}_{17}Cl$ و $_{16}S$

۱۰۴- با توجه به جدول زیر که به بخشی از جدول تناوبی مربوط است، کدام موارد درست است؟

گروه / دوره	۱	۲	...	۱۶	۱۷
۲		A		D	
۳	E			G	
۴		X	...		Z

الف) خصلت فلزی E در مقایسه با A بیشتر است.

ب) X و Z در واکنش با یکدیگر، ترکیب یونی به فرمول X_2Z تشکیل می‌دهند.

پ) تمایل D در گرفتن الکترون، بیشتر از G است.

ت) در میان عنصرهای مشخص‌شده، E و Z به ترتیب کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین شعاع اتمی را دارند.

۱) الف ـ ب ۲) پ ـ ت ۳) الف ـ پ ۴) ب ـ ت

محل انجام محاسبات

۱۰۵- نافلزهای گروه ..... جدول تناوبی را هالوژن می‌نامند و این عنصرها در دمای اتاق دارای ..... نوع حالت فیزیکی هستند.

۱) ۱۶ ـ ۲ ۲) ۱۷ ـ ۲ ۳) ۱۷ ـ ۳ ۴) ۱۶ ـ ۳

۱۰۶- هنگامی که در جدول تناوبی از عدد اتمی ۱۱ تا عدد اتمی ۱۷ حرکت می‌کنیم، واکنش‌پذیری عنصرها ..... می‌یابد.

۱) به صورت مرتب افزایش ۲) به صورت مرتب کاهش

۳) ابتدا کاهش سپس افزایش ۴) ابتدا افزایش سپس کاهش

۱۰۷- درستی یا نادرستی کدام گزینه دربارهٔ کلر با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟

۱) دومین عنصر گروه خود و هفتمین عنصر دورهٔ خود محسوب می‌شود.

۲) در دمای اتاق، گازی زردرنگ است.

۳) می‌تواند با گاز هیدروژن در دمای اتاق واکنش دهد.

۴) با ۳ عنصر فلزی هم‌دوره است و بیشترین خصلت نافلزی را در گروه خود دارد.

۱۰۸- با توجه به جدول داده‌شده، کدام مورد درست است؟

اتم	A	X	W	Z
بیرونی‌ترین زیرلایه	$3s^1$	$4p^2$	$2s^2$	$4s^1$

۱) عنصر X، در واکنش با دیگر اتم‌ها، الکترون می‌گیرد و یا الکترون به اشتراک می‌گذارد.

۲) عنصر Z به یقین به دستهٔ s جدول دوره‌ای تعلق دارد.

۳) شعاع اتمی عنصر A از شعاع اتمی عنصر W بیشتر است.

۴) بین دو عنصر A و X در جدول تناوبی، ۵ نافلز وجود دارد.

۱۰۹- کدام مورد درست است؟

۱) همهٔ عنصرهای دستهٔ s جدول تناوبی به‌جز هلیم، فلزند.

۲) همهٔ فلزهای قلیایی با تشکیل یون M^+، به آرایش هشت‌تایی گاز نجیب قبل از خود می‌رسند.

۳) همهٔ عنصرهایی که آرایش الکترونی اتم آن‌ها به ns^2np^2 ختم می‌شود، رسانای جریان برق هستند.

۴) همهٔ فلزهای قلیایی خاکی در طبیعت دارای یون پایدار X^{2+} هستند.

محل انجام محاسبات

۱۱۰- اگر هالوژن A در دمای ۳۷۳ کلوین بتواند با گاز هیدروژن واکنش دهد، کدام مورد به یقین درست است؟

۱) A، نافلزترین عنصر جدول تناوبی به حساب می‌آید.

۲) حالت فیزیکی A در دمای اتاق، مانند حالت فیزیکی فراوردهٔ واکنش است.

۳) در آرایش الکترونی اتم A، ۱۱ الکترون با $l=1$ وجود دارد.

۴) فراوردهٔ واکنش، توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را دارد.

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.
azmoon.kheilisabz.com

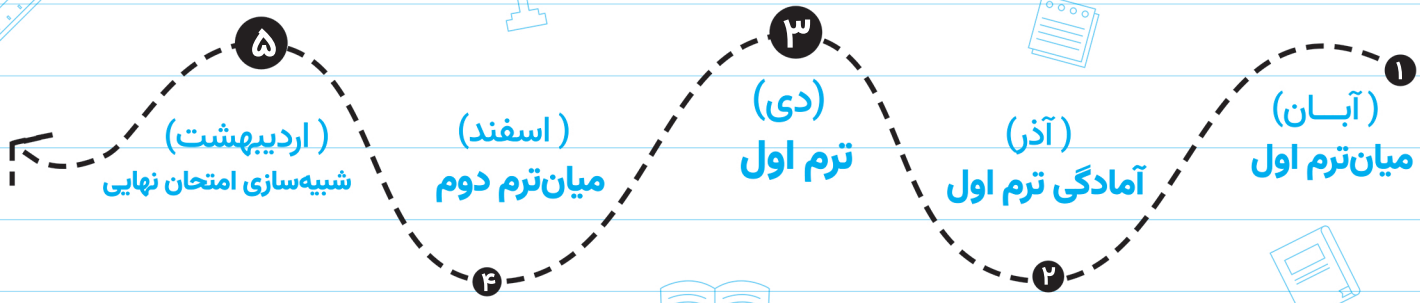
اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

آزمون‌های تشریحی خیلی‌سبز

۵ مرحله در طول سال

شبیه‌سازی کامل امتحان نهایی

- منطبق بر بارم‌بندی آموزش و پرورش
- تشابه کامل فرم برگه سوال، پاسخبرگ، کلید، پاسخنامه و حتی فونت سوال‌ها با امتحان نهایی
- پوشش همه مطالب و انواع سوالات
- ارائه یک یا دو تست عینا مشابه امتحان نهایی
- هم‌سطح با دشواری سوالات امتحان نهایی



پاسخنامه‌های خیلی تشریحی

- ارائه پاسخ کامل و مرحله به مرحله
- محتوای یاددهنده شامل درسنامه
- ارائه نکات کلیدی هر سوال

تصحیح کاملا مکانیزه

- تصحیح کاملا حرفه‌ای توسط دو مصحّح
- تصحیح سوم در صورت اختلاف نظر دو مصحّح قبل
- تصحیح به صورت بررسی یک سوال برای گروهی از دانش‌آموزان
- امکان کامنت‌گذاری مصحّح در فرایند تصحیح
- امکان درخواست تصحیح مجدد در پنل ثبت اعتراض

کارنامه‌های بسیار کاربردی

- کارنامه تحلیلی و مقایسه‌ای
- نمره به تفکیک سوال
- کارنامه مبحثی

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه یازدهم	مرحله دوم
۰۶-۱۴۰۵	۲۳/مرداد/۱۴۰۵

ویژه یازدهمی‌های ۱۴۰۵

ویژگی‌های برنامه راهبردی آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز در تابستان ۰۶-۱۴۰۵

۱- دوره دروس پایه دهم

۲- مطالعه بخشی از دروس پایه یازدهم

۳- امکان فرایند ترکیبی هر کدام از موارد فوق

مرحله / پایه	اول ۲مرداد	دوم ۲۳مرداد	سوم ۱۳ شهریور	چهارم ۳مهر
دهم	✓	✓	✓	✓
یازدهم	–	✓	✓	–

با توجه به موارد فوق، دفترچه آزمون خیلی سبز در این آزمون از ۲ قسمت تشکیل شده است که هر داوطلب باید در جلسه آزمون به یک یا دو قسمت (که قبلاً در پنل کاربری انتخاب کرده است) پاسخ دهد.

آزمون مرحله دوم (همین دفترچه‌ای که در دست دارید) آغاز پیشروی پایه یازدهم است.

تمامی سرفصل‌های یازدهم، مجدداً از مهر، در برنامه راهبردی دیده شده است.

Azmoon.kheilisabz.com

آزمون آزمایشی خیلی سبز

تیم اجرایی و تألیف آزمون	بیتا ابراهیمی ـ عادل حسینی ـ مینا کریم‌زاده

سرپرست تولید	الناز علی‌یاری‌زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی ـ نیوشا پیمان ـ زهرا صفری الهه صفری ـ فاطمه علی‌اکبری ـ محیا غنی‌فرد نادره نازآوری ـ ساعده نمازی
رسام	ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه‌آرایی	مریم حسین‌زاده ـ سپیده سخائی ـ الهام سهرابی طاهره صادق‌نژاد ـ مائده صبری ـ نیلوفر فرخجسته فاطمه قیاسوند ـ مهدیه گل‌پور ـ دریا لطفی

ویژه یازدهمی‌های ۱۴۰۵

Azmoon.kheilisabz.com

پایه دهم

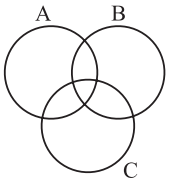
نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
ریاضی (۱)	میثم حصارکی ـ محسن علی‌نجاری
هندسه (۱)	امیرحسین ابومحبوب ـ سید عباس حسینی
فیزیک (۱)	یاشار انگوتی ـ نوید شاهی
شیمی (۱)	فرشید ابراهیمی ـ عماد ربیعی ـ علی رفیعی ـ هادی عبادی ـ یاسر عبداللهی ـ محمد عظیمیان زواره مهدی شفیعی سروستانی ـ محمد قهرمانی‌نژاد ـ محمد نوروزی مال

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
ریاضی (۱)	محسن علی‌نجاری	محسن علی‌نجاری	عادل حسینی	علی افضل‌زاده سروش موئینی مازیار احمدی‌ناو	محبوبه اصفهانی محمد بهرامی سهند محمدکریم‌نژاد
هندسه (۱)	سید عباس حسینی	امیرحسین ابومحبوب	سید عباس حسینی	امیرحسین ابومحبوب	محمد خندان منصور زرکش اصفهانی ماهان فنی‌فر ابوالفضل ناصری
فیزیک (۱)	نوید شاهی	یاشار انگوتی	علیرضا جعفری	علیرضا جباری سعید محبی هادی نجفی	هادی داوودوندی نادره نازآوری امیر محمودی انزابی
شیمی (۱)	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	مرتضی نصیرزاده محمدمهدی کریمیان	امیر بیات علیرضا فرضعلی عرشیا شفیعی هادی عبادی مهدیس محبت‌پناه

مدیر تألیف آزمون: دکتر فاطمه آقاجانپور

ریاضی دهم

۱ در نمودار زیر، مجموعه‌های A، B، C و $A\cup B\cup C$ به ترتیب ۱۳، ۱۵، ۱۷ و ۴۰ عضو دارند. اگر $n(A\cap B)=n(B\cap C)=n(A\cap C)=2n(A\cap B\cap C)$ باشد، مجموعهٔ $A\cap C$ چند عضو دارد؟



۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

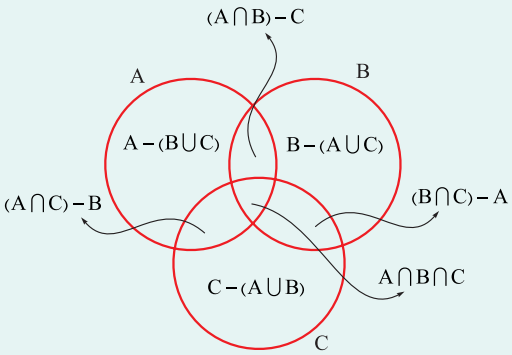
۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint از $n(A\cap B\cap C)$ شروع کن.

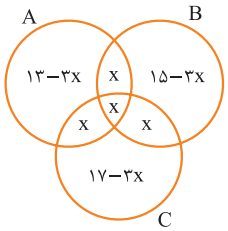
درس Box

نمودار ون سه‌مجموعه‌ای:



پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: $n(A\cap B\cap C)$ را x می‌گیریم، در این صورت طبق فرض، $n(A\cap B)=n(A\cap C)=n(B\cap C)=2x$ است و براساس درس‌باکس نمودار مقابل را داریم:



گام دوم: حالا مجموع تمام عبارت‌های جبری نمودار بالا، باید ۴۰ شود؛ زیرا طبق فرض $n(A\cup B\cup C)=40$ است:

$$13-3x+15-3x+17-3x+4x=40$$

$$\Rightarrow 45-5x=40 \Rightarrow x=1$$

در نتیجه خواستهٔ سؤال $n(A\cap C)=2x=2$ است.

۲ **تعداد ۴۵۰ کتاب را بین ۵ نفر چنان تقسیم کرده‌ایم که سهم‌های دریافت‌شده، دنبالهٔ حسابی تشکیل می‌دهند. مجموع ۲ سهم بزرگ‌تر برابر با مجموع ۳ سهم کوچک‌تر است. بزرگ‌ترین سهم کدام است؟**

۱) ۶۰ ۲) ۹۰

۳) ۱۰۵ ۴) ۱۲۰

مشاوره هرگاه تعدادی فرد از جملات متوالی یک دنبالهٔ حسابی به شما داده شد، جملات را با شروع از جملهٔ وسط بنویسید.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: پنج جملهٔ دنبالهٔ حسابی تشکیل‌شده به صورت زیر هستند:

$$x-2d, x-d, x, x+d, x+2d$$

مجموع این پنج جمله برابر $5x$ و طبق فرض برابر ۴۵۰ است:

$$5x = 450 \Rightarrow x = 90$$

گام دوم: پس عملاً جملات زیر را داریم:

$$90-2d, 90-d, 90, 90+d, 90+2d$$

که طبق فرض باید مجموع دو جملهٔ $90+d$ و $90+2d$ برابر مجموع سه جملهٔ دیگر باشد:

$$\Rightarrow 270-3d = 180+3d \Rightarrow 6d = 90 \Rightarrow d = 15$$

در نتیجه بزرگ‌ترین جمله $90+2d = 90+30 = 120$ است.

کتاب درسی

مسئلهٔ زیر در پاپیروس راینِد آمده است، آن را حل کنید. *(ریاضی (۱) ـ تمرین ۶ صفحهٔ ۲۴ کتاب درسی)*

«۱۰۰ قرص نان را بین ۵ مرد چنان تقسیم کنید که سهم‌های دریافت‌شده، دنبالهٔ حسابی تشکیل دهند و یک‌سومِ مجموع سه سهم بزرگ‌تر، مساوی مجموع دو سهم کوچک‌تر باشد.»

۳ اگر $\cot\theta = -\frac{۵}{۱۲}$ و انتهای کمان θ روی دایرهٔ مثلثاتی در ناحیهٔ چهارم دستگاه مختصات باشد، حاصل $۳\cos\theta - ۲\sin\theta$ کدام است؟

فقط $\cos\theta$ مثبت است.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) ۲

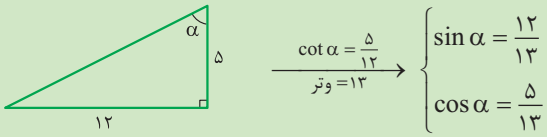
پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint از مثلث قائم‌الزاویه استفاده کن.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: در ناحیهٔ چهارم، $\sin\theta$ منفی و $\cos\theta$ مثبت است.

گام دوم: حالا سعی می‌کنیم که به کمک مثلث قائم‌الزاویه، $|\sin\theta|$ و $\cos\theta$ را پیدا کنیم. در شکل زیر، α زاویهٔ حاده‌ای است که کتانژانت آن برابر قدرمطلق $\cot\theta$ یعنی $\frac{۵}{۱۲}$ است:



گام سوم: بنابراین $\cos\theta = \frac{۵}{۱۳}$ و $\sin\theta = -\frac{۱۲}{۱۳}$ است و در نتیجه خواستهٔ سؤال برابر می‌شود با:

$$۳\cos\theta - ۲\sin\theta = \frac{۱۵}{۱۳} + \frac{۲۴}{۱۳} = \frac{۳۹}{۱۳} = ۳$$

امتحان نهایی

اگر $۲۷۰^\circ < \alpha < ۳۶۰^\circ$ و $\tan\alpha = \frac{-۴}{۳}$، نسبت‌های مثلثاتی $\cos\alpha$ و $\cot\alpha$ را به دست آورید.

(سؤال ۶ ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)

۴ **اگر $\sin x\sqrt{1+\cot^2 x}=1$ و $\frac{\tan x}{1+4\sin x}<0$ باشد، انتهای کمان x روی دایرهٔ مثلثاتی در کدام ناحیهٔ دستگاه مختصات قرار دارد؟**

۱) اول
۲) دوم
۳) سوم
۴) چهارم

پاسخ: گزینهٔ ۲

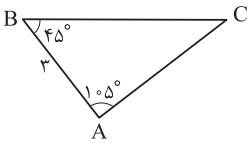
پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در تساوی $\sin x\sqrt{1+\cot^2 x}=1$، عبارت‌های $\sqrt{1+\cot^2 x}$ و ۱ همواره مثبت هستند، پس $\sin x$ هم باید مثبت باشد.

این یعنی $1+4\sin x$ نیز مثبت است و در نتیجه $\tan x$ باید منفی باشد تا نامساوی $\frac{\tan x}{1+4\sin x}<0$ برقرار شود.

گام دوم: در نتیجه $\sin x$ مثبت اما $\tan x$ منفی است که به معنای آن است که انتهای کمان x روی دایرهٔ مثلثاتی در ناحیهٔ دوم قرار می‌گیرد.

۵ با توجه به شکل زیر، طول ضلع BC کدام است؟



۱) $\frac{۳}{۲}(\sqrt{۲}+\sqrt{۶})$

۲) $\frac{۳}{۲}(۲+\sqrt{۲})$

۳) $\frac{۳}{۲}(۲+\sqrt{۶})$

۴) $\frac{۱}{۲}(۳\sqrt{۲}+\sqrt{۶})$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint ارتفاع AH رو رسم کن.

درس Box

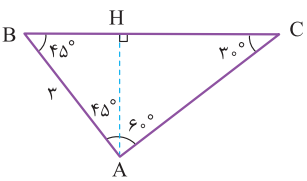
نسبت‌های مثلثاتی زوایای آشنا:

نسبت \ θ	۰°	۱۵°	۳۰°	۴۵°	۶۰°	۷۵°	۹۰°
sin θ	۰	$\frac{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}{۲}$	۱
cos θ	۱	$\frac{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}{۲}$	۰
tan θ	۰	$۲-\sqrt{۳}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	۱	$\sqrt{۳}$	$۲+\sqrt{۳}$	ت ن
cot θ	ت ن	$۲+\sqrt{۳}$	$\sqrt{۳}$	۱	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	$۲-\sqrt{۳}$	۰

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: به سادگی می‌توان دریافت که $\hat{C}=۳۰^\circ$ است.

گام دوم: حالا ارتفاع AH را رسم می‌کنیم:



در مثلث AHB داریم:

$$AH=BH=۳\sin ۴۵^\circ=\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$$

در مثلث AHC نیز داریم:

$$\tan ۳۰^\circ=\frac{AH}{HC}=\frac{\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}}{HC}=\frac{۱}{\sqrt{۳}}\Rightarrow HC=\frac{۳\sqrt{۶}}{۲}$$

گام سوم: در نهایت طول ضلع BC برابر می‌شود با:

$$BC=BH+HC=\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}+\frac{۳\sqrt{۶}}{۲}=\frac{۳(\sqrt{۲}+\sqrt{۶})}{۲}$$

۶ عدد $\sqrt[5]{-85}$ بین کدام دو عدد صحیح قرار می‌گیرد؟

۱) -1 و -2
۲) -2 و -3
۳) -3 و -4
۴) -4 و -5

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint ببین -85 بین توان پنجم کدام دو عدد صحیح متوالیه.

پاسخ خیلی تشریحی از آن‌جا که $2^5 = 32$ و $3^5 = 243$ است، داریم:

$$(-3)^5 < -85 < (-2)^5 \xrightarrow{\text{ریشهٔ پنجم می‌گیریم.}} -3 < \sqrt[5]{-85} < -2$$

کتاب درسی

برای هر عدد رادیکالی زیر، اگر حاصل آن یک عدد صحیح است، جواب را بنویسید و در غیر این صورت دو عدد صحیح متوالی بنویسید که عدد رادیکالی مورد نظر بین آن‌ها باشد. *(ریاضی (۱) ـ تمرین ۱ صفحهٔ ۵۱ کتاب درسی)*

$\sqrt{16}$ $\quad$ $\sqrt{20}$ $\quad$ $\sqrt[4]{400}$

$\sqrt{75}$ $\quad$ $\sqrt[3]{-10}$ $\quad$ $\sqrt[5]{400}$

$\sqrt[3]{-90}$ $\quad$ $\sqrt[3]{250}$ $\quad$ $\sqrt[5]{1}$

$\sqrt[3]{20}$

۷ اگر a ریشهٔ پنجم ۲۴۳ و b ریشهٔ ششم ۶۴ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای $b-a$ کدام است؟

۱) -۲ ۲) -۳

۳) -۵ ۴) -۶

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: a برابر $\sqrt[5]{۲۴۳}=۳$ است و برای b داریم:

$$b^۶=۶۴ \Rightarrow b=\pm\sqrt[۶]{۶۴}=\pm۲$$

گام دوم: در هر حالت $b-a$ را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} a=۳, b=۲ \Rightarrow b-a=-۱ \\ a=۳, b=-۲ \Rightarrow b-a=-۵ \end{cases}$$

در نتیجه، مجموع مقادیر ممکن برای $b-a$ برابر -۶ است.

تیزبازی از آن‌جا که b ریشهٔ مرتبهٔ زوج است، پس مقادیر b قرینهٔ یکدیگرند، پس مجموع مقادیر ممکن برای $b-a$ برابر $-۲a$ یعنی -۶ است.

۸ حاصل عبارت $\sqrt[4]{4}(\sqrt{5-2\sqrt{6}}+\sqrt{5+2\sqrt{6}})$ کدام است؟

۱) $4\sqrt{6}$
۲) $2\sqrt{6}$
۳) $4\sqrt{3}$
۴) $2\sqrt{3}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint عبارت توی پرانتز رو به توان ۲ برسون و بعدش ازش جذر بگیر.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در ابتدا داریم:

$$\sqrt[4]{4}=\sqrt{2}$$

گام دوم: حالا عبارت $\sqrt{5-2\sqrt{6}}+\sqrt{5+2\sqrt{6}}$ را A می‌نامیم و به توان ۲ می‌رسانیم:

$$A^2=5-2\sqrt{6}+5+2\sqrt{6}+2\sqrt{(5-2\sqrt{6})(5+2\sqrt{6})}$$

$$=5+5+2\sqrt{1}=12$$

از آن‌جا که A مثبت است، مقدار آن برابر $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ است.

گام سوم: خواستهٔ سؤال برابر $\sqrt{2}A=2\sqrt{6}$ است.

یه‌جور دیگه

$$\begin{cases}5-2\sqrt{6}=(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 \Rightarrow \sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}\\ 5+2\sqrt{6}=(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 \Rightarrow \sqrt{5+2\sqrt{6}}=\sqrt{3}+\sqrt{2}\end{cases} \Rightarrow \sqrt{5-2\sqrt{6}}+\sqrt{5+2\sqrt{6}}=2\sqrt{3}$$

$$\xrightarrow{\sqrt[4]{4}=\sqrt{2}} \sqrt[4]{4}(\sqrt{5-2\sqrt{6}}+\sqrt{5+2\sqrt{6}})=\sqrt{2}\times 2\sqrt{3}=2\sqrt{6}$$

۹ اگر $\sqrt{x+۴}+\sqrt{x-a}=۶$ باشد، حاصل $\sqrt{x+۴}-\sqrt{x-a}-\frac{۲}{۳}$ کدام است؟

۱) $\frac{a}{۲}$ ۲) $\frac{a}{۳}$ ۳) $\frac{a}{۴}$ ۴) $\frac{a}{۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint: دو عبارت رادیکالی رو در هم ضرب کن.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: دو عبارت $\sqrt{x+۴}+\sqrt{x-a}$ و $\sqrt{x+۴}-\sqrt{x-a}$ مزدوج یکدیگرند، با ضرب آن‌ها در یکدیگر داریم:

$$(\sqrt{x+۴}+\sqrt{x-a})(\sqrt{x+۴}-\sqrt{x-a})=x+۴-(x-a)=۴+a$$

$$\Rightarrow ۶(\sqrt{x+۴}-\sqrt{x-a})=۴+a$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+۴}-\sqrt{x-a}=\frac{۲}{۳}+\frac{a}{۶}$$

گام دوم: در نتیجه حاصل عبارت مطلوب مسئلهٔ $\frac{a}{۶}=\frac{۲}{۳}+\frac{a}{۶}-\frac{۲}{۳}$ است.

کنکور

اگر $\sqrt{x+a}-\sqrt{x-۴}=۲$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴}-۲$ کدام است؟

(سؤال ۱۱۴ کنکور تجربی ۱۴۰۳ ـ نوبت دوم)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) $\frac{a}{۴}$ ۴) $\frac{a}{۲}$

۱۰ ساده‌شدهٔ عبارت $(\frac{۱}{x}+۲)(\frac{۴x}{۱-۴x^۲}+\frac{۱}{۲x-۱})$ کدام است؟ $(x\neq ۰\ ,\ \pm\frac{۱}{۲})$

۱) x ۲) $-x$

۳) $\frac{۱}{x}$ ۴) $-\frac{۱}{x}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: عبارت اول را ساده می‌کنیم:

$$\frac{۱}{۲x-۱}+\frac{۴x}{۱-۴x^۲}=\frac{-(۱+۲x)+۴x}{۱-۴x^۲}=\frac{-۱+۲x}{۱-۴x^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲x-۱}+\frac{۴x}{۱-۴x^۲}=\frac{-(۱-۲x)}{(۱-۲x)(۱+۲x)}=-\frac{۱}{۱+۲x}$$

گام دوم: در عبارت دوم مخرج‌مشترک می‌گیریم:

$$۲+\frac{۱}{x}=\frac{۲x+۱}{x}$$

گام سوم: با ضرب دو عبارت ساده‌شده داریم:

$$(\frac{۱}{۲x-۱}+\frac{۴x}{۱-۴x^۲})(۲+\frac{۱}{x})=-\frac{۱}{۱+۲x}\times\frac{۲x+۱}{x}=-\frac{۱}{x}$$

تیزبازی

حاصل عبارت داده‌شده به ازای $x=۲$ را حساب می‌کنیم:

$$\xrightarrow{x=۲} (\frac{۱}{۳}-\frac{۸}{۱۵})\times\frac{۵}{۲}=-\frac{۱}{۲}$$

که فقط عبارت گزینهٔ (۴) صدق می‌کند.

۱۱ قرینهٔ معکوس عدد $۹+۳\sqrt[۳]{۵}+\sqrt[۳]{۲۵}$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt[۳]{۵}-۳}{۲۲}$

۲) $\frac{۳-\sqrt[۳]{۵}}{۲۲}$

۳) $\frac{۳+\sqrt[۳]{۵}}{۲۲}$

۴) $\frac{-\sqrt[۳]{۵}-۳}{۲۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: خواستهٔ سؤال $-\frac{۱}{\sqrt[۳]{۲۵}+۳\sqrt[۳]{۵}+۹}$ است.

گام دوم: به کمک اتحاد چاق و لاغر مخرج کسر بالا را گویا می‌کنیم:

$$-\frac{۱}{\sqrt[۳]{۵^۲}+۳\sqrt[۳]{۵}+۹}=-\frac{۱}{(\sqrt[۳]{۵})^۲-(-۳)(\sqrt[۳]{۵})+(-۳)^۲}\times\frac{\sqrt[۳]{۵}-۳}{\sqrt[۳]{۵}-۳}$$

$$=\frac{-(\sqrt[۳]{۵}-۳)}{(\sqrt[۳]{۵})^۳-(۳)^۳}=\frac{۳-\sqrt[۳]{۵}}{-۲۲}=\frac{\sqrt[۳]{۵}-۳}{۲۲}$$

تیزبازی

عدد $۹+۳\sqrt[۳]{۵}+\sqrt[۳]{۲۵}$ قطعاً از ۱۴ بزرگ‌تر است؛ زیرا $\sqrt[۳]{۲۵}$ از ۲ و $۳\sqrt[۳]{۵}$ نیز از ۳ بزرگ‌تر است؛ در نتیجه، قرینهٔ معکوس آن عددی منفی است که قطعاً از $-\frac{۱}{۱۴}$ بزرگ‌تر است.

اعداد گزینه‌های (۲) و (۳) که مثبت هستند. در گزینهٔ (۴)، حتی اگر $\sqrt[۳]{۵}$ را ۱ بگیریم، عدد به‌دست‌آمده $-\frac{۲}{۱۱}=-\frac{۴}{۲۲}$ می‌شود که از $-\frac{۱}{۱۴}$ کوچک‌تر است. در نتیجه گزینهٔ (۱) پاسخ صحیح این سؤال است.

۱۲ اگر در حل معادلهٔ $k^۲ + ۶ = ۲k(k + \frac{۱}{۲})$ به روش تجزیه، به معادلهٔ $(k + b)(k - a) = ۰$ رسیده باشیم، حاصل $a - b$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) -۲ ۳) -۳ ۴) -۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: معادله را بازنویسی می‌کنیم:

$$k^۲ + ۶ = ۲k^۲ + k \Rightarrow k^۲ + k - ۶ = ۰$$

گام دوم: عبارت بالا را تجزیه می‌کنیم:

$$\Rightarrow (k + ۳)(k - ۲) = ۰$$

گام سوم: حالت‌های زیر را داریم:

$$\begin{cases} -a = ۳, b = -۲ \Rightarrow a = -۳, b = -۲ \Rightarrow a - b = -۱ \\ -a = -۲, b = ۳ \Rightarrow a = ۲, b = ۳ \Rightarrow a - b = -۱ \end{cases}$$

در هر حالت حاصل $a - b$ برابر -۱ است.

یه جور دیگه

a و $-b$، جواب‌های معادلهٔ $k^۲ + k - ۶ = ۰$ هستند، پس $a - b$ برابر مجموع جواب‌هاست و براساس سرفصل‌های حسابان یازدهم داریم:

$$a - b = S = -۱$$

۱۳ ریشهٔ مضاعف معادلهٔ $3x^2+(m-2)x-m-1=0$ کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

مشاوره معادله، «جواب» دارد، نه ریشه. اما متأسفانه در ادبیات کنکور به اشتباه کلمهٔ «ریشه» مصطلح شده است و هدف از نگارش این سؤال بدین‌گونه، یادآوری این نکته است.

در واقع مجموعهٔ جواب‌های یک معادله در اعداد حقیقی، بزرگ‌ترین زیرمجموعه از $\mathbb{R}$ است که به ازای همهٔ اعضای آن، معادله برقرار می‌شود. در این تعریف، اطلاق معانی «جواب مضاعف»، «جواب متمایز یا غیرمتمایز» و ... اساساً نادرست است؛ زیرا در مجموعهٔ جواب‌های یک معادله، به خاطر مجموعه‌بودن آن، نوشتن اعضای تکراری اهمیتی ندارد.

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint Δ رو برابر صفر قرار بده.

نکته در معادلهٔ درجه‌دوم $ax^2+bx+c=0$، اگر $\Delta=b^2-4ac=0$ باشد، تنها جواب معادله $x_0=-\frac{b}{2a}$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: Δ ی معادله را صفر می‌کنیم:

$$\Delta=(m-2)^2-4(3)(-m-1)=m^2-4m+4+12m+12=0$$

$$\Rightarrow m^2+8m+16=(m+4)^2=0 \Rightarrow m=-4$$

گام دوم: تنها جواب معادله $x_0=-\frac{m-2}{6}$ است که به ازای $m=-4$ برابر می‌شود با ۱.

۱۴ اگر یکی از جواب‌های معادلهٔ درجه‌دوم $2x^2+5x+m=0$ برابر $x=-3$ باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) -1

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint $x=-3$ رو جای‌گذاری کن.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** جواب‌های معادله در معادله صدق می‌کنند، پس $x=-3$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$2(-3)^2+5(-3)+m=0$$

$$\Rightarrow 18-15+m=0 \Rightarrow m=-3$$

گام دوم: یعنی در اصل معادله $2x^2+5x-3=0$ را داشته‌ایم. به کمک تجزیه این معادله را حل می‌کنیم:

$$2x^2+5x-3=(x+3)(2x-1)=0$$

$$\xrightarrow{\text{جواب دیگر}} x=\frac{1}{2}$$

دقت کنید که در تجزیه می‌دانستیم که حتماً عامل $x+3$ را دارد، زیرا طبق فرض یکی از جواب‌ها $x=-3$ بود.

یه‌جور دیگه به کمک سرفصل‌های حسابان یازدهم حل می‌کنیم:

مجموع جواب‌ها: $S=-3+x_2=-\frac{5}{2} \Rightarrow x_2=\frac{1}{2}$

۱۵ مجموع مربعات جواب‌های معادلهٔ $(۴x-۳)^۲ = ۲۵$ کدام است؟

۱) $\frac{۹}{۴}$ ۲) $\frac{۲۵}{۴}$ ۳) $\frac{۱۷}{۴}$ ۴) $\frac{۱۵}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint به روش ریشه‌گیری حل کن.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: معادلهٔ زیر را داریم:

$$(۴x-۳)^۲ = ۵^۲$$

این یعنی:

$$\begin{cases} ۴x-۳=۵ \Rightarrow x=۲ \\ ۴x-۳=-۵ \Rightarrow x=-\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

گام دوم: مجموع مربعات جواب‌ها برابر $x_۱^۲ + x_۲^۲ = ۲^۲ + (-\frac{۱}{۲})^۲ = \frac{۱۷}{۴}$ است.

هندسه دهم

۱۶ **روی اضلاع مستطیلی به مساحت ۱۶، دو نقطه وجود دارد که از مرکز مستطیل به فاصلهٔ x و شش نقطه هست که از مرکز به فاصلهٔ ۲x باشند. محیط مستطیل کدام است؟**

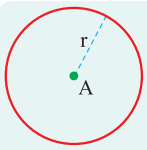
۱) $۶\sqrt{۲}$
۲) $۱۲\sqrt{۲}$
۳) $۱۶\sqrt{۲}$
۴) $۲۰\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint اطلاعات مسئله، طول و عرض مستطیل را داده است.

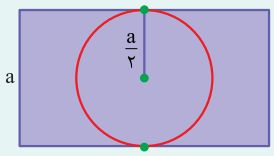
درس Box

۱) مجموعه نقاطی که از نقطهٔ A به فاصلهٔ مشخص r باشند، روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع r قرار دارد.

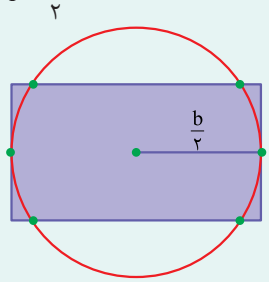


۲) در مستطیل به طول و عرض a و b

الف) زمانی دو نقطه روی اضلاع هست که از مرکز به فاصلهٔ r باشد که: $r = \frac{a}{۲}$

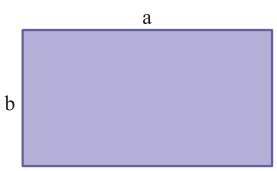


ب) زمانی شش نقطه روی اضلاع هست که از مرکز به فاصلهٔ r باشند که: $r = \frac{b}{۲}$



پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: مستطیلی به طول و عرض a و b را در نظر می‌گیریم، مساحت برابر ۱۶ است، پس:



$$\Rightarrow ab = ۱۶$$

گام دوم: وقتی دو نقطه روی اضلاع هست که به فاصلهٔ x از مرکز باشند، پس:

$$x = \frac{\text{عرض}}{۲} \Rightarrow x = \frac{b}{۲} \Rightarrow b = ۲x$$

گام سوم: زمانی که شش نقطه روی اضلاع وجود دارد که به فاصلهٔ ۲x از مرکز مستطیل باشد، یعنی:

$$۲x = \frac{۱}{۲}(\text{طول}) \Rightarrow ۲x = \frac{۱}{۲}\cdot a \Rightarrow a = ۴x$$

گام چهارم: در رابطهٔ مساحت جای‌گذاری می‌کنیم:

$$ab = ۱۶ \Rightarrow ۴x.۲x = ۱۶ \Rightarrow x^۲ = ۲ \Rightarrow x = \sqrt{۲}$$

محیط مستطیل برابر است با:

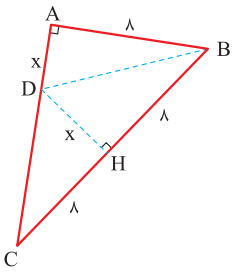
$$\text{محیط} = ۲(\text{عرض} + \text{طول}) = ۲(a + b) = ۲(۴x + ۲x) = ۱۲x = ۱۲\sqrt{۲}$$

۱۷ در چهارضلعی **ABCD**، $\hat{A} = ۹۰^\circ$ ، $AB = ۸$ و مساحت چهارضلعی ۲۴ است. اگر نیمساز زاویهٔ **B** و عمودمنصف ضلع **BC** در نقطهٔ **D** متقاطع باشند، طول **AD** کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی



گام اول: شکل مناسب برای مسئله به صورت مقابل می‌باشد. در این شکل BD نیمساز زاویهٔ B و DH عمودمنصف ضلع BC است که در نقطهٔ D متقاطع هستند.

گام دوم: چون نقطهٔ D روی نیمساز است و از D بر اضلاع AB و BC عمود رسم شده است، مثلث‌های ABD و ADH هم‌نهشتند و تمام اجزای آن‌ها مساوی است، پس:

$$AB = BH = ۸$$

$$AD = DH = x$$

در ضمن چون DH عمودمنصف است، پس:

$$BH = HC = ۸$$

گام سوم: مساحت چهارضلعی برابر با ۲۴ است، یعنی:

$$S_{ABCD} = ۲۴ \Rightarrow S_{ABD} + S_{DBC} = ۲۴ \Rightarrow \frac{۸x}{۲} + \frac{۱۶x}{۲} = ۲۴ \Rightarrow ۴x + ۸x = ۲۴ \Rightarrow x = ۲$$

پس:

$$AD = x \Rightarrow AD = ۲$$

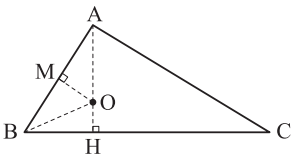
۱۸ در مثلث ABC، نیمساز زاویهٔ B عمودمنصف ضلع AB و ارتفاع AH در نقطهٔ O درون مثلث متقاطعند. اگر $\hat{A} > \hat{C}$ باشد، کدام رابطهٔ زیر همواره برقرار نیست؟

۱) $CH > BH$

۲) $AC > BC$

۳) $BC > AB$

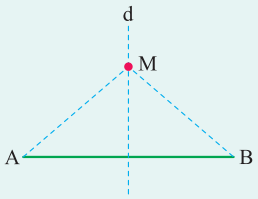
۴) $CH > BM$



پاسخ: گزینهٔ ۲

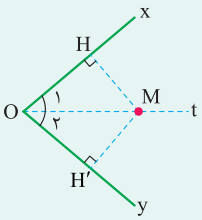
درس Box

۱) هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است.



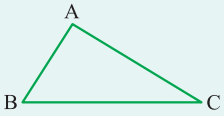
$d = AB$ عمودمنصف پاره‌خط $\Rightarrow MA = MB$

۲) فاصلهٔ هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع زاویه، یکسان و برابر است.



$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow MH = MH' \quad و \quad OH = OH'$

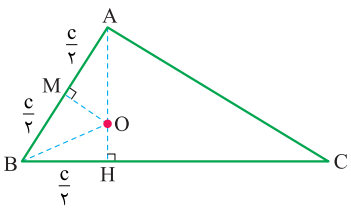
۳) اگر در مثلث ABC، زاویه‌ای از زاویهٔ دیگر بزرگ‌تر باشد، ضلع روبه‌رو به زاویهٔ بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویهٔ کوچک‌تر و برعکس.



$\hat{B} > \hat{C} \Leftrightarrow AC > AB$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: OM عمودمنصف ضلع AB است، پس آن را نصف می‌کند؛ بنابراین:



$AB = c \Rightarrow BM = AM = \frac{c}{2}$

گام دوم: نقطهٔ O روی نیمساز BO و ارتفاع AH است، پس یعنی از O بر دو ضلع AB و BC عمود رسم شده است و بنابراین:

$OM = OH$

$BM = BH = \frac{c}{2}$

گام سوم: می‌دانیم $\hat{A} > \hat{C}$، پس $BC > AB$، یعنی:

$$BC > AB \Rightarrow \frac{c}{2} + CH > \frac{c}{2} + \frac{c}{2} \Rightarrow CH > \frac{c}{2} \Rightarrow \begin{cases} CH > BH \\ CH > BM \\ CH > MA \end{cases}$$

پس گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) درست هستند و گزینهٔ (۲) همواره برقرار نیست.

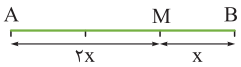
۱۹ دو نقطهٔ M و P روی پاره‌خط AB به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که $\frac{AM}{MB}=۲$ و $\frac{BP}{AP}=۳$ است. نسبت اندازهٔ PM به AB کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۱۲}$ ۲) $\frac{۷}{۱۲}$ ۳) $\frac{۶}{۷}$ ۴) $\frac{۳}{۱۴}$

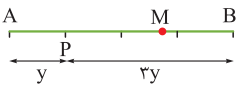
پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: پاره‌خط AB و نقطهٔ M را به صورت زیر در نظر می‌گیریم. نقطهٔ M پاره‌خط AB را به دو قسمت به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرده است:



گام دوم: نقطهٔ P نزدیک‌تر به A بوده و آن را به نسبت $\frac{۱}{۳}$ تقسیم می‌کند:



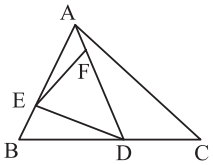
گام سوم: ارتباط بین x و y برابر است با:

$$\begin{cases} AB=۳x \\ AB=۴y \end{cases} \Rightarrow ۳x=۴y$$

گام چهارم: نسبت PM به AB عبارت است از:

$$\frac{PM}{AB}=\frac{۳y-x}{۴y}=\frac{۳y-\frac{۴}{۳}y}{۴y}=\frac{\frac{۵}{۳}y}{۴y}=\frac{۵}{۱۲}$$

۲۰ در شکل زیر، $FD = ۳AF$، $\frac{BE}{AB} = \frac{۲}{۵}$ و $BD = ۲DC$ است. نسبت مساحت مثلث BED به مساحت مثلث ADC کدام است؟

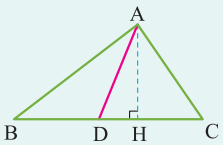


۱) $\frac{۲}{۵}$
۲) $\frac{۴}{۵}$
۳) $\frac{۳}{۴}$
۴) $\frac{۵}{۸}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

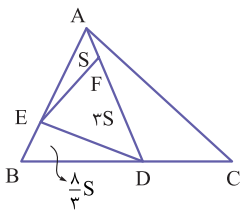
اگر ارتفاع در دو مثلث یکسان باشد، نسبت مساحت آن‌ها با نسبت قاعده‌هایشان برابر است.



$$\text{AH} = \text{ارتفاع} \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = \frac{BD}{DC}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مثلث‌های AEF و FED ارتفاع یکسان دارند، پس:



$$\frac{S_{AEF}}{S_{FED}} = \frac{AF}{FD} = \frac{۱}{۳}$$

اگر مساحت مثلث AED را S فرض کنیم، پس:

$$S_{FED} = ۳S$$

گام دوم: ارتفاع‌های دو مثلث BED و DEA نیز یکسان است، پس:

$$\frac{BE}{AB} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow \frac{BE}{AE} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{S_{BDE}}{S_{AED}} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{S_{BDE}}{۴S} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow S_{BDE} = \frac{۸}{۳}S$$

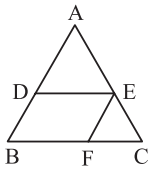
گام سوم: دو مثلث ABD و ADC نیز ارتفاع‌های برابر دارند، پس:

$$BD = ۲DC \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = ۲ \Rightarrow \frac{S + ۳S + \frac{۸}{۳}S}{S_{ADC}} = ۲ \Rightarrow S_{ADC} = \frac{۱۰}{۳}S$$

گام چهارم: نسبت مساحت مثلث BED به ADC عبارت است از:

$$\frac{S_{BED}}{S_{ADC}} = \frac{\frac{۸}{۳}S}{\frac{۱۰}{۳}S} = \frac{۴}{۵}$$

۲۱ در شکل زیر BDEF متوازی‌الاضلاع است، حاصل $\frac{BD}{AB}+\frac{BF}{BC}$ کدام است؟

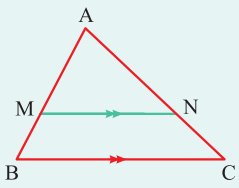


۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۱
۳) ۲
۴) $\frac{۲}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

فرض کنید در مثلث ABC، پاره‌خط MN موازی با قاعدهٔ BC رسم شده باشد.

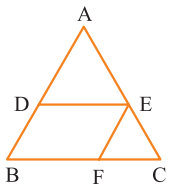


۱) **قضیهٔ تالس:** اگر $MN \parallel BC$ باشد، آن‌گاه: $\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}$

۲) **تعمیم قضیهٔ تالس:** اگر $MN \parallel BC$ باشد، آن‌گاه: $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: چهارضلعی BDEF متوازی‌الاضلاع است، پس:



$BD \parallel EF \ , \ DE \parallel BC$

گام دوم: قضیهٔ تالس را در حالت‌های زیر می‌نویسیم:

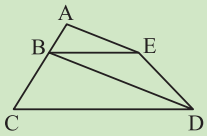
$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{BD}{AB}=\frac{CE}{AC}$$

$$EF \parallel AB \Rightarrow \frac{BF}{BC}=\frac{AE}{AC}$$

گام سوم: طرفین روابط بالا را با هم جمع می‌کنیم:

$$\frac{BD}{AB}+\frac{BF}{BC}=\frac{CE}{AC}+\frac{AE}{AC}=\frac{CE+AE}{AC}=\frac{AC}{AC}=۱$$

۲۲ در شکل زیر $AE \parallel BD$ و $BE \parallel CD$ بوده و $AB = ۲$ ، $BC = ۴$ و $AE = ۳$ ، طول BD کدام است؟

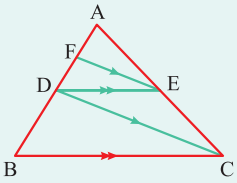


۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۴

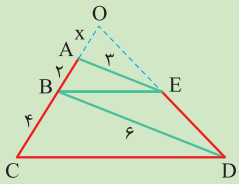
Hint خطوط AC و ED را ادامه دهید.

درس Box در شکل مقابل:



$$\left.\begin{matrix} FE \parallel DC \\ DE \parallel BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow AD^{۲} = AF.AB$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** خطوط AC و DE را امتداد می‌دهیم تا یکدیگر را در نقطهٔ O قطع کنند. اگر $OA = x$ باشد:



$$\left.\begin{matrix} AE \parallel BD \\ BE \parallel CD \end{matrix}\right\} \Rightarrow OB^{۲} = OA.OC \Rightarrow (x+۲)^{۲} = x(x+۶)$$

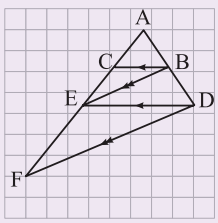
$$\Rightarrow x^{۲} + ۴x + ۴ = x^{۲} + ۶x \Rightarrow x = ۲$$

گام دوم: تعمیم قضیهٔ تالس را در مثلث OBD می‌نویسیم:

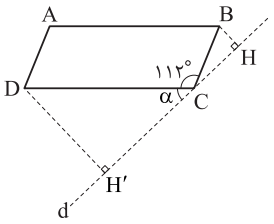
$$\frac{OA}{OB} = \frac{AE}{BD} \Rightarrow \frac{۲}{۴} = \frac{۳}{BD} \Rightarrow BD = ۶$$

کتاب درسی **در شکل زیر، می‌دانیم $BC \parallel DE$ و $BE \parallel SF$، به کمک قضیهٔ تالس در مثلث‌های ADE و ADF و مقایسهٔ تناسب‌ها با یکدیگر، ثابت کنید: $AE^{۲} = AC.AF$ (به عبارت دیگر AE واسطهٔ هندسی بین AC و AF است.)**

(هندسه (۲) ـ تمرین ۵ صفحهٔ ۳۷ کتاب درسی)



۲۳ فاصلهٔ رئوس B و D از متوازی‌الاضلاع ABCD از خط d به ترتیب ۳ و ۱ است، اگر $\frac{CH'}{CH} = ۳$ باشد، زاویهٔ α کدام است؟



۱) ۲۱°

۲) ۳۴°

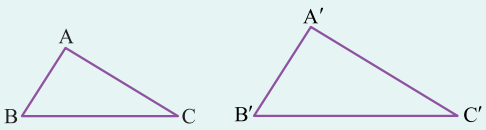
۳) ۳۰°

۴) ۴۵°

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

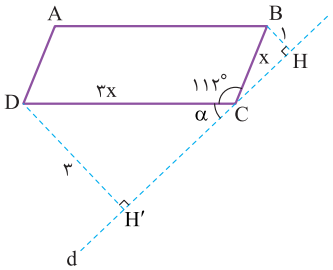
اگر دو ضلع از مثلثی با دو ضلع مثلث دیگری متناسب باشند و زاویهٔ بین آن‌ها برابر باشد، دو مثلث متشابهند.



$$\begin{cases} \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} \\ \hat{A} = \hat{A}' \end{cases} \Rightarrow \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: از نقاط B و D بر خط d عمود رسم می‌کنیم، پس



$$BH = ۱ \quad و \quad DH' = ۳$$

گام دوم: مثلث‌های BCH و DCH′ متشابهند، زیرا:

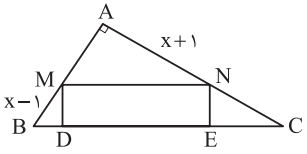
$$\begin{cases} \frac{CH'}{CH} = ۳ \\ \frac{DH'}{BH} = ۳ \end{cases} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \frac{CH'}{CH} = \frac{DH'}{BH} \\ H' = H = ۹۰^\circ \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{زاویهٔ بین برابر}]{\text{به حالت دو ضلع متناسب و}} \overset{\Delta}{DCH'} \sim \overset{\Delta}{BCH} \Rightarrow H'\hat{C}D = B\hat{C}H = \alpha$$

گام سوم: بنابراین:

$$\alpha + ۱۱۲^\circ + \alpha = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۲\alpha = ۱۸۰^\circ - ۱۱۲^\circ = ۶۸^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = ۳۴^\circ$$

۲۴ مستطیلی را درون مثلث قائم‌الزاویه قرار داده‌ایم. اگر مساحت مستطیل ۱۵ باشد، مقدار x کدام است؟



۱) ۲

۲) ۴

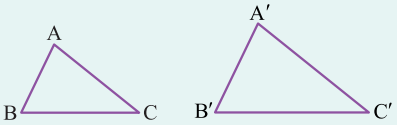
۳) ۱

۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

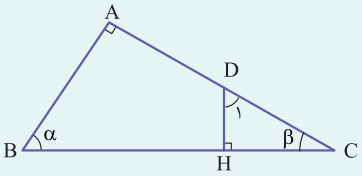
درس Box

۱) اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگری برابر باشند، دو مثلث متشابهند.



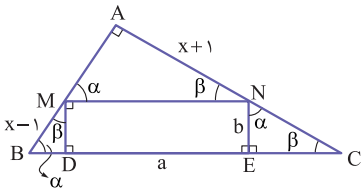
$$\begin{cases}\hat{A}=\hat{A}'\\ \hat{B}=\hat{B}'\end{cases}\Rightarrow \overset{\Delta}{ABC}\sim \overset{\Delta}{A'B'C'}$$

۲) در شکل‌هایی که زوایای متمم وجود دارند، یعنی دو زاویه که جمع آن‌ها 90° می‌شود، تعیین زوایای برابر می‌تواند با استفاده از $\alpha+\beta=90^\circ$ و اسم‌گذاری آن‌ها روی شکل باشد، مثلاً



$$\begin{cases}\hat{B}+\hat{C}=90^\circ \Rightarrow \alpha+\beta=90^\circ\\ \hat{D}_1+\hat{C}=90^\circ \xrightarrow{\hat{C}=\beta} \hat{D}_1=\alpha\end{cases}\Rightarrow \hat{B}=\hat{D}_1=\alpha$$

گام اول: زوایای متمم موجود روی شکل را با α و β مشخص می‌کنیم؛ بنابراین مشخص می‌شود هر چهار مثلث موجود با هم در حالت برابری دو زاویه متشابه هستند.



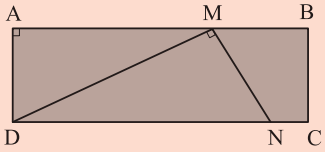
گام دوم: اضلاع مستطیل را a و b فرض می‌کنیم، پس:

$$\overset{\Delta}{MDB}\sim \overset{\Delta}{NAM}\Rightarrow \frac{MD}{NA}=\frac{MB}{MN}\Rightarrow \frac{b}{x+1}=\frac{x-1}{a}\Rightarrow ab=x^2-1$$

گام سوم: مساحت مستطیل برابر با ab است، پس:

$$x^2-1=15\Rightarrow x^2=16\xrightarrow{x>0} x=4$$

۲۵ در مستطیل $ABCD$، $AM = 2MN = 4$ است، DN کدام است؟



۱) $2\sqrt{2}+2$

۲) $4\sqrt{2}$

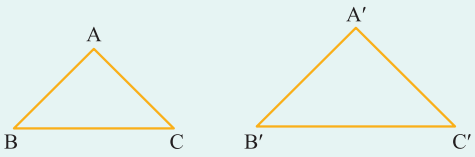
۳) $6-\sqrt{2}$

۴) $\sqrt{2}+4$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

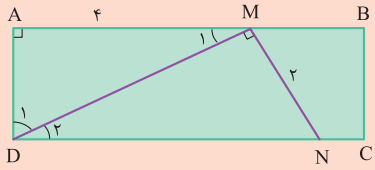
اگر دو زاویه از مثلثی برابر با دو زاویه از مثلث دیگر باشد، دو مثلث متشابه‌اند.



$$\begin{cases}\hat{A}=\hat{A}'\\ \hat{B}=\hat{B}'\end{cases}\Rightarrow \overset{\Delta}{ABC}\sim \overset{\Delta}{A'B'C'}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: مثلث‌های AMD و DMN متشابه‌اند، زیرا:



$$\begin{cases}\hat{D}_1+\hat{M}_1=90^\circ\\ \hat{D}_1+\hat{D}_2=90^\circ\end{cases}\Rightarrow \hat{M}_1=\hat{D}_2,\ \hat{M}=\hat{A}=90^\circ \xrightarrow{\text{زز}} AMD\sim MDN$$

گام دوم: نسبت‌های تشابه را می‌نویسیم:

$$\frac{AM}{MD}=\frac{MD}{DN}\Rightarrow \frac{4}{MD}=\frac{MD}{DN}\Rightarrow MD^2=4DN\quad (1)$$

گام سوم: رابطهٔ فیثاغورس را در مثلث MDN می‌نویسیم:

$$\overset{\Delta}{MDN}: DN^2=MD^2+4$$

با استفاده از رابطهٔ (۱):

$$DN^2=4DN+4\Rightarrow DN^2-4DN-4=0\Rightarrow DN=\frac{2\pm\sqrt{4+4}}{1}\xrightarrow{DN>0} DN=2+2\sqrt{2}$$

کنکور

مساحت مربع شکل زیر، چه‌قدر است؟ *(سؤال ۲۶ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ ـ نوبت دوم)*



۱) $13/31$

۲) $7/29$

۳) $8/41$

۴) $10/24$

فیزیک دهم

۲۶ هر میکروقرن، چند میلی‌ساعت است؟

۱) ۸۷۶۰ ۲) ۸۷۶

۳) ۸۷/۶ ۴) ۸/۷۶

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

۱) **پیشوندهای یکاها**: هرگاه در اندازه‌گیری‌ها با اندازه‌های بسیار بزرگ‌تر یا بسیار کوچک‌تر از یکای اصلی آن کمیت مواجه شویم، از پیشوندهایی استفاده می‌کنیم که در جدول زیر آمده است. همان‌طور که از ضرایب تبدیل جدول پیداست هر پیشوند، توان معینی از ۱۰ را نشان می‌دهد که به صورت یک عامل ضرب به کار می‌رود (به بزرگ و کوچک بودن حروف نمادها توجه کنید)، یعنی وقتی پیشوندی به یکایی افزوده می‌شود، آن یکا در ضریب مربوطه ضرب می‌شود، مثلاً یک میکرومتر ($1\,\mu m$) که به آن میکرون نیز می‌گویند، برابر $1\times10^{-6}\,m$ است یا سه مگاوات ($3\,MW$) برابر $3\times10^{6}\,W$ است.

ضریب	پیشوند	نماد	ضریب	پیشوند	نماد
10^{24}	یوتا	Y	10^{-24}	یوکتو	y
10^{21}	زِتا	Z	10^{-21}	زِپتو	z
10^{18}	اِگزا	E	10^{-18}	آتو	a
10^{15}	پِتا	P	10^{-15}	فِمتو	f
10^{12}	تِرا	T	10^{-12}	پیکو	p
10^{9}	گیگا (جیگا)	G	10^{-9}	نانو	n
10^{6}	مِگا	M	10^{-6}	میکرو	μ
10^{3}	کیلو	k	10^{-3}	میلی	m
10^{2}	هِکتو	h	10^{-2}	سانتی	c
10^{1}	دِکا	da	10^{-1}	دِسی	d

۲) **تبدیل زنجیره‌ای**: برای تبدیل یکای یک کمیت به یکاهای دیگر، از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. برای نمونه، برای این‌که ببینیم $20\,in$ معادل چند cm است، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

الف) ابتدا تساوی بین یکاها را می‌نویسیم، تا ضریب تبدیل مناسب به دست آید:

$$1\,in=2/54\,cm\Rightarrow\frac{1\,in}{2/54\,cm}=1\quad\text{یا}\quad\frac{2/54\,cm}{1\,in}=1$$

ب) سپس به کمک ضریب تبدیل مناسب، تبدیل زنجیره‌ای را می‌نویسیم:

$$20\,in=20\,in\times\frac{2/54\,cm}{1\,in}=50/8\,cm$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به پیشوند میکرو از جدول درس‌باکس، داریم:

$$1\text{ میکروقرن}=10^{-6}\text{ قرن}=10^{-6}\,century$$

گام دوم: با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، یک میکروقرن را به میلی‌ساعت تبدیل می‌کنیم:

$$10^{-6}\,century\times\frac{10^{2}\,year}{1\,century}\times\frac{365\,day}{1\,year}\times\frac{24\,h}{1\,day}\times\frac{1\,mh}{10^{-3}\,h}=876\,mh$$

۲۷ یک تندی‌سنج رقمی، تندی حرکت یک متحرک را $۳۰/۲\ m/s$ نشان می‌دهد. دقت اندازه‌گیری این تندی‌سنج چند کیلومتر بر ساعت است؟

۱) $۰/۷۲$
۲) $۰/۳۶$
۳) $۷/۲$
۴) $۳/۶$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

دقت اندازه‌گیری یک ابزار رقمی (دیجیتال) برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن دستگاه می‌خواند.

پاسخ خیلی تشریحی

دقت اندازه‌گیری این تندی‌سنج $۰/۱\ m/s$ است. به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای، این مقدار را برحسب $\frac{km}{h}$ به دست می‌آوریم:

$$۰/۱\frac{m}{s}=۰/۱\frac{m}{s}\times\frac{۳۶۰۰\ s}{۱\ h}\times\frac{۱\ km}{۱۰۰۰\ m}=۰/۳۶\frac{km}{h}$$

۲۸ شعاع خارجی استوانه‌ای به ارتفاع ۱۰ cm، برابر ۲۰ cm و شعاع داخلی آن r است. اگر جرم این استوانه برابر با ۹۰ kg و چگالی مادهٔ سازندهٔ آن $8000\ kg/m^3$ باشد، r چند سانتی‌متر است؟ $(\pi = 3)$

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) نسبت جرم به حجم یک جسم را چگالی آن جسم می‌گوییم:

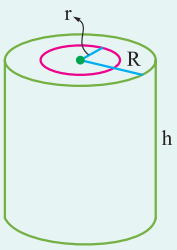
$$\rho = \frac{m}{V}$$

m: جرم (kg)

V: حجم (m^3)

ρ: چگالی (kg/m^3)

۲) **حجم استوانه و مساحت قاعده با شعاع‌های داخلی r و خارجی R:**



$$V_{\text{استوانه}} = A\,h$$

ارتفاع (m) ↑ — ↓ مساحت (m^2)

$$A_{\text{قاعده}} = \pi(R^2 - r^2)h$$

شعاع داخلی ↑ — ↓ شعاع خارجی

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا به کمک رابطهٔ چگالی، حجم جسم را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow[m=90\ kg=90\times10^3\ g]{\rho=8000\ kg/m^3=8\ g/cm^3} V = \frac{90\times10^3}{8} \quad (I)$$

گام دوم: حجم جسم را با استفاده از رابطهٔ حجم استوانه به دست می‌آوریم:

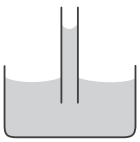
$$V = Ah \Rightarrow V = \pi(R^2 - r^2)h \xrightarrow[h=10\ cm]{\pi=3\ ,\ R=20\ cm} V = 3(20^2 - r^2)10 \quad (II)$$

گام سوم: رابطه‌های (I) و (II) را با یکدیگر برابر قرار می‌دهیم و r را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{90\times10^3}{8} = 3(20^2 - r^2)10 \Rightarrow (20^2 - r^2) = \frac{3000}{8} \Rightarrow 20^2 - r^2 = 375$$

$$\Rightarrow 400 - 375 = r^2 \Rightarrow r^2 = 25 \xrightarrow{\sqrt{}} r = 5\ cm$$

۲۹ **شکل زیر، وضعیت مایعی را درون یک لولهٔ مویین شیشه‌ای نشان می‌دهد. کدام‌یک از موارد زیر دربارهٔ این مایع درست است؟**



الف) نیروی دگرچسبی بین مایع و شیشه، بزرگ‌تر از نیروی هم‌چسبی مایع است.

ب) نیروی دگرچسبی بین مایع و شیشه، کوچک‌تر از نیروی هم‌چسبی مایع است.

پ) این مایع یک سطح شیشه‌ای را تر می‌کند.

ت) این مایع یک سطح شیشه‌ای را تر نمی‌کند.

۱) الف و پ
۲) الف و ت
۳) ب و پ
۴) ب و ت

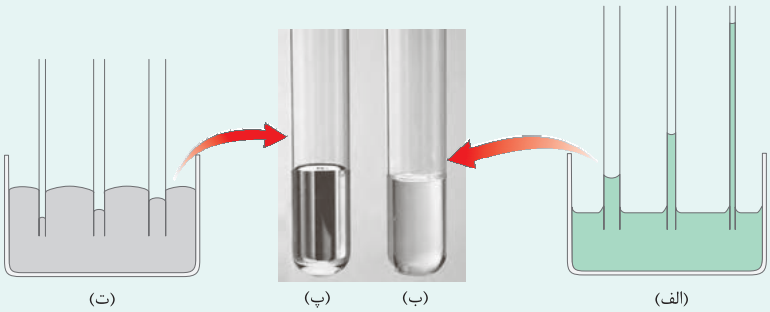
پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

اثر مویینگی: لوله‌هایی که قطر داخلی آن‌ها حدود یک‌دهم میلی‌متر باشد، معمولاً لولهٔ مویین نامیده می‌شوند. مایعات درون لولهٔ مویین بر اثر اختلاف نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و سطح با نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع رفتار خاصی از خود نشان می‌دهند.

رفتار آب و جیوه در لولهٔ مویین:

اگر چند لولهٔ مویین شیشه‌ای و تمیز را وارد یک ظرف آب کنیم (شکل الف)، آب در لوله‌های مویین بالا می‌رود. ارتفاع آب در لولهٔ مویین بالاتر از سطح آب داخل ظرف است و سطح آب در داخل لوله فرو رفته است، اما اگر چند لولهٔ مویین شیشه‌ای تمیز را مطابق شکل (ت) وارد یک ظرف جیوه کنیم، سطح جیوه در لوله‌های مویین، پایین‌تر از سطح جیوهٔ ظرف قرار می‌گیرد. هم‌چنین سطح جیوه درون لوله‌های مویین برآمده است.



پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به شکل داده‌شده در سؤال و مطالب درس‌باکس، می‌توان دریافت که عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند و گزینهٔ (۱) صحیح می‌باشد.

بررسی عبارت‌ها:

الف) میزان ارتفاع مایع درون لوله از ارتفاع مایع در ظرف بیشتر است، پس این عبارت که نیروی دگرچسبی بزرگ‌تر از هم‌چسبی است، درست می‌باشد.

ب) نادرست است.

پ) وقتی نیروی دگرچسبی مایع و شیشه از نیروی هم‌چسبی مولکول‌های مایع، بزرگ‌تر باشد، مایع می‌تواند شیشه را تر کند.

ت) نادرست است.

۳۰ مساحت روزنهٔ خروج بخار آب روی درب یک زودپز $5\ mm^2$ است. اگر وزنه‌ای به جرم $200\ g$ روی این روزنه قرار داشته باشد، بیشینهٔ فشار پیمانه‌ای هوای درون زودپز چند اتمسفر می‌تواند باشد؟ $(g = 10\ m/s^2$ و $P_0 = 1\ atm = 10^5\ Pa)$

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

۱) به اختلاف فشار مطلق گاز (P) و فشار هوای محیط (P_0)، فشار پیمانه‌ای می‌گویند و آن را با نماد P_g نمایش می‌دهند:

$$P_g = P - P_0$$

۲) فشار پیمانه‌ای P_g که به سطح A وارد می‌شود، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$P_g = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A}$$

F: نیرو (N)

m: جرم (kg)

A: مساحت مقطع (m^2)

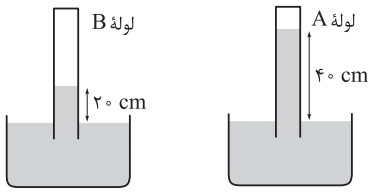
$g \simeq 10\ N/kg$: شتاب گرانش در سطح زمین

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بیشینهٔ فشار پیمانه‌ای هوای درون زودپز را حساب می‌کنیم:

$$P_g = \frac{mg}{A} \xrightarrow[g=10\ m/s^2\ ,\ A=5\ mm^2=5\times10^{-6}\ m^2]{m=200\ g=0/2\ kg} P_g = \frac{2\times10^{-1}\times10}{5\times10^{-6}} = \frac{2}{5\times10^{-6}} = 4\times10^5\ Pa = 4\ atm$$

۳۱ در شکل زیر، چگالی مایع درون هر دو ظرف برابر با $۱/۷\ g/cm^۳$ است. فشار گاز جمع‌شده در انتهای لولهٔ A، چند برابر فشار گاز جمع‌شده در انتهای لولهٔ B است؟ ($g = ۱۰\ m/s^۲$ و فشار هوای محیط برابر با $۷۲/۵\ cmHg$ است.)



۱) ۲

۲) $\frac{۱}{۲}$

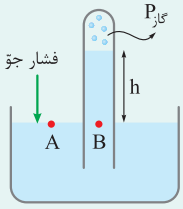
۳) $\frac{۲۴}{۲۵}$

۴) $\frac{۲۷}{۲۸}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

در بارومتر شکل زیر، با نوشتن اصل هم‌فشاری برای نقاط هم‌تراز A و B، می‌توان فشار گاز محبوس را به دست آورد:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_۰ = P_{گاز} + \rho gh$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا فشار ناشی از مایع‌های درون استوانه‌ها را برحسب سانتی‌متر جیوه به دست می‌آوریم:

$$\rho_A h_A = \rho_{جیوه} h_{جیوه} \Rightarrow ۱/۷ \times ۴۰ = ۱۳/۶ \times h_{جیوه} \Rightarrow h_{جیوه} = ۵\ cm \Rightarrow P_{A\ مایع} = ۵\ cmHg$$

$$\rho_B h_B = \rho_{جیوه} h_{جیوه} \Rightarrow ۱/۷ \times ۲۰ = ۱۳/۶ \times h_{جیوه} \Rightarrow h_{جیوه} = ۲/۵\ cm \Rightarrow P_{B\ مایع} = ۲/۵\ cmHg$$

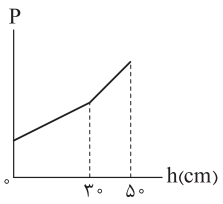
گام دوم: حالا فشار گازهای حبس‌شده از لوله‌ها را به کمک چیزی که در درس‌باکس دیدیم، حساب می‌کنیم:

$$P_۰ = P_{گاز} + P_{مایع} \Rightarrow P_{گاز} = P_۰ - P_{مایع} \begin{cases} P_{A\ گاز} = ۷۲/۵ - ۵ = ۶۷/۵\ cmHg \\ P_{B\ گاز} = ۷۲/۵ - ۲/۵ = ۷۰\ cmHg \end{cases}$$

در پایان داریم:

$$\frac{P_{A\ گاز}}{P_{B\ گاز}} = \frac{۶۷/۵}{۷۰} = \frac{۲۷}{۲۸}$$

۳۲ درون یک ظرف استوانه‌ای، آب و روغن ریخته‌ایم. نمودار فشار برحسب فاصله از سطح آزاد مایع‌ها، مطابق شکل زیر است. فشار پیمانه‌ای در فاصلهٔ $40\ cm$ از سطح آزاد مایع‌ها چند پاسکال است؟ ($\rho_{روغن} = 0/8\ g/cm^3$، $\rho_{آب} = 1\ g/cm^3$ و $g = 10\ m/s^2$)



۱) ۳۸۰۰

۲) ۳۶۰۰

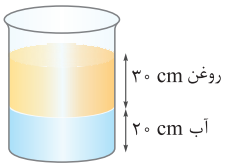
۳) ۳۴۰۰

۴) ۳۲۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: چگالی آب از چگالی روغن بیشتر است، پس روغن روی آب قرار گرفته است:



گام دوم: با توجه به رابطهٔ فشار پیمانه‌ای داریم:

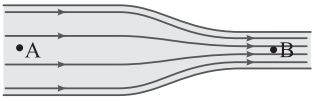
$$P_g = P - P_0 = \rho gh$$

$$P_g = P_{روغن} + P_{آب} = \rho_{روغن} g h_{روغن} + \rho_{آب} g h_{آب}$$

$$\xrightarrow[g=10\ m/s^2\ ,\ h_{روغن}=30\ cm=0/3\ m\ ,\ h_{آب}=10\ cm=0/1\ m]{\rho_{روغن}=0/8\ g/cm^3=800\ kg/m^3\ ,\ \rho_{آب}=1\ g/cm^3=1000\ kg/m^3} P_g = 800\times10\times0/3+1000\times10\times0/1$$

$$\Rightarrow P_g = 2400+1000 = 3400\ Pa$$

۳۳ **در شکل زیر، آب به صورت پایا در لوله‌ای افقی جاری است. اگر قطر مقطع لوله در بخش A، ۲۰ درصد بزرگ‌تر از قطر مقطع آن در بخش B باشد، با رسیدن آب از بخش A به بخش B، تندی آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟**



۱) ۳۶، کاهش می‌یابد.

۲) ۳۶، افزایش می‌یابد.

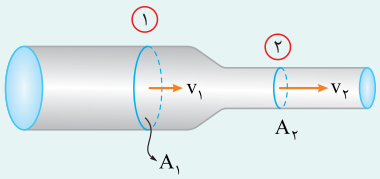
۳) ۴۴، کاهش می‌یابد.

۴) ۴۴، افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

معادلهٔ پیوستگی: همانند شکل زیر، اگر شارهٔ تراکم‌ناپذیری درون لولهٔ افقی با جریان لایه‌ای در حال حرکت باشد، در حالت پایا، آهنگ شارش حجمی شاره از همهٔ مقاطع لوله یکسان است:



$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

v_1 = تندی شاره هنگام عبور از مساحت A_1 (m/s)

v_2 = تندی شاره هنگام عبور از مساحت A_2 (m/s)

نکته

$A_2 < A_1 \Rightarrow v_2 > v_1$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: از معادلهٔ پیوستگی استفاده می‌کنیم و نسبت تندی‌های $\frac{v_A}{v_B}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{d_A}{d_B} = \frac{۱۲۰}{۱۰۰} = \frac{۱۲}{۱۰} \quad , \quad A \propto d^۲$$

$$\frac{v_B}{v_A} = \frac{A_A}{A_B} = (\frac{d_A}{d_B})^۲ = (\frac{۱۲}{۱۰})^۲ = \frac{۱۴۴}{۱۰۰}$$

گام دوم: درصد تغییرات تندی آب را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد تغییرات تندی} = \frac{v_B - v_A}{v_A} \times ۱۰۰ = (\frac{v_B}{v_A} - ۱) \times ۱۰۰ = (\frac{۱۴۴}{۱۰۰} - ۱) \times ۱۰۰ = +۴۴٪$$

تندی در نقطهٔ B نسبت به تندی در نقطهٔ A، ۴۴٪ افزایش داشته است.

۳۴ اگر تندی جسم در حال حرکتی، ۲۰ درصد کاهش یابد، انرژی جنبشی آن به ۳۲ J می‌رسد. انرژی جنبشی اولیهٔ این جسم چند ژول است؟

۱) ۴۰ ۲) ۴۸ ۳) ۵۰ ۴) ۶۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

رابطهٔ انرژی جنبشی:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

K: انرژی جنبشی (J)

m: جرم (kg)

v: تندی (m/s)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

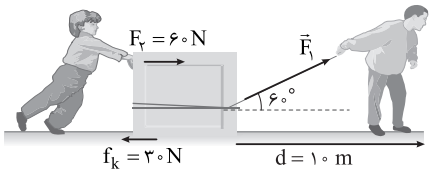
رابطهٔ انرژی جنبشی را به صورت نسبتی می‌نویسیم تا خواستهٔ سؤال را به دست بیاوریم:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \xrightarrow[K_2=32\,J]{v_2=0/8v_1} \frac{32}{K_1} = \left(\frac{0/8v_1}{v_1}\right)^2 = 0/64 \Rightarrow K_1 = \frac{32}{0/64} = 50\,J$$

۳۵ **شکل زیر، پدر و پسری را در حال جابه‌جاکردن یک جعبهٔ سنگین روی سطحی هموار نشان می‌دهد. اگر در طی جابه‌جایی $d = ۱۰\ m$، کار کل انجام‌شده روی جعبه برابر با $۱۵۵۰\ J$ باشد، اندازهٔ نیروی پدر $(F_۱)$، چند نیوتون است؟**



۱) ۲۰۰

۲) ۲۲۵

۳) ۲۵۰

۴) ۳۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

کار کل انجام‌شده روی یک جسم، از جمع جبری تمامی کارهای انجام‌شده روی آن به دست می‌آید:

$$W_t = W_۱ + W_۲ + \dots$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: کار هر یک از نیروهای وارد بر جسم را محاسبه می‌کنیم. توجه کنید که نیروی وزن و نیروی عمودی سطح در این حرکت کاری انجام نمی‌دهند.

$$W_۱ = F_۱ d\cos ۶۰^\circ = F_۱ \times ۱۰ \times \frac{۱}{۲} = ۵F_۱$$

$$W_۲ = F_۲ d\cos ۰^\circ = ۶۰ \times ۱۰ \times ۱ = ۶۰۰\ J$$

$$W_{f_k} = f_k d\cos ۱۸۰^\circ = ۳۰ \times ۱۰ \times (-۱) = -۳۰۰\ J$$

گام دوم: با توجه به این‌که از صورت مسئله، کار برایند را داریم، $F_۱$ را به دست می‌آوریم:

$$W_t = W_۱ + W_۲ + W_{f_k} \Rightarrow ۱۵۵۰ = ۵F_۱ + ۶۰۰ - ۳۰۰ \Rightarrow F_۱ = \frac{۱۲۵۰}{۵} = ۲۵۰\ N$$

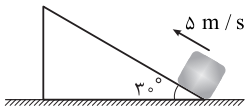
۳۶ در شکل زیر، جسمی به جرم $۲\ kg$ را با تندی $۵\ m/s$ روی سطح شیبدار رو به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر بیشینهٔ جابه‌جایی جسم روی سطح شیبدار برابر با $۲\ m$ باشد، اندازهٔ نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسم چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\ m/s^۲)$

۱) ۱

۲) ۱/۲۵

۳) ۲

۴) ۲/۵



پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

۱) انرژی مکانیکی جسم، برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم است:

E: انرژی مکانیکی (J) $\qquad E = K + U$

$U = mgh$ ← انرژی پتانسیل گرانشی (J) — جرم (kg) — ارتفاع (m) — شتاب گرانشی $(m/s^۲)$

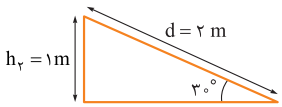
$K = \frac{۱}{۲}mv^۲$ ← انرژی جنبشی (J) — جرم (kg) — تندی (m/s)

۲) **قانون پایستگی انرژی:** کار نیروهای اتلافی مانند اصطکاک و مقاومت هوا، برابر با تغییرات انرژی مکانیکی است:

$$W_f = \Delta E = \Delta K + \Delta U$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: انرژی مکانیکی جسم را در نقطه‌های ابتدایی و انتهایی مسیر حرکت می‌نویسیم:



نکته ارتفاع جسم برابر اندازهٔ ضلع روبه‌روی زاویهٔ ۳۰° است، پس ارتفاع، نصف جابه‌جایی می‌شود.

$$E_۱ = U_۱ + K_۱ = U_۱ + \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = ۰ + \frac{۱}{۲}\times ۲ \times ۵^۲ = ۲۵\ J$$

$$E_۲ = U_۲ + K_۲ = mgh_۲ + ۰ = ۲ \times ۱۰ \times ۱ = ۲۰\ J$$

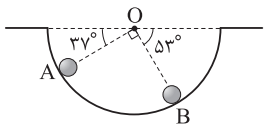
گام دوم: کار نیروی اتلافی برابر تغییرات انرژی مکانیکی است:

$$W_{f_k} = E_۲ - E_۱ = ۲۰ - ۲۵ = -۵\ J$$

گام سوم: با توجه به رابطهٔ کار نیروی اصطکاک، داریم:

$$W_{f_k} = f_k d \cos\theta \xrightarrow[\theta=۱۸۰^\circ\ ,\ \cos ۱۸۰^\circ = -۱]{W_{f_k} = -۵\ J\ ,\ d = ۲\ m} -۵ = f_k \times ۲ \times (-۱) \Rightarrow f_k = ۲/۵\ N$$

۳۷ در شکل زیر، توپی را از لبهٔ نیمکره رها می‌کنیم. با چشم‌پوشی از اصطکاک سطح، تندی توپ در نقطهٔ A، چند برابر تندی آن در نقطهٔ B است؟ ($\sin ۳۷^\circ = \cos ۵۳^\circ = ۰/۶$ و نقطهٔ O، مرکز نیمکره است.)



۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۳) $\frac{۳}{۵}$

۴) $\frac{۳}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

اصل پایستگی انرژی مکانیکی: در غیاب نیروهای اتلافی مانند مقاومت هوا، اصطکاک و ...، انرژی مکانیکی جسم در تمام نقاط مسیر حرکت جسم مقدار ثابتی دارد. با توجه به این‌که در لحظهٔ رهاشدن توپ از لبهٔ نیمکره، انرژی جنبشی آن صفر است، می‌توان نوشت:

$$E_۱ = E_۲ \xrightarrow{\Delta E = ۰} \Delta K + \Delta U = ۰ \xrightarrow{K_۱ = ۰} K_۲ = -\Delta U \xrightarrow{W_{mg} = -\Delta U} K_۲ = W_{mg}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: انرژی مکانیکی پایسته است و تغییر انرژی پتانسیل برابر تغییر انرژی جنبشی است و برای نقاط A و B داریم:

از لحظهٔ رهاشدن تا نقطهٔ A:

$$mg\Delta h_A = \frac{۱}{۲}mv_A^۲ \Rightarrow v_A^۲ = ۲g\Delta h_A$$

از لحظهٔ رهاشدن تا نقطهٔ B:

$$mg\Delta h_B = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ \Rightarrow v_B^۲ = ۲g\Delta h_B$$

گام دوم: اگر شعاع نیمکره را R در نظر بگیریم، داریم:

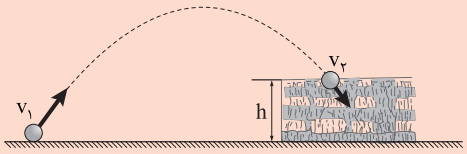
$$\Delta h_A = R\sin ۳۷^\circ = ۰/۶R$$

$$\Delta h_B = R\sin ۵۳^\circ = ۰/۸R$$

گام سوم: نسبت تندی‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_A^۲}{v_B^۲} = \frac{۲g\Delta h_A}{۲g\Delta h_B} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{۲g\Delta h_A}{۲g\Delta h_B}} = \sqrt{\frac{\Delta h_A}{\Delta h_B}} = \sqrt{\frac{۰/۶R}{۰/۸R}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

۳۸ در شکل زیر، توپی از سطح زمین با تندی $v_1 = ۲۰\ m/s$ به طرف صخره‌ای با ارتفاع $h = ۱۵\ m$ پرتاب می‌شود. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد، تندی برخورد توپ به صخره (v_2)، چند متر بر ثانیه است؟ ($g = ۱۰\ m/s^2$)



۱) ۵
۲) ۸
۳) ۱۰
۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: رابطهٔ پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \xrightarrow{U_1=0} \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh$$

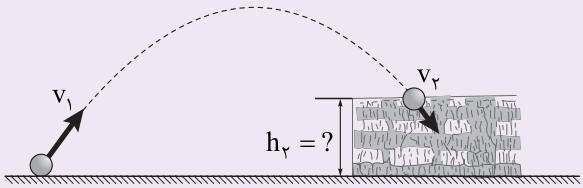
گام دوم: با جای‌گذاری مقادیر داده‌شده، v_2 را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{2}\times ۴۰۰ = \frac{1}{2}\times v_2^2 + ۱۰\times ۱۵ \Rightarrow v_2 = ۱۰\ m/s$$

کنکور

توپی مطابق شکل، از سطح زمین با تندی $۲۰\ m/s$ به طرف صخره‌ای پرتاب می‌شود. اگر توپ با تندی $۱۲\ m/s$ به بالای صخره برخورد کند، ارتفاع h_2 چند متر است؟ (مقاومت هوا ناچیز فرض شود و $g = ۱۰\ m/s^2$)

(سؤال ۷۴ کنکور تجربی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)



۱) ۴۰
۲) ۲۵/۶
۳) ۲۰
۴) ۱۲/۸

۳۹ **اتومبیلی روی یک سطح افقی هموار، از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. اگر توان تولیدی موتور این اتومبیل ثابت باشد، مدت‌زمان رسیدن تندی اتومبیل از صفر تا v ، چند برابر مدت‌زمان رسیدن تندی آن از v به ۲v است؟ (از نیروی مقاومت هوا صرف نظر کنید.)**

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

۱) **قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی:** کار انجام‌شده روی یک جسم در یک جابه‌جایی معین، با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است.

$$W_t = K_۲ - K_۱$$

W_t : کار کل (کار برایند نیروها) (J)

$K_۲$: انرژی جنبشی در وضعیت ۲ (J)

$K_۱$: انرژی جنبشی در وضعیت ۱ (J)

۲) **توان:** کار انجام‌شده در واحد زمان (آهنگ انجام کار) را توان متوسط می‌گوییم:

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$$

P_{av} = توان متوسط (W)

W = کار (J)

Δt = بازهٔ زمانی (s)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: کار کل را در دو حالت به دست می‌آوریم:

$$W_t = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

حالت اول: $W_۱ = \frac{۱}{۲}m(v^۲ - ۰) = \frac{۱}{۲}mv^۲$

حالت دوم: $W_۲ = \frac{۱}{۲}m((۲v)^۲ - v^۲) = \frac{۳}{۲}mv^۲$

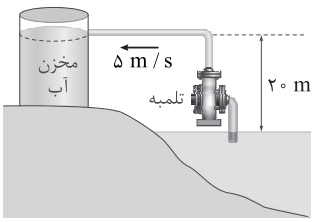
گام دوم: طبق رابطهٔ توان داریم:

$$P = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{W}{P}$$

چون توان ثابت است، نسبت بازه‌های زمانی در دو مرحله به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{\Delta t_۱}{\Delta t_۲} = \frac{W_۱}{W_۲} = \frac{\frac{۱}{۲}mv^۲}{\frac{۳}{۲}mv^۲} = \frac{۱}{۳}$$

۴۰ در شکل زیر، توان ورودی تلمبهٔ برقی ۱۷ kW است و این تلمبه در هر دقیقه ۲۴۰۰ لیتر آب را با تندی ۵ m / s وارد مخزن می‌کند. بازده این تلمبه چند درصد است؟ ($\rho_{آب} = ۱۰۰۰ \, kg / m^۳$ و $g = ۱۰ \, m / s^۲$)



۱) ۵۰

۲) ۵۵

۳) ۶۰

۴) ۶۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

رابطهٔ بازده:

$$Ra = \frac{P_۲}{P_۱} \times ۱۰۰$$

Ra = بازده برحسب درصد

$P_۲$ = توان مفید (خروجی) (W)

$P_۱$ = توان مصرفی (ورودی) (W)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا جرم آب ورودی به مخزن را در هر دقیقه به دست می‌آوریم:

$$m = \rho V = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳} \times ۲۴۰۰ \, L \times \frac{۱ \, m^۳}{۱۰^۳ \, L} = ۲۴۰۰ \, kg$$

گام دوم: توان مفید تلمبهٔ برقی را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{E}{\Delta t} = \frac{\Delta U + K}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[\Delta U = mgh]{K = \frac{۱}{۲}mv^۲} P_{مفید} = \frac{mgh + \frac{۱}{۲}mv^۲}{\Delta t} = \frac{۲۴۰۰ \times ۱۰ \times ۲۰ + \frac{۱}{۲} \times ۲۴۰۰ \times ۵^۲}{۶۰} = ۸۰۰۰ + ۵۰۰ = ۸۵۰۰ \, W = ۸/۵ \, kW$$

گام سوم: با معلوم‌بودن توان مفید و توان ورودی، بازده را حساب می‌کنیم:

$$Ra = \frac{P_{مفید}}{P_{ورودی}} \times ۱۰۰$$

$$\xrightarrow[P_{ورودی} = ۱۷ \, kW]{P_{مفید} = ۸/۵ \, kW} Ra = \frac{۸/۵ \, kW}{۱۷ \, kW} \times ۱۰۰ = ٪۵۰$$

شیمی دهم

۴۱ دربارهٔ جدول تناوبی، کدام مورد درست است؟

۱) ۹۲ درصد عنصرهای جدول تناوبی در طبیعت یافت می‌شوند.

۲) در دورهٔ چهارم جدول، ۳۲ عنصر وجود دارد که نماد شیمیایی دوتای آن‌ها، تک‌حرفی است.

۳) در سه دورهٔ نخست جدول، حدود ۱۷ / ۹ درصد عناصر، در حالت آزاد به شکل مولکول‌های دو اتمی وجود دارند.

۴) نماد شیمیایی عنصرهای طلا، آرگون و آلومینیم با حرف A آغاز می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

حواستون به نماد عنصرهای مهم و شبیه به هم باشد:

Al: آلومینیم	Ar: ارگون	Au: طلا	Be: بریلیم
N: نیتروژن	Ne: نئون	Na: سدیم	B: بور
Ra: رادیم	Rn: رادون	Rh: رودیم	Pb: سرب
Br: برم	Pt: پلاتین	Pd: پالادیم	

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): ۹۲ عنصر جدول تناوبی در طبیعت یافت می‌شوند و نه ۹۲ درصد آن‌ها:

$$\text{درصد عناصر طبیعی} = \frac{۹۲}{۱۱۸} \times ۱۰۰ \simeq ٪۷۸$$

گزینهٔ (۲): دورهٔ چهارم دارای ۱۸ عنصر است نه ۳۲تا!

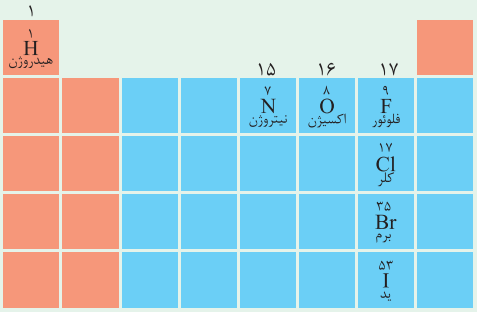
گزینهٔ (۳): در سه دورهٔ نخست جدول، در مجموع $۲+۸+۸=۱۸$ عنصر وجود دارد که در بین آن‌ها، هیدروژن، نیتروژن، اکسیژن، فلوئور و کلر یعنی ۵ عنصر، به شکل مولکول‌های دواتمی وجود دارند:

$$\frac{۵}{۱۸} \times ۱۰۰ \simeq ٪۲۷ / ۸$$

نکته

در کل جدول دوره‌ای، در مجموع ۷ عنصر وجود دارند که در دما و فشار اتاق به شکل مولکول‌های دواتمی هستند.

$H_۲$, $N_۲$, $O_۲$, $F_۲$, $Cl_۲$, $Br_۲$, $I_۲$



۴۲ عنصر A متعلق به دورهٔ سوم و گروه ۲ و عنصر B متعلق به دورهٔ سوم و گروه ۱۷ جدول تناوبی است. با توجه به اطلاعات جدول داده‌شده، جرم مولی میانگین ترکیب حاصل از A و B چند گرم بر مول است؟

$_{17}Cl$

$_{12}Mg$

ایزوتوپ	^{24}A	^{25}A	^{26}A	^{35}B	^{37}B
درصد فراوانی	۷۹	۱۰	۱۱	۸۰	۲۰

۱) ۵۹ / ۷۲
۲) ۸۴ / ۰۴
۳) ۹۵ / ۰۰
۴) ۹۵ / ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

عنصرهای گروه ۲ و ۱۷ به ترتیب یون‌های A^{2+} و B^- تشکیل می‌دهند؛ بنابراین فرمول ترکیب یونی حاصل از آن‌ها به صورت AB_2 است. برای محاسبهٔ جرم مولی این ترکیب، ابتدا باید جرم مولی A و B (معادل با جرم اتمی میانگین آن‌ها) را به دست آوریم:

$$M = M_1 + \frac{F_2}{F_{کل}}(M_2 - M_1) + \frac{F_3}{F_{کل}}(M_3 - M_1) + \dots$$

$$M(A) = ۲۴ + (\frac{۱۰}{۱۰۰} \times ۱) + (\frac{۱۱}{۱۰۰} \times ۲) = ۲۴ / ۳۲$$

$$M(B) = ۳۵ + (\frac{۲۰}{۱۰۰} \times ۲) = ۳۵ / ۴$$

به این ترتیب خواهیم داشت:

$$AB_2 \text{ جرم مولی} = A \text{ جرم مولی} + (۲ \times B \text{ جرم مولی}) = ۲۴ / ۳۲ + (۲ \times ۳۵ / ۴) = ۹۵ / ۱۲$$

۴۳ کدام گزینه نادرست است؟

۱) اگر زاویهٔ شکست نور A هنگام عبور از منشور، از نور B بیشتر باشد، نور A انرژی بیشتری نسبت به نور B دارد.

۲) انرژی پرتوهای فرابنفش کم‌تر از پرتوهای ایکس و طول موج پرتوهای فروسرخ بلندتر از ریزموج‌ها است.

۳) انرژی نور نشرشده از فلز سدیم در شعله، کم‌تر از انرژی نور نشرشده از فلز مس در شعله است.

۴) اختلاف طول موج نوار رنگی بنفش با نزدیک‌ترین نوار رنگی به آن در طیف نشری خطی هیدروژن، از تفاوت طول موج سایر نوارهای متوالی کم‌تر است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

طول موج پرتوهای فروسرخ، کوتاه‌تر از ریزموج‌ها است.

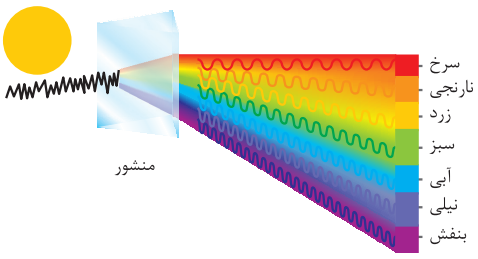
امواج رادیویی > ریزموج‌ها > پرتوهای فروسرخ > نور مرئی > پرتوهای فرابنفش > پرتوهای ایکس (X) > پرتوهای گاما: مقایسهٔ طول موج

از آن‌جا که طول موج و انرژی با هم رابطهٔ عکس دارند، مقایسهٔ انرژی امواج الکترومغناطیسی به صورت زیر است:

امواج رادیویی < ریزموج‌ها < پروتوهای فروسرخ < نور مرئی < پرتوهای فرابنفش < پرتوهای ایکس (X) < پرتوهای گاما: مقایسهٔ انرژی

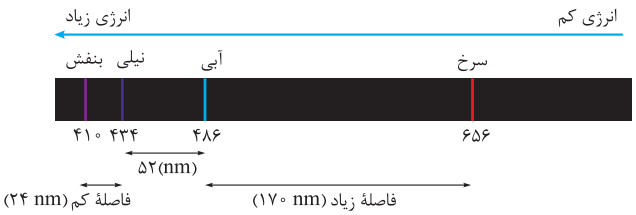
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): زاویهٔ شکست نور با انرژی پرتو، رابطهٔ مستقیم دارد؛ یعنی هر چه انرژی پرتو بیشتر باشد، با عبور از منشور، بیشتر منحرف می‌شود، مثلاً زاویهٔ انحراف نور بنفش بیشتر از نور سرخ است.



گزینهٔ (۳): رنگ شعلهٔ فلزهای سدیم و مس به ترتیب زرد و سبز است. انرژی نور زرد کم‌تر از نور سبز می‌باشد.

گزینهٔ (۴): در طیف نشری خطی هیدروژن، با افزایش طول موج پرتوهای نشر شده، تفاوت طول موج دو نوار رنگی مجاور هم، بیشتر می‌شود، یا می‌توان گفت در طیف نشری خطی هیدروژن هرچه به سمت خطوط پرانرژی (یعنی نور بنفش) می‌رویم، فاصلهٔ بین خطوط، کم‌تر می‌شود.



۴۴ مطابق قاعدهٔ آفبا، پس از زیرلایهٔ $5p$، چه زیرلایه‌ای از الکترون اشغال می‌شود؟

۱) $5d$ ۲) $4f$ ۳) $6s$ ۴) $5f$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها طبق قاعدهٔ آفبا را می‌توان با فرمول زیر بیان کرد:

$$\underset{n\geq 1}{\underset{\downarrow}{n}}s \rightarrow (\underset{n\geq 6}{\underset{\downarrow}{n}}-2)f \rightarrow (\underset{n\geq 4}{\underset{\downarrow}{n}}-1)d \rightarrow \underset{n\geq 2}{\underset{\downarrow}{n}}p$$

برای استفاده از رابطهٔ فوق، n را به ترتیب از ۱ تا ۷ قرار داده و زیرلایه‌هایی که در هر مرحله ایجاد می‌شوند را کنار یکدیگر می‌نویسیم:

- $n=1 \Rightarrow 1s$ (چون $n\geq 2$ نیست، از p خبری نیست!)
- $n=2 \Rightarrow 2s, 2p$ (چون $n\geq 6$ یا $n\geq 4$ نیست، از f و d خبری نیست!)
- $n=3 \Rightarrow 3s, 3p$ (دوباره! چون $n\geq 6$ یا $n\geq 4$ نیست، از f و d خبری نیست!)

و در ادامه با رعایت محدودیت‌هایی که *تو رابطمون داریم!* خواهیم داشت:

- $n=4 \Rightarrow 4s, (4-1)d, 4p \Rightarrow 4s, 3d, 4p$
- $n=5 \Rightarrow 5s, (5-1)d, 5p \Rightarrow 5s, 4d, 5p$
- $n=6 \Rightarrow 6s, (6-2)f, (6-1)d, 6p \Rightarrow 6s, 4f, 5d, 6p$
- $n=7 \Rightarrow 7s, (7-2)f, (7-1)d, 7p \Rightarrow 7s, 5f, 6d, 7p$

حالا اگر زیرلایه‌های ایجاد شده را به ترتیب کنار هم بنویسیم، خواهیم داشت:

$$[1s] - [2s\ 2p] - [3s\ 3p] - [4s\ 3d\ 4p] - [5s\ 4d\ 5p] - [6s\ 4f\ 5d\ 6p] - [7s\ 5f\ 6d\ 7p]$$

پاسخ خیلی تشریحی

بعد از زیرلایهٔ np، زیرلایهٔ s در لایهٔ بعدی از الکترون اشغال می‌شود.

$$5p \rightarrow 6s$$

۴۵ کدام مورد برای اتم‌های $_{15}P$، $_{22}Ti$ و $_{32}Ge$، یکسان است؟

۱) شمار الکترون‌ها در بیرونی‌ترین زیرلایه

۲) شمارهٔ دوره در جدول تناوبی

۳) مجموع $(n+l)$ الکترون‌های ظرفیتی

۴) تفاوت شمار زیرلایه‌های دارای ۲ و ۶ الکترون

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

آرایش الکترونی اتم‌های داده‌شده و اطلاعات موجود در گزینه‌ها برای آن‌ها، در جدول زیر آورده شده است:

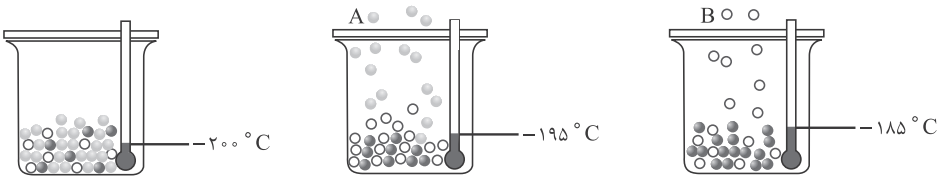
اتم	$_{15}P$	$_{22}Ti$	$_{32}Ge$
آرایش الکترونی فشرده	$[_{10}Ne]3s^2 3p^3$	$[_{18}Ar]3d^2 4s^2$	$[_{18}Ar]3d^{10} 4s^2 4p^2$
شمار الکترون‌ها در بیرونی‌ترین زیرلایه	۳	۲	۲
شمارهٔ دوره	۳	۴	۴
مجموع $(n+l)$ الکترون‌های ظرفیتی	$\underbrace{(2\times3)}_{3s^2}+\underbrace{(3\times4)}_{3p^3}=18$	$\underbrace{(2\times5)}_{3d^2}+\underbrace{(2\times4)}_{4s^2}=18$	$\underbrace{(2\times4)}_{4s^2}+\underbrace{(2\times5)}_{4p^2}=18$
تفاوت شمار زیرلایه‌های دارای ۲ و ۶ الکترون	$\underbrace{3}_{1s^2 2s^2 3s^2}-\underbrace{1}_{2p^6}=2$	$\underbrace{5}_{1s^2 2s^2 3s^2 3d^2 4s^2}-\underbrace{2}_{2p^6 3p^6}=3$	$\underbrace{5}_{1s^2 2s^2 3s^2 4s^2 4p^2}-\underbrace{2}_{2p^6 3p^6}=3$

۴۶ کدام گزینه درست است؟

۱) نام ترکیب‌های N_2O_3 ، SO_2 و Na_3N ، به ترتیب دی‌نیتروژن تری‌اکسید، گوگرد دی‌اکسید، تری‌سدیم مونونیترید است.

۲) از دومین گاز نجیب جدول دوره‌ای (نئون)، جهت خنک‌سازی دستگاه‌های تصویربرداری مثل MRI استفاده می‌شود.

۳) اگر ظرف (۱) در شکل زیر حاوی نیتروژن، اکسیژن و آرگون باشد، A و B به ترتیب آرگون و نیتروژن است.



حالت (۱) حالت (۲) حالت (۳)

۴) سومین گاز نجیب جدول دوره‌ای، در پتروشیمی شیراز از تقطیر جزءبه‌جزء هوای مایع با خلوص بسیار زیاد تهیه می‌شود. (آرگون)

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ سومین گاز نجیب جدول دوره‌ای، آرگون ($_{18}Ar$) است که در پتروشیمی شیراز از تقطیر جزءبه‌جزء هوای مایع با خلوص بالا تهیه می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): Na_3N یک ترکیب یونی است و نباید به شیوهٔ ترکیب‌های مولکولی، نام‌گذاری شود. نام این ترکیب، سدیم نیترید است.

نکته **نام‌گذاری ترکیب‌های مولکولی و یونی در یک نگاه!**

آ) ترکیب‌های یونی (اغلب شامل یک فلز و یک نافلز):

«نام کاتیون (بار کاتیون با اعداد رومی در صورت لزوم) + نام آنیون»

توجه فقط برای فلزهایی که بیش از یک نوع کاتیون با بار متفاوت دارند (مانند Cu، Fe و Cr)، باید بار کاتیون با اعداد رومی داخل پرانتز نوشته شود.

مثال MgO : منیزیم اکسید/ Cr_2S_3 : کروم (III) سولفید

ب) ترکیب‌های مولکولی (اغلب شامل دو نافلز):

«پیشوند یونانی (در صورت لزوم) + نام فلز سمت چپ + پیشوند یونانی + نام نافلز سمت راست (یا ریشهٔ آن) + ید»

توجه اگر در فرمول مولکولی یک ترکیب، تنها یک اتم از عنصر سمت چپ وجود داشته باشد، از به کار بردن پیشوند «مونو» پیش از نام عنصر چشم‌پوشی می‌شود.

مثال N_2O_4 : دی‌نیتروژن تتراکسید/ NO : نیتروژن مونواکسید

گزینهٔ (۲): دومین گاز نجیب جدول، نئون است، اما هلیم (اولین گاز نجیب) در خنک‌سازی دستگاه‌های تصویربرداری کاربرد دارد.

گزینهٔ (۳): جای A و B را برعکس گفته! نقطهٔ جوش نیتروژن کم‌تر از آرگون است و زودتر از مخلوط جدا می‌شود.

۴۷ کدام موارد زیر دربارهٔ ترکیب‌های داده‌شده و ساختار لوویس آن‌ها، درست است؟

OF_2 , PF_3 , CO , NOCl

الف) در همهٔ مولکول‌های اکسیژن‌دار، اتم اکسیژن ۲ پیوند اشتراکی تشکیل داده است.

ب) نسبت شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در مولکول‌های فلوئوردار، با هم برابر است.

پ) فقط در ساختار یکی از مولکول‌ها، پیوند دوگانه وجود دارد.

ت) در مولکول‌های سه‌اتمی، اتم مرکزی دارای جفت‌الکترون ناپیوندی است.

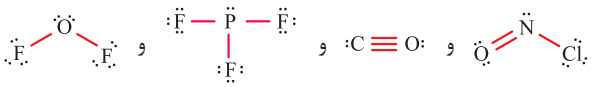
۱) الف ـ پ
۲) ب ـ ت
۳) پ ـ ت
۴) الف ـ ب

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

عبارت‌های «پ» و «ت» درست‌اند.

ساختار لوویس مولکول‌های داده‌شده به صورت زیر است:



بررسی عبارت‌ها:

الف) در مولکول CO، اتم اکسیژن ۳ پیوند اشتراکی تشکیل داده است.

ب)

$$OF_2 \rightarrow \frac{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی}}{\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی}} = \frac{8}{2} = 4$$

$$PF_3 \rightarrow \frac{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی}}{\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی}} = \frac{10}{3}$$

پ) فقط در ساختار NOCl پیوند دوگانه وجود دارد.

ت) در مولکول‌های سه‌اتمی OF_2 و NOCl، اتم مرکزی دارای جفت‌الکترون ناپیوندی است.

۴۸ داده‌های موجود در کدام ردیف‌های جدول زیر درست است؟

ردیف	فرمول ماده	نام	ویژگی
۱	CaO	سنگ آهک	برای کنترل میزان اسیدی‌بودن آب دریاچه‌ها استفاده می‌شود.
۲	CO_2	کربن دی‌اکسید	خاصیت اسیدی داشته و افزایش مقدار آن، سبب از بین رفتن مرجان‌ها می‌شود.
۳	SiO_2	سیلیس	واکنش‌پذیری بالایی داشته و در طبیعت وجود ندارد.
۴	K_2O	پتاسیم اکسید	pH محلول آبی آن در دمای اتاق می‌تواند برابر ۱۰ باشد.

۱) ۱ و ۳
۲) ۲ و ۴
۳) ۱ و ۴
۴) ۲ و ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

همهٔ اطلاعات داده‌شده در ردیف‌های ۲ و ۴ درست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

ردیف (۱): نام CaO، آهک است و نه سنگ آهک! (سنگ آهک، کلسیم کربنات است.)

ردیف (۳): سیلیس در طبیعت وجود دارد. (سیلیسیم در طبیعت به طور عمده به شکل سیلیس یافت می‌شود.)

۴۹ با توجه به واکنش‌های زیر پس از موازنه، نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری H_2O در این دو واکنش به مجموع ضرایب استوکیومتری O_2 در آن‌ها کدام است؟

I) $H_2S(g) + O_2(g) \rightarrow SO_2(g) + H_2O(g)$

II) $NH_3(g) + O_2(g) \rightarrow NO(g) + H_2O(g)$

۱) $\frac{5}{8}$ ۲) ۱

۳) $\frac{7}{8}$ ۴) $\frac{4}{3}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش‌ها به صورت زیر است:

I) $2H_2S + 3O_2 \rightarrow 2SO_2 + 2H_2O$

II) $4NH_3 + 5O_2 \rightarrow 4NO + 6H_2O$

$$\frac{\text{مجموع ضرایب } H_2O}{\text{مجموع ضرایب } O_2} = \frac{2+6}{3+5} = \frac{8}{8} = 1$$

۵۰ کدام موارد زیر درست است؟

الف) انرژی پرتوهای گسیل‌شده از زمین نسبت به پرتوهای اولیهٔ تابیده‌شده به آن، کم‌تر است.

ب) سوخت‌های سبز از پسماندهای گیاهی به دست می‌آیند و به وسیلهٔ جانداران ذره‌بینی به عنصرهای سازندهٔ خود تجزیه می‌شوند.

پ) به منظور تبدیل CO_2 به مواد معدنی، این گاز را با اکسید نافلزها واکنش می‌دهند.

ت) اوزون در لایهٔ اول هواکره، نقش آلاینده و در لایهٔ دوم، نقش مفید و محافظتی دارد.

۱) الف ـ ب
۲) پ ـ ت
۳) ب ـ پ
۴) الف ـ ت

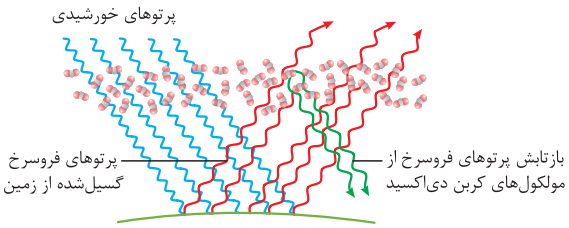
پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

عبارت‌های «الف» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نور خورشید هنگام گذر از هواکره با مولکول‌ها و دیگر ذره‌های آن برخورد می‌کند و تنها بخشی از آن به سطح زمین می‌رسد. از این‌رو، زمین گرم می‌شود و مانند یک جسم داغ از خود پرتوهای الکترومغناطیس گسیل می‌دارد؛ با این تفاوت که انرژی پرتوهای گسیل‌شده، کم‌تر و طول موج آن‌ها بلندتر است.



ب) سوخت‌های سبز توسط جانداران ذره‌بینی به مواد ساده‌تر تبدیل می‌شوند نه به عنصرهای سازندهٔ خود!

پ) به منظور حذف CO_2، آن را با اکسیدهای فلزی (*نه نافلزی!*) واکنش می‌دهند:

$$CO_2(g) + CaO(s) \rightarrow CaCO_3(s)$$

$$CO_2(g) + MgO(s) \rightarrow MgCO_3(s)$$

ت) اوزون در لایهٔ اول (اوزون تروپوسفری)، آلاینده‌ای سمی و خطرناک است؛ در حالی‌که در لایهٔ دوم (استراتوسفر)، از ورود پرتوهای مضر فرابنفش به زمین جلوگیری می‌کند و نقش محافظتی و مفید دارد.

پایه یازدهم

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان (۱)	میثم حصارکی ـ محسن علی‌نجاری
هندسه (۲)	امیرحسین ابومحبوب ـ سید عباس حسینی
آمار و احتمال	مصطفی دیداری ـ سوگند روشنی ـ سعید قندچی
فیزیک (۲)	یاشار انگوتی ـ نوید شاهی
شیمی (۲)	مهدی براتی ـ عماد ربیعی ـ یاسر عبداللهی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان (۱)	محسن علی‌نجاری	محسن علی‌نجاری	عادل حسینی	علی افضل‌زاده سروش موئینی مازیار احمدی‌ناو	محبوبه اصفهانی محمد بهرامی سهند محمدکریم‌نژاد
هندسه (۲)	سید عباس حسینی	امیرحسین‌ابومحبوب	سید عباس حسینی	امیرحسین ابومحبوب	محمد خندان منصور زرکش اصفهانی ماهان فنی‌فر ابوالفضل ناصری
آمار و احتمال	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	سعید قندچی	منصور زرکش اصفهانی مریم نظری عادل حسینی
فیزیک (۲)	نوید شاهی	یاشار انگوتی	مریم گلی‌حسن‌لو	علیرضا جباری سعید محبی هادی نجفی	هادی داوودوندی نادره نازآوری امیر محمودی انزابی
شیمی (۲)	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	مرتضی نصیرزاده محمدمهدی کریمیان	امیر بیات علیرضا فرضعلی عرشیا شفیعی هادی عبادی مهدیس محبت‌پناه

مدیر تألیف آزمون: دکتر فاطمه آقاجانپور

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

پایه یازدهم ـ مرحله دوم ـ ۲۳ مرداد ۱۴۰۵

حسابان یازدهم

۵۱ در دنبالهٔ حسابی با جملات ...، ۱۰، ۷، ۴، حداکثر چند جملهٔ اول آن را با هم جمع کنیم تا حاصل، کم‌تر از ۴۷۶ باشد؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۷ ۳) ۱۸ ۴) ۱۹

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی a_n با قدرنسبت d، $a_n = a_1 + (n-1)d$ است. مجموع n جملهٔ اول این دنباله از روابط زیر به دست می‌آید:

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: جملهٔ اول دنباله ۴ و قدرنسبت آن $7 - 4 = 3$ است؛ بنابراین مجموع n جملهٔ اول دنباله برابر می‌شود با:

$$S_n = \frac{n}{2}(2(4) + (n-1)\times 3) = \frac{n(3n+5)}{2}$$

گام دوم: حالا با توجه به گزینه‌ها S_{16}، S_{17} و ... را به دست می‌آوریم:

$$S_{16} = \frac{16\times 53}{2} = 424$$

$$S_{17} = \frac{17\times 56}{2} = 476$$

قطعاً S_{18} از ۴۷۶ بزرگ‌تر است، بنابراین برای این‌که مجموع از ۴۷۶ کم‌تر شود، باید حداکثر ۱۶ جملهٔ اول را با هم جمع کنیم.

کتاب درسی

در دنبالهٔ حسابی ...، ۱۱، ۸، ۵ حداقل چند جملهٔ آن را با هم جمع کنیم تا حاصل آن از ۴۹۳ بیشتر شود؟

(حسابان (۱) ـ تمرین ۳ صفحهٔ ۶ کتاب درسی)

۵۲ **جملات مشترک دنباله‌های ..., ۱۴, ۱۰, ۶ و ..., ۱۲, ۹, ۶, ۳ یک دنبالهٔ جدید می‌سازند. این دنباله، چند جملهٔ کم‌تر از ۹۵ دارد؟**

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته قدرنسبت دنبالهٔ جملات مشترک دو دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت‌های d_1 و d_2، برابر ک.م.م d_1 و d_2 است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: قدرنسبت‌های دو دنبالهٔ داده‌شده ۴ و ۳ هستند، پس قدرنسبت دنبالهٔ جملات مشترک برابر $[3,4]=12$ است.

گام دوم: از آن‌جا که اولین جملهٔ مشترک ۶ است، جملهٔ عمومی دنبالهٔ جملات مشترک را می‌نویسیم:

$$c_n = c_1 + (n-1)d = 6 + 12(n-1) = 12n - 6$$

گام سوم: باید نامعادلهٔ $c_n < 95$ را حل کنیم:

$$\Rightarrow 12n - 6 < 95 \Rightarrow 12n < 101 \xrightarrow{n \in N} n \leq 8$$

۵۳ در یک دنبالهٔ هندسی غیرافزایشی مجموع هشت جملهٔ اول ۸۲ برابر مجموع چهار جملهٔ اول است. اگر جملهٔ اول این دنباله مثبت باشد، جملهٔ هشتم آن، چند برابر جملهٔ پنجم آن است؟

قدرنسبت بزرگ‌تر از یک نیست.

۱) ۲۷ ۲) −۲۷ ۳) ۹ ۴) −۹

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

- جملهٔ عمومی دنبالهٔ هندسی a_n با قدرنسبت q، $a_n = a_1 q^{n-1}$ است.
- مجموع n جملهٔ اول این دنباله برابر است با: $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$

نکته در دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت q، مجموع $2n$ جملهٔ اول، $q^n + 1$ برابر مجموع n جملهٔ اول است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: طبق نکتهٔ بالا داریم:

$$\frac{S_8}{S_4} = q^4 + 1 = 82 \Rightarrow q^4 = 81 \Rightarrow q = \pm 3$$

اما طبق فرض دنباله غیرافزایشی است، پس چون جملهٔ اول مثبت است، $q = -3$ قابل قبول است.

گام دوم: خواستهٔ سؤال را حساب می‌کنیم:

$$\frac{a_8}{a_5} = \frac{a_1 q^7}{a_1 q^4} = q^3 = -27$$

کنکور

اگر مجموع ۹ جملهٔ اول یک دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت صحیح، ۷۳ برابر مجموع ۳ جملهٔ اول آن باشد، جملهٔ سوم این دنباله چند برابر جملهٔ اول آن است؟ *(سؤال آکنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)*

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۹

۵۴ **طول ضلع مربعی ۱ متر است. ابتدا نیمی از مساحت این مربع را رنگ می‌کنیم، سپس نیمی از مساحت سطح باقی‌مانده را و به همین ترتیب در هر مرحله، نیمی از مساحت سطح باقی‌مانده از مرحلهٔ قبل را رنگ می‌کنیم. پس از دست‌کم چند مرحله، حداقل ۹۸ درصد سطح مربع رنگ شده است؟**

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: مساحت مربع برابر ۱ متر مربع است، پس در مرحلهٔ اول $\frac{۱}{۲}$، در مرحلهٔ دوم $\frac{۱}{۴}$، در مرحلهٔ سوم $\frac{۱}{۸}$، ... و در مرحلهٔ nاُم، $\frac{۱}{۲^n}$ مربع رنگ می‌شود:

$$\frac{۱}{۲}, \frac{۱}{۴}, \frac{۱}{۸}, \dots$$

جملهٔ عمومی مساحت رنگ‌شده در هر مرحله $a_n = (\frac{۱}{۲})^n$ است.

گام دوم: فرمول S_n را به دست می‌آوریم:

$$S_n = \frac{\frac{۱}{۲} \times (۱ - \frac{۱}{۲^n})}{۱ - \frac{۱}{۲}} = ۱ - \frac{۱}{۲^n}$$

گام سوم: طبق فرض S_n باید بزرگ‌تر یا مساوی $\frac{۹۸}{۱۰۰}$ باشد:

$$\xrightarrow{S_n \geq \frac{۹۸}{۱۰۰}} ۱ - \frac{۱}{۲^n} \geq \frac{۹۸}{۱۰۰} \Rightarrow \frac{۱}{۲^n} \leq \frac{۲}{۱۰۰} = \frac{۱}{۵۰} \Rightarrow ۲^n \geq ۵۰ \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n \geq ۶$$

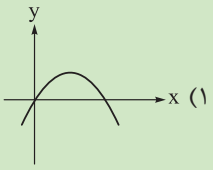
پس از دست‌کم ۶ مرحله، حداقل ۹۸ درصد سطح مربع رنگ می‌شود.

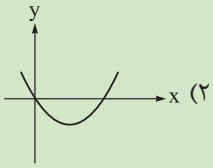
کتاب درسی

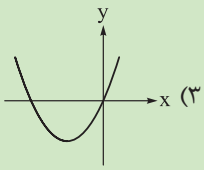
طول ضلع مربعی یک متر است. ابتدا نیمی از مساحت مربع را رنگ می‌کنیم. سپس نیمی از مساحت باقی‌مانده را و به همین ترتیب در هر مرحله نیمی از مساحت باقی‌مانده از قبل را رنگ می‌کنیم. پس از دست‌کم چند مرحله حداقل ۹۹ درصد سطح مربع رنگ شده است؟

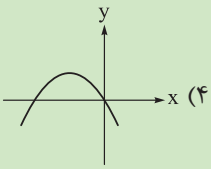
(حسابان (۱) ـ تمرین ۶ صفحهٔ ۶ کتاب درسی)

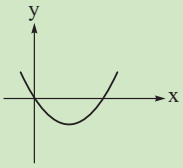
۵۵ نمودار سهمی به معادلهٔ $y = ax^2 + bx + c$ به شکل زیر است. نمودار تابع g با ضابطهٔ $g(x) = bx^2 + ax + c$ کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 



پاسخ: گزینهٔ ۱

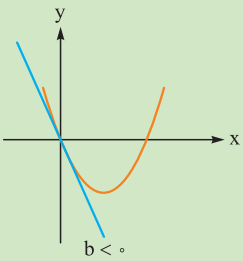
درس Box

در سهمی $y = ax^2 + bx + c$:

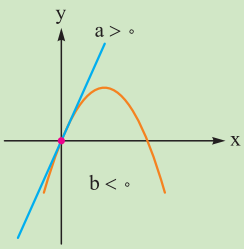
- علامت a جهت دهانهٔ سهمی را مشخص می‌کند؛ اگر $a > 0$ باشد، دهانه رو به بالا و اگر $a < 0$ باشد، رو به پایین است.
- c عرض از مبدأ سهمی است.
- b برابر شیب خط مماس بر نمودار تابع در $x = 0$ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: طبق درس‌باکس، $a > 0$، $c = 0$ و $b < 0$ است؛ زیرا:



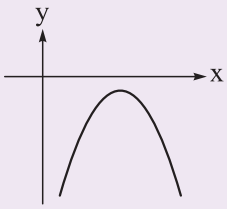
گام دوم: حالا سهمی $y = bx^2 + ax + c$ را رسم می‌کنیم:



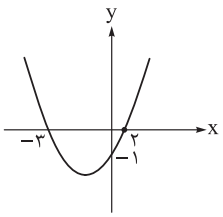
امتحان نهایی

شکل زیر نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ می‌باشد، علامت ضرایب b و c را تعیین کنید.

(سؤال ۴ ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)



۵۶ اگر نمودار تابع $f(x)=ax^۲+bx+c$ به صورت زیر باشد، حاصل $f(-۱)+\frac{۱}{a^۲}+c$ کدام است؟



۱) ۳۶

۲) ۳۵

۳) ۳۴

۴) ۳۳

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

از روی صفرهای سهمی معادله رو بنویس.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: $x=-۳$ و $x=۲$ صفرهای تابع هستند، پس ضابطهٔ آن $f(x)=a(x-۲)(x+۳)$ است. هم‌چنین $f(۰)=-۱$ است، پس داریم:

$$-۱=f(۰)=-۶a \Rightarrow a=\frac{۱}{۶} \Rightarrow f(x)=\frac{(x-۲)(x+۳)}{۶}$$

گام دوم: ضابطهٔ تابع را بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{۱}{۶}x^۲+\frac{۱}{۶}x-۱$$

این یعنی $a=b=\frac{۱}{۶}$ و $c=-۱$ است.

گام سوم: خواستهٔ سؤال را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} f(-۱)=-۱ \\ \frac{۱}{a^۲}=۳۶ \end{cases} \Rightarrow f(-۱)+\frac{۱}{a^۲}+c=-۱+۳۶-۱=۳۴$$

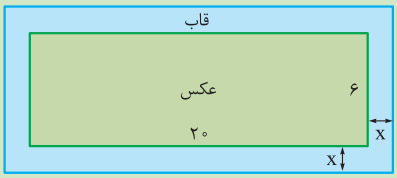
۵۷ یک عکس مستطیل‌شکل به ابعاد ۶ و ۲۰ سانتی‌متر دارای یک قاب چوبی در اطراف آن است. اگر این قاب دارای پهنای یکسان و مساحت $56\ cm^2$ باشد، پهنای آن چند سانتی‌متر است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: پهنای قاب را برحسب سانتی‌متر x می‌گیریم. وضعیت عکس و قاب به شکل زیر است:



پس ابعاد قاب $6+2x$ و $20+2x$ است.

گام دوم: مساحت قاب را برابر ۵۶ قرار می‌دهیم:

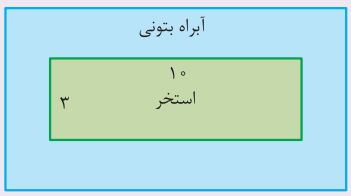
$$(6+2x)(20+2x)-6\times20=56 \xrightarrow{\div 4} (x+3)(x+10)-30=14$$

$$\Rightarrow x^2+13x+30=44 \Rightarrow x^2+13x-14=(x+14)(x-1)=0 \xrightarrow{x>0} x=1$$

کتاب درسی

یک استخر مستطیل‌شکل به ابعاد طول ۱۰ و عرض ۳ متر داریم که یک آبراه بتونی در اطرافش است. اگر این آبراه دارای پهنای یکسان و مساحت ۱۴ متر مربع باشد، پهنای آن را محاسبه کنید.

(حسابان (۱) ـ تمرین ۸ صفحهٔ ۱۶ کتاب درسی)



۵۸ اگر $x = ۳$ یکی از جواب‌های معادلهٔ درجه‌دوم $۲x^۲ - ax - ۵ = ۰$ باشد، جواب دیگر این معادله کدام است؟

۱) $-\frac{۶}{۵}$
۲) $\frac{۶}{۵}$
۳) $-\frac{۵}{۶}$
۴) $\frac{۵}{۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

اگر α و β جواب‌های معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$ باشند، داریم:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

پاسخ خیلی تشریحی

حاصل‌ضرب جواب‌های معادله برابر $-\frac{۵}{۲}$ است، پس داریم:

$$۳x_۲ = -\frac{۵}{۲} \Rightarrow x_۲ = -\frac{۵}{۶}$$

۵۹ به ازای کدام مجموعهٔ مقادیر m، معادلهٔ درجه‌دوم $x^۲ + (m-۳)x + ۲m - ۱ = ۰$، دو جواب غیرهم‌علامت دارد؟

۱) $m < \frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۱}{۲} < m < ۱$

۳) $۱ < m < ۱۳$

۴) $m > ۱۳$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box براساس علامت‌های Δ، P و S می‌توانیم وضعیت جواب‌های معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$ را تعیین کنیم:

$\Delta < ۰$	معادله جواب حقیقی ندارد.		
$\Delta = ۰$	تنها جواب معادله $x_۰ = -\frac{b}{۲a}$ است.		
$\Delta > ۰$	$P > ۰$	$S < ۰$	هر دو جواب معادله منفی است.
		$S > ۰$	هر دو جواب معادله مثبت است.
	$P < ۰$	جواب‌های معادله غیرهم‌علامت‌اند.	

نکته مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $P < ۰$، قطعاً زیرمجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $\Delta > ۰$ است و این به آن معنی است که اگر شرط $P < ۰$ را اعمال کنیم، نیازی به بررسی شرط $\Delta > ۰$ نیست.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با در نظر گرفتن جدول درس‌باکس و هم‌چنین نکتهٔ بالا، کافی است حاصل‌ضرب جواب‌ها را منفی کنیم:

$$P = \frac{۲m-۱}{۱} \xrightarrow{P<۰} ۲m < ۱ \Rightarrow m < \frac{۱}{۲}$$

۶۰ **اگر در معادلهٔ درجه‌دوم $۳x^۲ - ax + ۸ = ۰$ یک جواب، دو برابر جواب دیگر باشد، اختلاف مقادیر ممکن برای a کدام است؟**

۱) $۳\sqrt{۳}$
۲) $۶\sqrt{۳}$
۳) $۱۲\sqrt{۳}$
۴) $۱۸\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint از حاصل‌ضرب استفاده کن.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: طبق فرض، جواب‌های معادله را می‌توانیم α و ۲α در نظر بگیریم، داریم:

$$P = \frac{c}{a} = \frac{۸}{۳} \Rightarrow ۲\alpha^۲ = \frac{۸}{۳} \Rightarrow \alpha^۲ = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \alpha = \pm\frac{۲}{\sqrt{۳}}$$

گام دوم: در این صورت، مجموع جواب‌ها برابر $۳\alpha = \pm ۲\sqrt{۳}$ است.

$$\Rightarrow S = \frac{a}{۳} = \pm ۲\sqrt{۳} \Rightarrow a = \pm ۶\sqrt{۳}$$

در نتیجه اختلاف مقادیر قابل قبول برای a برابر است با:

$$|a_۲ - a_۱| = ۱۲\sqrt{۳}$$

۶۱ اگر α و β جواب‌های معادلهٔ درجه‌دوم $x^2-3x-2=0$ باشند، حاصل $\alpha^4-2\alpha+\beta^3$ کدام است؟

۱) ۷۱ ۲) ۶۱ ۳) ۵۱ ۴) ۴۱

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint α^4 رو برحسب α و β^3 رو برحسب β به دست بیار.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در معادلهٔ داده‌شده داریم:

$$\alpha+\beta=3 \quad و \quad \alpha\beta=-2$$

گام دوم: حالا از آن‌جایی که جواب معادله در خود معادله صدق می‌کند، می‌توانیم بنویسیم:

$$\alpha^2-3\alpha-2=0 \Rightarrow \alpha^2=3\alpha+2 \xrightarrow{\times\alpha} \alpha^3=3\alpha^2+2\alpha=3(3\alpha+2)+2\alpha=11\alpha+6$$
$$\xrightarrow{\times\alpha} \alpha^4=11\alpha^2+6\alpha=11(3\alpha+2)+6\alpha=39\alpha+22$$

به طریق مشابه داریم:

$$\beta^3=11\beta+6$$

گام سوم: حالا عبارت خواسته‌شده را با استفاده از تساوی‌های گام دوم بازنویسی می‌کنیم:

$$\alpha^4-2\alpha+\beta^3=39\alpha+22-2\alpha+11\beta+6=11\alpha+11\beta+28=11(\alpha+\beta)+28$$
$$=11(3)+28=61$$

۶۲ اگر $\alpha-1$ و $\beta-1$ جواب‌های معادلهٔ درجه‌دوم $3x^2-4x-5=0$ باشند، جواب‌های کدام معادله $2\alpha+1$ و $2\beta+1$ هستند؟

۱) $3x^2-26x+11=0$

۲) $6x^2+20x+4=0$

۳) $6x^2-20x+4=0$

۴) $3x^2-26x+31=0$

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با استفاده از معادلهٔ اول، سعی می‌کنیم مقادیر $\alpha+\beta$ و $\alpha\beta$ را به دست آوریم:

$$(\alpha-1)+(\beta-1)=\frac{4}{3} \Rightarrow \alpha+\beta-2=\frac{4}{3} \Rightarrow \alpha+\beta=\frac{10}{3}$$

$$(\alpha-1)(\beta-1)=-\frac{5}{3} \Rightarrow \alpha\beta-(\alpha+\beta)+1=-\frac{5}{3} \Rightarrow \alpha\beta=\frac{2}{3}$$

گام دوم: حالا مجموع و حاصل $2\alpha+1$ و $2\beta+1$ را به دست می‌آوریم:

$$(2\alpha+1)+(2\beta+1)=2(\alpha+\beta)+2=2(\frac{10}{3})+2=\frac{26}{3}$$

$$(2\alpha+1)(2\beta+1)=4\alpha\beta+2(\alpha+\beta)+1=4(\frac{2}{3})+2(\frac{10}{3})+1=\frac{31}{3}$$

گام سوم: پس معادلهٔ مورد نظر $x^2-\frac{26}{3}x+\frac{31}{3}=0$ یا $3x^2-26x+31=0$ می‌تواند باشد.

یه‌جور دیگه

از آن‌جا که $2\alpha+1=2(\alpha-1)+3$ است، اگر x را جواب‌های معادلهٔ $3x^2-4x-5=0$ و X را جواب‌های معادلهٔ مطلوب مسئله بگیریم، داریم:

$$X=2x+3 \Rightarrow x=\frac{X-3}{2}$$

حالا به جای متغیر x در معادلهٔ اولیه، عبارت $\frac{X-3}{2}$ قرار می‌دهیم:

$$3(\frac{X-3}{2})^2-4(\frac{X-3}{2})-5=0 \Rightarrow \frac{3X^2-18X+27}{4}-\frac{8X-24}{4}-\frac{20}{4}=0 \Rightarrow 3X^2-26X+31=0$$

۶۳ مجموع معکوس مربعات جواب‌های معادلهٔ $2x^4 - 3x^2 + 1 = 0$ کدام است؟

$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} + \dots$

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint x^2 رو متغیر جدید بگیر.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: با تغییر متغیر مناسب، می‌توانیم معادله را به یک معادلهٔ درجه‌دوم تبدیل می‌کنیم:

$$\xrightarrow{t=x^2>0} 2t^2 - 3t + 1 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر است.}} \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

گام دوم: پس در اصل جواب‌های معادله به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{cases} x^2 = 1 \Rightarrow x_1 = 1 \ , \ x_2 = -1 \\ x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x_3 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \ , \ x_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

گام سوم: خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{1}{x_3^2} + \frac{1}{x_4^2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\frac{1}{2}} = 6$$

تیزپازی حاصل $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{1}{x_3^2} + \frac{1}{x_4^2}$ برابر $\frac{2}{t_1} + \frac{2}{t_2}$ است:

$$\frac{2}{t_1} + \frac{2}{t_2} = \frac{2}{1} + \frac{2}{\frac{1}{2}} = 6$$

۶۴ معادلهٔ $x^{۲}+۳\sqrt{-x}-۱=۰$ چند جواب دارد؟ $(x^{۲}+۳\sqrt{-x}+۱)^{۲}$

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint مشخصه که باید چی رو t بگیری.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** اگر $x^{۲}+۳\sqrt{-x}+۱$ را t بگیریم، داریم:

$$t^{۲}+t-۲=۰ \Rightarrow (t+۲)(t-۱)=۰ \xrightarrow{t>۰} t=۱$$

گام دوم: پس در اصل معادلهٔ $x^{۲}+۳\sqrt{-x}+۱=۱$ را داریم.

$$\Rightarrow x^{۲}+۳\sqrt{-x}=۰$$

هر دو عبارت $x^{۲}$ و $۳\sqrt{-x}$ نامنفی هستند، پس مجموع آن‌ها هنگامی صفر می‌شود که هر دو برابر صفر باشند؛ در نتیجه تنها جواب معادله $x=۰$ است.

۶۵ اگر مجموع و حاصل‌ضرب جواب‌های معادلهٔ $x^۲ + x - ۲ = \sqrt{۲x^۲ + ۲x - ۵}$ به ترتیب S و P باشد، حاصل عبارت $۳PS - P^۲ + ۵$ کدام است؟

۱) -۵ ۲) ۵ ۳) -۱ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: عبارت $\sqrt{۲x^۲ + ۲x - ۵}$ را متغیر جدید t می‌گیریم؛ در نتیجه $x^۲ + x - ۲$ برابر $\frac{t^۲}{۲} + \frac{۱}{۲}$ است و به معادلهٔ درجه‌دوم زیر می‌رسیم:

$$\frac{t^۲ + ۱}{۲} = t$$

گام دوم: معادلهٔ زیر را حل می‌کنیم:

$$t^۲ + ۱ = ۲t \Rightarrow t^۲ - ۲t + ۱ = (t-۱)^۲ = ۰ \Rightarrow t = ۱$$

گام سوم: حالا باید معادله زیر را برحسب x بنویسیم:

$$\sqrt{۲x^۲ + ۲x - ۵} = ۱ \Rightarrow ۲x^۲ + ۲x - ۵ = ۱ \Rightarrow x^۲ + x - ۳ = ۰$$

در این معادله $S = -۱$ و $P = -۳$ است.

گام چهارم: خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$۳PS - P^۲ + ۵ = ۳(-۳)(-۱) - ۹ + ۵ = ۵$$

کنکور

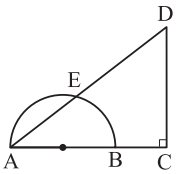
اگر مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌های حقیقی معادلهٔ $x^۴ - ۷x^۲ - ۵ = ۰$ به ترتیب S و P باشند، حاصل عبارت $۲P^۲ - ۳SP + ۲S$ کدام است؟ *(سؤال ۱۰۱ ـ کنکور ریاضی ۱۴۰۰)*

۱) $۵۹ - ۷\sqrt{۶۹}$ ۲) $۷ + \sqrt{۶۹}$

۳) ۵۰ ۴) $۵۹ + ۷\sqrt{۶۹}$

هندسه یازدهم

۶۶ در شکل زیر، شعاع نیم‌دایره برابر ۵، $\hat{C} = ۹۰^\circ$ و $ED = ۲BC$ است. اگر $AE = ۸$ باشد، AD کدام است؟



۱) ۱۲

۲) ۲۰

۳) ۲۵

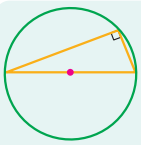
۴) ۲۷

پاسخ: گزینهٔ ۲

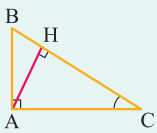
Hint خط BE رسم شود و از تشابه مثلث‌ها استفاده شود.

درس Box

۱) زاویهٔ محاطی روبه‌رو به قطر دایره، قائمه است.



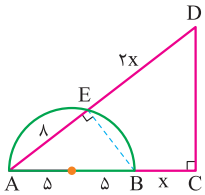
۲) اگر در دو مثلث قائم‌الزاویه، یک زاویهٔ حادهٔ مشترک وجود داشته باشد، دو مثلث متشابه‌اند:



$$\begin{cases}\hat{C} = \hat{C} \\ \hat{A} = \hat{H} = ۹۰^\circ\end{cases} \xrightarrow{\text{ز ز}} \overset{\Delta}{AHC} \sim \overset{\Delta}{ABC}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: پاره‌خط (وتر) BE را رسم می‌کنیم. زاویهٔ E محاطی و روبه‌رو به قطر است و برابر ۹۰° می‌باشد.



گام دوم: مثلث‌های ABE و ADC متشابه‌اند، زیرا:

$$\begin{cases}\hat{A} = \hat{A} \\ \hat{E} = \hat{C} = ۹۰^\circ\end{cases} \xrightarrow{\text{ز ز}} \overset{\Delta}{BEA} \sim \overset{\Delta}{DCA} \Rightarrow \frac{EA}{CA} = \frac{BA}{DA}$$

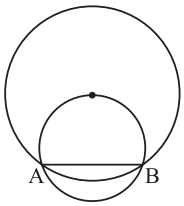
گام سوم: اگر $BC = x$ باشد، پس $ED = ۲x$:

$$\frac{۸}{x+۱۰} = \frac{۱۰}{۲x+۸} \Rightarrow ۱۰x+۱۰۰ = ۱۶x+۶۴ \Rightarrow ۶x = ۳۶ \Rightarrow x = ۶$$

پس:

$$AD = ۲x+۸ = ۲(۶)+۸ = ۲۰$$

۶۷ در شکل زیر، مرکز دایرهٔ بزرگ‌تر روی دایرهٔ کوچک‌تر است. اگر شعاع دو دایره $\sqrt{۳۰}$ و ۳ باشد، طول وتر AB کدام است؟

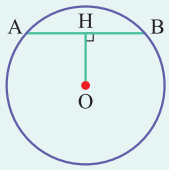


۱) $\sqrt{۳}$
۲) $۲\sqrt{۳}$
۳) $۲\sqrt{۵}$
۴) $\sqrt{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

شعاع یا قطر عمود بر یک وتر در دایره، آن وتر را نصف می‌کند.

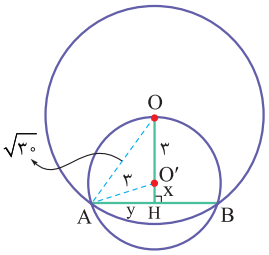


$$OH \perp AB \Rightarrow AH = HB$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: از O عمود OH را بر وتر AB رسم می‌کنیم. می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، پس مطابق شکل H وسط AB است. حال از O' به H وصل می‌کنیم. می‌دانیم اگر از مرکز یک دایره به وسط وتری از آن دایره رسم کنیم، پاره‌خط حاصل بر آن وتر عمود است، پس نقطهٔ O' روی عمود OH قرار دارد.

گام دوم: اگر $AH = y$ و $O'H = x$ باشد، رابطهٔ فیثاغورس را برای مثلث‌های OAH و $O'AH$ می‌نویسیم:



$$O\overset{\Delta}{A}H:\ OA^۲ = OH^۲ + AH^۲ \Rightarrow ۳۰ = (x+۳)^۲ + y^۲$$

$$O'\overset{\Delta}{A}H:\ O'A^۲ = O'H^۲ + AH^۲ \Rightarrow ۹ = x^۲ + y^۲$$

گام سوم: برای حل دستگاه بالا آن‌ها را از هم کم می‌کنیم:

$$۲۱ = x^۲ + ۶x + ۹ - x^۲ \Rightarrow ۶x = ۱۲ \Rightarrow x = ۲$$

گام چهارم: y یعنی AH را به دست می‌آوریم:

$$x^۲ + y^۲ = ۹ \Rightarrow ۴ + y^۲ = ۹ \Rightarrow y^۲ = ۵ \Rightarrow y = \sqrt{۵}$$

وتر AB دو برابر AH می‌باشد، یعنی:

$$AB = ۲AH = ۲y = ۲\sqrt{۵}$$

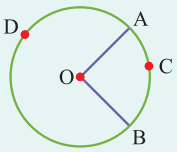
۶۸ دو کمان AB و $A'B'$ به ترتیب در دو دایرهٔ C و C' مفروض‌اند. اگر طول کمان $A'B'$ دو برابر طول کمان AB و اندازهٔ کمان $A'B'$ نصف اندازهٔ کمان AB باشد، شعاع دایرهٔ C' چند برابر شعاع دایرهٔ C است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint به تفاوت مفاهیم طول کمان و اندازهٔ کمان دقت کنید.

درس Box



کمان: کمان دایره شامل دو نقطه روی دایره و تمام نقاط بین آن دو نقطه است. به این ترتیب هر دو نقطه از دایره مانند A و B، دو کمان $\overset{\frown}{AB}$ را روی دایره مشخص می‌کنند که برای مشخص‌کردن آن‌ها می‌توان از نقطه‌ای روی هر کمان استفاده کرد. مثلاً در شکل مقابل نقاط A و B، دو کمان $\overset{\frown}{ACB}$ و $\overset{\frown}{ADB}$ را روی دایره مشخص می‌کنند. معمولاً منظور از $\overset{\frown}{AB}$، کمان کوچک‌تر مشخص‌شده توسط A و B است.

اندازهٔ کمان: همان اندازهٔ زاویهٔ مرکزی مقابل به آن کمان بوده و واحد آن درجه است.

طول کمان: طول کمان برحسب واحد طول (متر، سانتی‌متر، ...) بیان می‌شود. طول کمان AB روبه‌رو به زاویهٔ مرکزی α در دایره‌ای به شعاع R به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\text{اندازهٔ کمان } AB}{۳۶۰^\circ} = \frac{\text{طول کمان } AB}{\text{محیط دایره}} \Rightarrow \frac{\alpha}{۳۶۰^\circ} = \frac{\text{طول کمان } AB}{۲\pi R} \Rightarrow \text{طول کمان } AB = \frac{\pi R\alpha}{۱۸۰^\circ}$$

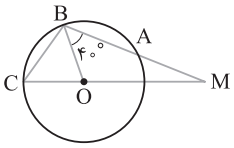
پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: فرض کنید شعاع‌های دو دایرهٔ C و C' به ترتیب برابر R و R' باشد. هم‌چنین طول کمان‌های AB و $A'B'$ به ترتیب برابر L و L' و اندازهٔ کمان‌های AB و $A'B'$ (زاویهٔ مرکزی مقابل به این دو کمان) به ترتیب برابر α و α' باشد. طبق فرض $L' = ۲L$ و $\alpha = ۲\alpha'$ است.

گام دوم: با توجه به رابطهٔ طول کمان می‌توان نوشت:

$$\frac{L'}{L} = \frac{\frac{\pi R'\alpha'}{۱۸۰^\circ}}{\frac{\pi R\alpha}{۱۸۰^\circ}} \Rightarrow \frac{L'}{L} = \frac{R'\alpha'}{R\alpha} \Rightarrow \frac{۲L}{L} = \frac{R' \times \alpha'}{R \times ۲\alpha'} \Rightarrow \frac{R'}{R} = ۴$$

۶۹ در شکل زیر، $MA = R$ و $BC = ۵$ و $O\hat{B}A = ۴۰^\circ$ است. مساحت دایره کدام است؟



۱) ۲۵π

۲) ۱۶π

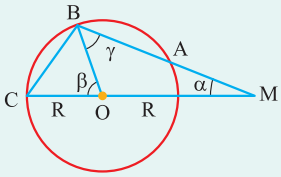
۳) ۱۲π

۴) ۸π

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

۱) در شکل مقابل، اگر $MA = R$ باشد، آن‌گاه:



$\beta = ۳\alpha$

$\gamma = ۲\alpha$

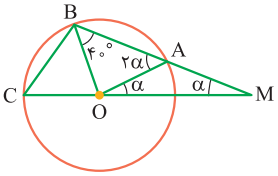
۲) اگر اندازهٔ کمانی ۶۰° باشد، وتر متناظر آن به طول R است.

اگر اندازهٔ کمانی ۹۰° باشد، وتر متناظر آن به طول $R\sqrt{۲}$ است.

اگر اندازهٔ کمانی ۱۲۰° باشد، وتر متناظر آن به طول $R\sqrt{۳}$ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: شعاع OA را رسم می‌کنیم:



$\overset{\Delta}{OAM}$ متساوی‌الساقین است. $\Rightarrow A\hat{O}M = A\hat{M}O = \alpha$ $\Rightarrow$ $OA = MA = R$

گام دوم: $O\hat{A}B$ زاویهٔ خارجی مثلث OAM است، پس $O\hat{A}B = ۲\alpha$. با توجه به این‌که مثلث OAB متساوی‌الساقین است، بنابراین:

$۲\alpha = ۴۰^\circ \Rightarrow \alpha = ۲۰^\circ$

گام سوم: زاویهٔ $B\hat{O}C$، زاویهٔ خارجی مثلث OBM است، پس:

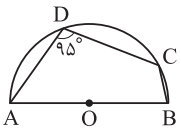
$B\hat{O}C = O\hat{B}A + \hat{M} = ۴۰^\circ + ۲۰^\circ = ۶۰^\circ$

گام چهارم: زاویهٔ $B\hat{O}C$ روبه‌روی کمان $\overset{\frown}{BC}$ است، بنابراین $\overset{\frown}{BC} = ۶۰$ و در نتیجه: $BC = R \Rightarrow R = ۵$

مساحت دایره عبارت است از: $S = \pi R^۲ = ۲۵\pi$

تیزبازی *طب وقتی می‌دونیم* $۲\alpha = ۴۰^\circ$، پس $\alpha = ۲۰^\circ$ و زاویهٔ $\hat{O}$ همیشه ۳α، یعنی ۶۰° و شعاع همیشه ۵ و مساحت ۲۵π.

۷۰ چهارضلعی ABCD درون نیم‌دایره قرار گرفته است. اگر $AD = DC$ و $\hat{D} = ۹۵^\circ$ باشد، مجموع زوایای $C\hat{A}B$ و $D\hat{B}A$ چند درجه است؟

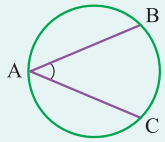


۱) ۴۰
۲) ۴۲/۵
۳) ۴۷/۵
۴) ۵۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

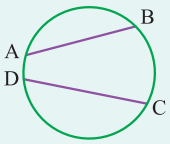
درس Box

۱) زاویهٔ محاطی زاویه‌ای است که رأس آن روی دایره بوده و اضلاعش وترهای دایره هستند و اندازه‌اش نصف کمان مقابل آن است.



$$\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{BC}}{۲}$$

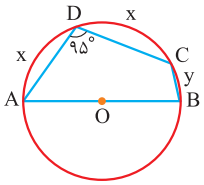
۲) اگر دو وتر دایره‌ای با هم برابر باشند، کمان‌های متناظر آن‌ها نیز با هم برابرند و برعکس.



$$AB = CD \Leftrightarrow \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: وترهای AD و CD برابرند، پس کمان‌های آن‌ها نیز مساوی هستند.



$$\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DC} = x$$

اگر کمان $\overset{\frown}{BC} = y$ فرض شود، پس:

$$۲x + y = ۱۸۰^\circ \qquad (۱)$$

گام دوم: زاویهٔ D یک زاویهٔ محاطی است. اگر دایره کامل شود، زاویهٔ D روبه‌روی کمان $۱۸۰^\circ + y$ است، پس:

$$\hat{D} = \frac{۱۸۰^\circ + y}{۲} \Rightarrow ۹۵^\circ = \frac{۱۸۰^\circ + y}{۲} \Rightarrow ۱۸۰^\circ + y = ۱۹۰^\circ \Rightarrow y = ۱۰^\circ$$

با توجه به رابطهٔ (۱):

$$۲x + y = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۲x + ۱۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow x = ۸۵^\circ$$

گام سوم: زاویه‌های $B\hat{A}C$ و $D\hat{B}A$ هر دو محاطی هستند، یعنی:

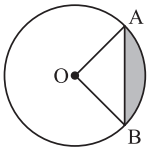
$$B\hat{A}C = \frac{y}{۲} = \frac{۱۰^\circ}{۲} = ۵^\circ$$

$$D\hat{B}A = \frac{x}{۲} = \frac{۸۵^\circ}{۲} = ۴۲/۵^\circ$$

پس:

$$B\hat{A}C + D\hat{B}A = ۵^\circ + ۴۲/۵^\circ = ۴۷/۵^\circ$$

۷۱ در شکل زیر، شعاع دایره برابر ۶ و طول کمان AB برابر 2π است. مساحت ناحیهٔ سایه‌زده کدام است؟



۱) $3(2\pi - 3\sqrt{3})$

۲) $6(\pi - \sqrt{3})$

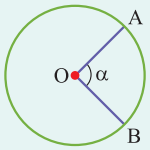
۳) $2(3\pi - 4\sqrt{3})$

۴) $2(3\pi - 2\sqrt{3})$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint ابتدا اندازهٔ زاویهٔ مرکزی $A\hat{O}B$ را به دست آورید.

درس Box **مساحت قطاع دایره:** در دایره‌ای به مرکز O و شعاع R، اگر کمان $\overset{\frown}{AB}$ روبه‌رو به زاویهٔ مرکزی α (α برحسب درجه) باشد، آن‌گاه مساحت قطاع AOB به صورت زیر محاسبه می‌شود:



$$\frac{\text{اندازهٔ کمان } \overset{\frown}{AB}}{360^\circ} = \frac{\text{مساحت قطاع AOB}}{\text{مساحت دایره}} \Rightarrow \frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{\text{مساحت قطاع AOB}}{\pi R^2} \Rightarrow \text{مساحت قطاع AOB} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}$$

یادآوری: مساحت مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع a، برابر $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ است.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** فرض کنید $A\hat{O}B = \alpha$ باشد. در این صورت با توجه به رابطهٔ طول کمان در دایره داریم:

$$\text{طول کمان AB} = \frac{\pi R \alpha}{180^\circ} \Rightarrow 2\pi = \frac{\pi \times 6 \times \alpha}{180^\circ} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

گام دوم: با توجه به رابطهٔ مساحت قطاع دایره داریم:

$$\text{مساحت قطاع AOB} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi \times 6^2 \times 60^\circ}{360^\circ} = 6\pi$$

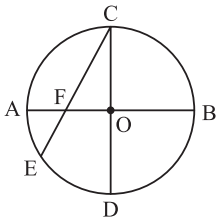
گام سوم: در مثلث OAB، $OA = OB = 6$ و $A\hat{O}B = 60^\circ$، پس این مثلث متساوی‌الاضلاع است و در نتیجه مساحت آن برابر است با:

$$S_{OAB} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}$$

گام چهارم: مساحت ناحیهٔ سایه‌زده برابر اختلاف مساحت‌های قطاع AOB و مثلث OAB است، یعنی:

$$\text{مساحت ناحیهٔ سایه‌زده} = 6\pi - 9\sqrt{3} = 3(2\pi - 3\sqrt{3})$$

۷۲ در شکل زیر، قطرها بر هم عمودند و $OF = FE$ می‌باشد. اندازهٔ زاویهٔ $\hat{C}$ کدام است؟



۱) 50°

۲) 45°

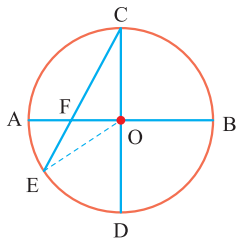
۳) 30°

۴) $22/5^\circ$

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: پاره‌خط (شعاع) OE را رسم می‌کنیم. مثلث OFE متساوی‌الساقین است، بنابراین:



$$F\hat{O}E = F\hat{E}O = \overset{\frown}{AE}$$

گام دوم: مثلث OEC نیز متساوی‌الساقین است، یعنی:

$$\left.\begin{array}{l} F\hat{E}O = E\hat{C}D = \overset{\frown}{AE} \\ E\hat{C}D = \dfrac{\overset{\frown}{ED}}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\frown}{AE} = \frac{\overset{\frown}{ED}}{2}$$

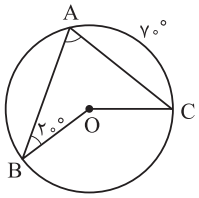
پس:

$$\overset{\frown}{AE} + \overset{\frown}{ED} = 90^\circ \Rightarrow \frac{\overset{\frown}{ED}}{2} + \overset{\frown}{ED} = 90^\circ \Rightarrow \frac{3\overset{\frown}{ED}}{2} = 90^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{ED} = 60^\circ$$

گام سوم: زاویهٔ $\hat{C}$ عبارت است از:

$$\hat{C} = \frac{\overset{\frown}{ED}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

۷۳ در شکل زیر، $\overset{\frown}{AC} = ۷۰^\circ$ و $\hat{B} = ۲۰^\circ$ است. اندازهٔ کمان $\overset{\frown}{BC}$ چه‌قدر است؟



۱) ۱۶۰°

۲) ۱۵۰°

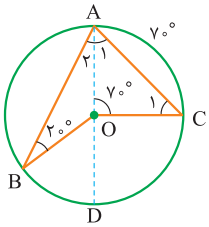
۳) ۱۲۰°

۴) ۷۰°

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: شعاع OA را رسم می‌کنیم. زاویهٔ $A\hat{O}C$ مرکزی است و با کمان روبه‌رو برابر است.



$$A\hat{O}C = ۷۰^\circ$$

گام دوم: مثلث AOC متساوی‌الساقین است، پس:

$$\hat{A}_۱ + \hat{C}_۱ = ۱۸۰^\circ - ۷۰^\circ \Rightarrow ۲\hat{A}_۱ = ۱۱۰^\circ \Rightarrow \hat{A}_۱ = ۵۵^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{CD} = ۱۱۰^\circ$$

گام سوم: مثلث OAB نیز متساوی‌الساقین است و $\hat{A}_۲ = ۲۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{BD} = ۴۰^\circ$.

پس:

$$\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{BD} + \overset{\frown}{DC} = ۴۰^\circ + ۱۱۰^\circ = ۱۵۰^\circ$$

۷۴ دایرهٔ $C(O\ ,\ ۳x-۹)$ مفروض است. اگر فاصلهٔ نقطهٔ O از خط d، برابر $x^۲-۴$ باشد، آن‌گاه وضعیت خط d و دایرهٔ C چگونه است؟

۱) خط و دایره همواره دو نقطهٔ متقاطع‌اند.

۲) خط همواره در یک نقطه بر دایره مماس است.

۳) خط و دایره هیچ‌گاه نقطهٔ برخوردی ندارند.

۴) بسته به مقدار x، هر کدام از سه حالت ممکن است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

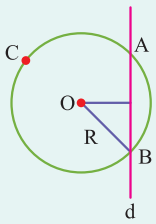
برای پیداکردن نقاط تقاطع خط و دایره، فاصلهٔ مرکز دایره از خط d را برابر شعاع دایره قرار دهید.

درس Box

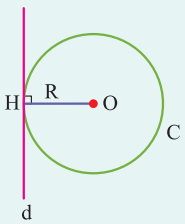
وضعیت نسبی خط و دایره:

خط و دایره براساس مقایسهٔ بین اندازهٔ شعاع و فاصلهٔ مرکز دایره از خط، یکی از سه حالت زیر را دارند:

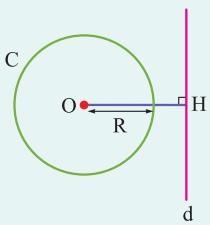
۱) اگر فاصلهٔ مرکز دایره از خط d، کوچک‌تر از شعاع دایره باشد $(OH < R)$، آن‌گاه خط و دایره متقاطع‌اند و دو نقطهٔ مشترک دارند.



۲) اگر فاصلهٔ مرکز دایره از خط d، برابر شعاع دایره باشد $(OH = R)$، آن‌گاه خط بر دایره مماس است و یک نقطهٔ مشترک دارند.



۳) اگر فاصلهٔ مرکز دایره از خط d، بزرگ‌تر از شعاع دایره باشد $(OH > R)$، آن‌گاه خط بیرون دایره است و خط و دایره نقطهٔ مشترکی ندارند.



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق فرض شعاع دایرهٔ C، برابر $R = ۳x-۹$ است. هم‌چنین اگر H پای عمود رسم‌شده از نقطهٔ O بر خط d باشد، آن‌گاه $OH = x^۲-۴$ است. خط d و دایرهٔ C در صورتی با یکدیگر برخورد می‌کنند که $OH = d$ باشد.

گام دوم: رابطهٔ گام اول را حل می‌کنیم تا مقادیر احتمالی x را به دست آوریم.

$$OH = d \Rightarrow x^۲-۴ = ۳x-۹ \Rightarrow x^۲-۳x+۵ = ۰$$

$$\Delta = (-۳)^۲ - ۴(۵) = -۱۱ \Rightarrow$$ معادله جواب ندارد.

گام سوم: عبارت $x^۲-۳x+۵$ به ازای جمیع مقادیر x مثبت است، پس داریم:

$$x^۲-۳x+۵ > ۰ \Rightarrow x^۲-۴ > ۳x-۹ \Rightarrow OH > R$$

یعنی همواره فاصلهٔ مرکز دایره از خط d، بزرگ‌تر از شعاع دایره است و در نتیجه خط و دایره هیچ‌گاه نقطهٔ برخوردی ندارند.

۷۵ نقاط A، B، C، D، E و F را به طور متوالی روی یک دایره در نظر می‌گیریم، به طوری که اندازهٔ کمان‌های $\overset{\frown}{AB}$، $\overset{\frown}{BC}$، ... و $\overset{\frown}{FA}$ به ترتیب یک دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت ۲ تشکیل دهند. حاصل $A\hat{B}E + A\hat{O}C$ کدام است؟ (O مرکز دایره است.)

۱) $\frac{۱۲۰^\circ}{۷}$

۲) $\frac{۳۴۰^\circ}{۷}$

۳) $\frac{۷۹۰^\circ}{۷}$

۴) $\frac{۱۰۸۰^\circ}{۷}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

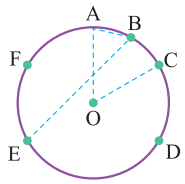
درس Box

۱) جملات دنبالهٔ هندسی از ضرب جملهٔ قبل در قدرنسبت به دست می‌آیند:

$a, ar, ar^۲, \ldots$ قدرنسبت $= r$ ، جملهٔ اول $= a$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: اگر فرض کنیم کمان $\overset{\frown}{AB}$ به اندازهٔ a باشد، پس:



$$\overset{\frown}{AB} = a \ , \ \overset{\frown}{BC} = ۲a \ , \ \overset{\frown}{CD} = ۴a \ , \ \overset{\frown}{DE} = ۸a \ , \ \overset{\frown}{EF} = ۱۶a \ , \ \overset{\frown}{FA} = ۳۲a$$

بنابراین:

$$a + ۲a + ۴a + ۸a + ۱۶a + ۳۲a = ۳۶۰^\circ \Rightarrow ۶۳a = ۳۶۰^\circ \Rightarrow a = \frac{۳۶۰^\circ}{۶۳} = \frac{۴۰^\circ}{۷}$$

گام دوم: زاویهٔ $A\hat{B}E$ یک زاویهٔ محاطی است و:

$$A\hat{B}E = \frac{\overset{\frown}{EF} + \overset{\frown}{FA}}{۲} = \frac{۱۶a + ۳۲a}{۲} = ۲۴a = ۲۴ \times \frac{۴۰^\circ}{۷} = \frac{۹۶۰^\circ}{۷}$$

و زاویهٔ $A\hat{O}C$، زاویهٔ مرکزی است که:

$$A\hat{O}C = AB + BC = ۳a = ۳ \times \frac{۴۰^\circ}{۷} = \frac{۱۲۰^\circ}{۷}$$

پس:

$$A\hat{B}E + A\hat{O}C = \frac{۹۶۰^\circ}{۷} + \frac{۱۲۰^\circ}{۷} = \frac{۱۰۸۰^\circ}{۷}$$

۷۶ **کدام عبارت درست است؟**

۱) جملهٔ خبری «صدمین رقم اعشار عدد $\sqrt{۲}$، برابر ۳ است.» یک گزاره‌نما است.

۲) در گزارهٔ شرطی $p \Rightarrow q \sim$، اگر p درست باشد، گزاره به انتفای تالی درست است.

۳) جدول ارزش گزارهٔ $p \wedge (q \vee r)$، ۶ ردیف دارد.

۴) جملهٔ خبری «در پرتاب تاس احتمال رخ‌دادن پیشامد عدد اول برابر صفر است.» یک گزاره است.

مشاوره تعریف‌های منطق ریاضی مثل گزاره، گزاره‌نما، دامنه، مجموعهٔ جواب‌ها می‌تواند به صورت جای خالی یا درست و نادرست در نهایی مطرح بشوند.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

گزاره، جمله‌ای خبری است که یا راست است یا دروغ؛ بنابراین جملاتی که خبری نباشند، مانند جملات استفهامی، تعجبی و ... گزاره نیستند. معمولاً گزاره‌ها را با حروف p، q، r و ... نمایش می‌دهند.

هر جملهٔ خبری که شامل یک یا چند متغیر است و با جای‌گذاری مقادیری به جای متغیر به یک گزاره تبدیل شود، **گزاره‌نما** نامیده می‌شود. گزاره‌نماها را برحسب تعداد متغیر به کار رفته در آن‌ها، یک‌متغیره، دومتغیره و ... می‌نامیم.

جدول ارزش گزارهٔ $p \Rightarrow q$:

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	ن	د
ن	د	د

۱) هرگاه ارزش p (مقدم) نادرست باشد، آن‌گاه ارزش گزارهٔ مرکب «$p \Rightarrow q$» همواره درست است و ارزش آن به ارزش گزارهٔ q بستگی ندارد.

در این حالت می‌گویند: ارزش «$p \Rightarrow q$» به انتفای مقدم درست است.

۲) ارزش گزارهٔ «$p \Rightarrow q$» وقتی نادرست است که p درست و q نادرست باشد.

پاسخ خیلی تشریحی

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): نادرست است؛ چون عبارت داده‌شده گزاره است (نه گزاره‌نما)، چون یک جملهٔ خبری است که ارزش آن درست است یا نادرست، چون صدمین رقم اعشار $\sqrt{۳}$ بالاخره برابر ۳ است یا نیست.

گزینهٔ (۲): نادرست است؛ اگر p درست باشد، $p \sim$ نادرست و گزارهٔ شرطی به انتفای مقدم، درست است.

گزینهٔ (۳): نادرست است؛ چون هر گزاره ۲ حالت دارد، پس گزارهٔ داده‌شده $۲ \times ۲ \times ۲ = ۸$ ردیف دارد.

گزینهٔ (۴): درست است؛ چون یک جملهٔ خبری با ارزش نادرست است. احتمال رخ‌دادن پیشامد عدد اول یا $\{۲,۳,۵\}$ برابر $\frac{۳}{۶}$ است.

۷۷ دامنهٔ گزاره‌نمای «$\forall n \in \{1,2,3,\ldots,9\}: n > 2 \Rightarrow 2^n$» مجموعهٔ $\{1,2,3,4,5\}$ است. مجموعهٔ جواب چند عضو دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

$n = 1, 2, \ldots, 5$ قرار داده و ببینید به ازای چه nهایی گزارهٔ داده‌شده درست است.

درس Box

در هر گزاره‌نما به مجموعهٔ مقادیری که می‌توان آن‌ها را به جای متغیرهای آن قرار داد، تا این‌که گزاره‌نما به گزاره تبدیل شود، **دامنهٔ متغیر** گزاره‌نما می‌گویند و آن را با حرف D نمایش می‌دهند.

در هر گزاره‌نما، به مجموعهٔ عضوهایی از دامنهٔ متغیر که به ازای آن‌ها، گزاره‌نما تبدیل به گزاره‌ای با ارزش درست شود، **مجموعهٔ جواب** گزاره‌نما می‌گویند و آن را با حرف S نمایش می‌دهند و همواره داریم:

$S \subseteq D$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: به ازای $n = 1, 2$ فرض نادرست بوده و کل گزاره به انتفای مقدم درست می‌شود.

گام دوم: به ازای $n = 3$ فرض درست بوده و حکم نیز درست است، چون $2^3 \in \{1,2,\ldots,9\}$، پس باز هم کل گزاره درست است.

گام سوم: به ازای $n = 4, 5$ فرض درست بوده، ولی حکم نادرست است، چون 2^4 و 2^5 عضو مجموعهٔ $\{1,2,\ldots,9\}$ نیستند. در این حالت ترکیب شرطی داده‌شده نادرست می‌شود.

گام چهارم: مجموعهٔ جواب به صورت $\{1,2,3\}$ است که ۳ عضو دارد.

۷۸ در چند ردیف از جدول ارزش گزاره‌های شامل s، r، q و p حداقل یک «درست» و حداقل یک «نادرست» وجود دارد؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint از اصل متمم استفاده کنید.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** جدول ارزش ۴ گزاره، تعداد $۲^۴ = ۱۶$ ردیف دارد.

گام دوم: ۲ حالت (د ، د ، د ، د) و (ن ، ن ، ن ، ن) نامطلوب هستند.

گام سوم: در $۱۶ - ۲ = ۱۴$ ردیف، حداقل یک درست و حداقل یک نادرست وجود دارد.

نکته اگر گزاره، ترکیبی از n گزارهٔ $p_۱ , p_۲ , ... , p_n$ باشد، جدول ارزش ۲^n ردیف دارد. در $۲^n - ۲$ حالت، حداقل یک T و حداقل یک F دیده می‌شود.

۷۹ کدام گزاره را می‌توانیم در جدول زیر به جای q قرار دهیم؟

p	q	$p \Leftrightarrow \sim q$	$\sim p \vee q$
...	...	د	د

۱) $(3^{-1} = \frac{1}{3}) \wedge ((\frac{1}{2})^{0} = 0)$

۲) $(4 < 3) \vee (\frac{1}{2} \neq \frac{3}{6})$

۳) $3n + 1$ اول است. $(n \in \mathbb{N})$

۴) $a \in \{b\} \Leftrightarrow a = b$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ببینید چه‌جوری می‌شود که هر دو گزارهٔ $p \vee q \sim$ و $p \Leftrightarrow \sim q$ هم‌زمان درست باشند.

درس Box

ارزش گزاره‌های ترکیبی:

ارزش	فارسی	ریاضی	ترکیب گزاره‌ها
وقتی درست است که حداقل یکی از گزاره‌های p یا q درست باشد.	p یا q	$p \vee q$	ترکیب فصلی
وقتی درست است که p و q هر دو درست باشند.	p و q	$p \wedge q$	ترکیب عطفی
فقط در حالت «ن $\Rightarrow$ د» نادرست است و در بقیهٔ حالت‌ها درست است.	اگر p، آن‌گاه q	$p \Rightarrow q$	ترکیب شرطی
وقتی درست است که p و q هم‌ارزش باشند.	p اگر و فقط اگر q	$p \Leftrightarrow q$	ترکیب دوشرطی

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ترکیب دوشرطی $p \Leftrightarrow \sim q$ درست است، پس ارزش $\sim q$ و p مانند یکدیگر است. اگر p و $\sim q$ هر دو درست باشند، در این صورت $\sim p$ نادرست و q هم نادرست است، پس $\sim p \vee q$ نادرست می‌شود که قبول نیست، پس p و $\sim q$ هر دو باید نادرست باشند تا $\sim p \vee q$ درست بشود.

گام دوم: p و $\sim q$ هر دو نادرست هستند، پس p نادرست و q باید درست باشد.

گام سوم: ارزش گزاره‌ها را یکی‌یکی بررسی می‌کنیم تا ببینیم کدام درست است:

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): $(\frac{1}{2})^{0} = 1$ می‌شود، پس $(\frac{1}{2})^{0} = 0$ نادرست بوده و ترکیب عطفی $(\wedge)$ آن نیز نادرست است.

گزینهٔ (۲): هر دو گزارهٔ «$\frac{1}{2} \neq \frac{3}{6}$» و «$4 < 3$» نادرست هستند، پس ترکیب فصلی آن‌ها هم نادرست است.

گزینهٔ (۳): اصلاً گزاره نیست و گزاره‌نما است.

گزینهٔ (۴): درست است؛ اگر $a = b$ درست باشد، $a \in \{b\}$ هم درست است و برعکس. پس همین گزینه را می‌توانیم به جای q قرار دهیم.

کتاب درسی

ارزش گزاره‌های مرکب زیر را تعیین کنید. *(آمار و احتمال ـ تمرین ۳ صفحهٔ ۱۴ کتاب درسی)*

الف) $(2 < 3) \wedge (4 + 3 = 10)$

ب) $(5 > 3) \vee ((-1)^{2} + 1 = 0)$

پ) $(\frac{1}{2} \neq \frac{3}{6}) \vee (1 \in \{2, 3, 4\})$

ت) اگر عدد ۴ فرد باشد، آن‌گاه ۴ مربع کامل نیست.

ث) ۲ عدد اول نیست، اگر و تنها اگر ۲ مربع کامل است.

ج) $2 > 3 \Leftrightarrow -2 < -3$

چ) اگر $a \in \{b\}$**، آن‌گاه** $a = b$ **و برعکس.**

مشابه امتحان نهایی

۸۰ گزارهٔ $r \Rightarrow (\sim p \vee q)$ در چند ردیف ارزش درست دارد؟

۱) ۴

۲) ۵

۳) ۶

۴) ۷

مشاوره این سؤال با یک تغییر کوچک می‌تواند تبدیل به سؤال احتمال (مشابه سؤال کنکور ۱۴۰۰) بشود. به خوبی آن را تحلیل کنید.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint تعداد کل حالت‌ها را منهای حالت‌هایی کنید که گزاره نادرست است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: سه گزارهٔ p، q و r داریم که هر کدام دو حالت دارند، پس گزارهٔ داده‌شده $۲^۳ = ۸$ ردیف دارد.

گام دوم: بهتر است حالت‌هایی را که گزارهٔ نادرست است، شمارش کرده و از کل حالت‌ها کم کنیم. ترکیب شرطی فقط در حالتی که فرض درست و حکم نادرست باشد، نادرست بوده و در بقیهٔ حالت‌ها درست است.

گام سوم: باید حالت‌هایی را که $\sim p \vee q$ درست و r نادرست باشد، شمارش کنیم. $\sim p \vee q$ در مجموع ۴ حالت دارد که در ۳ حالت زیر این گزاره درست است:

p	q	$\sim p \vee q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

گام چهارم: گزارهٔ داده‌شده در $۸ - ۳ = ۵$ ردیف، درست است.

یه‌جور دیگه

p	q	r	$\sim p$	$\sim p \vee q$	$\sim p \vee q \Rightarrow r$
د	د	د	ن	د	✓ د
د	د	ن	ن	د	ن
د	ن	د	ن	ن	✓ د
د	ن	ن	ن	ن	✓ د
ن	د	د	د	د	✓ د
ن	د	ن	د	د	ن
ن	ن	د	د	د	✓ د
ن	ن	ن	د	د	ن

امتحان نهایی

با واردکردن جدول زیر در پاسخ‌برگ و سپس تکمیل آن، نشان دهید که: $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$

(سؤال ۳ ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)

p	q			
د	د			
د	ن			
ن	د			
ن	ن			

۸۱ کدام گزینهٔ زیر معادل عبارت «**اگر جنگ شود، کنکور برگزار نمی‌شود.**» نیست؟

۱) جنگ نمی‌شود یا کنکور برگزار نمی‌شود.

۲) کنکور برگزار شده است، پس جنگ نشده است.

۳) چنین نیست که جنگ شود و کنکور برگزار شود.

۴) اگر کنکور برگزار نشود، جنگ نمی‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint از هم‌ارزی‌های ترکیب شرطی استفاده کنید.

درس Box

گزاره	اسم قانون
$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$ $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$	قوانین شرکت‌پذیری
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	قوانین پخشی (عکس آن فاکتورگیری)
$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$	قوانین دمورگان
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) = p$	قوانین جذب
$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$	ترکیب شرطی
$p \vee \sim p \equiv T \quad p \vee T \equiv T \quad p \vee F \equiv p$ $p \wedge \sim p \equiv F \quad p \wedge T \equiv p \quad p \wedge F \equiv F$	مقدماتی

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: طبق هم‌ارزی‌های ترکیب شرطی داریم:

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q \equiv \sim (p \wedge \sim q) \equiv \overbrace{\sim q \Rightarrow \sim p}^{\text{(عکس نقیض ترکیب شرطی)}}$$

گام دوم: اگر «p: جنگ می‌شود و q : کنکور برگزار نمی‌شود.» را تعریف می‌کنیم، هم‌ارز گزارهٔ داده‌شده به صورت‌های زیر است:

گام سوم: $\underbrace{\text{جنگ نمی‌شود}}_{\sim p}$ یا $\underset{\vee}{}$ $\underbrace{\text{کنکور برگزار نمی‌شود}}_{q}$.

گام چهارم: $\underbrace{\text{چنین نیست}}_{\sim}$ که $\underbrace{\text{جنگ شود}}_{p}$ و $\underset{\wedge}{}$ $\underbrace{\text{کنکور برگزار بشود}}_{\sim q}$.

گام پنجم: اگر $\underbrace{\text{کنکور برگزار بشود}}_{\sim q}$ آن‌گاه $\underbrace{\text{جنگ نمی‌شود}}_{\sim p}$.

۸۲ **اگر $p \Rightarrow q$ نادرست باشد و $r \equiv s \Rightarrow p$ باشد، ارزش گزارهٔ $[(p \wedge r) \vee (q \wedge r) \vee (\sim p \wedge (\sim q \wedge r)]$ معادل کدام گزینه است؟**

۱) همواره درست ۲) همواره نادرست ۳) $\sim s$ ۴) s

مشاوره ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ فقط در یک حالت نادرست است، خیلی به آن توجه کنید.

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint

اول ارزش p و q را تعیین کنید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: $p \Rightarrow q$ نادرست است، پس p درست و q نادرست است.

گام دوم: چون p درست است، پس $s \Rightarrow p$ حتماً درست است (چه s درست باشد و چه نادرست). r نیز هم‌ارز این گزاره است، پس r هم درست است.

گام سوم: چون p و r هر دو درست هستند، $p \wedge r$ حتماً درست بوده و ترکیب فصلی آن با هر گزارهٔ دیگری حتماً درست است.

۸۳ اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره‌های $(r \Rightarrow p) \Rightarrow (\sim q \vee r)$ و $(q \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \sim r)$ به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟

۱) T ـ مانند $\sim r$
۲) مانند F ـ r
۳) F ـ T
۴) T ـ مانند r

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: p درست است، پس گزارهٔ $r \Rightarrow p$ حتماً درست است. دوباره در گزارهٔ د $\Rightarrow \sim q \vee r$ حکم درست است، پس کل گزاره درست است.

گام دوم: برای گزارهٔ دوم، دو حالت برای r در نظر می‌گیریم:

p	q	r	$\sim r$	$p \Rightarrow \sim r$	$q \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow \sim r) \Leftrightarrow (q \Rightarrow r)$
د	ن	د	ن	ن	د	ن
د	ن	ن	د	د	د	د

مانند هم

پس ارزش گزارهٔ دوم مانند $\sim r$ است.

۸۴ گزارهٔ $(p \wedge \sim q) \vee (\sim q \Rightarrow \sim p)$ هم‌ارز کدام گزاره است؟

۱) T ۲) F

۳) $p \wedge q$ ۴) $p \vee q$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint کاری کنید که یکی از گزاره‌های $p \wedge \sim q$ یا $\sim q \Rightarrow \sim p$ درست بشود و رد گزینه کنید.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** در حالتی که p درست و q نادرست باشد، داریم:

کل گزاره	$p \wedge \sim q$	q	p
د	د	ن	د

اما در این ردیف گزینهٔ (۲) و گزینهٔ (۳) نادرست بوده و نمی‌توانند هم‌ارز گزارهٔ داده‌شده باشند.

گام دوم: در حالتی‌که p و q هر دو نادرست باشند نیز کل گزاره درست است، اما در این ردیف گزینهٔ (۴) نادرست است، پس گزینهٔ (۴) هم رد می‌شود.

کل گزاره	$\sim q \Rightarrow \sim p$	q	p
د	د	ن	ن

مشابه کنکور ۱۴۰۴

مشاوره از منطق ریاضی یک سؤال در کنکور می‌آید که معمولاً مشابه این سؤال است.

۸۵ گزارهٔ $[(p \vee q) \wedge (p \Leftrightarrow q)] \Rightarrow q$ هم‌ارز کدام گزاره است؟

۱) $\sim p \wedge q$
۲) $p \wedge q$
۳) $\sim p \vee q$
۴) $p \vee \sim q$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint اول سعی کنید q را نادرست بگیرید تا کل گزاره درست بشود.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: اگر q نادرست باشد، کل گزاره صرف نظر از ارزش p به انتفای مقدم، درست است، پس در دو حالت زیر کل گزارهٔ داده‌شده درست است:

p	q
ن	ن
د	ن

گام دوم: اگر q نادرست باشد، ترکیب عطفی آن با هر گزارهٔ دیگر نادرست است، پس گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست بوده و نمی‌توانند هم‌ارز گزارهٔ داده‌شده باشند.

گام سوم: اگر q نادرست و p نیز درست باشد، گزارهٔ داده‌شده درست، ولی گزینهٔ (۳) نادرست است، پس گزینهٔ (۳) نیز رد می‌شود، بنابراین گزینهٔ (۴) پاسخ تست می‌شود.

نکته در دو حالت دیگر نیز گزارهٔ داده‌شده هم‌ارزش با $p \vee \sim q$ است:

کل گزاره	$(p \Leftrightarrow q) \wedge (p \vee q)$	$p \vee \sim q$	$(p \Leftrightarrow q)$	$p \vee q$	$\sim q$	p	q
ن	ن	ن	ن	د	ن	ن	د
د	د	د	د	د	ن	د	د

یکسان

کنکور

گزارهٔ $p \Leftrightarrow q \sim$، هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟ *(سؤال ۴ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)*

۱) $(\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)$
۲) $\sim[\sim(\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)]$
۳) $(\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$
۴) $\sim[\sim(\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)]$

گزارهٔ $r \Rightarrow (p \wedge q)$، هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟ *(سؤال ۴ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت دوم)*

۱) $p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q)$
۲) $r \Rightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q)$
۳) $\sim p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q)$
۴) $\sim r \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

فیزیک یازدهم

۸۶ **در اثر مالش یک قطعه‌چوب خنثی با یک میلهٔ آلومینیمی خنثی، ۵×۱۰^{۱۰} الکترون، بین این دو جسم منتقل می‌شود. با توجه به جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی داده‌شده، بار الکتریکی قطعه‌چوب چند نانوکولن می‌شود؟**

$(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$

انتهای مثبت سری
آلومینیم
چوب
انتهای منفی سری

۱) -۸

۲) -۸۰

۳) $+۸$

۴) $+۸۰$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint داده‌ها را در رابطهٔ $q=-ne$ جای‌گذاری کنید.

درس Box ۱) **اصل کوانتیده‌بودن بار الکتریکی:** بار یک جسم همواره مضرب صحیحی از بار الکترون $(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$ است. هرگاه از یک جسم خنثی، تعداد n الکترون بگیریم، بار جسم برابر با $+ne$ و اگر به یک جسم خنثی، تعداد n الکترون بدهیم، بار جسم برابر با $-ne$ می‌شود:

$$q=\pm ne \quad (n=۱,۲,۳,...)$$

۲) وقتی دو جسم خنثای غیرهم‌جنس را به هم مالش می‌دهیم، دارای بار الکتریکی ناهمنام می‌شوند. به کمک جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی (تریبوالکتریک) می‌توانیم نوع بار هر کدام را مشخص کنیم، به این صورت که الکترون‌ها از جسم بالاتر جدول (نزدیک به انتهای مثبت سری) به جسم پایین‌تر جدول (نزدیک به انتهای منفی سری) منتقل می‌شوند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ قطعه‌چوب به انتهای منفی سری الکتریسیتهٔ مالشی داده‌شده، نزدیک‌تر است، پس الکترون‌خواهی بیشتری دارد و بار آن در اثر مالش، منفی می‌شود. به کمک رابطهٔ $q=-ne$ داریم:

$$q=-ne=-۵\times۱۰^{۱۰}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}=-۸\times۱۰^{-۹}C=-۸\times۱۰^{-۹}C\times\frac{۱\,nC}{۱۰^{-۹}C}=-۸\,nC$$

۸۷ بار الکتریکی جسمی برابر $q_1 = 2/2\,\mu C$ است. این جسم چند الکترون باید دریافت کند تا بار الکتریکی آن به $q_2 = -3/8\,\mu C$ برسد؟ $(e = 1/6\times10^{-19}\,C)$

۱) 10^{14}

۲) 10^{13}

۳) $3/75\times10^{14}$

۴) $3/75\times10^{13}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint از رابطهٔ $\Delta q = q_2 - q_1 = -ne$ استفاده کنید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: بار جسم به اندازهٔ $\Delta q = q_2 - q_1$ تغییر کرده، یعنی داریم:

$$\Delta q = -3/8 - 2/2 = -6\,\mu C = -6\times10^{-6}\,C$$

گام دوم: طبق اصل کوانتیده‌بودن بار الکتریکی، تعداد الکترون‌های دریافتی که باعث این تغییر بار شده است را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta q = -ne \Rightarrow n = -\frac{\Delta q}{e} = -\frac{-6\times10^{-6}}{1/6\times10^{-19}} = 3/75\times10^{13}$$

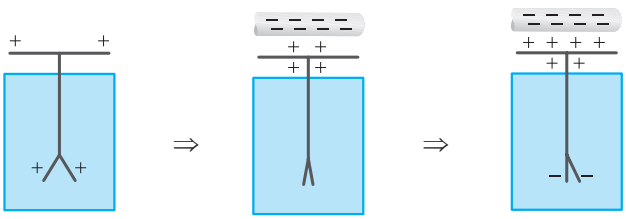
۸ **الکتروسکوپی دارای بار مثبت است. میلهٔ بارداری را به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک می‌کنیم، مشاهده می‌شود که ورقه‌های الکتروسکوپ در ابتدا بسته و سپس دوباره باز می‌شوند. به ترتیب، بار الکتریکی میله کدام است و جهت حرکت الکترون‌ها درون الکتروسکوپ چگونه است؟**

۱) منفی، از ورقه‌ها به کلاهک
۲) منفی، از کلاهک به ورقه‌ها
۳) مثبت، از ورقه‌ها به کلاهک
۴) مثبت، از کلاهک به ورقه‌ها

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

وقتی میله‌ای را در نزدیکی کلاهک الکتروسکوپ دارای بار مثبت قرار می‌دهیم و فاصلهٔ ورقه‌ها کم می‌شود؛ یعنی بار میله مخالف بار الکتروسکوپ بوده است و سبب شده که تعدادی بار منفی از کلاهک به سمت ورقه‌ها بیایند (پس بار میله منفی است.) وقتی دوباره تیغه‌ها از هم دور می‌شوند؛ یعنی اندازهٔ بار میله به قدری زیاد است که سبب شده که بار همنام خود را بیشتر دفع کند و الکترون‌های بیشتری از سمت کلاهک الکتروسکوپ به سمت ورقه‌ها منتقل شوند. این بار، ورقه‌ها به علت رانش بارهای منفی از هم دور می‌شوند.



۸۹ مجموع بار الکتریکی الکترون‌های گوگرد دو بار یونیده ($^{32}_{16}S^{2-}$)، چند برابر بار خالص گوگرد دو بار یونیده ($^{32}_{16}S^{2-}$) است؟

۱) ۹ ۲) ۸ ۳) -۹ ۴) -۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی عدد اتمی گوگرد برابر ۱۶ است، یعنی در اتم خنثای گوگرد، ۱۶ الکترون و ۱۶ پروتون وجود دارد، در حالتی که $^{32}_{16}S^{2-}$ به صورت یون دو بار منفی است، یعنی ۱۶ پروتون و ۱۸ الکترون دارد، پس:

$$\begin{matrix} q_{\text{خالص}} = -ne = -2e \\ q_{\text{الکترون‌ها}} = -n'e = -18e \end{matrix} \Rightarrow \frac{q_{\text{الکترون}}}{q_{\text{خالص}}} = \frac{-18e}{-2e} = 9$$

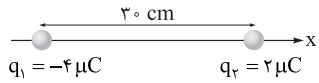
گول نخوری اگر به اشتباه، به جای q، $+16e$ یا $-16e$ در رابطه جای‌گذاری کنید، در دام گزینهٔ (۲) یا (۴) می‌افتید.

کنکور بار الکتریکی هستهٔ اتم کربن یک بار یونیده ($^{12}_{6}C^{+}$) چند برابر بار الکتریکی اتم کربن یک بار یونیده ($^{12}_{6}C^{+}$) است؟

(سؤال ۴۸ کنکور تجربی ۱۴۰۴ (خارج از کشور))

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۵ ۴) ۶

۹۰ در شکل زیر، بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای $q_۲$ از طرف بار الکتریکی نقطه‌ای $q_۱$ در SI کدام است؟ $(k = ۹\times۱۰^۹ \frac{N.m^۲}{C^۲})$



۱) $۸\vec{i}$

۲) $-۸\vec{i}$

۳) $۰/۸\vec{i}$

۴) $-۰/۸\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint

با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ قانون کولن، اندازهٔ $F_{۱۲}$ را محاسبه کنید و سپس با مشخص‌کردن جهت نیرو، بردار نیروی الکتریکی را تعیین کنید.

درس Box

با توجه به قانون کولن، دو بار نقطه‌ای $q_۱$ و $q_۲$ که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، بر هم نیروی الکتریکی F وارد می‌کنند. اندازهٔ این نیرو از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

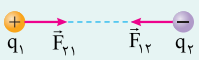
$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$$

F: نیروی الکتریکی (N)، k: ثابت کولن $(\frac{N.m^۲}{C^۲})$، $|q_۱||q_۲|$: بارهای نقطه‌ای (C)، r: فاصلهٔ دو بار از هم (m)

بارهای الکتریکی همنام یکدیگر را دفع می‌کنند:



بارهای الکتریکی ناهمنام یکدیگر را جذب می‌کنند:

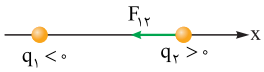


پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: داده‌ها را در رابطهٔ قانون کولن جای‌گذاری می‌کنیم تا اندازهٔ نیروی الکتریکی بین دو بار به دست آید:

$$F_{۱۲} = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲} = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۴\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{(۳۰\times۱۰^{-۲})^۲} = ۰/۸N$$

گام دوم: جهت نیروی الکتریکی وارد بر بار $q_۲$ از طرف بار $q_۱$ را مشخص می‌کنیم:



$$\Rightarrow \vec{F}_{۱۲} = (-۰/۸\ N)\,\vec{i}$$

تیزبازی

برای محاسبهٔ اندازهٔ نیروی الکتریکی بین دو بار، هرگاه بارها برحسب میکروکولن و فاصلهٔ آن‌ها برحسب سانتی‌متر باشد، می‌توان از رابطهٔ $F = ۹۰\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$ استفاده کرد تا سریع‌تر به اندازهٔ نیرو برحسب نیوتون، رسید:

$$F = ۹۰\times\frac{۴\times۲}{۳۰^۲} = ۰/۸\ N$$

۹۱ دو ذرهٔ باردار دارای بارهای یکسان در فاصلهٔ r_1 از یکدیگر قرار دارند. ۲۰ درصد از بار یکی از ذرات را به دیگری منتقل می‌کنیم و دو ذره را در فاصلهٔ r_2 از یکدیگر قرار می‌دهیم. اگر بزرگی نیروی الکتریکی بین دو ذره در هر دو حالت یکسان باشد، $\frac{r_2}{r_1}$ کدام است؟

۱) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$

۲) $\frac{2\sqrt{6}}{5}$

۳) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

۴) $\frac{\sqrt{6}}{5}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint

رابطهٔ قانون کولن را به صورت نسبتی بنویسید.

درس Box

رابطهٔ قانون کولن برای مقایسهٔ دو حالت، به صورت نسبتی به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{cases} F = k\frac{|q_1||q_2|}{r_1^2} \\ F' = k\frac{|q_1'||q_2'|}{r_2^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F}{F'} = \frac{q_1}{q_1'} \times \frac{q_2}{q_2'} \times (\frac{r_2}{r_1})^2$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با نوشتن قانون کولن به صورت نسبتی داریم:

$$\frac{F}{F'} = \frac{q_1}{q_1'} \times \frac{q_2}{q_2'} \times (\frac{r_2}{r_1})^2 \xrightarrow[q_2' = q_2 + \frac{20}{100}q_1 = q_1 + 0/2q_1 = 1/2q_1]{q_1' = q_1 - \frac{20}{100}q_1 = \frac{80}{100}q_1 = 0/8q_1} 1 = \frac{q_1}{0/8\,q_1} \times \frac{q_1}{1/2\,q_1} \times (\frac{r_2}{r_1})^2$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{1}{0/8} \times \frac{1}{1/2} \times (\frac{r_2}{r_1})^2 \Rightarrow (\frac{r_2}{r_1})^2 = 1/2 \times 0/8$$

$$\xrightarrow{\sqrt{\ }} \frac{r_2}{r_1} = 0/4\sqrt{6} = \frac{2}{5}\sqrt{6}$$

۹۲ **دو گلولهٔ فلزی کوچک و مشابه دارای بارهای $q_1 = 2\,\mu C$ و $q_2 = -8\,\mu C$ در فاصلهٔ $60\,cm$ از یکدیگر ثابت شده‌اند. بار الکتریکی q_3 در نقطه‌ای قرار دارد که در تعادل الکتریکی است. دو گلولهٔ q_1 و q_2 را با هم تماس داده و هر کدام را به مکان اولیهٔ خود بازمی‌گردانیم. بار الکتریکی q_3 را چند سانتی‌متر جابه‌جا کنیم تا دوباره در حالت تعادل قرار گیرد؟**

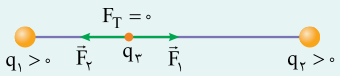
۱) ۳۰ ۲) ۴۵ ۳) ۶۰ ۴) ۹۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

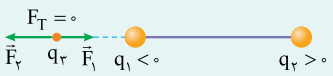
۱) اگر نیروی الکتریکی حاصل از دو بار ذره‌ای q_1 و q_2 وارد بر بار q_3 در نقطه‌ای برابر صفر باشد، نقطهٔ مورد نظر، دو حالت زیر را دارد:

الف) اگر دو بار همنام باشند، نیروی الکتریکی خالص در نقطه‌ای بین دو بار، روی خط واصل بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر، صفر است:



$$|q_2| > |q_1|$$

ب) اگر دو بار ناهمنام باشند، نیروی الکتریکی خالص در نقطه‌ای خارج از فاصلهٔ بین دو بار، روی خط واصل بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر، صفر است:



$$|q_2| > |q_1|$$

۲) **پایستگی بار الکتریکی**: جمع جبری بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی همواره ثابت است، یعنی بار الکتریکی نه به وجود می‌آید و نه از بین می‌رود، فقط از جسمی به جسم دیگر منتقل می‌شود. پس وقتی دو جسم را با هم تماس می‌دهیم، جمع جبری بار اجسام قبل از تماس با جمع جبری بارها بعد از تماس برابر است، یعنی:

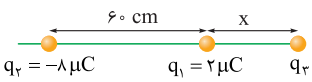
$$\underbrace{q_1 + q_2}_{\text{قبل از تماس}} = \underbrace{q_1' + q_2'}_{\text{بعد از تماس}}$$

اگر دو کرهٔ رسانای مشابه با بارهای q_1 و q_2 را به هم تماس دهیم و از هم جدا کنیم، بار هر کره پس از تماس (q_1' و q_2') از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$q_1 + q_2 = q_1' + q_2' \xrightarrow{q_1' = q_2'} q_1 + q_2 = 2q_1' \Rightarrow q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

پاسخ خیلی تشریحی

چون دو بار ناهمنام هستند، نیروی الکتریکی در نقطه‌ای خارج از فاصلهٔ بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر، یعنی نزدیک به بار q_1 صفر می‌شود، بنابراین مطابق شکل زیر، بار الکتریکی q_3 در تعادل قرار دارد:



گام اول: برای محاسبهٔ فاصلهٔ بار q_3 تا بار q_1، از تعادل بار q_3 کمک می‌گیریم:

$$F_{23} = F_{13} \Rightarrow \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} = \frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2} \Rightarrow \frac{8}{(60+x)^2} = \frac{2}{x^2}$$

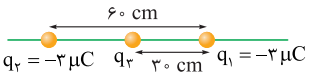
$$\Rightarrow \frac{\cancel{8}^{4}}{2} = \frac{(60+x)^2}{x^2} \xrightarrow{\sqrt{\ }} 2 = \frac{60+x}{x} \Rightarrow x = 60\,cm$$

گام دوم: وقتی گلوله‌های q_1 و q_2 را با هم تماس دهیم، بار الکتریکی آن‌ها برابر می‌شود با:

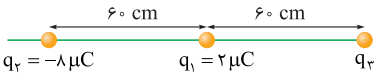
$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} \Rightarrow q_1' = q_2' = \frac{-8+2}{2} = -3\,\mu C$$

چون در اثر تماس، بار گلوله‌ها هم‌اندازه و همنام می‌شود، پس بار الکتریکی q_3 در نقطهٔ وسط دو بار به تعادل می‌رسد. (مطابق شکل زیر)

حالت دوم:



حالت اول:



با مقایسهٔ شکل‌ها در دو حالت، مشخص می‌شود که بار q_3 باید $90\ cm$ $(=30+60)$ به سمت چپ جابه‌جا شود.

۹۳ **اگر فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 را $1\ cm$ افزایش دهیم، بزرگی نیروی الکتریکی بین آن‌ها، ۳۶ درصد تغییر می‌کند. فاصلهٔ اولیهٔ بین این دو بار چند سانتی‌متر است؟**

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint رابطهٔ قانون کولن را به صورت نسبتی بنویسید.

پاسخ خیلی تشریحی با افزایش فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی، طبق رابطهٔ $F=\frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$، نیروی الکتریکی بین آن دو، کاهش پیدا می‌کند، پس نیروی F'، ۳۶ درصد کاهش یافته است. از رابطهٔ نسبتی قانون کولن داریم:

$$\frac{F}{F'}=\frac{q_1}{q_1'}\times\frac{q_2}{q_2'}\times\left(\frac{r'}{r}\right)^2 \xrightarrow[F'=F-\frac{36}{100}F=\frac{64}{100}F=0/64F]{r'=r+1\,cm} \frac{F}{0/64F}=\left(\frac{r+1}{r}\right)^2 \xrightarrow{\sqrt{\ }} \frac{1}{0/8}=\frac{r+1}{r} \Rightarrow r=4\,cm$$

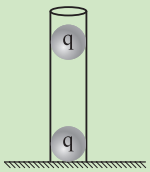
۹۴ در شکل زیر، دو گوی کوچک مشابه، هر یک به جرم $3/6\ g$ و بار الکتریکی یکسان $q = 40\ nC$ در فاصلهٔ r از هم قرار دارند، به طوری که گوی بالایی به حالت معلق قرار دارد. r چند سانتی‌متر است؟ $(k = 9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2}$ و $g = 10\ N/kg)$

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۱۰

۴) ۲۰



پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint با توجه به این‌که گوی بالایی معلق و در حالت سکون است، نیروهای وارد بر آن را رسم کنید و با برابر قرار دادن اندازهٔ نیروهای وارد به گوی در راستای قائم، فاصلهٔ دو گوی را به دست آورید.

درس Box اگر ذره‌ای به جرم m تحت تأثیر نیروی الکتریکی در حال تعادل باشد، باید نیروی خالص وارد بر ذره برابر صفر باشد، در نتیجه داریم:

$$F_e = W \Rightarrow \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} = mg$$

پاسخ خیلی تشریحی به گوی بالایی دو نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد می‌شود. از آن‌جایی که گوی به حالت معلق مانده است، پس اندازهٔ این دو نیرو با هم برابر است، یعنی:



$$mg = F_e \Rightarrow mg = \frac{k|q||q|}{r^2} \Rightarrow r^2 = \frac{k|q|^2}{mg}$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{9\times10^9\times(40\times10^{-9})^2}{3/6\times10^{-3}\times10} = \frac{9\times40\times10^{-9}\times40}{36\times10^{-3}} = 4\times10^{-4}$$

$$\Rightarrow r = 0/02\ m = 2\ cm$$

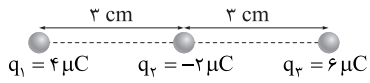
کتاب درسی **در شکل زیر، دو گوی مشابه به جرم $0/25\ g$ و بار یکسان مثبت q در فاصلهٔ $1/0\ cm$ از هم قرار دارند، به طوری که گوی بالایی به حالت معلق مانده است.** (فیزیک (۲) ـ سؤال ۷ صفحهٔ ۴۱ رشتهٔ ریاضی)

الف) اندازهٔ بار q را به دست آورید.

ب) تعداد الکترون‌های کنده‌شده از هر گوی چه‌قدر است؟



۹۵ در شکل زیر، بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی $q_۳$ چند نیوتون است؟ $\left(k = ۹\times۱۰^{۹}\ \frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}\right)$



۱) ۴۰

۲) ۶۰

۳) ۸۰

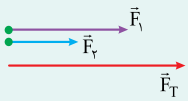
۴) ۱۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

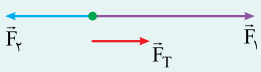
- اگر به جای دو ذره، تعدادی بار الکتریکی نقطه‌ای داشته باشیم، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برایند نیروهایی است که هر یک از ذره‌های دیگر به تنهایی بر آن ذره وارد می‌کنند.
- برای محاسبهٔ نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر بار الکتریکی، سه حالت زیر رخ می‌دهد:

الف) نیروها هم‌راستا و هم‌جهت باشند:



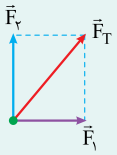
$$F_T = F_۱ + F_۲$$

ب) نیروها هم‌راستا و خلاف جهت باشند:



$$F_T = F_۱ - F_۲$$

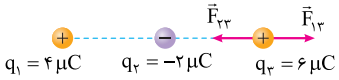
پ) نیروهای عمود بر هم باشند:



$$F_T = \sqrt{F_۱^{۲} + F_۲^{۲}}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: نیروهای وارد بر بار الکتریکی $q_۳$ را رسم می‌کنیم:



گام دوم: اندازهٔ هر یک از نیروهای $\vec{F}_{۱۳}$ و $\vec{F}_{۲۳}$ را محاسبه می‌کنیم:

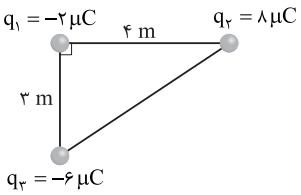
$$F_{۲۳} = k\frac{|q_۲||q_۳|}{r_{۲۳}^{۲}} = ۹\times۱۰^{۹}\times\frac{(۲\times۱۰^{-۶})(۶\times۱۰^{-۶})}{(۳\times۱۰^{-۲})^{۲}} = ۱۲۰\ N$$

$$F_{۱۳} = k\frac{|q_۱||q_۳|}{r_{۱۳}^{۲}} = ۹\times۱۰^{۹}\times\frac{(۴\times۱۰^{-۶})(۶\times۱۰^{-۶})}{(۶\times۱۰^{-۲})^{۲}} = ۶۰\ N$$

گام سوم: مطابق شکل، نیروهای $\vec{F}_{۱۳}$ و $\vec{F}_{۲۳}$، در خلاف جهت هم هستند، پس برایند آن‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F_{T۳} = |F_{۲۳} - F_{۱۳}| = |۱۲۰ - ۶۰| = ۶۰\ N$$

۹۶ در شکل زیر، سه ذرهٔ باردار، در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر ذرهٔ واقع در رأس قائم، چند میلی‌نیوتون است؟ $(k = 9\times10^{9}\ \frac{N.m^2}{C^2})$



۱) ۱۲

۲) ۱۵

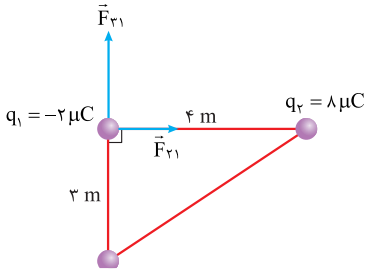
۳) ۲۱

۴) ۲۷

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint نیروهای وارد بر بار q_1 را رسم کنید و اندازهٔ آن‌ها را محاسبه کنید. در نهایت، برایند نیروها را به دست آورید.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** نیروهای وارد بر بار q_1 که در رأس قائمه قرار دارد را رسم کرده و اندازهٔ هر کدام را محاسبه می‌کنیم:

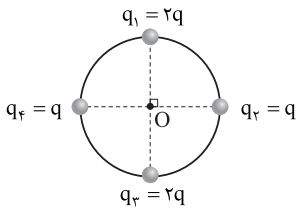


$$F = k\frac{|q||q'|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F_{21} = k\dfrac{|q_2||q_1|}{r_{21}^2} = \dfrac{9\times10^{9}\times8\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{16} = 9\times10^{-3}\,N = 9\,mN \\ F_{31} = k\dfrac{|q_3||q_1|}{r_{31}^2} = \dfrac{9\times10^{9}\times6\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{9} = 12\times10^{-3}\,N = 12\,mN \end{cases}$$

گام دوم: برایند دو نیروی عمود بر هم را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} \Rightarrow F_T = \sqrt{F_{21}^2 + F_{31}^2} = \sqrt{\underset{3\times3}{9^2} + \underset{3\times4}{12^2}} = \underset{3\times5}{15}\ mN$$

۹۷ در شکل زیر، چهار بار الکتریکی روی محیط دایره‌ای به مرکز O، ثابت شده‌اند. اگر اختلاف بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 و بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 برابر با ۳۰ N باشد، بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 از طرف بار q_2 چند نیوتون است؟

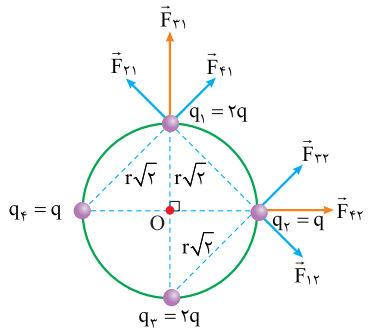


۱) ۲۰
۲) ۳۰
۳) ۴۰
۴) ۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: نیروهای الکتریکی وارد بر بارهای q_1 و q_2 را رسم می‌کنیم (q را مثبت و شعاع دایره را r در نظر می‌گیریم):



$$r_{41} = r_{12} = r_{32} = \sqrt{r^2 + r^2} = \sqrt{2r^2} = r\sqrt{2}$$

گام دوم: با در نظر گرفتن نیروی F به صورت $F = \frac{kq^2}{r^2}$، اندازهٔ نیروی $\vec{F}_{21}$ و به طور مشابه، تمام نیروها را برحسب F می‌نویسیم:

$$F_{21} = k\frac{|q_2||q_1|}{r_{21}^2} \Rightarrow F_{21} = \frac{kq(2q)}{2r^2} = F \;,\; F_{31} = \frac{k(2q)(2q)}{4r^2} = F \;,\; F_{41} = \frac{kq(2q)}{2r^2} = F$$

$$F_{12} = F_{21} = F \;,\; F_{32} = \frac{k(2q)(q)}{2r^2} = F \;,\; F_{42} = \frac{kq(q)}{4r^2} = \frac{F}{4}$$

حالا نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر بار را محاسبه می‌کنیم:

نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_1: F_{41} و F_{21} بر هم عمودند و برایند آن‌ها هم‌جهت با F_{31} است:

$$F' = \sqrt{F_{21}^2 + F_{41}^2} = \sqrt{F^2 + F^2} = F\sqrt{2}$$

$$F_{T1} = F' + F_{31} = F\sqrt{2} + F$$

نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_2: F_{32} و F_{12} بر هم عمودند و برایند آن‌ها هم‌جهت با F_{42} است:

$$F'' = \sqrt{F_{12}^2 + F_{32}^2} = \sqrt{F^2 + F^2} = F\sqrt{2}$$

$$F_{T2} = F'' + F_{42} = F\sqrt{2} + \frac{F}{4}$$

گام سوم: طبق اطلاعات سؤال، اختلاف دو نیروی F_{T1} و F_{T2} برابر با ۳۰ N است، پس:

$$F_{T1} - F_{T2} = 30 \Rightarrow F\sqrt{2} + F - (F\sqrt{2} + \frac{F}{4}) = 30 \Rightarrow 3\frac{F}{4} = 30 \Rightarrow F = 40\,N$$

اندازهٔ F برابر با اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 از طرف بار q_2 است.

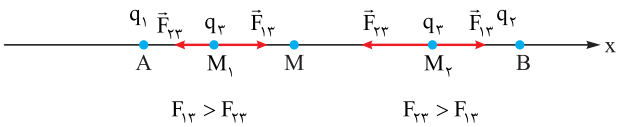
۹۸ **دو بار الکتریکی همنام q_1 و q_2 روی محور x ثابت شده‌اند. بار الکتریکی q_3 نیز روی محور x قرار دارد و بزرگی نیروی خالص وارد بر آن، مخالف صفر و برابر F است. روی محور x چند نقطهٔ دیگر وجود دارد که اگر بار q_3 را به آن‌جا منتقل کنیم، باز هم بزرگی نیروی خالص وارد بر آن برابر با F خواهد بود؟**

۱) صفر　　۲) ۱　　۳) ۲　　۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: علامت بارهای همنام q_1 و q_2 و همچنین علامت بار q_3 در تعیین جواب نهایی تأثیری ندارند. در این‌جا، همهٔ بارها را مثبت فرض می‌کنیم. مطابق شکل زیر، بارهای q_1 و q_2 $(q_2 > q_1)$ را در نقاط A و B در نظر می‌گیریم. نیروی خالص وارد بر بار q_3 در نقطه‌ای مانند M که بین دو بار q_1 و q_2 و نزدیک‌تر به بار کوچک‌تر q_1 است، برابر صفر می‌شود. اما در نقطه‌ای مانند M_1 بین A و M، بزرگی نیروی خالص وارد بر بار q_3 برابر $F \neq 0$ و جهت آن به طرف راست است:



$F = F_{13} - F_{23}$

$F_{13} > F_{23}$　　$F_{23} > F_{13}$

هم‌چنین در نقطه‌ای مانند M_2 بین دو نقطهٔ M و B، دوباره نیروی خالص وارد بر بار q_3 به همان بزرگی F می‌شود ولی جهت آن به طرف چپ است:

$F = F_{23} - F_{13}$

گام دوم: مطابق شکل زیر، نیروی خالص وارد بر بار q_3 در نقاط M_3 و M_4 نیز می‌تواند به همان اندازهٔ F برسد:

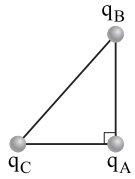


$F = F_{13} + F_{23}$

جهت نیروی خالص $\vec{F}$ در نقطهٔ M_3 به طرف چپ و در نقطهٔ M_4 به طرف راست است.

گام سوم: بنابراین بزرگی نیروی خالص وارد بر بار q_3 علاوه بر نقطهٔ M_1، می‌تواند در نقاط M_2، M_3 و M_4 نیز برابر با F باشد و گزینهٔ (۴) درست است.

۹۹ در شکل زیر، سه بار الکتریکی مشابه روی رأس‌های یک مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین قرار دارند. اگر ۵۰ درصد از بار الکتریکی q_B را برداشته و به بار q_C منتقل کنیم، بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر بار q_A، چند برابر می‌شود؟

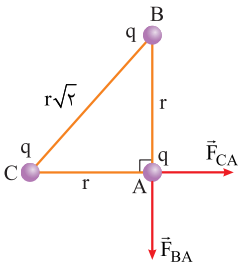


۱) $\sqrt{۵}$
۲) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$
۳) $\frac{\sqrt{۵}}{۳}$
۴) $\frac{\sqrt{۵}}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

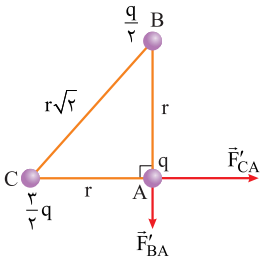
گام اول: در حالت اول، اگر اندازهٔ هر یک از بارهای الکتریکی را q فرض کنیم، بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر بار واقع در رأس A را به صورت $F = \frac{kq^۲}{r^۲}$ (r اندازهٔ ساق مثلث است)، می‌نویسیم:



$$\vec{F}_{CA} = \vec{F}_{BA} = \frac{kq^۲}{r^۲} = F$$

$$F_{T,A} = \sqrt{F^۲ + F^۲} = F\sqrt{۲}$$

گام دوم: ۵۰ درصد از بار الکتریکی رأس B را به رأس C منتقل می‌کنیم، مشابه گام اول داریم:



$$F'_{BA} = \frac{k(\frac{q}{۲})(q)}{r^۲} = \frac{۱}{۲}\frac{kq^۲}{r^۲} = \frac{۱}{۲}F$$

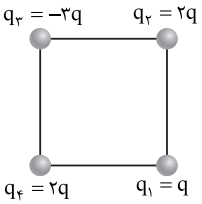
$$F'_{CA} = \frac{k(q)(\frac{۳}{۲}q)}{r^۲} = \frac{۳}{۲}\frac{kq^۲}{r^۲} = \frac{۳}{۲}F$$

$$F'_{T,A} = \sqrt{(\frac{۱}{۲}F)^۲ + (\frac{۳}{۲}F)^۲} = \frac{\sqrt{۱۰}}{۲}F$$

گام سوم: حالا خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F'_{T,A}}{F_{T,A}} = \frac{\frac{\sqrt{۱۰}}{۲}F}{F\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۵}}{۲}$$

۱۰۰ در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای، روی رأس‌های مربعی ثابت شده‌اند. اگر بزرگی نیرویی که از طرف بار $q_۲$ بر بار $q_۴$ وارد می‌شود، برابر با ۱۰۰ N باشد، بزرگی نیروی خالص وارد بر بار $q_۱$ چند نیوتون است؟ $(\sqrt{۲} \simeq ۱/۴)$



۱) ۶۵

۲) ۷۰

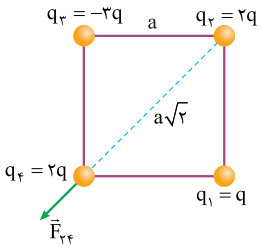
۳) ۷۵

۴) ۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

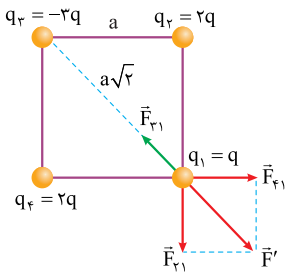
گام اول: ابتدا به کمک بزرگی نیرویی که بار $q_۲$ به بار $q_۴$ وارد می‌کند، نسبت $\frac{kq^۲}{a^۲}$ را به دست می‌آوریم:



$$F_{۲۴} = \frac{kq_۲q_۴}{r^۲} = \frac{k(۲q)(۲q)}{۲a^۲} = \frac{۲kq^۲}{a^۲}$$

$$\Rightarrow ۱۰۰ = \frac{۲kq^۲}{a^۲} \Rightarrow \frac{kq^۲}{a^۲} = ۵۰\ \text{N}$$

گام دوم: نیروهای وارد بر بار $q_۱$ را رسم کرده و اندازهٔ هر نیرو را محاسبه می‌کنیم:



$$F_{۲۱} = \frac{k(۲q)(q)}{a^۲} = \frac{۲kq^۲}{a^۲} = ۲ \times ۵۰ = ۱۰۰\ \text{N}$$

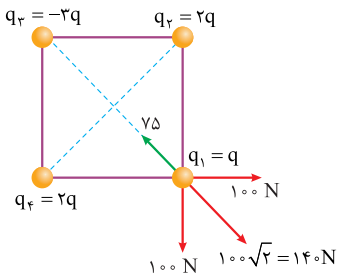
$$F_{۳۱} = \frac{k(q)(۳q)}{۲a^۲} = \frac{۳}{۲}\frac{kq^۲}{a^۲} = \frac{۳}{۲} \times ۵۰ = ۷۵\ \text{N}$$

$$F_{۴۱} = \frac{k(q)(۲q)}{a^۲} = \frac{۲kq^۲}{a^۲} = ۲ \times ۵۰ = ۱۰۰\ \text{N}$$

حالا که بزرگی تمام نیروهای وارد بر $q_۱$ را محاسبه کردیم، به سراغ محاسبهٔ نیروی خالص وارد بر بار $q_۱$ می‌رویم:

$\vec{F}_{۲۱}$ و $\vec{F}_{۴۱}$ عمود بر هم: $F' = \sqrt{F_{۲۱}^۲ + F_{۴۱}^۲} = \sqrt{۱۰۰^۲ + ۱۰۰^۲} = ۱۰۰\sqrt{۲} = ۱۰۰ \times ۱/۴ = ۱۴۰\ \text{N}$

$\vec{F}'$ و $\vec{F}_{۳۱}$ در خلاف جهت: $F_T = F' - F_{۳۱} = ۱۴۰ - ۷۵ = ۶۵\ \text{N}$



شیمی یازدهم

۱۰۱ **کدام گزینه، درست است؟**

۱) در سال‌های اخیر، میزان مصرف سوخت‌های فسیلی بیشتر از مواد معدنی بوده است.

۲) شیشهٔ مورد استفاده در تهیهٔ استکان و لیوان، از شن و ماسه ساخته می‌شود.

۳) گسترش صنعت خودرو و الکترونیک به ترتیب مدیون شناخت فولاد و مس است.

۴) گرمادادن به مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر، همواره سبب بهبود خواص آن‌ها می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ کتاب درسی در صفحهٔ ۴ *می‌فرماید*: «زمین، منبع عظیمی از هدایای ارزشمند و ضروری برای زندگی است.» و *بعد شروع می‌کند به زدن چند مثال*:

- استکان شیشه‌ای از شن و ماسه ساخته شده است.
- ظرف غذا می‌تواند از خاک چینی ساخته شده باشد.
- قاشق چای می‌تواند از فولاد زنگ‌نزن ساخته شود. فولادی که پس از طی مراحل طولانی از سنگ معدن آهن به دست می‌آید.
- برای طعم‌دادن به غذا، از نمکی استفاده می‌شود که می‌تواند از خشکی و دریا به دست آید.
- سبزیجات و میوه‌ها با استفاده از کودهای پتاسیم، نیتروژن و فسفردار رشد می‌کنند.
- سوختی که استفاده می‌کنیم، از دل زمین بیرون کشیده شده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): میزان مصرف مواد معدنی بیشتر از سوخت‌های فسیلی است:

فلزها > سوخت‌های فسیلی > مواد معدنی :مقایسهٔ مقادیر استخراج سالانه از کرهٔ زمین

گزینهٔ (۳): گسترش صنایع الکترونیک مدیون موادی به نام نیمه‌رساناها است.

گزینهٔ (۴): گرمادادن به مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر، سبب تغییر و گاهی سبب بهبود خواص مواد می‌شود.

۱۰۲ **توصیف زیر را به کدام عنصر می‌توان نسبت داد؟**

«سطح صیقلی و براق دارد. در واکنش با دیگر اتم‌ها، الکترون به اشتراک می‌گذارد و در اثر ضربه خرد می‌شود.»

۱) گوگرد
۲) ژرمانیم
۳) سرب
۴) آلومینیم

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔ ویژگی‌های گفته‌شده مربوط به شبه‌فلزها است. در بین گزینه‌های داده‌شده، فقط ژرمانیم ($_{32}Ge$) شبه‌فلز می‌باشد.

نکته ویژگی‌های کلی فلزها، نافلزها و شبه‌فلزها در جدول زیر آورده شده است:

خواص فیزیکی یا شیمیایی	نوع عنصر		
	فلز (Na، Mg، Al، Sn و ...)	نافلز (H، O، Cl، P، S و ...)	شبه‌فلز (Si و Ge)
رسانایی الکتریکی	دارد	ندارد	دارد (کم)
رسانایی گرمایی	دارد	ندارد	دارد
سطح صیقلی	دارد	ندارد	دارد
چکش‌خواری	دارد	ندارد	ندارد
تمایل به دادن، گرفتن یا اشتراک الکترون	از دست دادن	گرفتن یا اشتراک	اشتراک

۱۰۳ کدام مقایسهٔ زیر نادرست است؟

۱) شعاع اتمی: $_{19}K > {}_{12}Mg$

۲) اختلاف شعاع اتمی: $_{8}O$ و $_{7}N > {}_{9}F$ و $_{6}C$

۳) شعاع اتمی: $_{13}Al > {}_{15}P$

۴) اختلاف شعاع اتمی: $_{12}Mg$ و $_{11}Na > {}_{17}Cl$ و $_{16}S$

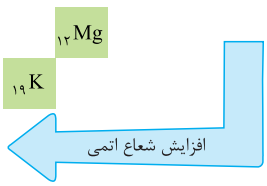
پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته در هر دوره، از چپ به راست، شعاع اتمی عنصرها کاهش و در هر گروه از بالا به پایین، شعاع اتمی عنصرها افزایش می‌یابد.

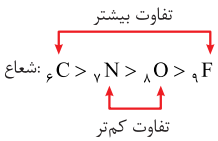
پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): با توجه به این‌که شمارهٔ دورهٔ $_{19}K$ بیشتر و شمارهٔ گروه آن کم‌تر از $_{12}Mg$ است (در سمت چپ‌تر و پایین‌تر قرار دارد)، شعاع اتمی بزرگ‌تری دارد.



گزینهٔ (۲): هر ۴ عنصر در دورهٔ دوم قرار دارند و مقایسهٔ شعاع اتمی آن‌ها به صورت زیر است:

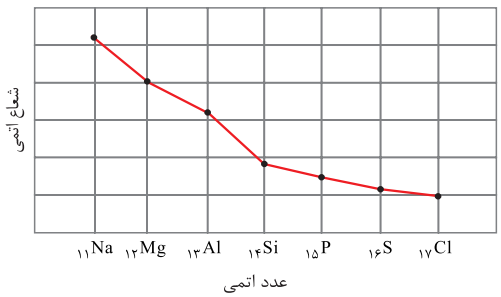


تفاوت شعاع: $_{6}C$ و $_{9}F > {}_{7}N$ و $_{8}O$

گزینهٔ (۳): هر دو عنصر در دورهٔ سوم قرار دارند و آلومینیم در سمت چپ فسفر قرار دارد، از این رو شعاع اتمی بزرگ‌تری دارد.

گزینهٔ (۴): با توجه به نمودار کتاب درسی، تفاوت شعاع اتمی عنصرهای متوالی انتهای یک دوره، کم‌تر از تفاوت شعاع اتمی عنصرهای متوالی ابتدای دوره است.

تفاوت شعاع: $_{16}S , {}_{17}Cl < {}_{11}Na , {}_{12}Mg$



۱۰۴ با توجه به جدول زیر که به بخشی از جدول تناوبی مربوط است، کدام موارد درست است؟

گروه / دوره	۱	۲	...	۱۶	۱۷
۲		A		D	
۳	E			G	
۴		X	...		Z

الف) خصلت فلزی E در مقایسه با A بیشتر است.

ب) X و Z در واکنش با یکدیگر، ترکیب یونی به فرمول X_2Z تشکیل می‌دهند.

پ) تمایل D در گرفتن الکترون، بیشتر از G است.

ت) در میان عنصرهای مشخص‌شده، E و Z به ترتیب کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین شعاع اتمی را دارند.

۱) الف ـ ب
۲) پ ـ ت
۳) الف ـ پ
۴) ب ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۳

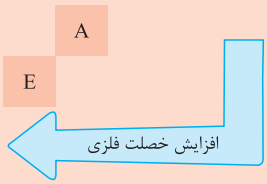
پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های «الف» و «پ» درست‌اند.

نکته روندهای تناوبی در جدول دوره‌ای:

- در یک دوره از چپ به راست:
  - شعاع اتمی عنصرها کاهش می‌یابد.
  - خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها کاهش می‌یابد.
  - خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها افزایش می‌یابد.
- در یک گروه از بالا به پایین:
  - شعاع اتمی عنصرها افزایش می‌یابد.
  - خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها افزایش می‌یابد.
  - خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها کاهش می‌یابد.

بررسی عبارت‌ها:

الف) با توجه به روند تغییر خصلت فلزی در دوره‌ها و گروه‌ها، درسته!



ب) نماد یون‌های پایدار عنصرهای گروه ۲ و ۱۷ به ترتیب به صورت X^{2+} و Z^- است:

$$X^{2+}Z^- \Rightarrow XZ_2$$

پ) در گروه نافلزها، از بالا به پایین خصلت نافلزی و تمایل به گرفتن الکترون، کاهش می‌یابد.

ت) می‌دانیم که در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد، پس شعاع اتمی Z قطعاً از X کوچک‌تر است.

کنکور

با توجه به جدول زیر، که به بخشی از جدول تناوبی مربوط است، چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

(سؤال ۲۱۶ کنکور ریاضی ۱۴۰۰)

گروه / دوره	۱	۲	...	۱۶	۱۷
۲		A		D	
۳	E			G	
۴		X	...		Z

- خصلت فلزی A در مقایسه با E کم‌تر است.
- تمایل G در گرفتن الکترون، از D بیشتر است.
- شعاع اتمی X، از شعاع اتمی D و G بزرگ‌تر است.
- در میان عنصرهای مشخص شده، Z بزرگ‌ترین شعاع اتمی را دارد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۵ **نافلزهای گروه ..... جدول تناوبی را هالوژن می‌نامند و این عنصرها در دمای اتاق دارای ..... نوع حالت فیزیکی هستند.**

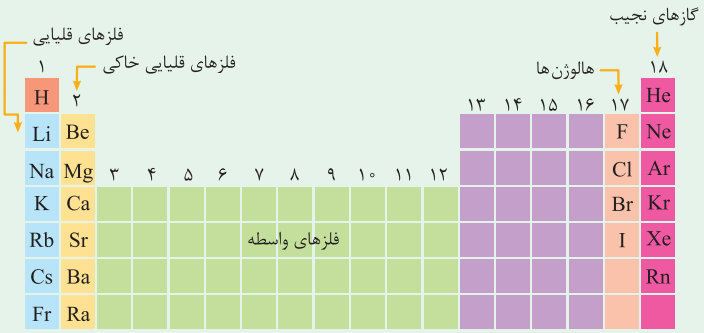
۱) ۱۶ ـ ۲
۲) ۱۷ ـ ۲
۳) ۱۷ ـ ۳
۴) ۱۶ ـ ۳

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

نکته

برخی عنصرها و گروه‌های جدول، نام اختصاصی دارند:



منظور از هالوژن‌ها، نافلزهای گروه ۱۷ جدول دوره‌ای هستند. این عنصرها دارای ۳ حالت فیزیکی جامد، مایع و گاز هستند.

$\underbrace{F_2, Cl_2}_{\text{گاز}}, \underset{\text{مایع}}{Br_2}, \underset{\text{جامد}}{I_2}$

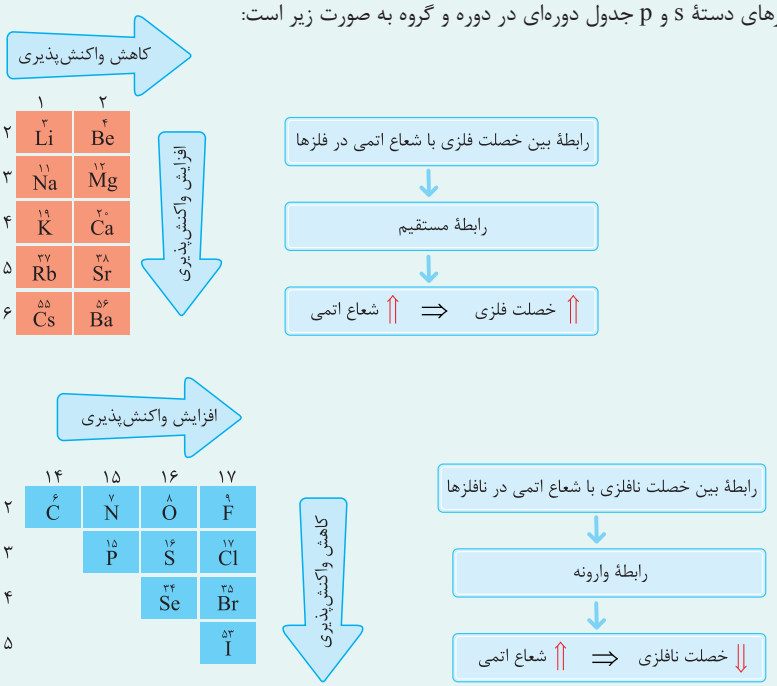
۱۰۶ **هنگامی که در جدول تناوبی از عدد اتمی ۱۱ تا عدد اتمی ۱۷ حرکت می‌کنیم، واکنش‌پذیری عنصرها ..... می‌یابد.**

۱) به صورت مرتب افزایش
۲) به صورت مرتب کاهش
۳) ابتدا کاهش سپس افزایش
۴) ابتدا افزایش سپس کاهش

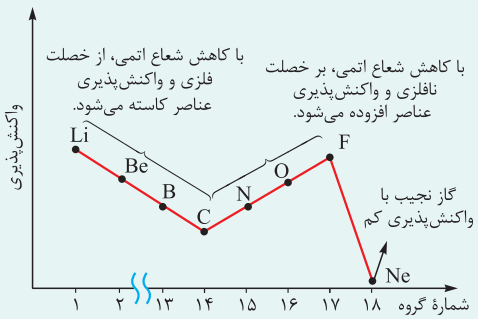
پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

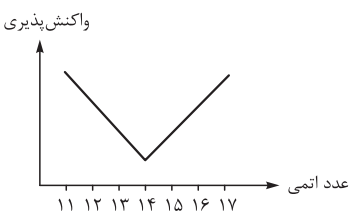
روند تغییر واکنش‌پذیری عنصرهای دستهٔ s و p جدول دوره‌ای در دوره و گروه به صورت زیر است:



و نمودار زیر را که مربوط به روند کلی واکنش‌پذیری عنصرهای دورهٔ دوم جدول دوره‌ای است، ملاحظه کنید:



پاسخ خیلی تشریحی ✔ در دورهٔ سوم، واکنش‌پذیری عنصرها از $_{11}Na$ تا $_{14}Si$ کاهش و از $_{14}Si$ تا $_{17}Cl$، افزایش می‌یابد.



۱۰۷ **درستی یا نادرستی کدام گزینه دربارهٔ کلر با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟**

۱) دومین عنصر گروه خود و هفتمین عنصر دورهٔ خود محسوب می‌شود.

۲) در دمای اتاق، گازی زردرنگ است.

۳) می‌تواند با گاز هیدروژن در دمای اتاق واکنش دهد.

۴) با ۳ عنصر فلزی هم‌دوره است و بیشترین خصلت نافلزی را در گروه خود دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ گزینهٔ (۴) برخلاف سایر گزینه‌ها نادرست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): عدد اتمی عنصر کلر برابر با ۱۷ است و در دورهٔ سوم و گروه ۱۷ جدول قرار دارد.

	گروه ۱۷							
						F		
دورهٔ ۳	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar
							Br	
							I	

گزینهٔ (۲): کلر در دمای اتاق به شکل $Cl_2(g)$ بوده و زردرنگ است.

گزینهٔ (۳): *کاملاً درسته!*

گزینهٔ (۴): در دورهٔ سوم، ۳ فلز Na، Mg و Al وجود دارد. کلر، بیشترین خصلت نافلزی را در دورهٔ خود دارد، اما در گروه ۱۷، بیشترین خصلت نافلزی متعلق به فلوئور است.

۱۰۸ با توجه به جدول داده‌شده، کدام مورد درست است؟

اتم	A	X	W	Z
بیرونی‌ترین زیرلایه	$3s^1$	$4p^2$	$2s^2$	$4s^1$

۱) عنصر X، در واکنش با دیگر اتم‌ها، الکترون می‌گیرد و یا الکترون به اشتراک می‌گذارد.

۲) عنصر Z به یقین به دستهٔ s جدول دوره‌ای تعلق دارد.

۳) شعاع اتمی عنصر A از شعاع اتمی عنصر W بیشتر است.

۴) بین دو عنصر A و X در جدول تناوبی، ۵ نافلز وجود دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ ابتدا باید عنصرها را شناسایی کنیم:

$A:[Ne]3s^1 \Rightarrow {}_{11}Na$

$X:[Ar]3d^{10}4s^24p^2 \Rightarrow {}_{32}Ge$

$W:[He]2s^2 \Rightarrow {}_{4}Be$

$Z:[Ar]4s^1$ یا $[Ar]3d^54s^1$ یا $[Ar]3d^{10}4s^1 \Rightarrow {}_{19}K$ یا ${}_{24}Cr$ یا ${}_{29}Cu$

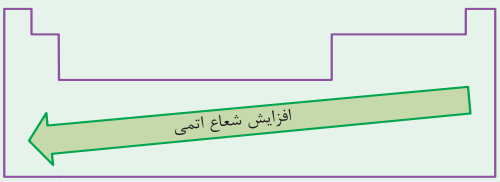
بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): عنصر X، شبه‌فلز ژرمانیم است و در واکنش با دیگر اتم‌ها، فقط الکترون به اشتراک می‌گذارد.

گزینهٔ (۲): عنصر Z ممکن است به دستهٔ s ($_{19}K$) یا به دستهٔ d ($_{24}Cr$ یا $_{29}Cu$) تعلق داشته باشد.

گزینهٔ (۳): $_{11}Na$ نسبت به $_{4}Be$، در دورهٔ پایین‌تر قرار دارد و شمارهٔ گروه آن نیز کم‌تر است؛ پس شعاع بزرگ‌تری دارد.

نکته با توجه به روند تغییر شعاع اتمی در یک گروه و دوره، هر چه عنصری در جدول دوره‌ای سمت چپ‌تر و پایین‌تر باشد، شعاع آن بیشتر است و بالعکس! هر چه عنصری، سمت راست‌تر و بالاتر باشد، شعاع آن کم‌تر است.



گزینهٔ (۴): بین $_{11}Na$ و $_{32}Ge$، ۴ نافلز ($_{15}P$، $_{16}S$، $_{17}Cl$، $_{18}Ar$) وجود دارد.

امتحان نهایی

با توجه به جدول داده‌شده به پرسش‌ها پاسخ دهید. *(سؤال ۳ ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۴)*

عنصر	M	Y	A	X	E	D
آرایش الکترونی	$[Ar]4s^1$	$[Ne]3s^23p^5$	$[Ar]3d^{10}4s^1$	$[He]2s^22p^5$	$[Ne]3s^23p^1$	$[Ne]3s^23p^2$

الف) چرا شعاع اتمی عنصر E بیشتر از عنصر Y است؟

ب) واکنش‌پذیری کدام عنصر (X یا Y) بیشتر است؟

پ) آیا واکنش زیر به طور طبیعی انجام می‌شود؟ چرا؟

$$AO(s) + 2M(s) \xrightarrow{\Delta} M_2O + A(s)$$

(اکسید عنصر A)

ت) کدام عنصر (A یا D) در اثر ضربه خرد می‌شود؟

۱۰۹ کدام مورد درست است؟

۱) همهٔ عنصرهای دستهٔ s جدول تناوبی به‌جز هلیم، فلزند.

۲) همهٔ فلزهای قلیایی با تشکیل یون M^+، به آرایش هشت‌تایی گاز نجیب قبل از خود می‌رسند.

۳) همهٔ عنصرهایی که آرایش الکترونی اتم آن‌ها به ns^2np^2 ختم می‌شود، رسانای جریان برق هستند.

۴) همهٔ فلزهای قلیایی خاکی در طبیعت دارای یون پایدار X^{2+} هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔

عنصرهایی که آرایش الکترونی اتم آن‌ها به ns^2np^2 ختم می‌شود، متعلق به گروه ۱۴ جدول بوده و همهٔ آن‌ها ($_{6}C$، $_{14}Si$، $_{32}Ge$، $_{50}Sn$ و $_{82}Pb$)، رسانای جریان برق هستند. *(هالا چه کم چه زیاد!)*

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): به‌جز هلیم، نافلز هیدروژن نیز متعلق به دستهٔ s است.

گزینهٔ (۲): همهٔ فلزهای قلیایی، کاتیون یک بار مثبت تشکیل می‌دهند، اما دقت کنید که لیتیم با تشکیل یون $_{3}Li^+$ به آرایش دوتایی گاز نجیب هلیم می‌رسد و هشت‌تایی نمی‌شود.

گزینهٔ (۴): فلزهای قلیایی خاکی در گروه ۲ قرار دارند و کاتیون X^{2+} تشکیل می‌دهند؛ اما Be^{2+} ناپایدار است و در طبیعت یافت نمی‌شود.

۱۱۰ **اگر هالوژن A در دمای ۳۷۳ کلوین بتواند با گاز هیدروژن واکنش دهد، کدام مورد به یقین درست است؟**

۱) A، نافلزترین عنصر جدول تناوبی به حساب می‌آید.

۲) حالت فیزیکی A در دمای اتاق، مانند حالت فیزیکی فراوردهٔ واکنش است.

۳) در آرایش الکترونی اتم A، ۱۱ الکترون با $l=1$ وجود دارد.

۴) فراوردهٔ واکنش، توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته شرایط واکنش هالوژن‌ها با گاز هیدروژن، در جدول زیر آورده شده است:

نام هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	حتی در دمای $-۲۰۰\ ^\circ C$ به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	در دمای $۲۰۰\ ^\circ C$ واکنش می‌دهد.
ید	در دمای بالاتر از $۴۰۰\ ^\circ C$ واکنش می‌دهد.

پاسخ خیلی تشریحی دمای ۳۷۳ کلوین معادل با $۱۰۰\ ^\circ C$ است:

$$T(K)=\theta(^\circ C)+۲۷۳ \Rightarrow ۳۷۳=\theta(^\circ C)+۲۷۳ \Rightarrow \theta=۱۰۰\ ^\circ C$$

هالوژن‌های فلوئور و کلر می‌توانند در دمای $۱۰۰\ ^\circ C$ با گاز هیدروژن واکنش دهند، پس A یا عنصر فلوئور $({}_{۹}F)$ و یا عنصر کلر $({}_{۱۷}Cl)$ است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): نافلزترین عنصر جدول، فلوئور است؛ اما دیدیم که A ممکن است کلر باشد.

گزینهٔ (۲): در هر دو حالت، حالت فیزیکی فراوردهٔ واکنش مانند خود عنصر A، گازی است:

$$H_۲(g)+F_۲(g)\rightarrow ۲HF(g)$$

$$H_۲(g)+Cl_۲(g)\rightarrow ۲HCl(g)$$

گزینهٔ (۳): ${}_{۹}F$ دارای ۵ الکترون با $l=1$ و ${}_{۱۷}Cl$ دارای ۱۱ الکترون با $l=1$ است ($l=1$ مربوط به زیرلایه‌های p است).

$${}_{۹}F:[{}_{۲}He]۲s^۲۲p^۵$$

$${}_{۱۷}Cl:[{}_{۱۰}Ne]۳s^۲۳p^۵$$

گزینهٔ (۴): اگر A فلوئور باشد، فراوردهٔ واکنش، HF است که توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را دارد؛ اما اگر A، کلر باشد، فراوردهٔ واکنش، HCl می‌باشد، که توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را ندارد.

نکته مولکول‌هایی که در ساختار آن‌ها حداقل، یکی از پیوندهای $F-H$، $N-H$ یا $O-H$ وجود دارد، می‌توانند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی برقرار کنند.