گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایهٔ یازدهم

Maze Educational Group

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۱۹ تیـرماه ۱۴۰۴

تعیین سطح و ارزیابی پایهٔ دهم

ویژهٔ دانش‌آموزان پایه یازدهم

- پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- مشاورهٔ تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسهٔ آزمون

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفادهٔ غیرقانونی از سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع‌زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	مهرداد کیوان ـ حسین شفیع‌زاده سیدجواد نظری ـ محمد خانگلدی کاظم اجلالی ـ محمدپورسعید محمدرضا حسینی‌فرد ـ سوگند روشنی کیوان دارابی ـ رسول حاجی‌زاده	محسن جواهری مهرداد اسپیدکار حمیدرضا ولی‌پور ـ نازنین امیری علیرضا ملک‌حسینی
فیزیک	سجاد صادقی‌زاده	سجاد صادقی‌زاده ـ محمدجواد سورچی حسین عبدوی‌نژاد ـ مجید رجبی وندچالی مهدی پارسا ـ ارسلان رحمانی ـ محمد باغبان محسن قندچلر ـ آروین صالحی محمدجواد حاجی‌وند ـ مهدی رحمت‌اللهی	محمدجواد سورچی حنا خلعتبری
شیمی	علی ترابی	علی ترابی ـ پرهام تیزپا مهسا بایمانی‌نژاد	فرهنگ امیری ـ عالیه میرزایی بنیامین بهرامی ـ رامین رزمجو محمد داودآبادی فراهانی

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهادات‌تون رو برامون بنویسین.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

آموزش استراتژی آزمون و مدیریت جلسه کنکور- قسمت ۱

چرا باید برای کنکور استراتژی داشت؟

تا حالا با خودت فکر کردی که چرا واقعاً توی آزمون‌های آزمایشی شرکت می‌کنی؟
فقط می‌خوای بدونی چندمی؟ یا دنبال هدف بزرگ‌تری هستی؟
واقعیت اینه که آزمون آزمایشی فقط یه جدول رتبه نیست، بلکه فرصتیه برای ساختن یک مسیر حرفه‌ای و هوشمندانه برای موفقیت در کنکور.

اهداف اصلی شرکت در آزمون آزمایشی چیه؟

شرکت در این آزمون‌ها فقط به خاطر رقابت نیست. پشتش دلایل مهم‌تری خوابیده که هر کدوم نقش بزرگی توی موفقیت نهایی دارن:

- وادار شدن به یک مطالعهٔ منظم
- به‌دست آوردن مهارتِ مدیریت جلسهٔ آزمون
- یادگیری از اشتباهات آزمون
- ارزیابی روش مطالعه و برنامه
- مرور و تثبیت مطالب خوانده‌شده

اگه بخوایم خلاصه بگیم:
آزمون‌های آزمایشی کمک می‌کنن با همون زمانی که صرف می‌کنی، نتیجهٔ بهتری بگیری. چون بهت فرصت می‌دن که سبک خودتو بشناسی، اصلاحش کنی و یک استراتژی مؤثر برای موفقیت بچینی.
فرض کن یه نفر دیگه درست مثل تو درس بخونه ولی آزمون آزمایشی شرکت نکنه. به احتمال زیاد، نتیجهٔ تو در کنکور بهتر میشه. چرا؟ چون تو تمرین کردی، اشتباهاتتو شناختی و ذهنی آماده‌تر وارد میدان شدی.

۱ نظم در مطالعه: قدم اول پیشرفت

انسان با اینکه از نظر ژنتیکی خیلی به شامپانزه نزدیکه، اما تفاوت بزرگش در توانایی برنامه‌ریزیه. شامپانزه نهایتاً بتونه برای چند ساعت آینده فکر کنه، اما انسان برای سال‌ها و حتی قرن‌ها برنامه‌ریزی می‌کنه. پس راز پیشرفت در برنامه‌ریزی بلندمدته.

حالا برنامه‌ریزی برای یک سالِ کنکوری خیلی سخته، درسته؟

آزمون‌های آزمایشی میان این پروژهٔ بزرگ یک‌ساله رو تبدیل می‌کنن به پروژه‌های دو هفته‌ای. این یعنی:

- برنامه‌ریزی آسون‌تر
- هدف‌های کوتاه‌مدتِ قابل پیگیری
- جلوگیری از نوسانات هیجانی و رها کردن برنامه

مثل همون کاری که معلم‌ها با آزمون‌های هفتگی می‌کنن. اگه معلم هر هفته سوال نپرسه، بیشتر دانش‌آموزا تا شب امتحان درس نمی‌خونن. اما وقتی می‌دونی قراره هر دو هفته آزمون بدی، دیگه نمی‌تونی درس خوندنتو عقب بندازی.

۲ مهارت مدیریت جلسهٔ آزمون

آیا فقط دانش بالا برای موفقیت کافیه؟ نه!

خیلی‌ها با سطح علمی خوب، به خاطر مدیریت ضعیف در جلسهٔ آزمون نتیجه‌ی دلخواه نمی‌گیرن.

تو مقاله‌های بعدی قراره بهت یاد بدیم چطور با استفاده از آزمون‌های آزمایشی، مهارت مدیریت جلسه رو پیدا کنی تا بتونی با همین سطح از سواد، بهترین بازده رو داشته باشی و بعد آزمون حسرت نخوری.

۳ یاد گرفتن از آزمون

خیلی از کارشناس‌ها می‌گن «بررسی آزمون» حتی مهم‌تر از خود آزمونه. چرا؟

چون آزمون بهت نشون می‌ده کجاها اشکال داری. اگر بعدش دقیق بررسی کنی، اشتباهاتتو می‌فهمی و احتمال تکرارشون توی آزمون بعدی خیلی کمتر می‌شه.

تو مقاله‌های بعدی یاد می‌گیری چطور آزمونتو بررسی کنی و ازش درس بگیری.

۴ ارزیابی روش مطالعه و برنامه‌ریزی

با آزمون دادن متوجه می‌شی روشی که داری پیش میری مؤثره یا نه.

مثلاً: روشی که باهاش زیست می‌خونی جواب می‌ده؟ زمان مناسبی برای درس‌ها گذاشتی یا باید تنظیمش کنی؟

آزمون مثل آینه‌ست، بهت نشون می‌ده چیزی که داری انجام می‌دی به نتیجه می‌رسه یا نه.

۵ مرور و تثبیت مطالب خوانده‌شده

آزمون، مرور فعال و باکیفیت دوهفتهٔ مطالعاتیه.

فرق مرور معمولی (مثلاً از روی خلاصه‌نویسی‌هات) با مرور از طریق آزمون توی اینه که:

- مرور معمولی منفعل و انبارکردنیه
- مرور از طریق آزمون فعاله، ذهن رو به چالش می‌کشه و باعث یادگیری عمیق‌تر میشه

مثل آزمایش خون می‌مونه؛ لازم نیست کلی خون بگیری، چند سی‌سی هم نشون می‌ده وضعیت بدنت چطوره. آزمون استاندارد هم با نمونه‌گیری از مهم‌ترین مباحث، سطح یادگیریت رو می‌سنجه.

چرا باید برای کنکور استراتژی داشت؟

آزمون آزمایشی فقط یه امتحان نیست، یه ابزار قدرتمند برای ساختن استراتژی کنکورته.
باهاش می‌تونی یادگیری، ارزیابی کنی، اصلاح بشی، و بالا بری.
پس از آزمون فقط نترس و فرار نکن؛ باهاش دوست شو، چون قراره بهت کمک کنه بهترین نسخه خودت بشی.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

سلام به همهٔ مازی‌های عزیز

خوش اومدین به اولین آزمون تابستون

توی این آزمون قراره که ببینیم هرکدوممون تو چه مباحثی قوی هستیم و کجاها نیاز به تمرین بیشتر داریم. نگران نباشید! فقط می‌خوایم با هم یه ارزیابی داشته باشیم تا بتونیم بهتر برنامه‌ریزی کنیم و مباحث رو هدفمندتر یاد بگیریم. در اولین قدم قراره خودتو با خودِ قبلت مقایسه کنی و ببینی چقدر جلو افتادی و کجاها جا داره که بهتر بشی...

پس با انگیزه و تمرکز جلو برو. حتی اگه بعضی سوالا سخت بودن، بدون که همینا کمکمون می‌کنن قوی‌تر بشیم. یادت نره: تو می‌تونی، چون انتخاب کردی که بخوای بهتر بشی.

مباحثی که توی این آزمون ازش سوال اومده رو می‌تونی توی جدول پایینی ببینی...

کتاب	فصل	مباحث	تعداد سوال
ریاضی ۱	فصل اول	مجموعه، الگو و دنباله	۳
	فصل دوم	مثلثات	۳
	فصل سوم	توان‌های گویا و عبارت‌های جبری	۳
	فصل چهارم	معادله‌ها و نامعادله‌ها	۴
	فصل پنجم	تابع	۳
	فصل ششم	شمارش بدون شمردن	۲
	فصل هفتم	آمار و احتمال	۲
هندسه ۱	فصل اول	ترسیم‌های هندسی و استدلال	۱
	فصل دوم	قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن	۳
	فصل سوم	چندضلعی‌ها	۳
	فصل چهارم	تجسم فضایی	۳

حالا برین تحلیل آزمون رو شروع کنین که به‌نظرم تحلیل آزمون و مشخص شدن ایرادها از خود آزمون دادن مهم‌تره.

آرزومند آرزوهایتان...

حسین شفیع‌زاده - رتبهٔ ۶ کنکور ۶۷ و مسئول درس ریاضی آزمون ماز

۱- اگر مجموعه مرجع شامل ۳۶ عضو باشد و داشته باشیم $n(A)=۱۲$، $n(B')=۱۴$ و $n(A\cup B)=۲۸$، آن‌گاه $n(A'\cap B)$ کدام است؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۶ ۴) ۱۳

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

توجه داشته باشید که:

$$n(B')=n(U)-n(B)\xrightarrow[n(U)=۳۶]{n(B')=۱۴}۱۴=۳۶-n(B)\Rightarrow n(B)=۲۲$$

از طرفی می‌دانیم که:

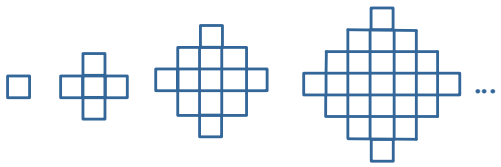
$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)\Rightarrow ۲۸=۱۲+۲۲-n(A\cap B)\Rightarrow n(A\cap B)=۶$$

در نتیجه خواسته سوال برابر است با:

$$n(A'\cap B)=n(B\cap A')=n(B-A)=n(B)-n(A\cap B)=۲۲-۶=۱۶$$

www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵
www.SanjeshCloud.ir T.me/SanjeshCloud

۲- در الگوی زیر، تعداد مربع‌ها در شکل هفتم کدام است؟



۱) ۸۱
۲) ۸۵
۳) ۸۹
۴) ۹۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

با توجه به الگوی داده شده، تعداد مربع‌های هر شکل را می‌شماریم:

شماره شکل	۱	۲	۳	۴
تعداد مربع‌ها	۱	۵	۱۳	۲۵

با کمی دقت متوجه می‌شویم که این الگو، مربوط به یک الگوی درجه دوم است. ببینید:

۱ ۵ ۱۳ ۲۵
۴ ۸ ۱۲
۴ ۴

بنابراین در جمله عمومی الگوی درجه دوم که به فرم $t_n = an^2 + bn + c$ می‌باشد. ضریب n^2، برابر $a = \frac{4}{2}$ است. حال برای پیدا کردن ضرایب b و c داریم:

$$\begin{cases} t_1 = 1 \Rightarrow 2 + b + c = 1 \Rightarrow b + c = -1 \\ t_2 = 5 \Rightarrow 8 + 2b + c = 5 \Rightarrow 2b + c = -3 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} b = -2 \\ c = 1 \end{cases}$$

در نتیجه جمله عمومی این الگو به فرم $t_n = 2n^2 - 2n + 1$ است، پس تعداد مربع‌ها در شکل هفتم برابر است با:

$$t_7 = 2(49) - 14 + 1 = 98 - 13 = 85$$

حالا دیگه نوبت نکاتی در مورد الگوی درجه دوم است!

جمله‌ی عمومی الگوی درجه دوم به صورت $t_n = an^2 + bn + c$ می‌باشد. اگر جملات را پشت سر هم بنویسیم، اختلاف جملات تشکیل یک دنباله‌ی حسابی با قدر نسبت d می‌دهند که دو برابر ضریب n^2 یعنی (a) است.

$$\xrightarrow{\text{دنباله حسابی}} \underbrace{\underbrace{t_1 \quad t_2}_{S_1} \quad \underbrace{t_2 \quad t_3}_{S_2} \quad \underbrace{t_3 \quad t_4}_{S_3}}_{d \qquad \boxed{d}} \Rightarrow d = 2a$$

گروه آموزشی ماز

۳- در یک دنباله حسابی با جملات متمایز، جملات پنجم و یازدهم و نوزدهم، جملات متوالی یک دنباله هندسی هستند. در این صورت جملهٔ بیست و هفتم دنباله حسابی چند برابر جملهٔ هفتم آن است؟

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

چون جملات پنجم و یازدهم و نوزدهم دنباله حسابی، جملات متوالی یک دنباله هندسی هستند، پس داریم:

$$a_{11}^2 = a_5 \times a_{19} \Rightarrow (a_1 + 10d)^2 = (a_1 + 4d)(a_1 + 18d)$$

در دنبالهٔ حسابی با جمهٔ اول a_1 و قدرنسبت d، جملهٔ عمومی از رابطهٔ $a_n = a_1 + (n-1)d$ به‌دست می‌آید. پس می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow a_1^2 + 100d^2 + 20a_1d = a_1^2 + 18a_1d + 4a_1d + 72d^2 \Rightarrow 28d^2 - 2a_1d = 0 \Rightarrow 14d^2 - a_1d = 0 \Rightarrow d(14d - a_1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} d = 0 \quad \text{غ ق ق} \\ a_1 = 14d \end{cases}$$

حال نسبت جملهٔ ۲۷اُم به جملهٔ هفتم را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{a_{27}}{a_7} = \frac{a_1 + 26d}{a_1 + 6d} = \frac{14d + 26d}{14d + 6d} = \frac{40d}{20d} = 2$$

واسطهٔ هندسی

اگر a، b و c، سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند، مربع جملهٔ وسطی برابر با حاصل‌ضرب جملات کناری‌اش است:

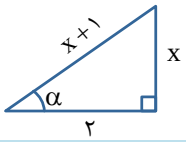
$$a, b, c \Rightarrow b^2 = ac$$

در این صورت، b را واسطهٔ هندسی a و c می‌گوییم.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵
www.SanjeshCloud.ir T.me/SanjeshCloud

۴- در شکل مقابل، $\sin\alpha+\cos\alpha$ کدام است؟



۱) ۱ ۲) ۱/۲
۳) ۱/۴ ۴) ۱/۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

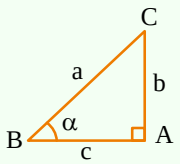
ابتدا رابطهٔ فیثاغورس را می‌نویسیم:

$$(x+1)^2=x^2+2^2 \Rightarrow 2x+1=4 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$$

با توجه به روابط مثلثاتی $\sin\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل زاویه}\,\alpha}{\text{وتر}}$ و $\cos\alpha=\frac{\text{ضلع مجاور زاویه}\,\alpha}{\text{وتر}}$ داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin\alpha=\frac{x}{x+1}\xrightarrow{x=\frac{3}{2}}\frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}}=\frac{3}{5} \\ \cos\alpha=\frac{2}{x+1}\xrightarrow{x=\frac{3}{2}}\frac{2}{\frac{5}{2}}=\frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \sin\alpha+\cos\alpha=\frac{7}{5}=1/4$$

نسبت‌های مثلثاتی



$$\sin\alpha=\frac{b}{a}$$
$$\cos\alpha=\frac{c}{a}$$
$$\tan\alpha=\frac{b}{c}$$
$$\cot\alpha=\frac{c}{b}$$

مقدار	۳۰°	۴۵°	۶۰°
sin A	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan A	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$
cot A	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

۵- خطی که از نقطهٔ $A(1,2)$ می‌گذرد با جهت مثبت محور xها زاویهٔ α می‌سازد. اگر $\cos\alpha=\frac{-\sqrt{10}}{10}$ باشد، این خط از کدام نقطهٔ زیر عبور می‌کند؟

۱) $(2,1)$ ۲) $(2,-1)$ ۳) $(-2,1)$ ۴) $(-2,-1)$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

شیب خط یا همان $\tan\alpha$ را محاسبه می‌کنیم. چون $\cos\alpha$ منفی است، بنابراین $90^\circ<\alpha<180^\circ$ بوده و تانژانت آن نیز منفی است.

$$1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}=\frac{1}{\frac{1}{10}}=10 \Rightarrow \tan^2\alpha=9 \xrightarrow{\tan\alpha<0} \tan\alpha=-3$$

معادلهٔ خط را می‌نویسیم:

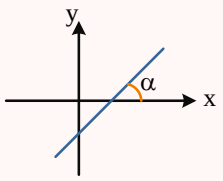
$$y-2=-3(x-1) \Rightarrow y=-3x+5$$

نقطهٔ $(2,-1)$ بر روی این خط واقع است.

"رابطهٔ شیب خط با تانژانت" چیه؟

در تابع خطی، شیب خط، تانژانت زاویه‌ای است که خط با جهت مثبت محور xها ایجاد می‌کند.

$$y=ax+b$$
$$\downarrow$$
$$a=\tan\alpha$$



سوالات منتخب

اگر $\sin\alpha=2\cos\alpha$ و انتهای کمان α در ربع سوم مثلثاتی باشد، مقدار $\cos\alpha$ کدام است؟ (سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

۱) $-\frac{\sqrt{5}}{10}$ ۲) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ۳) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ۴) $\frac{\sqrt{5}}{10}$

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۶- اگر $\sin\alpha+\cos\alpha=-\frac{۲}{۳}$ باشد، $\tan\alpha+\cot\alpha$ کدام است؟

۱) $۱/۸$ ۲) $-۱/۸$ ۳) $۳/۶$ ۴) $-۳/۶$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

$$\sin\alpha+\cos\alpha=-\frac{۲}{۳}\Rightarrow(\sin\alpha+\cos\alpha)^۲=\frac{۴}{۹}\Rightarrow ۱+۲\sin\alpha\cos\alpha=\frac{۴}{۹}\Rightarrow\sin\alpha\cos\alpha=-\frac{۵}{۱۸}$$

خواهیم داشت:

$$\tan\alpha+\cot\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{۱}{\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{۱}{-\frac{۵}{۱۸}}=-\frac{۱۸}{۵}=-۳/۶$$

نکاتی از مثلثات

۱) $\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha=۱$ ۲) $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ ۳) $\cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

۴) $\tan\alpha\cot\alpha=۱$ ۵) $۱+\tan^۲\alpha=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}$ ۶) $۱+\cot^۲\alpha=\frac{۱}{\sin^۲\alpha}$

سوالات منتخب

اگر $\sin x+\cos x=\frac{۴}{۳}$ باشد، حاصل $\sqrt{\tan x}+\sqrt{\cot x}$ چقدر می‌تواند باشد؟

۱) $\sqrt{\frac{۵۰}{۷}}$ ۲) $\sqrt{\frac{۱۸}{۷}}$ ۳) $\sqrt{\frac{۳۲}{۷}}$ ۴) $\frac{۱۸}{۷}$

گروه آموزشی ماز

۷- ریشهٔ سوم عددی مثبت با ریشهٔ پنجم چهار برابر آن عدد برابر است. ریشهٔ ششم مثبت این عدد کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\sqrt[۳]{۲}$ ۳) $\sqrt[۳]{۴}$ ۴) $\sqrt{۸}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۳)

اگر عدد را x در نظر بگیریم، ریشهٔ سوم آن $\sqrt[۳]{x}$ و ریشه پنجم چهار برابر آن به صورت $\sqrt[۵]{۴x}$ نوشته می‌شود. حال تساوی داده شده در صورت سوال را به زبان ریاضی می‌نویسیم و برای اینکه از شر رادیکال خلاص شویم دو طرف را به توان ۱۵ می‌رسانیم چرا که ک.م.م ۳ و ۵ است:

$$\sqrt[۳]{x}=\sqrt[۵]{۴x}\xrightarrow{\text{توان ۱۵}}(\sqrt[۳]{x})^{۱۵}=(\sqrt[۵]{۴x})^{۱۵}\Rightarrow\sqrt[۳]{x^{۱۵}}=\sqrt[۵]{(۴x)^{۱۵}}$$

$$\Rightarrow x^{\frac{۱۵}{۳}}=(۴x)^{\frac{۱۵}{۵}}\Rightarrow x^۵=(۴x)^۳\Rightarrow \overset{x^۲}{\cancel{x^۵}}=۶۴\cancel{x^۳}$$

$$\Rightarrow x^۲=۶۴\xrightarrow[x>۰]{\text{طبق صورت سوال}}x=۸$$

خواستهٔ سوال عبارت است از $\sqrt[۶]{۸}$ که آن را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\sqrt[۶]{۸}=\sqrt[۶]{۲^۳}=۲^{\frac{۳}{۶}}=۲^{\frac{۱}{۲}}=\sqrt{۲}$$

ریشهٔ n ام

اگر $n\geq ۲$ یک عدد طبیعی باشد، در این صورت، اگر $a=b^n$ باشد، آن‌گاه b را یک ریشهٔ n اُم عدد a می‌نامیم.

توجه داشته باشید که:

$a>۰$	n زوج	a دارای دو ریشه n اُم به صورت $\sqrt[n]{a}$ و $-\sqrt[n]{a}$ است.
	n فرد	a دارای یک ریشه n اُم به صورت $\sqrt[n]{a}$ است.
$a<۰$	n زوج	ریشهٔ n اُم وجود ندارد.
	n فرد	a دارای یک ریشه n اُم به صورت $\sqrt[n]{a}$ است.

www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵
www.SanjeshCloud.ir T.me/SanjeshCloud

یک قانون مهم در توان‌های گویا

اگر $a > ۰$ و $m, n \in \mathbb{N}$ باشند، در این صورت:

$$\begin{cases} a^{\frac{m}{n}} = (a^{\frac{۱}{n}})^m = (a^m)^{\frac{۱}{n}} \\ a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۸- حاصل عبارت $A = \left(\frac{۱}{۵-۲\sqrt{۶}} - \frac{۱}{۵+۲\sqrt{۶}}\right)\left(\frac{\sqrt{۳+\sqrt{۳}}}{\sqrt{۳-\sqrt{۳}}}\right)$ کدام است؟

۱) $۴\sqrt{۶}$ ۲) $۱۲+۴\sqrt{۳}$ ۳) $۶-۲\sqrt{۳}$ ۴) $۲\sqrt{۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

ابتدا حاصل هر یک از عبارت‌ها را به صورت جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{۱}{۵-۲\sqrt{۶}} - \frac{۱}{۵+۲\sqrt{۶}} = \frac{(۵+۲\sqrt{۶})-(۵-۲\sqrt{۶})}{(۵-۲\sqrt{۶})(۵+۲\sqrt{۶})} = \frac{۴\sqrt{۶}}{۲۵-۲۴} = ۴\sqrt{۶}$$

در عبارت بعدی باید مخرج کسر را گویا کنیم:

$$\frac{\sqrt{۳+\sqrt{۳}}}{\sqrt{۳-\sqrt{۳}}} \times \frac{\sqrt{۳+\sqrt{۳}}}{\sqrt{۳+\sqrt{۳}}} = \frac{\sqrt{(۳+\sqrt{۳})^۲}}{\sqrt{۹-۳}} = \frac{|\overbrace{۳+\sqrt{۳}}^{+}|}{\sqrt{۶}} = \frac{۳+\sqrt{۳}}{\sqrt{۶}}$$

در کسر حاصل شده مجدداً مخرج کسر را گویا می‌کنیم:

$$\frac{۳+\sqrt{۳}}{\sqrt{۶}} \times \frac{\sqrt{۶}}{\sqrt{۶}} = \frac{۳\sqrt{۶}+\sqrt{۱۸}}{۶} = \frac{۳\sqrt{۶}+۳\sqrt{۲}}{۶} = \frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۲}$$

در نتیجه حاصل خواسته شده برابر است با:

$$A = ۴\sqrt{۶} \times \frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۲} = \frac{۲۴+۴\sqrt{۱۲}}{۲} = ۱۲+۲\sqrt{۱۲} = ۱۲+۴\sqrt{۳}$$

گروه آموزشی ماز

۹- اگر $\sqrt{x+۲}+\sqrt{x-a}=a$ و $۲\sqrt{x+۲}-۲\sqrt{x-a}=۳$، مقدار a کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

ابتدا به سراغ عبارت دومی که صورت سوال داده است می‌رویم و در سمت چپ آن از ۲ فاکتور می‌گیریم:

$$۲\sqrt{x+۲}-۲\sqrt{x-a}=۳ \Rightarrow ۲(\sqrt{x+۲}-\sqrt{x-a})=۳ \xrightarrow{\text{تقسیم بر ۲}} \sqrt{x+۲}-\sqrt{x-a}=\frac{۳}{۲}$$

با دقت به عبارت به دست آمده و صورت سوال می‌بینیم که سمت چپ عبارت به دست آمده، مزدوج سمت چپ عبارت اول صورت سوال است، پس داریم:

$$\begin{cases} \sqrt{x+۲}-\sqrt{x-a}=\frac{۳}{۲} \\ \sqrt{x+۲}+\sqrt{x-a}=a \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین را در هم ضرب می‌کنیم}} \underbrace{(\sqrt{x+۲}-\sqrt{x-a})(\sqrt{x+۲}+\sqrt{x-a})}_{\text{اتحاد مزدوج}}=\frac{۳}{۲}a \Rightarrow (\sqrt{x+۲})^۲-(\sqrt{x-a})^۲=\frac{۳}{۲}a$$

$$\Rightarrow x+۲-(x-a)=\frac{۳}{۲}a \Rightarrow \cancel{x}+۲-\cancel{x}+a=\frac{۳}{۲}a$$

$$\Rightarrow ۲+a=\frac{۳}{۲}a \Rightarrow \frac{۳}{۲}a-a=۲ \Rightarrow a=۴$$

اتحاد مزدوج

$$(a-b)(a+b)=a^۲-b^۲$$

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۱۰- اگر ریشه‌های معادلهٔ $3x^2-2\sqrt{3}x-1=0$ به صورت x_1 و x_2 باشد، حاصل $\frac{x_1}{x_2}$ کدام است؟ $(x_1>x_2)$

۱) $-3+2\sqrt{2}$ ۲) $-3-2\sqrt{3}$ ۳) $-3+2\sqrt{3}$ ۴) $-3-2\sqrt{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

$$3x^2-2\sqrt{3}x-1=0 \Rightarrow \Delta=(-2\sqrt{3})^2-4(3)(-1)=12+12=24$$

$$\Rightarrow x=\frac{2\sqrt{3}\pm\sqrt{24}}{6}=\frac{2\sqrt{3}\pm2\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{3}\pm\sqrt{6}}{3}$$

$$\xrightarrow{x_1>x_2} x_1=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{3}\ ,\ x_2=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{3}$$

$$\frac{x_1}{x_2}=\frac{\frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{3}}{\frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{3}}\xrightarrow[\text{مزدوج مخرج}]{\text{ضرب در}}\frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{6}}\times\frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}}=\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{6})^2}{3-6}=\frac{3+6+2\sqrt{18}}{-3}=\frac{9+2\times3\sqrt{2}}{-3}=-3-2\sqrt{2}$$

روش «دلتا» برای حل معادلات درجه دوم چجوری بود بچه‌ها؟

برای معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^2+bx+c=0$ ریشه‌ها طبق روش دلتا (Δ) به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\Delta=b^2-4ac$$

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\ ,\ x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- اگر $x=n$ ریشه مضاعف معادله $(m+2)x^2-2mx+(m-1)=0$ باشد، حاصل $2n-m$ کدام است؟

۱) -1 ۲) 1 ۳) -3 ۴) 3

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

می‌دانیم که در یک معادله درجه دوم، اگر $\Delta=0$ باشد، معادله یک ریشه حقیقی (ریشه مضاعف) خواهد داشت، پس برای اینکه معادله درجه دوم داده شده ریشه مضاعف داشته باشد باید دلتای آن برابر صفر باشد، پس:

$$(m+2)x^2-2mx+(m-1)=0$$

$$\Delta=0\Rightarrow b^2-4ac=0\Rightarrow(-2m)^2-4(m+2)(m-1)=0$$

$$\Rightarrow 4m^2-4m^2-4m+8=0\Rightarrow -4m=-8\Rightarrow m=2$$

حال به ازای $m=2$، معادله را بازنویسی می‌کنیم و ریشه مضاعف آن که همان $x=-\frac{b}{2a}$ می‌باشد را به دست می‌آوریم:

$$(m+2)x^2-2mx+(m-1)=0\xrightarrow{m=2}4x^2-4x+1=0$$

$$\text{ریشه مضاعف}: x=-\frac{b}{2a}=-\frac{(-4)}{2\times4}=\frac{1}{2}$$

بنابراین، $x=\frac{1}{2}$ ریشه مضاعف معادله است، پس:

$$\begin{cases}m=2\\ n=\frac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow 2n-m=1-2=-1$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- سهمی $y=x^2-2x-3$ محور xها را در دو نقطه A و B قطع می‌کند. اگر نقطه C رأس این سهمی باشد، مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

ابتدا محل تقاطع سهمی با محور xها را پیدا می‌کنیم که برای این کار باید معادله $y=0$ را حل کنیم:

$$y=x^2-2x-3\Rightarrow\Delta=b^2-4ac=4-4(1)(-3)=4+12=16$$

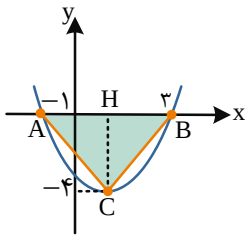
www.biomaze.ir
۱۴۰۴-۰۵
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

$$\begin{cases} x_۱ = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{۲a} = \dfrac{۲+\sqrt{۱۶}}{۲} = \dfrac{۲+۴}{۲} = ۳ \\ x_۲ = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{۲a} = \dfrac{۲-\sqrt{۱۶}}{۲} = \dfrac{۲-۴}{۲} = -۱ \end{cases}$$

حال مختصات رأس سهمی را نیز پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases} x_{\text{رأس}} = -\dfrac{b}{۲a} = -\dfrac{-۲}{۲} = ۱ \\ y_{\text{رأس}} = -\dfrac{\Delta}{۴a} = -\dfrac{۱۶}{۴} = -۴ \end{cases}$$

حال با توجه به نقاط به دست آمده، شکل مقابل را رسم کرده و مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ را به دست می‌آوریم:



$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۱}{۲} \times AB \times CH \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۴ = ۸$$

مختصات رأس سهمی

در سهمی به معادله $y = ax^۲ + bx + c$ ، مختصات رأس به صورت زیر است:

$$x_S = \frac{-b}{۲a}$$

$$y_S = \frac{-\Delta}{۴a}$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- مجموعه جواب نامعادلهٔ $-۱ < \dfrac{۲x-۱}{۳-x} < ۲$ کدام است؟

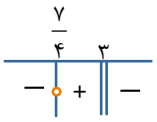
۱) $(-۲, \frac{۷}{۴})$ ۲) $(\frac{۷}{۴}, ۳)$ ۳) $\mathbb{R} - [-۲, \frac{۷}{۴}]$ ۴) $\mathbb{R} - [\frac{۷}{۴}, ۳]$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۴)

گام اول:

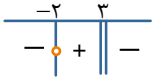
ابتدا نامعادله داده شده را به دو نامعادله تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{۲x-۱}{۳-x} < ۲ \Rightarrow \frac{۲x-۱}{۳-x} - ۲ < ۰ \Rightarrow \frac{۲x-۱-۶+۲x}{۳-x} < ۰ \Rightarrow \frac{۴x-۷}{۳-x} < ۰ \Rightarrow$$



$$\Rightarrow x < \frac{۷}{۴} \text{ یا } x > ۳ \quad (۱)$$

$$-۱ < \frac{۲x-۱}{۳-x} \Rightarrow \frac{۲x-۱+۳-x}{۳-x} > ۰ \Rightarrow \frac{x+۲}{۳-x} > ۰ \Rightarrow$$



$$\Rightarrow -۲ < x < ۳ \quad (۲)$$

گام دوم:

حال از مجموعه جواب‌های به دست آمده اشتراک می‌گیریم تا مجموعه جواب اصلی به دست آید:

$$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)} -۲ < x < \frac{۷}{۴} \Rightarrow x \in (-۲, \frac{۷}{۴})$$

نامعادلات کسری

تمام ریشه‌های مخرج و صورت را به دست می‌آوریم و بر روی جدول تعیین علامت وارد می‌کنیم. در مرحله بعدی، بعد از بزرگ‌ترین ریشه، یک عدد به عبارت می‌دهیم تا ببینیم به ازای آن عدد عبارت مثبت می‌شود یا منفی. سپس از روی هر ریشه که عبور می‌کنیم، اگر ریشه مرتبه فرد بود، علامت را تغییر می‌دهیم و اگر مرتبه زوج بود، علامت را تغییر نمی‌دهیم.

نامعادلات به فرم $a < b < c$:

ابتدا نامعادله را به دو نامعادله به صورت $a < b$ و $b < c$ می‌نویسیم و سپس دو نامعادله به دست آمده را حل می‌کنیم و از جواب‌ها اشتراک می‌گیریم.

گروه آموزشی ماز

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۱۴- رابطهٔ $f=\{(۲,a^۲),(۳,a+b),(۲,۴),(۳,۵),(a,b)\}$ تابع است. مقدار ab کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۱۴- ۳) ۶ یا ۱۴- ۴) ۶- یا ۱۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۵)

گام اول:

با نگاه به رابطه داده شده، متوجه می‌شویم که در زوج مرتب‌های $(۲,a^۲)$ و $(۲,۴)$ و همچنین $(۳,a+b)$ و $(۳,۵)$، مؤلفه‌های اول برابرند و خود سوال نیز گفته است که رابطه f یک تابع است، پس باید با توجه به توضیحات داده شده در بالا، مولفه‌های دوم آن‌ها را نیز برابر قرار دهیم:

$$f=\{(۲,a^۲),(۳,a+b),(۲,۴),(۳,۵),(a,b)\}$$

(۱) (۲)

$$۱)\Rightarrow a^۲=۴\Rightarrow a=\pm ۲$$

$$۲)\Rightarrow a+b=۵\xrightarrow{(۱)}\begin{cases}a=۲\Rightarrow b=۳\\ a=-۲\Rightarrow b=۷\end{cases}$$

گام دوم:

از قدم اول متوجه شدیم که $a=۲$ و $b=۳$ یا $a=-۲$ و $b=۷$ است. حال این مقادیر را در f جای‌گذاری می‌کنیم تا ببینیم شرط تابع بودن برقرار می‌شود یا نه:

$$a=۲,b=۳\Rightarrow f=\{(۲,۴),(۳,۵),(۲,۳)\}$$

می‌بینیم که به ازای مولفه اول ۲، دو مولفه دوم غیرتکراری داریم، پس به ازای $a=۲$ و $b=۳$، f تابع نیست.

$$a=-۲,b=۷\Rightarrow f=\{(۲,۴),(۳,۵),(-۲,۷)\}\Rightarrow \text{تابع است}\Rightarrow ab=(-۲)(۷)=-۱۴$$

نمایش زوج‌مرتبی یک تابع

یک تابع را می‌توانیم به شکل زوج‌مرتبی نشان دهیم، به صورتی که مجموعهٔ مولفه‌های اول زوج‌های مرتب، دامنه تابع و مجموعه مولفه‌های دوم زوج‌های مرتب برد تابع باشد.

توجه! شرط تابع بودن این بود که به ازای هر ورودی یکسان، دو خروجی متفاوت نداشته باشیم، به عبارت دیگر به ازای هر x، فقط یک y داشته باشیم. در نمایش زوج‌مرتبی هم، اگر مولفهٔ اول یکسان داشته باشیم، مولفهٔ دوم آن‌ها نیز باید با هم برابر باشد، در غیر این صورت، شرط تابع بودن به هم می‌خورد.

گروه آموزشی ماز

۱۵- تابع خطی f با دامنهٔ $[-۲,۴]$ و برد $[-۶,۰]$ مفروض است. مجموع مقادیر ممکن برای $f(۳)$ کدام است؟

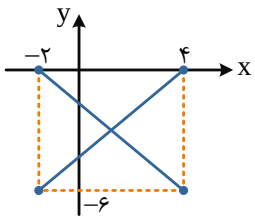
۱) ۴- ۲) ۶- ۳) ۵- ۴) ۳-

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۵)

فرض کنید $f(x)=ax+b$ دو حالت وجود دارد که با توجه به شکل زیر داریم:

$$۱)\begin{cases}f(-۲)=-۶\\ f(۴)=۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-۲a+b=-۶\\ ۴a+b=۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=۱\\ b=-۴\end{cases}\Rightarrow f(x)=x-۴\Rightarrow f(۳)=-۱$$

$$۲)\begin{cases}f(-۲)=۰\\ f(۴)=-۶\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-۲a+b=۰\\ ۴a+b=-۶\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-۱\\ b=-۲\end{cases}\Rightarrow f(x)=-x-۲\Rightarrow f(۳)=-۵$$



برای $f(۳)$ دو مقدار ۱- و ۵- دارد که جمع آن‌ها برابر ۶- است.

گروه آموزشی ماز

۱۶- تابع $f(x)=a^۲x+b^۲-۴$ همانی و تابع $g(x)=(۲a+b)x+ab$ ثابت است. $g(a+b)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱- ۳) ۲ ۴) ۲-

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۵)

گام اول:

چون $f(x)=a^۲x+b^۲-۴$ یک تابع همانی است آن را برابر x قرار می‌دهیم:

$$f(x)=a^۲x+b^۲-۴=x\Rightarrow\begin{cases}a^۲=۱\Rightarrow a=\pm ۱\\ b^۲-۴=۰\Rightarrow b=\pm ۲\end{cases}$$

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

گام دوم:

ضابطه تابع ثابت به صورت $y=c$ است، در صورت سوال نیز گفته شده است که g ثابت است، پس ضریب x در این تابع یعنی $۲a+b$ باید صفر باشد:

$$۲a+b=۰ \Rightarrow ۲a=-b$$

گام سوم:

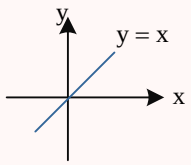
با توجه به مقادیر به دست آمده برای a و b در گام اول و بازنویسی ضابطه g داریم:

$$g(x)=(۲a+b)x+ab \xrightarrow[b=۲]{a=-۱} g(x)=-۲ \Rightarrow g(a+b) \overset{\text{ثابت } g}{=\!=} -۲$$

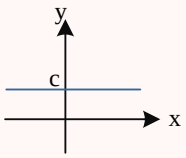
$$g(x)=(۲a+b)x+ab \xrightarrow[b=-۲]{a=۱} g(x)=-۲ \Rightarrow g(a+b) \overset{\text{ثابت } g}{=\!=} -۲$$

توابع همانی و ثابت

تابع همانی: تابعی است که هر عضو از دامنه را که به آن بدهیم، همان را به ما تحویل می‌دهد. ضابطه آن به صورت $y=x$ (نیمساز ناحیه اول و سوم) و برد آن با دامنه برابر است.



تابع ثابت: هر عضو از دامنه را که به آن بدهیم، فقط یک عدد ثابت مانند (c) را به ما می‌دهد. ضابطه آن به صورت $y=c$ است و برد آن تک عضوی (c) است.



سوالات منتخب

دو تابع $f(x)=a+۳(b^۲-۱)x^۲$ و $g(x)=bx^۲-۲a+x^۲$ ثابت هستند. اگر $f\times g=-۸$ باشد، حاصل $|ab|$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ✓ ۳) ۳ ۴) صفر

گروه آموزشی ماز

۱۷- ۴ کتاب با موضوع ریاضی، ۳ کتاب با موضوع فیزیک و ۲ کتاب با موضوع شیمی را به چند طریق می‌توان در یک قفسه پشت سرهم چید به طوری که کتاب‌های هم موضوع کنار هم باشند؟ (کتاب‌های هم موضوع، متفاوت هستند.)

۱) ۵۷۶ ۲) ۱۷۲۸ ۳) ۱۱۵۲ ۴) ۱۲۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۶)

کتاب‌های هم‌موضوع را در ۳ بسته قرار می‌دهیم. ببینید:

شیمی، شیمی | ریاضی، ریاضی، ریاضی، ریاضی | فیزیک، فیزیک، فیزیک

بنابراین جواب برابر است با:

$$\underbrace{۳!}_{\text{جایگشت کلی اشیاء}} \times \underbrace{۳!}_{\text{جایگشت‌های کتاب‌های فیزیک داخل بسته}} \times \underbrace{۴!}_{\text{جایگشت‌های کتاب‌های ریاضی داخل بسته}} \times \underbrace{۲!}_{\text{جایگشت‌های کتاب‌های شیمی داخل بسته}} = ۶\times۶\times۲۴\times۲=۱۷۲۸$$

جایگشت

هر طریقهٔ قرار گرفتن n شیء متمایز در یک ردیف و در کنار هم را یک جایگشت خطی از آن n شیء می‌گوییم. جایگشت خطی n شیء متمایز برابر $n!$ است. اگر در مسائل مربوط به جایگشت خطی اشیاء، چند شیء بخواهند کنار هم باشند اصطلاحاً اشیاء را به هم می‌بندیم و به عنوان یک شیء در نظر می‌گیریم. سپس جایگشت اشیاء کلی را در جایگشت اشیاء داخل دسته، ضرب می‌کنیم.

مثال: ۳ مهندس، ۴ پزشک را به چند طریق می‌توان در یک ردیف صندلی کنار هم نشاند به طوری که مهندس‌ها کنار هم باشند؟

۳ مهندس را در یک بسته کنار هم قرار می‌دهیم. ببینید:

پزشک، پزشک، مهندس،مهندس،مهندس، پزشک، پزشک

کل دستهٔ مهندس‌ها را یک شیء در نظر می‌گیریم. بنابراین:

$$\text{جواب} = \underbrace{۵!}_{\text{جایگشت کلی افراد}} \times \underbrace{۳!}_{\text{جایگشت افراد داخل دسته}}$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵
www.SanjeshCloud.ir T.me/SanjeshCloud

۱۸- یک مدرسه ۵ کلاس دارد که از هر کلاس ۱۰ نفر متقاضی شرکت در اردویی شده اند. اگر فقط بتوانیم ۴ نفر را به اردو ببریم به چند حالت این ۴ نفر را می‌توان انتخاب کرد به طوریکه فقط دو نفر از آن‌ها همکلاسی باشند؟

۱) ۳۰۰۰۰ ۲) ۹۰۰۰۰ ۳) ۴۵۰۰۰ ۴) ۱۳۵۰۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۶)

ابتدا ۳ کلاس انتخاب می‌کنیم و سپس از یک کلاس ۲ نفر و از دو کلاس دیگر، از هر کلاس یک نفر انتخاب می‌کنیم:

$$\overset{۱۰}{\binom{۵}{۳}}\overset{۴۵}{\binom{۱۰}{۲}}\overset{۱۰}{\binom{۱۰}{۱}}\overset{۱۰}{\binom{۱۰}{۱}}\times \underset{\text{دو هم‌کلاسی می‌توانند از ۳ کلاس مختلف باشند}}{۳} = ۱۳۵\times ۱۰۰۰ = ۱۳۵۰۰۰$$

گروه آموزشی ماز

۱۹- از کیسه‌ای که شامل ۳ مهرهٔ قرمز، ۴ مهرهٔ سفید و ۵ مهرهٔ آبی است. دو مهره به تصادف بیرون می‌آوریم. به چه احتمالی مهره‌ها همرنگ هستند؟

۱) $\frac{۱۷}{۶۶}$ ۲) $\frac{۳}{۱۱}$ ۳) $\frac{۱۰}{۳۳}$ ۴) $\frac{۱۹}{۶۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۷)

تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر تعداد حالت‌های انتخاب ۲ شیء از ۱۲ شیء است که برابر است با: $\binom{۱۲}{۲}$.

تعداد اعضای پیشامد همرنگ بودن مهره‌ها برابر است با:

$$\underset{\text{هر دو قرمز}}{\binom{۳}{۲}}+\underset{\text{هر دو سفید}}{\binom{۴}{۲}}+\underset{\text{هر دو آبی}}{\binom{۵}{۲}}$$

بنابراین احتمال موردنظر برابر است با:

$$\frac{\binom{۳}{۲}+\binom{۴}{۲}+\binom{۵}{۲}}{\binom{۱۲}{۲}}=\frac{۳+۶+۱۰}{۶۶}=\frac{۱۹}{۶۶}$$

گروه آموزشی ماز

۲۰- تاسی را سه مرتبه پرتاب می‌کنیم. احتمال آن‌که مجموع کمتر از ۶ یا هر سه فرد باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{۱۱}{۷۲}$ ۳) $\frac{۳۷}{۲۱۶}$ ۴) $\frac{۴}{۲۷}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۷)

اگر پیشامد مجموع کوچک‌تر از ۶ را با A و پیشامد هر سه فرد را با B نشان دهیم، داریم:

$$A=\{(۱,۱,۱),(۲,۱,۱),(۱,۲,۱),(۱,۱,۲),(۲,۲,۱),(۲,۱,۲),(۱,۲,۲),(۳,۱,۱),(۱,۳,۱),(۱,۱,۳)\}$$

$$n(A)=۱۰$$

$$n(B)=۳\times۳\times۳=۲۷$$

$$A\cap B=\{(۱,۱,۱),(۱,۱,۳),(۱,۳,۱),(۳,۱,۱)\}\Rightarrow n(A\cap B)=۴$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{۱۰}{۲۱۶}+\frac{۲۷}{۲۱۶}-\frac{۴}{۲۱۶}=\frac{۱۱}{۷۲}$$

گروه آموزشی ماز

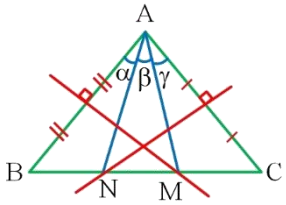
۲۱- در مثلث متساوی‌الساقین $\overset{\triangle}{ABC}$، زاویهٔ $\hat{A}=۷۰^\circ$ و عمودمنصف‌های دو ساق AB و AC قاعده BC را در نقاط M و N قطع می‌کنند. در مثلث $\overset{\triangle}{AMN}$، مجموع زوایای $\hat{M}$ و $\hat{N}$ کدام است؟

۱) ۱۳۰° ۲) ۱۴۰° ۳) ۱۵۰° ۴) ۱۶۰°

www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵
www.SanjeshCloud.ir T.me/SanjeshCloud

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۱)

طبق اطلاعات سوال، شکل را رسم می‌کنیم:



$$AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \frac{۱۸۰^\circ - A}{۲} = \frac{۱۸۰^\circ - ۷۰^\circ}{۲} = ۵۵^\circ$$

$$M \text{ روی عمودمنصف } AB \Rightarrow MA = MB \Rightarrow \alpha + \beta = \hat{B} = ۵۵^\circ \quad (۱)$$

$$N \text{ روی عمودمنصف } AC \Rightarrow NA = NC \Rightarrow \gamma + \beta = \hat{C} = ۵۵^\circ \quad (۲)$$

طرفین رابطه (۱) و (۲) را با هم جمع می‌کنیم و خواهیم داشت:

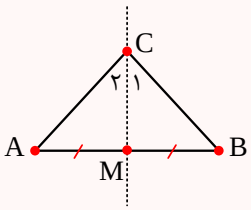
$$\underbrace{\alpha + \beta + \gamma}_{۷۰^\circ} + \beta = ۱۱۰^\circ \Rightarrow \hat{\beta} = ۴۰^\circ$$

در نتیجه، مجموع زوایای $\hat{M}$ و $\hat{N}$ برابر است با:

$$\hat{M} + \hat{N} = ۱۸۰^\circ - \beta = ۱۸۰^\circ - ۴۰^\circ = ۱۴۰^\circ$$

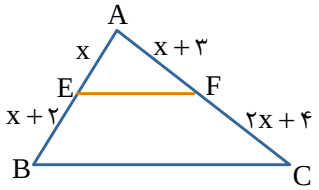
ویژگی‌های عمود منصف

$$\left.\begin{array}{l} MA = MB \\ CM \perp AB \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} ۱)\ CA = CB \\ ۲)\ \hat{A} = \hat{B} \\ ۳)\ \hat{C}_۱ = \hat{C}_۲ \end{cases}$$



گروه آموزشی ماز

۲۲- در شکل مقابل، به ازای چند مقدار طبیعی x، چهارضلعی BEFC ذوزنقه است؟



۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

در صورتی چهارضلعی BEFC ذوزنقه خواهد بود که EF و BC موازی یکدیگر باشند، پس باید طبق قضیه تالس (جزء به جزء) نسبت‌های زیر برقرار باشد:

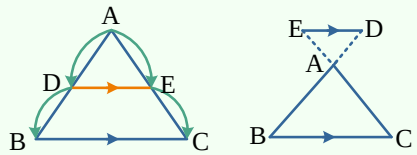
$$\frac{AE}{BE} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{x}{x+۲} = \frac{x+۳}{۲x+۴} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} x(۲x+۴) = (x+۲)(x+۳)$$

$$\Rightarrow ۲x^۲ + ۴x = x^۲ + ۵x + ۶ \Rightarrow x^۲ - x - ۶ = ۰ \Rightarrow (x-۳)(x+۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۳ \\ x = -۲ \notin \mathbb{N} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

بنابراین فقط به ازای یک مقدار طبیعی x، چهارضلعی BEFC ذوزنقه است.

قضیه تالس

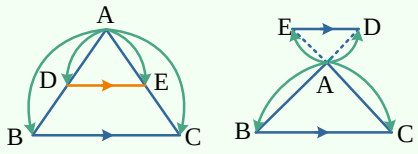
هرگاه در مثلثی، خطی موازی یکی از اضلاع، دو ضلع دیگر مثلث (یا امتداد آن‌ها) را در دو نقطه قطع کند، روی آن دو ضلع (یا امتداد آن‌ها)، پاره‌خط‌هایی جدا می‌کند که اندازهٔ آن‌ها تشکیل یک تناسب می‌دهند. این قضیه را اصطلاحاً تالس جزءبه‌جزء می‌نامیم. به عبارت دیگر، اگر در شکل‌های زیر DE با BC موازی باشد، داریم:



$$\boxed{DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}}$$

تعمیم قضیه تالس

هرگاه خطی، دو ضلع یک مثلث (یا امتداد آن‌ها) را در دو نقطه قطع کند و با ضلع سوم مثلث موازی باشد، در این صورت، مثلثی به وجود می‌آید که اندازه ضلع‌های آن با اندازه ضلع‌های مثلث اصلی متناسب است. این قضیه را اصطلاحاً تالس جزء به کل می‌نامیم. به عبارت دیگر، اگر در شکل‌های زیر DE با BC موازی باشد، داریم:

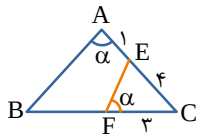


$$\boxed{DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}}$$

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۲۳- در شکل مقابل، اگر کمترین فاصله رأس A از ضلع BC برابر ۵ باشد، مساحت مثلث ABC تقریباً کدام است؟



۱) ۱۵
۲) ۱۶/۶
۳) ۱۷/۳
۴) ۱۸/۲

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

با توجه به شکل داده شده و تساوی دو زاویه $\hat{A}$ و $\hat{F}$ و همچنین زاویهٔ $\hat{C}$ که در دو مثلث CEF و ABC مشترک است، خواهیم داشت:

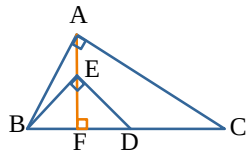
$$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{CEF}: \frac{EF}{AB}=\frac{EC}{BC}=\frac{FC}{AC} \Rightarrow \frac{۴}{BC}=\frac{۳}{۵} \Rightarrow BC=\frac{۲۰}{۳}$$

می‌دانیم که کم ترین فاصلهٔ رأس A از ضلع BC (همان ارتفاع وارد بر BC) برابر ۵ است، پس:

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}}=\frac{۱}{۲}\times AH\times BC=\frac{۱}{۲}\times ۵\times\frac{۲۰}{۳}=\frac{۱۰۰}{۶}\simeq ۱۶/۶$$

گروه آموزشی ماز

۲۴- در شکل مقابل، $EB=۶$ و $BF=۴$ است. اگر $DC=۷$ باشد، حاصل $AC-AF$ کدام است؟



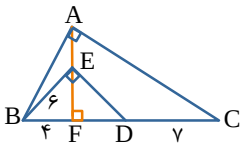
۱) $۲\sqrt{۳}$
۲) $۴\sqrt{۳}$
۳) $۶\sqrt{۳}$
۴) $۸\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

ابتدا به کمک روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه BFD، داریم:

$$EB^۲=BF\times BD \Rightarrow ۳۶=۴\times BD \Rightarrow BD=۹ \xrightarrow{BF=۴} FD=۵$$

از طرفی، در مثلث قائم‌الزاویه ABC نیز داریم:



$$\begin{cases} AC^۲=CF\times BC \\ CF=۷+۵=۱۲ \Rightarrow AC=\sqrt{۱۲\times ۱۶}=۸\sqrt{۳} \\ BC=۱۶ \end{cases}$$

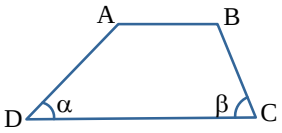
$$AF^۲=BF\times FC \Rightarrow AF=\sqrt{۴\times ۱۲}=۴\sqrt{۳}$$

در نتیجه:

$$AC-AF=۸\sqrt{۳}-۴\sqrt{۳}=۴\sqrt{۳}$$

گروه آموزشی ماز

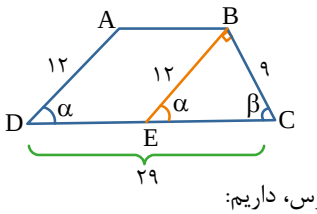
۲۵- در چهارضلعی شکل مقابل $AB \parallel CD$ و $\alpha+\beta=۹۰^\circ$ است. اگر $AD=۱۲$، $DC=۲۹$ و $BC=۹$ باشد، اندازه AB کدام است؟



۱) ۱۲
۲) ۱۴
۳) ۱۵
۴) ۱۷

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

ابتدا از رأس B خطی موازی AD بر ضلع DC وارد می‌کنیم که در این صورت چهارضلعی ABED متوازی‌الاضلاع بوده و $BE=۱۲$ است. از طرفی با توجه به اینکه $AD \parallel BE$، بنابراین در مثلث $\overset{\triangle}{BEC}$، زاویه E برابر α است.



با توجه به اطلاعات سؤال، می‌دانیم که $\alpha+\beta=۹۰^\circ$ است پس مثلث $\overset{\triangle}{BEC}$ در رأس B قائمه بوده و طبق قضیه فیثاغورس، داریم:

$$EC^۲=BE^۲+BC^۲ \Rightarrow EC=\sqrt{۸۱+۱۴۴}=۱۵$$

از طرفی:

$$DC=DE+EC \xrightarrow[DC=۲۹]{EC=۱۵} ۲۹=DE+۱۵ \Rightarrow DE=۱۴$$

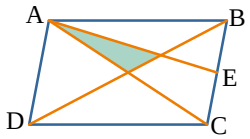
و چون چهارضلعی ABED متوازی‌الاضلاع است، پس:

$$AB=DE=۱۴$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۴-۰۵
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۲۶- در شکل مقابل، ABCD متوازی‌الاضلاع و E وسط ضلع BC است. مساحت قسمت هاشورخورده چند برابر مساحت متوازی‌الاضلاع ABCD است؟

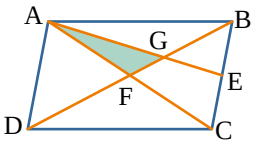


۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$

۳) $\frac{۱}{۱۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

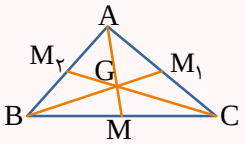
با توجه به شکل زیر، در مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$، میانه‌های AE و BF رسم شده است. نقطه G محل برخورد میانه‌های مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ است پس مساحت مثلث $\overset{\triangle}{AGF}$، $\frac{۱}{۶}$ مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ است. در نتیجه:



$$\begin{cases} S_{\overset{\triangle}{AGF}} = \frac{۱}{۶} S_{\overset{\triangle}{ABC}} \\ S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۱}{۲} S_{ABCD} \end{cases} \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{AGF}} = \frac{۱}{۱۲} S_{ABCD}$$

برخورد میانه‌ها

اگر G محل برخورد میانه‌ها باشد:



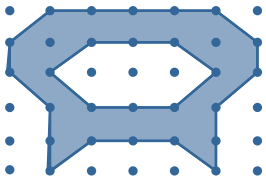
$AG = ۲GM$

$CG = ۲GM_۲$

$BG = ۲GM_۱$

گروه آموزشی ماز

۲۷- مساحت ناحیه هاشورخورده شکل مقابل کدام است؟



۱) ۱۴
۲) ۱۵
۳) ۱۶
۴) ۱۷

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

ابتدا مساحت چندضلعی بزرگ‌تر را محاسبه می‌کنیم:

$$S_۱ = \frac{b}{۲} + i - ۱$$

$$\xrightarrow[i=۱۳]{b=۱۸} S_۱ = \frac{۱۸}{۲} + ۱۳ - ۱ = ۹ + ۱۲ = ۲۱$$

حال مساحت چندضلعی کوچک‌تر را نیز به دست می‌آوریم:

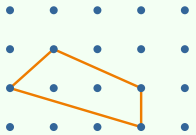
$$S_۲ = \frac{b}{۲} + i - ۱ \xrightarrow[i=۳]{b=۸} S_۲ = \frac{۸}{۲} + ۳ - ۱ = ۴ + ۲ = ۶$$

در نتیجه مساحت ناحیه هاشورخورده برابر است با:

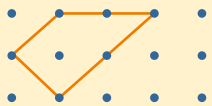
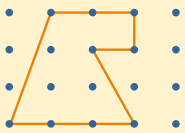
$$S_{\text{هاشور}} = S_۱ - S_۲ = ۲۱ - ۶ = ۱۵$$

هر آنچه باید در مورد چندضلعی شبکه‌ای بدانید

مطابق شکل، نقطه‌هایی که روی خط‌های افقی و عمودی واقع‌اند به طوری که فاصلهٔ هر دو نقطهٔ متوالی روی یک خط افقی یا خط عمودی برابر یک واحد باشد را نقاط شبکه‌ای می‌نامند.

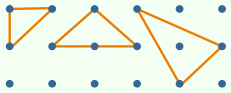


اگر یک چندضلعی، تمام رأس‌هایش روی نقاط شبکه‌ای باشد، چندضلعی شبکه‌ای نامیده می‌شود.

۱) نقاط شبکه‌ای واقع بر رأس‌ها و ضلع‌های چندضلعی را نقاط مرزی می‌نامند و تعداد آن‌ها را با b نشان می‌دهند.	۲) نقاط واقع در درون چندضلعی شبکه‌ای را نقاط درونی می‌نامند و تعداد آن‌ها را با i نشان می‌دهند.
⇐ تعداد نقاط مرزی = b = ۶ 	⇐ تعداد نقاط درونی = i = ۳ 

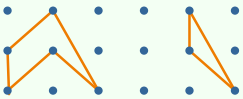
۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

تعداد نقاط مرزی چندضلعی‌های شبکه‌ای هرگز کمتر از ۳ نمی‌تواند باشد یا به عبارت دیگر، هر چندضلعی شبکه‌ای حداقل ۳ نقطه مرزی دارد.



$$\text{چندضلعی شبکه‌ای} \Rightarrow b \geq ۳$$

چندضلعی‌های شبکه‌ای می‌توانند نقطه درونی نداشته باشند یا به عبارت دیگر تعداد نقاط درونی چندضلعی‌های شبکه‌ای حداقل صفر است.



$$\text{چندضلعی شبکه‌ای} \Rightarrow i \geq ۰$$

اگر b تعداد نقاط مرزی و i تعداد نقاط درونی چندضلعی شبکه‌ای باشد، مساحت آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$S = \frac{b}{۲} + i - ۱$$

گروه آموزشی ماز

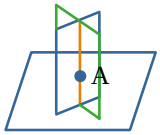
۲۸- کدام‌یک از گزاره‌های زیر، همواره درست است؟

۱) از یک نقطهٔ خارج یک صفحه، بی‌شمار صفحه می‌توان بر صفحهٔ مفروض عمود رسم کرد.
۲) هرگاه خطی در فضا یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند.
۳) هرگاه خطی با یکی از دو خط متنافر، موازی باشد، با خط دیگر متنافر است.
۴) از هر نقطهٔ غیرواقع بر یک خط، تنها یک خط متنافر با آن خط می‌گذرد.

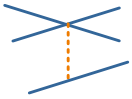
پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۴)

بررسی گزینه‌ها:

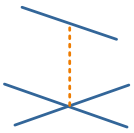
۱ از هر نقطهٔ خارج از یک صفحه، می‌توان خطی بر آن صفحه عمود رسم کرد. هر صفحهٔ شامل این خط، بر صفحه، مفروض عمود است. پس این گزاره همواره درست است.



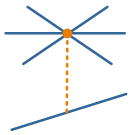
۲ در یک صفحه، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند، ولی این موضوع در فضا الزاماً برقرار نیست.



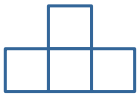
۳ اگر خطی با یکی از دو خط متنافر، موازی باشد، با خط دیگر متقاطع یا متنافر است.

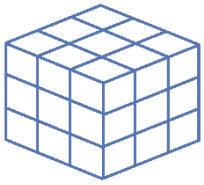


۴ از هر نقطهٔ غیرواقع بر یک خط، بی‌شمار خط متنافر با آن خط می‌گذرد.



گروه آموزشی ماز

۲۹- حداقل چند مکعب کوچک از شکل زیر باید برداشته شود تا نمای بالای آن به صورت  **دیده شود؟**

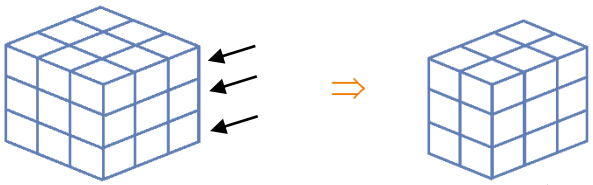


۱) ۱۵
۲) ۱۹
۳) ۲۱
۴) ۲۳

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۴)

برای اینکه نمای بالای خواسته شده به دست آید به ترتیب مکعب‌های زیر را حذف می‌کنیم:



در این مرحله ۳ ردیف ۳ تایی مکعب یعنی $۳\times۳=۹$ را حذف کردیم، حالا به سراغ مرحله بعدی می‌رویم:

در این مرحله ۲ ردیف ۳ تایی مکعب یعنی $۲\times۳=۶$ تا را حذف کردیم. توجه داشته باشید که تعداد مکعب‌هایی که حذف کردیم تا به این نما برسیم کمترین تعداد ممکن بود.

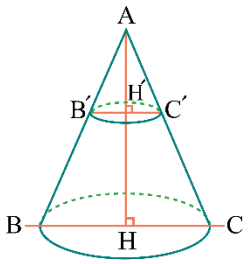
گروه آموزشی ماز

۳۰- یک مخروط قائم به ارتفاع ۱۵ واحد و مساحت قاعده ۱۴۴π واحد مربع مفروض است. اگر این مخروط را با صفحه ای موازی با قاعده مخروط و به فاصله ۵ واحد از رأس آن تلاقی دهیم، مساحت سطح مقطع حاصل کدام است؟

۱) ۶π ۲) ۹π ۳) ۱۶π ۴) ۲۵π

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

مطابق شکل سطح مقطع حاصل، دایره به قطر $B'C'$ است. با توجه به مساحت قاعده مخروط داریم:



$$S=\pi(BH)^۲ \Rightarrow ۱۴۴\pi=\pi(BH)^۲$$
$$\Rightarrow BH=۱۲$$

طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث ABH داریم:

$$B'H' \parallel BH \Rightarrow \frac{B'H'}{BH}=\frac{AH'}{AH} \Rightarrow \frac{B'H'}{۱۲}=\frac{۵}{۱۵}$$
$$\Rightarrow B'H'=۴$$

بنابراین مساحت سطح مقطع حاصل برابر است با:

$$S'=\pi(B'H')^۲=۱۶\pi$$

برش مخروط

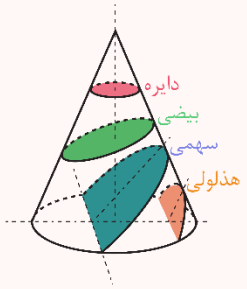
سطح مقطع یک مخروط قائم در برخورد با صفحه‌های مختلف به صورت‌های زیر است:

صفحه افقی: سطح مقطع دایره است.

صفحه مایل: سطح مقطع بیضی است.

سطح مایل و موازی با یال مخروط: سطح مقطع سهمی است.

صفحه قائم: سطح مقطع هذلولی است.



گروه آموزشی ماز

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۳۱- در مدل‌سازی حرکت توپ، کدام‌یک از اثرات زیر را نباید نادیده گرفت؟

۱) اندازه و شکل توپ
۲) مقاومت هوا و اثر ورزش باد ملایم
۳) تغییر وزن توپ با فاصله از زمین
۴) نیروی جاذبهٔ زمین

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

نیروی جاذبهٔ زمین را نباید نادیده گرفت زیرا در این صورت مدل ما پیش‌بینی می‌کند که وقتی توپی به بالا پرتاب شود، در یک خط مستقیم بالا می‌رود.

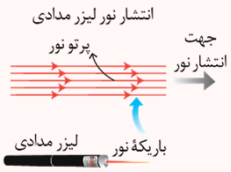
مدل‌سازی

برای بررسی پدیده‌ها از مدل‌سازی استفاده می‌کنیم و طی این کار، یک پدیده آن‌قدر ساده می‌شود تا بتوانیم آن را بدون پیچیدگی، بررسی و تحلیل کنیم.

نکته

در مدل‌سازی از اثرهای جزئی صرف‌نظر می‌کنیم و آن‌ها را نادیده می‌گیریم.

بعضی از مدل‌سازی‌ها که ممکن است در سؤالات با آن‌ها مواجه شوید را در جدول زیر آورده‌ایم

پدیدهٔ فیزیکی	چگونگی مدل‌سازی
	نیروی گرانشی زمین به توپ، عامل مهمی است و باید حتماً لحاظ شود. عواملی مثل مقاومت هوا، تغییر نیروی گرانشی با تغییر ارتفاع، شکل و ابعاد توپ و چرخش آن، عوامل فرعی هستند و می‌توان از آن‌ها صرف‌نظر کرد و توپ را به‌صورت یک جسم نقطه‌ای درنظر گرفت.
	نیروی دست شخص و نیروی اصطکاک با سطح افقی عوامل مهم و تأثیرگذار هستند و باید حتماً لحاظ شوند. ابعاد جسم و نیروی مقاومت هوا، عوامل جزئی هستند و می‌توانیم آن‌ها را نادیده بگیریم و جسم را به‌صورت نقطه‌ای فرض کنیم.
	نیروی گرانش زمین عامل مهم و تأثیرگذاری است و حتماً باید درنظر گرفته شود. از طرفی با توجه به ابعاد بزرگ چتر، نیروی مقاومت هوا قابل‌توجه است و باید آن را هم درنظر بگیریم؛ بنابراین از ابعاد چتر و نیروی مقاومت هوا نیز نمی‌توانیم چشم‌پوشی کنیم.
	با توجه به ابعاد کوچک منبع نور لیزر، می‌توانیم در مدل‌سازی، آن را یک منبع نور نقطه‌ای درنظر بگیریم. پرتوهای نور منتشرشده به مقدار کمی واگرا هستند ولی در مدل‌سازی برای سادگی تحلیل می‌توان آن‌ها را موازی فرض کرد.

گروه آموزشی ماز

۳۲- کدام یکاها، همگی مربوط به کمیت‌های اصلی هستند؟

۱) ژول، کولن و مول
۲) کیلوگرم، آمپر و مول
۳) کیلوگرم، کولن و کندلا (شمع)
۴) ژول، آمپر و کندلا (شمع)

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ حفظی ـ ۱۰۰۱)

درس‌نامه

کمیت‌های اصلی: کمیت‌هایی که یکاهای آن‌ها به‌طور مستقل تعریف می‌شوند، کمیت اصلی و یکای آن‌ها را یکای اصلی می‌نامند.

۷ کمیت اصلی وجود دارد:

کمیت	طول	جرم	زمان	جریان الکتریکی	دما	مقدار ماده	شدت روشنایی
یکا	متر (m)	کیلوگرم (kg)	ثانیه (s)	آمپر (A)	کلوین (K)	مول (mol)	کَندِلا (cd)

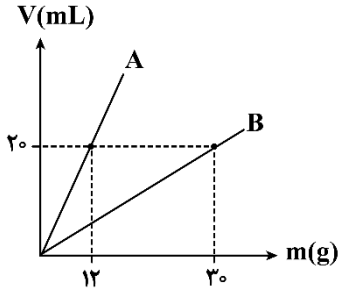
کمیت‌های فرعی: کمیت‌هایی که یکاهای آن‌ها با استفاده از یکاهای اصلی تعریف می‌شوند، کمیت فرعی و یکای آن‌ها را یکای فرعی می‌نامند.

با توجه به درسنامهٔ بالا گزینهٔ (۲) صحیح است.

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۳۳- نمودار تغییرات حجم برحسب جرم دو مایع A و B مطابق شکل است. چند میلی‌لیتر از مایع A را با ۴۵۰ گرم از مایع B مخلوط کنیم تا چگالی مایع به‌دست‌آمده، ۱۰ درصد بیش‌تر از چگالی مایع A باشد؟ (در اثر اختلاط دو مایع، تغییر حجمی صورت نمی‌گیرد.)



۱) ۱۴۰۰
۲) ۲۴۰۰
۳) ۳۶۰۰
۴) ۴۲۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ نموداری ـ ۱۰۰۱)

گام اول:

با توجه به نمودار، چگالی مایع‌های A و B را محاسبه می‌کنیم $(1mL = 1cm^3)$:

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} = \frac{12}{20} = 0/6 \frac{g}{cm^3}$$

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{30}{20} = 1/5 \frac{g}{cm^3}$$

گام دوم:

می‌خواهیم چگالی مخلوط، ۱۰ درصد بیش‌تر از چگالی مایع A شود، یعنی:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{110}{100}\rho_A = \frac{11}{10} \times 0/6 = 0/66 \frac{g}{cm^3}$$

گام آخر:

با استفاده از رابطهٔ چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{\overbrace{m_A}^{\rho_A V_A} + m_B}{V_A + \underbrace{V_B}_{\frac{m_B}{\rho_B}}} \Rightarrow 0/66 = \frac{0/6V_A + 450}{V_A + \frac{450}{1/5}}$$

$$\Rightarrow 0/66 = \frac{0/6V_A + 450}{V_A + 300} \Rightarrow 0/66V_A + 198 = 0/6V_A + 450$$

$$\Rightarrow 0/06V_A = 252 \Rightarrow V_A = 4200 cm^3$$

چگالی

جرم واحد حجم جسم را چگالی گویند و از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

که در این رابطه: m : جرم ماده برحسب کیلوگرم (kg)، V : حجم ماده برحسب مترمکعب (m^3) و ρ : چگالی ماده برحسب کیلوگرم بر متر مکعب $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$ است.

تبدیل یکاهای چگالی:

یکا در SI	یکای متداول
$\frac{kg}{m^3} \leftarrow \rho = \frac{m(kg)}{V(m^3)}$	$\frac{g}{cm^3} \leftarrow \rho = \frac{m(g)}{V(cm^3)}$

$$\frac{kg}{L} = \frac{g}{cm^3} \xrightarrow{\times 10^3} \frac{kg}{m^3} = \frac{g}{L}$$

$$m^3 \xrightarrow{\times 10^3} dm^3 = L \xrightarrow{\times 10^3} cm^3 = cc = mL$$

$$g \xrightarrow{\times 10^{-3}} kg$$

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

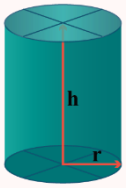
نکته

۱- چگالی از ویژگی‌های مادهٔ سازندهٔ یک جسم است و به جرم و حجم جسم بستگی ندارد. مثلاً چگالی یک لیوان آب با چگالی دریایی از آب برابر است.

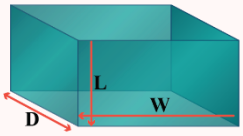
۲- چگالی جامدها و مایع‌ها به جنس و دمای آن‌ها بستگی دارد.

۳- چگالی گازها علاوه‌بر جنس و دما به فشار گاز هم وابسته است.

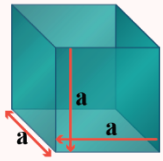
محاسبهٔ حجم شکل‌های منظم



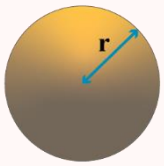
حجم استوانه $V = \pi r^2 h$



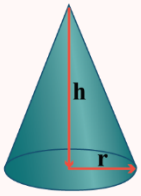
حجم مکعب‌مستطیل $V = D \times W \times L$



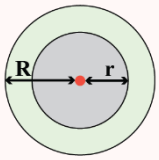
حجم مکعب $V = a^3$



حجم کره $V = \frac{4}{3}\pi r^3$



حجم مخروط $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

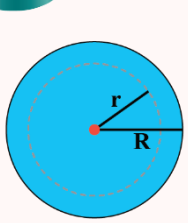


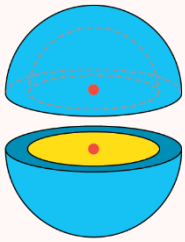
حجم واقعی (حجم توپر) استوانهٔ توخالی به شعاع داخلی (r) و شعاع خارجی (R)

حجم داخلی (حفره) $V = \pi r^2 h$

حجم خارجی (ظاهری) $V = \pi R^2 h$

حجم توپر (واقعی) $V = \pi(R^2 - r^2)h$





حجم واقعی (حجم توپر) کره‌ی توخالی به شعاع داخلی (r) و شعاع خارجی (R)

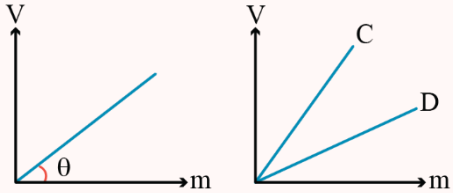
حجم داخلی (حفره) $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

حجم خارجی (ظاهری) $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

حجم توپر (واقعی) $V = \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$

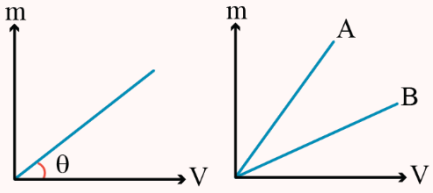
نمودارهای چگالی

نمودار حجم برحسب جرم



$\rho_D > \rho_C$ $\tan\theta = \frac{1}{\rho}$

نمودار جرم برحسب حجم



$\rho_A > \rho_B$ $\tan\theta = \rho$

نموداری که به محور m نزدیک‌تر باشد، چگالی بیش‌تری دارد.

محاسبهٔ چگالی مخلوط (آلیاژ)

اگر چند ماده را با یکدیگر مخلوط کنیم، مشروط بر این‌که تغییر حجمی صورت نگیرد، چگالی آلیاژ (مخلوط) از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\rho_t = \frac{m_t}{V_t} \rightarrow \rho_t = \frac{m_1 + m_2 + \cdots}{V_1 + V_2 + \cdots}$$

اشتباه متداول: متأسفانه بعضی از دانش‌آموزان برای پیدا کردن چگالی مخلوط، چگالی مواد اولیه را باهم جمع و تقسیم بر تعداد مواد می‌کنند (درواقع میانگین چگالی‌های مواد اولیه را حساب می‌کنند) که این کار کاملاً اشتباه است.

✓ در مخلوط دو ماده، قانون پایستگی جرم الزاماً برقرار است.

$$m_t = m_1 + m_2$$

✓ در مخلوط دو ماده الزاماً قانون پایستگی حجم برقرار نیست.

۱- اگر تداخل حجمی صورت نگیرد:

$$V_t = V_1 + V_2$$

www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۲- اگر تداخل حجمی اتفاق افتد $V_t \neq V_1 + V_2$: مثلاً اگر حجم مخلوط ۲۰ درصد کاهش یابد، داریم:

$$V_t = (V_1 + V_2) - \Delta V = \frac{80}{100}(V_1 + V_2)$$

گروه آموزشی ماز

۳۴- چند مورد از موارد زیر درست است؟

الف: اندازهٔ میانگین مولکول‌های گاز خیلی بیش‌تر از جامد و مایع است و در حدود ۳۵ آنگستروم می‌باشد.

ب: حرکات کاتوره‌ای در مولکول‌های مایع و گاز دیده می‌شود.

پ: نیروهای بین‌مولکولی، کوتاه‌برد هستند؛ یعنی وقتی فاصلهٔ بین مولکول‌ها چند برابر فاصلهٔ بین‌مولکولی شود، نیروهای بین‌مولکولی بسیار کوچک و عملاً صفر خواهند شد.

ت: تشکیل حباب آب و صابون و راه رفتن حشره‌ها بر روی آب را می‌توان با دلیل فیزیکی یکسانی توضیح داد.

ث: هرچه به سطح زمین نزدیک‌تر شویم، چگالی و فشار هوا کم‌تر می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ خط‌به‌خط کتاب درسی ـ ۱۰۰۲)

موارد «ب»، «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

الف) فاصلهٔ (نه اندازهٔ مولکول) میانگین گازها خیلی بیش‌تر از جامد و مایع و حدود $35\,\mathring{A}$ است.

ث) بنا به گفته‌های کتاب درسی هرچه به سطح زمین نزدیک‌تر شویم، چگالی و فشار هوا بیش‌تر می‌شود.

خلاصهٔ حفظیات مربوط به حالت‌های ماده

۱- مواد از ذره‌های ریزی به نام اتم یا مولکول تشکیل شده‌اند. اندازهٔ اتم‌ها در حدود یک تا چند آنگستروم است و اندازهٔ مولکول‌ها به این بستگی دارد که از چند اتم ساخته شده باشند. اندازهٔ برخی درشت‌مولکول‌ها مانند بَسپارها (پلیمرها) می‌تواند تا ۱۰۰۰ آنگستروم نیز باشد.

۲- ذره‌های سازندهٔ مواد همواره در حرکت‌اند و به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند. حالت ماده به چگونگی حرکت این ذره‌ها و اندازهٔ نیروی بین آن‌ها بستگی دارد.

۳- حالت چهارم ماده پلاسما نامیده می‌شود که اغلب در دماهای خیلی بالا به‌وجود می‌آید. مادهٔ درون ستارگان و بیش‌تر فضای بین‌ستاره‌ای، آذرخش، شفق‌های قطبی، آتش و مادهٔ داخل لولهٔ تابان لامپ‌های مهتابی از پلاسما تشکیل شده است.

۴- جسم جامد، حجم و شکل معیّنی دارد. ذرات جامد به‌سبب نیروهای الکتریکی که به یکدیگر وارد می‌کنند، در کنار یکدیگر می‌مانند. این ذرات در مکان‌های معیّنی نسبت به یکدیگر قرار دارند و در اطراف این مکان‌ها، نوسان‌های بسیار کوچکی دارند.

۵- جامدها به دو دسته تقسیم می‌شوند: ۱. جامدهای بلورین (کریستالی) ۲. جامدهای آمورف (بی‌شکل)

۶- جامدهای بلورین، جامدهایی هستند که اتم‌های آن‌ها در طرح‌های منظمی کنار هم قرار می‌گیرند و جامد در یک الگوی سه‌بُعدی تکرارشونده از این واحدهای منظم ساخته می‌شود.

۷- فلزها، نمک‌ها، الماس، یخ و بیش‌تر مواد معدنی ازجمله جامدهای بلورین هستند.

۸- وقتی مایعی را به‌آهستگی سرد کنیم، اغلب جامد بلورین تشکیل می‌شود؛ زیرا در این فرایند، ذرات مایع فرصت کافی دارند تا در طرح‌های منظمی خود را مرتب کنند.

۹- جامد آمورف، جامدی است که ذرات آن در طرح‌های منظمی کنار هم قرار ندارند. شیشه و قیر مثالی از جامد آمورف است.

۱۰- وقتی مایعی را به‌سرعت سرد کنیم، معمولاً جامد آمورف به‌وجود می‌آید؛ زیرا در این فرایند، ذرات، فرصت کافی ندارند تا در طرحی منظم، مرتب شوند.

۱۱- مولکول‌های مایع، نظم و تقارن جامدهای بلورین را ندارند و به‌صورت نامنظم و نزدیک به یکدیگر قرار گرفته‌اند. مایع به‌راحتی جاری می‌شود و به شکل ظرف خودش درمی‌آید؛ زیرا مولکول‌های مایع می‌توانند روی هم بلغزند.

۱۲- فاصلهٔ بین ذرات سازندهٔ جامد و مایع تقریباً یکسان و در حدود یک آنگستروم است.

۱۳- حل شدن نمک در آب و پخش شدن جوهر در آب مثال‌هایی از پدیده‌ای به نام پدیدهٔ پخش در مایع هستند. دلیل این پدیده به حرکت‌های نامنظم و کاتوره‌ای مولکول‌های آب و برخورد آن‌ها با ذرات سازندهٔ نمک و جوهر مربوط می‌شود که موجب پخش آن‌ها در آب می‌گردد.

۱۴- گاز، ماده‌ای است که شکل مشخصی ندارد. اتم‌ها و مولکول‌های آن آزادانه و با تندی بسیار زیاد به اطراف حرکت و با یکدیگر و با دیواره‌های ظرفی که در آن قرار دارند، برخورد می‌کنند.

۱۵- فاصلهٔ میانگین مولکول‌های گاز در مقایسه با اندازهٔ آن‌ها، خیلی بیش‌تر است. مثلاً اندازهٔ مولکول‌های هوا بین ۱ تا ۳ آنگستروم است، درحالی‌که فاصلهٔ میانگین آن‌ها در شرایط معمولی در حدود ۳۵ آنگستروم می‌باشد.

۱۶- با ورود هوا به درون یک سرنگ سربسته می‌بینیم که به‌راحتی می‌توانیم سرنگ را فشرده کنیم؛ اما با ریختن آب درون آن می‌بینیم که نمی‌توان پیستون سرنگ را به پایین آورده و آن را متراکم کرد. از این آزمایش نتیجه می‌گیریم که گازها تراکم‌پذیرند اما مایعات تقریباً تراکم‌ناپذیر می‌باشند.

۱۷- حرکت نامنظم و کاتوره‌ای ذرات دود در هوا را حرکت براونی می‌گوییم. دلیل این حرکت نامنظم، برخورد ذرات دود با مولکول‌های هوا است که به‌طور نامنظم و کاتوره‌ای درحال حرکت هستند.

۱۸- پدیدهٔ پخش در گازها نیز رخ می‌دهد. مثالی از آن را می‌توانیم هنگام باز کردن درب یک شیشهٔ عطر ببینیم که پس از چند ثانیه ذرات عطر در همه‌جای اتاق پخش و بوی آن حس می‌شود. سرعت پدیدهٔ پخش در گازها از مایعات بیش‌تر است و دلیل آن تندتر بودن حرکت نوسانی مولکول‌های گاز و بیش‌تر بودن فاصلهٔ بین آن‌ها است.

۱۹- نیروهای بین‌مولکولی کوتاه‌بردند؛ یعنی وقتی فاصلهٔ بین مولکول‌ها چند برابر فاصلهٔ بین‌مولکولی می‌شود، نیروهای بین‌مولکولی بسیار کوچک و عملاً صفر خواهند شد.

۲۰- با افزایش فاصله از سطح زمین، چگالی و فشار هوا کاهش می‌یابد.

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۳۵- درون یک ظرف استوانه‌ای، ۲/۵ لیتر مایع به چگالی $۱/۲\frac{g}{cm^۳}$ قرار دارد. اگر سطح مقطع استوانه $۵۰cm^۲$ باشد، فشار پیمانه‌ای در کف ظرف چند سانتی‌متر جیوه است؟ $(\rho_{جیوه}=۱۳/۶\frac{g}{cm^۳})$

۱) ۷/۶ ۲) ۴/۴ ۳) ۸/۲ ۴) ۲/۸

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

ارتفاع مایع درون ظرف را به‌دست می‌آوریم:

$$V=Ah_{مایع}\Rightarrow ۲/۵\times۱۰^۳cm^۳=۵۰cm^۲\times h_{مایع}\Rightarrow h_{مایع}=۵۰cm$$

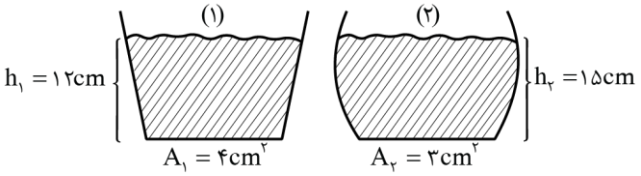
برای نوشتن فشار برحسب cmHg داریم:

$$\rho_{مایع}h_{مایع}=\rho_{جیوه}h_{جیوه}$$

$$\Rightarrow ۱/۲\times۵۰=۱۳/۶h_{جیوه}\Rightarrow h_{جیوه}=\frac{۶۰}{۱۳/۶}\Rightarrow h_{جیوه}=۴/۴cm$$

گروه آموزشی ماز

۳۶- در شکل زیر، دو ظرف شیشه‌ای از یک نوع مایع پر شده‌اند. با توجه به اطلاعات داده‌شده کدام گزینه صحیح است؟



۱) فشار ناشی از مایع بر کف ظرف (۱)، ۲۵ درصد بیش‌تر از ظرف (۲) است.
۲) فشار ناشی از مایع بر کف ظرف (۲)، ۷۵ درصد بیش‌تر از ظرف (۱) است.
۳) نیروی ناشی از مایع بر کف ظرف (۱)، تقریباً ۷ درصد بیش‌تر از ظرف (۲) است.
۴) نیروی ناشی از مایع بر کف ظرف (۲)، تقریباً ۷ درصد بیش‌تر از ظرف (۱) است.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی/ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

مقدار ρ و g برای هر دو ظرف یکسان است.

$$\left.\begin{array}{l}\text{فشار ناشی از مایع بر کف ظرف یک}: \rho gh_۱=\rho g\times۰/۱۲\\ \text{فشار ناشی از مایع بر کف ظرف دو}: \rho gh_۲=\rho g\times۰/۱۵\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{۰/۱۵\rho g}{۰/۱۲\rho g}=۱/۲۵$$

پس فشار ناشی از مایع بر کف ظرف (۲)، ۲۵ درصد بیش‌تر از فشار ناشی از مایع بر کف ظرف (۱) است.

$$(P=\frac{F}{A}\Rightarrow F=PA=\rho gh\times A)$$

نیروی ناشی از مایع بر کف ظرف (۱): $\rho gh_۱\times A_۱=\rho g\times۰/۱۲\times۴\times۱۰^{-۴}=۴۸\times۱۰^{-۶}\rho g$

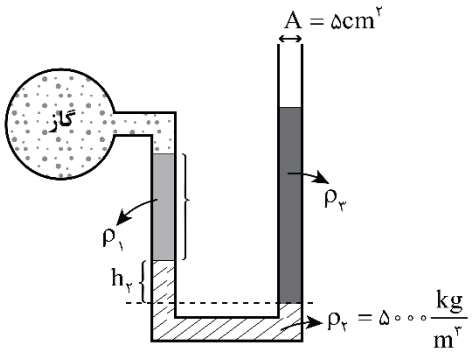
نیروی ناشی از مایع بر کف ظرف (۲): $\rho gh_۲\times A_۲=\rho g\times۰/۱۵\times۳\times۱۰^{-۴}=۴۵\times۱۰^{-۶}\rho g$

$$\frac{F_۱}{F_۲}=\frac{۴۸\times۱۰^{-۶}\rho g}{۴۵\times۱۰^{-۶}\rho g}=\frac{۱۶}{۱۵}\simeq۱/۰۷$$

پس نیروی ناشی از مایع بر کف ظرف (۱)، تقریباً ۷ درصد بیش‌تر از نیروی ناشی از مایع بر کف ظرف (۲) است.

گروه آموزشی ماز

۳۷- در شکل زیر، اگر فشار پیمانه‌ای مخزن گاز ۲kPa و جرم مایع (۳) (با چگالی $\rho_۳$)، ۱۵۰ گرم از جرم مایع (۱) (با چگالی $\rho_۱$) بیش‌تر باشد، ارتفاع $h_۲$ چند سانتی‌متر است؟ ($g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ و سطح مقطع لوله در تمام نقاط یکسان است.)



۱) ۱
۲) ۶
۳) ۲
۴) ۴

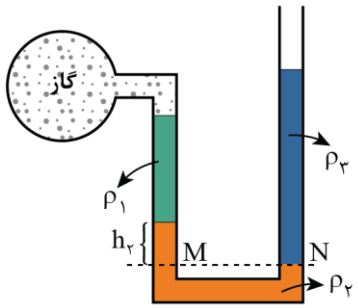
پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۲)

مطابق شکل زیر، نقاط M و N که هم‌تراز و هم‌فشار هستند را انتخاب می‌کنیم.

$$P_M=P_N\Rightarrow P_{گاز}+\rho_۱gh_۱+\rho_۲gh_۲=P_۰+\rho_۳gh_۳$$

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

چون ارتفاع مایعات ρ_1 و ρ_3 داده نشده است، برای محاسبهٔ فشار از رابطهٔ $\frac{mg}{A}$ استفاده می‌کنیم. پس خواهیم داشت: $(P_g = P_{گاز} - P_0)$



$$P_g + \frac{m_1 g}{A} + \rho_2 g h_2 = \frac{m_3 g}{A}$$

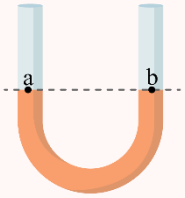
$$2000 + \frac{m_1 \times 10}{5\times10^{-4}} + 5000\times10 h_2 = \frac{m_3\times10}{5\times10^{-4}} \xrightarrow{m_3 - m_1 = 150g}$$

$$5000 h_2 = \frac{(m_3 - m_1)\times10}{5\times10^{-4}} - 2000 = \frac{0/15\times10}{5\times10^{-4}} - 2000 = 3000 - 2000 = 1000$$

$$5000 h_2 = 1000 \Rightarrow h_2 = 0/02m = 2cm$$

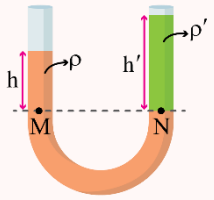
لوله‌های U‌شکل

اگر در یک لولهٔ U‌شکل مقداری مایع بریزیم، به‌صورت شکل روبه‌رو درمی‌آید. در این حالت فشار در نقاط a و b برابر است.



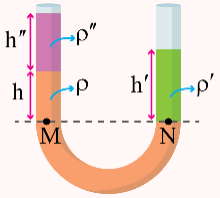
$$P_a = P_b$$

اگر در یکی از شاخه‌ها، مایع دیگری بریزیم (با فرض این‌که چگالی کم‌تری داشته باشد) پس از برقراری تعادل، لولهٔ U‌شکل به‌صورت زیر، خواهد شد:
فشار در نقاط M و N برابر خواهد شد (نقاط هم‌تراز در یک شاره)



$$P_M = P_N \rightarrow P_0 + \rho g h = P_0 + \rho' g h'$$
$$\rho h = \rho' h'$$

این پاسخ قابل‌تعمیم است، مثلاً اگر لولهٔ U‌شکل شامل سه مایع به‌صورت زیر باشد، خواهیم داشت:



$$\rho h + \rho'' h'' = \rho' h'$$

نکته

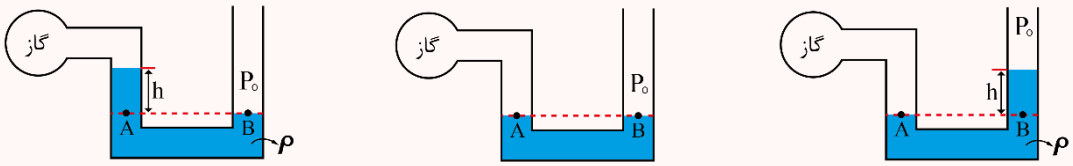
در لوله‌های U‌شکل با توجه به استوانه‌ای‌شکل بودن هر یک از شاخه‌ها، برای محاسبهٔ فشار ناشی از مایع در یکی از شاخه‌ها علاوه‌بر رابطهٔ $P = \rho g h$ می‌توانیم از رابطهٔ $P = \frac{mg}{A}$ هم استفاده کنیم.

فشار پیمانه‌ای

به اختلاف فشار شاره (گاز یا مایع) با فشار هوا، فشار پیمانه‌ای می‌گویند و با نماد P_g نمایش می‌دهند، یعنی:

$$P_g = P_{شاره} - P_0$$

با توجه به تعریف بالا، ۳ حالت برای فشار پیمانه‌ای وجود دارد که در ادامه برای فشار پیمانه‌ای گاز در مانومتر بررسی می‌کنیم:



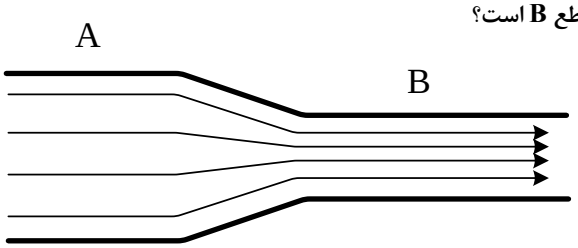
$P_{گاز} < P_0$ $\quad P_g = P_{گاز} - P_0 = -\rho g h$

$P_{گاز} = P_0$ $\quad P_g = P_{گاز} - P_0 = 0$

$P_{گاز} > P_0$ $\quad P_g = P_{گاز} - P_0 = +\rho g h$

www.biomaze.ir
۱۴۰۴-۰۵
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۳۸- در شکل زیر، سیال تراکم ناپذیری که حجم لوله را پُر کرده است. در راستای افقی جاری است و شعاع مقطع لوله در قسمت A دو برابر شعاع مقطع لوله در قسمت B است. آهنگ شارش سیال در مقطع A چند برابر آهنگ شارش در مقطع B است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) ۲

۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۲)

نکته

۱- آهنگ شارش حجمی درون یک لوله برابر Av است که A، سطح مقطع لوله و v تندی شاره است.

۲- معادلهٔ پیوستگی:

$$Av = \text{ثابت} \Rightarrow A_۱v_۱ = A_۲v_۲$$

طبق معادلهٔ پیوستگی، آهنگ حجمی شارش جریان در همهٔ قسمت‌های لوله برابر است و ربطی به مساحت مقطع لوله ندارد.

گروه آموزشی ماز

۳۹- تندی یک موشک در یک بازهٔ زمانی، ۲۵ درصد افزایش یافته است. اگر در این بازهٔ زمانی، انرژی جنبشی موشک ثابت مانده باشد، جرم موشک از طریق مصرف سوخت، چند درصد کاهش یافته است؟

۱) ۷۵ ۲) ۶۴ ۳) ۳۶ ۴) ۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

نکته

برای مقایسهٔ انرژی جنبشی در دو حالت، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم.

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow \frac{K_۲}{v^۲} = \frac{m_۲}{m_۱} \times \left(\frac{v_۲}{v_۱}\right)^۲$$

تندی ۲۵ درصد افزایش یافته است، پس:

$$v_۲ = v_۱ + \frac{۲۵}{۱۰۰}v_۱ \Rightarrow v_۲ = \frac{۵}{۴}v_۱$$

انرژی جنبشی ثابت مانده، پس: $K_۲ = K_۱$

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱} = \frac{m_۲}{m_۱} \times \left(\frac{v_۲}{v_۱}\right)^۲ \Rightarrow ۱ = \frac{m_۲}{m_۱} \times \left(\frac{v_۲}{v_۱}\right)^۲ \Rightarrow \frac{m_۲}{m_۱} = \left(\frac{v_۱}{v_۲}\right)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{m_۲}{m_۱} = \left(\frac{v_۱}{\frac{۵}{۴}v_۱}\right)^۲ \Rightarrow m_۲ = \frac{۱۶}{۲۵}m_۱$$

$$\text{درصد تغییر جرم} = \frac{m_۲ - m_۱}{m_۱} \times ۱۰۰ = \frac{\frac{۱۶}{۲۵}m_۱ - m_۱}{m_۱} \times ۱۰۰ = -۳۶\%$$

گروه آموزشی ماز

۴۰- اگر کار نیروی $\vec{F} = \alpha\vec{i} + ۲\alpha\vec{j}$ در جابه‌جایی $\vec{d} = ۱۰\vec{i}$ برابر ۳۰۰ ژول باشد، کار این نیرو در جابه‌جایی $\vec{d'} = -۱۰\vec{j}$ برابر چند ژول است؟ (یکاها در SI است.)

۱) ۳۰۰ ۲) -۳۰۰ ۳) ۶۰۰ ۴) -۶۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

نکته

کار نیروی $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j}$ در جابه‌جایی $\vec{d} = d_x\vec{i} + d_y\vec{j}$ برابر است با:

$$W = F_xd_x + F_yd_y$$

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

طبق نکتهٔ بالا، داریم:

$\vec{d}$ در جابه‌جایی $\vec{F}$ کار نیروی $= \alpha\times ۱۰ + ۲\alpha\times ۰ \Rightarrow ۳۰۰ = ۱۰\alpha \Rightarrow \alpha = ۳۰(N)$

$\vec{d}'$ در جابه‌جایی $\vec{F}$ کار نیروی $= \alpha\times ۰ + ۲\alpha\times(-۱۰) = ۲\times ۳۰\times(-۱۰) = -۶۰۰J$

کنکور سراسری تجربی ۱۳۹۸

نیروی $\vec{F} = (۳۰N)\vec{i} + (۴۰N)\vec{j}$ به جسمی به جرم ۵kg وارد می‌شود و آن را روی سطح افقی به‌اندازهٔ $\Delta\vec{x} = (۶m)\vec{i}$ جابه‌جا می‌کند. کار نیروی $\vec{F}$ در این جابه‌جایی چند ژول است؟

۱) ۱۸۰ ۲) ۲۴۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۴۲۰

پاسخ تشریحی:

$$W = (F_x d_x) + (F_y d_y) \rightarrow W = (۳۰\times ۶) + (۴۰\times ۰) \rightarrow W = ۱۸۰J$$

پاسخ: گزینهٔ ۱

نکته

کار نیروی $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j}$ در جابه‌جایی $\vec{d} = d_x\vec{i} + d_y\vec{j}$:

نیروی F_x بر d_y جابه‌جایی عمود و با جابه‌جایی d_x هم‌جهت است. از طرفی، نیروی F_y بر جابه‌جایی d_x عمود و با جابه‌جایی d_y هم‌جهت است؛ بنابراین:

$$W_F = F_x d_x \overset{۱}{\cancel{\cos ۰^\circ}} + F_x d_y \overset{۰}{\cancel{\cos ۹۰^\circ}} + F_y d_x \overset{۰}{\cancel{\cos ۹۰^\circ}} + F_y d_y \overset{۱}{\cancel{\cos ۰^\circ}}$$

$$\Rightarrow W_F = F_x d_x + F_y d_y$$

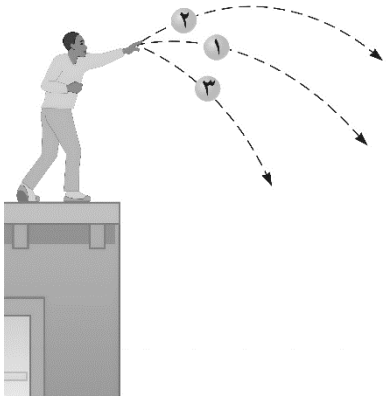
گروه آموزشی ماز

۴۱- در شکل زیر، سه توپ مشابه، با زاویه‌های مختلف از بالای ساختمانی (ارتفاع یکسان) با تندی یکسان پرتاب می‌شوند. برای این توپ‌ها، چند مورد از موارد زیر از لحظهٔ پرتاب تا رسیدن به زمین درست است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)

الف: هر سه توپ با تندی یکسان به زمین برخورد می‌کنند.

ب: کل کار انجام‌شده بر روی هر سه توپ یکسان است.

پ: کار نیروی وزن روی توپ (۲) بیش‌تر از دو توپ دیگر است.



۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۳)

الف طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} = K_۲ - K_۱$$

هر سه توپ دارای جرم و تندی اولیهٔ یکسان هستند؛ بنابراین، انرژی جنبشی اولیه $(K_۱)$ برای هر سه توپ یکسان است. از طرفی، نیروی وزن و جابه‌جایی قائم هر سه توپ یکسان است؛ بنابراین کار نیروی وزن (W_{mg}) برای هر سه توپ یکسان است؛ درنتیجه انرژی جنبشی و تندی هر سه توپ هنگام برخورد با زمین یکسان است. (✓)

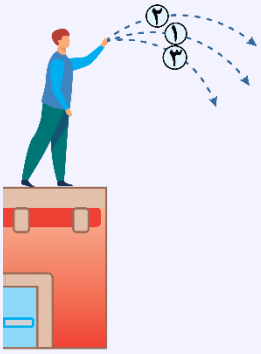
ب کل کار انجام‌شده روی هر توپ برابر با کار نیروی وزن (تنها نیروی مؤثر روی توپ) است که برای هر سه توپ یکسان است. (طبق استدلال ارائه‌شده در مورد «الف») (✓)

پ طبق استدلال ارائه‌شده در قسمت «الف»، کار نیروی وزن برای هر سه توپ یکسان است. (✗)

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

کنکور سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۲

۷۳- در شکل زیر، سه توپ مشابه با تندی یکسان از بالای ساختمانی پرتاب می‌شوند. توپ (۱) در راستای افقی و دو توپ دیگر با زاویه‌های بالاتر و پایین‌تر از سطح افق پرتاب می‌شوند. برای این توپ‌ها، از لحظهٔ پرتاب تا رسیدن به زمین، کدام موارد درست است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)



الف: تندی توپ‌های (۱) و (۳) پیوسته افزایش می‌یابند.

ب: تندی توپ‌های (۱) و (۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابند.

پ: هر سه توپ با تندی یکسان به زمین برخورد می‌کنند.

ت: زمان حرکت هر سه توپ باهم برابر است.

۱) «الف» و «پ»

۲) «الف» و «ت»

۳) «ب» و «ت»

۴) «ب» و «پ»

پاسخ تشریحی:

عبارت «الف» درست ← ارتفاع توپ‌های «۱» و «۳» در طول حرکت کاهش می‌یابد، بنابراین انرژی پتانسیل گرانشی آن‌ها نیز کاهش یافته و طبق اصل پایستگی انرژی، انرژی جنبشی آن‌ها افزایش می‌یابد. با افزایش انرژی جنبشی، تندی آن‌ها نیز افزایش می‌یابد.

عبارت «ب» نادرست ← تندی توپ «۲» ابتدا کاهش، سپس افزایش می‌یابد ولی حرکت توپ «۱» دائماً تندشونده است.

عبارت «پ» درست ← هر سه توپ با تندی یکسان به زمین برخورد می‌کنند، چراکه طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی مکانیکی برای هر سه توپ باید از لحظهٔ پرتاب تا لحظهٔ برخورد به زمین یکسان باشد و به‌دلیل یکسان بودن انرژی جنبشی و پتانسیل اولیه برای هر سه توپ، تندی نهایی برخورد به زمین نیز یکسان است.

عبارت «ت» نادرست است ← $t_۲ > t_۱ > t_۳$

بنابراین عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۱

گروه آموزشی ماز

۴۲- شخصی یک تکه سنگ ۱۰۰ گرمی را از زمین برداشته و با تندی $۱۶\frac{m}{s}$ از ارتفاع ۱/۵ متری سطح زمین به سمت چراغی در ارتفاع ۶ متری از سطح زمین پرتاب می‌کند. اگر سنگ با تندی $۱۰\frac{m}{s}$ به چراغ برخورد کند، کار نیروی مقاومت هوا چند ژول است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۱/۸- ۲) ۳/۳- ۳) ۴/۵- ۴) ۷/۸-

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

انرژی درونی و مکانیکی

همان‌طور که می‌دانیم، درصورتی‌که نیروهای غیرپایستار مانند نیروی مقاومت هوا و اصطکاک در مسئله وجود نداشتند، انرژی مکانیکی پایسته می‌ماند. در این درس‌نامه می‌خواهیم ببینیم در حضور این نیروها، انرژی مکانیکی چگونه تغییر خواهد کرد. به نکات زیر توجه کنید.

۱- کار نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا منفی است. این کار باعث کاهش یافتن انرژی مکانیکی جسم می‌شود؛ به عبارت دیگر:

$$E_۲ - E_۱ = W_f$$

با توجه به این‌که علامت کار منفی است، $E_۲$ کوچک‌تر از $E_۱$ می‌باشد.

۲- انرژی مکانیکی که جسم از دست می‌دهد صرف افزایش انرژی درونی محیط و جسم می‌شود؛ به عبارت دیگر تغییرات انرژی درونی محیط و جسم برابر $E_۱ - E_۲$ خواهد بود.

روش اول:

طبق قانون پایستگی انرژی می‌توانیم بنویسیم:

$$W_f = E_۲ - E_۱ = (U_۲ + K_۲) - (U_۱ + K_۱) = (mgh_۲ + \frac{۱}{۲}mv_۲^۲) - (mgh_۱ + \frac{۱}{۲}mv_۱^۲)$$

$$\Rightarrow W_f = (۰/۱\times۱۰\times۶ + \frac{۱}{۲}\times۰/۱\times۱۰۰) - (۰/۱\times۱۰\times۱/۵ + \frac{۱}{۲}\times۰/۱\times۱۶^۲)$$

$$\Rightarrow W_f = (۶+۵) - (۱/۵+۱۲/۸) = -۳/۳J$$

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

روش دوم:

طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی می‌توانیم بنویسیم:

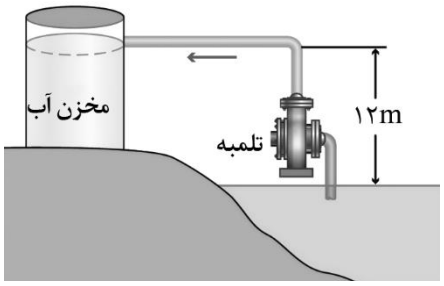
$$W_t = \Delta K \xrightarrow[\Delta K=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)]{W_t=W_{mg}+W_f} W_{mg}+W_f=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\xrightarrow[m=0/1kg\ ,\ v_1=16\frac{m}{s}\ ,\ v_2=10\frac{m}{s}]{W_{mg}=-mg\Delta h=-0/1\times10\times(6-1/5)=-4/5J} -4/5+W_f=\frac{1}{2}\times0/1(100-256)=-7/8$$

$$\Rightarrow W_f=-3/3J$$

گروه آموزشی ماز

۴۳- در شکل زیر، توان ورودی تلمبهٔ برقی، ۴ کیلووات است و در هر دقیقه یک متر مکعب آب با چگالی $\rho=1\frac{g}{cm^3}$ را با تندی $12\frac{m}{s}$ وارد مخزن می‌کند. بازده این تلمبه چند درصد است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$



۱) ۲۰
۲) ۳۰
۳) ۵۰
۴) ۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۳)

چگالی آب $1\frac{g}{cm^3}$ یا همان $1000\frac{kg}{m^3}$ است؛ بنابراین، جرم هر یک متر مکعب آب برابر ۱۰۰۰kg است.

در تلمبهٔ برقی ذکرشده، انرژی الکتریکی، انرژی ورودی و مجموع تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل گرانشی آب، انرژی خروجی است؛ بنابراین:

$$E_{خروجی}=|\Delta U|+|\Delta K|=mg|\Delta h|+\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\Rightarrow E_{خروجی}=1000\times10\times12+\frac{1}{2}\times1000\times(12^2-0^2)=192000J$$

$$E_{ورودی}=P_{ورودی}\times\Delta t=4000\times60=240000J$$

$$Ra=\frac{E_{خروجی}}{E_{ورودی}}\times100=\frac{192000}{240000}\times100=80\%$$

کنکور سراسری ریاضی ۱۳۹۹

پمپ آبی در هر دقیقه ۳ مترمکعب آب رودخانه‌ای را به نقطه‌ای منتقل می‌کند که ارتفاع آن تا سطح آب رودخانه ۲۴ متر است. اگر توان ورودی پمپ ۲۰ کیلووات باشد، بازده پمپ چند درصد است؟ $(\rho_{آب}=1\frac{g}{cm^3}\ ,\ g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۷۰ ۲) ۶۰ ۳) ۴۰ ۴) ۳۰

پاسخ تشریحی:

گام اول: با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، کار پمپ را به‌دست می‌آوریم:

$$W_{پمپ}+W_{mg}=K_2-K_1\xrightarrow{K_2=K_1}W_{پمپ}=-W_{mg}$$

$$\rightarrow W_{پمپ}=-(-mg\Delta h)=+\rho Vg\Delta h$$

$$\rightarrow W_{پمپ}=+1\times10^3\times3\times10\times24=7/2\times10^5J$$

گام دوم: توان مفید پمپ را به‌دست می‌آوریم:

$$P_{مفید}=\frac{W_{پمپ}}{\Delta t}=\frac{7/2\times10^5}{60}=1/2\times10^4W=12kW$$

گام سوم: بازده پمپ برابر است با:

$$Ra=\frac{P_{مفید}}{P_{ورودی}}\times100=\frac{12}{20}\times100=60\%$$

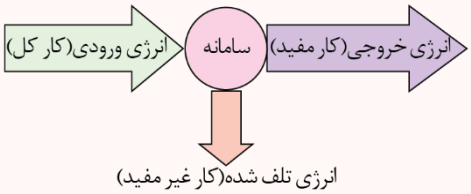
www.biomaze.ir
۱۴۰۴-۰۵
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

پاسخ: گزینهٔ ۲

راندمان (بازده)

$$Ra = \frac{\text{انرژی مفید (خروجی)}}{\text{انرژی کل (ورودی)}} \times ۱۰۰ = \frac{\text{توان مفید (خروجی)}}{\text{توان کل (ورودی)}} \times ۱۰۰$$

✓ بازده یکا ندارد و درصد آن همواره کوچک‌تر مساوی ۱۰۰ است.



ماشین آرمانی : $Ra = ٪۱۰۰$

$P_{\text{کل}} = P_{\text{مفید}} + P_{\text{غیرمفید}}$

انواع توان

۱- توان کل (توان ورودی): توانی که به دستگاه می‌دهیم تا برای ما کار انجام دهد.

✓ وقتی گفته می‌شود توان دستگاه مثلاً ۲۰۰ وات است، منظور توان کل دستگاه است.

✓ توان کل اصولاً روی دستگاه نوشته می‌شود.

۲- توان غیرمفید (توان تلف‌شده در داخل دستگاه): این توان داخل دستگاه به‌صورت گرما و ... تلف می‌شود و صرف هدف اصلی دستگاه نمی‌شود.

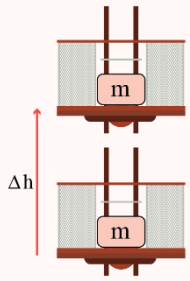
۳- توان مفید (خروجی): این توان از دستگاه خارج شده و صرف هدف اصلی دستگاه می‌شود.

این توان را در عمل و به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W}{\Delta t}$$

نحوهٔ محاسبهٔ توان مفید بالابر و پمپ

کار مفیدی که بالابر و پمپ بر روی جسم انجام می‌دهند، صرف افزایش انرژی مکانیکی جسم می‌شود، بنابراین:



$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

✓ در اکثر سؤالات، تندی جسم تغییر نمی‌کند (مثلاً جسم در ابتدا و انتها ساکن است). در این حالت تغییر انرژی جنبشی جسم، صفر است و کار مفید برابر تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم می‌باشد:

توان مفید پمپ (بالابر) : $P_{\text{مفید}} = \frac{mg\Delta h}{\Delta t}$

گروه آموزشی ماز

۴۴- ریل‌های ۱۰ متری راه‌آهنی را در یک روز زمستانی با دمای $-۱۰°C$ به‌دنبال هم کار می‌گذارند. اگر دما در تابستان تا $۴۰°C$ بالا رود، از ابتدا (در دمای $-۱۰°C$) حداقل چند میلی‌متر باید فاصلهٔ بین ریل‌ها خالی بماند تا ریل‌ها در اثر انبساط حرارتی به هم فشار نیاورند؟ ($\alpha_{\text{آهن}} = ۱۲\times۱۰^{-۶}K^{-۱}$)

۱) ۳/۶ ۲) ۴/۸ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

با توجه به تغییرات دما، حداقل فاصلهٔ ریل‌ها برابر است با:

طول هر ریل: $L_۱ = ۱۰m$ و افزایش دما: $\Delta\theta = ۵۰°C$, $\alpha = ۱۲\times۱۰^{-۶}K^{-۱}$, $\Delta L = ?$

$$\Delta L = L_۱\alpha\Delta\theta \Rightarrow \Delta L = ۱۰\times(۱۲\times۱۰^{-۶})\times۵۰ = ۶\times۱۰^{-۳}m = ۶mm$$

تعبیر

وقتی می‌خواهیم حداقل فاصلهٔ بین ریل‌ها را به‌دست آوریم باید حداکثر میزان تغییر دما را لحاظ کنیم.

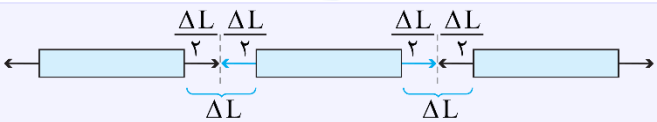
کنکور سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۳

۶۹- یک بزرگراه از قطعه‌های بتونی به طول ۲۰ متر ساخته شده است. این بخش‌ها در دمای $۱۰°C$، بتون‌ریزی شده‌اند. برای جلوگیری از تاب برداشتن بتون در دمای $۴۰°C$، مهندسان باید چه فاصله‌ای برحسب میلی‌متر را بین این قطعه‌ها درنظر بگیرند؟ ($\alpha_{\text{بتون}} = ۱/۴\times۱۰^{-۵}K^{-۱}$)

۱) ۶/۲ ۲) ۵/۶ ۳) ۳/۲ ۴) ۸/۴

www.biomaze.ir
۱۴۰۴-۰۵
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

پاسخ تشریحی:



با توجه به شکل متوجه می‌شویم که فاصلهٔ بین هر دو قطعهٔ بتون به اندازهٔ تغییر طول یک بتون یعنی ΔL می‌باشد:

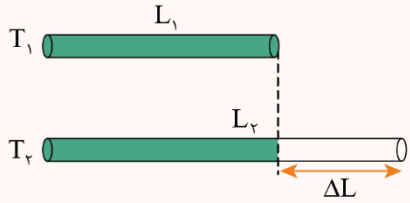
$$\overset{mm}{\uparrow}\ \ \overset{mm}{\uparrow}$$

$$\Delta L = L_۱\,\alpha\Delta T \Rightarrow \Delta L = ۲۰\times۱۰^{۳}\times۱/۴\times۱۰^{-۵}\times(۴۰-۱۰)$$

$$\Rightarrow \Delta L = ۸/۴mm$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

انبساط طولی (خطی)



$$\Delta T = T_۲ - T_۱$$

$$\Delta L = L_۲ - L_۱$$

$$\Delta L = L_۱\alpha\Delta T \qquad L_۲ = L_۱(۱+\alpha\Delta T)$$

عوامل مؤثر بر انبساط طولی:

۱- هرچه طول اولیهٔ میله بزرگ‌تر باشد به‌ازای یک تغییر دمای مشخص افزایش طول بیش‌تر خواهد بود.

۲- هرچه تغییر دمای میلهٔ فلزی بیش‌تر باشد افزایش طول بیش‌تر است.

۳- اگر دمای دو میلهٔ هم‌اندازه که جنس‌های آن‌ها باهم متفاوت است را به یک اندازه افزایش دهیم میزان افزایش طول آن‌ها متفاوت بوده و میلهٔ با ضریب انبساط طولی بزرگ‌تر، افزایش طول بیش‌تری خواهد داشت.

عوامل مؤثر بر ضریب انبساط طولی:

۱- جنس ماده

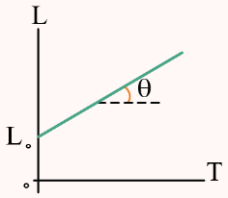
۲- دما: به‌دلیل وابستگی کم ضریب انبساط طولی با دما، در محاسبات معمولی این اثر نادیده گرفته می‌شود.

✓ توجیه انبساط گرمایی مبتنی بر دیدگاه میکروسکوپی است.

۱- جامدات: با افزایش دمای جامد فاصلهٔ متوسط بین اتم‌ها افزایش می‌یابد.

۲- مایعات: با افزایش دما حرکت کاتوره‌ای اتم‌ها و مولکول‌ها بیش‌تر می‌شود و این افزایش حرکت باعث دور شدن اتم‌ها و مولکول‌ها از هم می‌شود.

نمودار طول یک میلهٔ فلزی برحسب دما:

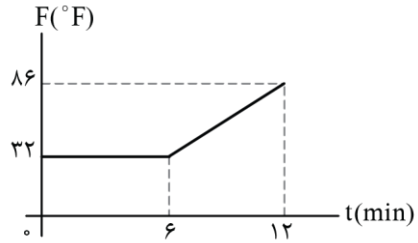


$$\text{شیب نمودار} = \tan\theta = L_۰\alpha$$

$$\text{عرض از مبدأ} = L_۰$$

گروه آموزشی ماز

۴۵- مخلوطی از آب و یخ به جرم ۴kg با آهنگ ثابت گرما دریافت می‌کند. اگر نمودار دمای این مجموعه برحسب زمان به شکل زیر باشد، جرم آب موجود در مخلوط آب و یخ اولیه چند گرم بوده است؟ $(L_F = ۳۳۶\frac{J}{g}\ ,\ c_{آب} = ۴۲۰۰\frac{J}{kg.°C})$



۱) ۲۵۰۰

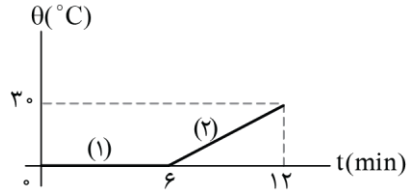
۲) ۱۲۵۰

۳) ۶۲۵

۴) ۳۱۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ مفهومی/محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

ابتدا نمودار را به‌صورت $\theta - t$ رسم می‌کنیم:



$$F = \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲ \Rightarrow \begin{cases} ۳۲ = \frac{۹}{۵}\theta_۱ + ۳۲ \Rightarrow \theta_۱ = ۰ \\ ۸۶ = \frac{۹}{۵}\theta_۲ + ۳۲ \Rightarrow \theta_۲ = ۳۰°C \end{cases}$$

حال داریم:

گرمایی که یخ در نقطهٔ ذوب دریافت کرده تا ذوب شود: $Q_۱$

گرمایی که ۴kg آب صفر درجهٔ سلسیوس دریافت کرده تا دمای آن به ۳۰°C برسد: $Q_۲$

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

$$Q = Pt \xrightarrow[t_۱=t_۲=۶\,min]{P\ ثابت} Q_۱ = Q_۲$$

حالا جرم آب اولیهٔ را m درنظر می‌گیریم:

$$Q_۱ = Q_۲ \Rightarrow m_{یخ}L_F = m'c\Delta\theta \Rightarrow (۴-m)\times ۳۳۶ = ۴\times ۴/۲\times ۳۰$$

$$\Rightarrow (۴-m)\times ۸۰ = ۴\times ۳۰ \Rightarrow (۴-m)\times ۲۰ = ۳۰$$

$$\Rightarrow ۸۰-۲۰m = ۳۰ \Rightarrow ۲۰m = ۵۰ \Rightarrow m = ۲/۵kg \Rightarrow m = ۲۵۰۰g$$

تعبیر

در صورت سؤال منظور از آهنگ ثابت گرما، ثابت بودن توان است.

استراتژی حل

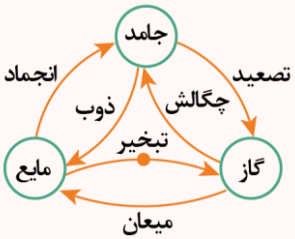
با توجه به نمودار، تا لحظهٔ $t = ۶\,min$ دمای مجموعه $۰°C$ مانده که نشان می‌دهد شما باید اول یخ $۰°C$ را به آب $۰°C$ برسانید و درمجموع $۴kg$ آب $۰°C$ داشته باشید. سپس در ۶ دقیقهٔ بعدی، $۴kg$ آب $۰°C$ را به $۴kg$ آب $۳۰°C$ برسانید.

تغییر حالت اجسام

در این بخش به بررسی تغییر حالت جسم در اثر گرما می‌پردازیم.

گرمای تغییر حالت:

در این حالت، گرمایی که جسم می‌گیرد یا از دست می‌دهد باعث تغییر دمای آن نمی‌شود، بلکه باعث تغییر فاز (حالت) آن خواهد شد. طرح‌وارهٔ زیر تغییر حالت‌هایی که ممکن است رخ دهند را نشان می‌دهد.



نکته: تغییر فازها می‌توانند گرماگیر $(Q > ۰)$ یا گرماده $(Q < ۰)$ باشند.

تغییر فاز	**گرماده:** انجماد - چگالش - میعان
	گرماگیر: ذوب - تصعید - تبخیر

ذوب و انجماد:

در فرایند ذوب، جسم جامد گرما می‌گیرد تا در دمای ثابت، حالت آن از جامد به مایع تغییر کند. گرما در این حالت برابر است با:

$$Q_F = +mL_F \qquad L_F\ \text{یکای}: \frac{J}{kg}$$

در رابطهٔ بالا، L_F گرمای نهان ویژهٔ ذوب و انجماد است که وابسته به جنس ماده است.

گرمای نهان ویژهٔ ذوب: مقدار گرمایی است که یک کیلوگرم از جامد می‌گیرد تا بدون تغییر دما به مایع تبدیل شود.

در فرایند انجماد، جسم مایع گرما از دست می‌دهد تا در دمای ثابت، حالت آن از مایع به جامد تبدیل شود. گرمای مبادله‌شده در این حالت، قرینهٔ گرمای ذوب است.

$$Q_{انجماد} = -mL_F \qquad Q_{انجماد} < ۰$$

مثال

به $۲kg$ یخ با دمای $-۲۰°C$، چند ژول گرما دهیم تا به آب با دمای $۸۰°C$ تبدیل شود؟ $(L_F = ۳۳۶\frac{kJ}{kg}\ ,\ c_{آب} = ۴۲۰۰\frac{J}{kg.K}\ ,\ c_{یخ} = ۲۱۰۰\frac{J}{kg.K})$

پاسخ تشریحی:

خب از این‌جا به بعد مسائل می‌تونن هم گرمای تغییر دما داشته باشن و هم گرمای تغییر حالت، پس باید به نوبت این گرماها محاسبه بشن...

مطابق شکل زیر می‌توانیم گرمای مورد نیاز را به‌دست آوریم.

$$Q_۱ = mc_{یخ}\Delta\theta = ۲\times ۲۱۰۰\times ۲۰ = ۲۰\times ۴۲۰۰J$$

$$Q_۲ = mL_F = ۲\times \overbrace{۳۳۶۰۰۰}^{۸۰\times ۴۲۰۰} = ۱۶۰\times ۴۲۰۰J$$

$$Q_۳ = mc_{آب}\Delta\theta = ۲\times ۴۲۰۰\times ۸۰ = ۱۶۰\times ۴۲۰۰J$$

$$\rightarrow Q_{کل} = Q_۱ + Q_۲ + Q_۳ = ۳۴۰\times ۴۲۰۰J$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۴-۰۵
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

تبخیر و میعان:

در فرایند تبخیر، جسم مایع گرما می‌گیرد تا در دمای ثابت، حالت آن از مایع به بخار (گاز) تغییر کند. دقت کنید که تبخیر در هر دمایی می‌تواند رخ دهد. برای محاسبهٔ گرمای تبخیر داریم:

$Q_V = mL_V$ $\qquad$ L_V یکای: $\frac{J}{kg}$

در رابطهٔ بالا، L_V گرمای نهان ویژهٔ تبخیر و میعان است که وابسته به جنس ماده و دمای آن است.

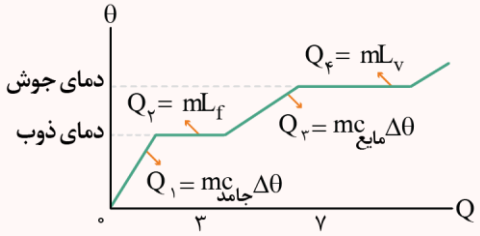
گرمای نهان ویژهٔ تبخیر: مقدار گرمایی است که یک کیلوگرم از مایع می‌گیرد تا بدون تغییر دما به بخار تبدیل شود.

در فرایند میعان که برعکس تبخیر است، جسم گرما از دست می‌دهد تا در دمای ثابت از گاز به مایع تبدیل شود. گرمای مبادله‌شده در این حالت، قرینهٔ گرمای تبخیر است و به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$Q_{میعان} = -mL_V \quad Q_{میعان} < ۰$

به‌عنوان آخرین نکته، فرض کنید به جسم جامدی گرما بدهیم تا دمای آن بالا برود، سپس ذوب شود، دوباره دمای آن بالا برود و درنهایت بخار شود.

نمودار تغییرات دمای آن برحسب گرمای گرفته‌شده به شکل مقابل خواهد شد:



اگر جسم با کمک یک گرمکن رسم شود، این نمودار را می‌توان برحسب زمان نیز رسم کرد.

گروه آموزشی ماز

۴۶- به دو کرهٔ توپُر آلومینیمی A و B، به‌ترتیب ۵kJ و ۲۰kJ گرما می‌دهیم. اگر افزایش دمای کرهٔ A، دو برابر افزایش دمای کرهٔ B باشد، شعاع کرهٔ B چند برابر شعاع کرهٔ A است؟

۱) $۲\sqrt{۲}$ $\qquad$ ۲) $\sqrt{۲}$ $\qquad$ ۳) ۴ $\qquad$ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۴ $\qquad$ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۰۰۴)

ابتدا نسبت جرم کرهٔ B به جرم کرهٔ A را حساب می‌کنیم. طبق رابطهٔ $Q = mc\Delta\theta$ داریم:

$$\frac{Q_B}{Q_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{c_B}{c_A} \times \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} \Rightarrow \frac{۲۰}{۵} = \frac{m_B}{m_A} \times ۱ \times \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{m_B}{m_A} = ۸$$

بنابراین با توجه به این‌که هر دو کره از جنس آلومینیم هستند، نسبت حجم B به A هم برابر با ۸ است. حالا نسبت شعاع کرهٔ B به شعاع کرهٔ A را به‌دست می‌آوریم:

$$V_{کره} = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = (\frac{r_B}{r_A})^۳ \Rightarrow (\frac{r_B}{r_A})^۳ = ۸ \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = ۲$$

گروه آموزشی ماز

۴۷- کدام مورد همرفت طبیعی است؟

۱) سیستم خنک‌کنندهٔ موتور اتومبیل
۲) انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن
۳) سیستم گرم‌کنندهٔ مرکزی در ساختمان‌ها
۴) گرم و سرد شدن بخش‌های مختلف بدن بر اثر گردش خون در بدن جانوران خونگرم

پاسخ: گزینهٔ ۲ $\qquad$ (آسان ـ حفظی ـ ۱۰۰۴)

انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن نمونه‌ای از همرفت طبیعی است.

گروه آموزشی ماز

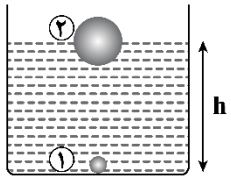
۴۸- حجم حباب‌های هوا در رسیدن از ته یک دریاچه تا سطح آب ۴ برابر می‌شود. اگر دمای آب ثابت فرض شود، عمق آب تقریباً چند متر است؟ (فشار هوا $۱۰^۵ Pa$، چگالی آب $۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$ و $g = ۱۰ \frac{N}{kg}$ فرض شود.)

۱) ۴۰ $\qquad$ ۲) ۳۰ $\qquad$ ۳) ۴ $\qquad$ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ $\qquad$ (متوسط ـ محاسباتی/ترکیبی ـ ۱۰۰۴)

گام اول:

فشار مایعات با عمق از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



$P_۱ = P_۰ + \rho gh \Rightarrow P_۱ = P_۰ + ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times h$ $\quad$ رابطهٔ (*)

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

در دمای ثابت داریم:

$$P_1V_1 = P_2V_2$$
$$P_1 \times V_1 = P_0(4V_1) \Rightarrow P_1 = 4P_0$$

با جایگذاری در رابطهٔ (*) داریم:

$$4P_0 = P_0 + 10^4 h \Rightarrow 3P_0 = 10^4 h$$
$$\Rightarrow 3\times10^5 = 10^4 h \Rightarrow h = 30m$$

گروه آموزشی ماز

۴۹- در موتور درون‌سوز، در مرحلهٔ «ضربهٔ قدرت»: پیستون ..... می‌رود و فشار و دمای گاز ..... می‌یابد.

۱) پایین - کاهش ۲) پایین - افزایش ۳) بالا - کاهش ۴) بالا - افزایش

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ خط به خط / مفهومی ـ ۱۰۰۵)

نکته

ماشین بنزینی چرخه‌ای را طی می‌کند که شامل شش فرآیند است. از این شش فرآیند، چهار فرآیند همراه با حرکت پیستون‌اند که به آن‌ها **ضربه** می‌گویند. خلاصهٔ ویژگی‌های این شش فرآیند در جدول زیر آمده است:

ویژگی‌های شش فرآیند مربوط به یک چرخهٔ ماشین بنزینی

نام فرآیند	وضعیت سوپاپ‌ها		نوع فرآیند	جهت حرکت پیستون
	سوپاپ دریچهٔ ورودی	سوپاپ دریچهٔ خروجی		
ضربهٔ مکش	باز	بسته	انبساط هم‌فشار	↓
ضربهٔ تراکم	بسته	بسته	تراکم بی‌دررو	↑
آتش گرفتن	بسته	بسته	هم‌حجم	ساکن
ضربهٔ قدرت	بسته	بسته	انبساط بی‌دررو	↓
تخلیه	بسته	باز	هم‌حجم	ساکن
ضربهٔ خروج گاز	بسته	باز	تراکم هم‌فشار	↑

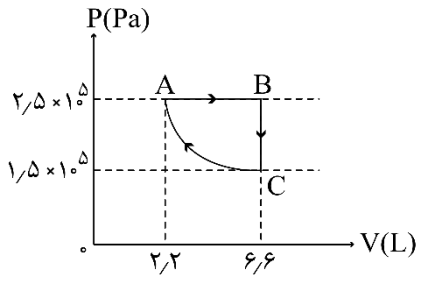
نکته

در فرآیندهای انبساط بی‌دررو، دما و فشار گاز، کاهش می‌یابد و در فرآیندهای تراکم بی‌دررو، دما و فشار گاز، افزایش می‌یابد.

با توجه به نکات فوق، گزینهٔ (۱) درست است.

گروه آموزشی ماز

۵۰- نمودار $P-V$ ی مقداری گاز آرمانی، مطابق شکل زیر است. کدام مورد در مقایسهٔ انرژی درونی نقطه‌های A ، B و C درست است؟



۱) $U_A = U_C = 3U_B$

۲) $U_B = 3U_A = 3U_C$

۳) $U_B = 3U_A = \frac{10}{3}U_C$

۴) $U_B = 3U_A = \frac{5}{3}U_C$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۰۰۵)

انرژی درونی گاز کامل متناسب با دمای مطلق آن است و چون طبق رابطهٔ $PV = nRT$ ، دمای مطلق گاز متناسب با PV است، می‌توان نتیجه گرفت انرژی درونی گاز نیز متناسب با PV است و برای مقایسهٔ انرژی درونی در نقاط مختلف، کافی است حاصل PV را در این نقاط مقایسه کنیم.

$$U \propto PV$$
$$P_BV_B = 3P_AV_A \Rightarrow U_B = 3U_A$$
$$P_BV_B = \frac{5}{3}P_CV_C \Rightarrow U_B = \frac{5}{3}U_C$$

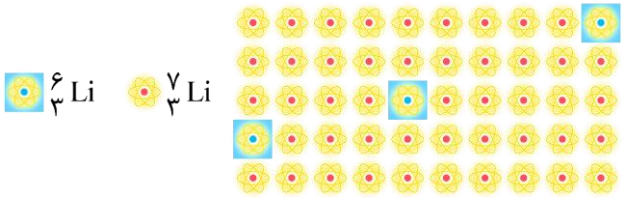
گروه آموزشی ماز

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

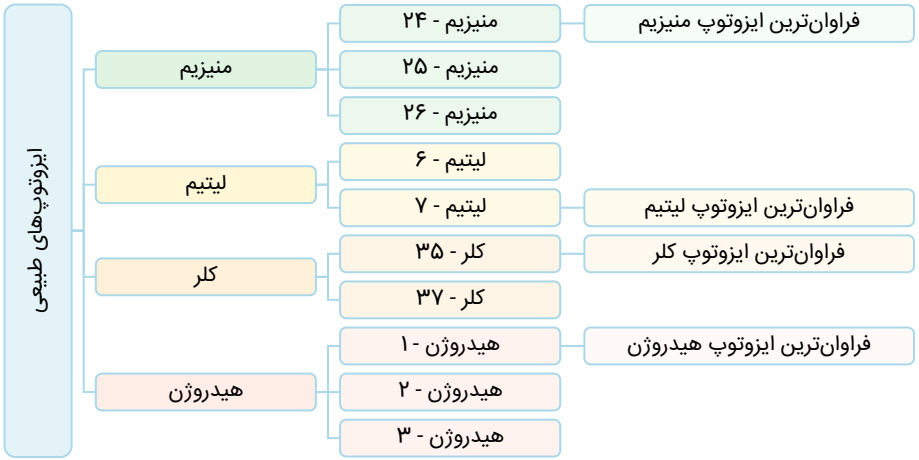
۵۱- هیدروژن دارای ..... ایزوتوپ طبیعی بوده و شمار نوترون‌های موجود در ناپایدارترین ایزوتوپ طبیعی این عنصر، ..... برابر شمار نوترون‌های موجود در هسته سنگین‌ترین ایزوتوپ طبیعی از اولین فلز موجود در جدول دوره‌ای است.

۱) ۲ ـ ۰/۷۵ ۲) ۲ ـ ۰/۵ ۳) ۳ ـ ۰/۷۵ ۴) ۳ ـ ۰/۵

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)



از آنجا که فراوانی ایزوتوپ‌های مختلف با میزان پایداری این ایزوتوپ‌ها رابطه مستقیم دارد، می‌توان گفت پایداری ایزوتوپ $^{۷}_{۳}Li$ بیشتر از ایزوتوپ $^{۶}_{۳}Li$ است. در هسته هر اتم $^{۷}_{۳}Li$، ۴ نوترون و ۳ پروتون در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. نمودار زیر، نمایی از ایزوتوپ‌های مختلف برخی از عناصر را نشان می‌دهد:



توجه کنید که هر دو ایزوتوپ طبیعی لیتیم، به‌طور کلی پایدار هستند اما بین ایزوتوپ‌های پایدار هم اگر بخواهیم میزان پایداری را مقایسه کنیم، باید از مقایسه درصد فراوانی استفاده کنیم.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

نسبت مجموع شمار ذره‌های زیراتمی در $^{۵}_{۱}H$ به مجموع شمار ذره‌های زیراتمی در $^{۲}_{۱}H$، چند برابر مجموع شمار ذره‌های زیراتمی در $^{۷}_{۱}H$ است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۲۵

هیدروژن دارای ۳ ایزوتوپ طبیعی و ۴ ایزوتوپ ساختگی است. ایزوتوپ $^{۵}_{۱}H$ دارای ۱ الکترون، ۱ پروتون و ۴ نوترون است و در مجموع ۶ ذره زیراتمی دارد. ایزوتوپ $^{۲}_{۱}H$ دارای ۱ الکترون، ۱ پروتون و ۱ نوترون است و در مجموع ۳ ذره زیراتمی دارد. ایزوتوپ $^{۷}_{۱}H$ دارای ۱ الکترون، ۱ پروتون و ۶ نوترون است و در مجموع ۸ ذره زیراتمی دارد.

بنابراین نسبت خواسته شده برابر $\frac{۲}{۸}=۰/۲۵$ است.

گروه آموزشی ماز

۵۲- اگر تعداد ذرات بدون بار در هر اتم از نخستین عنصر دوره پنجم جدول تناوبی برابر ۴۸ باشد، نسبت جرم الکترون‌ها به جرم هسته اتم این عنصر به‌تقریب کدام است؟ (جرم پروتون و نوترون را برابر با $1amu$ در نظر بگیرید.)

۱) $۲/۱۸ \times ۱۰^{-۴}$ ۲) $۳/۱۶ \times ۱۰^{-۴}$ ۳) $۲/۱۸ \times ۱۰^{-۳}$ ۴) $۳/۱۶ \times ۱۰^{-۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مسئله ـ ۱۰۰۱)

نوترون و پروتون، ذرات زیراتمی موجود در **هسته** بوده و الکترون، یک ذره زیراتمی **خارج** از هسته اتم است. آخرین عنصر موجود در تناوب چهارم، کریپتون با عدد اتمی ۳۶ است، پس بر این اساس می‌توان گفت نخستین عنصر دوره پنجم جدول تناوبی عدد اتمی ۳۷ دارد. این عنصر معادل با فلز روبیدیم است. در هسته هر اتم از این عنصر، ۳۷ پروتون و ۴۸ نوترون قرار گرفته است. از طرفی، می‌دانیم که جرم هر الکترون تقریباً ۰/۰۰۰۵ برابر جرم هر نوترون و یا هر پروتون بوده و معادل با $۰/۰۰۰۵amu$ در نظر گرفته می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$\frac{\text{جرم الکترون‌ها}}{\text{جرم هسته}} = \frac{۳۷ \times ۰/۰۰۰۵\ amu}{(۳۷+۴۸) \times ۱\ amu} = \frac{۰/۰۱۸۵}{۸۵} = ۲/۱۸ \times ۱۰^{-۴}$$

www.biomaze.ir
۱۴۰۴-۰۵
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

فلزهای قلیایی

در گروه اول جدول دوره‌ای، عناصر لیتیم($_{۳}Li$)، سدیم($_{۱۱}Na$)، پتاسیم($_{۱۹}K$)، روبیدیم($_{۳۷}Rb$)، سزیم($_{۵۵}Cs$) و فرانسیم($_{۸۷}Fr$) وجود دارند. این عناصر اصطلاحاً به فلزهای قلیایی معروف هستند. با افزایش عدد اتمی عناصر موجود در این گروه، شعاع اتمی آن‌ها افزایش یافته و به دنبال آن، واکنش‌پذیری این فلزها نیز بیشتر می‌شود. ترتیب واکنش‌پذیری این عناصر فلزی به‌صورت زیر است:

$Li < Na < K < Rb < Cs < Fr$: واکنش پذیری (تمایل به از دست دادن الکترون)

آرایش الکترونی فلزهای قلیایی به زیرلایهٔ $ns^{۱}$ ختم می‌شود. اتم‌های سازنده این عنصر با از دست دادن یک الکترون، به آرایش الکترونی گاز نجیب قبل از خود رسیده و یون پایدار X^{+} را تولید می‌کنند. به همین خاطر، این فلزها واکنش‌پذیری بسیار بالایی داشته و در طبیعت به حالت آزاد یافت نمی‌شوند. از آنجا که فلزهای قلیایی در اولین خانهٔ هر تناوب قرار دارند، خاصیت فلزی این عناصر نسبت به سایر عناصر هم‌تناوب با خود بیشتر است.

گروه آموزشی ماز

۵۳- در یک نمونه از بخار $N_{۲}O_{x}$، مقدار ۰/۰۲ مول اتم نیتروژن و $۱/۸۰۶ \times ۱۰^{۲۲}$ اتم اکسیژن وجود دارد. ۰/۱ مول از این ماده، چند گرم جرم دارد؟

($O = ۱۶$ و $N = ۱۴ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۷/۶ ۲) ۹/۲ ۳) ۶/۰ ۴) ۱۰/۸

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مسئله ـ ۱۰۰۱)

فرمول شیمیایی ماده مورد نظر به‌صورت $N_{۲}O_{x}$ بوده و در ساختار هر مول از ماده مورد نظر، ۲ مول اتم نیتروژن وجود دارد. در این رابطه، می‌توان نوشت:

$$۱\ mol\ N_{۲}O_{x} \sim ۲\ mol\ atom\ N$$

بر این اساس، شمار مول‌های $N_{۲}O_{x}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$?\ mol\ N_{۲}O_{x} = ۰/۰۲\ mol\ atom\ N \times \frac{۱\ mol\ N_{۲}O_{x}}{۲\ mol\ atom\ N} = ۰/۰۱\ mol$$

با توجه به محاسبات بالا، می‌توان گفت ۰/۰۱ مول بخار $N_{۲}O_{x}$ در اختیار داریم. در قدم بعد، باید محاسبه کنیم که در این ۰/۰۱ مول از ماده مورد نظر، چند مول اتم اکسیژن وجود دارد. طبق فرض سؤال، تعداد اتم‌های اکسیژن برابر با $۱/۸۰۶ \times ۱۰^{۲۲}$ عدد است، پس داریم:

$$?\ mol\ atom\ O = ۱/۸۰۶ \times ۱۰^{۲۲}\ atom\ O \times \frac{۱\ mol\ atom\ O}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ atom\ O} = ۰/۰۳\ mol$$

در ۰/۰۱ مول از ترکیب $N_{۲}O_{x}$، مقدار ۰/۰۳ مول اتم اکسیژن وجود دارد، پس می‌توان گفت در ۱ مول از این ماده، ۳ مول اتم اکسیژن وجود خواهد داشت. بر این اساس، مقدار x در واحد فرمولی این ماده برابر با ۳ بوده و جرم مولی این ماده نیز برابر با ۷۶ گرم بر مول می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$?\ g\ N_{۲}O_{۳} = ۰/۱\ mol\ N_{۲}O_{۳} \times \frac{۷۶\ g\ N_{۲}O_{۳}}{۱\ mol\ N_{۲}O_{۳}} = ۷/۶\ g$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

گوگرد می‌تواند در شرایط معین با فلوئور ترکیبی با فرمول شیمیایی SF_{n} تشکیل دهد. اگر ۲/۹۲ گرم از فرآورده، $۱۲/۰۴ \times ۱۰^{۲۱}$ مولکول را در برداشته باشد، n کدام عدد است؟ ($F=۱۹$, $S=۳۲ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

با توجه به اینکه جرم $۱۲/۰۴ \times ۱۰^{۲۱}$ مولکول از SF_{n} معادل با ۲/۹۲ گرم است، جرم مولی(جرم یک مول) از آن را محاسبه می‌کنیم:

$$?\ g = ۱\ mol \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ molecule}{۱\ mol} \times \frac{۲/۹۲\ g}{۱۲/۰۴ \times ۱۰^{۲۱}\ molecule} = ۱۴۶ g$$

بنابراین جرم مولی SF_{n} برابر ۱۴۶ گرم بر مول است که ۳۲ گرم آن را گوگرد تشکیل داده است. بر این اساس تعداد اتم‌های فلوئور در هر واحد فرمولی از این ترکیب برابر ۶ است.

گروه آموزشی ماز

۵۴- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) مجموع تعداد عناصر موجود در دسته p جدول دوره‌ای امروزی، ۰/۹ برابر تعداد عناصر دسته d است.

۲) عنصری که آرایش الکترونی آن به $۴p^{۳}$ ختم می‌شود، در لایه سوم الکترونی خود هجده الکترون دارد.

۳) بیشترین مقدار عدد کوانتومی فرعی در یک اتم که دارای n لایه الکترونی کاملاً پر است، برابر $n - ۱$ می‌شود.

۴) الکترون برانگیخته، سطح انرژی بالایی داشته و برای آن، نشر نور مرئی تنها شیوه برای از دست دادن انرژی است.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۱)

الکترون برانگیخته، نسبت به الکترون‌هایی که در حالت پایه قرار گرفته‌اند، سطح انرژی **بالاتری** داشته و با از دست دادن انرژی اضافی خود، می‌تواند به لایه‌های الکترونی پایین‌تر منتقل شود. توجه داریم که برای الکترون، نشر نور(پرتوهای مرئی مثل نور سبز، آبی و ... و یا پرتوهای نامرئی مثل فرابنفش و فروسرخ) مناسب‌ترین شیوه برای از دست دادن انرژی است، اما این روش، **تنها** شیوه برای از دست دادن انرژی نیست!

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ دسته p جدول دوره‌ای، در **تناوب‌های دوم تا هفتم** قرار داشته و گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ از این تناوب‌ها را اشغال می‌کند، پس می‌توان گفت این عناصر در ۶ گروه آخر از ۶ تناوب جدول دوره‌ای قرار داشته و تعداد آن‌ها برابر با ۳۶ عدد است. دسته d جدول دوره‌ای نیز در **تناوب‌های چهارم تا هفتم** قرار داشته و گروه‌های ۳ تا ۱۲ از این تناوب‌ها را اشغال می‌کند، پس می‌توان گفت این عناصر در ۱۰ گروه از ۴ تناوب جدول دوره‌ای قرار داشته و تعداد آن‌ها برابر با ۴۰ عدد است. با توجه به توضیحات داده شده، مجموع تعداد عناصر موجود در دسته p جدول دوره‌ای امروزی، ۰/۹ برابر تعداد عناصر دسته d است.

۲ در تمام عناصر دسته p در دورهٔ چهارم(عناصری با عدد اتمی ۳۱ تا ۳۶ که از گالیم شروع شده و به کریپتون ختم می‌شوند)، زیرلایهٔ $3d$ کاملاً پر شده است؛ بنابراین این عنصرها در لایه سوم خود ۱۸ الکترون دارند. آرایش الکترونی لایه سوم در این اتم‌ها به‌صورت زیر است:

$3s^2 3p^6 3d^{10}$

۳ عدد کوانتومی **اصلی** را با n و عدد کوانتومی **فرعی** را با l نمایش می‌دهند. عدد کوانتومی فرعی می‌تواند شمار الکترون‌های هر زیرلایه را تعیین کند. محدوده مجاز عدد کوانتومی فرعی به‌صورت زیر است:

$l = 0$ و ۱ و ... و $(n-1)$

با توجه به توضیحات بالا، بیشترین مقدار عدد کوانتومی فرعی در هر لایه الکترونی برابر با $n-1$ است.

ساختار لایه‌ای اتم‌ها

اتم ساختار لایه‌ای داشته و الکترون‌ها در لایه‌های پیرامون هسته قرار می‌گیرند. برای مشخص کردن لایه‌های الکترونی از عدد کوانتومی اصلی که با نماد n نشان داده می‌شود، استفاده می‌کنیم. اعداد کوانتومی مختلف، به شرح زیر هستند:

عدد کوانتومی اصلی(n) = ۱،۲،۳، ... ،۷

هر لایه الکترونی از بخش‌های کوچک‌تری به نام زیرلایه تشکیل شده است. به هر زیرلایه یک عدد کوانتومی فرعی با نماد l نسبت می‌دهند. عدد کوانتومی فرعی زیرلایه‌های مختلف به شرح زیر خواهد بود:

عدد کوانتومی فرعی(l) = ۰ ، ۱ ، ... ، $n-1$

عدد کوانتومی اصلی (n)، تعداد زیرلایه‌های یک لایه را نیز مشخص می‌کند. به کمک مقدار n، حداکثر گنجایش الکترونی یک لایه را می‌توان محاسبه کرد. برای محاسبه گنجایش الکترونی لایه‌ها از رابطه زیر استفاده می‌شود:

حداکثر گنجایش الکترونی لایه nام = $2n^2$

به کمک عدد کوانتومی فرعی (l) هر زیرلایه، حداکثر گنجایش الکترونی آن زیرلایه را می‌توان به‌دست آورد. برای محاسبه گنجایش الکترونی زیرلایه‌ها از رابطه زیر استفاده می‌شود:

حداکثر گنجایش الکترونی یک زیرلایه = $4l + 2$

همان‌طور که مشخص است، گنجایش هر زیرلایه نسبت به زیرلایه قبل از خود، چهار الکترون بیشتر است.

گروه آموزشی ماز

۵۵- شمار الکترون‌های ظرفیتی در ساختار ۱۱/۲ گرم فلز آهن، با شمار الکترون‌های ظرفیتی در چند گرم کربن برابر است؟

$(Fe = 56$ و $C = 12 : g.mol^{-1})$

۱) ۲/۴ ۲) ۷/۲ ۳) ۹/۶ ۴) ۴/۸

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مسئله ـ ۱۰۰۱)

به‌طور کلی، چون عناصر هم‌گروه تعداد الکترون ظرفیتی برابری دارند، می‌توان گفت خواص مختلف عناصری که در یک گروه **مشابه** قرار می‌گیرند، شبیه به هم است. به‌عنوان مثال، آلومینیم و گالیم خواص نسبتاً مشابهی نسبت به هم دارند. شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصری که در گروه‌های مختلف جدول دوره‌ای قرار می‌گیرند به شرح زیر است:

گروه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
تعداد الکترون ظرفیتی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸

توجه داریم که در عناصر دسته d، الکترون‌های موجود در زیرلایه‌های s و d آخر، الکترون‌های ظرفیتی را تشکیل می‌دهند. الکترون‌های ظرفیتی موجود در عناصر مختلف، به‌صورت زیر هستند:

الکترون‌های ظرفیتی
- دسته s: الکترون‌های موجود در آخرین زیرلایه s
- دسته d: الکترون‌های موجود در آخرین زیرلایه s به اضافه الکترون‌های موجود در آخرین زیرلایه d
- دسته p: الکترون‌های موجود در آخرین زیرلایه‌های s و p

آرایش الکترونی عناصر آهن و کربن به‌صورت مقابل است: $_{6}C : 1s^2 2s^2 2p^2$ $_{26}Fe : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$

در آرایش الکترونی این عناصر، به‌ترتیب الکترون‌های $3d^6 4s^2$ و $2s^2 2p^2$، الکترون‌های ظرفیتی را تشکیل می‌دهند، پس می‌توان گفت در ساختار هر اتم آهن و کربن، به‌ترتیب ۸ و ۴ الکترون ظرفیتی وجود دارد. بر این اساس، داریم:

$$\text{آهن}: ?\,mol\ e\ \text{ظرفیتی} = 11/2\ g\ Fe \times \frac{1\ mol\ Fe}{56\ g\ Fe} \times \frac{8\ mol\ e\ \text{ظرفیتی}}{1\ mol\ Fe} = 1/6\ mol$$

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

در قدم بعد، باید جرمی از کربن را محاسبه کنیم که حاوی ۱/۶ مول الکترون ظرفیتی است. بر این اساس، داریم:

$$? g\ C = ۱/۶\ mol\ e_{\text{ظرفیتی}} \times \frac{۱\ mol\ C}{۴\ mol\ e_{\text{ظرفیتی}}} \times \frac{۱۲\ g\ C}{۱\ mol\ C} = ۴/۸\ g$$

گروه آموزشی ماز

۵۶- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) بین سیاره‌های موجود در سامانه خورشیدی، تنها زمین اتمسفری دارد که امکان زندگی را روی آن فراهم می‌کند.
۲) پایین‌ترین دمای هوا در طول کل ضخامت هواکره موجود در اطراف زمین، در انتهای لایه تروپوسفر وجود دارد.
۳) اکسیژن، در ساختار همه مولکول‌های زیستی وجود داشته و به‌صورت یون O^+ نیز در هواکره یافت می‌شود.
۴) اولین گازی که با افزایش دمای هوای مایع از آن خارج می‌شود، در ساختار خود یک پیوند سه‌گانه دارد.

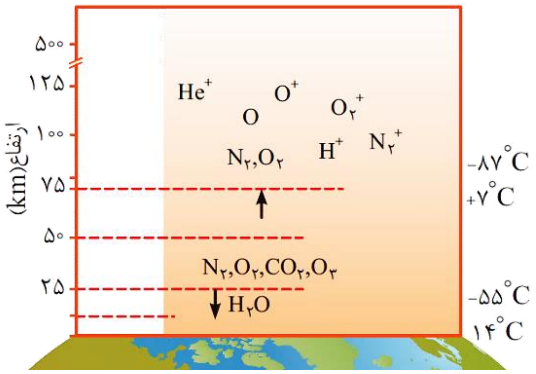
پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۰۰۲)

در طول لایه تروپوسفر زمین، دمای هوا مرتباً به اندازه **۶ درجه** به ازای **هر کیلومتر افزایش ارتفاع کاهش پیدا می‌کند** تا در نهایت، در انتهای این لایه به **۵۵-** درجه سانتی گراد می‌رسد. پس از آن، با افزایش ارتفاع، دمای هوا شروع به افزایش می‌کند تا به دمای ۷ درجه سانتی‌گراد می‌رسد. بعد از آن، دمای هوا مجدداً شروع به کاهش یافتن می‌کند و در ارتفاع حدود **۷۵ کیلومتری** از سطح زمین، دما به **۸۷- درجه سانتی‌گراد** می‌رسد. توجه داریم که در این محدوده از هواکره، دما پایین‌تر از دما در انتهای لایه تروپوسفر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در میان سیاره‌های سامانهٔ خورشیدی، **تنها** زمین اتمسفری دارد که **امکان زندگی** را روی آن فراهم می‌کند. این اتمسفر، مخلوطی از گازهای گوناگون است که تا فاصله ۵۰۰ کیلومتری از سطح زمین امتداد یافته است. این مخلوط گازی، به رنگ فیروزه‌ای دیده می‌شود. جاذبه زمین، این گازها را پیرامون خود نگه می‌دارد و مانع از خروج آنها از اتمسفر می‌شود. از سوی دیگر، انرژی گرمایی(انرژی جنبشی) مولکول‌ها سبب می‌شود تا آنها پیوسته در حال جنبش باشند و در سرتاسر هواکره توزیع شوند.

۳ **اتم‌های اکسیژن**، در ساختار **همه مولکول‌های زیستی**(مولکول‌هایی که در بدن جانوران ساخته و یا مصرف می‌شوند) از جمله پروتئین‌ها، آمینواسیدها، روغن‌ها، کربوهیدرات‌ها و چربی‌ها وجود دارد. این عنصر به‌صورت یون O^+ نیز در لایه‌های بالایی هواکره یافت می‌شود. تصویر زیر، برخی از یون‌های موجود در لایه‌های بالایی هواکره را نشان می‌دهد:



۴ بین اجزای موجود در هوای مایع، **نیتروژن دارای پایین‌ترین دمای جوش است**، پس اولین گازی که با افزایش دمای هوای مایع(نمونه هوا با دمای ۲۰۰- درجه سانتی‌گراد) از آن خارج می‌شود، گاز نیتروژن است. دمای جوش این گاز، برابر با **۱۹۶-** درجه سانتی‌گراد است. نیتروژن در ساختار مولکولی خود دارای یک **پیوند سه‌گانه** $N \equiv N$ است.

گروه آموزشی ماز

۵۷- کدام ماده در واکنش با آب، محلولی با $pH > ۷$ را ایجاد کرده و نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر در واحد فرمولی این ماده، کدام است؟

۱) منیزیم اکسید ـ ۲ ۲) سدیم اکسید ـ ۱/۵ ۳) گوگرد دی‌اکسید ـ ۱/۵ ۴) دی‌نیتروژن پنتاکسید ـ ۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۲)

اکسیدهای فلزی در واکنش با آب، **محلول‌هایی بازی با $pH > ۷$** را ایجاد می‌کنند. این مواد در واکنش با آب، غلظت یون **هیدروکسید** را در محلول مورد نظر **افزایش** می‌دهند. منیزیم اکسید و سدیم اکسید، از جمله اکسیدهای بازی هستند که فرمول شیمیایی آن‌ها به‌ترتیب به‌صورت MgO و $Na_۲O$ است. نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر در واحد فرمولی این دو ماده به‌ترتیب برابر با ۱ و ۱/۵ است. توجه داریم که اکسیدهای نافلزی در واکنش با آب، **محلول‌هایی اسیدی با $pH < ۷$** را ایجاد می‌کنند. این مواد در واکنش با آب، غلظت یون **هیدروژن** را در محلول مورد نظر **افزایش** می‌دهند. کربن دی‌اکسید و گوگرد تری‌اکسید، نمونه‌هایی از اکسیدهای اسیدی هستند.

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۴-۰۵
www.biomaze.ir
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۵۸- چند مورد از عبارت‌های زیر در رابطه با واکنش انجام شده در فرایند هابر درست است؟

الف ـ این واکنش، همانند واکنش تبدیل گاز اوزون به گاز اکسیژن، برگشت‌پذیر است.

ب ـ کاتالیزگر این واکنش برخلاف عنصرهای واکنش‌دهنده در آن، از عناصر دسته d جدول تناوبی است.

ج ـ واکنش‌دهنده این فرایند با جرم مولی بیشتر، در نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی کاربرد دارد.

د ـ فراورده آن، نقطه جوش بیشتری نسبت به واکنش‌دهنده‌ها داشته و به‌عنوان کود، مستقیماً به خاک تزریق می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۲)

واکنش انجام شده برای تولید آمونیاک در **فرایند هابر** به‌صورت زیر است:

$$3H_2(g) + N_2(g) \rightleftarrows 2NH_3(g) + Q$$

واکنش کلی انجام شده در فرایند هابر، **برگشت‌پذیر** و **گرماده** بوده و در شرایط بهینه انجام می‌شود. شرایط بهینه برای انجام این واکنش، **دمای ۴۵۰°C**، **فشار ۲۰۰ اتمسفر** و استفاده از **کاتالیزگر آهن** است. چون واکنش برگشت‌پذیر است، مخلوطی از سه گاز هیدروژن، نیتروژن و آمونیاک در ظرف واکنش وجود دارد. بر این اساس، همه عبارت‌های داده شده درست است.

واکنش‌های شیمیایی برگشت‌پذیر و برگشت ناپذیر

به‌طور کلی، واکنش‌های شیمیایی را به دو دستهٔ برگشت‌پذیر و برگشت ناپذیر(یک طرفه) دسته‌بندی می‌کنند. واکنش برگشت‌پذیر، واکنشی است که در آن مولکول‌های فراورده نیز می‌توانند با هم واکنش داده و واکنش‌دهنده‌های فرایند را تولید کنند. در این رابطه، داریم:

- واکنش‌های شیمیایی
  - برگشت پذیر
    - مثال: تولید آمونیاک، تولید اوزون، واکنش‌های درون باطری‌های قابل شارژ
    - در این واکنش‌ها، همهٔ واکنش‌دهنده‌ها به فراورده تبدیل نمی‌شوند.
  - برگشت ناپذیر
    - مثال: واکنش سوختن متان، واکنش سوختن زغال سنگ، واکنش سوختن هیدروژن
    - در این واکنش‌ها همهٔ واکنش‌دهنده‌ها به فراورده تبدیل می‌شوند.

بررسی موارد:

«الف»: واکنش تبدیل گاز اوزون به گاز اکسیژن، **برگشت‌پذیر** بوده و **گرماده** است. واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$2O_3(g) \rightleftarrows 3O_2(g)$$

فرایند **هابر** نیز یک واکنش **گرماده** است.

«ب»: واکنش‌دهنده‌های واکنش در جهت رفت، گازهای نیتروژن و هیدروژن هستند. دو عنصر هیدروژن و نیتروژن به‌ترتیب مربوط به دسته s و p جدول تناوبی هستند. کاتالیزگر واکنش، **آهن** بوده و متعلق به **دسته d** جدول دوره‌ای است.

«ج»: واکنش دهنده‌های واکنش در جهت رفت، گازهای نیتروژن و هیدروژن هستند. گاز نیتروژن(N_2)، جرم مولی بیشتری نسبت به هیدروژن(H_2) دارد. از گاز نیتروژن می‌توان برای **نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی** استفاده کرد.

گاز نیتروژن

گاز نیتروژن، گازی با واکنش‌پذیری اندک در هواکره بوده و به جو بی‌اثر شهرت دارد. این گاز، از مولکول‌های ناقطبی و دواتمی تشکیل شده است. از این گاز

۱. برای بسته‌بندی مواد خوراکی
۲. پر کردن تایر خودروها
۳. انجماد مواد غذایی در صنعت سرما سازی
۴. نگهداری انواع نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی
۵. ماده اولیه برای تهیه آمونیاک استفاده می‌شود.

«د»: نقطه جوش سه گاز آمونیاک، هیدروژن و نیتروژن را در جدول زیر مشاهده می‌کنید:

نام ماده	هیدروژن	نیتروژن	آمونیاک
نقطه جوش (درجه سانتی‌گراد)	-۲۵۳	-۱۹۶	-۳۴

نقطه جوش(دمایی که در آن یک ماده به جوش آمده و از حالت مایع به حالت گاز درمی‌آید) گاز آمونیاک **بسیار بیشتر** از نقطه جوش دو گاز هیدروژن و نیتروژن است. از همین قضیه برای جدا کردن گاز آمونیاک از سایر گازها در فرایند هابر استفاده می‌شود. کشاورزان کودهای شیمیایی نیتروژن‌دار را به خاک می‌افزایند. یکی از این کودها، **آمونیاک** بوده و **به‌طور مستقیم به خاک تزریق می‌شود.**

گروه آموزشی ماز

۵۹- در فرمول شیمیایی کدام‌یک از ترکیب‌های زیر، نسبت میان شمار اتم‌ها به شمار عناصر نسبت به سایر ترکیب‌ها بیشتر است؟

۱) آلومینیم سولفات ۲) آهن(III) نیترات ۳) کلسیم هیدروکسید ۴) مس(I) کربنات

www.biomaze.ir
۱۴۰۴-۰۵
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۳)

فرمول شیمیایی ترکیبات داده شده و اطلاعات مربوط به هر ترکیب، به‌صورت زیر است:

- آلومینیم سولفات : $Al_2(SO_4)_3$ ← شمار عناصر : ۳ ← شمار اتم‌ها : ۱۷
- آهن(III) نیترات : $Fe(NO_3)_3$ ← شمار عناصر : ۳ ← شمار اتم‌ها : ۱۳
- کلسیم هیدروکسید : $Ca(OH)_2$ ← شمار عناصر : ۳ ← شمار اتم‌ها : ۵
- مس(I) کربنات : Cu_2CO_3 ← شمار عناصر : ۳ ← شمار اتم‌ها : ۶

باتوجه به اطلاعات داده شده از این مواد، نسبت میان تعداد اتم‌ها به تعداد عناصر در آلومینیم سولفات بیشتر از سایر ترکیب‌ها است.

گروه آموزشی ماز

۶۰- چه تعداد از مطالب زیر در رابطه با آب و هیدروژن سولفید، درست است؟

الف ـ هر دو ماده از مولکول‌هایی با ساختار خمیده تشکیل شده‌اند.

ب ـ قدرت نیروهای بین مولکولی در آب، قوی‌تر از این نیروها در هیدروژن سولفید است.

ج ـ درصد جرمی اتم‌های هیدروژن در ساختار آب، کمتر از درصد جرمی آن در هیدروژن سولفید است.

د ـ اگر در دمای مشخص، آب به حالت بخار باشد، درباره حالت فیزیکی هیدروژن سولفید می‌توان اظهار نظر کرد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۳)

در رابطه با مواد داده شده، عبارت‌های (الف)، (ب) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: هر دو ماده آب(H_2O) و هیدروژن سولفید(H_2S)، روی **اتم مرکزی** خود دارای **جفت الکترون ناپیوندی بوده** و به همین خاطر، از مولکول‌هایی با ساختار **خمیده** یا همان **Vشکل** تشکیل شده‌اند.

«ب»: ذرات سازنده مواد **قطبی** در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کنند اما شدت این جهت‌گیری در مواد مختلف، متفاوت از یکدیگر است. شدت جهت‌گیری مولکول‌های سازنده یک ماده در حضور میدان الکتریکی، مبنای اندازه‌گیری کمیتی به نام **گشتاور دوقطبی(μ)** است. گشتاور دوقطبی مواد مختلف، با یکای **دبای(D)** نشان داده می‌شود. طبیعی است که با افزایش میزان قطبیت مواد، مقدار گشتاور دوقطبی آن‌ها نیز افزایش پیدا می‌کند. برای مثال، چون خاصیت نافلزی اکسیژن بیشتر از خاصیت نافلزی گوگرد است، گشتاور دوقطبی ذرات آب و هیدروژن سولفید به ترتیب برابر با ۱/۸۵ و ۰/۹۷ دبای می‌شود. چون آب گشتاور دوقطبی **بیشتری** دارد، قدرت نیروهای بین مولکولی در این ماده **قوی‌تر** خواهد بود.

«ج»: در ساختار مولکولی هر دو ماده، دو اتم هیدروژن وجود دارد اما چون جرم مولی هیدروژن سولفید در مقایسه با جرم مولی آب بیشتر است، پس درصد جرمی هیدروژن در ساختار این ماده کمتر از درصد جرمی هیدروژن در ساختار آب خواهد بود.

«د»: جدول زیر، ویژگی‌های آب و هیدروژن سولفید را در مقایسه با یکدیگر نشان داده است:

ماده	فرمول	ساختار	قطبیت	گشتاور دوقطبی	جرم مولی	حالت فیزیکی(۲۵°C)	نقطه جوش
آب	H_2O		قطبی	۱/۸۵ دبای	۱۸	مایع	۱۰۰°C
هیدروژن سولفید	H_2S		قطبی	۰/۹۷ دبای	۳۴	گاز	−۶۰°C

مطابق جدول فوق، آب با جرم مولی نزدیک به نصف جرم مولی هیدروژن سولفید، **دمای جوش غیرعادی و بالاتری از آن دارد**. در واقع با توجه به گشتاور دوقطبی بسیار بالای آب (نزدیک به دو برابر گشتاور دوقطبی هیدروژن سولفید)، بین ذرات این ماده پیوند هیدروژنی برقرار شده و بر این اساس، می‌توان گفت نیروی جاذبه میان مولکول‌های آب از نیروی جاذبه میان ذرات هیدروژن سولفید **بسیار قوی‌تر** است. اگر در شرایط مشخص، آب به حالت **بخار** باشد، می‌توان گفت دما بالاتر از ۱۰۰ درجه سلسیوس است. در چنین دمایی، هیدروژن سولفید به یقین **حالت گاز** دارد.

گروه آموزشی ماز

۶۱- در محلول سیرشده‌ای از سدیم نیترات به جرم ۱۴۲ گرم، مقدار ۴/۶ گرم یون سدیم وجود دارد. انحلال‌پذیری سدیم نیترات در دمای مورد نظر برابر با چند گرم در ۱۰۰ گرم آب است؟ $(Na = ۲۳$ و $O = ۱۶$ و $N = ۱۴ : g.mol^{-1})$

۱) ۱۳/۶ ۲) ۲۷/۲ ۳) ۸/۵ ۴) ۱۷

www.biomaze.ir
۱۴۰۴-۰۵
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مسئله ـ ۱۰۰۳)

فرمول شیمیایی سدیم نیترات به‌صورت $NaNO_۳$ است. در واحد فرمولی این ترکیب یونی، یک یون سدیم وجود دارد. طبق فرض سؤال، در محلول ۱۴۲ گرمی اولیه، ۴/۶ گرم یون سدیم وجود دارد. بر این اساس، جرم سدیم نیترات موجود در محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$? g\ NaNO_۳ = ۴/۶\ g\ Na^+ \times \frac{۱\ mol\ Na^+}{۲۳\ g\ Na^+} \times \frac{۱\ mol\ NaNO_۳}{۱\ mol\ Na^+} \times \frac{۸۵\ g\ NaNO_۳}{۱\ mol\ NaNO_۳} = ۱۷\ g$$

در محلول ۱۴۲ گرمی، مقدار ۱۷ گرم نمک سدیم نیترات وجود دارد. در رابطه با این محلول، داریم:

$$۱۴۲\ g\ \text{محلول} \longrightarrow \begin{cases} ۱۷\ g\ \text{نمک} \\ ۱۲۵\ g\ \text{آب} \end{cases}$$

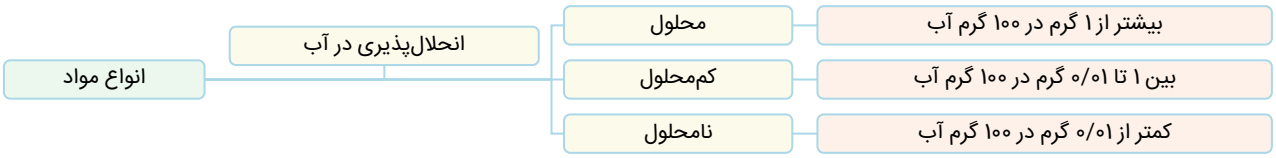
شیمی‌دان‌ها **بیشترین مقدار از یک حل‌شونده** که در دمای معین در **۱۰۰** گرم **حلال** حل می‌شود را **انحلال‌پذیری** آن ماده می‌نامند. در این عبارت، واژه «**بیشترین**» نشان‌دهنده رسیدن محلول به حالت **سیرشده** است. محلول سیرشده، محلولی است که **نمی‌تواند** حل‌شونده بیشتری را در خود حل کند و در صورت افزودن مقدار بیشتر حل‌شونده به آن، حل‌شونده مورد نظر به‌صورت **رسوب** درآمده و در ته ظرف ته‌نشین می‌شود. برای محاسبه مقدار انحلال‌پذیری یک ماده حل‌شونده در یک محلول آبی سیرشده، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\text{انحلال‌پذیری} = \frac{\text{جرم نمک حل شده در محلول}}{\text{جرم آب(حلال) موجود در محلول}} \times ۱۰۰$$

با توجه به توضیحات داده شده، داریم:

$$\text{انحلال‌پذیری} = \frac{۱۷}{۱۲۵} \times ۱۰۰ = ۱۳/۶\ \ g/۱۰۰\ g\ H_۲O$$

نمودار زیر، دسته‌بندی انواع مواد را بر اساس مقدار انحلال‌پذیری آن‌ها نشان می‌دهد:



گروه آموزشی ماز

۶۲- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) ذرات اتانول و اوزون، هر دو قطبی‌اند اما چون اوزون توانایی ایجاد پیوند هیدروژنی ندارد، نقطه جوش آن پایین‌تر است.
۲) با مجاورت میله شیشه‌ای مالیده شده به موی سر به باریکه آب، اتم H مولکول‌های آب به سمت میله جذب می‌شود.
۳) چون قدرت پیوندهای هیدروژنی در HF قوی‌تر از آب است، این ماده در مقایسه با آب دمای جوش بالاتری دارد.
۴) بیش از نیمی از آب بدن، درون سلول‌ها و باقی آن در مایع‌های بیرون سلولی جریان دارد.

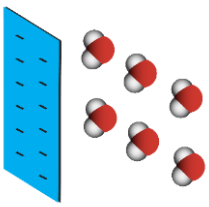
پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۳)

هرچند که قدرت پیوندهای هیدروژنی در HF قوی‌تر از آب است، اما چون تعداد پیوندهای هیدروژنی در یک نمونه از این ماده کمتر از تعداد پیوندهای هیدروژنی در یک نمونه از آب است، این ماده در مقایسه با آب دمای جوش پایین‌تری دارد. در واقع، در یک نمونه از هیدروژن فلوئورید، هر مولکول حداکثر ۲ پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند در حالی که بین مولکول‌های $H_۲O$ حداکثر ۴ پیوند هیدروژنی می‌تواند برقرار بشود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ اتانول، همانند اوزون، از جمله مواد **قطبی** است. هرچند که جرم مولی اوزون(۴۸ گرم بر مول) از اتانول(۴۶ گرم بر مول) بیشتر است، اما چون بین مولکول‌های اوزون پیوند هیدروژنی برقرار نمی‌شود، نقطهٔ جوش این ماده($-۱۱۲^\circ C$) از نقطه جوش اتانول($+۷۸^\circ C$) کمتر است.

۲ چون خاصیت نافلزی اکسیژن بیشتر از هیدروژن است، در مولکول آب، اتم اکسیژن دارای بار جزئی منفی و اتم هیدروژن دارای بار جزئی مثبت خواهد شد. میلهٔ شیشه‌ای نیز از لحاظ بار الکتریکی **خنثی** است، اما بر اثر مالش به موی خشک، دارای بار الکتریکی منفی خواهد شد. در این شرایط، مولکول‌های آب از سمت سر مثبت خود(از سمت اتم هیدروژن) به سوی میله باردار جذب می‌شوند. تصویر زیر، نمایی از این فرایند را نشان می‌دهد:



www.biomaze.ir
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۴ **اغلب** محلول‌های موجود در بدن انسان، محلول‌های **آبی** هستند. محلول‌هایی که بیشتر واکنش‌های شیمیایی درون بدن از جمله گوارش غذا، کنترل دمای بدن، تنفس، جلوگیری از خشکی پوست و ... در آن‌ها انجام می‌شود. با این توصیف بخش عمده جرم بدن انسان را آب تشکیل می‌دهد. بیش از نیمی از این آب در درون یاخته‌ها و باقی آن در مایع‌های برون‌سلولی جریان دارد. این مایع‌ها مواد مغذی و مواد زائد را بین سلول‌ها و دستگاه گردش خون جابه‌جا می‌کنند. هر فرد بالغ روزانه به‌طور میانگین ۱۵۰۰ تا ۳۰۰۰ میلی‌لیتر آب را به‌صورت ادرار، تعرق پوستی، بخار آب در بازدم و ... از دست می‌دهد. اگر این مقدار آب با خوردن مواد غذایی، میوه‌ها و نوشیدنی‌ها جبران نشود، بدن دچار کم آبی خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۶۳- کدام‌یک از مطالب زیر درست است؟

۱) در یک بازه زمانی، میانگین ردپای آب برای هر فرد بسیار بیشتر از میانگین آب مصرفی آن فرد به‌طور مستقیم است.
۲) اگر پمپ ایجاد فشار در دستگاه اسمز معکوس از کار بیفتد، برآیند جهت حرکت ذرات آب از غشاء تغییر نمی‌کند.
۳) با قرار دادن خیار در آب شور، مولکول‌های آب وارد یاخته‌های خیار شده و این میوه به تدریج متورم خواهد شد.
۴) حشره‌کش‌ها و آفت‌کش‌ها، برخلاف فلزهای سمی و میکروب‌های آب، توسط صافی کربن از آن جدا می‌شوند.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۳)

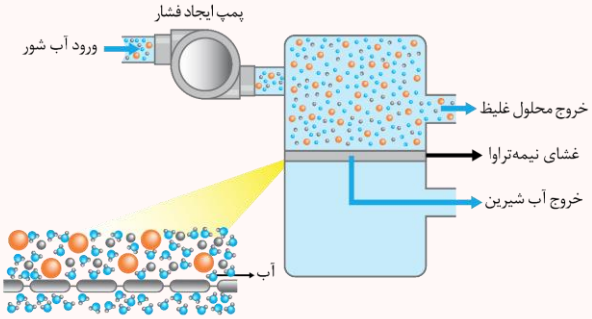
همان‌طور که می‌دانیم، مصرف آب به فعالیت‌های روزانهٔ هر شخص محدود نمی‌شود بلکه برای تولید هر وسیله، کالا یا فراورده، مقدار معینی آب نیاز است. ردپای آب نشان می‌دهد که هر فرد چه مقدار از آب قابل استفاده و در دسترس را مصرف می‌کند و در نتیجه چه مقدار از حجم منابع آب موجود در کره زمین کم می‌شود. این میزان، همهٔ آبی را که در تولید کالاها، ارائه خدمات و فعالیت‌های گوناگون مصرف می‌شود، نشان می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ فرآیند عبور آب از سمت محیط غلیظ به سمت محیط رقیق از خلال یک دیواره با خاصیت **تراوایی نسبی** و با اعمال **فشار بیرونی**، **اسمز معکوس** نامیده می‌شود. اسمز معکوس، فرآیندی **غیرخودبه‌خودی** به حساب می‌آید. اگر پمپ ایجاد فشار در دستگاه اسمز معکوس از کار بیفتد، فرآیند به حالت طبیعی و خودبه‌خودی بازمی‌گردد و اسمز اتفاق خواهد افتاد. در فرآیند اسمز، آب از سمت محیط رقیق به سمت محیط غلیظ حرکت می‌کند؛ درنتیجه با از کار افتادن پمپ، برآیند جهت حرکت مولکول‌های آب تغییر می‌کند.

اسمز معکوس

در دستگاه اسمز معکوس، یک محلول با غلظت مشخص، از طریق یک ورودی و با استفاده از یک پمپ، وارد دستگاه می‌شود. در واقع، پمپ نیروی مورد نیاز برای انجام شدن فرایند اسمز معکوس را تأمین می‌کند. با ورود آب تصفیه نشده به دستگاه، این محلول با استفاده از یک غشای نیمه‌تراوا به دو محلول مختلف تفکیک شده و با استفاده از خروجی‌های دستگاه خارج می‌شود. یکی از این محلول‌های خروجی آب تصفیه شده است و محلول دیگر نیز حاوی غلظت بالایی از مواد حل‌شونده است. چون کل مواد حل شده در محلول ورودی وارد محلول غلیظ خروجی شده و این محلول در مقایسه با محلول ورودی حجم کمتری دارد، پس می‌توان گفت محلول غلیظ تولید شده، نسبت به آب شور اولیه غلظت نمک بیشتری دارد. تصویر زیر، ساختار دستگاه اسمز معکوس را نشان می‌دهد:



۳ دیوارهٔ یاخته‌ها در گیاهان روزنه‌هایی بسیار ریز دارد که ذره‌های سازندهٔ مواد می‌توانند از آن گذر کنند، به گونه‌ای که این روزنه‌ها فقط اجازهٔ گذر به برخی از ذره‌ها و مولکول‌های کوچک مانند آب و یون‌ها را می‌دهند و از گذر مولکول‌های درشت‌تر جلوگیری می‌کنند. چون غلظت حل‌شونده در آب شور بیشتر از غلظت مواد موجود در سلول‌های خیار است، با انداختن خیار در آب شور، مولکول‌های آب بر اساس فرایند اسمز از سلول‌های خیار خارج شده و به همین خاطر، خیار چروکیده می‌شود. در نقطه مقابل، هنگامی که حبوبات و میوه‌های خشک را برای مدتی درون آب قرار می‌دهیم، آب وارد سلول‌های سازنده این مواد شده و به همین خاطر، این مواد پس از مدتی متورم می‌شوند.

۴ حشره‌کش‌ها، آفت‌کش‌ها و فلزهای سمی موجود در یک نمونه از آب، توسط صافی کربن از آن جدا می‌شوند. جدول زیر، روند تصفیه مواد به کمک روش‌های مختلف را با یکدیگر مقایسه می‌کند:

روش تصفیه	موادی که از آب جدا می‌شوند	موادی که در آب باقی می‌مانند
تقطیر	نافلزها ـ آلاینده‌ها ـ فلزهای سمی ـ حشره‌کش‌ها ـ آفت‌کش‌ها	میکروب‌ها ـ ترکیب‌های آلی فرار
اسمز معکوس	نافلزها ـ آلاینده‌ها ـ فلزهای سمی ـ حشره‌کش‌ها ـ آفت‌کش‌ها ـ ترکیب‌های آلی فرار	میکروب‌ها
صافی کربن	نافلزها ـ آلاینده‌ها ـ فلزهای سمی ـ حشره‌کش‌ها ـ آفت‌کش‌ها ـ ترکیب‌های آلی فرار	میکروب‌ها

توجه داریم که هیچکدام از این روش‌ها توانایی تصفیه میکروب‌ها را ندارند و به همین خاطر، آب حاصل از این فرایندها را باید پیش از مصرف کلرزنی کرد.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

روش‌های تصفیهٔ آب و مقایسه آن‌ها

صافی کربن، اسمز معکوس و تقطیر، از جمله روش‌های تصفیهٔ آب به شمار می‌روند. نافلزها، آلاینده‌ها، فلزهای سمی و حشره‌کش‌ها از جمله موادی هستند که با استفاده از همهٔ این روش‌ها از آب جدا می‌شوند؛ در حالی که میکروب‌های موجود در آب، از جمله موادی هستند که با استفاده از هیچ روشی نمی‌توان آن‌ها را از آب جدا کرد. برای از بین بردن میکروب‌های موجود در آب، محلول حاصل از فرایند تصفیه را کلرزنی می‌کنند. ترکیب‌های آلی فرار نیز یکی دیگر از آلاینده‌های موجود در آب هستند که آن‌ها را با استفاده از صافی کربن و اسمز معکوس می‌توان جدا کرد؛ اما فرایند تقطیر توانایی جدا کردن آن‌ها از آب را ندارد. مراحل انجام شده در فرایند تقطیر که منجر به تولید آب شیرین می‌شود، به شرح زیر است:

جمع‌آوری آب شیرین ← میعان آب در مجاورت سقف پلاستیکی دستگاه تقطیر ← برخورد بخار آب به سقف پلاستیکی دستگاه تقطیر ← تبخیر آب و مواد فرار موجود در محلول ← تاباندن نور خورشید به محلول تصفیه نشده

توجه داریم که انرژی مورد نیاز برای انجام شدن تقطیر، با استفاده از نور خورشید تأمین می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶۴- پس از موازنه معادله واکنش داده‌شده، تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد محلول در آب و مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها، کدام است؟

$$(NH_4)_2CO_3(aq) + HCl(aq) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(l) + NH_4Cl(aq)$$

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۰۰۲)

معادله واکنش به این صورت موازنه می‌شود:

$$(NH_4)_2CO_3(aq) + 2HCl(aq) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(l) + 2NH_4Cl(aq)$$

برای موازنه این واکنش به روش وارسی، باید ابتدا ضریب یک را به $(NH_4)_2CO_3$ بدهیم. مجموع ضرایب مواد محلول در آب (aq)، برابر با $1 + 2 + 2 = 5$ و مجموع ضرایب فراورده‌ها برابر با $1 + 1 + 2 = 4$ است.

گروه آموزشی ماز

۶۵- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف ـ تنها ۹۲ درصد از کل عناصر شناخته‌شده موجود در جدول تناوبی، در طبیعت یافت می‌شوند.

ب ـ در فراوان‌ترین ایزوتوپ منیزیم، شمار ذرات زیراتمی باردار ۲ برابر شمار ذرات بدون بار است.

ج ـ اغلب ایزوتوپ‌هایی که عدد جرمی آن‌ها بیش از ۲/۵ برابر عدد اتمی آن‌ها است، ناپایدار هستند.

د ـ در یک مخلوط طبیعی از اورانیم، نسبت شمار ایزوتوپ ^{235}U به شمار کل اتم‌های اورانیم حدوداً برابر ۰/۷ است.

۱) «ب» و «ج» ۲) «الف» و «ج» ۳) «ب» و «د» ۴) «الف» و «د»

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ حفظی ـ ۱۰۰۱)

عبارت‌های (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: در جدول تناوبی امروزی، ۱۱۸ عنصر شناخته شده حضور دارند. از این ۱۱۸ عنصر، تنها ۹۲ عنصر در طبیعت یافت می‌شوند و ۲۶ عنصر دیگر، فقط به‌صورت ساختگی وجود دارند. برای مثال، تکنسیم یک عنصر ساختگی است. حال نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \frac{92}{118} \times 100 \simeq 78 \text{ درصد}$$

رادیوایزوتوپ‌ها

رادیوایزوتوپ‌ها اگرچه بسیار خطرناک هستند، اما پیشرفت دانش و فناوری، بشر را موفق به مهار و بهره‌گیری از آن‌ها کرده است؛ به‌طوری‌که از آن‌ها در پزشکی، کشاورزی و سوخت در نیروگاه‌های اتمی استفاده می‌شود. تکنسیم($^{99}_{43}Tc$) نخستین عنصری است که در واکنشگاه(رآکتور) هسته‌ای تولید شده است. تکنسیم متعلق به دسته d از تناوب پنجم جدول دوره‌ای بوده و یک عنصر فلزی است. از این عنصر در تصویربرداری غدهٔ تیروئید انسان استفاده می‌شود. از آنجا که نیم‌عمر این عنصر کم است و نمی‌توان مقادیر زیادی از آن را تهیه و برای مدت طولانی نگهداری کرد، بسته به نیاز، آن را با یك مولد هسته‌ای تولید و سپس مصرف می‌کنند. در واقع، همه تکنسیم موجود در جهان باید به‌طور مصنوعی و با استفاده از واکنش‌های هسته‌ای ساخته شود.

«ب»: در یک نمونه طبیعی از منیزیم ایزوتوپ‌های $^{24}_{12}Mg$ ، $^{25}_{12}Mg$ و $^{26}_{12}Mg$ حضور دارند. در این بین، فراوان‌ترین ایزوتوپ منیزیم، معادل $^{24}_{12}Mg$ است که در آن شمار الکترون، پروتون و نوترون همگی برابر با ۱۲ است. از طرفی می‌دانیم منظور سؤال از ذرات باردار، الکترون‌ها و پروتون‌ها و منظور از ذرات خنثی یا بدون بار، نوترون‌ها هستند. نسبت خواسته شده در این ایزوتوپ برابر با $\frac{24}{12}$ یا ۲ است.

«ج»: اغلب ایزوتوپ‌هایی که شمار نوترون به پروتون آن‌ها برابر یا بیشتر از ۱/۵ است، ناپایدار هستند. حال نسبت عدد جرمی به عدد اتمی در این ایزوتوپ‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{A}{Z} = \frac{n+p}{p} = \frac{n}{p} + \frac{p}{p} = \frac{n}{p} + 1 \quad , \quad \frac{n}{p} \geq 1/5 \Rightarrow \frac{n}{p} + 1 \geq 2/5$$

«د»: در یک مخلوط طبیعی از اورانیم، کمتر از ۰/۷ درصد اتم‌ها مربوط به ایزوتوپ ^{235}U است و سایر اتم‌ها، مربوط به ایزوتوپ‌های دیگر خواهد بود. بنابراین می‌توان گفت نسبت شمار اتم‌های ^{235}U به شمار کل اتم‌های اورانیم در یک نمونه طبیعی از این عنصر، کمتر از ۰/۰۰۷ است.

www.biomaze.ir ۱۴۰۴-۰۵
www.SanjeshCloud.ir T.me/SanjeshCloud

اورانیم

اورانیم شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزایی است که یکی از ایزوتوپ‌های آن، اغلب به‌عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود. ایزوتوپی از اورانیم که به‌عنوان سوخت هسته‌ای کاربرد دارد، با نماد $^{235}_{92}U$ نشان داده می‌شود. در یک مخلوط طبیعی از اتم‌های اورانیم، درصد فراوانی این ایزوتوپ کمتر از ۰/۷٪ است. دانشمندان موفق شده‌اند مقدار این ایزوتوپ را در مخلوط ایزوتوپ‌های اورانیم افزایش دهند. به این فرایند، غنی‌سازی ایزوتوپی گفته می‌شود. این فرایند، یکی از مراحل مهم چرخه تولید سوخت هسته‌ای است که در ایران هم انجام می‌شود. با گسترش این صنعت، می‌توان بخشی از انرژی الکتریکی مورد نیاز کشور را تأمین نمود.

گروه آموزشی ماز

۶۶- کدام مورد درست است؟

۱) گازهای گلخانه‌ای، مانع از خروج اغلب پرتوهای الکترومغناطیسی گسیل شده توسط زمین می‌شوند.

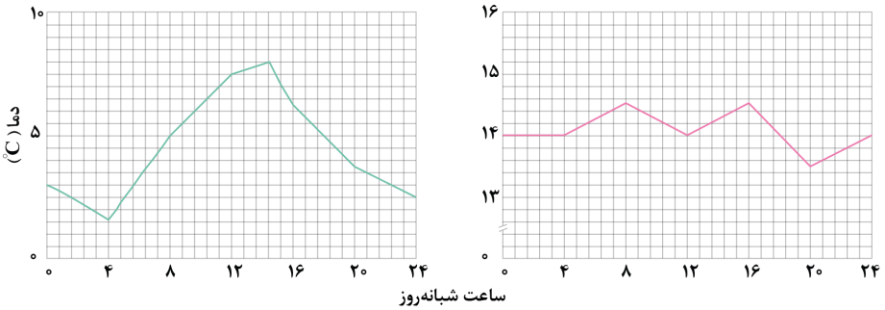
۲) پرتوهای گسیل شده از سطح زمین، توسط گازهای گلخانه‌ای از فرابنفش به فروسرخ تبدیل می‌شوند.

۳) در یک روز زمستانی، نسبت کم‌ترین دما به بیشترین دما، در محیط درون گلخانه نسبت به هوای بیرون، بزرگ‌تر است.

۴) با گسترش صنایع، درصد حجمی گاز اکسیژن در هواکره نسبت به میلیون‌ها سال گذشته کاهش محسوسی داشته است.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۰۰۲)

گلخانه‌ها زمین‌های کشاورزی ویژه‌ای هستند که دور تا دور آن‌ها را تا ارتفاع معینی توسط لایه‌هایی از پلاستیک‌های شفاف می‌پوشانند و در آن‌ها گیاهان و میوه‌های گوناگونی پرورش می‌دهند. نمودارهای زیر، تغییر دما در یک روز زمستانی را نمایش می‌دهد:



نمودار سمت راست مربوط به فضای درون گلخانه و نمودار سمت چپ مربوط به فضای بیرون گلخانه است. همانطور که مشخص است تغییرات دما در گلخانه کمتر بوده و درنتیجه می‌توان گفت در محیط گلخانه، تفاوت کم‌ترین و بیشترین دما نسبت به محیط بیرون کمتر است. پس می‌توان گفت نسبت کم‌ترین دما به بیشترین دما در محیط درون گلخانه بزرگ‌تر بوده و به عدد ۱ نزدیک‌تر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ تصویر زیر مبادله گرمایی کره زمین را نشان می‌دهد:

مطابق تصویر سرنوشت پرتوهای تابیده شده به زمین به‌صورت زیر است:

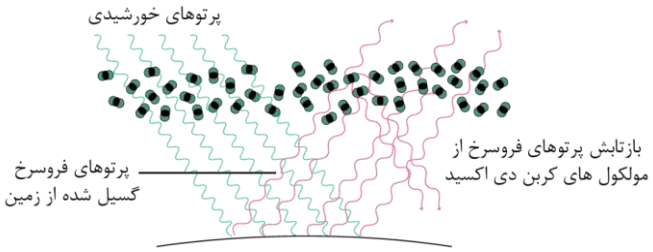
- پرتوهای خورشیدی تابیده شده به سمت زمین
  - بخش کوچک — توسط هواکره جذب می‌شوند.
  - بخش کوچک — توسط هواکره به سمت خارج بازتاب می‌شوند.
  - بخش عمده — به وسیلهٔ زمین جذب می‌شوند.

بخش عمده پرتوهای خورشیدی توسط زمین جذب می‌شوند. سرنوشت این پرتوها به‌صورت زیر است:

- گرمای دفع شده توسط کرهٔ زمین
  - بخش کوچک — توسط هواکره و گازهای گلخانه‌ای، در زمین محبوس می‌شود.
  - بخش عمده — به صورت تابش‌های فروسرخ از زمین دفع شده و خارج می‌شود.

www.biomaze.ir
۱۴۰۴-۰۵
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۲ تصویر زیر بازتاب پرتوهای گسیل شده از زمین توسط گازهای گلخانه‌ای را نمایش می‌دهد:



همانطور که مشخص است، پرتوهای گسیل شده از زمین همانند پرتوهای بازتابش شده توسط گازهای گلخانه‌ای، از جنس فروسرخ هستند.

۴ بررسی دانشمندان برای هوای به دام افتاده در بلورهای یخ در یخچال‌های قطبی و نیز سنگ‌های آتشفشانی نشان می‌دهد که از ۲۰۰ میلیون سال پیش تاکنون، نسبت گازهای سازنده هواکره و به دنبال آن، درصد حجمی هریک از این گازها تقریباً ثابت مانده است.

گروه آموزشی ماز

۶۷- کدام‌یک از مطالب زیر در رابطه با واکنش موازنه نشده $NO(g) + CO(g) \xrightarrow{۱۲۰^\circ C} N_۲(g) + CO_۲(g)$ درست است؟

۱) پس از موازنه، ضریب همه مواد موجود در معادله واکنش با هم برابر می‌شود.

۲) در نام‌گذاری همه ترکیب‌های مولکولی موجود در معادله واکنش، پیشوند (مونو) یافت می‌شود.

۳) برای آغاز شدن این واکنش شیمیایی، دمای مواد شرکت‌کننده باید به ۱۲۰ درجه سلسیوس برسد.

۴) در ساختار لوویس همه مواد شرکت‌کننده در واکنش، همه اتم‌ها از قاعده هشت‌تایی پیروی می‌کنند.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۰۰۲)

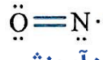
معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به‌صورت زیر است:

$$۲NO(g) + ۲CO(g) \xrightarrow{۱۲۰^\circ C} N_۲(g) + ۲CO_۲(g)$$

جدول زیر برخی از نمادهای مورد استفاده در معادله‌های شیمیایی را نمایش می‌دهد:

نماد	معنا
$\rightarrow$	تولید می‌کند یا می‌دهد
$\xrightarrow{\Delta}$	واکنش‌دهنده‌ها بر اثر گرم شدن واکنش می‌دهند.
$\xrightarrow{۲۰\ atm}$	واکنش در فشار ۲۰ اتمسفر انجام می‌شود.
$\xrightarrow{۱۲۰۰^\circ C}$	واکنش در دمای ۱۲۰۰°C انجام می‌شود.
$\xrightarrow{Pd}$	در واکنش از کاتالیزگر پالادیم استفاده شده است.

با توجه به معادله نوشته شده، می‌توان گفت برای آغاز شدن این واکنش شیمیایی، دمای مواد شرکت‌کننده باید به ۱۲۰ درجه سلسیوس برسد. در این حالت، واکنش آغاز شده و مواد با یکدیگر واکنش می‌دهند. توجه داریم که پس از موازنه معادله واکنش، ضریب گاز نیتروژن نسبت به سایر مواد شرکت‌کننده در واکنش متفاوت است. در نام‌گذاری یکی از ترکیب‌های شرکت‌کننده در این واکنش($CO_۲$) نیز نیازی به آوردن پیشوند (مونو) نداریم. نام درست این ترکیب، به‌صورت کربن دی‌اکسید است. در ساختار لوویس گاز NO نیز اتمی وجود دارد که از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کند. ساختار لوویس این گاز به‌صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۶۸- یک مخلوط گازی، شامل شمار مول‌های برابر از عناصر نیتروژن، اکسیژن و هلیم می‌شود. دمای این مخلوط را تا ۲۰۰- درجه سانتی‌گراد کاهش داده و پس از جدا کردن مواد مایع تولید شده، دما را مجدداً افزایش می‌دهیم. طی این فرایند، جرم مخلوط گازی مورد نظر چند برابر می‌شود؟

$(O = ۱۶ \text{ و } N = ۱۴ \text{ و } He = ۴ : g.mol^{-۱})$

۱) $\frac{۱}{۱۶}$ ۲) $\frac{۱۷}{۳۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۷}{۱۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مسئله و مفهومی ـ ۱۰۰۲)

مخلوط گازی، شامل شمار مول‌های برابر از عناصر نیتروژن، اکسیژن و هلیم می‌شود. فرض می‌کنیم که مقدار مول هریک از این مواد در مخلوط اولیه برابر با x مول است. بر این اساس، جرم هر گاز را در مخلوط اولیه محاسبه می‌کنیم:

نیتروژن : $? g\ N_۲ = x\ mol\ N_۲ \times \frac{۲۸\ g\ N_۲}{۱\ mol\ N_۲} = ۲۸x\ g$

هلیم : $? g\ He = x\ mol\ He \times \frac{۴\ g\ He}{۱\ mol\ He} = ۴x\ g$

اکسیژن : $? g\ O_۲ = x\ mol\ O_۲ \times \frac{۳۲\ g\ O_۲}{۱\ mol\ O_۲} = ۳۲x\ g$

www.biomaze.ir
۱۴۰۴-۰۵
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

بر این اساس، داریم:

جرم اولیه مخلوط گازی = جرم هلیم + جرم نیتروژن + جرم اکسیژن $= ۴x + ۲۸x + ۳۲x = ۶۴x\ g$

دمای این مخلوط را تا ۲۰۰- درجه سانتی‌گراد کاهش داده و **دو گاز نیتروژن** و **اکسیژن، میعان می‌شوند اما هلیم به حالت گاز باقی می‌ماند**. طبق فرض سؤال، پس از جدا کردن مواد مایع تولید شده(نیتروژن و اکسیژن)، دما را مجدداً افزایش می‌دهیم. در این حالت، **فقط گاز هلیم باقی می‌ماند**. در این حالت، جرم نمونه گازی ایجاد شده را با مخلوط اولیه مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم نمونه نهایی}}{\text{جرم نمونه اولیه}} = \frac{\text{جرم هلیم}}{\text{جرم اکسیژن + جرم نیتروژن + جرم هلیم}} = \frac{۴x}{۴x + ۲۸x + ۳۲x} = \frac{۴}{۶۴} = \frac{۱}{۱۶}$$

طی این فرایند، جرم مخلوط مورد نظر $\frac{۱}{۱۶}$ برابر شده است.

گروه آموزشی ماز

۶۹- اگر مجموع غلظت مولی یون‌ها در یک نمونه از محلول سدیم کلرید خالص، برابر $۰/۵\ mol.L^{-۱}$ باشد، در واکنش ۴۰۰ میلی‌لیتر از این محلول با محلول نقره نیترات، چند گرم رسوب سفید رنگ تولید می‌شود؟ ($g.mol^{-۱}$: $Ag = ۱۰۸$، $Cl = ۳۵/۵$)

۱) ۱۴/۳۵ ۲) ۲۸/۷ ۳) ۱۳/۴۵ ۴) ۲۶/۹

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مسئله ـ ۱۰۰۳)

واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$NaCl(aq) + AgNO_۳(aq) \rightarrow AgCl(s) + NaNO_۳(aq)$$

ابتدا شمار مول یون‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{غلظت مولی یون‌ها} = \frac{\text{مول یون‌ها}}{\text{حجم محلول}} \rightarrow \text{مول یون‌ها} = \text{حجم محلول} \times \text{غلظت مولی یون‌ها} \rightarrow ۰/۵ \times ۰/۴ = ۰/۲$$

بنابراین در محلول اولیه ۰/۲ مول یون وجود دارد. هر مول سدیم کلرید دارای ۲ مول یون(۱ مول آنیون و ۱ مول کاتیون) است. پس شمار مول نمک سدیم کلرید نصف مقدار به‌دست آمده و برابر با ۰/۱ است. نقره کلرید رسوبی سفید رنگ است که مقدار تولید شده از آن در این واکنش برابر است با:

$$؟ g\ AgCl = ۰/۱\ mol\ NaCl \times \frac{۱\ mol\ AgCl}{۱\ mol\ NaCl} \times \frac{۱۴۳/۵\ g\ AgCl}{۱\ mol\ AgCl} = ۱۴/۳۵$$

پس جرم نمک $AgCl$ تولید شده برابر با ۱۴/۳۵ گرم است.

گروه آموزشی ماز

۷۰- اگر در واکنش سوختن هیدروژن، ۲۷ گرم آب تولید شود، به‌ترتیب چند لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP و چند مول گاز هیدروژن مصرف می‌شود؟ ($g.mol^{-۱}$: $O = ۱۶$، $H = ۱$)

۱) ۱۶/۸ ـ ۱ ۲) ۱۱/۲ ـ ۱ ۳) ۱۶/۸ ـ ۱/۵ ۴) ۱۱/۲ ـ ۱/۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ رفتار گازها ـ مسئله ـ ۱۰۰۲)

واکنش موازنه‌شدهٔ سوختن هیدروژن به‌صورت زیر است:

$$۲H_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲H_۲O(g)$$

حجم هر مول گاز در شرایط استاندارد، برابر با ۲۲/۴ لیتر است. حجم گاز اکسیژن مصرف شده برابر است با:

$$؟ L\ O_۲ = ۲۷\ g\ H_۲O \times \frac{۱\ mol\ H_۲O}{۱۸\ g\ H_۲O} \times \frac{۱\ mol\ O_۲}{۲\ mol\ H_۲O} \times \frac{۲۲/۴\ L\ O_۲}{۱\ mol\ O_۲} = ۱۶/۸$$

پس ۱۶/۸ لیتر گاز اکسیژن مصرف شده است. اکنون شمار مول گاز هیدروژن مصرف شده را به‌دست می‌آوریم:

$$؟ mol\ H_۲ = ۲۷\ g\ H_۲O \times \frac{۱\ mol\ H_۲O}{۱۸\ g\ H_۲O} \times \frac{۲\ mol\ H_۲}{۲\ mol\ H_۲O} = ۱/۵$$

بنابراین شمار مول هیدروژن مصرف شده برابر با ۱/۵ است.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir
۱۴۰۴-۰۵
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

چرا شروع کنکور از تابستان = پیروزی در مسابقه است؟

یک مقایسه ساده اما قدرتمند

تصور کنید دو دونده هستید :

دونده اول: از تابستان تمرینش رو شروع می‌کند، عضلاتش قوی می‌شود، استراتژی می‌چیند .

دونده دوم: از پاییز شروع می‌کند، همیشه نفس‌نفس می‌زند و عقب می‌ماند. کنکور دقیقاً همین است .

۳ دلیل طلایی برای شروع از تابستان

۱ **فرصت ترمیم نقاط ضعف:** تابستان = زمان طلایی برای رفع اشکالات پایه (به ویژه دروس مهم مثل ریاضی و زیست)
مثال: دانش‌آموزی که در تابستان مبحث تولیدمثل را کامل می‌خواند، در طول سال فشار کمتری احساس می‌کند .

۲ **شرکت در آزمون‌های آزمایشی با آرامش:** شروع زودهنگام = افزایش تعداد آزمون‌های آزمایشی
که باعث : شناسایی خطاها + بهبود تراز می‌شود. آمار: ٪۸۰ رتبه‌های زیر ۱۰۰۰، از تابستان آزمون‌های منظم داده‌اند.

۳ **کلاس‌های آنلاین بدون استرس:** در تابستان فرصت دارید: مفاهیم را عمیق یاد بگیرید
با اساتید تعامل بیشتری داشته باشید و از پشتیبانی حرفه‌ای استفاده کنید .

چرا اشتراک الماس بهترین انتخاب برای تابستان است؟

- کلاس‌های آنلاین با اساتید رتبه‌ساز (آموزش اصولی از پایه)
- آزمون‌های استاندارد (شبیه‌ساز کنکورهای سال قبل)
- ارائه خدمات کامل و کلاس‌های متنوع

نظر رتبه یک کنکور ۱۴۰۳ درمورد **اشتراک الماس**

صبا معصوم نیا

الماس واقعا فوق العاده و کامل بود و هربار که محصول جدیدی قرار داده میشد
میگفتم اخه چرا تا همین الانم بیشتر از هزینه‌ای که کردیم خدمات گرفتیم

اشتراک الماس همون یار و دوستی هست که تا آخر همراهته فرصت طلایی تابستان را از دست ندهید
همین امروز اقدام کنید
مشاوره رایگان ۰۲۱۱۴۰[illegible]
الماس موفقیت شم[illegible]راشیده می‌شود

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
Time/SanjeshCloud