گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایهٔ یازدهم



دفتـــــرچه شمـــــاره ۱

پنجشنبه ۱ آبان‌ماه ۱۴۰۴

تسلط بر نیم‌سال اول

ویژهٔ دانش‌آموزان پایه یازدهم

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۵۵ دقیقه	۳۰ سؤال ۵۵ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازهٔ متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

بودجه‌بندی دروس این آزمون

حسابان ۱

جبر و معادله
(مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی، معادلات درجه دوم، معادلات گویا و گنگ تا انتهای معادلات شامل عبارت‌های گویا)
صفحه‌های ۱ تا ۱۹

سهم در کنکور: ۱ سؤال

هندسه ۲

دایره
(کل درس اول: مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره)
صفحه‌های ۹ تا ۱۷

سهم در کنکور: ۱ سؤال ترکیبی

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات
(آشنایی با منطق ریاضی تا ابتدای سورها)
صفحه‌های ۱ تا ۱۱

سهم در کنکور: ۱ سؤال

فیزیک ۲

الکتریسیتهٔ ساکن
(تا ابتدای برهم نهی میدان‌های الکتریکی)
صفحه‌های ۱ تا ۱۴

سهم در کنکور: ۱ سؤال

شیمی ۲

قدر هدایای زمینی را بدانیم
(از ابتدای فصل تا انتهای عنصرها به چه شکلی در طبیعت یافت می‌شوند؟)
صفحه‌های ۱ تا ۲۲

سهم در کنکور: ۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در نیم‌سال اول ۱۴۰۴

۸ آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید برای تسلّط کامل بر مباحث نیم سال اول / شروع حرکت و یادگیری استفاده از ماشین پیشرفت ماز

- **۱- شروع مسیر؛ آرامش و هماهنگی:** سه مرحله آزمون پوششی؛ فرصت برای شروع حرکت با ماشین پیشرفت ماز (تکرار مباحث آزمون‌های قبل و فرصت برای شروع مسیر پیشرفت)
- **۲- چالش استمرار؛ پیگیری و استقامت :** سه مرحله آزمون برای آمادگی امتحانات و تکمیل یادگیری نیم سال اول (زمان تسلط کامل بر نیم سال اول)
- **۳- جمع‌بندی پایان نیم‌سال اول:** دو مرحله آزمون جمع‌بندی بعد از امتحانات ترم اول و تکمیل یادگیری نیم سال اول + مرور و جمع‌بندی (ایستگاه جمع‌بندی و جبران)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱- اگر جمع ریشه‌های معادلهٔ $3x^2+(a+1)x-a=0$ برابر -2 باشد، جمع مربع ریشه‌های آن چه عددی است؟

۱) $\frac{22}{3}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{16}{3}$ ۴) $\frac{8}{3}$

۲- اختلاف ریشه‌های معادلهٔ $\frac{2}{x-2}+\frac{1}{(x-2)^2}=3$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) ۲

۳- در یک نوع کاشی، طول هر کاشی از ۳ برابر عرض آن ۵ واحد بیش‌تر است. برای پوشاندن یک دیوار به مساحت ۲۵ مترمربع، از ۲۵۰۰ کاشی استفاده شده است. اختلاف طول و عرض کاشی چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۵ ۳) ۲۰ ۴) ۱۵

۴- اگر α و β جواب‌های معادلهٔ درجه دوم $2x^2-x-2=0$ باشند، مقدار $A=4\alpha^3+5\beta$ چه عددی است؟

۱) $-\frac{7}{4}$ ۲) $\frac{9}{2}$ ۳) ۳ ۴) $-\frac{3}{4}$

۵- هر دو ریشهٔ معادلهٔ $-2x^2-4x+m=0$ که متمایز هستند، کوچک‌تر از ۲ می‌باشند، حدود m کدام است؟

۱) $m>2$ ۲) $m<16$ ۳) $2<m<8$ ۴) $-2<m<16$

۶- هرگاه α و β جواب‌های معادلهٔ $x^2-8x+2=0$ باشند، مقدار $A=\sqrt{\frac{\alpha^2+2}{\beta}}+\sqrt{\frac{\beta^2+2}{\alpha}}$ چه عددی است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۱۶ ۴) ۸

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷- اگر نمودار تابع $f(x)=ax^3+5x^2+x-a$ محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول $x=-2$ قطع کند، جمع صفرهای دیگر تابع چه عددی است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $-\frac{5}{2}$

۸- اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $2x^2-3x-2=0$ باشند، معادلهٔ درجه دوم با ریشه‌های $\left\{\frac{\alpha}{\beta^2},\frac{\beta}{\alpha^2}\right\}$ به صورت $8x^2+mx+n=0$ است، مقدار m کدام است؟

۱) -55 ۲) 63 ۳) 55 ۴) -63

۹- معادلهٔ $\frac{3}{x+2}+\frac{2}{x}=\frac{4(x-1)}{x^2-4}$ دارای چند جواب است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) هیچ

۱۰- در یک مستطیل که طول آن ۳ برابر عرض آن است، مقدار ثابتی از طول مستطیل کم می‌کنیم تا به مستطیلی تبدیل شود که نسبت طلایی در آن برقرار است. اگر عرض هر دو مستطیل برابر باشد، مساحت مستطیل جدید چند برابر مساحت مستطیل اولیه است؟

۱) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{5}+1}{3}$ ۳) $\frac{\sqrt{5}+1}{6}$ ۴) $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱- هرگاه $\alpha-1$ و β جواب‌های معادلهٔ $2x^2-x-4=0$ و α و $\beta+1$ ریشه‌های معادلهٔ درجه دوم $2x^2+ax+b=0$ باشند. مقدار b کدام است؟

۱) -1 ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) 2 ۴) $-\frac{1}{2}$

۱۲- اعداد $\frac{2}{3}$ و α جواب‌های معادلهٔ $ax^2-13x+a=0$ هستند. اگر 2α و β جواب‌های معادلهٔ $2x^2+ax+b=0$ باشند، مقدار β کدام است؟

۱) -6 ۲) 6 ۳) 4 ۴) -4

۱۳- دو ماشین تراشکاری در طی ۱۸ ساعت یک قطعه را آماده می‌کنند و ماشین A به تنهایی ۱۵ ساعت زودتر از ماشین B این کار را انجام می‌دهد. اگر یک ماشین هم سرعت با ماشین A اضافه کنیم، کل کار در چند ساعت تمام می‌شود؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۲/۵ ۳) ۱۲ ۴) ۱۱/۲۵

۱۴- در دنباله‌ای حسابی با جملهٔ عمومی a_n هرگاه $a_8=3a_n$ و $S_{33}=0$ باشد، عدد طبیعی n کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۴ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

۱۵- $a_n=2n+b$ جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی است که جمع n جملهٔ ابتدایی آن برابر با $S_n=an^2+4n$ می‌باشد. مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶- جمع بیست جمله و سی جملهٔ ابتدایی یک دنبالهٔ حسابی به ترتیب ۸۲۰ و ۱۸۳۰ هستند. جمع ده جملهٔ ابتدایی آن چه عددی است؟

۱) ۱۸۰ ۲) ۲۵۰ ۳) ۲۱۰ ۴) ۲۴۰

۱۷- جمع ده جملهٔ ابتدایی دنبالهٔ $a_n = 2(2^n + n)$ چه عددی است؟

۱) ۴۲۰۲ ۲) ۳۹۸۲ ۳) ۴۱۳۰ ۴) ۴۱۵۰

۱۸- اگر $\alpha+8, \alpha, \frac{4}{3}, \ldots$ جملات ابتدایی یک دنبالهٔ هندسی با جملات مثبت باشند؛ جمع هشت جملهٔ ابتدایی چند برابر جمع چهار جملهٔ ابتدایی آن است؟

۱) $\frac{82}{81}$ ۲) $\frac{17}{16}$ ۳) $\frac{28}{27}$ ۴) $\frac{33}{32}$

۱۹- در دنبالهٔ هندسی با جملهٔ عمومی $a_n = 3^{n-1}$ حاصل $A = a_1a_2 + a_3a_4 + \ldots + a_{19}a_{20}$ چه عددی است؟

۱) $\frac{1}{80}(3^{80} - 1)$ ۲) $\frac{3}{40}(3^{20} - 1)$ ۳) $\frac{3}{80}(3^{40} - 1)$ ۴) $\frac{1}{40}(3^{10} - 1)$

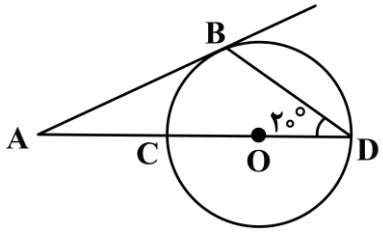
۲۰- جملات دنبالهٔ $a_n = (\frac{1}{2})^{1-n}$ را به‌صورت $\{a_1\}, \{a_2, a_3, a_4\}, \{a_5, a_6, a_7, a_8, a_9\}, \ldots$ دسته‌بندی کرده‌ایم. جمع اعضای دستهٔ هفتم $2^m - 2^n$ است. مقدار $m-n$ کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۱- در دایرهٔ مقابل به مرکز O و شعاع ۶، طول کمان BC چقدر است؟ ($\pi \simeq 3$)



۱) ۴

۲) ۵

۳) $\frac{۴}{۳}$

۴) $\frac{۵}{۳}$

۲۲- فاصله‌های دو خط از مرکز دایرهٔ $C(O,R)$ برابر ریشه‌های معادلهٔ $۳x^۲ - ۴Rx + R^۲ = ۰$ می‌باشد. وضعیت هر کدام از دو خط نسبت به دایره در کدام گزینه به درستی بیان شده است؟

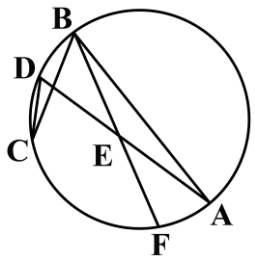
۱) هر دو بر دایره مماس‌اند.

۲) یکی مماس و دیگری دایره را در ۲ نقطه قطع می‌کند.

۳) هر کدام دایره را در ۲ نقطه قطع می‌کنند.

۴) یکی مماس و دیگری با دایره تماس ندارد.

۲۳- در دایرهٔ شکل مقابل، $۲CD = BC = \frac{AB}{۲} = ۳$ می‌باشد. اندازهٔ AE در صورتی که دو کمان $\overset{\frown}{AF}$ و $\overset{\frown}{DC}$ برابر باشند، چقدر است؟



۱) ۴

۲) ۴/۲۵

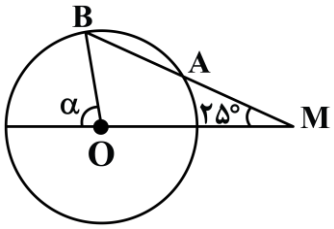
۳) ۳

۴) ۳/۲۵

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۴- در دایرهٔ $C(O,R)$، اگر $MA=R$، آن‌گاه اندازهٔ زاویهٔ α چند درجه است؟



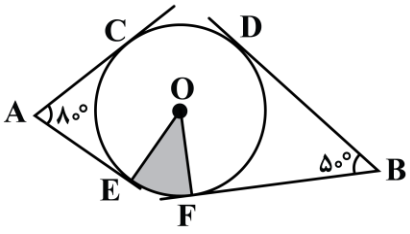
۱) ۵۰°

۲) ۶۵°

۳) ۷۵°

۴) ۸۰°

۲۵- در دایرهٔ $C(O,\frac{۶}{\sqrt{\pi}})$ اضلاع زاویه‌های A و B بر دایره مماس‌اند. اگر طول وتر CD برابر $\frac{۶}{\sqrt{\pi}}$ باشد، آن‌گاه مساحت قطاع سایه‌زده شده برابر کدام است؟



۱) ۶

۲) ۷

۳) $\frac{۸}{۳}$

۴) $\frac{۶}{۵}$

۲۶- اگر T گزارهٔ همیشه درست، F گزارهٔ همیشه نادرست و p و q دو گزارهٔ دلخواه باشند؛ آن‌گاه چه تعداد از گزاره‌های ترکیبی زیر ارزش درست دارند؟

الف) $(p\vee q)\Rightarrow p$

ب) $(p\wedge T)\vee\sim p$

ج) $(p\wedge F)\Rightarrow q$

د) $(p\wedge T)\Leftrightarrow(p\vee F)$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۷- کدام‌یک از هم‌ارزی‌های زیر برقرار نیست؟

۱) $\sim p \wedge (q \vee \sim p) \equiv \sim p$
۲) $(p \Rightarrow q) \wedge q \equiv \sim p$
۳) $p \vee (q \Rightarrow p) \equiv \sim q \vee p$
۴) $q \wedge (p \vee \sim q) \equiv p \wedge q$

۲۸- اگر هم‌ارزی $(p \Rightarrow q) \wedge \sim q \equiv (q \Rightarrow p) \vee \sim p$ برقرار باشد؛ آن‌گاه کدام‌یک از گزاره‌های زیر ارزش نادرست دارد؟

۱) $p \vee q$
۲) $p \vee \sim q$
۳) $\sim p \vee q$
۴) $\sim p \vee \sim q$

۲۹- عکس نقیض کدام‌یک از گزاره‌های زیر حتماً ارزش درست دارد؟

۱) $\sim p \Rightarrow T$
۲) $\sim p \Rightarrow p$
۳) $p \Rightarrow F$
۴) $T \Rightarrow \sim p$

۳۰- اگر گزارهٔ $r \Leftrightarrow [p \wedge (q \Rightarrow p)]$ ارزش درستی داشته باشد، آن‌گاه r کدام می‌تواند باشد؟

۱) $p \vee (q \Rightarrow p)$
۲) $p \vee (p \Rightarrow q)$
۳) $p \Rightarrow (p \vee q)$
۴) $\sim p \Rightarrow (p \wedge q)$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایهٔ یازدهم



دفتـــــرچه شمـــــاره ۲

پنجشنبه ۱ آبان‌ماه ۱۴۰۴

تسلط بر نیم‌سال اول

ویژهٔ دانش‌آموزان پایه یازدهم

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	فیزیک	۲۰	۳۱	۵۰	۲۵ دقیقه	۴۰ سؤال ۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۲۰	۵۱	۷۰	۲۰ دقیقه	

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازهٔ متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

بودجه‌بندی دروس این آزمون

حسابان ۱

جبر و معادله
(مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی، معادلات درجه دوم، معادلات گویا و گنگ تا انتهای معادلات شامل عبارت‌های گویا)
صفحه‌های ۱ تا ۱۹

سهم در کنکور: ۱ سؤال

هندسه ۲

دایره
(کل درس اول: مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره)
صفحه‌های ۹ تا ۱۷

سهم در کنکور: ۱ سؤال ترکیبی

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات
(آشنایی با منطق ریاضی تا ابتدای سورها)
صفحه‌های ۱ تا ۱۱

سهم در کنکور: ۱ سؤال

فیزیک ۲

الکتریسیتهٔ ساکن
(تا ابتدای برهم نهی میدان‌های الکتریکی)
صفحه‌های ۱ تا ۱۴

سهم در کنکور: ۱ سؤال

شیمی ۲

قدر هدایای زمینی را بدانیم
(از ابتدای فصل تا انتهای عنصرها به چه شکلی در طبیعت یافت می‌شوند؟)
صفحه‌های ۱ تا ۲۲

سهم در کنکور: ۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در نیم‌سال اول ۱۴۰۴

۸ آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید برای تسلّط کامل بر مباحث نیم سال اول / شروع حرکت و یادگیری استفاده از ماشین پیشرفت ماز

- **۱- شروع مسیر؛ آرامش و هماهنگی:** سه مرحله آزمون پوششی؛ فرصت برای شروع حرکت با ماشین پیشرفت ماز (تکرار مباحث آزمون‌های قبل و فرصت برای شروع مسیر پیشرفت)
- **۲- چالش استمرار؛ پیگیری و استقامت :** سه مرحله آزمون برای آمادگی امتحانات و تکمیل یادگیری نیم سال اول (زمان تسلط کامل بر نیم سال اول)
- **۳- جمع‌بندی پایان نیم‌سال اول:** دو مرحله آزمون جمع‌بندی بعد از امتحانات ترم اول و تکمیل یادگیری نیم سال اول + مرور و جمع‌بندی (ایستگاه جمع‌بندی و جبران)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۱- وقتی روکش پلاستیکی را روی یک ظرف غذا می‌کشیم و آن را در لبه‌های ظرف فشار می‌دهیم، روکش در جای خود ثابت باقی .....؛ زیرا .....

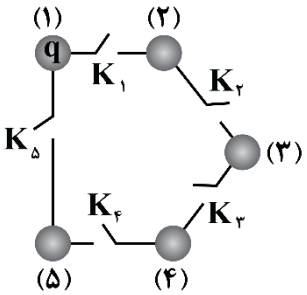
۱) می‌ماند ـ بارهای هم‌نام پوشش پلاستیکی و لبهٔ ظرف همدیگر را دفع می‌کنند.

۲) می‌ماند ـ بارهای ناهم‌نام پوشش پلاستیکی و لبهٔ ظرف همدیگر را جذب می‌کنند.

۳) نمی‌ماند ـ بارهای هم‌نام پوشش پلاستیکی و لبهٔ ظرف همدیگر را دفع می‌کنند.

۴) نمی‌ماند ـ بارهای ناهم‌نام پوشش پلاستیکی و لبهٔ ظرف همدیگر را جذب می‌کنند.

۳۲- شکل زیر، ۵ کرهٔ رسانای مشابه را نشان می‌دهد که کرهٔ اول دارای بار الکتریکی q بوده و سایر کره‌ها از نظر الکتریکی خنثی هستند. ابتدا کلید K_1 را بسته و باز می‌کنیم. سپس کلید K_2 را بسته و باز می‌کنیم و همین روند را تا کلید K_5 تکرار می‌کنیم. اگر بار الکتریکی نهایی کرهٔ پنجم برابر با $1/8nC$ شود، مقدار q چند نانوکولن است؟



۱) $\frac{۳۲}{۵}$

۲) $\frac{۱۴۴}{۵}$

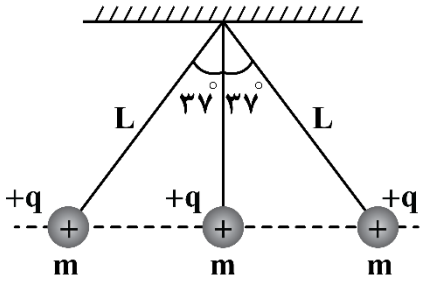
۳) $\frac{۲۸۸}{۸۵}$

۴) $\frac{۲۸۸}{۵}$

۳۳- در هستهٔ اتم هلیم، دو پروتون همدیگر را با نیرویی به بزرگی ۴۰ نیوتون دفع می‌کنند. فاصلهٔ آن‌ها از هم چند متر است؟ $(k=۹\times۱۰^۹\frac{N.m^۲}{C^۲}, e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$

۱) $۲/۴\times۱۰^{-۱۵}$ ۲) $۲/۴\times۱۰^{-۱۶}$ ۳) $۱/۲\times۱۰^{-۱۵}$ ۴) $۱/۲\times۱۰^{-۱۶}$

۳۴- سه ذرهٔ باردار مشابه، هریک به جرم $۰/۱۵kg$ و بار الکتریکی q مثبت مطابق شکل از سه نخ عایق آویخته شده و درحال تعادل‌اند. مقدار q چند میکروکولن است؟ $(k=۹\times۱۰^۹\frac{N.m^۲}{C^۲}, g=۱۰\frac{N}{kg}, L=۵۰cm, \sin ۳۷^\circ=۰/۶)$



۱) ۱

۲) ۲

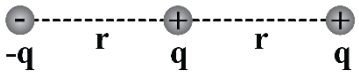
۳) ۳

۴) ۴

محل انجام محاسبات

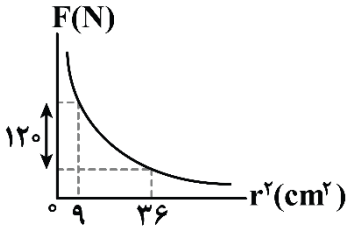
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۵- مطابق شکل زیر، سه ذرهٔ باردار روی یک خط راست قرار دارند. به‌ترتیب از راست به چپ، جهت نیروی الکتریکی خالص وارد بر ذرهٔ سمت راست کدام است و اگر ذرهٔ میانی به‌جای بار q بار $-q$ داشته باشد، جهت نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار سمت راست چگونه خواهد بود؟



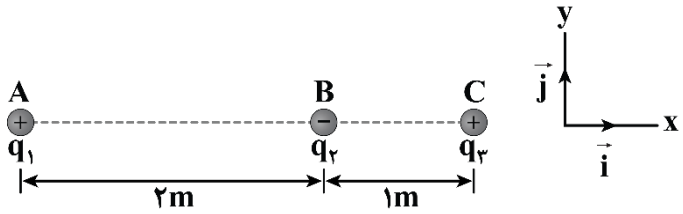
۱) ← و ←
۲) → و ←
۳) → و →
۴) ← و →

۳۶- نمودار نیروی الکتریکی بین دو گوی کوچک A و B برحسب مربع فاصلهٔ آن‌ها مطابق شکل زیر است. اگر $q_A.q_B < 0$ و $|q_A - q_B| = 10\mu C$ باشد، آن‌گاه نسبت اندازهٔ بار دو گوی کدام می‌تواند باشد؟ $(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



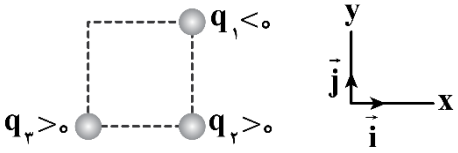
۱) ۴
۲) ۹
۳) $\frac{7}{3}$
۴) $\frac{3}{2}$

۳۷- سه ذره با بارهای $q_1 = +4\mu C$، $q_2 = -1\mu C$ و $q_3 = +2\mu C$ در نقطه‌های A، B و C مطابق شکل ثابت شده‌اند. بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 کدام است؟ $(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



۱) $(27\times10^{-3}N)\vec{i}$
۲) $(9\times10^{-3}N)\vec{i}$
۳) $(-9\times10^{-3}N)\vec{i}$
۴) $(-27\times10^{-3}N)\vec{i}$

۳۸- مطابق شکل زیر، سه ذرهٔ باردار هم‌اندازه در سه گوشهٔ یک مربع قرار دارند. اگر بزرگی نیروی خالص وارد بر ذرهٔ q_2 برابر با F باشد، کدام گزینه بردار نیروی خالص وارد بر ذرهٔ q_2 را برحسب یکای SI نشان می‌دهد؟

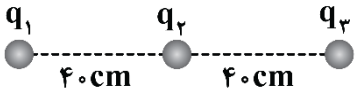


۱) $\frac{F}{2}\vec{i} - \frac{F}{2}\vec{j}$
۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}F\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}F\vec{j}$
۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}F\vec{i} - \frac{\sqrt{2}}{2}F\vec{j}$
۴) $\frac{F}{2}\vec{i} + \frac{F}{2}\vec{j}$

محل انجام محاسبات

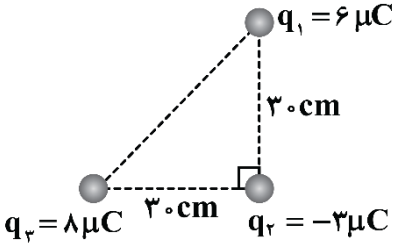
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۹- بارهای الکتریکی نقطه‌ای $q_1=-16\mu C$، $q_2=5\mu C$ و $q_3=16\mu C$ مطابق شکل زیر، در جای خود ثابت شده‌اند. بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 چند نیوتون است؟ $(k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2})$



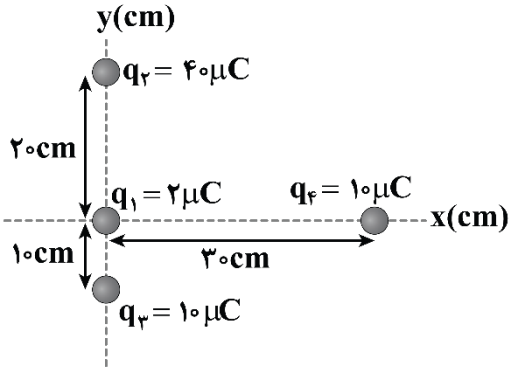
۱) ۰/۹
۲) ۱/۸
۳) ۹
۴) ۱۸

۴۰- مطابق شکل زیر، سه ذرهٔ باردار در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. اندازهٔ نیروی الکتریکی خالص وارد بر ذرهٔ واقع در رأس قائمه چند نیوتون است؟ $(k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2})$



۱) ۱/۵
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۴۱- بارهای الکتریکی نشان‌داده‌شده در شکل زیر، در جای خود ساکن‌اند. بار الکتریکی q_4 را بر روی محور x چگونه جابه‌جا کنیم تا بزرگی نیروی الکتریکی خالص واردشده بر بار q_1، ۶۴ درصد کاهش یافته و جهت آن قرینه شود؟ $(k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2})$



۱) ۸۰cm در خلاف جهت محور x
۲) ۲۰cm در جهت محور x
۳) ۲۰cm در خلاف جهت محور x
۴) ۸۰cm در جهت محور x

۴۲- شکل زیر، آرایشی از ۳ بار الکتریکی نقطه‌ای را نشان می‌دهد که برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 برابر $\vec{F}$ است. اگر جای دو بار الکتریکی q_1 و q_3 را عوض کرده و بار q_3 را قرینه کنیم، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 برابر با $-\frac{1}{2}\vec{F}$ می‌شود. نسبت $\frac{q_1}{q_3}$ کدام است؟

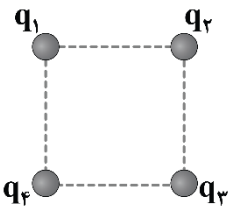


۱) ۴/۵
۲) ۱/۵
۳) -۱/۵
۴) -۴/۵

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۳- در شکل زیر، ۴ ذرهٔ باردار نقطه‌ای در رأس‌های مربعی قرار دارند و بار الکتریکی q_3 در تعادل است. اگر علامت بار q_1 را قرینه کنیم، بزرگی برایند نیروهای الکتریکی واردشده بر بار q_3، چند برابر بزرگی نیروی الکتریکی بین دو بار q_2 و q_3 می‌شود؟



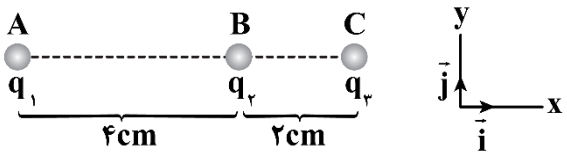
۱) $\sqrt{2}$

۲) $2\sqrt{2}$

۳) $2\sqrt{2}+1$

۴) $\sqrt{2}+1$

۴۴- مطابق شکل زیر، سه ذره با بارهای $q_1=2/5\mu C$، $q_2=-1\mu C$ و $q_3=4\mu C$ در نقطه‌های A، B و C ثابت شده‌اند. بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 در SI کدام است؟



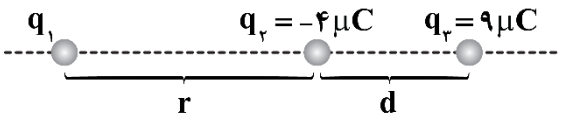
۱) $-115\vec{i}$

۲) $115\vec{i}$

۳) $-65\vec{i}$

۴) $65\vec{i}$

۴۵- مطابق شکل زیر، سه بار نقطه‌ای q_1، q_2 و q_3 روی یک خط راست قرار دارند و برایند نیروهای الکتریکی وارد بر هریک از بارها برابر صفر است. اگر جای دو بار q_1 و q_2 عوض شود، بزرگی نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار q_3، چند برابر بزرگی نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار q_2 می‌شود؟



۱) $\frac{17}{64}$

۲) $\frac{1}{8}$

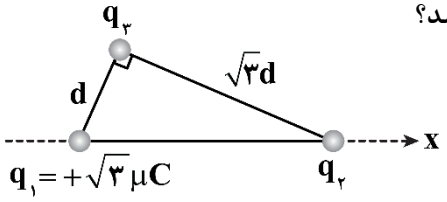
۳) ۸

۴) $\frac{64}{17}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۶- دو ذرهٔ باردار q_1 و q_2 مطابق شکل زیر بر روی محور x قرار دارند. بار الکتریکی q_2 چند میکروکولن باشد تا نیروی الکتریکی خالص ناشی از دو ذره به ذرهٔ باردار q_3، در راستای محور x باشد؟

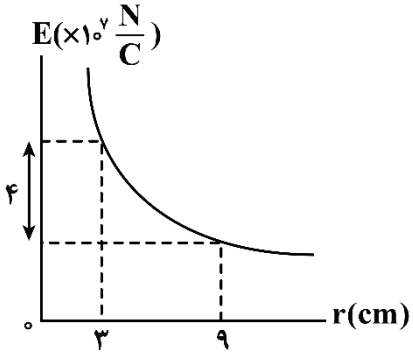


۱) ۹
۲) ۲۷
۳) -۲۷
۴) -۹

۴۷- بر روی یک مولد واندوگراف باری به بزرگی $5\mu C$ جمع شده است. با فرض آن‌که همهٔ این بار در مرکز کره قرار داشته باشد، بزرگی میدان الکتریکی در فاصلهٔ $20cm$ از سطح واندوگراف چند $\frac{N}{C}$ است؟ ($k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$ و شعاع واندوگراف $10cm$ است.)

۱) $1/125\times10^5$
۲) $1/125\times10^6$
۳) 5×10^5
۴) 5×10^6

۴۸- نمودار اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 برحسب فاصله از آن مطابق شکل است. $|q_1|$ چند میکروکولن است؟ ($k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$)



۱) ۲/۵
۲) ۴/۵
۳) ۴
۴) ۲

۴۹- دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 2\mu C$ و $q_2 = 5\mu C$ در فاصلهٔ r از هم ثابت شده‌اند. اگر بزرگی نیرویی که بار q_1 بر q_2 وارد می‌کند، ۱۰ نیوتون باشد، اندازهٔ میدان الکتریکی ناشی از q_2 در فاصلهٔ $2r$ از آن چند واحد SI است؟

۱) 5×10^5
۲) 5×10^6
۳) $1/25\times10^5$
۴) $1/25\times10^6$

۵۰- به یک ذرهٔ باردار با بار الکتریکی $q = -2/5\mu C$، نیروی الکتریکی $\vec{F} = 12/5(N)\vec{i} - 30(N)\vec{j}$ وارد می‌شود. اگر میدان الکتریکی در محل بار الکتریکی برحسب یکای SI به‌صورت $\vec{E} = (\alpha\vec{i} + \beta\vec{j})$ باشد، حاصل $\alpha - \beta$ کدام است؟

۱) 7×10^6
۲) -7×10^6
۳) -17×10^6
۴) 17×10^6

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۱- کدام‌یک از مطالب زیر درست است؟

۱) در صنعت، برای استخراج یک فلز از سنگ معدن آن، باید از فلز یا عناصری با واکنش‌پذیری کمتر استفاده کرد.

۲) به‌طور کلی هر چه واکنش‌پذیری یک عنصر کمتر باشد، احتمال یافتن آن به شکل آزاد در طبیعت بیشتر است.

۳) هر چه تمایل یک فلز برای تبدیل شدن به کاتیون بیشتر باشد، استخراج آن فلز از سنگ معدن آن آسان‌تر خواهد بود.

۴) فلز روی نسبت به فلز مس واکنش‌پذیری بیشتری دارد و مس (II) اکسید نسبت به روی اکسید ترکیبی پایدارتر است.

۵۲- در میان عناصر دوره چهارم، ..... .

۱) ۱۲ عنصر فلزی با نماد دو حرفی وجود دارد.

۲) ۲ عنصر در یکی از زیرلایه‌های خود ۵ الکترون دارند.

۳) ۵ عنصر در بیرونی‌ترین زیرلایه خود، یک الکترون دارند.

۴) ۲ عنصر در آرایش الکترونی خود ۵ زیرلایه دو الکترونی دارند.

۵۳- شدت واکنش انجام گرفته میان کدام‌یک از دو عنصر زیر بیشتر است؟

۱) کلسیم و اکسیژن ۲) کلسیم و گوگرد ۳) باریم و اکسیژن ۴) باریم و گوگرد

۵۴- چند مورد از مطالب زیر در مورد عناصر دسته d درست است؟

الف ـ عناصری که کاتیونی با بار +۲ دارند، به هنگام تشکیل آن همواره دو الکترون با $n+l$ مشابه از دست می‌دهند.

ب ـ آرایش الکترونی یون‌های پایدار اکثر این عناصر مشابه آرایش الکترونی هیچ عنصری نیستند.

ج ـ سرخی یاقوت و سبزی زمرد به علت وجود ترکیباتی از این فلزها در این سنگ‌ها هستند.

د ـ در عناصر این دسته زیرلایه‌ای با $l=2$ در حال پرشدن از الکترون است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۵- عنصری که در تمام واکنش‌های شیمیایی خود با سایر عناصر، الکترون به اشتراک بگذارد، می‌تواند کدام‌یک از عددهای اتمی زیر را داشته باشد؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۱۰ ۴) ۶

۵۶- در واکنش میان آهن(II) اکسید و فلز سدیم، تفاوت جرم فراورده‌های تولیدشده برابر با ۷۵۰ میلی‌گرم است. طی این فرایند چند گرم فلز سدیم مصرف شده و به‌تقریب چند اتم آهن تولید می‌شود؟

($O=16, Na=23, Fe=56: g.mol^{-1}$)

۱) $7/5\times10^{22}-5/75$ ۲) $1/5\times10^{23}-5/75$

۳) $1/5\times10^{23}-2/875$ ۴) $7/5\times10^{22}-2/875$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۷- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) تغییر شعاع اتمی در یک گروه و در یک دوره از جدول تناوبی به‌ترتیب به علت تغییر در تعداد لایه‌های الکترونی و پروتون‌ها است.

۲) برای نوشتن آرایش الکترونی فشرده عناصر واسطه موجود در تناوب چهارم، از نماد گاز نجیب آرگون استفاده می‌شود.

۳) یون‌های Fe^{2+} به هنگام تبدیل شدن به یون‌های Fe^{3+}، یک الکترون با $l = 2$ را از دست می‌دهند.

۴) هر اتم فلزی که تمام الکترون‌های لایه ظرفیت خود را از دست بدهد، به آرایش یک گاز نجیب می‌رسد.

۵۸- در واکنش کامل نمونه‌ای از اکسید آهن با ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۳ مولار هیدروکلریک اسید، جرم یون آهن در محلول به ۱۱/۲ گرم می‌رسد. فرمول شیمیایی این اکسید آهن کدام بوده و جرم آن چند گرم است؟

$(O = 16, Fe = 56 : g.mol^{-1})$

۱) Fe_2O_3 ـ ۱۴/۴ ۲) FeO ـ ۱۴/۴ ۳) Fe_2O_3 ـ ۱۶ ۴) FeO ـ ۱۶

۵۹- اگر عنصر X یک شبه‌فلز در جدول تناوبی باشد، کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) شعاع اتمی آن از نافلزهای هم‌دوره آن بزرگ‌تر است.

۲) همه عناصر بالایی آن در گروه رسانایی گرمایی ندارند.

۳) شعاع اتمی آن از فلزهای هم‌گروه خود کوچک‌تر است.

۴) همه عناصر زیرین آن در گروه به‌طور قطع، سطح صیقلی دارند.

۶۰- کدام‌یک از مطالب زیر در مورد فلز طلا درست هستند؟

الف ـ این فلز همانند فلز آهن با گازهای هواکره واکنش نداده و در صنعت کاربرد زیادی دارد.

ب ـ در طبیعت به شکل آزاد وجود دارد و درصد جرمی آن در سنگ معدن بسیار پایین است.

ج ـ چکش‌خواری بالای فلز طلا موجب راحتی تبدیل شدن طلا به نخ و صفحات نازک می‌گردد.

د ـ رسانایی الکتریکی طلا بالا بوده و در دماهای بالا برخلاف دماهای پایین این رسانایی حفظ می‌شود.

۱) «الف» و «ب» ۲) «الف» و «د» ۳) «ب» و «ج» ۴) «ج» و «د»

۶۱- کدام‌یک از مطالب زیر در مورد عنصر زردرنگ گروه هفدهم جدول تناوبی نادرست است؟

۱) در واکنش با اولین فلز جدول تناوبی، نور بنفش‌رنگ ساطع می‌کند.

۲) از این عنصر در تولید لامپ چراغ جلو خودرو استفاده می‌شود.

۳) جریان الکتریسیته را از خود عبور نمی‌دهد و عایق گرما است.

۴) در دمای اتاق به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

۶۲- در واکنش استخراج آهن از سنگ معدن آن، به ازای تولید یک گرم آهن، حجم گاز کربن دی‌اکسید تولیدشده در شرایط استاندارد برابر چند میلی‌لیتر است؟ $(Fe = 56\ g.mol^{-1})$

۱) ۱۵۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۴۰۰ ۴) ۳۰۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۳- اولین فلز دسته p و اولین فلز دسته d به‌ترتیب A و B هستند. چند مورد از مطالب زیر در مورد این دو فلز درست است؟

الف ـ دو فلز A و B یونی با بار مشابه دارند.

ب ـ در بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی هر دو فلز A و B یک الکترون وجود دارد.

ج ـ در نام‌گذاری ترکیبات فلز A همانند فلز B نیازی به استفاده از اعداد رومی نیست.

د ـ فلز B برخلاف فلز A به هنگام تشکیل کاتیون به آرایش الکترونی یک گاز نجیب می‌رسد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۴- کدام‌یک از مطالب زیر جزء ویژگی مشترک عناصر گروه چهاردهم جدول تناوبی نیست؟

۱) رسانایی بالای الکتریکی
۲) حالت فیزیکی در دمای اتاق
۳) شمار الکترون‌های ظرفیت
۴) عدم توانایی تشکیل آنیون تک اتمی

۶۵- کدام‌یک از مطالب زیر در مورد واکنش فلز آهن با محلول $CuSO_4$ درست است؟

$(Fe = 56, Cu = 64 : g.mol^{-1})$

۱) با انجام این واکنش مجموع جرم جامد موجود در ظرف واکنش کاهش می‌یابد.
۲) غلظت کاتیون‌های موجود در محلول تولیدشده کمتر از این مقدار در محلول اولیه است.
۳) با اضافه کردن یون هیدروکسید به محلول نهایی این واکنش، رسوب سبزرنگ ایجاد می‌شود.
۴) انجام این واکنش نشان از واکنش‌پذیری بیشتر سولفات آهن در مقایسه با سولفات مس است.

۶۶- کدام‌یک از مطالب زیر در مورد جدول روبه‌رو درست هستند؟

گروه / دوره	۱	۱۴	۱۵	۱۶
دوم		Y	X	Z
سوم	A	G	D	W
چهارم	E			

الف ـ عنصر E، بیش‌ترین شعاع اتمی را میان عناصر مشخص شده دارد.

ب ـ واکنش‌پذیری عنصر D بیشتر از عنصر X و کمتر از عنصر W است.

ج ـ نیروی جاذبه هسته بر الکترون‌ها در عنصر A نسبت به عنصر D بیش‌تر است.

د ـ عنصر G همانند عنصر W در واکنش با عنصر Z الکترون به اشتراک می‌گذارد.

۱) «الف» و «ج» ۲) «الف» و «د»
۳) «ب» و «ج» ۴) «ب» و «د»

۶۷- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) تنها در یک گروه از جدول تناوبی در دمای اتاق عنصر جامد، عنصر مایع و عنصر گازی دیده می‌شود.
۲) در دوره سوم جدول تناوبی شعاع اتمی فلزها در مقایسه با نافلزها به یکدیگر نزدیک‌تر هستند.
۳) چهار عنصر اول تناوب سوم جدول دوره‌ای، از نظر رسانایی گرمایی مشابه به یکدیگر هستند.
۴) چهار عنصر اول جدول تناوبی عناصر، در جدول شارل ژانت در یک دسته قرار می‌گیرند.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۸- کدام‌یک از گزینه‌های زیر درست است؟

۱) بزرگ‌ترین شعاع اتمی در میان نافلزهای دوره دوم جدول تناوبی مربوط به عنصری است که کمترین واکنش‌پذیری را دارد.

۲) تفاوت‌های قابل توجهی میان فلزهای واسطه و فلزهای اصلی وجود دارد و هر یک ویژگی‌های منحصر به فرد خود را دارند.

۳) کوچک‌ترین شعاع اتمی در میان فلزهای دوره سوم، مربوط به عنصری است که اکسیدی با فرمول M_2O تشکیل می‌دهد.

۴) در میان تمام عناصر دسته p تناوب چهارم جدول تناوبی عناصر، بیش‌ترین خصلت فلزی متعلق به عنصر ژرمانیم است.

۶۹- با توجه به جدول مقابل، کدام‌یک از مقایسه‌های زیر به‌طور قطع در مورد واکنش‌پذیری فلزها درست است؟

نتیجه	واکنش
انجام می‌شود	$X + Y(NO_3)_2$
انجام نمی‌شود	$Z + X(NO_3)_2$

۱) $X < Y$

۲) $Z < Y$

۳) $Y < Z$

۴) $Z < X$

۷۰- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) در دما و هوای اتاق سطح ید جامد همانند سطح سدیم جامد، کدر است.

۲) اگر عنصری در حالت جامد چکش‌خوار باشد به‌طور قطع رسانایی گرمایی دارد.

۳) اگر عنصری توانایی تشکیل آنیون پایدار داشته باشد در دسته عناصر p قرار دارد.

۴) در آرایش الکترونی اتم کروم عدد کوانتومی فرعی ۵۰ درصد از الکترون‌ها برابر یک است.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

بودجه‌بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۱۵ آبان‌ماه

حسابان ۱

جبر و معادله (مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی، معادلات درجه دوم، معادلات گویا و گنگ، قدرمطلق و ویژگی‌های آن)
صفحه‌های ۱ تا ۲۸

هندسه ۲

دایره (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره، رابطه‌های طولی در دایره، رسم مماس بر دایره از نقطه ای خارج دایره، حالت‌های دو دایره نسبت به هم)
صفحه‌های ۹ تا ۲۰

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات
(کل درس ۱: آشنایی با منطق ریاضی)
صفحه‌های ۱ تا ۱۵

فیزیک ۲

الکتریسیتهٔ ساکن
(تا ابتدای پتانسیل الکتریکی)
صفحه‌های ۱ تا ۲۳

شیمی ۲

قدر هدایای زمینی را بدانیم
(از ابتدای فصل تا قبل از خود را بیازمایید صفحه ۲۴)
صفحه‌های ۱ تا ۲۴

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایهٔ یازدهم



دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۱ آبان‌ماه ۱۴۰۴

تسلط بر نیم‌سال اول

ویژهٔ دانش‌آموزان پایه یازدهم

- پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- مشاورهٔ تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسهٔ آزمون

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع‌زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان رسول حاجی‌زاده ـ حسن محمدبیگی	مهرداد اسپیدکار حمیدرضا ولی‌پور ـ فاطمه روان‌بخش مهران جعفری ـ مائده بادان‌فیروز فؤاد خیرآبادی
فیزیک	حسین عبدوی‌نژاد محمدجواد سورچی	محمدجواد سورچی ـ حسین عبدوی‌نژاد	حسین عبدوی‌نژاد محمدجواد سورچی حنا خلعتبری نوید ذکی
شیمی	علی ترابی	علی ترابی ـ پرهام تیزپا	محمدرضا جمشیدی متین قنبری سجاد سیف‌اللهی

تیم اجرایی و تولید آزمون

مجتبی آدمیان — نازنین امیری

مائده بادان‌فیروز — زهره جعفری

مدیر تولید آزمون: محدثه شیخعلی

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهادات‌تون رو برامون بنویسین.

دکتر رسول خنجری

آموزش استراتژی آزمون و مدیریت جلسه کنکور- قسمت ۹

بررسی سؤالات غلط؛ جایی که اشتباه‌هات تبدیل به یادگیری میشن!

در مقالهٔ قبلی گفتیم که مرحلهٔ اصلی رشد بعد از آزمون شروع میشه، نه قبلش.

فایدهٔ واقعی آزمون وقتیه که بعدش بشینی، سؤال‌هارو بررسی کنی و بفهمی چرا درست زدی، چرا غلط زدی و چرا نزدی.

در مقالهٔ قبلی گفتیم که پاسخ‌ها سه دسته‌ان:

الف) پاسخ‌های غلط　　ب) پاسخ‌های سفید　　ج) پاسخ‌های درست

و حالا توی این مقاله می‌خوایم روی مهم‌ترین بخش تمرکز کنیم: پاسخ‌های غلط.

چرا بررسی سؤالات غلط انقدر مهمه؟

سؤالات غلط دقیق‌ترین نقشه ضعف‌های تو هستن.

پاسخ‌های غلط معمولاً یا به‌خاطر یادگیری ناقص پیش میان، یا به‌خاطر عجله و بی‌دقتی.

وقتی سؤالی رو به نظرت درست زدی ولی اشتباه شده، یعنی تو بیشترِ اون مطلب رو بلد بودی، فقط یه نکتهٔ ریز جا مونده.

اون یه نکته، طلاست! چون یادگیری ناقص رو کامل می‌کنه و باعث میشه دفعهٔ بعد اشتباه تکرار نشه.

هر سؤال غلط، در واقع یه «نکتهٔ جدید» برای یادگیری داره.

یعنی اگه توی یه آزمون ۱۵ تا سؤال غلط داشته باشی، حداقل ۱۵ نکتهٔ تازه یاد می‌گیری، اونم در کمترین زمان، چون پایهٔ مطلب رو از قبل بلدی.

پس به‌جای اینکه از غلط‌هات فرار کنی، بهشون نزدیک شو.

غلط‌هات همون چیزین که بقیه ازشون خجالت می‌کشن، اما تو می‌تونی باهاشون رشد کنی.

پیشنهاد ماز اینه که نکات مربوط به هر سؤال غلط رو توی دفتر رفع اشکال یادداشت کنی.

نه در حد جمله‌های کلی مثل «دقت نکردم» بلکه طوری بنویس که وقتی بعداً دوباره مرورش کردی، دقیق یادت بیاد اشتباه کجا بود و چرا تکرار نشه.

همهٔ غلط‌ها به درس ربط ندارن!

یه بخش از غلط‌هامون اصلاً به بلد بودن ربطی نداره، بلکه به تمرکز و رفتارمون توی آزمون مربوطه.

این نوع خطاها به‌ظاهر ساده‌ان، اما می‌تونن ده‌ها تست درست رو ازت بگیرن.

اگه یاد بگیری اونارو بشناسی و اصلاح کنی، یه جهش واقعی توی ترازت می‌بینی.

بیاین پنج مورد از رایج‌ترینشون رو با هم مرور کنیم:

۱ دام اعداد

یکی از کلاسیک‌ترین اشتباه‌هاست.

مثلاً سؤال میگه: «۲ مورد صحیح است» و تو چون عدد ۲ رو می‌بینی، ناخودآگاه گزینهٔ دوم رو علامت می‌زنی! ذهن، اعداد رو خیلی سریع‌تر از متن پردازش می‌کنه و همین باعث خطا میشه.

برای جلوگیری ازش، جملهٔ گزینه رو تا آخر بخون و بعد از انتخاب، با خودت تکرار کن:

«پاسخ سؤال شماره ... گزینهٔ ... است.» این کار ساده جلوی بیشتر دام‌های عددی رو می‌گیره.

۲ لغزش عمودی (شیفت پاسخ)

این یکی از خطرناک‌ترین اشتباه‌هاست، چون یه خطا باعث میشه چندین سؤال غلط بشه.
مثلاً سؤال ۲۵ رو جا می‌ذاری ولی جواب سؤال ۲۶ رو توی خونهٔ ۲۵ می‌زنی و از اون به بعد همه‌چی جابه‌جا میشه!
برای جلوگیری، یه نظم مشخص داشته باش.
هر پنج سؤال یه‌بار شماره‌ها رو با پاسخ‌نامه تطبیق بده، یا از انگشت و خط‌کش برای دنبال کردن خط استفاده کن.
حتی بهتره جواب‌ها رو ۵ تا ۵ تا وارد پاسخ‌نامه کنی. اینطوری مغزت ریتم پیدا می‌کنه و احتمال خطا به صفر نزدیک میشه.

۳ نیم‌خوانی سؤال

یعنی سؤال رو تا آخر نمی‌خونی، فکر می‌کنی فهمیدی و سریع میری سراغ جواب، ولی آخر سؤال معمولاً همون بخشیه که جهت جواب رو تعیین می‌کنه. مثلاً پرسیده «چند سانتی‌متر می‌شود؟» و تو چون تا «چند متر» رو دیدی، جواب اشتباه دادی.
برای کنترلش، قبل از زدن گزینه، فقط سه ثانیه وقت بذار و آخر سؤال رو دوباره بخون.
اون سه ثانیه می‌تونه جلوی ده‌ها غلط رو بگیره.

۴ غفلت از منفی‌ها

یکی از عجیب‌ترین خطاها که حتی رتبه‌برترها هم ازش در امان نیستن!
وقتی سؤال می‌گه «کدام‌یک نادرست است؟»، ذهن معمولاً فقط واژهٔ «درست» رو می‌فهمه.
نتیجه؟ دقیقاً برعکس جواب می‌دی!
برای پیشگیری، موقع خوندن سؤال، کلمه‌های منفی مثل «نیست»، «نادرست»، «غلط» رو توی ذهنت برجسته کن.
می‌تونی حتی با خودت تکرار کنی: «می‌خواد درست رو بگه یا غلط رو؟»
همین جملهٔ کوچیک باعث میشه مغزت تنظیم بشه و اشتباه نکنه.

۵ خطای محاسباتی

ساده‌ترین اشتباه ممکن!
فرمول رو بلدی، مسیر حله درسته، ولی یه جمع یا ضرب ساده رو اشتباه می‌نویسی. چرا؟ چون می‌خوای سریع‌تر تمومش کنی و ذهنی حساب می‌کنی. درسته ذهنی حساب کردن وقت رو ذخیره می‌کنه، ولی ریسک خطا رو بالا می‌بره.
بهتره یه بخش از محاسبه‌هارو بنویسی و بعد از هر حل، فقط چند ثانیه وقت بذاری و عددها رو با تقریب چک کنی.
اون چند ثانیه می‌تونه بین درست و غلط بودن یه تست ۳ درصدی فرق بذاره.

جمع‌بندی آخر...

غلط‌هاتو دست‌کم نگیر.
هر سؤال غلط یه نشونه‌ست از جایی که باید روش تمرکز کنی.
وقتی کلته‌ش رو پیدا کنی و توی دفتر رفع اشکال بنویسی، هم یادگیریت عمیق‌تر میشه، هم اعتمادبه‌نفست بالا میره.
یادت باشه: بخشی از غلط‌ها از «ندانستن» میان، اما بیشترشون از «نخواندن دقیق» یا «عجلهٔ بی‌جا».
هر اشتباه یه فرصت یادگیریه، نه یه دلیل برای سرزنش خودت.
رتبه‌برترها با درست‌زدن رشد نکردن؛ با درست بررسی کردنِ غلط‌ها رشد کردن.

راهنمای پاسخنامه آزمون ها

زمان پاسخگویی:
سریع (زیر ۱ دقیقه) | استاندارد (۱-۲ دقیقه) | زمان‌بر (بیشتر از ۲ دقیقه).

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ خط به خط ـ سریع ـ صفحه ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

سطح سؤال:
آسان (اعتمادبه‌نفس) | متوسط (محک جدی) دشوار (چالش رشد).

هشتگ سوال:
شماره درس + شماره پایه دسته‌بندی راحت‌تر سؤالات

سبک سؤال:
خط به خط (متن کتاب) | ترکیبی (چند مبحث) | محاسباتی (فرمول و دقت) | مفهومی (درک عمیق).

شماره صفحه:
منبع اصلی رو راحت پیدا کنید.

یادتون باشه:

- ✓ هر سؤال یک فرصت یادگیریه، نه یک مانع.
- ✓ پاسخ‌نامه فقط جواب نیست؛ یک کارگاه آموزشی کامله.
- ✓ با هر آزمون و مرور این پاسخ‌نامه، یک پله بالاتر می‌رید و یک قدم به رؤیاتون نزدیک‌تر می‌شید.
- ✓ موفقیت فقط برای کسایی‌یه که با برنامه و انگیزه حرکت می‌کنن. شما همون آدمید.

بودجه‌بندی این آزمون

حسابان ۱: جبر و معادله (تا انتهای معادلات شامل عبارت‌های گویا)، صفحه‌های ۱ تا ۱۹
هندسه ۲: دایره (کل درس اول: مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره)، صفحه‌های ۹ تا ۱۷
آمار و احتمال: آشنایی با مبانی ریاضیات (تا ابتدای سورها)، صفحه‌های ۱ تا ۱۱

سهم در کنکور

حسابان ۱: این مبحث در مجموع ۱ تست از ۱۰ تستِ کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۲: این مبحث در مجموع ۱ تست ترکیبی با مباحث دیگر از ۴ تستِ کنکور را پوشش داده است.
آمار و احتمال: این مبحث در مجموع ۱ تست از ۴ تستِ کنکور را پوشش داده است.

برای دیدن پاسخنامهٔ ویدئویی آزمون QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامهٔ ویدئویی آزمون

۱- اگر جمع ریشه‌های معادلهٔ $۳x^۲+(a+۱)x-a=۰$ برابر -۲ باشد، جمع مربع ریشه‌های آن چه عددی است؟

۱) $\frac{۲۲}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۱۶}{۳}$ ۴) $\frac{۸}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

جمع ریشه‌های معادلهٔ $ax^۲+bx+c=۰$ برابر $S=-\frac{b}{a}$ است و جمع مربع ریشه‌های آن $\alpha^۲+\beta^۲=(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta$، پس اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $۳x^۲+(a+۱)x-a=۰$ باشند، داریم:

$$\alpha+\beta=-\frac{a+۱}{۳}\Rightarrow -\frac{a+۱}{۳}=-۲\Rightarrow a=۵$$

$$a=۵\xrightarrow{\text{در معادله}}۳x^۲+۶x-۵=۰$$

$$P=-\frac{۵}{۳}$$

پس داریم:

حال می‌توانیم مجموع مربع ریشه‌ها را حساب کنیم:

$$\alpha^۲+\beta^۲=(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta=(-۲)^۲-۲(-\frac{۵}{۳})=۴+\frac{۱۰}{۳}=\frac{۲۲}{۳}$$

یادآوری مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها در معادلهٔ درجه دوم

اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ درجه دوم $ax^۲+bx+c=۰$ باشند؛ روابط زیر برقرارند:

$$\text{ضرب ریشه ها}=P=\alpha\beta=\frac{c}{a}$$

$$\text{جمع ریشه ها}=S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$$

مجموع مربع ریشه‌ها

اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $ax^۲+bx+c=۰$ باشند، آن‌گاه با استفاده از اتحاد مربع دوجمله‌ای، مجموع مربع ریشه‌ها برابر است با:

$$\alpha^۲+\beta^۲=(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta=S^۲-۲P$$

راهنمای زرنگ‌بازی!

سعی نکن این رابطه‌ها رو حفظ کنی! همیشه یادت باشه که با اتحادها و یکم عملیات جبری می‌تونی هر عبارتی رو که برحسب ریشه‌ها دادن، بر حسب S و P بنویسی. 😊

سوتی‌های پرتکرار!

اگه حواست نباشه و در محاسبهٔ $(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta$ توان دو رو جابندازی و منفی رو (توی -۲) فراموش کنی به جواب غلط $\frac{۱۶}{۳}$ می‌رسی!

ماز

۲- اختلاف ریشه‌های معادلهٔ $\frac{۱}{(x-۲)^۲}+\frac{۲}{x-۲}=۳$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۹ ـ ۱۱۰۱)

در این معادلهٔ گویا در ابتدا فرض می‌کنیم $\frac{۱}{x-۲}=A$، آن‌گاه می‌توانیم معادله را به صورت زیر بازنویسی کنیم:

$$\frac{۱}{(x-۲)^۲}+\frac{۲}{x-۲}=۳\Rightarrow\left(\frac{۱}{x-۲}\right)^۲+\frac{۲}{x-۲}-۳=۰\Rightarrow A^۲+۲A-۳=۰\Rightarrow\begin{cases}A=۱\\A=-۳\end{cases}$$

$$A=۱\Rightarrow\frac{۱}{x-۲}=۱\Rightarrow x-۲=۱\Rightarrow x=۳$$

$$A=-۳\Rightarrow\frac{۱}{x-۲}=-۳\Rightarrow x-۲=-\frac{۱}{۳}\Rightarrow x=\frac{۵}{۳}$$

اختلاف ۲ ریشه $۳-\frac{۵}{۳}=\frac{۴}{۳}$ خواهد بود.

سوتی‌های پرتکرار!

اگه حواست نباشه و اختلاف ریشه‌های معادله درجه دومی که به‌دست آوردیم رو حساب کنی به جواب غلط ۴ می‌رسی! گاهی ممکنه تو محاسبهٔ همونم سوتی بدی که به جواب غلط ۲ می‌رسی! پس حواست رو حسابی جمع کن و عجله نکن! گزینه‌های غلط در کمین‌اند!

ماز

۳- در یک نوع کاشی، طول هر کاشی از ۳ برابر عرض آن ۵ واحد بیش‌تر است. برای پوشاندن یک دیوار به مساحت ۲۵ مترمربع، از ۲۵۰۰ کاشی استفاده شده است. اختلاف طول و عرض کاشی چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۵ ۳) ۲۰ ۴) ۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

اگر عرض کاشی را x فرض کنیم آن‌گاه طول کاشی $۳x+۵$ خواهد بود، یعنی مساحت هر کاشی $x(۳x+۵)$ سانتی‌متر مربع است. اما طبق فرض داریم:

$$\text{مساحت دیوار به سانتی متر مربع}=S=۲۵\times۱۰۰\times۱۰۰\,cm^۲$$

$$\underset{\text{تعداد کاشی}}{(۲۵۰۰)}\underbrace{x(۳x+۵)}_{\text{مساحت هر کاشی}}=\underbrace{۲۵\times۱۰۰\times۱۰۰}_{\text{مساحت دیوار}}\Rightarrow x(۳x+۵)=۱۰۰\Rightarrow ۳x^۲+۵x-۱۰۰=۰$$

$$(x-۵)(۳x+۲۰)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۵\ \checkmark & \text{عرض کاشی}\Rightarrow ۳x+۵=۲۰\ \text{طول کاشی}\\x=-\frac{۲۰}{۳}\ \times\end{cases}$$

اختلاف طول و عرض $=۲۰-۵=۱۵$

راز طراح!

طراح عزیز یک جا از واحد سانتی‌متر استفاده کرده و جای دیگه از متر. برای حل مسئله همیشه یادت باشه که واحدها باید همخوانی داشته باشن و اگر جایی یکی نبودن باید اول یکی بشن.

۴- اگر α و β جواب‌های معادلهٔ درجه دوم $۲x^۲-x-۲=۰$ باشند، مقدار $A=۴\alpha^۳+۵\beta$ چه عددی است؟

۱) $-\frac{۷}{۴}$ ۲) $\frac{۹}{۲}$ ۳) ۳ ۴) $-\frac{۳}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

با توجه به آن‌که α و β ریشه‌های معادلهٔ $۲x^۲-x-۲=۰$ هستند، پس:

$$S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=\frac{۱}{۲}$$

از طرفی α ریشهٔ معادله است، پس در معادله صدق می‌کند:

$$۲\alpha^۲-\alpha-۲=۰\Rightarrow ۲\alpha^۲=\alpha+۲ \quad (۱)$$

$$\xrightarrow{\times\alpha} ۲\alpha^۳=\alpha^۲+۲\alpha \xrightarrow{\text{جای‌گذاری (۱) در معادله}} ۲\alpha^۳=\left(\frac{\alpha+۲}{۲}\right)+۲\alpha=\frac{۵}{۲}\alpha+۱$$

$$\Rightarrow ۴\alpha^۳=۵\alpha+۲$$

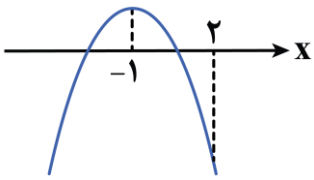
بنابراین:

$$A=۵\alpha+۲+۵\beta=۵S+۲=\frac{۵}{۲}+۲=\frac{۹}{۲}$$

۵- هر دو ریشهٔ معادلهٔ $-۲x^۲-۴x+m=۰$ که متمایز هستند، کوچک‌تر از ۲ می‌باشند، حدود m کدام است؟

۱) $m>۲$ ۲) $m<۱۶$ ۳) $۲<m<۸$ ۴) $-۲<m<۱۶$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۲ ـ ۱۱۰۱)



با توجه به ضابطهٔ سهمی $f(x)=-۲x^۲-۴x+m$ که دهانهٔ آن رو به پایین و دارای max است و طول رأس سهمی $x_S=-\frac{b}{۲a}$ یعنی $x_S=\frac{۴}{-۴}=-۱$ است، اگر سهمی دارای ۲ ریشه باشد و هر ۲ ریشه کم‌تر از ۲ باشند، نمودار سهمی باید به صورت مقابل باشد.

پس شرط سؤال عبارت است از:

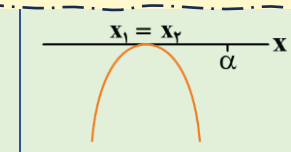
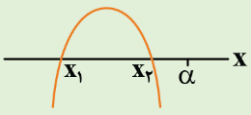
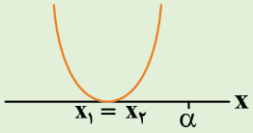
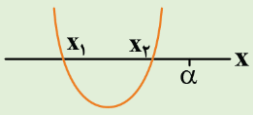
۱) $\Delta>۰\Rightarrow ۱۶+۸m>۰\Rightarrow m>-۲$

۲) $f(۲)<۰\Rightarrow -۸-۸+m<۰\Rightarrow m<۱۶$

پس $-۲<m<۱۶$ قابل قبول است.

چه موقع ریشه‌ها از مقداری خاص کوچک‌ترند؟!

اگر ریشه‌های معادلهٔ درجه دوم $ax^۲+bx+c=۰$، کمتر از $x=\alpha$ باشند:

حالت‌ها				
شرایط	$a<۰$ $\Delta=۰$ $-\frac{b}{۲a}<\alpha$ $f(\alpha)<۰$	$a<۰$ $\Delta>۰$ $-\frac{b}{۲a}<\alpha$ $f(\alpha)<۰$	$a>۰$ $\Delta=۰$ $-\frac{b}{۲a}<\alpha$ $f(\alpha)>۰$	$a>۰$ $\Delta>۰$ $-\frac{b}{۲a}<\alpha$ $f(\alpha)>۰$

SanjeshCloud

۶- هرگاه α و β جواب‌های معادلهٔ $x^۲-۸x+۲=۰$ باشند، مقدار $A=\sqrt{\frac{\alpha^۲+۲}{\beta}}+\sqrt{\frac{\beta^۲+۲}{\alpha}}$ چه عددی است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۱۶ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

با توجه به آن‌که α و β جواب‌های معادله هستند، پس در معادله صدق می‌کنند:

$$\alpha^۲-۸\alpha+۲=۰\Rightarrow \alpha^۲+۲=۸\alpha$$
$$\beta^۲-۸\beta+۲=۰\Rightarrow \beta^۲+۲=۸\beta$$

هر دو ریشهٔ معادله اعدادی مثبت هستند (زیرا حاصل‌ضرب و حاصل جمع ریشه‌ها هر دو مثبت است. $S>۰, P>۰$). با جای‌گذاری در عبارت خواسته شده داریم:

$$A=\sqrt{\frac{۸\alpha}{\beta}}+\sqrt{\frac{۸\beta}{\alpha}}$$

با توجه به آن‌که:

$$\alpha\beta=۲\Rightarrow \frac{۱}{\beta}=\frac{\alpha}{۲} \text{ و } \frac{۱}{\alpha}=\frac{\beta}{۲}$$

داریم:

$$A=\sqrt{۸\alpha\times\frac{۱}{\beta}}+\sqrt{۸\beta\times\frac{۱}{\alpha}}$$
$$A=\sqrt{\frac{۸}{۲}\alpha^۲}+\sqrt{\frac{۸}{۲}\beta^۲}=۲|\alpha|+۲|\beta|$$

چون هر ۲ ریشهٔ معادله مثبت هستند، پس $|\alpha|=\alpha$ و $|\beta|=\beta$. درنتیجه:

$$A=۲(\alpha+\beta)=۱۶$$

تشخیص علامت ریشه‌ها از روی مجموع و حاصل‌ضرب

اگر معادلهٔ درجه دوم $ax^۲+bx+c=۰$ دو ریشهٔ متمایز داشته باشد $(\Delta>۰)$؛ برای تشخیص علامت ریشه‌ها داریم:

علامت‌ها	هم‌علامت		غیرهم‌علامت	
حالت‌ها	هر دو ریشه مثبت باشند.	هر دو ریشه منفی باشند.	اندازهٔ ریشهٔ مثبت بزرگ‌تر از اندازهٔ ریشهٔ منفی باشد.	اندازهٔ ریشهٔ منفی بزرگ‌تر از اندازهٔ ریشهٔ مثبت باشد.
شرایط	$S>۰$ $P>۰$	$S<۰$ $P>۰$	$S>۰$ $P<۰$	$S<۰$ $P<۰$

۷- اگر نمودار تابع $f(x)=ax^۳+۵x^۲+x-a$ محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول $x=-۲$ قطع کند، جمع صفرهای دیگر تابع چه عددی است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $-\frac{۵}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۳ ـ ۱۱۰۱)

چون یکی از صفرهای تابع $x=-۲$ است، پس در معادله صدق می‌کند.

$$f(-۲)=۰\Rightarrow -۸a+۲۰-۲-a=۰\Rightarrow ۹a=۱۸\Rightarrow a=۲$$
$$\Rightarrow f(x)=۲x^۳+۵x^۲+x-۲\Rightarrow f(x)=(x+۲)(۲x^۲+x-۱)=۰$$

SanjeshCloud

جمع صفرهای دیگر یعنی جمع ریشه‌های معادلهٔ $۲x^۲ + x - ۱ = ۰$ برابر $S = -\frac{۱}{۲}$ است.

یادآوری!

تقسیم چکشی رو که از کلاس نهم یادته؟ برای تجزیهٔ تابع درجه ۳ بالا از تقسیم چندجمله‌ای $۲x^۳ + ۵x^۲ + x - ۲$ بر $x + ۲$ استفاده کردیم.

ماز

۸- اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $۲x^۲ - ۳x - ۲ = ۰$ باشند، معادلهٔ درجه دوم با ریشه‌های $\left\{\frac{\alpha}{\beta^۲}, \frac{\beta}{\alpha^۲}\right\}$ به صورت $۸x^۲ + mx + n = ۰$ است، مقدار m کدام است؟

۱) -۵۵ ۲) ۶۳ ۳) ۵۵ ۴) -۶۳

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۹ ـ ۱۱۰۱)

چون α و β جواب‌های معادلهٔ $۲x^۲ - ۳x - ۲ = ۰$ هستند، پس: $S = \alpha + \beta = \frac{۳}{۲}$, $P = \alpha\beta = -۱$

برای آن‌که بتوانیم معادلهٔ درجه دوم با ریشه‌های $\frac{\beta}{\alpha^۲}$ و $\frac{\alpha}{\beta^۲}$ پیدا کنیم کافی است مجموع و حاصل‌ضرب آن‌ها را در ابتدا به‌دست آوریم.

$$S_{\text{جدید}} = \frac{\alpha}{\beta^۲} + \frac{\beta}{\alpha^۲} = \frac{\alpha^۳ + \beta^۳}{(\alpha\beta)^۲} = \frac{S^۳ - ۳PS}{P^۲} = \frac{\frac{۲۷}{۸} + \frac{۹}{۲}}{۱} = \frac{۶۳}{۸}$$

$$\Rightarrow S_{\text{جدید}} = \frac{۶۳}{۸} = -\frac{m}{۸} \Rightarrow m = -۶۳$$

کلاس درس روابط بین ریشه‌ها!

اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $ax^۲ + bx + c = ۰$ باشند، آن‌گاه:

$$\alpha^۳ + \beta^۳ = (\alpha + \beta)^۳ - ۳\alpha\beta(\alpha + \beta) = S^۳ - ۳PS$$

راهنمای زرنگ‌بازی!

وقتی به حاصل‌ضرب ریشه‌ها و n نیازی نداریم، آن‌ها را حساب نمی‌کنیم. همیشه به خواستهٔ مسئله نیم‌نگاهی داشته باشید تا از محاسبات اضافی پرهیز کنید.

ماز

۹- معادلهٔ $\frac{۳}{x+۲} + \frac{۲}{x} = \frac{۴(x-۱)}{x^۲ - ۴}$ دارای چند جواب است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) هیچ

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۸ ـ ۱۱۰۱)

روش اول

در ابتدا معادله را ساده می‌کنیم:

$$\frac{۳x + ۲x + ۴}{x(x+۲)} = \frac{۴(x-۱)}{(x+۲)(x-۲)}$$

و چون مخرج نباید صفر شود می‌دانیم که $x+۲\neq ۰$ و داریم:

$$\frac{۵x+۴}{x}=\frac{۴(x-۱)}{x-۲}\Rightarrow ۵x^{۲}-۱۰x+۴x-۸=۴x^{۲}-۴x$$

$$\Rightarrow x^{۲}-۲x-۸=۰\Rightarrow (x+۲)(x-۴)=۰\Rightarrow \begin{cases} x=-۲ \text{ غ ق ق} \\ x=۴ \end{cases}$$

$x=۴$ تنها جواب معادله است.

روش دوم

ابتدا دو طرف معادله را در ک.م.م مخرج‌ها یعنی $x(x-۲)(x+۲)$ ضرب می‌کنیم تا معادله از حالت کسری خارج شود:

$$۳x(x-۲)+۲(x^{۲}-۴)=۴x(x-۱)$$

$$\Rightarrow x^{۲}-۲x-۸=۰\Rightarrow (x+۲)(x-۴)=۰\Rightarrow \begin{cases} x=-۲ \text{ غ ق ق} \\ x=۴ \end{cases}$$

پس معادله فقط یک جواب دارد.

حل معادلات گویا!

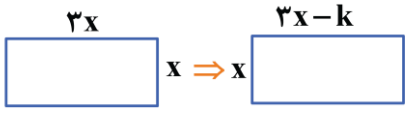
یک راه برای حل معادلات گویا این است که، **طرفین معادله را در کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج کسرها ضرب کنیم** تا به یک معادلهٔ چند جمله‌ای برسیم که معمولاً درجهٔ دو می‌باشد.

باید دقت داشت که **ریشه‌های مخرج کسرها جزء دامنه نمی‌باشند**؛ بنابراین از مجموعه جواب حذف می‌شوند.

۱۰- در یک مستطیل که طول آن ۳ برابر عرض آن است، مقدار ثابتی از طول مستطیل کم می‌کنیم تا به مستطیلی تبدیل شود که نسبت طلایی در آن برقرار است. اگر عرض هر دو مستطیل برابر باشد، مساحت مستطیل جدید چند برابر مساحت مستطیل اولیه است؟

۱) $\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۵}+۱}{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۵}+۱}{۶}$ ۴) $\frac{\sqrt{۵}+۱}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۹ ـ ۱۱۰۱)



در مستطیل جدید نسبت طلایی برقرار است، پس:

$$\frac{۳x-k}{x}=\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$$

$$\frac{S_{\text{جدید}}}{S_{\text{اولیه}}}=\frac{x(۳x-k)}{x\times ۳x}=\frac{۳x-k}{۳x}=\frac{۱}{۳}\times\frac{۳x-k}{x}=\frac{۱}{۳}\times\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}=\frac{۱+\sqrt{۵}}{۶}$$

مقدار نسبت طلایی از کجا اومد؟!

اگر در یک مستطیل با طول x و عرض y رابطهٔ زیر برقرار باشد، در این صورت به آن مستطیل، **«مستطیل طلایی»** و به نسبت $\frac{x}{y}$ **«نسبت طلایی»** می‌گوییم.

$$\frac{x}{y}=\frac{x+y}{x}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

اگر نسبت $\frac{x}{y}$ را برابر با t فرض کنیم، داریم:

$$\frac{x}{y}=t \xrightarrow{\frac{x+y}{x}=1+\frac{y}{x}=1+\frac{1}{t}} t=1+\frac{1}{t} \Rightarrow t^2-t-1=0 \Rightarrow \begin{cases} t=\frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ t=\frac{1-\sqrt{5}}{2}<0 \text{ غ‌ق‌ق} \end{cases}$$

توجه داشته باشید که عدد $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ به عدد طلایی معروف است و مقدار تقریبی آن ۱/۶۱۸ است. بنابراین می‌توان گفت که در یک مستطیل طلایی نسبت طول به عرض آن برابر است با:

$$t=\frac{x}{y}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

۱۱- هرگاه $\alpha-1$ و β جواب‌های معادلهٔ $2x^2-x-4=0$ و α و $\beta+1$ ریشه‌های معادلهٔ درجه دوم $2x^2+ax+b=0$ باشند. مقدار b کدام است؟

۱) -1 ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۲ ۴) $-\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۹ ـ ۱۱۰۱)

$\alpha-1$ و β جواب‌های معادلهٔ $2x^2-x-4=0$ و α و $\beta+1$ جواب‌های معادلهٔ $2x^2+ax+b=0$ هستند، پس:

$$\alpha(\beta+1)=\frac{b}{2}$$

$$b=2(\alpha)(\beta+1) \Rightarrow b=2(\alpha\beta+\alpha)$$

دقت داشته باشید $\alpha-1$ و β جواب‌های معادلهٔ $2x^2-x-4=0$ هستند، پس:

$$\begin{cases} \alpha-1+\beta=\frac{1}{2} \\ (\alpha-1)\beta=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha+\beta=\frac{3}{2} \\ \alpha\beta-\beta=-2 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} \alpha\beta+\alpha=-\frac{1}{2}$$

در نتیجه:

$$\Rightarrow b=2(-\frac{1}{2})=-1 \Rightarrow b=-1$$

۱۲- اعداد $\frac{2}{3}$ و α جواب‌های معادلهٔ $ax^2-13x+a=0$ هستند. اگر 2α و β جواب‌های معادلهٔ $2x^2+ax+b=0$ باشند، مقدار β کدام است؟

۱) -6 ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) -4

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۹ ـ ۱۱۰۱)

در معادلهٔ اول، جواب‌ها $\frac{2}{3}$ و α هستند، با توجه به آن‌ها و این‌که ضرب ریشه‌ها برابر $P=\frac{a}{a}=1$ شده، پس ریشهٔ دیگر $\frac{3}{2}$ است. یعنی $\alpha=\frac{3}{2}$. می‌دانیم هر کدام از این جواب‌ها در معادله صدق می‌کنند.

$$a(\frac{4}{9})-13(\frac{2}{3})+a=0 \Rightarrow \frac{13}{9}a=13(\frac{2}{3}) \Rightarrow a=6$$

به این ترتیب ۳ و β جواب‌های معادلهٔ $۲x^۲+۶x+b=۰$ هستند، یعنی $x=۳$ جواب آن است و در آن صدق می‌کند:

$$۲(۹)+۶(۳)+b=۰ \Rightarrow b=-۳۶$$

پس:

$$۲x^۲+۶x-۳۶=۰ \Rightarrow x^۲+۳x-۱۸=۰ \Rightarrow (x+۶)(x-۳)=۰ \Rightarrow \beta=-۶$$

۱۳- دو ماشین تراشکاری در طی ۱۸ ساعت یک قطعه را آماده می‌کنند و ماشین A به تنهایی ۱۵ ساعت زودتر از ماشین B این کار را انجام می‌دهد. اگر یک ماشین هم سرعت با ماشین A اضافه کنیم، کل کار در چند ساعت تمام می‌شود؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۲/۵ ۳) ۱۲ ۴) ۱۱/۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ مفهومی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۷ ـ ۱۱۰۱)

فرض کنیم ماشین A و B هر کدام به تنهایی در a و b ساعت این کار را تمام کنند، پس ماشین A در یک ساعت $\frac{۱}{a}$ و ماشین B در یک ساعت $\frac{۱}{b}$ کار را تمام می‌کنند و در حالتی که با هم کار کنند $\frac{۱}{a}+\frac{۱}{b}$ از کار در یک ساعت تمام می‌شود، پس با فرض $b=a+۱۵$ داریم:

$$\frac{۱}{a}+\frac{۱}{b}=\frac{۱}{۱۸} \Rightarrow \frac{۱}{a}+\frac{۱}{a+۱۵}=\frac{۱}{۱۸}$$

$$\frac{۲a+۱۵}{a(a+۱۵)}=\frac{۱}{۱۸} \Rightarrow a^۲+۱۵a=۳۶a+۱۸\times۱۵$$

$$\Rightarrow a^۲-۲۱a-۱۸\times۱۵=۰ \Rightarrow (a-۳۰)(a+۹)=۰ \Rightarrow \begin{cases} a=-۹ \text{ غ ق ق} \\ a=۳۰ \end{cases}$$

یعنی ماشین A هر ساعت $\frac{۱}{۳۰}$ کار و ماشین B هر ساعت $\frac{۱}{۴۵}$ کار را انجام می‌دهد، پس با افزایش یک ماشین هم‌سرعت با A داریم:

$$(\frac{۲}{a}+\frac{۱}{b})\times n=۱ \Rightarrow \frac{۱}{۱۵}+\frac{۱}{۴۵}=\frac{۱}{n} \Rightarrow \frac{۴}{۴۵}=\frac{۱}{n} \Rightarrow n=\frac{۴۵}{۴}=۱۱/۲۵$$

($\downarrow$ کل ساعت‌ها)

تبدیل مسائل دنیای واقعی به دنیای ریاضی!

در چنین مسائلی که صحبت از انجام یک کار با دو سرعت متفاوت توسط چند نفر یا چند ماشین به میان می‌آید، ابتدا باید میزان کار انجام شده توسط هر کدام را به صورت کسری از کل کار نوشت و سپس خواستهٔ مسئله را به زبان ریاضی تبدیل کرده و با اطلاعاتی که در دست داریم به جواب برسیم.

۱۴- در دنباله‌ای حسابی با جملهٔ عمومی a_n هرگاه $a_۸=۳a_n$ و $S_{۳۳}=۰$ باشد، عدد طبیعی n کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۴ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۳ ـ ۱۱۰۱)

در دنبالهٔ حسابی $a_n=a_۱+(n-۱)d$ و $S_n=\frac{n}{۲}(۲a_۱+(n-۱)d)$، پس:

$$a_۸=۳a_n \Rightarrow a_۱+۷d=۳(a_۱+(n-۱)d) \Rightarrow a_۱+۷d=۳a_۱+۳d(n-۱) \quad (۱)$$

از طرفی:

$$S_{۳۳}=۰ \Rightarrow \frac{۳۳}{۲}(۲a_۱+۳۲d)=۰ \Rightarrow a_۱+۱۶d=۰ \Rightarrow a_۱=-۱۶d$$

با جایگزینی در رابطهٔ (۱) داریم:

$$-۱۶d+۷d=-۴۸d+۳d(n-۱)$$

با توجه به آن‌که $d \neq 0$ داریم:

$$-16+7=-48+3n-3 \Rightarrow 3n=42 \Rightarrow n=14$$

دنبالهٔ حسابی

دنبالهٔ حسابی دنباله‌ای است که در آن، هر جمله (به جز جملهٔ اول) از اضافه شدن یک عدد ثابت (و غیرصفر) به نام قدرنسبت یا اختلاف مشترک (d) به جملهٔ قبل از خود به‌دست می‌آید. جملهٔ عمومی دنباله به‌صورت زیر می‌باشد:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

جملهٔ عمومی — شمارهٔ جمله — جملهٔ اول — قدر نسبت (اختلاف مشترک)

اگر هر جمله را از جملهٔ قبلی کم کنیم قدرنسبت به‌دست می‌آید:

$$d = a_{m+1} - a_m$$

مجموع جملات دنبالهٔ حسابی

برای مجموع n جملهٔ اول دنباله دو روش داریم.

۱. زمانی که جملهٔ اول و قدرنسبت را داریم:

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)$$

۲. زمانی که جملهٔ اول و آخر را داریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

ماز

۱۵- $a_n = 2n+b$ جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی است که جمع n جملهٔ ابتدایی آن برابر با $S_n = an^2 + 4n$ می‌باشد. مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۴ ـ ۱۱۰۱)

در دنبالهٔ حسابی، جمع n جملهٔ ابتدایی از رابطهٔ $S_n = \frac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)$ به‌دست می‌آید؛ پس:

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right) \Rightarrow S_n = a_1 n + \frac{d}{2}n^2 - \frac{d}{2}n = \frac{d}{2}n^2 + (a_1 - \frac{d}{2})n$$

در جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی، ضریب n همان قدرنسبت است، پس $d = 2$.

از طرفی همان‌طور که در بالا دیدید ضریب $n^۲$ در فرمول S_n نصف قدرنسبت است، پس $a=۱$. یعنی:

$$\begin{matrix} S_n = n^۲ + ۴n \\ a_n = ۲n + b \end{matrix} \Rightarrow S_۱ = a_۱ \Rightarrow ۵ = ۲ + b \Rightarrow b = ۳$$

یعنی $a=۱$ و $b=۳$، پس: $a+b=۴$.

محاسبهٔ جملات دنبالهٔ حسابی از روی فرمول مجموع

اگر در یک دنبالهٔ حسابی برای مجموع جملات (S_n) فرمولی صریح ارائه داده باشند، هر جملهٔ دنباله به راحتی قابل محاسبه است:

$$a_n = S_n - S_{n-۱}$$

چراکه: $\begin{matrix} S_n = a_۱ + a_۲ + \ldots + a_n \\ S_{n-۱} = a_۱ + a_۲ + \ldots + a_{n-۱} \end{matrix} \Rightarrow S_n - S_{n-۱} = (a_۱ + a_۲ + \ldots + a_n) - (a_۱ + a_۲ + \ldots + a_{n-۱}) = a_n$

به طور خاص برای محاسبهٔ جملهٔ اول می‌توان گفت:

$$a_۱ = S_۱$$

۱۶- جمع بیست جمله و سی جملهٔ ابتدایی یک دنبالهٔ حسابی به ترتیب ۸۲۰ و ۱۸۳۰ هستند. جمع ده جملهٔ ابتدایی آن چه عددی است؟

۱) ۱۸۰ ۲) ۲۵۰ ۳) ۲۱۰ ۴) ۲۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۴ ـ ۱۱۰۱)

روش اول

$$\begin{matrix} S_{۲۰} = ۱۰(۲a_۱ + ۱۹d) = ۸۲۰ \Rightarrow ۲a_۱ + ۱۹d = ۸۲ \\ S_{۳۰} = ۱۵(۲a_۱ + ۲۹d) = ۱۸۳۰ \Rightarrow ۲a_۱ + ۲۹d = ۱۲۲ \end{matrix} \Rightarrow ۱۰d = ۴۰ \Rightarrow d = ۴ \Rightarrow a_۱ = ۳$$

حال مجموع ۱۰ جملهٔ اول را محاسبه می‌کنیم:

$$S_{۱۰} = \frac{۱۰}{۲}(a_۱ + a_{۱۰}) = ۵(۳ + ۳ + ۹d)$$

$$\Rightarrow S_{۱۰} = ۵(۶ + ۳۶) = ۵ \times ۴۲ = ۲۱۰$$

روش دوم

در دنبالهٔ حسابی، فرمول $S_n = \frac{n}{۲}(a_۱ + a_n)$ برای جمع n جمله ابتدایی وقتی که جملهٔ اول و جملهٔ آخر را داریم استفاده می‌شود.

$$S_{۲۰} = ۱۰(a_۱ + a_{۲۰}) = ۸۲۰ \Rightarrow a_۱ + a_{۲۰} = ۸۲$$

$$S_{۳۰} = ۱۵(a_۱ + a_{۳۰}) = ۱۸۳۰ \Rightarrow a_۱ + a_{۳۰} = ۱۲۲$$

از طرفی $a_n = a_۱ + (n-۱)d$، پس:

$$\begin{matrix} ۲a_۱ + ۱۹d = ۸۲ \\ ۲a_۱ + ۲۹d = ۱۲۲ \end{matrix} \Rightarrow ۱۰d = ۴۰ \Rightarrow d = ۴ \Rightarrow a_۱ = ۳$$

$$S_{۱۰} = \frac{۱۰}{۲}(a_۱ + a_{۱۰}) = ۵(۳ + ۳ + ۹d)$$

$$\Rightarrow S_{۱۰} = ۵(۶ + ۳۶) = ۵ \times ۴۲ = ۲۱۰$$

۱۷- جمع ده جملهٔ ابتدایی دنبالهٔ $a_n = ۲(۲^n + n)$ چه عددی است؟

۱) ۴۲۰۲ ۲) ۳۹۸۲ ۳) ۴۱۳۰ ۴) ۴۱۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ ترکیبی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۵ ـ ۱۱۰۱)

دنبالهٔ a_n از جمع یک دنبالهٔ حسابی و یک دنباله هندسی به صورت $a_n = ۲^{n+۱} + ۲n$ تشکیل شده است.

$۲^{n+۱}$: دنبالهٔ هندسی — $۲n$: دنبالهٔ حسابی

پس کافی است جمع ده جملهٔ ابتدایی هر کدام را جداگانه به‌دست آوریم:

$$b_n = ۲^{n+۱} \Rightarrow S'_{۱۰} = a_۱ \times \frac{q^{۱۰} - ۱}{q - ۱} = ۴ \times \frac{۲^{۱۰} - ۱}{۲ - ۱} \Rightarrow S'_{۱۰} = ۲^{۱۲} - ۴$$

از طرفی در دنبالهٔ حسابی $c_n = ۲n$ داریم:

$$S''_{۱۰} = \frac{۱۰}{۲}(c_۱ + c_{۱۰}) = ۵(۲ + ۲۰) = ۱۱۰$$

پس در کل:

$$S_{۱۰} = S'_{۱۰} + S''_{۱۰} = (۲^{۱۲} - ۴) + ۱۱۰ = ۲^{۱۲} + ۱۰۶ = ۴۰۹۶ + ۱۰۶ = ۴۲۰۲$$

دنبالهٔ هندسی

به دنباله‌ای که در آن هر جمله (به جز جملهٔ اول) از ضرب عددی ثابت و غیرصفر در جملهٔ قبلی‌اش به‌دست می‌آید، **دنبالهٔ هندسی** می‌گوییم. به این مقدار ثابت، قدرنسبت (نسبت مشترک) دنباله می‌گوییم و آن را با r (یا q) نمایش می‌دهیم. جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی هیچ‌گاه صفر نیست.

$$r = \frac{a_۲}{a_۱} = \frac{a_۳}{a_۲} = \frac{a_۴}{a_۳} = \dots$$

جملهٔ عمومی دنبالهٔ هندسی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a_n = a_۱ \times r^{n-۱}$$

a_n: جملهٔ عمومی — $a_۱$: جملهٔ اول — r: قدرنسبت (نسبت مشترک) — $n-۱$: شمارهٔ جمله

مجموع جملات دنبالهٔ هندسی

مجموع n جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_n = \frac{a_۱(r^n - ۱)}{r - ۱}$$

توجه!

اگر صورت و مخرج فرمول مجموع جملات دنبالهٔ هندسی را در -۱ ضرب کنیم، می‌بینیم که می‌توان آن را به‌صورت $S_n = \frac{a_۱(۱ - r^n)}{۱ - r}$ نیز نوشت.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۸- اگر $\alpha+۸,\alpha,\frac{۴}{۳},...$ جملات ابتدایی یک دنبالهٔ هندسی با جملات مثبت باشند؛ جمع هشت جملهٔ ابتدایی چند برابر جمع چهار جملهٔ ابتدایی آن است؟

۱) $\frac{۸۲}{۸۱}$ ۲) $\frac{۱۷}{۱۶}$ ۳) $\frac{۲۸}{۲۷}$ ۴) $\frac{۳۳}{۳۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۵ ـ ۱۱۰۱)

اگر اعداد $a,b,c,...$ تشکیل دنبالهٔ هندسی دهند، آن‌گاه $b^۲=ac$، پس:

$$\alpha^۲=\frac{۴}{۳}(\alpha+۸)\Rightarrow ۳\alpha^۲-۴\alpha-۳۲=۰$$

$$(\alpha-۴)(۳\alpha+۸)=۰\Rightarrow\begin{cases}\alpha=۴\\ \alpha=-\frac{۸}{۳}\ \text{غ ق ق}\end{cases}$$

در واقع جملات ابتدایی دنباله $...,\frac{۴}{۳},۱۲,۴$ هستند. یعنی قدرنسبت دنبالهٔ هندسی $q=\frac{۱}{۳}$ است. از طرفی:

$$\frac{S_۸}{S_۴}=\frac{a_۱\frac{q^۸-۱}{q-۱}}{a_۱\frac{q^۴-۱}{q-۱}}=\frac{q^۸-۱}{q^۴-۱}=q^۴+۱\Rightarrow\frac{S_۸}{S_۴}=\frac{۱}{۸۱}+۱=\frac{۸۲}{۸۱}$$

واسطهٔ هندسی

اگر a,b,c به ترتیب سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ هندسی باشند، در این صورت b را «واسطهٔ هندسی» a و c می‌گوییم و داریم:

$$b^۲=ac$$

۱۹- در دنبالهٔ هندسی با جملهٔ عمومی $a_n=۳^{n-۱}$ حاصل $A=a_۱a_۲+a_۳a_۴+...+a_{۱۹}a_{۲۰}$ چه عددی است؟

۱) $\frac{۱}{۸۰}(۳^{۸۰}-۱)$ ۲) $\frac{۳}{۴۰}(۳^{۲۰}-۱)$ ۳) $\frac{۳}{۸۰}(۳^{۴۰}-۱)$ ۴) $\frac{۱}{۴۰}(۳^{۱۰}-۱)$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ مفهومی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۵ ـ ۱۱۰۱)

ابتدا عبارت A را بازنویسی می‌کنیم:

$$A=۳^۰\times۳^۱+۳^۲\times۳^۳+۳^۴\times۳^۵+...+۳^{۱۸}\times۳^{۱۹}$$

$$A=۳^۱+۳^۵+۳^۹+۳^{۱۳}+...+۳^{۳۷}$$

در دنبالهٔ هندسی جدید $۳^۱,۳^۵,۳^۹,۳^{۱۳},...,۳^{۳۷}$ تعداد جملات $n=۱۰$، جملهٔ اول ۳ و قدرنسبت $۳^۴$ است. درنتیجه:

$$S_n=a_۱\frac{q^n-۱}{q-۱}\Rightarrow S_{۱۰}=۳\times\frac{(۳^۴)^{۱۰}-۱}{۳^۴-۱}\Rightarrow S_{۱۰}=\frac{۳}{۸۰}(۳^{۴۰}-۱)$$

۲۰- جملات دنبالهٔ $a_n=(\frac{۱}{۲})^{۱-n}$ را به‌صورت $\{a_۱\},\{a_۲,a_۳,a_۴\},\{a_۵,a_۶,a_۷,a_۸,a_۹\},...$ دسته‌بندی کرده‌ایم. جمع اعضای دستهٔ هفتم $۲^m-۲^n$ است. مقدار $m-n$ کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ مفهومی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۵ ـ ۱۱۰۱)

تعداد اعضای دسته‌ها، خودش تشکیل یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول ۱ و قدرنسبت ۲ می‌دهد. پس برای یافتن دستهٔ هفتم باید اولاً شروع دسته و دوماً طول دسته را بدانیم.

$$\text{اندیس عضو آخر دستهٔ ششم} + ۱ = \frac{۶}{۲}\big(۲(۱) + ۵(۲)\big) + ۱ = ۳۶ + ۱ = \text{اندیس عضو اول دستهٔ هفتم}$$

$$\text{تعداد اعضای دستهٔ هفتم} = ۱ + ۶(۲) = ۱۳$$

پس با خود $a_{۳۷}$ کافی است ۱۲ جملهٔ بعدی را هم در دستهٔ هفتم قرار دهیم. اعضای دستهٔ هفتم مطابق الگوی داده شده برابر است با:

$$\{a_{۳۷}, a_{۳۸}, ..., a_{۴۸}, a_{۴۹}\}$$
$$\Rightarrow S = a_{۳۷} + a_{۳۸} + ... + a_{۴۹}$$

چون a_n دنبالهٔ هندسی تشکیل می‌دهد و تعداد اعضای دستهٔ هفتم ۱۳ است، پس:

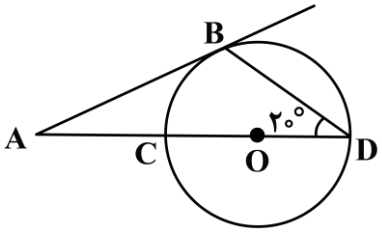
$$S_{۱۳} = a_{۳۷}\frac{q^{۱۳} - ۱}{q - ۱}$$

می‌دانیم $q = ۲$ و:

$$a_n = ۲^{n-۱} \Rightarrow a_{۳۷} = ۲^{۳۶}$$

$$S = ۲^{۳۶} \times \frac{۲^{۱۳} - ۱}{۲ - ۱} = ۲^{۴۹} - ۲^{۳۶} \Rightarrow m - n = ۱۳$$

۲۱- در دایرهٔ مقابل به مرکز O و شعاع ۶، طول کمان BC چقدر است؟ ($\pi \simeq ۳$)

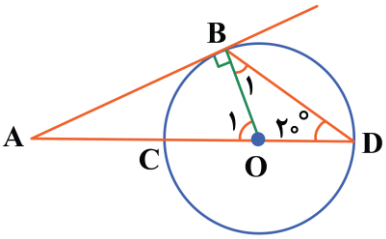


۱) ۴
۲) ۵
۳) $\frac{۴}{۳}$
۴) $\frac{۵}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۱۴ ـ ۱۱۰۱)

روش اول

از O به B وصل می‌کنیم، زاویهٔ $\hat{D}$ محاطی است، پس:



$$\hat{D} = \frac{\overset{\frown}{BC}}{۲} \Rightarrow ۲۰^\circ = \frac{\overset{\frown}{BC}}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{BC} = ۴۰^\circ \Rightarrow \hat{O}_۱ = \overset{\frown}{BC} = ۴۰^\circ$$

بنابراین اگر α اندازهٔ کمان باشد، داریم:

$$\text{طول کمان } \overset{\frown}{BC} = \frac{\alpha}{۳۶۰^\circ} ۲\pi R = \frac{۴۰^\circ}{۳۶۰^\circ} ۲\pi(۶) = \frac{۴}{۳}\pi = \frac{۴}{۳}(۳) = ۴$$

روش دوم

از O به B وصل می‌کنیم. می‌دانیم شعاع OB بر خط مماس AB عمود است؛ پس:

$$\hat{B} = ۹۰^\circ$$

در ضمن مثلث $\overset{\triangle}{OBD}$ متساوی الساقین است؛ درنتیجه:

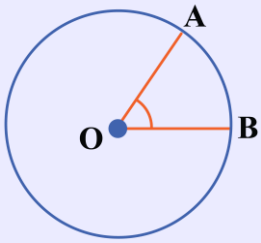
$$\hat{B}_۱ = \hat{D} = ۲۰^\circ$$

بنابراین زاویهٔ $\hat{O}_1$ زاویهٔ خارجی مثلث $\overset{\triangle}{OBD}$ و برابر با ۴۰° است. پس:

$$\text{طول کمان } \overset{\frown}{BC} = \frac{\alpha}{۳۶۰^\circ} ۲\pi R = \frac{۴۰^\circ}{۳۶۰^\circ} ۲\pi(۶) = \frac{۴}{۳}\pi = \frac{۴}{۳}(۳) = ۴$$

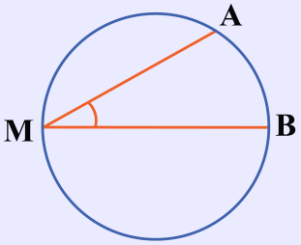
اندازهٔ زوایای خاص در دایره

اندازهٔ زاویهٔ مرکزی با اندازهٔ کمان روبه‌رو به آن برابر است.



$$\hat{O} = \overset{\frown}{AB}$$

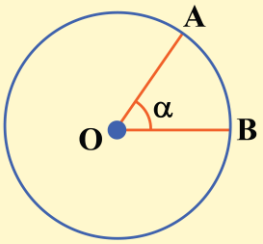
اندازهٔ زاویهٔ محاطی با نصف اندازهٔ کمان روبه‌رو به آن برابر است.



$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{AB}}{۲}$$

کلاس درس طول کمان

طول کمان: در شکل مقابل اگر α زاویه‌ای برحسب درجه باشد، طول کمان $\overset{\frown}{AB}$ برابر است با:



$$\overset{\frown}{AB} = \frac{\alpha}{۳۶۰^\circ} \times ۲\pi R$$

۲۲- فاصله‌های دو خط از مرکز دایرهٔ $C(O,R)$ برابر ریشه‌های معادلهٔ $۳x^۲ - ۴Rx + R^۲ = ۰$ می‌باشد. وضعیت هر کدام از دو خط نسبت به دایره در کدام گزینه به درستی بیان شده است؟

۱) هر دو بر دایره مماس‌اند.
۲) یکی مماس و دیگری دایره را در ۲ نقطه قطع می‌کند.
۳) هر کدام دایره را در ۲ نقطه قطع می‌کنند.
۴) یکی مماس و دیگری با دایره تماس ندارد.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۱۱ ـ ۱۱۰۱)

ابتدا ریشه‌های معادلهٔ داده شده را به‌دست می‌آوریم:

$$۳x^۲ - ۴Rx + R^۲ = ۰ \Rightarrow (۳x - R)(x - R) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = R \\ x = \frac{R}{۳} \end{cases}$$

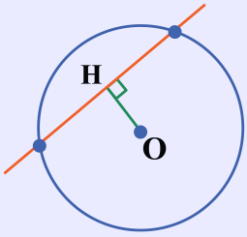
بنابراین:

خط بر دایره مماس است. $\Rightarrow$ شعاع $= R =$ فاصلهٔ یک خط تا مرکز دایره

خط دایره را در ۲ نقطه قطع می‌کند. $\Rightarrow$ شعاع $> \frac{R}{۳} =$ فاصلهٔ خط دیگر تا مرکز دایره

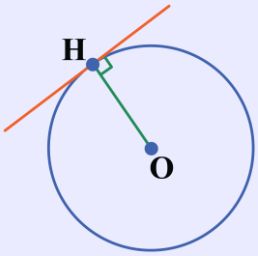
اوضاع نسبی خط و دایره

۱) خط، دایره را در ۲ نقطهٔ قطع می‌کند.



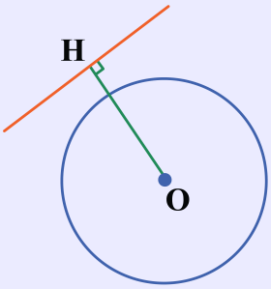
$OH < R$

۲) خط بر دایره مماس است.



$OH = R$

۳) خط با دایره تماس ندارد.

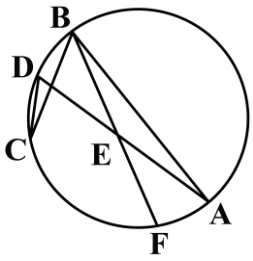


$OH > R$

بنابراین برای تعیین وضعیت خط و دایره کافی است فاصلهٔ مرکز دایره از خط (OH) را با شعاع دایره مقایسه کنیم.

ماز

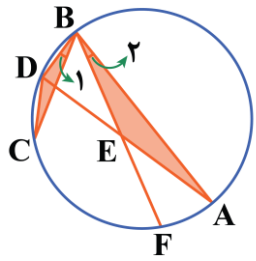
۲۳- در دایرهٔ شکل مقابل، $CD = BC = \frac{AB}{۲} = ۳$ می‌باشد. اندازهٔ AE در صورتی که دو کمان $\overset{\frown}{AF}$ و $\overset{\frown}{DC}$ برابر باشند، چقدر است؟



۱) ۴
۲) ۴/۲۵
۳) ۳
۴) ۳/۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۱۴ ـ ۱۱۰۱)

از D به B وصل می‌کنیم، بنابر فرض سوال داریم:



$$\left.\begin{array}{l} \text{زاویهٔ محاطی} \quad \hat{B}_۱ = \frac{\overset{\frown}{DC}}{۲} \\ \text{زاویهٔ محاطی} \quad \hat{B}_۲ = \frac{\overset{\frown}{AF}}{۲} \end{array}\right\} \xrightarrow{\overset{\frown}{DC}=\overset{\frown}{AF}} \hat{B}_۱ = \hat{B}_۲$$

بنابراین:

$$\left.\begin{array}{l} \hat{A} = \hat{C} = \frac{\overset{\frown}{BD}}{۲} \\ \hat{B}_۱ = \hat{B}_۲ \end{array}\right\} \xrightarrow{(zz)} \overset{\triangle}{ABE} \sim \overset{\triangle}{BDC} \xrightarrow{\text{نسبت اضلاع}} \frac{AE}{DC} = \frac{AB}{BC} \quad (I)$$

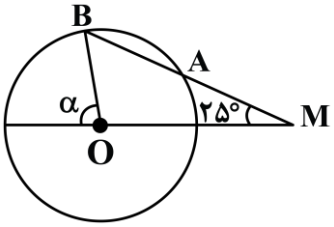
از طرف دیگر بنابر فرض سوال داریم:

$$۲CD = BC = \frac{AB}{۲} = ۳ \Rightarrow CD = \frac{۳}{۲}\ ,\ BC = ۳\ ,\ AB = ۶$$

$$\xrightarrow{(I)} \frac{AE}{\frac{۳}{۲}} = \frac{۶}{۳} \Rightarrow AE = ۳$$

ماز

۲۴- در دایرهٔ $C(O,R)$، اگر $MA = R$، آن‌گاه اندازهٔ زاویهٔ α چند درجه است؟



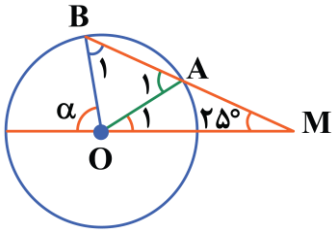
۱) ۵۰°
۲) ۶۵°
۳) ۷۵°
۴) ۸۰°

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۱۰ ـ ۱۱۰۱)

روش اول

از مرکز دایره یعنی O به نقطهٔ A وصل می‌کنیم. در این صورت $OA = R$، پس $OA = MA$. در نتیجه: $\hat{O}_۱ = ۲۵^\circ$.

از طرف دیگر زاویهٔ $\hat{A}_۱$ زاویهٔ خارجی مثلث $\overset{\triangle}{OAM}$ است، پس:



$$\hat{A}_۱ = \hat{O}_۱ + \hat{M} = ۲۵^\circ + ۲۵^\circ = ۵۰^\circ$$

$$OA = OB = R \Rightarrow \hat{B}_۱ = \hat{A}_۱ = ۵۰^\circ$$

در ضمن α زاویهٔ خارجی مثلث $\overset{\triangle}{OBM}$ است، پس نتیجه می‌گیریم:

$$\alpha = \hat{B}_۱ + \hat{M} \Rightarrow \alpha = ۵۰^\circ + ۲۵^\circ \Rightarrow \alpha = ۷۵^\circ$$

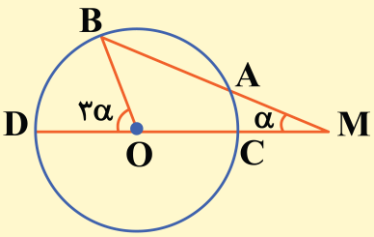
روش دوم

طبق تمرین کتاب درسی که در کلاس درس آمده، به راحتی می‌توان ثابت کرد که زاویهٔ α سه برابر زاویهٔ $\hat{M}$ می‌باشد، پس:

$$\alpha = ۳\hat{M} = ۷۵^\circ$$

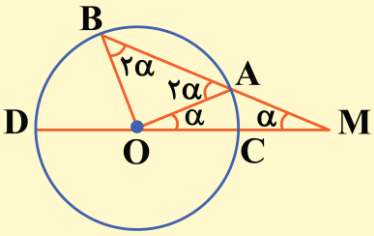
یکی از تمرین‌های معروف کتاب!

در شکل مقابل، اگر $AM = R$ و $\hat{M} = \alpha$ باشد، می‌توان ثابت کرد:



$$B\hat{O}D = ۳\alpha$$

اثبات: از O به A وصل می‌کنیم، بنابراین:



$$OA = AM \Rightarrow \overset{\triangle}{OAM} \text{ متساوی‌الساقین است.} \Rightarrow A\hat{O}C = A\hat{M}C = \alpha$$

از طرفی $B\hat{A}O$ زاویهٔ خارجی مثلث $\overset{\triangle}{OAM}$ است، پس:

$$B\hat{A}O = A\hat{O}C + A\hat{M}C \Rightarrow B\hat{A}O = ۲\alpha$$

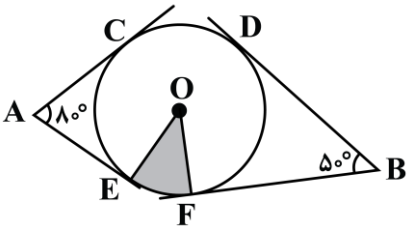
از طرفی مثلث $\overset{\triangle}{AOB}$ متساوی‌الساقین است $(OA = OB)$. بنابراین:

$$O\hat{A}B = O\hat{B}A = ۲\alpha$$

زاویهٔ $B\hat{O}D$ زاویهٔ خارجی مثلث $\overset{\triangle}{BOM}$ است، پس:

$$B\hat{O}D = O\hat{B}A + A\hat{M}C \Rightarrow B\hat{O}D = ۲\alpha + \alpha = ۳\alpha$$

۲۵- در دایرهٔ $C(O, \frac{۶}{\sqrt{\pi}})$ اضلاع زاویه‌های A و B بر دایره مماس‌اند. اگر طول وتر CD برابر $\frac{۶}{\sqrt{\pi}}$ باشد، آن‌گاه مساحت قطاع سایه‌زده شده برابر کدام است؟



۱) ۶

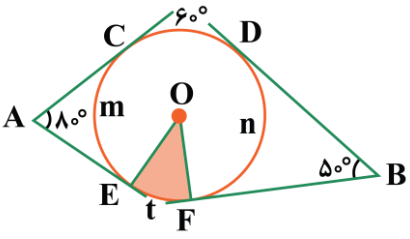
۲) ۷

۳) $\frac{۸}{۳}$

۴) $\frac{۶}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

روش اول



طول وتر CD برابر شعاع دایره است، پس مثلث $\overset{\triangle}{OCD}$ متساوی‌الاضلاع و بنابراین زاویهٔ مرکزی $C\hat{O}D$ برابر ۶۰° است، در نتیجه اندازهٔ $\overset{\frown}{CD}$ برابر ۶۰° است. اکنون با توجه به اندازه‌های روی شکل می‌نویسیم:

$$\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{CDE} - \overset{\frown}{CE}}{۲} = \frac{۶۰^\circ + n + t - m}{۲} \xrightarrow{\hat{A}=۸۰^\circ} n + t - m = ۱۰۰^\circ \quad (۱)$$

$$\hat{B} = \frac{\overset{\frown}{DCF} - \overset{\frown}{DF}}{۲} = \frac{۶۰^\circ + m + t - n}{۲} \xrightarrow{\hat{B}=۵۰^\circ} m + t - n = ۴۰^\circ \quad (۲)$$

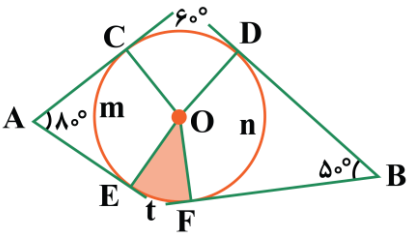
$$(۱), (۲) \Rightarrow ۲t = ۱۴۰^\circ \Rightarrow t = ۷۰^\circ$$

بنابراین:

$$\text{مساحت قطاع } OEF = \frac{\alpha}{۳۶۰^\circ}\pi R^۲ \Rightarrow S = \frac{۷۰^\circ}{۳۶۰^\circ} \times \pi \times (\frac{۶}{\sqrt{\pi}})^۲ = ۷$$

روش دوم

با محاسبه‌ای ساده می‌یابیم که:



$$\hat{A} + C\hat{O}E = ۱۸۰^\circ \Rightarrow C\hat{O}E = ۱۰۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{CE} = ۱۰۰^\circ$$

$$\hat{B} + D\hat{O}F = ۱۸۰^\circ \Rightarrow D\hat{O}F = ۱۳۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{DF} = ۱۳۰^\circ$$

از طرفی چون طول وتر CD برابر شعاع دایره است، پس مثلث $\overset{\triangle}{COD}$ متساوی‌الاضلاع بوده و $\overset{\frown}{CD} = ۶۰^\circ$ می‌باشد، بنابراین:

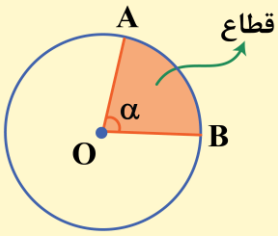
$$\overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{DF} + \overset{\frown}{FE} + \overset{\frown}{EC} = ۳۶۰^\circ \Rightarrow ۱۰۰^\circ + ۶۰^\circ + ۱۳۰^\circ + \overset{\frown}{EF} = ۳۶۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{EF} = ۷۰^\circ \Rightarrow E\hat{O}F = ۷۰^\circ$$

بنابراین مساحت قطاع سایه‌زده شده برابر است با:

$$S=\frac{\alpha}{۳۶۰^\circ}\pi R^۲ \Rightarrow S=\frac{۷۰^\circ}{۳۶۰^\circ}\times\pi\times(\frac{۶}{\sqrt{\pi}})^۲=۷$$

قطاع

بخشی از مساحت دایره که محدود به دو شعاع و یک کمان دایره است.

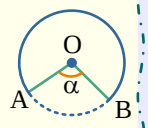
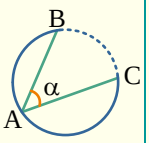
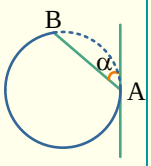
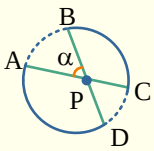
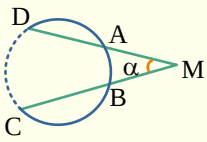
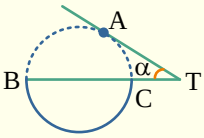
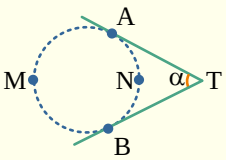


$$S_{\text{قطاع}}=\frac{\alpha}{۳۶۰^\circ}\pi R^۲$$

در رابطهٔ فوق α زاویه برحسب درجه است.

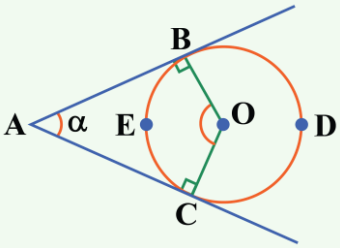
انواع زوایا در دایره

جمع‌بندی زوایا در دایره

زاویهٔ مرکزی	زاویهٔ محاطی	زاویهٔ ظلی	زاویهٔ بین دو وتر	زاویهٔ بین امتداد دو وتر	زاویهٔ بین وتر و مماس	زاویهٔ بین دو مماس
						
$\alpha=\overset{\frown}{AB}$	$\alpha=\frac{\overset{\frown}{BC}}{۲}$	$\alpha=\frac{\overset{\frown}{AB}}{۲}$	$\alpha=\frac{\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{CD}}{۲}$	$\alpha=\frac{\overset{\frown}{CD}-\overset{\frown}{AB}}{۲}$	$\alpha=\frac{\overset{\frown}{AB}-\overset{\frown}{AC}}{۲}$	$\alpha=\frac{\overset{\frown}{AMB}-\overset{\frown}{ANB}}{۲}$

یه نکتهٔ طلایی!

در شکل مقابل داریم:



$$\alpha+B\hat{O}C=۱۸۰^\circ$$

اثبات:

روش اول

$$\alpha=\frac{\overset{\frown}{BDC}-\overset{\frown}{BEC}}{۲}\Rightarrow ۲\alpha=\overset{\frown}{BDC}-\overset{\frown}{BEC}$$

از طرفی $\overset{\frown}{BDC}+\overset{\frown}{BEC}=۳۶۰^\circ$ و با توجه به این‌که اندازهٔ زاویهٔ مرکزی برابر کمان روبه‌رویش است، داریم:

$$۲\alpha=\overset{\frown}{BDC}-\overset{\frown}{BEC}$$

$$\Rightarrow ۲\alpha=۳۶۰-۲\overset{\frown}{BEC}$$

$$\Rightarrow \alpha=۱۸۰-B\hat{O}C$$

$$\Rightarrow \alpha+B\hat{O}C=۱۸۰$$

روش دوم

می‌دانیم که جمع زوایای داخلی یک چهارضلعی 360° است. از آن‌جا که $\hat{B}=90^\circ$ و $\hat{C}=90^\circ$ است، پس:

$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}+B\hat{O}C=360^\circ \Rightarrow \hat{A}+180^\circ+B\hat{O}C=360^\circ \Rightarrow \alpha+B\hat{O}C=180^\circ$$

ماز

۲۶- اگر **T** گزارهٔ همیشه درست، **F** گزارهٔ همیشه نادرست و **p** و **q** دو گزارهٔ دلخواه باشند؛ آن‌گاه چه تعداد از گزاره‌های ترکیبی زیر ارزش درست دارند؟

الف) $(p\vee q)\Rightarrow p$

ب) $(p\wedge T)\vee\sim p$

ج) $(p\wedge F)\Rightarrow q$

د) $(p\wedge T)\Leftrightarrow(p\vee F)$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۱۰ ـ ۱۱۰۱)

بررسی موارد:

الف)

$$(p\vee q)\Rightarrow p \overset{\text{تبدیل شرطی به فصلی}}{\equiv} \sim(p\vee q)\vee p \overset{\text{دمورگان}}{\equiv} (\sim p\wedge\sim q)\vee p \overset{\text{هم‌پوشانی}}{\equiv} (p\vee\sim q)$$

بنابراین گزارهٔ اول به‌ازای $p\equiv F$ و $q\equiv T$ ارزش نادرست پیدا می‌کند.

گزاره‌های دوم، سوم و چهارم همیشه درست هستند.

ب)

$$(p\wedge T)\vee\sim p \overset{p\wedge T\equiv p}{\equiv} p\vee\sim p\equiv T$$

ج)

$$(p\wedge F)\Rightarrow q \overset{p\wedge F\equiv F}{\equiv} F\Rightarrow q \overset{\text{به انتفای مقدم}}{\equiv} T$$

د)

$$(p\wedge T)\Leftrightarrow(p\vee F) \overset{p\wedge T\equiv p\ ,\ p\vee F\equiv p}{\equiv} p\Leftrightarrow p\equiv T$$

پس در مجموع ۳ گزاره ارزش درست دارند.

تبدیل ترکیب شرطی به ترکیب فصلی

هم‌ارزی بسیار مهم و پرکاربرد زیر، ترکیب شرطی دو گزاره را به ترکیب فصلی تبدیل می‌کند:

$$p\Rightarrow q\equiv\sim p\vee q$$

قانون دمورگان

قانون دمورگان

$$\begin{cases}\sim(p\vee q)\equiv\sim p\wedge\sim q\\ \sim(p\wedge q)\equiv\sim p\vee\sim q\end{cases}$$

هم‌ارزی‌های مهم در گزاره‌ها

اگر p یک گزاره باشد، نقیضِ نقیضِ گزارهٔ p را به‌صورت $\sim(\sim p)$ نشان می‌دهند که همواره هم‌ارز منطقی با خود گزارهٔ p است، یعنی:

$$\sim(\sim p)\equiv p$$

قوانین ترکیب‌های فصلی و عطفی

جذب: $\begin{cases} p \vee (p \wedge q) \equiv p \\ p \wedge (p \vee q) \equiv p \end{cases}$	شرکت‌پذیری: $\begin{matrix} p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \\ p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \end{matrix}$	خود توانی: $\begin{cases} p \vee p \equiv p \\ p \wedge p \equiv p \end{cases}$
هم‌پوشانی: $\begin{cases} p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q \\ p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q \end{cases}$	توزیع‌پذیری: $\begin{cases} p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \\ p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \end{cases}$	جابه‌جایی: $\begin{cases} p \vee q \equiv q \vee p \\ p \wedge q \equiv q \wedge p \end{cases}$

۲۷- کدام‌یک از هم‌ارزی‌های زیر برقرار نیست؟

۱) $\sim p \wedge (q \vee \sim p) \equiv \sim p$
۲) $(p \Rightarrow q) \wedge q \equiv \sim p$
۳) $p \vee (q \Rightarrow p) \equiv \sim q \vee p$
۴) $q \wedge (p \vee \sim q) \equiv p \wedge q$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۹ ـ ۱۱۰۱)

بررسی گزینه‌ها:

۱) هم‌ارزی نوشته شده در گزینهٔ ۱ طبق قانون جذب، برقرار است.

$$\sim p \wedge (q \vee \sim p) \equiv \boxed{\sim p} \wedge (\boxed{\sim p} \vee q) \overset{\text{قانون جذب}}{\equiv} \sim p$$

۲)

روش اول

هم‌ارزی نوشته شده در گزینهٔ ۲ برقرار نیست، کافی است q را درست و p را نیز درست در نظر بگیرید، که در این صورت سمت چپ هم‌ارزی نوشته شده درست و سمت راست آن، نادرست خواهد شد.

$$\text{سمت چپ} \equiv (p \Rightarrow q) \wedge q \equiv (T \Rightarrow T) \wedge T \equiv T \wedge T \equiv T$$
$$\text{سمت راست} \equiv \sim p \equiv \sim T \equiv F$$

روش دوم

رسم جدول ارزش:

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge q$	$\sim p$
T	T	T	T	F
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	F	T

روش سوم

$$(p \Rightarrow q) \wedge q \overset{\text{تبدیل شرطی به فصلی}}{\equiv} (\sim p \vee q) \wedge q \overset{\text{توزیع‌پذیری}}{\equiv} (\sim p \wedge q) \vee \underbrace{(q \wedge q)}_{q} \overset{\text{قانون جذب}}{\equiv} q$$

همان‌طور که می‌بینید گزارهٔ سمت چپ در گزینهٔ ۲ هم‌ارز با q است نه هم‌ارز با $\sim p$.

۳) اثبات درستی گزینهٔ ۳:

$$\text{سمت راست} \equiv \sim q \vee p \equiv p \vee (\sim q \vee p) \overset{\text{تبدیل شرطی به فصلی}}{\equiv} p \vee (q \Rightarrow p) \equiv \text{سمت چپ}$$

۴) اثبات درستی گزینهٔ ۴:

سمت راست $\equiv q \wedge (p \vee \sim q) \equiv (q \wedge p) \vee (q \wedge \sim q) \equiv (q \wedge p) \vee F \equiv q \wedge p \equiv$ سمت چپ

توجه!

دقت کردی که اثبات درستی گزینهٔ ۴ در واقع همون اثبات قانون هم‌پوشانی بود؟ 😉

ماز

۲۸- اگر هم‌ارزی $(p \Rightarrow q) \wedge \sim q \equiv (q \Rightarrow p) \vee \sim p$ برقرار باشد؛ آن‌گاه کدام‌یک از گزاره‌های زیر ارزش نادرست دارد؟

۱) $p \vee q$ ۲) $p \vee \sim q$ ۳) $\sim p \vee q$ ۴) $\sim p \vee \sim q$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۹ ـ ۱۱۰۱)

هم‌ارزی داده شده را با قوانینی که می‌دانیم به هم‌ارزی ساده‌تری تبدیل می‌کنیم.

ابتدا در هر دو طرف $(p \Rightarrow q) \wedge \sim q \equiv (q \Rightarrow p) \vee \sim p$ ترکیب شرطی را به ترکیب فصلی تبدیل می‌کنیم:

$$(\sim p \vee q) \wedge \sim q \equiv (\sim q \vee p) \vee \sim p$$

از شرکت‌پذیری در سمت راست داریم:

$$(\sim p \vee q) \wedge \sim q \equiv \sim q \vee (p \vee \sim p)$$

با استفاده از قانون هم‌پوشانی در سمت چپ و این‌که ترکیب فصلی هر گزارهٔ دلخواه با نقیضش، همواره درست است، داریم:

$$(\sim p \wedge \sim q) \equiv T$$

از این‌که ترکیب عطفی دو گزاره، دارای ارزش درست (T) شده به این نتیجه می‌رسیم که هر دو گزاره دارای ارزش درست بوده‌اند، یعنی:

$$\sim q \equiv \sim p \equiv T$$

پس یعنی ارزش خود p و q درست است:

$$p \equiv q \equiv F$$

اکنون که ارزش p و q را می‌دانیم، به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

بررسی گزینه‌ها:

۱) $p \vee q \equiv F \vee F \equiv F$

۲) $p \vee \sim q \equiv F \vee T \equiv T$

۳) $\sim p \vee q \equiv T \vee F \equiv T$

۴) $\sim p \vee \sim q \equiv T \vee T \equiv T$

دو نکتهٔ طلایی!

۱) ارزش ترکیب فصلی دو گزاره تنها زمانی نادرست است که هر دو نادرست باشند.

$$p \vee q \equiv F \longrightarrow p \equiv q \equiv F$$

۲) ارزش ترکیب عطفی دو گزاره تنها زمانی درست است که هر دو درست باشند.

$$p \wedge q \equiv T \longrightarrow p \equiv q \equiv T$$

۲۹- عکس نقیض کدام‌یک از گزاره‌های زیر حتماً ارزش درست دارد؟

۱) $\sim p \Rightarrow T$ ۲) $\sim p \Rightarrow p$ ۳) $p \Rightarrow F$ ۴) $T \Rightarrow \sim p$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

عکس نقیض یک گزارهٔ شرطی همیشه با خود آن گزاره هم‌ارز است، بنابراین کافی است ببینیم ارزش کدام گزارهٔ نوشته شده درست است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) $\sim p \Rightarrow T$ همیشه درست، چون تالی درست است.

۲) $\sim p \Rightarrow p$ می‌تواند نادرست باشد، موقعی که p درست است.

۳) $p \Rightarrow F$ می‌تواند نادرست باشد، موقعی که p درست است.

۴) $T \Rightarrow \sim p$ می‌تواند نادرست باشد، موقعی که p درست است.

قِلِقِشو یاد بگیر!

در ترکیب شرطی دو گزاره اگر:

۱) ارزش تالی درست باشد، ارزش کل گزاره درست است.

۲) ارزش مقدم نادرست باشد، ارزش کل گزاره درست است.

در حالت دوم گوییم، ارزش گزارهٔ شرطی **«به انتفای مقدم»** درست است.

۳۰- اگر گزارهٔ $r \Leftrightarrow [p \wedge (q \Rightarrow p)]$ ارزش درستی داشته باشد، آن‌گاه r کدام می‌تواند باشد؟

۱) $p \vee (q \Rightarrow p)$ ۲) $p \vee (p \Rightarrow q)$ ۳) $p \Rightarrow (p \vee q)$ ۴) $\sim p \Rightarrow (p \wedge q)$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ ترکیبی ـ زمان‌بَر ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۱۰ ـ ۱۱۰۱)

بررسی گزینه‌ها:

گزارهٔ $p \wedge (q \Rightarrow p)$ با گزارهٔ p هم‌ارز است، زیرا: $p \wedge (q \Rightarrow p) \equiv p \wedge (\sim q \vee p) \overset{\text{قانون جذب}}{\equiv} p$

حال باید ببینیم کدام‌یک از گزاره‌های موجود در گزینه‌ها با p هم‌ارز است، زیرا $r \Leftrightarrow p$ ارزش درست دارد، و به این معنی است که p و r ارزش یکسان دارند:

۱) $p \vee (q \Rightarrow p) \equiv p \vee (\sim q \vee p) \equiv p \vee \sim q \not\equiv p$

۲) $p \vee (p \Rightarrow q) \equiv p \vee (\sim p \vee q) \equiv T \not\equiv p$

۳) $p \Rightarrow (p \vee q) \equiv \sim p \vee (p \vee q) \equiv T \not\equiv p$

۴) $\sim p \Rightarrow (p \wedge q) \equiv p \vee (p \wedge q) \equiv p$

توجه کنید که در بررسی تمام گزینه‌ها از تبدیل ترکیب شرطی به فصلی استفاده کردیم.

گزارهٔ دو شرطی

هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزارهٔ مرکب $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ را به صورت $p \Leftrightarrow q$ می‌نویسیم و آن را ترکیب دو شرطی p و q می‌نامیم. ارزش این گزاره زمانی درست است که ارزش p و q یکسان باشد و زمانی نادرست است که ارزش p و q یکسان نباشد. به جدول زیر توجه کنید:

p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

بودجه‌بندی این آزمون: الکتریسیتهٔ ساکن (تا ابتدای برهم‌نهی میدان‌های الکتریکی) - صفحه‌های ۱ تا ۱۴

سهم در کنکور: درمجموع ۱ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.

برای دیدن پاسخ‌نامهٔ ویدئویی آزمون QR Code بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید!

۳۱- وقتی روکش پلاستیکی را روی یک ظرف غذا می‌کشیم و آن را در لبه‌های ظرف فشار می‌دهیم، روکش در جای خود ثابت باقی .....؛ زیرا .....

۱) می‌ماند ـ بارهای هم‌نام پوشش پلاستیکی و لبهٔ ظرف همدیگر را دفع می‌کنند.

۲) می‌ماند ـ بارهای ناهم‌نام پوشش پلاستیکی و لبهٔ ظرف همدیگر را جذب می‌کنند.

۳) نمی‌ماند ـ بارهای هم‌نام پوشش پلاستیکی و لبهٔ ظرف همدیگر را دفع می‌کنند.

۴) نمی‌ماند ـ بارهای ناهم‌نام پوشش پلاستیکی و لبهٔ ظرف همدیگر را جذب می‌کنند.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۳)

وقتی روکش پلاستیکی را روی یک ظرف غذا می‌کشیم و آن را در لبه‌های ظرف فشار می‌دهیم، روکش در جای خود ثابت باقی **می‌ماند**؛ زیرا در اثر القا، بارهای ناهم‌نام پوشش پلاستیکی و لبهٔ ظرف همدیگر را **جذب** می‌کنند.

روش‌های باردارکردن اجسام: مالش

یکی از روش‌های باردارکردن اجسام که معمولاً برای اجسام نارسانا به‌کار می‌رود، روش مالش است. در مورد این روش خوب است نکات زیر را بدانیم:

۱- هنگامی‌که دو جسم خنثی از طریق مالش، باردار می‌شوند، بار یکی از آن‌ها منفی و بار دیگری مثبت خواهد شد؛ بنابراین علامت بارها مخالف هم خواهد بود.

۲- چون در روش مالش تعداد الکترون‌هایی که یک جسم از دست می‌دهد با تعداد الکترون‌هایی که جسم دیگر به‌دست می‌آورد برابر است، اندازهٔ بار دو جسم باهم برابر خواهد بود؛ به عبارت دیگر اگر بار یک جسم $+q$ باشد، بار دیگری $-q$ خواهد بود.

۳- چون در روش مالش، علامت بار اجسام مخالف هم است، نیروی الکتریکی بین این دو جسم پس از مالش از نوع ربایشی خواهد بود.

۴- هنگامی‌که دو جسم را به‌هم مالش می‌دهیم تا باردار شوند، جسمی که الکترون‌خواه‌تر است (در جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی (تریبوالکتریک) در قسمت پایین‌تری قرار دارد)، الکترون می‌گیرد و بار آن منفی می‌شود. همچنین جسمی که کم‌تر الکترون‌خواه است (در جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی در قسمت بالاتری قرار دارد)، الکترون از دست می‌دهد و بار آن مثبت خواهد بود.

یه نمونهٔ باحال

مطابق جدول مقابل که بخشی از سری الکتریسیتهٔ مالشی را نشان می‌دهد، به سؤالات زیر پاسخ دهید.

انتهای مثبت سری
شیشه
ابریشم
لاستیک
تفلون
انتهای منفی سری

سری الکتریسیتهٔ مالشی

۱- اگر یک میلهٔ شیشه‌ای را به یک پارچهٔ ابریشمی مالش دهیم چه اتفاقی می‌افتد؟

با مالش شیشه به ابریشم، شیشه الکترون از دست می‌دهد و دارای بار مثبت می‌شود و ابریشم الکترون می‌گیرد و دارای بار منفی خواهد شد.

دقت کنید که اندازهٔ بار دو جسم باهم برابر است و علامت بار آن‌ها مخالف هم می‌باشد.

۲- یک میلهٔ شیشه‌ای را با پارچهٔ ابریشمی و یک قطعهٔ تفلون را با یک لاستیک مالش می‌دهیم تا باردار شوند. اگر شیشه و لاستیک را در نزدیکی هم قرار دهیم، نیروی الکتریکی بین آن‌ها از چه نوعی خواهد بود؟

در مالش شیشه با ابریشم، شیشه دارای بار مثبت می‌شود، زیرا در قسمت بالاتری از جدول قرار دارد. در مالش تفلون و لاستیک هم لاستیک دارای بار مثبت می‌شود؛ بنابراین بار لاستیک و شیشه هم‌علامت است و درنتیجه نیروی بین آن‌ها از نوع رانشی خواهد بود.

نکته

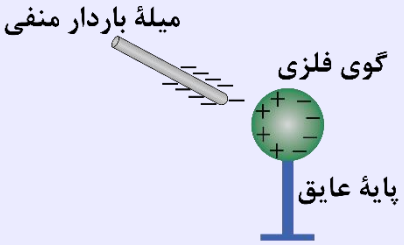
در اثر مالش میلهٔ پلاستیکی با پارچهٔ پشمی، بار میلهٔ پلاستیکی منفی و بار پارچهٔ پشمی مثبت و در اثر مالش میلهٔ شیشه‌ای با پارچهٔ ابریشمی، بار میلهٔ شیشه‌ای مثبت و بار پارچهٔ ابریشمی منفی خواهد شد.

القای بار الکتریکی

در مورد القای بار الکتریکی به نکات زیر توجه کنید:

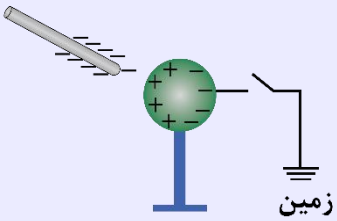
۱- هنگامی‌که یک میلهٔ باردار را به یک کرهٔ رسانای منزوی نزدیک می‌کنیم، بارهای القایی مثبت و منفی در دو طرف جسم رسانا تفکیک می‌شوند. بارهای ناهم‌نام با بار میله در سمتی از کره که نزدیک میله است، جمع می‌شوند و بارهای هم‌نام با بار میله در سمتی از کره که دور از میله است، جمع می‌شوند.

به‌عنوان مثال در شکل زیر، بار میله منفی است، به همین دلیل بارهای مثبت کره در سمت چپ و بارهای منفی در سمت راست جمع شده‌اند. نیروی برایند بین دو جسم از نوع جاذبه است.

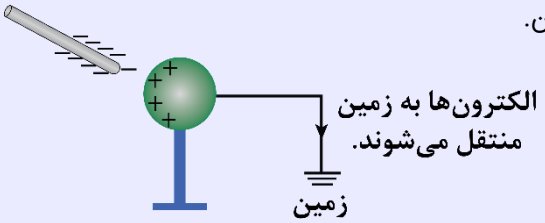


۲- با روش القا می‌توان اجسام رسانا را باردار کرد. مثلاً می‌توان از روش زیر استفاده کرد:

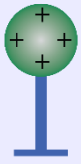
مرحلهٔ اول: نزدیک‌کردن میلهٔ باردار به کرهٔ رسانای خنثی.



مرحلهٔ دوم: وصل‌کردن کلید و انتقال بارهای منفی (الکترون‌ها) از کره به زمین.

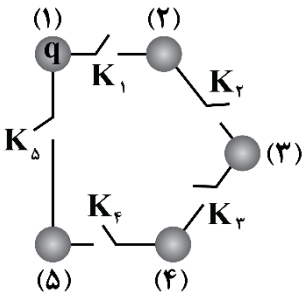


مرحلهٔ سوم: بازکردن کلید و دورکردن میله از کره و پخش یکنواخت بار مثبت در سطح خارجی کره.



دقت کنید علامت بار کره مخالف بار میله خواهد شد.

۳۲- شکل زیر، ۵ کرهٔ رسانای مشابه را نشان می‌دهد که کرهٔ اول دارای بار الکتریکی q بوده و سایر کره‌ها از نظر الکتریکی خنثی هستند. ابتدا کلید K_1 را بسته و باز می‌کنیم. سپس کلید K_2 را بسته و باز می‌کنیم و همین روند را تا کلید K_5 تکرار می‌کنیم. اگر بار الکتریکی نهایی کرهٔ پنجم برابر با ۱/۸nC شود، مقدار q چند نانوکولن است؟



۱) $\frac{۳۲}{۵}$
۲) $\frac{۱۴۴}{۵}$
۳) $\frac{۲۸۸}{۸۵}$
۴) $\frac{۲۸۸}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۴)

راه نجات سریع

کافیه حواست باشه که وقتی n تا کرهٔ مشابه رو به‌هم تماس می‌دیم، بار نهایی کره‌ها یکسان شده و برابر با میانگین بار اولیهٔ اون‌ها می‌شه.

گام اول

وقتی کلید K_1 را می‌بندیم و دو کرهٔ مشابه (۱) و (۲) را باهم تماس می‌دهیم، بار نهایی آن‌ها برابر می‌شود با:

$$q'_۱ = q'_۲ = \frac{q_۱ + q_۲}{۲} = \frac{q + ۰}{۲} = \frac{q}{۲}$$

گام دوم

وقتی کلید K_2 را می‌بندیم و دو کرهٔ مشابه (۲) و (۳) را باهم تماس می‌دهیم، بار نهایی آن‌ها برابر می‌شود با:

$$q''_۲ = q'_۳ = \frac{q'_۲ + q_۳}{۲} = \frac{\frac{q}{۲} + ۰}{۲} = \frac{q}{۲^۲}$$

گام سوم

به کمک الگوی به‌دست‌آمده در گام‌های اول و دوم، به‌راحتی می‌توان پی برد که وقتی کلید K_4 را می‌بندیم، بار کرهٔ پنجم برابر می‌شود با:

$$q'_۵ = \frac{q}{۲^۴} = \frac{q}{۱۶}$$

گام آخر

امیدوارم حواستان باشد که هنگام بستن کلید K_5، کرهٔ پنجم با بار $\frac{q}{۱۶}$ و کرهٔ اول با بار $\frac{q}{۲}$ باهم تماس داده می‌شوند و بنابراین بار نهایی کرهٔ پنجم برابر می‌شود با:

$$q''_۵ = \frac{q'_۵ + q'_۱}{۲} = \frac{\frac{q}{۱۶} + \frac{q}{۲}}{۲} = \frac{۹q}{۳۲} \xrightarrow{q''_۵ = ۱/۸nC} ۱/۸ = \frac{۹q}{۳۲} \Rightarrow q = ۶/۴nC = \frac{۳۲}{۵}nC$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر همین‌طور بارها را نصف کنی و آخرش به $\frac{q}{۱۶}$ برسی و حواست نباشه که قراره در آخرین مرحله با بستن کلید K_5، $\frac{q}{۱۶}$ رو با $\frac{q}{۲}$ (بار کرهٔ اول) میانگین بگیری در دام گزینهٔ (۲) می‌افتی. حالا اگر حواست به کلید K_5 باشه ولی بار کرهٔ (۱) رو به‌اشتباه q بگیری در دام گزینهٔ (۳) می‌افتی.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۳- در هستهٔ اتم هلیم، دو پروتون همدیگر را با نیرویی به بزرگی ۴۰ نیوتون دفع می‌کنند. فاصلهٔ آن‌ها از هم چند متر است؟

$(k=۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}\ ,\ e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$

۱) $۲/۴\times۱۰^{-۱۵}$ ۲) $۲/۴\times۱۰^{-۱۶}$ ۳) $۱/۲\times۱۰^{-۱۵}$ ۴) $۱/۲\times۱۰^{-۱۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۵)

طبق قانون کولن داریم:

$$F=\frac{k|q_۱||q_۲|}{r^{۲}}\xrightarrow{F=۴۰N\ ,\ |q_۱|=|q_۲|=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C}۴۰=\frac{۹\times۱۰^{۹}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}{r^{۲}}$$

$$\Rightarrow r^{۲}=\frac{۹\times(۱/۶)^{۲}\times۱۰^{-۲۹}}{۴۰}=\frac{۹\times(۱/۶)^{۲}\times۱۰^{-۳۰}}{۴}$$

$$\Rightarrow r=\frac{۳\times۱/۶\times۱۰^{-۱۵}}{۲}=۲/۴\times۱۰^{-۱۵}m$$

قانون کولن

اگر دو بار $q_۱$ و $q_۲$ در فاصلهٔ r از یکدیگر باشند، نیروی الکتریکی F برحسب نیوتون (N) را به یکدیگر وارد می‌کنند که بزرگی آن از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

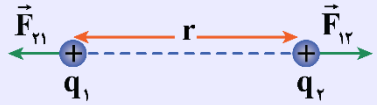
$F=\overset{\uparrow}{k}\ \frac{|q_۱||q_۲|}{r^{۲}}$

k: ثابت کولن $(۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}})$

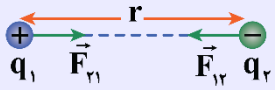
$|q_۱||q_۲|$: اندازهٔ بار الکتریکی برحسب کولن (C)

r: فاصلهٔ بین دو بار برحسب متر (m)

اگر بارهای $q_۱$ و $q_۲$ هم‌نام باشند، نیروی الکتریکی بین آن‌ها دافعه و اگر ناهم‌نام باشند، نیروی بین آن‌ها جاذبه است.



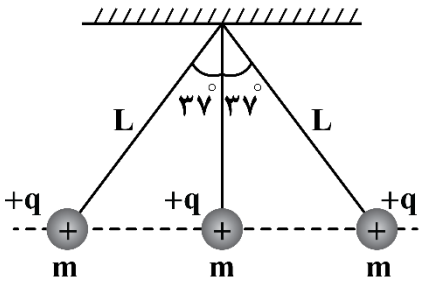
نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی هم‌نام، دافعه است.



نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی ناهم‌نام، جاذبه است.

۳۴- سه ذرهٔ باردار مشابه، هریک به جرم ۰/۱۵kg و بار الکتریکی q مثبت مطابق شکل از سه نخ عایق آویخته شده و درحال تعادل‌اند.

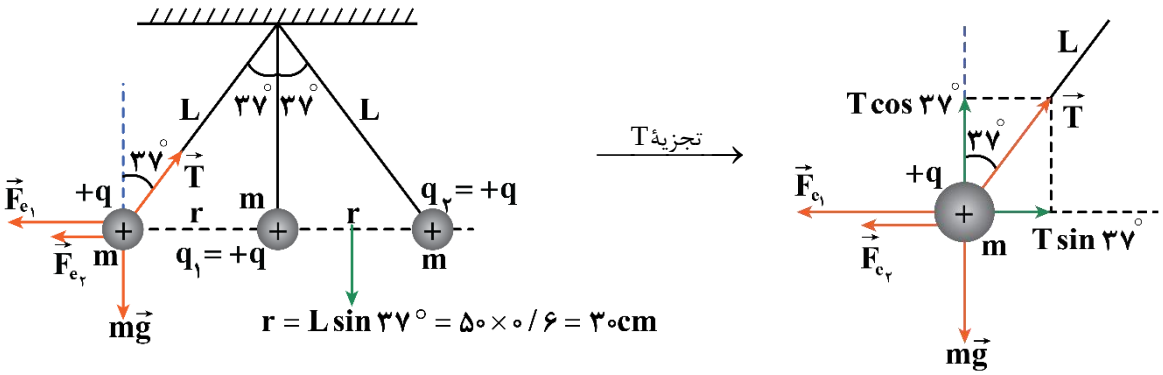
مقدار q چند میکروکولن است؟ $(k=۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}\ ,\ g=۱۰\frac{N}{kg}\ ,\ L=۵۰cm\ ,\ \sin۳۷^{\circ}=۰/۶)$



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ⏱ ـ صفحهٔ ۵)

برای حل این سؤال، کافی است تعادل یکی از بارهای کناری را به کمک برایند نیروهای وارد بر آن بررسی کنیم:



$$\Rightarrow \begin{cases} \text{x برایند نیروها در راستای محور}: F_{net,x} = ۰ \Rightarrow T\sin ۳۷^\circ = F_{e_۱} + F_{e_۲} \\ \text{y برایند نیروها در راستای محور}: F_{net,y} = ۰ \Rightarrow T\cos ۳۷^\circ = mg \end{cases} \xrightarrow{\text{نسبت طرفین}}$$

$$\tan ۳۷^\circ = \frac{F_{e_۱}+F_{e_۲}}{mg} \Rightarrow F_{e_۱}+F_{e_۲} = mg\tan ۳۷^\circ \xrightarrow{F_e=\frac{k|q_۱||q_۲|}{r^۲}} \frac{۹۰qq}{r^۲}+\frac{۹۰qq}{(۲r)^۲} = mg\tan ۳۷^\circ$$

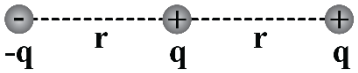
$$\xrightarrow{r=۳۰cm,\, m=۰/۱۵kg} \frac{۹۰q^۲}{۹۰۰}+\frac{۹۰q^۲}{۳۶۰۰} = ۰/۱۵\times ۱۰\times \frac{۳}{۴} \Rightarrow \frac{q^۲}{۸} = \frac{۹}{۸} \Rightarrow q^۲ = ۹$$

$$\Rightarrow q = +۳\mu C$$

راهنمای مسیرت

طرح این تیپ تست‌ها فقط به درد کنکورتون می‌خوره. تنها تعادل دو آونگ از بس ازش سؤال مطرح شده، خواستیم یک خلاقیت جدید و البته در چهارچوب کتاب درسی براتون انجام بدیم تا با یک تیپ جدید از سؤالات آونگ آشنا بشید. هرچند روال کلی حل این سؤال هم دقیقاً مشابه سؤالات مربوط به دو آونگ هست. بچه‌ها حتماً مراحل حل و تحلیل رو با تمام دقت یاد بگیرین تا تمام سؤالات مربوط به آونگ رو به‌راحتی حریف بشین.

۳۵- مطابق شکل زیر، سه ذرهٔ باردار روی یک خط راست قرار دارند. به‌ترتیب از راست به چپ، جهت نیروی الکتریکی خالص وارد بر ذرهٔ سمت راست کدام است و اگر ذرهٔ میانی به‌جای بار q بار q- داشته باشد، جهت نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار سمت راست چگونه خواهد بود؟

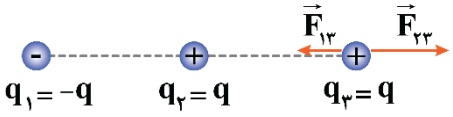


۱) ← و ←
۲) → و ←
۳) → و →
۴) ← و →

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ⏱ ـ صفحهٔ ۷)

گام اول

جهت نیروی الکتریکی واردشده توسط هرکدام از ذرات را بر ذرهٔ سمت راست به‌دست می‌آوریم.

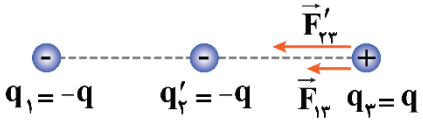


با توجه به برابربودن مقدار بارها و کم‌تربودن فاصلهٔ ذرهٔ وسط از ذرهٔ سمت راست، درمی‌یابیم نیروی دافعهٔ ذرهٔ وسط بر ذرهٔ سمت راست از نیروی جاذبهٔ ذرهٔ سمت چپ بر ذرهٔ سمت راست، بزرگ‌تر است $(F_{۲۳} > F_{۱۳})$.

بنابراین نیروی الکتریکی خالص واردشده بر ذرهٔ سمت راست، به سمت راست (→) است (رد گزینه‌های (۱) و (۲)).

گام آخر

با قرینه‌شدن بار ذرهٔ میانی، نیروی این ذره هم بر ذرهٔ سمت راست، به‌صورت جاذبه و به سمت چپ خواهد شد؛ بنابراین نیروی خالص واردشده بر ذرهٔ سمت راست در این حالت به سمت چپ (←) می‌شود.



محاسبهٔ نیروی الکتریکی در حضور چند بار

در سؤالاتی که چند بار الکتریکی وجود دارند و نیروی الکتریکی وارد بر یکی از آن‌ها را می‌خواهیم، گام‌های زیر را طی می‌کنیم.

گام اول: بردار نیروی الکتریکی که هر یک از بارها وارد می‌کنند را رسم می‌کنیم.

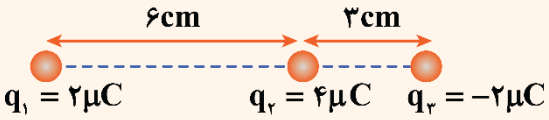
گام دوم: نیروهای الکتریکی را جداگانه محاسبه می‌کنیم.

گام سوم: بردارهای به‌دست‌آمده را به‌صورت برداری جمع می‌کنیم. اگر بردارها هم‌جهت باشند، اندازهٔ آن‌ها جمع می‌شود، اگر خلاف جهت هم باشند، اندازهٔ آن‌ها از هم کم می‌شود و اگر عمود بر هم باشند با کمک رابطهٔ فیثاغورس برایند آن‌ها محاسبه می‌شود.

در ادامه با حل یک مثال، مطالب فوق را مرور می‌کنیم.

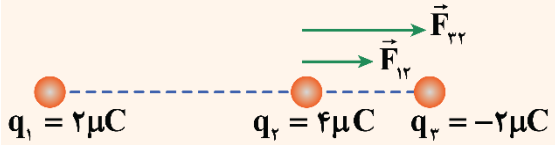
یه نمونهٔ باحال

مطابق شکل، سه بار الکتریکی روی یک خط قرار دارند. نیروی الکتریکی برایند وارد بر $q_۲$ چند نیوتون است؟ $(k=۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}})$



پاسخ تشریحی:

ابتدا دقت کنید که بار $q_۱$، $q_۲$ را دفع می‌کند و بار $q_۳$، $q_۲$ را جذب می‌کند؛ بنابراین جهت نیروهای وارد بر $q_۲$ مطابق شکل زیر است.



در ادامه این دو نیرو را محاسبه می‌کنیم:

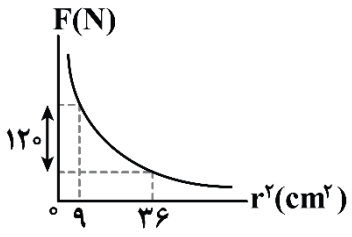
$$F_{۱۲}=k\frac{|q_۱q_۲|}{r_{۱۲}^{۲}}=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۲\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{-۶}}{(۶\times۱۰^{-۲})^{۲}}=۲۰N$$

$$F_{۳۲}=k\frac{|q_۳q_۲|}{r_{۳۲}^{۲}}=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۲\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{-۶}}{(۳\times۱۰^{-۲})^{۲}}=۸۰N$$

در ادامه با توجه به این‌که دو نیرو هم‌جهت هستند، برایند آن‌ها برابر مجموع اندازهٔ آن‌هاست و نیروی کل برابر است با:

$$\vec{F}_{t_۲}=\vec{F}_{۱۲}+\vec{F}_{۳۲}\Rightarrow|F_{t_۲}|=F_{۱۲}+F_{۳۲}=۲۰+۸۰=۱۰۰N$$

۳۶- نمودار نیروی الکتریکی بین دو گوی کوچک A و B برحسب مربع فاصلهٔ آن‌ها مطابق شکل زیر است. اگر $q_A.q_B<۰$ و $|q_A-q_B|=۱۰\mu C$ باشد، آن‌گاه نسبت اندازهٔ بار دو گوی کدام می‌تواند باشد؟ $(k=۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}})$



۱) ۴

۲) ۹

۳) $\frac{۷}{۳}$

۴) $\frac{۳}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ⏱ ـ صفحهٔ ۵)

کام اول

فرض کنیم بار گوی‌ها برحسب میکروکولن باشد. به کمک رابطهٔ $F=\frac{۹۰|q_A||q_B|}{r^۲}$ که q_A و q_B برحسب میکروکولن و r برحسب سانتی‌متر است و به کمک اطلاعات روی نمودار، داریم:

$$r_۱^۲=۹cm^۲ \Rightarrow F_۱=\frac{۹۰|q_A||q_B|}{۹}=۱۰|q_A||q_B|$$

$$r_۲^۲=۳۶cm^۲ \Rightarrow F_۲=\frac{۹۰|q_A||q_B|}{۳۶}=\frac{۵}{۲}|q_A||q_B|$$

$$\xrightarrow{F_۱-F_۲=۱۲۰N} ۱۰|q_A||q_B|-\frac{۵}{۲}|q_A||q_B|=۱۲۰ \Rightarrow \frac{۱۵}{۲}|q_A||q_B|=۱۲۰ \Rightarrow |q_A||q_B|=۱۶$$

$$\xrightarrow{q_A\cdot q_B<۰} q_Aq_B=-۱۶ \Rightarrow q_B=\frac{-۱۶}{q_A} \quad (*)$$

کام آخر

با توجه به ناهم‌نام‌بودن بار دو گوی، فرض می‌کنیم $q_A>۰$ و $q_B<۰$ باشد:

$$|q_A-q_B|=۱۰ \Rightarrow q_A-q_B=۱۰ \xrightarrow{(*)} q_A+\frac{۱۶}{q_A}=۱۰ \Rightarrow q_A^۲-۱۰q_A+۱۶=۰$$

$$\Rightarrow (q_A-۲)(q_A-۸)=۰ \Rightarrow \begin{cases} q_A=۲\mu C\ ,\ q_B=-۸\mu C \\ \text{یا} \\ q_A=۸\mu C\ ,\ q_B=-۲\mu C \end{cases} \Rightarrow \left|\frac{q_A}{q_B}\right|=\frac{۱}{۴} \text{ یا } ۴$$

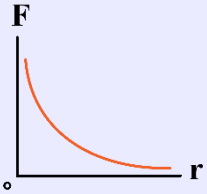
رازهای پشت سؤال

طراح با توجه به رابطهٔ قانون کولن، اومده یک سؤال نموداری از اون رابطه مطرح کرده تا دید شما رو از نظر نموداری به چالش بکشه. شما هم یه کوچولو دید ریاضی رو چاشنی کارتون بکنین لطفاً.

برای مقایسهٔ نیروی الکتریکی بین بارها می‌توان نوشت:

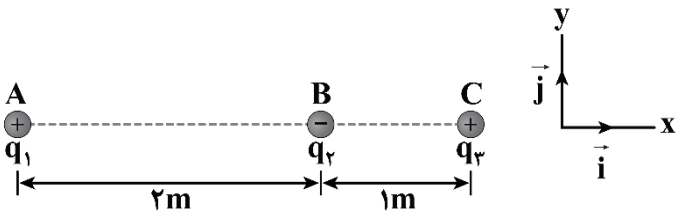
$$F\propto\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲} \Rightarrow \frac{F'}{F}=\left|\frac{q'_۱q'_۲}{q_۱q_۲}\right|\times\left(\frac{r}{r'}\right)^۲ \xrightarrow{\text{اگر اندازهٔ بارها ثابت باشد.}} \frac{F'}{F}=\left(\frac{r}{r'}\right)^۲$$

نمودار تغییرات نیروی الکتریکی برحسب فاصلهٔ دو بار، مطابق شکل به‌صورت نزولی خواهد بود.



SanjeshCloud

۳۷- سه ذره با بارهای $q_1=+4\mu C$، $q_2=-1\mu C$ و $q_3=+2\mu C$ در نقطه‌های A، B و C مطابق شکل ثابت شده‌اند. بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 کدام است؟ $(k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$



۱) $(27\times10^{-3}\ N)\vec{i}$

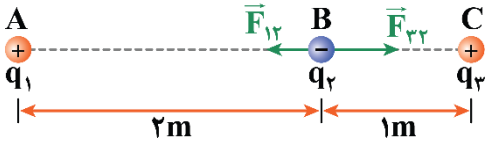
۲) $(9\times10^{-3}\ N)\vec{i}$

۳) $(-9\times10^{-3}\ N)\vec{i}$

۴) $(-27\times10^{-3}\ N)\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۷)

هر دو بار الکتریکی q_1 و q_3، بار الکتریکی q_2 را جذب می‌کنند؛ بنابراین داریم:



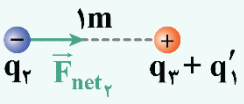
$$F_{32}=\frac{k|q_2||q_3|}{r_{32}^2}=\frac{9\times10^9\times1\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{1^2}=18\times10^{-3}\ N\Rightarrow\vec{F}_{32}=(18\times10^{-3}\ N)\vec{i}$$

$$F_{12}=\frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2}=\frac{9\times10^9\times4\times10^{-6}\times1\times10^{-6}}{2^2}=9\times10^{-3}\ N\Rightarrow\vec{F}_{12}=(-9\times10^{-3}\ N)\vec{i}$$

$$\xrightarrow{\text{برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار } q_2}\vec{F}_{net_2}=\vec{F}_{32}+\vec{F}_{12}=18\times10^{-3}\vec{i}-9\times10^{-3}\vec{i}=(9\times10^{-3}\ N)\vec{i}$$

جرقهٔ ذهنی

بار $q_1=+4\mu C$ در فاصلهٔ ۲m از بار q_2 معادل با بار $q_1'=-1\mu C$ در فاصلهٔ ۱m از سمت راستِ بار q_2 است؛ بنابراین داریم:

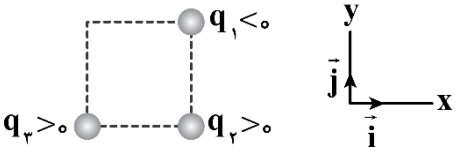


$$q_2=-1\mu C\ ,\ q_3+q_1'=1\mu C$$

$$F_{net_2}=\frac{k|q_2||q_3+q_1'|}{r^2}=\frac{9\times10^9\times10^{-6}\times10^{-6}}{1^2}=9\times10^{-3}\ N$$

$$\Rightarrow\vec{F}_{net_2}=(9\times10^{-3}\ N)\vec{i}$$

۳۸- مطابق شکل زیر، سه ذرهٔ باردار هم‌اندازه در سه گوشهٔ یک مربع قرار دارند. اگر بزرگی نیروی خالص وارد بر ذرهٔ q_2 برابر با F باشد، کدام گزینه بردار نیروی خالص وارد بر ذرهٔ q_2 را برحسب یکای SI نشان می‌دهد؟



۱) $\frac{F}{2}\vec{i}-\frac{F}{2}\vec{j}$

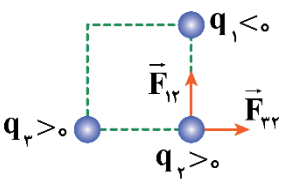
۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}F\vec{i}+\frac{\sqrt{2}}{2}F\vec{j}$

۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}F\vec{i}-\frac{\sqrt{2}}{2}F\vec{j}$

۴) $\frac{F}{2}\vec{i}+\frac{F}{2}\vec{j}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹)

با توجه به شکل داریم:



$$\begin{cases}F_{12}=\frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2}\\ F_{32}=\frac{k|q_3||q_2|}{r_{32}^2}\end{cases}\xrightarrow[r_{12}=r_{32}]{|q_1|=|q_2|=|q_3|}F_{12}=F_{32}=F'$$

SanjeshCloud

بنابراین با توجه به این‌که $\vec{F}_{۱۲}$ و $\vec{F}_{۳۲}$ برهم عمودند، داریم:

$$\vec{F}=\vec{F}_{۱۲}+\vec{F}_{۳۲}=F'\vec{i}+F'\vec{j}$$

$$\Rightarrow F=\sqrt{F'^{۲}+F'^{۲}}=\sqrt{۲}F'\Rightarrow F'=\frac{\sqrt{۲}}{۲}F\Rightarrow \vec{F}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}F\vec{i}+\frac{\sqrt{۲}}{۲}F\vec{j}$$

راهنمای مسیرت

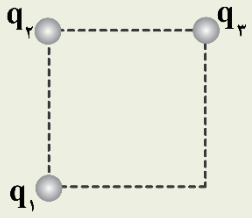
سبک طراحی این سؤال کاملاً جدیده و به‌شدت می‌تونه برای کنکورتون مهم باشه. بچه‌ها حتماً روند حل این سؤال رو خوب بلد بشین و خیالتون رو از این ابتکار جدید راحت کنید.

جرقهٔ ذهنی

نیروهای $\vec{F}_{۱۲}$ و $\vec{F}_{۳۲}$ به‌ترتیب در جهت $+\vec{i}$ و $+\vec{j}$ هستند و چون برهم عمودند پس باید یک طرف ماجرا هم مربوط به $\sqrt{۲}$ باشه که فقط گزینهٔ (۲) می‌تونه درست باشه.

آزمون سراسری ریاضی اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۴

۶۰- مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای یکسان در سه رأس مربعی قرار دارند. بزرگی نیروی الکتریکی خالصی که بر $q_۲$ وارد می‌شود، چند برابر بزرگی نیرویی است که $q_۱$ بر $q_۳$ وارد می‌کند؟



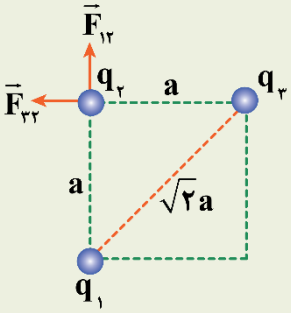
۱) ۴

۲) ۲

۳) $\sqrt{۲}$

۴) $۲\sqrt{۲}$

پاسخ تشریحی:



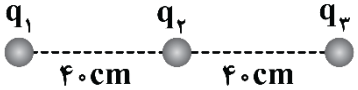
$$q_۱=q_۲=q_۳=q$$

$$F_{۱۳}=k\frac{qq}{(a\sqrt{۲})^{۲}}=\frac{kq^{۲}}{۲a^{۲}}\qquad F_{۳۲}=F_{۱۲}=\frac{kqq}{a^{۲}}=\frac{kq^{۲}}{a^{۲}}$$

$$F_{t_۲}=\sqrt{۲}\frac{kq^{۲}}{a^{۲}}\qquad \frac{F_{t_۲}}{F_{۱۳}}=\frac{\sqrt{۲}\frac{kq^{۲}}{a^{۲}}}{\frac{kq^{۲}}{۲a^{۲}}}=۲\sqrt{۲}$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

۳۹- بارهای الکتریکی نقطه‌ای $q_۱=-۱۶\mu C$، $q_۲=۵\mu C$ و $q_۳=۱۶\mu C$ مطابق شکل زیر، در جای خود ثابت شده‌اند. بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲$ چند نیوتون است؟ $\left(k=۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}\right)$



۱) ۰/۹

۲) ۱/۸

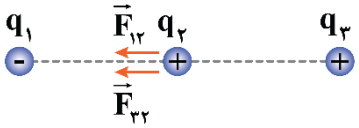
۳) ۹

۴) ۱۸

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۷)

کام اول

نیروی الکتریکی هر یک از بارهای $q_۱$ و $q_۳$ را بر بار $q_۲$ به‌دست می‌آوریم:



$$F_{۱۲}=\frac{k|q_۱||q_۲|}{r_{۱۲}^{۲}}\xrightarrow[|q_۲|=۵\mu C=۵\times۱۰^{-۶}C,\ r_{۱۲}=۴۰cm=۰/۴m]{|q_۱|=۱۶\mu C=۱۶\times۱۰^{-۶}C}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

$$F_{۱۲}=\frac{۹\times۱۰^{۹}\times۱۶\times۱۰^{-۶}\times۵\times۱۰^{-۶}}{(۰/۴)^{۲}}=۴/۵N$$

$$\xrightarrow[r_{۳۲}=r_{۱۲}]{|q_۳|=|q_۱|} F_{۳۲}=F_{۱۲}=۴/۵N$$

کام آخر

اندازهٔ نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲$ را به‌دست می‌آوریم. با توجه به هم‌جهت‌بودن $\vec{F}_{۱۲}$ و $\vec{F}_{۳۲}$ داریم:

$$F_۲=F_{۱۲}+F_{۳۲}\Rightarrow F_۲=۴/۵+۴/۵=۹N$$

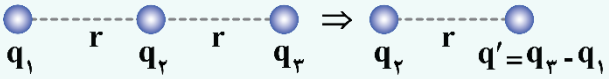
راهنمای مسیرت

گاهی وقت‌ها توی همچین سؤالات وقت‌گیری، می‌تونیم به کمک تکنیک تقارن و تکنیک ۹۰، سؤال رو به‌سرعت و خیلی ساده حل کنیم. پس اگر این سؤال رو درست جواب دادین، حتماً یه سر به بخش جرقهٔ ذهنی بزنید تا این دوتا تکنیک بسیار مهم رو حسابی بلد بشین. راستی این تکنیک‌ها برای امتحان نهایی ممنوع هستند، ما با روش اَبَرتشریحی هم براتون حل کردیم!

جرقهٔ ذهنی

خوب دقت کن می‌خوام با دو تا تکنیک خفن این سؤال رو تارومار کنم!

۱- تکنیک تقارن: چون $q_۲$ وسط $q_۱$ و $q_۳$ قرار داره، می‌تونیم به‌صورت زیر $q_۱$ رو به محل $q_۳$ منتقل کنیم.



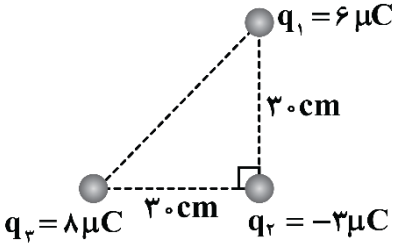
$$q'=q_۳-q_۱=۱۶-(-۱۶)=۳۲\mu C$$

۲- تکنیک ۹۰: حالا نیروی q' بر $q_۲$ را با تکنیک ۹۰ حساب می‌کنیم. توی این تکنیک به‌جای k، ۹۰ می‌زاریم و بارها رو برحسب μC و فاصله رو برحسب cm می‌زاریم.

$$F=۹۰\frac{|q'||q_۲|}{r^{۲}}\xrightarrow[r=۴۰cm]{q'=۳۲\mu C\ ,\ q_۲=۵\mu C} F=\frac{۹۰\times۳۲\times۵}{۱۶۰۰}=۹N$$

ماز

۴۰- مطابق شکل زیر، سه ذرهٔ باردار در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. اندازهٔ نیروی الکتریکی خالص وارد بر ذرهٔ واقع در رأس قائمه چند نیوتون است؟ $\left(k=۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}\right)$

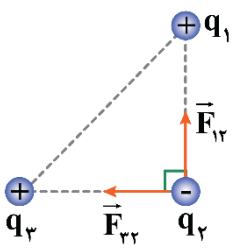


۱) ۱/۵
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹)

کام اول

نیروی الکتریکی واردشده توسط هر یک از بارها را بر بار $q_۲$ به‌دست می‌آوریم:



$$F_{۱۲}=\frac{k|q_۱||q_۲|}{r_{۱۲}^{۲}}\xrightarrow[|q_۲|=۳\mu C\ ,\ r_{۱۲}=۳۰cm]{k=۹۰\frac{N.cm^{۲}}{\mu C^{۲}}\ ,\ |q_۱|=۶\mu C} F_{۱۲}=\frac{۹۰\times۶\times۳}{(۳۰)^{۲}}=۱/۸N$$

$$F_{۳۲}=\frac{k|q_۳||q_۲|}{r_{۳۲}^{۲}}\Rightarrow F_{۳۲}=\frac{۹۰\times۸\times۳}{(۳۰)^{۲}}=۲/۴N$$

نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲$ را حساب می‌کنیم. با توجه به این‌که $\vec{F}_{۱۲}$ و $\vec{F}_{۳۲}$ برهم عمودند، طبق قضیهٔ فیثاغورث داریم:

$$F_۲=\sqrt{F_{۱۲}^۲+F_{۳۲}^۲} \xrightarrow{F_{۱۲}=۱/۸N\ ,\ F_{۳۲}=۲/۴N}$$

$$F_۲=\sqrt{۱/۸^۲+۲/۴^۲}=\sqrt{۰/۶^۲(۳^۲+۴^۲)}=۰/۶\times۵=۳N$$

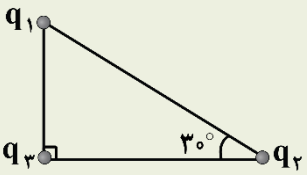
راهنمای زرنگ‌بازی

راستی بچه‌ها به کمک اعداد فیثاغورثی ۳n، ۴n و ۵n هم می‌تونیم $F_۲$ رو حساب کنیم:

$$\begin{matrix}F_{۱۲}=۱/۸N=۳\times۰/۶N\\F_{۳۲}=۲/۴N=۴\times۰/۶N\end{matrix}\Rightarrow F_۲=۵\times۰/۶N=۳N$$

آزمون سراسری خارج از کشور تیرماه ۱۴۰۳

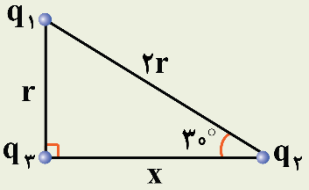
۶۳- در شکل زیر، بزرگی نیروی الکتریکی که $q_۱$ به $q_۳$ وارد می‌کند، ۲۵ درصد از بزرگی نیروی الکتریکی که $q_۲$ به $q_۳$ وارد می‌کند، کم‌تر است. $\left|\frac{q_۱}{q_۲}\right|$ کدام است؟



۱) ۳ ۲) ۴ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

پاسخ تشریحی:

گام اول: ابتدا فاصلهٔ بین بارها را مشخص می‌کنیم. فاصلهٔ بین $q_۱$ و $q_۳$ را r درنظر می‌گیریم. می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° نصف وتر است؛ بنابراین، فاصلهٔ بین $q_۱$ و $q_۲$ برابر ۲r است.



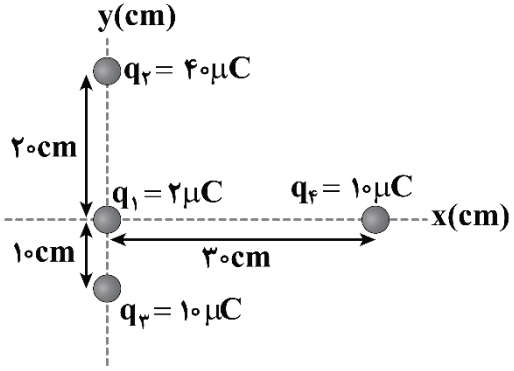
$$x=\sqrt{(۲r)^۲-r^۲}=\sqrt{۳}r$$

گام دوم:

$$F_{۱۳}=۰/۷۵F_{۲۳}\Rightarrow\frac{k\cancel{|q_۱|}\cancel{|q_۳|}}{r^{\cancel{۲}}}=\frac{۳}{۴}\times\frac{k\cancel{|q_۲|}\cancel{|q_۳|}}{۳r^{\cancel{۲}}}\Rightarrow\left|\frac{q_۱}{q_۲}\right|=\frac{۱}{۴}$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

۴۱- بارهای الکتریکی نشان‌داده‌شده در شکل زیر، در جای خود ساکن‌اند. بار الکتریکی $q_۴$ را بر روی محور x چگونه جابه‌جا کنیم تا بزرگی نیروی الکتریکی خالص واردشده بر بار $q_۱$، ۶۴ درصد کاهش یافته و جهت آن قرینه شود؟ $\left(k=۹\times۱۰^۹\frac{N.m^۲}{C^۲}\right)$



۱) ۸۰cm در خلاف جهت محور x

۲) ۲۰cm در جهت محور x

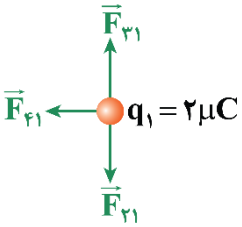
۳) ۲۰cm در خلاف جهت محور x

۴) ۸۰cm در جهت محور x

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۹)

گام اول

چون همهٔ بارها برحسب میکروکولن و فاصله‌ها برحسب سانتی‌متر است، پس به کمک رابطهٔ $F=\frac{۹۰|q_۱||q_۲|}{r^۲}$، ابتدا تمام نیروهای الکتریکی واردشده بر بار $q_۱$ را بررسی می‌کنیم:



$$F_{۲۱}=\frac{۹۰|q_۲||q_۱|}{r_{۲۱}^۲}=\frac{۹۰\times۴۰\times۲}{(۲۰)^۲}=۱۸N \qquad F_{۳۱}=\frac{۹۰|q_۳||q_۱|}{r_{۳۱}^۲}=\frac{۹۰\times۱۰\times۲}{(۱۰)^۲}=۱۸N$$

$$F_{۴۱}=\frac{۹۰|q_۴||q_۱|}{r_{۴۱}^۲}=\frac{۹۰\times۱۰\times۲}{(۳۰)^۲}=۲N$$

نیروهای $\vec{F}_{۲۱}$ و $\vec{F}_{۳۱}$ هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند و یکدیگر را خنثی می‌کنند. پس نیروی الکتریکی خالص واردشده بر بار $q_۱$، برابر با نیروی $\vec{F}_{۴۱}$ است:

$$F_{net}=F_{۴۱}=۲N\Rightarrow\vec{F}_{net}=(-۲N)\vec{i}$$

گام دوم

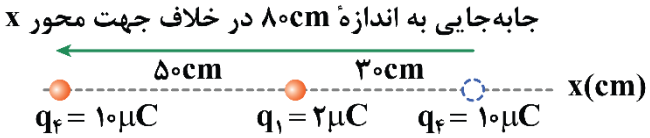
می‌خواهیم بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۱$، ۶۴ درصد کاهش یافته و جهت آن قرینه شود. چون اندازه و موقعیت بارهای $q_۲$ و $q_۳$ تغییر نکرده؛ پس تمام تغییرات مربوط به بار $q_۴$ است:

$$F'_{net}=(۱-۰/۶۴)F_{net}=۰/۳۶F_{net}\Rightarrow\frac{F'_{net}}{F_{net}}=۰/۳۶$$

$$\xrightarrow{F'_{net}=F'_{۴۱}\ ,\ F_{net}=F_{۴۱}}\frac{F'_{۴۱}}{F_{۴۱}}=(\frac{r_{۴۱}}{r'_{۴۱}})^۲=۰/۳۶\Rightarrow(\frac{r_{۴۱}}{r'_{۴۱}})^۲=۰/۳۶\Rightarrow\frac{۳۰}{r'_{۴۱}}=۰/۶\Rightarrow r'_{۴۱}=۵۰cm$$

گام آخر

$\vec{F}_{net}$ در خلاف جهت محور x بوده و باید $\vec{F}'_{net}$ در جهت محور x باشد؛ بنابراین بار $q_۴$ باید روی محور x طوری در فاصلهٔ ۵۰cm از بار $q_۱$ قرار گیرد که بار $q_۱$ را در جهت محور x دفع کند. پس باید بار $q_۴$ را ۸۰cm در خلاف جهت محور x جابه‌جا کنیم.



راه نجات

گام اول: نیروهای $\vec{F}_{۲۱}$ و $\vec{F}_{۳۱}$ در خلاف جهت هم‌اند و چون $\frac{q_۲}{(r_{۲۱})^۲}=\frac{q_۳}{(r_{۳۱})^۲}$ است، لذا این دو نیرو هم‌اندازه بوده و چون خلاف جهت هم‌اند، پس یکدیگر را در محل بار $q_۱$ خنثی می‌کنند.

گام دوم: تنها نیرویی که بر $q_۱$ اثر می‌کند، نیروی دافعهٔ $\vec{F}_{۴۱}$ است که در خلاف جهت محور x است و می‌خواهیم اندازهٔ این نیرو ۶۴ درصد کاهش یافته و جهت آن قرینه شود:

$$\frac{F'_{۴۱}}{F_{۴۱}}=(\frac{r_{۴۱}}{r'_{۴۱}})^۲\xrightarrow[r_{۴۱}=۳۰cm]{F'_{۴۱}=۰/۳۶F_{۴۱}}۰/۶=\frac{۳۰}{r'_{۴۱}}\Rightarrow r'_{۴۱}=۵۰cm$$

پس باید بار $q_۴$ را ۸۰cm در خلاف جهت محور x جابه‌جا کنیم تا در سمت چپ بار $q_۱$ و در فاصلهٔ ۵۰cm از آن قرار گیرد تا نیروی خالص وارد بر بار $q_۱$، هم اندازه‌اش ۶۴ درصد کاهش یابد و هم جهتش قرینه شود.

۴۲- شکل زیر، آرایشی از ۳ بار الکتریکی نقطه‌ای را نشان می‌دهد که برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 برابر $\vec{F}$ است. اگر جای دو بار الکتریکی q_1 و q_3 را عوض کرده و بار q_3 را قرینه کنیم، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 برابر با $-\frac{1}{2}\vec{F}$ می‌شود.



نسبت $\frac{q_1}{q_3}$ کدام است؟

۱) ۴/۵ ۲) ۱/۵ ۳) -۱/۵ ۴) -۴/۵

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ مفهومی/محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۹)

کام اول

نه علامت بارها معلوم است و نه نوع نیروهای الکتریکی (جاذبه یا دافعه) واردشده بر بار q_2! پس تحلیل برداری از برایندها نیروها انجام می‌دهیم:

$$\vec{F}=\vec{F}_{12}+\vec{F}_{32} \quad (*)$$

کام دوم

جای دو بار الکتریکی q_1 و q_3 را عوض کرده و علامت بار q_3 را قرینه کرده‌ایم. به شکل مقابل نگاه کنید و با دقت کامل، تحلیل‌های زیر را مطالعه کنید:



تحلیل ۱: فرض کنید بار q_1، بار q_2 را به سمت راست دفع می‌کرد. حالا که موقعیت بار q_1 عوض شده است، پس بار q_1، بار q_2 را به سمت چپ دفع می‌کند و نیروهای $\vec{F}_{12}$ و $\vec{F}'_{12}$ در خلاف جهت هم هستند.

تحلیل ۲: فرض کنید بار q_3، بار q_2 را به سمت چپ دفع می‌کرد. حالا که موقعیت و علامت بار q_3 عوض شده است، پس بار $-q_3$، بار q_2 را به سمت چپ جذب می‌کند و نیروهای $\vec{F}_{32}$ و $\vec{F}'_{32}$ هم‌جهت هستند.

کام آخر

اندازهٔ بارها ثابت مانده و فقط فاصلهٔ آن‌ها تغییر کرده است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{F'_{12}}{F_{12}}=\left(\frac{r_{12}}{r'_{12}}\right)^2=\left(\frac{r}{2r}\right)^2=\frac{1}{4}\Rightarrow \vec{F}'_{12}=-\frac{1}{4}\vec{F}_{12}$$

$$\frac{F'_{32}}{F_{32}}=\left(\frac{r_{32}}{r'_{32}}\right)^2=\left(\frac{2r}{r}\right)^2=4\Rightarrow \vec{F}'_{32}=4\vec{F}_{32}$$

$$\xrightarrow{\text{برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار } q_2 \text{ در حالت دوم}} \vec{F}'=\vec{F}'_{12}+\vec{F}'_{32}\Rightarrow -\frac{1}{2}\vec{F}=-\frac{1}{4}\vec{F}_{12}+4\vec{F}_{32}$$

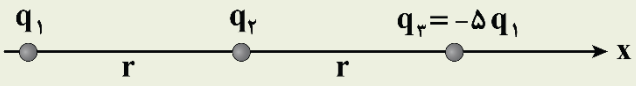
$$\xrightarrow{(*)} -\frac{1}{2}\vec{F}_{12}-\frac{1}{2}\vec{F}_{32}=-\frac{1}{4}\vec{F}_{12}+4\vec{F}_{32}\Rightarrow -\frac{1}{4}\vec{F}_{12}=\frac{9}{2}\vec{F}_{32}\Rightarrow \frac{\vec{F}_{12}}{\vec{F}_{32}}=-18$$

تعبیر این علامت منفی: بارهای q_3 و q_1 در طرفین بار q_2 بودند و این علامت منفی، نشان می‌دهد که جهت نیروهای $\vec{F}_{12}$ و $\vec{F}_{32}$ برخلاف یکدیگر است؛ بنابراین اگر برای مثال، بار q_1 بار q_2 را دفع کرده است، بار q_3 نیز باید بار q_2 را دفع کند که نتیجه می‌گیریم، بارهای q_3 و q_1 هم‌علامت هستند.

$$\Rightarrow \frac{F_{12}}{F_{32}}=18\Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_3|}\times\left(\frac{r_{32}}{r_{12}}\right)^2=18\Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_3|}\times\left(\frac{2r}{r}\right)^2=18\Rightarrow \frac{q_1}{q_3}=4/5$$

آزمون سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۰

۶۳- در شکل زیر، سه ذرهٔ باردار روی محور x قرار دارند و به بار q_2 نیروی الکتریکی خالص F وارد می‌شود. اگر بار q_3 روی محور x به‌اندازهٔ $\frac{4r}{5}$ به بار q_2 نزدیک شود، نیروی خالص وارد بر بار q_2 چند برابر F می‌شود؟

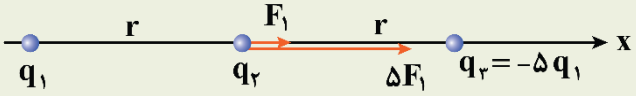


۱) ۲۵ ۲) ۲۱

۳) $\frac{13}{3}$ ۴) $\frac{25}{6}$

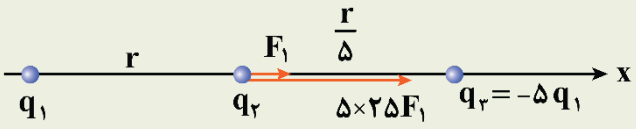
پاسخ تشریحی:

فرض می‌کنیم q_1 در فاصلهٔ r به q_2 نیروی F_1 را وارد کند؛ بنابراین q_3 به q_2 نیرویی به‌اندازهٔ $5F_1$ وارد می‌کند، زیرا اندازهٔ q_3، ۵ برابر q_1 است. مطابق شکل زیر داریم:



$$F_{کل} = F_1 + 5F_1 = 6F_1$$

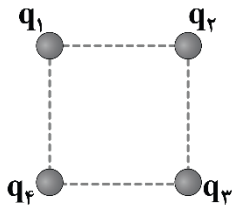
حال فرض می‌کنیم q_3 به‌اندازهٔ $\frac{4r}{5}$ به q_2 نزدیک شود تا به فاصلهٔ $\frac{r}{5}$ از q_2 برسد. چون فاصله $\frac{1}{5}$ برابر شده است، نیرویی که q_3 به q_2 وارد می‌کند ۲۵ برابر می‌شود، پس با توجه به شکل زیر داریم:



$$F'_{کل} = F_1 + 125F_1 = 126F_1 \Rightarrow \frac{F'_{کل}}{F_{کل}} = \frac{126F_1}{6F_1} = 21$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

۶۴- **در شکل زیر، ۴ ذرهٔ باردار نقطه‌ای در رأس‌های مربعی قرار دارند و بار الکتریکی q_3 در تعادل است. اگر علامت بار q_1 را قرینه کنیم، بزرگی برایند نیروهای الکتریکی واردشده بر بار q_3، چند برابر بزرگی نیروی الکتریکی بین دو بار q_2 و q_3 می‌شود؟**



۱) $\sqrt{2}$

۲) $2\sqrt{2}$

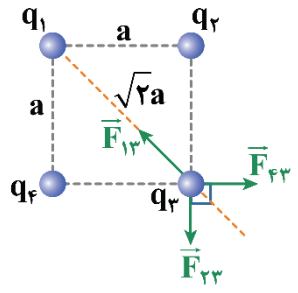
۳) $2\sqrt{2}+1$

۴) $\sqrt{2}+1$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مفهومی/محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۹)

کام اول

در حالت اول چون نیروی الکتریکی خالص واردشده بر بار q_3 صفر است؛ بار q_3 در تعادل است. از طرفی چون فاصلهٔ دو بار q_2 و q_4 از بار q_3 یکسان است، پس باید $q_2 = q_4$ باشد تا برایند نیروهای ناشی از این دو بار در راستای قطر مربع باشد و بتواند نیروی الکتریکی واردشده بر بار q_3 از طرف بار q_1 را خنثی کند. با فرض این‌که q_2، q_3 و q_4 مثبت و q_1 منفی باشد، داریم:



$$F_{23} = F_{43} \xrightarrow{q_2=q_4=q} F_{23} = F_{43} = \frac{k|q||q_3|}{a^2}$$

$\vec{F}_{23}$ و $\vec{F}_{43}$ بزرگی برایند دو نیروی: $F_{2,43} = \sqrt{2} \times \frac{k|q||q_3|}{a^2}$

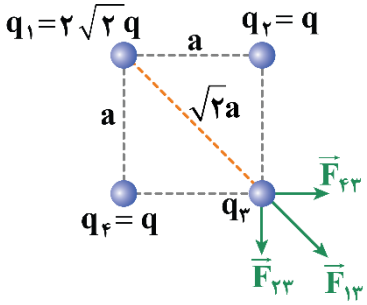
$$F_{13} = \frac{k|q_1||q_3|}{2a^2}$$

$$\xrightarrow{\text{شرط تعادل بار } q_3} F_{13} = F_{2,43} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{2a^2} = \sqrt{2} \times \frac{k|q||q_3|}{a^2} \Rightarrow |q_1| = 2\sqrt{2}|q|$$

$$\xrightarrow{q>0, q_1<0} q_1 = -2\sqrt{2}q \ , \ q_2 = q_4 = q$$

کلام آخر

حالا بار q_1 را قرینه می‌کنیم و تحلیل نیروها را انجام می‌دهیم:



$$F_{43} = F_{23} = F \Rightarrow F = \frac{k|q||q_3|}{a^2} \Rightarrow F_{2,43} = \sqrt{2}F$$

$$F_{13} = \frac{k|q_1||q_3|}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{2\sqrt{2}k|q||q_3|}{2a^2} = \sqrt{2}F$$

$$\Rightarrow \frac{F_{2,43} + F_{13}}{F_{23}} = \frac{\sqrt{2}F + \sqrt{2}F}{F} = 2\sqrt{2}$$

جرقهٔ ذهنی

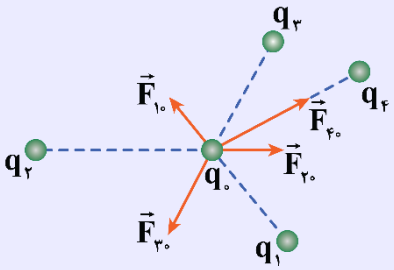
اگر دوست داری خیلی سریع این سؤال رو حل کنی؛ پس با من همراه شو! در حالت اول که بار q_3 در تعادل است، باید $F_{23} = F_{43}$ باشد تا برایند آن‌ها در راستای قطری باشد که q_1 را به q_3 وصل می‌کند. پس اگر فرض کنیم $F_{23} = F_{43} = F$، آن‌گاه $F_{2,43} = \sqrt{2}F$ می‌شود حالا باید F_{13} هم‌اندازه و در خلاف جهت $F_{2,43}$ باشد تا q_3 در تعادل قرار بگیرد؛ یعنی $F_{13} = \sqrt{2}F$ باشد. در قسمت دوم که علامت q_1 قرینه می‌شود، نیروی $\vec{F}_{13}$ هم‌جهت با نیروی $\vec{F}_{2,43}$ می‌شود:

$$\frac{F_{13} + F_{2,43}}{F_{23}} = \frac{\sqrt{2}F + \sqrt{2}F}{F} = 2\sqrt{2}$$

بچه‌ها اگر با جرقهٔ ذهنی کیفور شدین، باید خدمتتون عرض کنم که با تمرین و تکرار مستمر و هوشمندانه، قطعاً شما هم می‌تونین برای خودتون جرقهٔ ذهنی باشین. پس تست بزنین!

اصل برهم‌نهی نیروهای الکتریکی

هرگاه تعدادی بار الکتریکی در یک ناحیه از فضا قرار داشته باشند، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برایند نیروهایی است که سایر ذرات به‌طور مستقل بر آن ذره وارد می‌کنند.

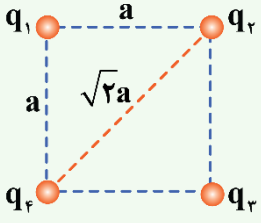


$$\vec{F}_{T_0} = \vec{F}_{10} + \vec{F}_{20} + \vec{F}_{30} + \vec{F}_{40}$$

نکته

اگر چهار بار الکتریکی مطابق شکل زیر در چهار رأس یک مربع قرار گیرند، برای این‌که نیروی خالص وارد بر یکی از بارها صفر شود، باید بارهایی که در دو ضلع مشترک با آن بار قرار دارند باهم برابر باشند و باری که در قطر مشترک با آن قرار دارد، مقدارش $2\sqrt{2}$ برابر دو بار دیگر و علامتش نیز مخالف دو بار دیگر باشد، به‌طوری‌که می‌توانیم بنویسیم:

نیروی خالص وارد بر q_2 صفر است:

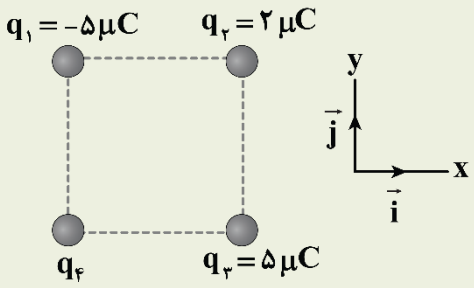


$$q_1 = q_3 = q$$

$$q_4 = -2\sqrt{2}q$$

آزمون سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۲

۶۳- چهار ذرهٔ باردار مطابق شکل، در رأس‌های مربعی به ضلع $10\,cm$ قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2، $\vec{F}=(-18\,N)\vec{i}$ باشد، بار q_4 چند میکروکولن است؟ $(k=9\times10^9\,\frac{N\cdot m^2}{C^2})$



۱) ۱۰

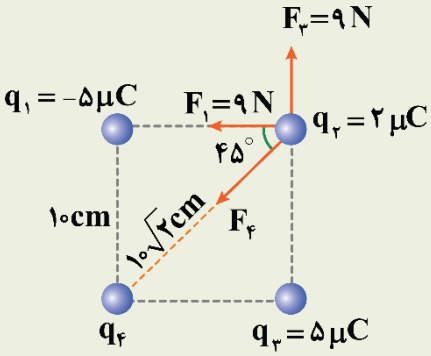
۲) -10

۳) $10\sqrt{2}$

۴) $-10\sqrt{2}$

پاسخ تشریحی:

نیروهای وارد بر بار q_2 به‌صورت شکل مقابل است:



$$\vec{F}_{کل}=\vec{F}_1+\vec{F}_3+\vec{F}_4 \Rightarrow -18\vec{i}=-9\vec{i}+9\vec{j}+\vec{F}_4$$

$$\Rightarrow \vec{F}_4=-9\vec{i}-9\vec{j}$$

$$\Rightarrow F_4=9\sqrt{2}\,N$$

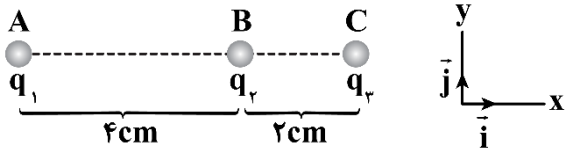
بنابراین بار q_4 باید برابر باشد با:

$$F_4=\frac{k|q_2q_4|}{r^2} \Rightarrow 9\sqrt{2}=90\times\frac{2|q_4|}{(10\sqrt{2})^2} \Rightarrow |q_4|=10\sqrt{2}\,\mu C \xrightarrow{q_4<0} q_4=-10\sqrt{2}\,\mu C$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

ماز

۴۴- مطابق شکل زیر، سه ذره با بارهای $q_1=2/5\mu C$، $q_2=-1\mu C$ و $q_3=4\mu C$ در نقطه‌های A، B و C ثابت شده‌اند. بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 در SI کدام است؟



۱) $-115\vec{i}$

۲) $115\vec{i}$

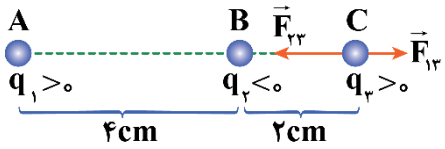
۳) $-65\vec{i}$

۴) $65\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸)

کام اول

نیروی الکتریکی واردشده توسط هر یک از بارهای q_1 و q_2 را بر q_3 به‌دست می‌آوریم:



$$F_{13}=\frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2} \Rightarrow F_{13}=\frac{90\times2/5\times4}{(6)^2}=25N \Rightarrow \vec{F}_{13}=25(N)\vec{i}$$

$$F_{23}=\frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow F_{23}=\frac{90\times1\times4}{(2)^2}=90N \Rightarrow \vec{F}_{23}=-90(N)\vec{i}$$

کام آخر

نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_3 را به‌دست می‌آوریم:

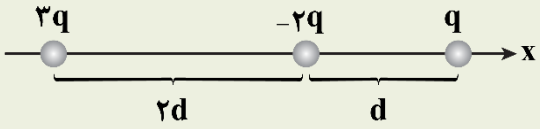
$$\vec{F}_3=\vec{F}_{13}+\vec{F}_{23} \Rightarrow \vec{F}_3=25\vec{i}-90\vec{i}=-65(N)\vec{i}$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر جهت نیروهای $\vec{F}_{13}$ و $\vec{F}_{23}$ رو به‌اشتباه یکسان درنظر بگیرین در دام یکی از گزینه‌های (۱) یا (۲) می‌افتین.

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

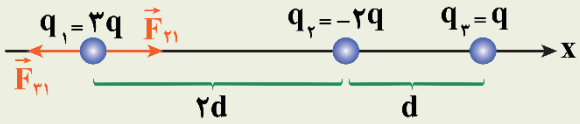
۶۷- در شکل زیر، سه ذرهٔ باردار روی محور x قرار دارند. اگر نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار ۳q برابر $\vec{F}$ باشد، نیروی خالص وارد بر بار $-2q$ کدام است؟



۱) $3\vec{F}$ ۲) $-3\vec{F}$ ۳) $\frac{3}{7}\vec{F}$ ۴) $-\frac{3}{7}\vec{F}$

پاسخ تشریحی:

گام اول: نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار ۳q را محاسبه می‌کنیم.

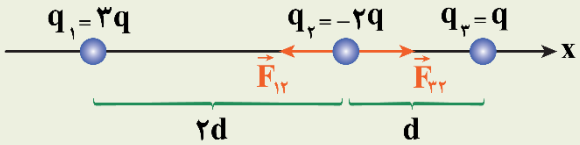


$$F_{21}=k\frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}=k\times\frac{6q^2}{(2d)^2}=\frac{3}{2}k\frac{q^2}{d^2}$$

$$F_{31}=k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2}=k\times\frac{3q^2}{(3d)^2}=\frac{1}{3}k\frac{q^2}{d^2}$$

$$\Rightarrow F_{\text{کل}}=\frac{3}{2}k\frac{q^2}{d^2}-\frac{1}{3}k\frac{q^2}{d^2}=\frac{7}{6}k\frac{q^2}{d^2}\quad\text{(به سمت راست)}$$

گام دوم: نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $-2q$ را به‌دست می‌آوریم.



$$F_{12}=F_{21}=\frac{3}{2}k\frac{q^2}{d^2}\qquad F_{32}=k\frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2}=k\times\frac{2q^2}{d^2}=2k\frac{q^2}{d^2}$$

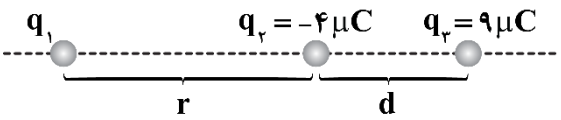
$$\Rightarrow F'_{\text{کل}}=F_{32}-F_{12}=2k\frac{q^2}{d^2}-\frac{3}{2}k\frac{q^2}{d^2}=\frac{1}{2}k\frac{q^2}{d^2}\quad\text{(به سمت راست)}$$

$$\Rightarrow\frac{F'_{\text{کل}}}{F_{\text{کل}}}=\frac{\frac{1}{2}k\frac{q^2}{d^2}}{\frac{7}{6}k\frac{q^2}{d^2}}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{7}{6}}=\frac{3}{7}$$

بنابراین نیروی خالص وارد بر بار $-2q$ برابر $\frac{3}{7}\vec{F}$ است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

۶۸- مطابق شکل زیر، سه بار نقطه‌ای q_1، q_2 و q_3 روی یک خط راست قرار دارند و برایند نیروهای الکتریکی وارد بر هریک از بارها برابر صفر است. اگر جای دو بار q_1 و q_2 عوض شود، بزرگی نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار q_3، چند برابر بزرگی نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار q_2 می‌شود؟

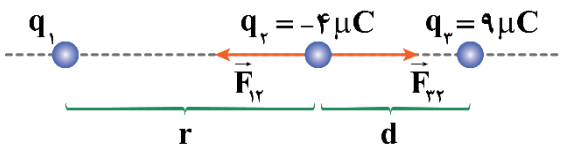


۱) $\frac{17}{64}$ ۲) $\frac{1}{8}$ ۳) ۸ ۴) $\frac{64}{17}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ⏱ ـ صفحهٔ ۸)

گام اول

ابتدا به بررسی تعادل بار q_2 می‌پردازیم. بار q_3 با نیروی $\vec{F}_{32}$ بار q_2 را به سمت راست جذب می‌کند. پس باید بار q_1 با نیرویی هم‌اندازه با نیروی $\vec{F}_{32}$، بار q_2 را به سمت چپ جذب کند تا بار q_2 در تعادل باشد؛ بنابراین باید $q_1 > 0$ باشد و

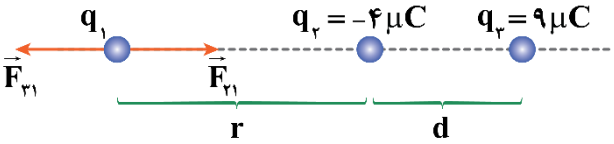


داریم:

$$q_2 \text{ شرط تعادل: } F_{32} = F_{12} \Rightarrow \frac{k|q_3||q_2|}{d^2} = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{|q_3|}{d^2} = \frac{|q_1|}{r^2} \Rightarrow q_1 = 9(\frac{r}{d})^2 \quad (*)$$

گام دوم

همانند گام اول، این مرتبه تعادل بار q_1 را بررسی می‌کنیم:

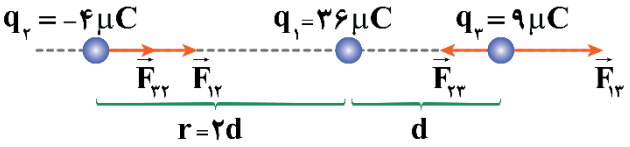


$$q_1 \text{ شرط تعادل: } F_{31} = F_{21} \Rightarrow \frac{k|q_3||q_1|}{(r+d)^2} = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{|q_3|}{(r+d)^2} = \frac{|q_2|}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{(r+d)^2} = \frac{4}{r^2} \Rightarrow 3r = 2r + 2d \Rightarrow r = 2d \xrightarrow{(*)} q_1 = 9 \times (\frac{2d}{d})^2 = 36\mu C$$

گام آخر

جای دو بار q_1 و q_2 را عوض کرده و به بررسی نیروی خالص وارد بر بارهای q_3 و q_2 می‌پردازیم:



$$F_{net_3} = F_{13} - F_{23} = \frac{k|q_1||q_3|}{d^2} - \frac{k|q_2||q_3|}{(3d)^2} = \frac{k}{d^2}(324 - 4) = \frac{320k}{d^2}$$

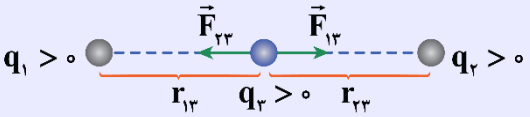
$$F_{net_2} = F_{12} + F_{32} = \frac{k|q_1||q_2|}{(2d)^2} + \frac{k|q_3||q_2|}{(3d)^2} = \frac{k}{d^2}(36 + 4) = \frac{40k}{d^2}$$

$$\Rightarrow \frac{F_{net_3}}{F_{net_2}} = \frac{\frac{320k}{d^2}}{\frac{40k}{d^2}} = \frac{320}{40} = 8$$

بررسی تعادل برای بارهای قرارگرفته در یک راستا

فرض کنید دو بار معلوم q_1 و q_2 در نزدیکی یکدیگر قرار دارند. می‌خواهیم ببینیم بار مجهول q_3 را کجا قرار دهیم تا نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن صفر شود. برای این منظور دو حالت را بررسی می‌کنیم:

۱- بارهای q_1 و q_2 هم‌نام باشند:



در این حالت بار q_3 باید در فاصلهٔ بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر قرار گیرد تا برایند نیروهای الکتریکی وارد بر آن صفر شود. در شکل بالا برای سادگی فرض کرده‌ایم همهٔ بارها مثبت باشند.

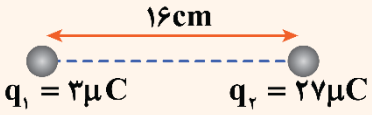
$$q_3 \text{ در تعادل: } F_{13} = F_{23} \Rightarrow k\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} = k\frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{q_1}{r_{13}^2} = \frac{q_2}{r_{23}^2}$$

تذکر!

دقت کنید اندازه و علامت بار q_3 هیچ اهمیتی در جواب سؤال ندارد.

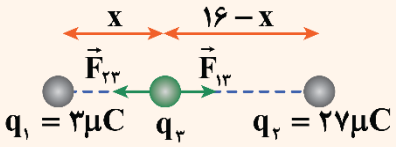
یه نمونهٔ باحال

در شکل زیر، بار q_3 را در چه فاصله‌ای از q_1 قرار دهیم تا نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 صفر شود؟



پاسخ تشریحی:

چون بارهای q_1 و q_2 هم‌علامت هستند، بار q_3 باید در فاصلهٔ بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر قرار گیرد. به شکل زیر دقت کنید:



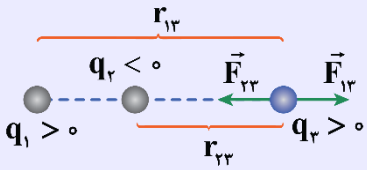
$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} = k\frac{q_2 q_3}{r_{23}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(16-x)^2} \Rightarrow \frac{\cancel{3}^{1}}{x^2} = \frac{\cancel{27}^{9}}{(16-x)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{x} = \frac{3}{16-x} \Rightarrow 3x = 16 - x \Rightarrow x = 4\,cm$$

بنابراین بار q_3 باید در فاصلهٔ $4\,cm$ از بار q_1 قرار گیرد.

۲- بارهای q_1 و q_2 ناهم‌نام باشند:



در این حالت بار q_3 باید خارج از فاصلهٔ بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر قرار گیرد تا برایند نیروهای الکتریکی وارد بر آن بتواند صفر شود. در ادامه کافی است که F_{13} و F_{23} هم‌اندازه باشند.

در تعادل q_3 : $F_{13} = F_{23} \Rightarrow k\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} = k\frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{q_1}{r_{13}^2} = \frac{q_2}{r_{23}^2}$

تذکر!

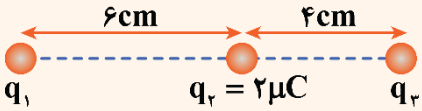
مانند حالت قبل، بار q_3 هیچ اهمیتی در جواب سؤال ندارد.

نکته

دقت کنید که در محاسبهٔ نیروها فقط اندازهٔ بارها را در رابطهٔ قانون کولن قرار می‌دهیم و علامت آن‌ها را در محاسبه درنظر نمی‌گیریم.

یه نمونهٔ باحال

در شکل مقابل، بار q_3 در تعادل است. q_1 چند میکروکولن است؟



پاسخ تشریحی:

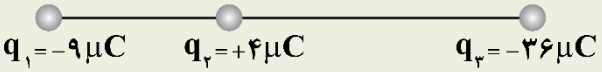
چون q_3 در تعادل است، نیروی الکتریکی‌ای که q_1 به q_3 وارد می‌کند باید هم‌اندازهٔ نیروی الکتریکی‌ای باشد که q_2 به q_3 وارد می‌کند. همچنین دقت کنید که چون q_3 در خارج از فاصلهٔ دو بار قرار دارد، علامت بار q_1 مخالف q_2 است، پس بار q_1 منفی خواهد بود. در ادامه می‌توان نوشت:

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow \cancel{k}\frac{|q_1|\cancel{q_3}|}{r_{13}^2} = \cancel{k}\frac{|q_2|\cancel{q_3}|}{r_{23}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{10^2} = \frac{2}{4^2} \Rightarrow |q_1| = 12/5\,\mu C \xrightarrow{q_1 \text{ منفی است.}} q_1 = -12/5\,\mu C$$

آزمون سراسری تجربی ۱۴۰۰

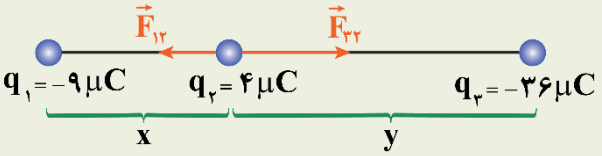
۶۱- مطابق شکل زیر، نیروی خالص الکتریکی وارد بر هر یک از ذره‌های باردار صفر است. اگر جای بار q_3 و q_1 عوض شود. بزرگی نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار q_2 چند برابر بزرگی نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار q_1 می‌شود؟



۱) $\frac{2}{3}$
۲) $\frac{5}{4}$
۳) ۳
۴) ۵

پاسخ تشریحی:

گام اول: ابتدا نیروی وارد بر همهٔ بارها صفر است. مثلاً اگر بار q_2 را درنظر بگیریم، داریم:

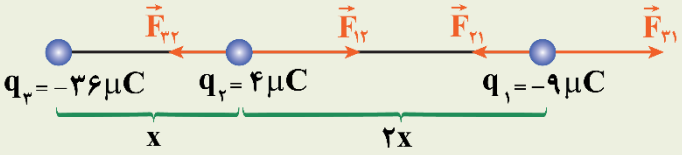


$$F_{12}=F_{32}\Rightarrow \frac{k|q_1||q_2|}{x^2}=\frac{k|q_3||q_2|}{y^2}$$

$$\frac{|q_1|}{x^2}=\frac{|q_3|}{y^2}\Rightarrow \frac{9}{x^2}=\frac{36}{y^2}\xrightarrow{\text{جذر}}\frac{3}{x}=\frac{6}{y}\Rightarrow 2x=y$$

بنابراین فاصلهٔ بین بارهای q_2 و q_3، ۲ برابر فاصلهٔ بین بارهای q_1 و q_2 است.

گام دوم: حال جای بارهای q_1 و q_3 را عوض می‌کنیم و نیروی برایند وارد بر بارها را محاسبه می‌کنیم.



$$F_{32}=k\times\frac{36\times4}{x^2}=144\frac{k}{x^2}$$

$$F_{21}=F_{12}=k\times\frac{4\times9}{(2x)^2}=9\frac{k}{x^2}$$

$$F_{31}=k\times\frac{36\times9}{(3x)^2}=36\frac{k}{x^2}$$

در ادامه نیروی وارد بر q_2 و q_1 برابر است با:

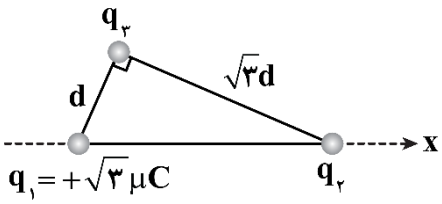
نیروی خالص وارد بر q_2:
$$F_2=F_{32}-F_{12}=144\frac{k}{x^2}-9\frac{k}{x^2}=135\frac{k}{x^2}$$

نیروی خالص وارد بر q_1:
$$F_1=F_{31}-F_{21}=36\frac{k}{x^2}-9\frac{k}{x^2}=27\frac{k}{x^2}$$

$$\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=\frac{135\frac{k}{x^2}}{27\frac{k}{x^2}}=\frac{135}{27}=5$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

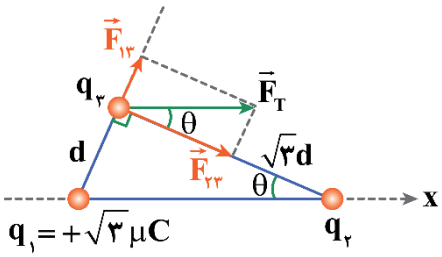
۶۲- دو ذرهٔ باردار q_1 و q_2 مطابق شکل زیر بر روی محور x قرار دارند. بار الکتریکی q_2 چند میکروکولن باشد تا نیروی الکتریکی خالص ناشی از دو ذره به ذرهٔ باردار q_3، در راستای محور x باشد؟



۱) ۹
۲) ۲۷
۳) -۲۷
۴) -۹

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹)

فرض کنید بار $q_3 > 0$ باشد و نیروی خالص وارد بر آن $(\vec{F}_T)$ در جهت محور x باشد. با توجه به شکل زیر، بدیهی است که باید $q_2 < 0$ باشد تا برایند نیروهای $\vec{F}_{13}$ و $\vec{F}_{23}$ در راستای محور x باشد:

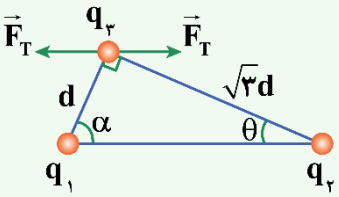


$$\begin{cases} F_{23} = F_T \cos\theta \\ F_{13} = F_T \sin\theta \end{cases} \xrightarrow{\text{نسبت طرفین}} \frac{F_{23}}{F_{13}} = \cot\theta \Rightarrow \frac{\frac{k|q_2||q_3|}{(\sqrt{3}d)^2}}{\frac{k|q_1||q_3|}{d^2}} = \cot\theta$$

$$\Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{3}d}{d} \Rightarrow \frac{|q_2|}{3\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow |q_2| = 9\mu C \xrightarrow{q_2<0} q_2 = -9\mu C$$

نکته

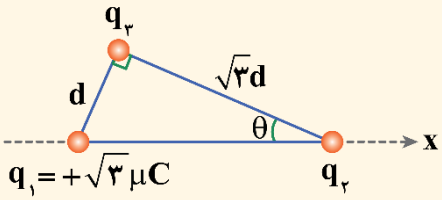
در مثلث قائم‌الزاویهٔ زیر، برای این‌که برایند نیروهای الکتریکی وارد بر باری که در رأس قائم قرار دارد، در راستای وتر مثلث باشد، باید دو شرط زیر برقرار باشند:



۱- q_1 و q_2 ناهم‌نام باشند.

۲- $\frac{q_1}{q_2} = -\cot^3\alpha$ یا $\frac{q_2}{q_1} = -\cot^3\theta$

راه نجات



$$\frac{q_2}{q_1} = -\cot^3\theta \Rightarrow \frac{q_2}{\sqrt{3}} = -\left(\frac{\sqrt{3}d}{d}\right)^3$$

$$\Rightarrow \frac{q_2}{\sqrt{3}} = -3\sqrt{3} \Rightarrow q_2 = -9\mu C$$

۴۷- بر روی یک مولد واندوگراف باری به بزرگی $5\mu C$ جمع شده است. با فرض آن‌که همهٔ این بار در مرکز کره قرار داشته باشد، بزرگی میدان الکتریکی در فاصلهٔ $20cm$ از سطح واندوگراف چند $\frac{N}{C}$ است؟ ($k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$ و شعاع واندوگراف $10cm$ است.)

۱) $1/125\times10^5$ ۲) $1/125\times10^6$ ۳) 5×10^5 ۴) 5×10^6

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۰)

طبق رابطهٔ $E = \frac{k|q|}{r^2}$، میدان الکتریکی را در فاصلهٔ $20cm$ از سطح واندوگراف، یعنی در فاصلهٔ $20+10=30cm$ از مرکز واندوگراف به‌دست می‌آوریم:

$$E = k\frac{|q|}{r^2} \xrightarrow[r=30cm=0/3m]{q=5\mu C=5\times10^{-6}C} E = \frac{9\times10^9\times5\times10^{-6}}{(0/3)^2} = 5\times10^5\,\frac{N}{C}$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر به‌اشتباه، r رو برابر $20cm$ بگیرین در دام گزینهٔ (۲) گرفتار می‌شین. بچه‌ها صورت سؤال را دقیق بخونین.

نکته

فرض کنید بار الکتریکی q در میدان الکتریکی $\vec{E}$ قرار گیرد. خوب است نکات زیر را در مورد آن به‌خاطر بسپارید.



- اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر بار q برابر $F=|q|E$ است.
- اگر بار q مثبت باشد، نیروی الکتریکی وارد بر آن هم‌جهت با میدان خواهد بود.
- اگر بار q منفی باشد، نیروی الکتریکی وارد بر آن در خلاف جهت با میدان خواهد بود.

یه نمونهٔ باحال

بار الکتریکی $q=-۲۰\mu C$ درون میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}=۱۰^{۵}\vec{i}$ برحسب واحدهای SI قرار گرفته است. بردار نیروی الکتریکی وارد بر این بار را بنویسید.

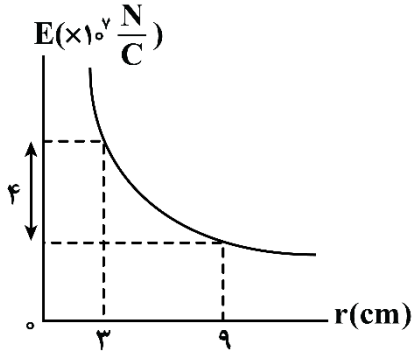
پاسخ تشریحی:

$$\vec{F}=q\vec{E}=-۲۰\times۱۰^{-۶}\times۱۰^{۵}\vec{i}=-۲\vec{i}\,(N)$$

بنابراین به این بار نیروی $۲N$ در خلاف جهت محور x وارد می‌شود. دقت کنید اگر بار مثبت بود، نیرو در جهت محور x به بار وارد می‌شد.

ماز

۴۸- نمودار اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای $q_۱$ برحسب فاصله از آن مطابق شکل است. $|q_۱|$ چند میکروکولن است؟ $\left(k=۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}\right)$



۱) ۲/۵
۲) ۴/۵
۳) ۴
۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ نموداری ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۲)

اختلاف اندازهٔ میدان الکتریکی در دو فاصلهٔ $r_۱=۳cm$ و $r_۲=۹cm$ برابر با $۴\times۱۰^{۷}\frac{N}{C}$ است؛ بنابراین به کمک رابطهٔ $E=\frac{k|q|}{r^{۲}}$ داریم:

$$E_۱-E_۲=۴\times۱۰^{۷}\Rightarrow\frac{k|q_۱|}{r_۱^{۲}}-\frac{k|q_۱|}{r_۲^{۲}}=۴\times۱۰^{۷}\Rightarrow\frac{۹\times۱۰^{۹}\times|q_۱|}{(۳\times۱۰^{-۲})^{۲}}-\frac{۹\times۱۰^{۹}\times|q_۱|}{(۹\times۱۰^{-۲})^{۲}}=۴\times۱۰^{۷}$$

$$\Rightarrow۱۰^{۱۳}|q_۱|-\frac{۱۰^{۱۳}}{۹}|q_۱|=۴\times۱۰^{۷}\Rightarrow\frac{۸}{۹}\times۱۰^{۱۳}|q_۱|=۴\times۱۰^{۷}\Rightarrow|q_۱|=۴/۵\times۱۰^{-۶}C=۴/۵\mu C$$

ماز

۴۹- دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_۱=۲\mu C$ و $q_۲=۵\mu C$ در فاصلهٔ r از هم ثابت شده‌اند. اگر بزرگی نیرویی که بار $q_۱$ بر $q_۲$ وارد می‌کند، ۱۰ نیوتون باشد، اندازهٔ میدان الکتریکی ناشی از $q_۲$ در فاصلهٔ $۲r$ از آن چند واحد SI است؟

۱) ۵×۱۰^{۵}
۲) ۵×۱۰^{۶}
۳) $۱/۲۵\times۱۰^{۵}$
۴) $۱/۲۵\times۱۰^{۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱)

گام اول

مقدار نیروی الکتریکی که بار q_2 بر q_1 وارد می‌کند را به‌دست می‌آوریم. طبق قانون سوم نیوتون داریم:

$$F_{21}=F_{12}=10N$$

گام دوم

میدان الکتریکی ناشی از بار q_2 را در محل بار q_1 یعنی فاصلهٔ r از بار q_2 حساب می‌کنیم:

$$E_2=\frac{F_{21}}{|q_1|}\xrightarrow[|q_1|=2\mu C=2\times10^{-6}]{F_{21}=10N}E_2=\frac{10}{2\times10^{-6}}=5\times10^6\frac{N}{C}$$

گام آخر

میدان الکتریکی ناشی از بار q_2 را در فاصلهٔ $2r$ از بار q_2 حساب می‌کنیم:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\xrightarrow{|q|\text{ثابت}}\frac{E'_2}{E_2}=(\frac{r}{r'})^2=(\frac{r}{2r})^2\Rightarrow\frac{E'_2}{5\times10^6}=\frac{1}{4}\Rightarrow E'_2=1/25\times10^6\frac{N}{C}$$

سوتی‌های پرتکرار

اگه حواست نباشه و توی رابطهٔ $E=\frac{F}{|q|}$، به‌جای $|q|$ مقدار بار q_2 روی بذاری درنهایت به جواب اشتباه گزینهٔ (۱) می‌رسی و توی دام طراح میفتی!

راهنمای مسیرت

لطفاً یک بار برای همیشه روابط $E=\frac{F}{|q|}$ و $E=k\frac{|q|}{r^2}$ و تفاوتشون رو یاد بگیر. (حواست به تفاوت بار q توی این دو رابطه باشه!)

ماز

۵۰- به یک ذرهٔ باردار با بار الکتریکی $q=-2/5\mu C$، نیروی الکتریکی $\vec{F}=12/5(N)\vec{i}-30(N)\vec{j}$ وارد می‌شود. اگر میدان الکتریکی در محل بار الکتریکی برحسب یکای SI به‌صورت $\vec{E}=(\alpha\vec{i}+\beta\vec{j})$ باشد، حاصل $\alpha-\beta$ کدام است؟

۱) 7×10^6 ۲) -7×10^6 ۳) -17×10^6 ۴) 17×10^6

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱)

طبق رابطهٔ $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}$ می‌توانیم بنویسیم:

$$\vec{E}=\frac{12/5\vec{i}-30\vec{j}}{-2/5\times10^{-6}}=-5\times10^6\vec{i}+12\times10^6\vec{j}$$

$$\Rightarrow\alpha\vec{i}+\beta\vec{j}=-5\times10^6\vec{i}+12\times10^6\vec{j}\Rightarrow\begin{cases}\alpha=-5\times10^6\\\beta=12\times10^6\end{cases}$$

درنهایت داریم:

$$\alpha-\beta=-5\times10^6-12\times10^6=-17\times10^6$$

سوتی‌های پرتکرار

اگه توی رابطهٔ $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}$ حواست به علامت بار q نباشه، درنهایت توی دام گزینهٔ (۴) میفتی!

ماز

بودجه‌بندی این آزمون

قدر هدایای زمینی را بدانیم (از ابتدای فصل تا انتهای عنصرها به چه شکلی در طبیعت یافت می‌شوند؟)

صفحه‌های ۱ تا ۲۲

سهم در کنکور

مباحث این آزمون در مجموع ۲ تست از ۳۰ تست کنکور را پوشش داده است.

۵۱- کدام‌یک از مطالب زیر درست است؟

۱) در صنعت، برای استخراج یک فلز از سنگ معدن آن، باید از فلز یا عناصری با واکنش‌پذیری کمتر استفاده کرد.
۲) به‌طور کلی هر چه واکنش‌پذیری یک عنصر کمتر باشد، احتمال یافتن آن به شکل آزاد در طبیعت بیشتر است.
۳) هر چه تمایل یک فلز برای تبدیل شدن به کاتیون بیشتر باشد، استخراج آن فلز از سنگ معدن آن آسان‌تر خواهد بود.
۴) فلز روی نسبت به فلز مس واکنش‌پذیری بیشتری دارد و مس (II) اکسید نسبت به روی اکسید ترکیبی پایدارتر است.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۱ ـ ۱۱۰۱)

هر چه واکنش‌پذیری یک عنصر کمتر باشد، تمایل آن به شرکت در واکنش‌ها کمتر بوده و به همین علت کمتر به‌صورت ترکیب درمی‌آید و در طبیعت نیز بیشتر به‌صورت عنصری یا همان آزاد یافت می‌شود. به‌عنوان مثال گاز نیتروژن واکنش‌پذیری بسیار پایینی داشته و به همین علت به‌صورت عنصری در طبیعت وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) برای آن که بتوان یک فلز را از ترکیبات آن خارج کرد، باید از عنصری با واکنش‌پذیری بیشتر استفاده کرد. در این واکنش عنصر با واکنش‌پذیری بیشتر، جایگزین فلز در ترکیب شده و فلز به‌صورت عنصری درمی‌آید.

۳) هر چه تمایل یک فلز برای تبدیل شدن به کاتیون بیشتر باشد به معنای واکنش‌پذیری بیشتر آن فلز است. فلزهایی که واکنش‌پذیری بیشتری دارند به سختی از سنگ معدن استخراج می‌شوند. (زیرا ترکیب آن فلز که در سنگ معدن قرار دارد، پایدارتر بوده و واکنش‌پذیری آن کمتر است.)

۴) جدول زیر واکنش‌پذیری برخی از فلزها را نشان می‌دهد:

زیاد	کم	ناچیز	واکنش‌پذیری
سدیم و پتاسیم	آهن و روی	مس، نقره و طلا	نام فلز

واکنش‌پذیری فلز روی کم و واکنش‌پذیری فلز مس ناچیز است. پس واکنش‌پذیری روی بیشتر از مس خواهد بود. همچنین می‌دانیم هر چه واکنش‌پذیری یک فلز بیشتر باشد، ترکیبات آن فلز واکنش‌پذیری کمتری داشته و پایدارتر هستند. بر این اساس اکسید روی نسبت به اکسید مس، پایدارتر خواهد بود.

۵۲- در میان عناصر دوره چهارم، ..... .

۱) ۱۲ عنصر فلزی با نماد دو حرفی وجود دارد.
۲) ۲ عنصر در یکی از زیرلایه‌های خود ۵ الکترون دارند.
۳) ۵ عنصر در بیرونی‌ترین زیرلایه خود، یک الکترون دارند.
۴) ۲ عنصر در آرایش الکترونی خود ۵ زیرلایه دو الکترونی دارند.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

عناصر دوره چهارم به‌صورت زیر هستند:

19 K Potassium 39.10	20 Ca Calcium 40.08	21 Sc Scandium 44.96	22 Ti Titanium 47.88	23 V Vanadium 50.94	24 Cr Chromium 51.99	25 Mn Manganese 54.94	26 Fe Iron 55.85	27 Co Cobalt 58.93	28 Ni Nickel 58.69	29 Cu Copper 63.55	30 Zn Zinc 65.38	31 Ga Gallium 69.72	32 Ge Germanium 72.63	33 As Arsenic 74.92	34 Se Selenium 78.97	35 Br Bromine 79.90	36 Kr Krypton 84.80

زیرلایه‌های دو الکترونی، زیرلایه‌های s پرشده هستند یا زیرلایه‌هایی که به‌صورت ناقص فقط دو الکترون گرفته‌اند. برای آن که در دوره چهارم، عنصری ۵ زیرلایه دو الکترونی داشته باشد، باید ۴ زیرلایه s پرشده باشند و یک زیرلایه دیگر ۲ الکترون داشته باشد. در تیتانیم و ژرمانیم به‌ترتیب زیرلایه‌های $3d$ و $4p$ دو الکترون دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) این عناصر تا عنصر گالیم همگی فلز هستند که دو عنصر پتاسیم(K) و وانادیم(V) از میان این عناصر، نماد یک حرفی دارند و ۱۱ عنصر دیگر نماد دو حرفی دارند.

۲) در میان این عناصر، سه عنصر کروم، منگنز و برم زیرلایه ۵ الکترونی دارند. آرایش الکترونی این سه عنصر به‌صورت زیر است:

$Cr: [Ar]3d^5 4s^1$
$Mn: [Ar]3d^5 4s^2$
$Br: [Ar]3d^{10} 4s^2 4p^5$

۳) عناصر پتاسیم، کروم، مس و گالیم ۴ عنصری هستند که بیرونی‌ترین زیرلایه آن‌ها تک الکترونی است. در نظر داریم که در آرایش الکترونی اسکاندیم، زیرلایه $3d$ نیز تک الکترونی است، اما بیرونی‌ترین زیرلایه نیست.

$K: [Ar]4s^1$
$Cr: [Ar]3d^5 4s^1$
$Cu: [Ar]3d^{10} 4s^1$
$Ga: [Ar]3d^{10} 4s^2 4p^1$

ماز

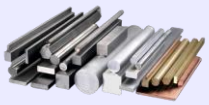
۵۳- شدت واکنش انجام گرفته میان کدام‌یک از دو عنصر زیر بیشتر است؟

۱) کلسیم و اکسیژن ۲) کلسیم و گوگرد ۳) باریم و اکسیژن ۴) باریم و گوگرد

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۲۰ ـ ۱۱۰۱)

واکنش‌پذیری باریم و اکسیژن به‌ترتیب بیشتر از کلسیم و گوگرد بوده و با شدت بیشتری با یکدیگر واکنش می‌دهند.

شدت واکنش میان فلزها و نافلزها



شدت واکنش میان دو عنصر، به میزان واکنش‌پذیری آن دو عنصر بستگی دارد. در واقع، هرچه واکنش‌پذیری دو عنصر بیش‌تر باشد، شدت واکنش میان آن دو عنصر نیز بیش‌تر است.

به‌طور کلی میزان واکنش‌پذیری فلزها با افزایش شعاع اتمی افزایش می‌یابد. علت این موضوع، دور شدن الکترون‌های ظرفیتی از هستهٔ اتم و کاهش جاذبه هسته بر آن الکترون‌ها است که منجر به جدا شدن راحت‌تر آن‌ها از اتم می‌شود. به همین علت است که در یک دوره، میان عناصر فلزی از راست به چپ و در یک گروه بین عناصر فلزی از بالا به پایین، واکنش‌پذیری افزایش می‌یابد. مقایسه واکنش‌پذیری عناصر فلزی به‌صورت زیر است:

فلزهای واسطه > فلزهای دسته p > فلزهای قلیایی خاکی > فلزهای قلیایی

همچنین میزان واکنش‌پذیری نافلزها با کاهش شعاع اتمی افزایش می‌یابد. علت این موضوع، نزدیک شدن لایه آخر الکترونی به هسته است که موجب افزایش جاذبه هسته بر الکترون‌هایی می‌شود که توسط اتم جذب شده و یون پایدارتری تولید می‌شود. در نتیجه در یک دوره بین عناصر نافلزی(بدون در نظر گرفتن گازهای نجیب) از چپ به راست و در یک گروه میان عناصر نافلزی از پایین به بالا، واکنش‌پذیری افزایش می‌یابد.

در یک گروه فلزی مانند فلزهای قلیایی خاکی از بالا به پایین و با افزایش عدد اتمی، خصلت فلزی افزایش یافته و عناصر فلزی پایین‌تر با شدت بیشتری با عناصر نافلزی واکنش می‌دهند. (واکنش‌پذیری باریم بیشتر از کلسیم است.) همچنین در یک گروه نافلزی مانند گروه ۱۶، از پایین به بالا، خصلت نافلزی افزایش یافته و عناصر نافلزی بالاتر با شدت بیشتری با عناصر فلزی واکنش می‌دهند. (واکنش‌پذیری اکسیژن بیشتر از گوگرد است.) هر چه واکنش‌پذیری دو ماده کمتر باشد، شدت واکنش میان آن‌ها کمتر و هر چه واکنش‌پذیری دو ماده بیشتر باشد، واکنش میان آن‌ها شدیدتر است. پس شدیدترین واکنش میان دو عنصر اکسیژن و باریم و کم شدت‌ترین واکنش میان گوگرد و کلسیم انجام می‌شود.

ماز

۵۴- چند مورد از مطالب زیر در مورد عناصر دسته d درست است؟

الف ـ عناصری که کاتیونی با بار +۲ دارند، به هنگام تشکیل آن همواره دو الکترون با $n+l$ مشابه از دست می‌دهند.

ب ـ آرایش الکترونی یون‌های پایدار اکثر این عناصر مشابه آرایش الکترونی هیچ عنصری نیستند.

ج ـ سرخی یاقوت و سبزی زمرد به علت وجود ترکیباتی از این فلزها در این سنگ‌ها هستند.

د ـ در عناصر این دسته زیرلایه‌ای با $l=2$ در حال پرشدن از الکترون است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (دشوار ـ مفهومی ـ زمانبر ـ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

همه عبارت‌ها به‌جز مورد (الف) درست است.

بررسی موارد:

الف) برای تولید یون با بار +۲، باید دو الکترون از اتم جدا شود. برای آن که $n+l$ این دو الکترون یکسان باشند، باید از یک زیرلایه خارج‌شده باشند که در اکثر این عناصر ابتدا ۲ الکترون از زیرلایه ns^2 خارج می‌شوند، اما در عناصر گروه ششم و یازدهم که زیرلایه ns تنها یک الکترون دارد، الکترون اول از زیرلایه ns و الکترون دیگر از زیرلایه $(n-1)d$ خارج می‌شود.

ب) اکثر این فلزها(به‌جز فلز اول هر دوره) توانایی رسیدن به آرایش الکترونی هشت‌تایی یا همان گاز نجیب قبل از خود را ندارند. همچنین چون در این عناصر ابتدا الکترون‌های ns از ترکیب خارج می‌شوند، این زیرلایه از الکترون خالی می‌شود ولی همچنان زیرلایه $(n-1)d$ الکترون دارد که در آرایش هیچ عنصری مشاهده نمی‌شود. (زیرا در عناصر ابتدا زیرلایه ns الکترون می‌گیرد و سپس زیرلایه $(n-1)d$ الکترون خواهد گرفت.)

ج) رنگ سنگ‌های زینتی و شیشه‌های رنگی ناشی از فلزهای واسطه یا همان فلزهای دسته d است. رنگ سنگ‌های یاقوت، زمرد و فیروزه به‌ترتیب قرمز، سبز و آبی هستند.

د) در عناصر این دسته زیرلایه d در حال گرفتن الکترون است و به همین دلیل به عناصر دسته d معروف هستند. عدد کوانتومی فرعی زیرلایه‌های d برابر ۲ است.

۵۵- **عنصری که در تمام واکنش‌های شیمیایی خود با سایر عناصر، الکترون به اشتراک بگذارد، می‌تواند کدام‌یک از عددهای اتمی زیر را داشته باشد؟**

۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۱۰ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۹ ـ ۱۱۰۱)

عناصر را می‌توانیم در سه دسته فلزها، نافلزها و شبه‌فلزها قرار دهیم.

فلزها در واکنش با سایر عناصر، الکترون از دست می‌دهند. (البته برخی فلزها توانایی به اشتراک گذاشتن الکترون را دارند. به‌عنوان مثال منگنز در یون منگنات)

شبه‌فلزها در واکنش با سایر عناصر فقط توانایی تشکیل پیوند اشتراکی از طریق به اشتراک گذاشتن الکترون را دارند.

اغلب نافلزها در واکنش با سایر عناصر توانایی تشکیل پیوند کووالانسی و همچنین گرفتن الکترون را دارند. در این میان اما کربن تنها می‌تواند الکترون به اشتراک بگذارد. همچنین گازهای نجیب نیز در واکنشی شرکت نمی‌کنند.

عدد اتمی ۶، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ به‌ترتیب متعلق به کربن، نئون(گاز نجیب)، فسفر(نافلز) و کلسیم(فلز) هستند.

۵۶- در واکنش میان آهن(II) اکسید و فلز سدیم، تفاوت جرم فراورده‌های تولیدشده برابر با ۷۵۰ میلی‌گرم است. طی این فرایند چند گرم فلز سدیم مصرف شده و به‌تقریب چند اتم آهن تولید می‌شود؟ ($O = ۱۶, Na = ۲۳, Fe = ۵۶: g.mol^{-1}$)

۱) $۷/۵ \times ۱۰^{۲۲} - ۵/۷۵$ ۲) $۱/۵ \times ۱۰^{۲۳} - ۵/۷۵$ ۳) $۱/۵ \times ۱۰^{۲۳} - ۲/۸۷۵$ ۴) $۷/۵ \times ۱۰^{۲۲} - ۲/۸۷۵$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۰ ـ ۱۱۰۱)

معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$FeO(s) + ۲Na(s) \longrightarrow Na_۲O(s) + Fe(s)$$

راه حل مسئله

برای حل این سؤال باید تفاوت جرم دو فراورده تولیدشده به ازای مصرف دو مول سدیم را محاسبه کنیم تا بتوان نسبتی میان تفاوت جرم و مقدار سدیم مصرف‌شده مشخص کرد و بر این اساس خواسته‌های سؤال را به‌دست می‌آوریم.

با مصرف شدن ۲ مول سدیم(معادل با ۴۶ گرم سدیم) در این واکنش، ۱ مول سدیم اکسید(معادل با ۶۲ گرم سدیم اکسید) و ۱ مول فلز آهن(معادل با ۵۶ گرم آهن) تولید می‌شود؛ پس می‌توان گفت به ازای مصرف شدن ۲ مول سدیم، تفاوت جرم فراورده‌های تولید شده در این واکنش شیمیایی برابر با ۶ گرم می‌شود. بر این اساس جرم فلز سدیم مصرف شده در این واکنش را حساب می‌کنیم:

$$?\, g\, Na = ۰/۷۵\, g \text{ تفاوت جرم} \times \frac{۲\, mol\, Na}{۶\, g \text{ تفاوت جرم}} \times \frac{۲۳\, g\, Na}{۱\, mol\, Na} = ۵/۷۵\, g$$

حال تعداد اتم آهن تولیدشده را به‌دست می‌آوریم:

$$?\, atom\, Fe = ۰/۷۵\, g \text{ تفاوت جرم} \times \frac{۱\, mol\, Fe}{۶\, g \text{ تفاوت جرم}} \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\, atom\, Fe}{۱\, mol\, Fe} \simeq ۷/۵ \times ۱۰^{۲۲}\, atom$$

پس در این فرایند به‌تقریب $۷/۵ \times ۱۰^{۲۲}$ اتم آهن نیز تولید می‌شود.

۵۷- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) تغییر شعاع اتمی در یک گروه و در یک دوره از جدول تناوبی به‌ترتیب به علت تغییر در تعداد لایه‌های الکترونی و پروتون‌ها است.
۲) برای نوشتن آرایش الکترونی فشرده عناصر واسطه موجود در تناوب چهارم، از نماد گاز نجیب آرگون استفاده می‌شود.
۳) یون‌های $Fe^{۲+}$ به هنگام تبدیل شدن به یون‌های $Fe^{۳+}$، یک الکترون با $l = ۲$ را از دست می‌دهند.
۴) هر اتم فلزی که تمام الکترون‌های لایه ظرفیت خود را از دست بدهد، به آرایش یک گاز نجیب می‌رسد.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

اگر چه به نظر می‌رسد اگر فلزی از دسته s و d، تمام الکترون‌های ظرفیت خود را از دست بدهد به آرایش گاز نجیب می‌رسد، اما باید در نظر گرفت که فلزهای دسته p(به‌جز آلومینیم) حتی اگر تمام الکترون‌های لایه ظرفیت خود را از دست بدهند، همچنان نسبت به گاز نجیب پیش از خود یک زیرلایه d اضافی دارند. به‌عنوان مثال گالیم با از دست دادن هر ۳ الکترون ظرفیت خود به یونی با بار +۳ تبدیل می‌شود، اما به آرایش گاز نجیب پیش از خود نمی‌رسد و نسبت به آرگون، زیرلایه $۳d^{۱۰}$ بیشتری دارد.

$$Ga: [Ar]۳d^{۱۰}۴s^{۲}۴p^{۱} \xrightarrow{-۳e^-} Ga^{۳+}: [Ar]۳d^{۱۰}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) شعاع اتمی در یک گروه از بالا به پایین به علت افزایش شمار لایه‌های الکترونی افزایش می‌یابد. همچنین در یک دوره از جدول تناوبی از چپ به راست با افزایش پروتون‌ها و بار هسته و در نتیجه افزایش نیروی هسته بر الکترون‌های لایه آخر، شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

۲) برای نوشتن آرایش الکترونی فشرده عناصر واسطه موجود در تناوب چهارم، از نماد اولین گاز نجیب قبل از این عناصر(عنصر آرگون) استفاده می‌شود.

۳) فرایند انجام شده به‌صورت زیر است:

$$Fe: [Ar]۳d^{۶}۴s^{۲} \xrightarrow{-۲e^-} Fe^{۲+}: [Ar]۳d^{۶} \xrightarrow{-e^-} Fe^{۳+}: [Ar]۳d^{۵}$$

بنابراین در فرایند انجام شده، یک الکترون از زیرلایه $۳d$ (با $l = ۲$) از یون‌های آهن(II) خارج می‌شود.

SanjeshCloud

آرایش الکترونی کاتیون‌های فلز واسطه

فلزهای واسطه برای تشکیل کاتیون، ابتدا الکترون‌های زیرلایه ns و بعد از آن در صورت لزوم، الکترون‌های زیرلایه $(n-1)d$ خود را از دست می‌دهند. به‌عنوان مثال، روند تولید کاتیون از برخی عناصر موجود در این دسته به‌صورت زیر است:

$$_{۲۶}Fe: [_{۱۸}Ar]۳d^{۶}۴s^{۲} \xrightarrow{-۲e^-} {}_{۲۶}Fe^{۲+}: [_{۱۸}Ar]۳d^{۶} \xrightarrow{-e^-} {}_{۲۶}Fe^{۳+}: [_{۱۸}Ar]۳d^{۵}$$

$$_{۲۹}Cu: [_{۱۸}Ar]۳d^{۱۰}۴s^{۱} \xrightarrow{-e^-} {}_{۲۹}Cu^{+}: [_{۱۸}Ar]۳d^{۱۰} \xrightarrow{-e^-} {}_{۲۹}Cu^{۲+}: [_{۱۸}Ar]۳d^{۹}$$

براساس همین ویژگی، برخی از عناصر واسطه یک بار تنها الکترون‌های زیرلایهٔ ns و بار دیگر نیز الکترون‌های ns و تعدادی از الکترون‌های زیرلایهٔ $(n-1)d$ را از دست داده و یون‌های تک اتمی، با بارهای الکتریکی متفاوت تولید می‌کنند؛ بنابراین، در مراحل نام‌گذاری این یون‌ها، لازم است بار الکتریکی آن‌ها نیز نشان داده شود. به این منظور پس از نام یون، بار آن یون با اعداد رومی در پرانتز آورده می‌شود. به‌عنوان مثال:

یون مس (I): Cu^{+} — یون آهن (II): $Fe^{۲+}$ — یون وانادیم (III): $V^{۳+}$

ماز

۵۸- در واکنش کامل نمونه‌ای از اکسید آهن با ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۳ مولار هیدروکلریک اسید، جرم یون آهن در محلول به ۱۱/۲ گرم می‌رسد. فرمول شیمیایی این اکسید آهن کدام بوده و جرم آن چند گرم است؟ ($O=۱۶, Fe=۵۶: g.mol^{-۱}$)

۱) $Fe_۲O_۳$ — ۱۴/۴ ۲) FeO — ۱۴/۴ ۳) $Fe_۲O_۳$ — ۱۶ ۴) FeO — ۱۶

پاسخ: گزینه ۳ (دشوار ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۹ ـ ۱۱۰۱)

آهن دو اکسید دارد که مطابق واکنش‌های زیر با محلول هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهند:

$$FeO(s) + ۲HCl(aq) \longrightarrow FeCl_۲(aq) + H_۲O(l)$$

$$Fe_۲O_۳(s) + ۶HCl(aq) \longrightarrow ۲FeCl_۳(aq) + ۳H_۲O(l)$$

ابتدا مقدار یون آهن و یون کلرید موجود در محلول نهایی را حساب می‌کنیم:

$$?\,mol\,Fe^{n+} = ۱۱/۲\,g\,Fe^{n+} \times \frac{۱\,mol\,Fe^{n+}}{۵۶\,g\,Fe^{n+}} = ۰/۲\,mol$$

در این واکنش‌ها، یون کلرید به‌صورت رسوب از محلول خارج نمی‌شود و به همین علت مقدار یون کلرید در محلول نهایی و اولیه مشابه بوده و برابر است با:

$$n = CV \Longrightarrow n = ۳ \times ۰/۲ = ۰/۶\,mol$$

پس غلظت یون کلرید در محلول نهایی ۳ برابر غلظت یون آهن بوده که در ترکیب $FeCl_۳$ دیده می‌شود. بر این اساس در این اکسید آهن، یون $Fe^{۳+}$ وجود دارد و فرمول شیمیایی آن به‌صورت $Fe_۲O_۳$ است.

در نهایت جرم آهن(III) اکسید را حساب می‌کنیم:

$$?\,g\,Fe_۲O_۳ = ۰/۲\,mol\,Fe^{۳+} \times \frac{۱\,mol\,Fe_۲O_۳}{۲\,mol\,Fe^{۳+}} \times \frac{۱۶۰\,g\,Fe_۲O_۳}{۱\,mol\,Fe_۲O_۳} = ۱۶\,g$$

پس جرم این اکسید برابر ۱۶ گرم است.

ماز

۵۹- اگر عنصر X یک شبه‌فلز در جدول تناوبی باشد، کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) شعاع اتمی آن از نافلزهای هم‌دوره آن بزرگ‌تر است.
۲) همه عناصر بالایی آن در گروه رسانایی گرمایی ندارند.
۳) شعاع اتمی آن از فلزهای هم‌گروه خود کوچک‌تر است.
۴) همه عناصر زیرین آن در گروه به‌طور قطع، سطح صیقلی دارند.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۳ ـ ۱۱۰۱)

شبه‌فلزها دسته‌ای از عناصر هستند که در جدول تناوبی در مرز میان نافلزها و فلزها دیده می‌شوند.

بالای یک شبه‌فلز ممکن است نافلز یا شبه‌فلز دیگری وجود داشته باشد. پس ممکن است در بالای این عنصر، یک عنصر شبه‌فلز که رسانایی گرمایی دارد قرار داشته باشد. (به‌عنوان مثال ژرمانیم را در نظر بگیرید که عنصر بالایی آن یعنی سیلیسیم نیز شبه‌فلز بوده و رسانای گرما است.)

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) خاصیت فلزی در یک دوره از چپ به راست کاهش می‌یابد و بر همین اساس می‌توان گفت در یک دوره از جدول تناوبی، فلزها در سمت چپ و نافلزها در سمت راست و شبه‌فلز در وسط این دو قرار دارد. پس یک شبه‌فلز نسبت به نافلزهای هم‌دوره خود، عدد اتمی کمتری دارد و شعاع اتمی آن نیز بیشتر است.

۳) در یک گروه شبه‌فلزها بالاتر از فلزها قرار دارند و به همین علت شعاع اتمی کوچک‌تری نسبت به فلزهای هم‌گروه خود دارند.

۴) در یک گروه از بالا به پایین خاصیت فلزی افزایش یافته و به همین دلیل در یک گروه از جدول تناوبی، ابتدا نافلزها، سپس شبه‌فلزها و در نهایت فلزها قرار دارند. پس در این گروه، عنصرهای زیرین یک شبه‌فلز یا شبه‌فلز هستند یا فلز. سطح درخشان از ویژگی‌های مشترک هر دو خانواده فلزها و شبه‌فلزها است؛ بنابراین در این حالت، به‌طور قطع عنصرهای پایین یک شبه‌فلز در گروه، سطحی صیقلی و درخشان دارند.

ماز

۶۰- **کدام‌یک از مطالب زیر در مورد فلز طلا درست هستند؟**

الف ـ این فلز همانند فلز آهن با گازهای هواکره واکنش نداده و در صنعت کاربرد زیادی دارد.

ب ـ در طبیعت به شکل آزاد وجود دارد و درصد جرمی آن در سنگ معدن بسیار پایین است.

ج ـ چکش‌خواری بالای فلز طلا موجب راحتی تبدیل شدن طلا به نخ و صفحات نازک می‌گردد.

د ـ رسانایی الکتریکی طلا بالا بوده و در دماهای بالا برخلاف دماهای پایین این رسانایی حفظ می‌شود.

۱) «الف» و «ب» ۲) «الف» و «د» ۳) «ب» و «ج» ۴) «ج» و «د»

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ خط به خط ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۷ ـ ۱۱۰۱)

طلا یکی از فلزهای واسطه است که خواص و کاربردهای منحصر به فردی دارد.

طلا، فلزی خاص

طلا از فلزهای واسطه جدول تناوبی است که علاوه بر خواص مشترک فلزها، خواص منحصر به فردی نیز دارد که موجب گران‌بها و پرکاربرد شدن آن شده است.

فلز طلا به قدری چکش‌خوار، نرم و شکل‌پذیر است که چند گرم از آن را می‌توان با چکش‌کاری به صفحه‌ای با مساحت چند متر مربع تبدیل کرد. به همین علت، در ساخت زیورآلات از طلای ناخالص استفاده می‌شود تا استحکام لازم را داشته باشد.

رسانایی الکتریکی بالای طلا و حفظ این رسانایی در دماهای گوناگون، موجب شده است که از این فلز در صنعت الکترونیک مانند تولید قطعات مختلف رایانه و همچنین ساخت ویلچر الکترونیکی استفاده شود.

واکنش‌پذیری فلز طلا پایین بوده و این فلز برخلاف سدیم و آهن، با گازهای هواکره واکنش نمی‌دهد و سطح درخشان خود را حفظ می‌کند؛ بنابراین معمولاً در طبیعت به شکل عنصری(آزاد) یافت می‌شود؛ اما به علت کم بودن آن در معادن طلا، حجم انبوهی از پسماند در مقابل مقدار اندکی طلا تولید می‌شود؛ به‌عنوان مثال برای تولید یک حلقه عروسی حدود ۳ تن پسماند ایجاد می‌شود.



از طلا به علت بازتاب بسیار زیاد پرتوهای نور تابیده‌شده به آن، در تولید کلاه‌های فضانوردی استفاده می‌شود.

عبارت‌های (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) یکی از ویژگی‌های خاص عنصر طلا، واکنش ندادن این فلز با گازهای موجود در هواکره و مواد موجود در بدن انسان است. این ویژگی سبب شده که از این عنصر بتوان در شرایطی استفاده کرد که سایر فلزها واکنش می‌دهند و پایدار نیستند.

فلز آهن در هوای مرطوب و به آرامی با اکسیژن موجود در هوا واکنش می‌دهد و زنگ آهن تولید می‌شود.

ب) هر چند طلا در طبیعت به شکل فلزی و عنصری خود نیز یافت می‌شود، اما مقدار آن در معادن طلا بسیار کم است. به‌طوری‌که برای استخراج مقدار کمی از آن باید از حجم انبوهی خاک معدن استفاده کرد. برای نمونه، در تولید مقدار طلای مورد نیاز برای ساخت یک عدد حلقهٔ عروسی حدود سه تن پسماند ایجاد می‌شود. پس می‌توان گفت جرم آن در سنگ معدن بسیار اندک بوده و بر همین اساس درصد جرمی پایینی نیز خواهد داشت.

ج) طلا به اندازه‌ای چکش‌خوار و نرم است که چند گرم از آن را می‌توان با چکش‌کاری به صفحه‌ای با مساحت چند متر مربع تبدیل کرد یا از آن نخ(سیم بسیار نازک) ایجاد کرد.

د) رسانایی الکتریکی بالای طلا در شرایط دمایی مختلف و در دماهای بالا حفظ می‌شود. این ویژگی، یکی از خواص مهم عنصر طلا به شمار می‌رود که آن را فلزی مناسب برای استفاده در قطعات الکتریکی می‌کند. پس رسانایی بالای طلا هم در دمای بالا و هم در دمای پایین دیده می‌شود.

۶۱- کدام‌یک از مطالب زیر در مورد عنصر زردرنگ گروه هفدهم جدول تناوبی نادرست است؟

۱) در واکنش با اولین فلز جدول تناوبی، نور بنفش‌رنگ ساطع می‌کند.
۲) از این عنصر در تولید لامپ چراغ جلو خودرو استفاده می‌شود.
۳) جریان الکتریسیته را از خود عبور نمی‌دهد و عایق گرما است.
۴) در دمای اتاق به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۴ ـ ۱۱۰۱)

عناصر گروه هفدهم به هالوژن‌ها شهرت دارند که عنصر زردرنگ کلر، دومین عضو این گروه است. واکنش این گاز با فلزهای قلیایی با تولید گرما و انرژی زیادی همراه بوده و واکنش با ساطع شدن نور انجام می‌گردد. در واکنش اولین فلز قلیایی یا همان لیتیم، نور قرمزرنگ تولید می‌شود. همچنین دو فلز سدیم و پتاسیم نیز در واکنش با این گاز، به‌ترتیب نورهای زرد و بنفش ساطع می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) از اعضای خانواده هالوژن‌ها در تولید چراغ جلوی خودروها استفاده می‌شود. همچنین در نظر داشته باشید که از گاز نجیب نئون نیز در تولید چراغ‌های تبلیغاتی به کار می‌رود.

۳) کلر یک نافلز گازی است. نافلزها جریان برق و همچنین گرما را از خود عبور نمی‌دهند و برای این دو مورد، عایق هستند. البته کربن یک استثنا بوده و رسانایی الکتریکی دارد.

۴) هالوژن‌ها در شرایط مختلفی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند. دو هالوژن گازی در دمای اتاق با گاز هیدروژن واکنش خواهند داد؛ واکنش فلوئور به سرعت و واکنش کلر به آرامی انجام می‌شود.

۶۲- در واکنش استخراج آهن از سنگ معدن آن، به ازای تولید یک گرم آهن، حجم گاز کربن دی‌اکسید تولیدشده در شرایط استاندارد برابر چند میلی‌لیتر است؟ $(Fe = ۵۶\ g.mol^{-۱})$

۱) ۱۵۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۴۰۰ ۴) ۳۰۰

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۲۲ ـ ۱۱۰۱)

واکنش استخراج آهن از سنگ معدن آن به‌صورت زیر است:

$$۲Fe_۲O_۳(s) + ۳C(s) \xrightarrow{\Delta} ۴Fe(s) + ۳CO_۲(g)$$

حجم گاز کربن دی‌اکسید تولیدشده در این واکنش به ازای تولید یک گرم آهن را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mL\ CO_۲ = ۱\ g\ Fe \times \frac{۱\ mol\ Fe}{۵۶\ g\ Fe} \times \frac{۳\ mol\ CO_۲}{۴\ mol\ Fe} \times \frac{۲۲/۴\ L\ CO_۲}{۱\ mol\ CO_۲} \times \frac{۱۰۰۰\ mL}{۱\ L} = ۳۰۰\ mL$$

پس در این واکنش به ازای تولید یک گرم فلز، ۳۰۰ میلی‌لیتر گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود.

۶۳- اولین فلز دسته p و اولین فلز دسته d به‌ترتیب A و B هستند. چند مورد از مطالب زیر در مورد این دو فلز درست است؟

الف ـ دو فلز A و B یونی با بار مشابه دارند.

ب ـ در بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی هر دو فلز A و B یک الکترون وجود دارد.

ج ـ در نام‌گذاری ترکیبات فلز A همانند فلز B نیازی به استفاده از اعداد رومی نیست.

د ـ فلز B برخلاف فلز A به هنگام تشکیل کاتیون به آرایش الکترونی یک گاز نجیب می‌رسد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۴ ـ ۱۱۰۱)

اولین فلز دسته p و d به‌ترتیب آلومینیم و اسکاندیم هستند که آرایش الکترونی آن‌ها به‌صورت زیر می‌باشد:

$Al: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1$

$Sc: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2$

اولین فلز واسطه

اسکاندیم اولین فلز واسطه جدول تناوبی است. آرایش الکترونی آن به‌صورت $[_{18}Ar]3d^1 4s^2$ است که با از دست دادن سه الکترون و تشکیل یون پایدار Sc^{3+}، به آرایش گاز نجیب آرگون رسیده و از این نظر، مشابه فلزهای دسته s و فلز آلومینیم است. همچنین این عنصر مانند فلزهای گروه ۱۳، ۳ الکترون ظرفیتی دارد و به همین علت، خواصی مشابه این عناصر دارد. از اسکاندیم در تولید برخی شیشه‌ها و تلویزیون‌های رنگی استفاده می‌شود.

عبارت‌های (الف) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) هر دو عنصر به هنگام تشکیل یون پایدار ۳ الکترون ظرفیت خود را از دست داده و به آرایش گاز نجیب پیش از خود می‌رسند.

ب) در بیرونی‌ترین زیرلایه فلز آلومینیم یک الکترون و در بیرونی‌ترین زیرلایه فلز اسکاندیم دو الکترون دیده می‌شود.

ج) هر دو فلز یادشده با از دست دادن الکترون‌های ظرفیت خود به آرایش گاز نجیب می‌رسند و تنها همین یک یون پایدار را ایجاد می‌کنند. پس برای نام‌گذاری یون و ترکیبات این دو فلز نیاز به استفاده از اعداد رومی نشان‌دهنده بار کاتیون، نیست.

د) یون پایدار هر دو عنصر به هنگام تشکیل، به آرایش گاز نجیب پیش از خود می‌رسد که آرایش الکترونی آن‌ها به‌صورت زیر است:

$Al^{3+}: 1s^2 2s^2 2p^6$

$Sc^{3+}: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$

۶۴- کدام‌یک از مطالب زیر جزء ویژگی مشترک عناصر گروه چهاردهم جدول تناوبی نیست؟

۱) رسانایی بالای الکتریکی
۲) حالت فیزیکی در دمای اتاق
۳) شمار الکترون‌های ظرفیت
۴) عدم توانایی تشکیل آنیون تک اتمی

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۹ ـ ۱۱۰۱)

عناصر گروه چهاردهم جدول تناوبی شامل ۶ عنصر به سرگروهی کربن هستند. در این گروه، کربن نافلز، سیلیسیم و ژرمانیم شبه‌فلز و سه عنصر دیگر(قلع، سرب و فلرویم) فلز هستند.

فلزها و کربن عناصری با رسانایی بالای جریان الکتریکی هستند و شبه‌فلزها رسانایی ضعیفی دارند. همچنین نافلزها عایق جریان الکتریکی هستند. در این گروه همه عناصر، رسانایی الکتریکی دارند که در دو شبه‌فلز سیلیسیم و ژرمانیم پایین است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) همه عناصر این گروه در دمای اتاق به حالت جامد هستند.

۳) ویژگی عناصر یک گروه مشابه بودن آرایش الکترونی لایه ظرفیت و در نتیجه شمار الکترون‌های ظرفیت است. آرایش الکترونی عناصر این گروه در لایه آخر $ns^2 np^2$ بوده و شمار الکترون‌های ظرفیت اعضای این گروه چهار است.

۴) تشکیل آنیون تک اتمی پایدار از ویژگی نافلزها است. با این حال در این گروه کربن نیز توانایی تولید یون با بار -۴ را ندارد و به همین علت در واکنش با سایر اتم‌ها، تنها الکترون به اشتراک می‌گذارد.

چند نکته از عناصر گروه چهاردهم

- ★ عنصر اول نافلز، عنصر دوم و سوم شبه‌فلز و عناصر چهارم، پنجم و ششم فلز هستند.
- ★ همه آن‌ها جامد هستند اما فقط نیمی از عنصرهای این گروه چکش‌خوار می‌باشند.
- ★ به‌جز کربن که عنصری تیره رنگ و با سطحی کدر است، همه آن‌ها نقره‌ای رنگ هستند و سطح صیقلی دارند.
- ★ همه آن‌ها رسانایی الکتریکی دارند. در نقطه مقابل، تنها عنصری از این گروه که رسانایی گرمایی ندارد، کربن است.

ماز

۶۵- کدام‌یک از مطالب زیر در مورد واکنش فلز آهن با محلول $CuSO_4$ درست است؟ ($Fe = ۵۶, Cu = ۶۴: g.mol^{-1}$)

۱) با انجام این واکنش مجموع جرم جامد موجود در ظرف واکنش کاهش می‌یابد.
۲) غلظت کاتیون‌های موجود در محلول تولیدشده کمتر از این مقدار در محلول اولیه است.
۳) با اضافه کردن یون هیدروکسید به محلول نهایی این واکنش، رسوب سبزرنگ ایجاد می‌شود.
۴) انجام این واکنش نشان از واکنش‌پذیری بیشتر سولفات آهن در مقایسه با سولفات مس است.

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ استدلالی ـ زمانبر ـ صفحهٔ ۲۰ ـ ۱۱۰۱)

واکنش‌پذیری آهن از مس بیشتر است و به همین علت آهن با ترکیبات مس واکنش داده و این فلز سرخ را از ترکیبات خارج می‌کند. واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:

$$CuSO_4(aq) + Fe(s) \longrightarrow FeSO_4(aq) + Cu(s)$$

محلول نهایی حاوی یون آهن(II) است. این یون در واکنش با سدیم هیدروکسید رسوب سبزرنگ $Fe(OH)_2$ تولید می‌کند. واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:

$$Fe^{2+}(aq) + OH^-(aq) \longrightarrow Fe(OH)_2(s)$$

همچنین باید بدانیم که رنگ ماده $Fe(OH)_3$ قرمزرنگ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در این واکنش به ازای مصرف یک مول آهن جامد به جرم ۵۶ گرم، یک مول مس جامد به جرم ۶۴ گرم، تولید می‌شود. پس طی این واکنش جرم جامد موجود در ظرف افزایش می‌یابد.

۲) در این واکنش به ازای مصرف یک مول مس(II) سولفات که حاوی یک مول یون مس(II) است، یک مول آهن(II) سولفات که دارای یک مول یون آهن(II) است، تولید می‌شود. پس در این واکنش با خروج یک مول یون مس(II) از محلول یک مول یون آهن(II) وارد محلول می‌شود و مجموع غلظت کاتیون‌ها تغییری نمی‌کند.

۴) اگر یک واکنش به‌صورت طبیعی انجام شود، واکنش‌پذیری واکنش‌دهنده‌ها بیشتر از فراورده‌ها است. پس انجام این واکنش نشان می‌دهد که واکنش‌پذیری آهن(II) سولفات کمتر از واکنش‌پذیری مس(II) سولفات است.

ماز

۶۶- کدام‌یک از مطالب زیر در مورد جدول زیر درست هستند؟

گروه / دوره	۱	۱۴	۱۵	۱۶
دوم		Y	X	Z
سوم	A	G	D	W
چهارم	E			

الف ـ عنصر E، بیش‌ترین شعاع اتمی را میان عناصر مشخص شده دارد.
ب ـ واکنش‌پذیری عنصر D بیشتر از عنصر X و کمتر از عنصر W است.
ج ـ نیروی جاذبه هسته بر الکترون‌ها در عنصر A نسبت به عنصر D بیش‌تر است.
د ـ عنصر G همانند عنصر W در واکنش با عنصر Z الکترون به اشتراک می‌گذارد.

۱) «الف» و «ج»
۲) «الف» و «د»
۳) «ب» و «ج»
۴) «ب» و «د»

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۳ ـ ۱۱۰۱)

عناصر مطرح‌شده در جدول سؤال به‌صورت زیر هستند:

گروه / دوره	۱	۱۴	۱۵	۱۶
دوم		C	N	O
سوم	Na	Si	P	S
چهارم	K			

عبارت‌های (الف) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) در جدول تناوبی شعاع اتمی از بالا به پایین و از راست به چپ افزایش می‌یابد. پس بیشترین شعاع اتمی در میان عناصر جدول تناوبی، عنصری است که در پایین‌ترین و سمت چپ‌ترین خانه قرار داشته باشد. در میان این عناصر نیز، پتاسیم چنین ویژگی‌ای دارد.

ب) فسفر یک نافلز است. واکنش‌پذیری نافلزها از چپ به راست و پایین به بالا افزایش می‌یابد. پس واکنش‌پذیری این عنصر نسبت به هر دو عنصر نافلزی گوگرد و نیتروژن کمتر است.

ج) در یک دوره از جدول تناوبی با افزایش عدد اتمی، تعداد پروتون‌ها و در نتیجه بار هسته افزایش می‌یابد. این موضوع منجر به افزایش نیروی جاذبه هسته بر الکترون‌ها شده و با توجه به ثابت بودن شمار لایه‌ها، شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

د) سیلیسیم و گوگرد به‌ترتیب شبه‌فلز و نافلز هستند. هر دو عنصر در واکنش با نافلزها(در این سؤال اکسیژن)، الکترون به اشتراک می‌گذارند و پیوند کووالانسی تشکیل می‌دهند. البته نافلزها در واکنش با فلزها، الکترون می‌گیرند و به آنیون تبدیل می‌گردند.

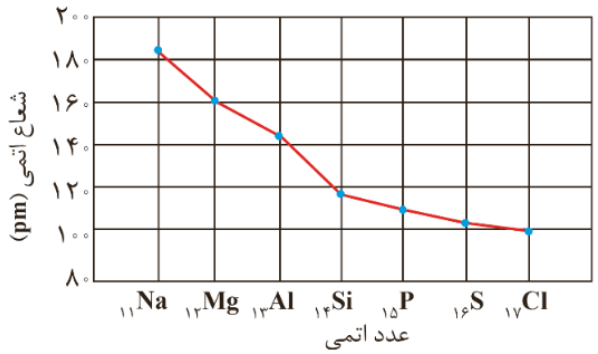
ماز

۶۷- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) تنها در یک گروه از جدول تناوبی در دمای اتاق عنصر جامد، عنصر مایع و عنصر گازی دیده می‌شود.
۲) در دوره سوم جدول تناوبی شعاع اتمی فلزها در مقایسه با نافلزها به یکدیگر نزدیک‌تر هستند.
۳) چهار عنصر اول تناوب سوم جدول دوره‌ای، از نظر رسانایی گرمایی مشابه به یکدیگر هستند.
۴) چهار عنصر اول جدول تناوبی عناصر، در جدول شارل ژانت در یک دسته قرار می‌گیرند.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۳ ـ ۱۱۰۱)

نمودار زیر شعاع اتمی عناصر دوره سوم جدول تناوبی را با یکدیگر مقایسه می‌کند.



همان‌طور که مشخص است، تفاوت شعاع اتمی در نافلزها کم بوده ولی در فلزها بیشتر است و شعاع اتمی نافلزها در این عناصر به یکدیگر نزدیک‌تر خواهند بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) تنها گروهی از جدول تناوبی که هر سه عنصر جامد (ید)، مایع(برم) و گازی(کلر) را دارد، گروه ۱۷ است.

۳) چهار عنصر اول موجود در تناوب سوم جدول دوره‌ای، شامل سدیم، منیزیم، آلومینیم و سیلیسیم می‌شوند. این عناصر از نظر درخشندگی سطحی و رسانایی گرمایی مشابه به یکدیگر هستند.

۴) چهار عنصر اول جدول تناوبی به‌ترتیب هیدروژن، هلیم، لیتیم و بریلیم هستند. این چهار عنصر همگی در دسته s قرار دارند و این زیرلایه در این عناصر در حال دریافت الکترون است. در جدول شارل ژانت نیز عناصر بر اساس دسته‌های خود تقسیم می‌شوند.

۶۸- کدام‌یک از گزینه‌های زیر درست است؟

۱) بزرگ‌ترین شعاع اتمی در میان نافلزهای دوره دوم جدول تناوبی مربوط به عنصری است که کمترین واکنش‌پذیری را دارد.
۲) تفاوت‌های قابل توجهی میان فلزهای واسطه و فلزهای اصلی وجود دارد و هر یک ویژگی‌های منحصر به فرد خود را دارند.
۳) کوچک‌ترین شعاع اتمی در میان فلزهای دوره سوم، مربوط به عنصری است که اکسیدی با فرمول M_2O تشکیل می‌دهد.
۴) در میان تمام عناصر دسته p تناوب چهارم جدول تناوبی عناصر، بیش‌ترین خصلت فلزی متعلق به عنصر ژرمانیم است.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۴ ـ ۱۱۰۱)

اگرچه همه فلزها در حالت‌های کلی رفتارهای مشابهی(مانند رسانایی الکتریکی و گرمایی، سطح درخشان، چکش‌خواری و ...) دارند؛ اما تفاوت‌های قابل توجهی میان آن‌ها وجود دارد، به‌طوری‌که هر فلز رفتارهای ویژه خود را دارد.

بررسی موارد:

۱) در میان عناصر هر دوره از جدول تناوبی کمترین واکنش‌پذیری میان عناصر نافلزی متعلق به گاز نجیب است که کمترین شعاع اتمی را نیز در میان عناصر هم‌دوره خود نیز دارد. بیشترین شعاع اتمی در دوره دوم در میان نافلزها متعلق به کربن و کمترین واکنش‌پذیری نیز در میان این عناصر متعلق به گاز نجیب نئون است.

۳) در هر دوره با افزایش عدد اتمی از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد. از آن‌جا که بیش‌ترین عدد اتمی میان فلزها در دوره سوم مربوط به آلومینیم می‌باشد پس کوچک‌ترین شعاع اتمی را میان فلزهای این دوره دارد. یون پایدار این عنصر به‌صورت Al^{3+} است که با یون اکسید(O^{2-})، اکسید این فلز را با فرمول Al_2O_3 تشکیل می‌دهد.

۴) در یک دوره از جدول تناوبی، از چپ به راست خاصیت فلزی کاهش می‌یابد. پس در میان گروهی از عناصر هم‌دوره، بیشترین خاصیت فلزی متعلق به چپ‌ترین عنصر است که در میان عناصر دسته p در تناوب چهارم، اولین عنصر یا همان فلز گالیم (Ga) بیش‌ترین خاصیت فلزی را دارد.

۶۹- با توجه به جدول مقابل، کدام‌یک از مقایسه‌های زیر به‌طور قطع در مورد واکنش‌پذیری فلزها درست است؟

واکنش	نتیجه
$X + Y(NO_3)_2$	انجام می‌شود
$Z + X(NO_3)_2$	انجام نمی‌شود

۱) $X < Y$
۲) $Z < Y$
۳) $Y < Z$
۴) $Z < X$

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ استدلالی ـ سریع ـ صفحهٔ ۲۰ ـ ۱۱۰۱)

با استفاده از هر واکنش، واکنش‌پذیری دو فلز موجود در واکنش را مقایسه می‌کنیم:

$$X + Y(NO_3)_2 \longrightarrow \text{انجام می‌شود}$$

از آن‌جا که فلز X، با نیترات Y واکنش می‌دهد و این فلز را خارج می‌کند، می‌توان گفت واکنش‌پذیری X بیشتر از Y است.

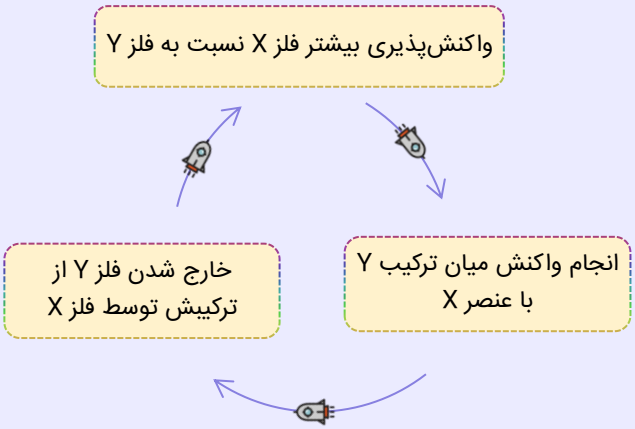
$$Z + X(NO_3)_2 \longrightarrow \text{انجام نمی‌شود}$$

از آن‌جا که فلز Z، با نیترات X واکنش نمی‌دهد و نمی‌تواند این فلز را خارج می‌کند، می‌توان گفت واکنش‌پذیری Z کمتر از X است.
پس از دو مقایسه بالا متوجه می‌شویم که واکنش‌پذیری X از دو فلز دیگر بیشتر است. همچنین نمی‌توانیم واکنش‌پذیری دو فلز Y و Z را به کمک این دو واکنش با یکدیگر مقایسه کرد.

SanjeshCloud

مقایسه واکنش‌پذیری فلزها

واکنش‌پذیری هر عنصر به معنای تمایل اتم‌های آن عنصر به انجام واکنش شیمیایی است؛ بنابراین، هرچه واکنش‌پذیری عنصری بیشتر باشد، تمایل به ایجاد ترکیب بیشتر و آن ترکیب پایدارتر است. به همین علت برای آن که فلز X بتواند فلز Y را از ترکیب این فلز خارج کند، باید واکنش‌پذیری بیشتری داشته باشد تا تمایل به تشکیل ترکیب جدید (ترکیب فلز X) بیشتر از تمایل برای بقای ترکیب قبلی (ترکیب فلز Y) باشد. به بیان دیگر، اگر واکنش‌پذیری فلز X از فلز Y بیشتر باشد، فلز X با ترکیب‌های فلز Y، واکنش می‌دهد؛ اما اگر واکنش‌پذیری فلز X از فلز Y کمتر باشد، واکنش میان فلز X و ترکیب‌های Y، رخ نمی‌دهد.



۷۰- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) در دما و هوای اتاق سطح ید جامد همانند سطح سدیم جامد، کدر است.
۲) اگر عنصری در حالت جامد چکش‌خوار باشد به‌طور قطع رسانایی گرمایی دارد.
۳) اگر عنصری توانایی تشکیل آنیون پایدار داشته باشد در دسته عناصر p قرار دارد.
۴) در آرایش الکترونی اتم کروم عدد کوانتومی فرعی ۵۰ درصد از الکترون‌ها برابر یک است.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۰ ـ ۱۱۰۱)

توانایی تشکیل آنیون یکی از ویژگی‌های نافلزها به‌جز کربن و گازهای نجیب است. عناصری با این ویژگی همه در دسته عناصر p قرار دارند به‌جز عنصر هیدروژن که زیرلایه در حال پرشدن آن s بوده و در همین دسته از عناصر قرار خواهد داشت.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ید یک نافلز است، بنابراین سطح آن کدر می‌باشد. سدیم با وجود آن‌که فلز است؛ اما در مجاورت هوا به سرعت اکسید می‌شود و سطح آن که با هوا در تماس است کدر می‌باشد.

۲) چکش‌خوار بودن یکی از ویژگی‌های فلزها است و شبه‌فلزها و نافلزها چنین ویژگی ندارند. همچنین دیگر ویژگی مشترک فلزها، رسانایی جریان الکتریکی و گرما است.

۴) عدد کوانتومی فرعی یک، متعلق به الکترون‌های زیرلایه p خواهد بود. در عنصر کروم با عدد اتمی ۲۴، ۲۴ الکترون وجود دارد که ۱۲ عدد از آن‌ها در دو زیرلایه $2p$ و $3p$ قرار دارند که معادل ۵۰ درصد از الکترون‌ها خواهد بود. آرایش الکترونی کروم به‌صورت زیر است:

$Cr: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^1$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

دیجی ماز
کتابخانه دیجیتال ماز

رایگان

چطور 100 بزنیم؟

چطور ریاضی کنکور 100 بزنیم
ویژه رشته ریاضی

چطور زیست‌شناسی کنکور 100 بزنیم

چطور فیزیک کنکور 100 بزنیم

چطور زمین‌شناسی کنکور 100 بزنیم

چطور ریاضی تجربی کنکور 100 بزنیم

چطور شیمی کنکور 100 بزنیم

همین الان از دیجی‌ماز بخون

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir