



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



تسلط بر نیم سال اول



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۱۵ آبان ماه ۱۴۰۴

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۵۵ دقیقه	۳۰ سؤال ۵۵ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات
(کل درس ۱: آشنایی با منطق ریاضی)
صفحه های ۱ تا ۱۵

سهم در کنکور: ۱ سؤال

هندسه ۲

دایره
(مفاهیم اولیه و زاویه ها در دایره،
رابطه های طولی در دایره، رسم مماس
بر دایره از نقطه ای خارج دایره،
حالت های دو دایره نسبت به هم)
صفحه های ۹ تا ۲۰

سهم در کنکور: ۱ سؤال

حسابان ۱

جبر و معادله
(مجموع جملات دنباله های
حسابی و هندسی،
معادلات درجه دوم، معادلات گویا و گنگ،
قدر مطلق و ویژگی های آن)
صفحه های ۱ تا ۲۸

سهم در کنکور: ۲ سؤال

شیمی ۲

قدر هدایای زمینی را بدانیم
(از ابتدای فصل تا قبل از
خود را بیازمایید صفحه ۲۴)
صفحه های ۱ تا ۲۴

سهم در کنکور: ۳ سؤال

فیزیک ۲

الکتریسیته ساکن
(تا ابتدای پتانسیل الکتریکی)
صفحه های ۱ تا ۲۳

سهم در کنکور: ۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در نیم سال اول ۱۴۰۴

۸ آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید برای تسلط کامل بر مباحث نیم سال اول / شروع حرکت و یادگیری استفاده از ماشین پیشرفت ماز

۱- شروع مسیر؛ آرامش و هماهنگی: سه مرحله آزمون پوششی؛ فرصت برای شروع حرکت با ماشین پیشرفت ماز
(تکرار مباحث آزمون های قبل و فرصت برای شروع مسیر پیشرفت)

۲- چالش استمرار؛ پیگیری و استقامت: سه مرحله آزمون برای آمادگی امتحانات و تکمیل یادگیری نیم سال اول
(زمان تسلط کامل بر نیم سال اول)

۳- جمع بندی پایان نیم سال اول: دو مرحله آزمون جمع بندی بعد از امتحانات ترم اول و تکمیل یادگیری نیم سال اول + مرور و جمع بندی
(ایستگاه جمع بندی و جبران)



۱- مجموع ریشه‌های معادله $\sqrt{x^2+1} = \sqrt{3x}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

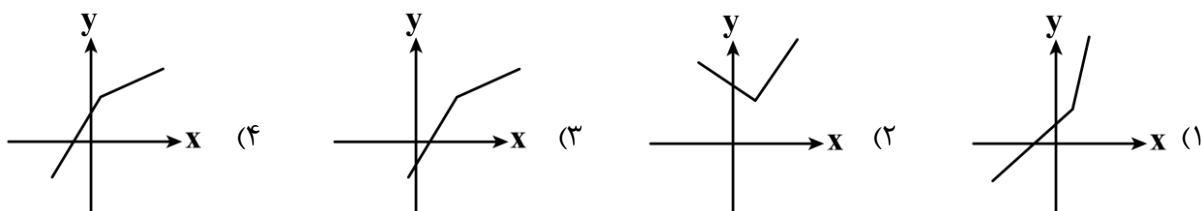
۲- اختلاف ریشه‌های معادله $|2x-1|=a$ با فرض $a > 0$ برابر ۳ می‌باشد. مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳- مجموعه جواب نامعادله $|2x-1| < 3$ بازه (a,b) است. $a+b$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴- نمودار تابع $y = 2x + |x-1|$ به کدام صورت است؟



۵- اگر $-2 < x < 2$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x^2-6x+9} + \sqrt{x^2+8x+16}$ چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

۶- معادله $3x = \sqrt{7x+2}$ و معادله $\sqrt{3x+1} + \alpha = \sqrt{x}$ جواب مشترک دارند، مقدار α کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۱

۷- حاصل ضرب جواب‌های حقیقی معادله $\frac{12}{\sqrt{x+2}} - \frac{6}{\sqrt{x+1}} = 1$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

محل انجام محاسبات

۸- معادله $x^2 + x = k - |2x + 1|$ فقط یک جواب دارد. k کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

۹- اگر $\sqrt{3x+4} - \sqrt{3x-8} = 3$ باشد، مقدار $\sqrt{3x-8}$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۱۰- کمترین مقدار تابع $y = |x-1| + |x+a|$ برابر ۴ است. مجموع مقادیر a کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۱- در یک دنباله حسابی، اگر به جمله اول و قدرنسبت، k واحد اضافه کنیم به مجموع ۲۰ جمله اول ۸۴۰ واحد اضافه می‌شود. k کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۲- در ۱۰ جمله اول یک دنباله هندسی با قدرنسبت ۲، مجموع جملات شماره زوج ۱۰۲۳ و واحد بیش‌تر از مجموع جملات با شماره فرد است. جمله اول دنباله کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۳- در دنباله حسابی ...، ۱۱۳، -۱۲۰، -۱۲۷ حداقل چند جمله با شروع از جمله اول را با هم جمع کنیم تا مجموع جملات، عددی مثبت باشد؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۳۷ (۴) ۳۸

۱۴- معادله‌ای که ریشه‌های آن برابر حاصل جمع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله $2x^2 - 5x - 1 = 0$ باشد، کدام است؟

- (۱) $4x^2 + 8x - 5 = 0$ (۲) $4x^2 - 8x - 5 = 0$
(۳) $4x^2 + 3x - 10 = 0$ (۴) $4x^2 - 3x - 10 = 0$

محل انجام محاسبات



۱۵- «محمدطاها» می‌خواهد ۲۵ کیلوگرم محلول آب‌نمک با غلظت ۳۲ درصد را به یک محلول آب‌نمک با غلظت ۴۰ درصد تبدیل کند. او می‌خواهد این کار را با اضافه کردن a کیلوگرم نمک به محلول و یا تبخیر b کیلوگرم آب از محلول انجام دهد. $b-a$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) ۲

۱۶- اگر $x = -2$ یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 + kx^2 - x - 6$ باشد، مجموع مربع صفرهای دیگر تابع کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۱۳ (۴) ۱۰

۱۷- اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 + 4x - 7 = 0$ باشند، حاصل $\frac{7\alpha}{\beta} - \beta^2$ چقدر است؟

- (۱) -۳۰ (۲) -۲۸ (۳) -۱۵ (۴) -۱۴

۱۸- نقاط $(2, -1)$ و $(3, -1)$ بر روی سهمی f قرار دارند. اگر حاصل ضرب صفرهای سهمی برابر ۳ باشد، $f(1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۱۹- به ازای چند مقدار a ، مجموع جواب‌های حقیقی معادله $(a+1)x^2 - a^2x + a + 2 = 0$ از حاصل ضرب جواب‌ها یک واحد بیش‌تر است؟

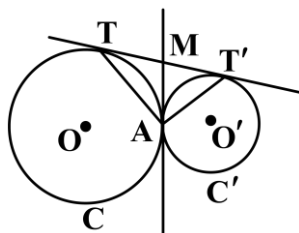
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۲۰- اختلاف جواب‌های حقیقی معادله $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-3)^2} = \frac{5}{36}$ چقدر است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

- ۲۱- دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ در نقطه A مماس و خطوط TT' و MA نیز بر هر دو دایره مماس هستند. چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست هستند؟



الف) $2AM = TT'$ (ب) $\hat{TAT'} = 90^\circ$ (ج) $AM \perp TT'$

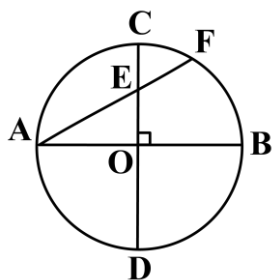
(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

- ۲۲- در دایره $C(O, 6)$ ، اگر $OE = EF$ باشد؛ آن گاه طول کمان BF برابر کدام است؟



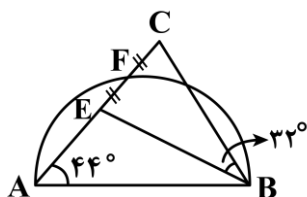
(۱) π

(۲) 2π

(۳) $\frac{\pi}{2}$

(۴) $\frac{3\pi}{2}$

- ۲۳- در نیم دایره به قطر AB ، اگر $CF = EF$ باشد؛ آن گاه زاویه $\hat{ABE}$ چند درجه است؟



(۱) 15°

(۲) 16°

(۳) 30°

(۴) 32°

محل انجام محاسبات

15 (F

$$\frac{27}{13} (f)$$

$$\frac{25}{13} (3)$$

$$\frac{32}{13} (2)$$

$$\frac{30}{13} (1)$$

$$(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q) \quad (\tau)$$

$$(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q) \quad (1)$$

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow p \quad (\text{f})$$

$$(p \Rightarrow q) \vee (\sim p) \quad (3)$$

$$q \Rightarrow (p \Rightarrow r) \quad (\text{r})$$

$$(p \wedge q) \Rightarrow r \quad (1)$$

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \quad (f)$$

$$(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r) \quad (3)$$



۲۸- نقیض گزاره $(\sim p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \sim p)$ کدام است؟

- (۱) $p \Leftrightarrow q$ (۲) $p \Leftrightarrow \sim q$ (۳) $\sim p \Rightarrow \sim q$ (۴) $p \Rightarrow \sim q$

۲۹- نقیض کدام یک از گزاره‌های زیر ارزش درستی دارد؟

- (۱) $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 + x + 5 \geq 0$ (۲) $\exists n \in \mathbb{N}; (n + 4)^2 \in \mathbb{N}$
 (۳) $\exists n \in \mathbb{N}; (n - 4) \notin \mathbb{N}$ (۴) $\forall x \in \mathbb{N}; x^3 > x^2$

۳۰- مجموعه A شامل تعدادی عدد طبیعی متوالی است که کوچک‌ترین آن اعداد طبیعی عدد k و بزرگ‌ترین آن‌ها عدد q بوده و A عضو دیگری ندارد. اگر بدانیم در بین دو گزاره «الف» ارزش درست و گزاره «ب» ارزش نادرست دارد؛ آن‌گاه بیش‌ترین مقدار ممکن برای $q - k$ کدام است؟

الف) $\forall i \in A; i^2 + i \leq 2025$ ب) $\exists j \in A; j^2 - j \leq 1404$

(۴) ۶

(۳) ۷

(۲) ۸

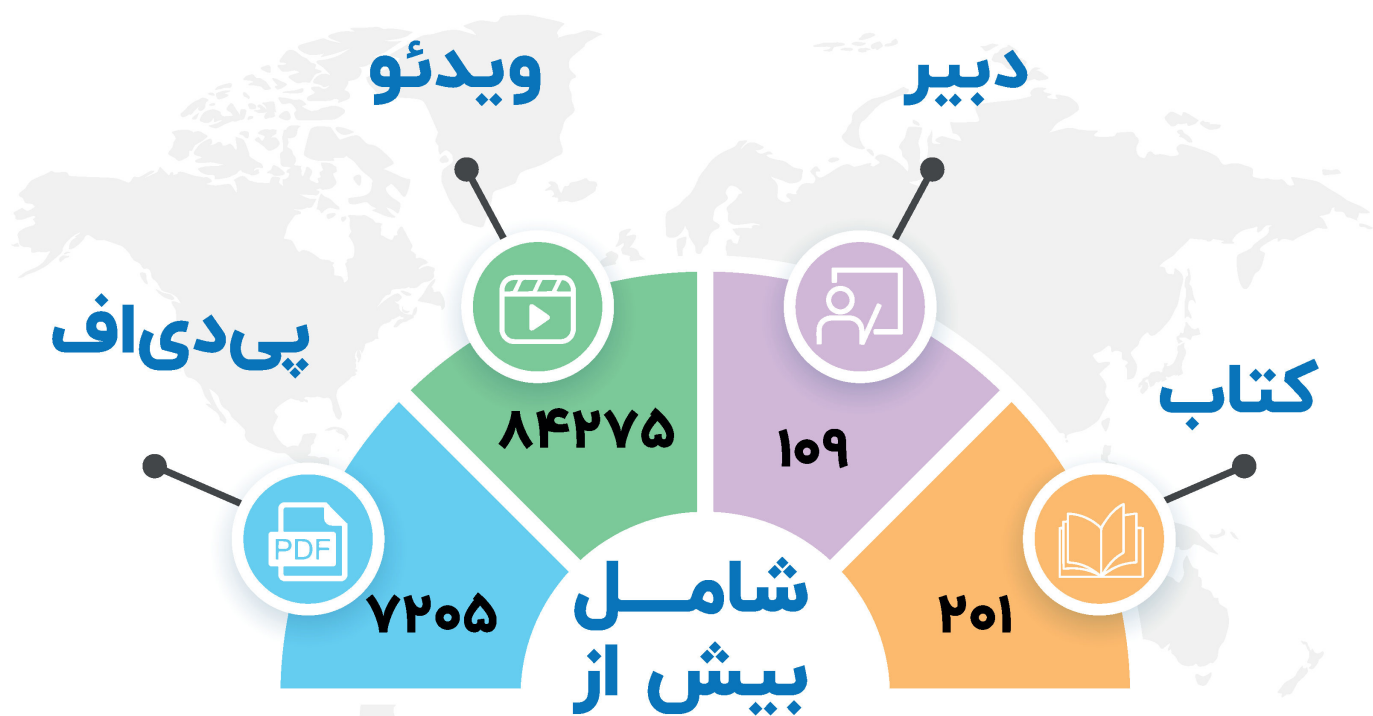
(۱) ۹

محل انجام محاسبات



مُنیاز اولین نشر آنلاین کنکور کشور

از سال ۹۷ تا کنون



برترین دبیران کنکور کشور در نشر آنلاین مُنیاز

<https://www.moniaz.ir>





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز پایه یازدهم



تسلط بر نیم سال اول



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۲

پنجشنبه ۱۵ آبان ماه ۱۴۰۴

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	فیزیک	۲۰	۳۱	۵۰	۲۵ دقیقه	۴۰ سؤال
۲	شیمی	۲۰	۵۱	۷۰	۲۰ دقیقه	۴۵ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات
(کل درس ۱: آشنایی با منطق ریاضی)
صفحه های ۱ تا ۱۵

سهم در کنکور: ۱ سؤال

هندسه ۲

دایره
(مفاهیم اولیه و زاویه ها در دایره،
رابطه های طولی در دایره، رسم مماس
بر دایره از نقطه ای خارج دایره،
حالت های دو دایره نسبت به هم)
صفحه های ۹ تا ۲۰

سهم در کنکور: ۱ سؤال

حسابان ۱

جبر و معادله
(مجموع جملات دنباله های
حسابی و هندسی،
معادلات درجه دوم، معادلات گویا و گنگ،
قدر مطلق و ویژگی های آن)
صفحه های ۱ تا ۲۸

سهم در کنکور: ۲ سؤال

شیمی ۲

قدر هدایای زمینی را بدانیم
(از ابتدای فصل تا قبل از
خود را بیازمایید صفحه ۲۴)
صفحه های ۱ تا ۲۴

سهم در کنکور: ۳ سؤال

فیزیک ۲

الکتریسیته ساکن
(تا ابتدای پتانسیل الکتریکی)
صفحه های ۱ تا ۲۳

سهم در کنکور: ۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در نیم سال اول ۱۴۰۴

۸ آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید برای تسلط کامل بر مباحث نیم سال اول / شروع حرکت و یادگیری استفاده از ماشین پیشرفت ماز

۱- **شروع مسیر؛ آرامش و هماهنگی:** سه مرحله آزمون پوششی؛ فرصت برای شروع حرکت با ماشین پیشرفت ماز
(تکرار مباحث آزمون های قبل و فرصت برای شروع مسیر پیشرفت)

۲- **چالش استمرار؛ پیگیری و استقامت:** سه مرحله آزمون برای آمادگی امتحانات و تکمیل یادگیری نیم سال اول
(زمان تسلط کامل بر نیم سال اول)

۳- **جمع بندی پایان نیم سال اول:** دو مرحله آزمون جمع بندی بعد از امتحانات ترم اول و تکمیل یادگیری نیم سال اول + مرور و جمع بندی
(ایستگاه جمع بندی و جبران)



۳۱- به هر سانتی متر مربع از یک کره فلزی به شعاع 5cm که دارای بار الکتریکی $+20\mu\text{C}$ است، 10^{12} الکترون می دهیم.

بار نهایی کره چند میکروکولن می شود؟ ($\pi=3, e=1/6 \times 10^{-19}\text{C}$)

- (۱) ۶۸ (۲) ۲۸ (۳) -۲۸ (۴) -۶۸

۳۲- دو کره فلزی خیلی کوچک و مشابه دارای بار الکتریکی هم نام $q_1 > 0$ و $q_2 < q_1$ هستند و در فاصله ۱۵ سانتی متری هم قرار دارند و بر هم نیروی الکتریکی 40N وارد می کنند. اگر کره ها را به هم تماس دهیم و دوباره به همان فاصله قبلی از هم دور کنیم، نیروی الکتریکی $62/5\text{N}$ به هم وارد می کنند. q_2 چند میکروکولن است؟

$$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۴ (۴) ۲۰

۳۳- مطابق شکل زیر، بارهای الکتریکی منفی و هم اندازه $-q$ در جای خود ثابت شده اند و به یکدیگر نیرویی به بزرگی F وارد می کنند. اگر تعدادی الکترون از جسم A به جسم B منتقل کنیم تا بار جسم B برابر $4q$ شود، فاصله بین بارها را چند برابر کنیم تا بزرگی نیرویی که دو ذره به هم وارد می کنند، برابر با $2F$ شود؟



(۲) ۲

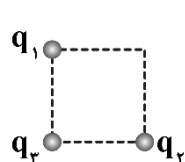
(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(۳) $2\sqrt{2}$

۳۴- مطابق شکل زیر، سه ذره باردار q_1 ، q_2 و q_3 در سه رأس مربعی به ضلع 60cm ثابت شده اند. اگر $q_1 = q_2 = -2\mu\text{C}$

و $q_3 = 10\mu\text{C}$ باشد، بزرگی نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار q_3 چند نیوتون است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)



(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۱) $\sqrt{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(۳) ۲

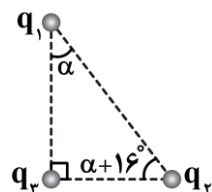
محل انجام محاسبات

۳۵- در صفحه xoy بار الکتریکی $q_1 = 4\mu C$ در نقطه A به مختصات $(-1cm, 8cm)$ قرار دارد و بار الکتریکی q_2 نیز در نقطه B به مختصات $(1cm, -8cm)$ ثابت نگه داشته شده است. اگر بار الکتریکی q_3 را در نقطه C به مختصات $(2cm, 4cm)$ قرار دهیم، نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن صفر می شود. q_3 بر حسب میکروکولن کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) -۱۲ (۳) ۳۶ (۴) -۳۶

۳۶- در شکل زیر، بزرگی نیروی الکتریکی که q_1 بر q_3 وارد می کند، ۲۰ درصد از بزرگی نیروی الکتریکی که q_2 به q_3

وارد می کند، بیش تر است. $\left| \frac{q_1}{q_2} \right|$ کدام است؟ $(\sin 37^\circ = 0.6)$



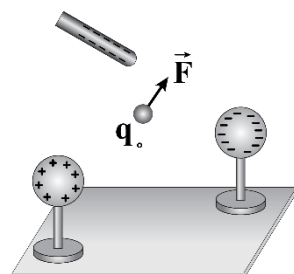
- (۱) $\frac{32}{15}$ (۲) $\frac{15}{32}$ (۳) $\frac{27}{40}$ (۴) $\frac{40}{27}$

۳۷- بارهای الکتریکی $q_1 = 18nC$ و $q_2 = 32nC$ در فاصله $10cm$ از یکدیگر قرار دارند. اندازه میدان الکتریکی خالص در نقطه ای به فاصله $6cm$ از بار الکتریکی q_1 و به فاصله $8cm$ از بار الکتریکی q_2 چند کیلو نیوتون بر کولن است؟

$$(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$$

- (۱) $45\sqrt{2}$ (۲) $90\sqrt{2}$ (۳) ۹۰ (۴) ۴۵

۳۸- مطابق شکل زیر، بار آزمون q برابر با $5nC$ است. اگر از طرف دو گوی و یک میله باردار نیرویی به بزرگی $2 \times 10^{-6} N$ بر آن وارد شود، بزرگی میدان الکتریکی در محل بار آزمون چند واحد SI است؟



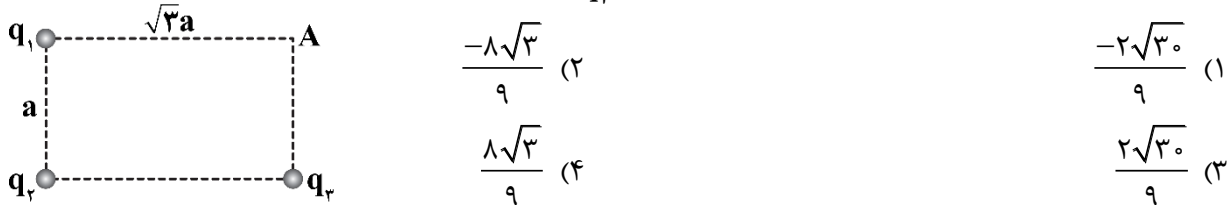
- (۱) ۴۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۴۰۰۰ (۴) ۴۰۰۰۰

محل انجام محاسبات

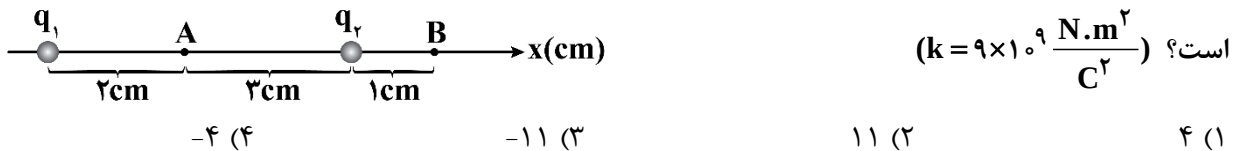
۳۹- روی سطح بادکنکی به جرم $8g$ ، بار الکتریکی $+20 \cdot nC$ ایجاد می‌کنیم و آن را در یک میدان الکتریکی یکنواخت قرار می‌دهیم. اگر اندازه نیروی شناوری رو به بالای وارد بر بادکنک $0.4N$ باشد و بادکنک معلق بماند، بردار میدان الکتریکی در SI باید برابر با کدام گزینه باشد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) $(2 \times 10^4) \vec{j}$ (۲) $(2 \times 10^5) \vec{j}$ (۳) $(-2 \times 10^5) \vec{j}$ (۴) $(-2 \times 10^4) \vec{j}$

۴۰- مطابق شکل زیر، سه ذره باردار q_1 ، q_2 و q_3 در رأس‌های یک مستطیل قرار گرفته‌اند. اگر میدان الکتریکی خالص ناشی از این سه ذره در رأس A برابر با صفر باشد، نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ کدام است؟



۴۱- بارهای الکتریکی q_1 و q_2 مطابق شکل زیر بر روی محور ثابت شده‌اند. اگر میدان الکتریکی خالص ناشی از این دو بار در نقطه A برابر با $\vec{E}_A = (-2 \times 10^9 \frac{N}{C}) \vec{i}$ و در نقطه B برابر با $\vec{E}_B = (+1 \cdot 10^9 \frac{N}{C}) \vec{i}$ باشد، بار q_2 چند میکروکولن

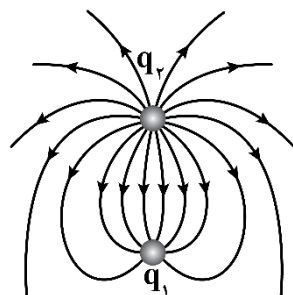


۴۲- مطابق شکل زیر، گلوله رسانای باردار آونگی با بار الکتریکی $q = 8 \mu C$ و جرم $40g$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $4 \times 10^4 \frac{N}{C}$ در حال تعادل است. زاویه انحراف نخ آونگ نسبت به راستای قائم (α) چند درجه است؟



محل انجام محاسبات

۴۳- خطوط میدان الکتریکی برای دو کره رسانای باردار کوچک در شکل زیر نشان داده شده است. نوع بار q_1 و مقایسه اندازه بارها در کدام گزینه به درستی نشان داده شده است؟



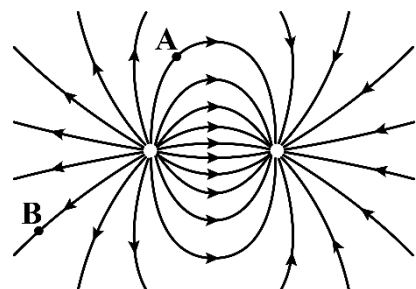
(۱) مثبت، $|q_2| > |q_1|$

(۲) منفی، $|q_2| > |q_1|$

(۳) منفی، $|q_2| < |q_1|$

(۴) مثبت، $|q_2| < |q_1|$

۴۴- مطابق شکل زیر، بار $-q$ را در نقاط A و B قرار می دهیم. به ترتیب از راست به چپ جهت نیروی الکتریکی وارد بر بار $-q$ در نقاط A و B کدام است؟



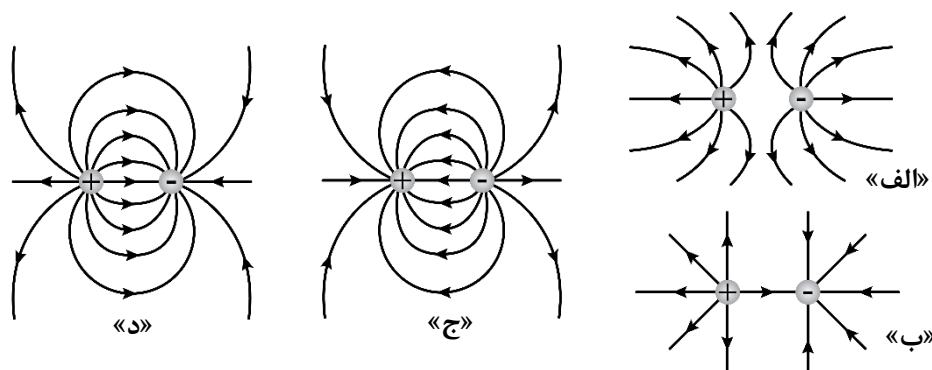
(۱) ↙, ↗

(۲) ↗, ↗

(۳) ↗, ↙

(۴) ↙, ↙

۴۵- کدامیک از آرایش های خطوط میدان الکتریکی برای دو ذره باردار با بارهای هم اندازه، نادرست هستند؟



(۱) «الف» و «ب»

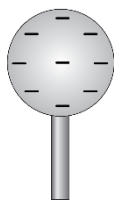
(۲) «الف» و «ج»

(۳) «الف»، «ب» و «ج»

(۴) «ب»، «ج» و «د»

محل انجام محاسبات

۴۶- در شکل زیر، ذره باردار مثبت و کوچکی را از نقطه A به سمت کره باردار که روی پایه عایقی قرار دارد، نزدیک می‌کنیم و در نقطه B قرار می‌دهیم. در این جابه‌جایی، کار نیروی الکتریکی است و انرژی پتانسیل الکتریکی ذره باردار می‌یابد.



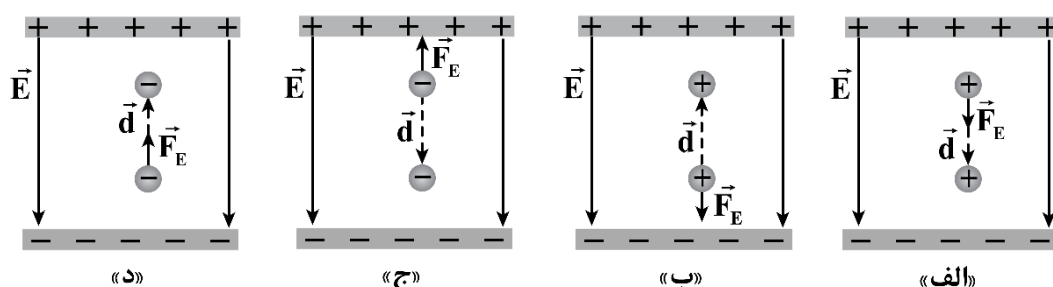
(۱) مثبت، افزایش

(۲) مثبت، کاهش

(۳) منفی، کاهش

(۴) منفی، افزایش

۴۷- در کدام یک از شکل‌های زیر، انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش یافته است؟ (جابه‌جایی ذره با $\vec{d}$ ، میدان الکتریکی با $\vec{E}$ و نیروی الکتریکی با $\vec{F}_E$ نشان داده شده است.)



(۱) «الف» و «ب»

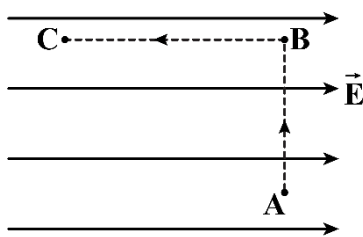
(۲) «الف» و «د»

(۳) «ب» و «ج»

(۴) «ج» و «د»

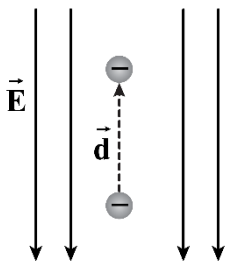
محل انجام محاسبات

۴۸- مطابق شکل زیر، بار الکتریکی q را در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $\frac{N}{C} \times 10^5 \times 5$ نخست از نقطه A تا نقطه B و سپس تا نقطه C جابه‌جا می‌کنیم. اگر $AB = 30 \text{ cm}$ و $BC = 40 \text{ cm}$ باشد و انرژی پتانسیل الکتریکی بار q در این جابه‌جایی به اندازه ۴ میلی‌ژول افزایش یابد، q بر حسب نانوکولن کدام است؟



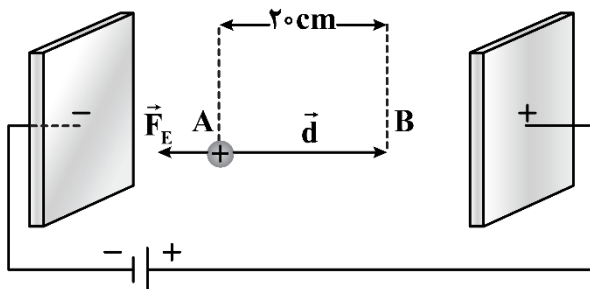
- (۱) ۲۰
(۲) -۲۰
(۳) ۵۰
(۴) -۵۰

۴۹- در نتیجه برخورد پرتوهای کیهانی با مولکول‌های هوا، الکترون‌هایی از این مولکول‌ها کنده می‌شوند. در نزدیکی سطح زمین، میدان الکتریکی با بزرگی $\frac{N}{C} \times 10^5 \times 15$ و جهت رو به پایین وجود دارد. اگر مطابق شکل، یکی از این الکترون‌ها، تحت تأثیر این میدان 400 m رو به بالا جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند ژول تغییر می‌کند؟



- ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)
(۱) $9/6 \times 10^{-15}$
(۲) $9/6 \times 10^{-14}$
(۳) $-9/6 \times 10^{-14}$
(۴) $-9/6 \times 10^{-15}$

۵۰- مطابق شکل زیر، در یک میدان الکتریکی یکنواخت $E = 4 \times 10^3 \frac{N}{C}$ ، پروتونی در شرایط خلأ از نقطه A با سرعت $\vec{v}$ در خلاف جهت میدان الکتریکی پرتاب شده است و سرانجام در نقطه B متوقف می‌شود. تندی پرتاب پروتون (v_0) چند متر بر ثانیه است؟ ($m_{\text{پروتون}} \approx 1/6 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)



- (۱) 2×10^4
(۲) 2×10^5
(۳) 4×10^4
(۴) 4×10^5

محل انجام محاسبات

۵۱- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) ممکن است مقدار فراورده عملی از مقدار فراورده نظری مورد نظر، بیشتر باشد.
- (۲) به مقدار فراورده مورد انتظار در هر واکنش، مقدار عملی فراورده می گویند.
- (۳) درصد خلوص، کمیتی است که کارایی یک واکنش را نشان می دهد.
- (۴) ناخالصی واکنش دهنده ها، بازده واکنش را کاهش خواهد داد.

۵۲- کدام یک از موارد زیر درباره پنج عنصر اول گروه چهاردهم جدول تناوبی درست است؟

- الف - هر عنصری که دارای رسانایی گرمایی است، در اثر ضربه خرد نمی شود.
- ب - هر عنصری که دارای رسانایی الکتریکی است، سطح براق و صیقلی دارد.
- ج - تعداد عناصر فلزی برابر با تعداد عناصری است که خاصیت شبه فلزی دارند.
- د - تعداد عناصری که می توانند الکترون به اشتراک بگذارند از عناصری که می توانند الکترون از دست بدهند، بیشتر است.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ج» و «د»

۵۳- با توجه به آرایش الکترونی بیرونی ترین زیرلایه الکترونی در هر گونه $X:2p^2$, $M^-:4p^6$, $A^{3+}:2p^6$ کدام مورد درست است؟

- (۱) تعداد عناصر شبه فلزی هم دوره با عنصر A برابر با تعداد عناصر گازی هم گروه با عنصر M است.
 - (۲) عنصر A که در گروه سوم قرار دارد، می تواند سبب ایجاد برخی رنگ ها در سنگ های گران بها شود.
 - (۳) عنصر M در بین عناصر نافلزی هم دوره خود، دارای بیشترین خاصیت نافلزی است.
 - (۴) عنصری هم گروه با عنصر X ، می تواند در واکنش با سایر عناصر الکترون بگیرد.
- ۵۴- اگر هر گرم از یک نمونه ناخالص کلسیم سولفیت در واکنش با هیدروکلریک اسید مطابق معادله زیر، ۸۴ میلی لیتر گاز در شرایط استاندارد تولید کند، درصد خلوص این نمونه کلسیم سولفیت چقدر است؟

($O = 16, S = 32, Ca = 40; g. mol^{-1}$)



(۱) ۹۰ (۲) ۶۰ (۳) ۴۵ (۴) ۳۰

۵۵- عناصر A, B, D و E به ترتیب چهار عنصر متوالی دوره سوم جدول تناوبی هستند که D رسانایی الکتریکی ضعیفی دارد. کدام مورد نادرست است؟

- (۱) عنصر D همانند عنصر E چکش خوار نیست.
- (۲) تعداد الکترون های آخرین زیرلایه عنصر A برابر با همین تعداد در عنصر D است.
- (۳) اختلاف شعاع اتمی بین عناصر B و D کمتر از این اختلاف بین عناصر D و E است.
- (۴) در واکنش بین K_2O و A ، واکنش پذیری فراورده ها بیشتر از واکنش دهنده ها خواهد بود.

محل انجام محاسبات



۵۶- هر مول آهن (III) اکسید با مول هیدروکلریک اسید واکنش می دهد و محلول حاصل در واکنش با سدیم هیدروکسید، رسوب تولید می کند.

(۱) ۶ - قرمز رنگ (۲) ۳ - قرمز رنگ (۳) ۶ - سبز رنگ (۴) ۳ - سبز رنگ

۵۷- اگر خانه های زیر نشان دهنده عناصر متوالی در دوره چهارم جدول تناوبی باشد و خانه B مربوط به عنصر منگنز باشد،

A	B	C			D	E
---	---	---	--	--	---	---

کدام مورد نادرست است؟

(۱) سه الکترون با $n + l = 5$ در کاتیون A^{3+} وجود دارد.

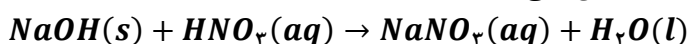
(۲) برای استخراج فلز C از سنگ معدن آن می توان از عنصر کربن استفاده نمود.

(۳) همه زیرلایه های اشغال شده در یون D^{+} همانند یون E^{2+} ، از الکترون پر شده است.

(۴) واکنش پذیری فلز E نسبت به واکنش پذیری سایر فلزات دسته d هم دوره خود کمتر است.

۵۸- اگر از واکنش ۲۵۰ گرم سدیم هیدروکسید با خلوص ۸۰ درصد، با مقدار کافی نیتریک اسید طبق معادله زیر، $67/5$ گرم آب تولید شود، بازده درصدی واکنش کدام است؟

(ناخالصی ها با اسید واکنش نمی دهد. $H = 1, O = 16, Na = 23: g. mol^{-1}$)



(۱) ۹۵ (۲) ۷۵ (۳) ۶۰ (۴) ۵۰

۵۹- چند مورد از مطالب زیر در مورد واکنش تخمیر گلوکز نادرست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g. mol^{-1}$)

الف - توسط میکروب های هوازی انجام می شود.

ب - به تقریب ۷۵ درصد از جرم گلوکز به یک سوخت سبز تبدیل می شود.

ج - در صورت تولید یک مول سوخت سبز در این واکنش، یک مول گاز تولید می شود.

د - واکنش دهنده این واکنش از بقایای گیاهانی مانند نیشکر، سیب زمینی و ذرت حاصل می شود.

(۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۶۰- اگر از شرکت مقداری مشخص از یک نمونه فلز روی با درصد خلوص ۵۲، در واکنشی با معادله زیر، $1/2$ گرم گاز هیدروژن تولید شود، جرم نمونه اولیه فلز روی چند گرم بوده است؟ ($H = 1, Zn = 65: g. mol^{-1}$)



(۱) ۷۸ (۲) ۷۵ (۳) ۳۹ (۴) ۳۷/۵

۶۱- در کدام گزینه آرایش الکترونی بیرونی ترین زیرلایه دو گونه مشابه بوده، اما آرایش الکترونی مشابهی ندارند؟

(۱) $_{29}Cu^{+} - _{27}Co^{+}$ (۲) $_{20}Ca^{2+} - _{17}Cl^{-}$

(۳) $_{24}Cr - _{25}Mn^{+}$ (۴) $_{31}Ga^{3+} - _{30}Zn^{2+}$

محل انجام محاسبات



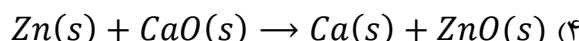
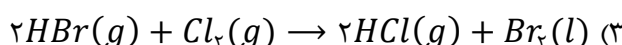
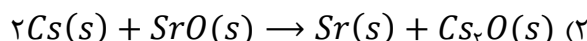
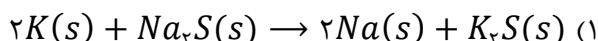
۶۲- اگر درصد جرمی آهن در یک نمونه هماتیت (آهن(III) اکسید ناخالص) برابر ۲۴/۵ درصد باشد، درصد خلوص این نمونه آهن(III) اکسید چند درصد است؟ ($O = ۱۶, Fe = ۵۶: g. mol^{-1}$)

- (۱) ۴۲ (۲) ۳۲ (۳) ۴۰ (۴) ۳۵

۶۳- اگر ۲۴۵ گرم پتاسیم کلرات خالص مطابق واکنش موازنه نشده $KClO_3(s) \rightarrow KCl(s) + O_2(g)$ در یک ظرف سرباز با بازده ۵۰ درصد، تجزیه شود، چند گرم ماده جامد در ظرف باقی می ماند؟ ($O = ۱۶, Cl = ۳۵/۵, K = ۳۹: g. mol^{-1}$)

- (۱) ۱۹۲ (۲) ۱۹۷ (۳) ۲۰۲ (۴) ۲۰۷

۶۴- کدام یک از واکنش های زیر به صورت طبیعی انجام نمی شود؟



۶۵- کدام یک از مطالب زیر درست هستند؟

الف - استخراج فلز آلومینیم دشوارتر از استخراج فلز منیزیم است.

ب - اگر واکنش « $NaO + X \rightarrow$ » انجام پذیر باشد، واکنش پذیری عنصر کربن از عنصر X کمتر است.

ج - در صورت قرار دادن قطعه ای از فلز آهن در محلول مس(II) سولفات، محلول واکنش بی رنگ می شود.

د - در فولاد مبارکه، برای استخراج آهن از عنصری استفاده می شود که در تمام زیرلایه های الکترونی خود دارای دو الکترون است.

- (۱) «الف» و «ج» (۲) «الف» و «ب» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

۶۶- اگر از واکنش ۴۰۰ گرم نقره اکسید با خلوص ۸۷ درصد، مطابق معادله $Ag_2O(s) + H_2(g) \rightarrow 2Ag(s) + H_2O(l)$ با مقدار کافی گاز هیدروژن، ۲۴۳ گرم فلز تولید شود، بازده این واکنش چند درصد بوده و در این واکنش چند مول آب تولید شده است؟

($O = ۱۶, Ag = ۱۰۸: g. mol^{-1}$)

- (۱) ۷۵ - ۱/۱۲۵ (۲) ۶۰ - ۱/۱۲۵ (۳) ۷۵ - ۲/۲۵ (۴) ۶۰ - ۲/۲۵

۶۷- در یک کپسول اکسیژن غواصی با ناخالصی هلیوم که درصد حجمی اکسیژن در آن ۲۰ درصد است، درصد خلوص اکسیژن به تقریب چند درصد است؟ ($He = ۴, O = ۱۶: g. mol^{-1}$)

- (۱) ۵۸ (۲) ۶۲ (۳) ۷۳ (۴) ۶۷

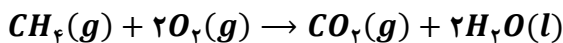
محل انجام محاسبات



۶۸- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- الف - از واکنش پرکاربردترین فلز با هیدروکلریک اسید، کاتیونی با ۶ الکترون با $n + l = 5$ تولید می شود.
 ب - فلز واسطه دوره چهارم که می تواند به آرایش گاز نجیب برسد، در ساخت تلویزیون رنگی به کار می رود.
 ج - فلز به کاررفته در کلاه فضانوردان، واکنش پذیری بالایی داشته و به سرعت در هوا به اکسید تبدیل می شود.
 د - عامل گسترش صنعت خودروسازی، ماده ای است که طی مراحل طولانی از سنگ معدن آن ماده، حاصل می شود.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۹- اگر از سوختن ۴۰ گرم گاز متان در شرایط استاندارد، ۳۳/۶ لیتر گاز کربن دی اکسید تولید شود، بازده واکنش چند درصد است و در این واکنش چند گرم آب تولید می شود؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g. mol^{-1}$)



- (۱) ۵۴ - ۶۰ (۲) ۵۴ - ۷۵ (۳) ۶۷/۵ - ۶۰ (۴) ۶۷/۵ - ۷۵

۷۰- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) اغلب عناصر موجود در جدول تناوبی در طبیعت به شکل ترکیب یافت می شوند.
 (۲) برخی از عناصر نافلزی همانند برخی از عناصر فلزی به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند.
 (۳) علاوه بر طلا، فلزهایی مانند نقره و مس نیز به صورت کلوخه هایی لابه لای خاک یافت می شوند.
 (۴) در دنیای مدرن و صنعتی امروز، چرخ های اقتصاد کشورها به عناصر چکش خوار گره خورده است.

محل انجام محاسبات



بودجه بندی دروس آزمون بعد....

تاریخ برگزاری: ۲۹ آبان ماه

هندسه ۲

دایره
(کل درس دوم: رابطه های طولی در دایره)
صفحه های ۱۸ تا ۲۳

حسابان ۱

جبر و معادله
(معادلات شامل عبارت های گنگ،
قدرمطلق و ویژگی های آن، آشنایی با هندسه تحلیلی)
صفحه های ۲۰ تا ۳۶

فیزیک ۲

الکتروسیستۀ ساکن
(از برهم نهی میدان های الکتریکی تا ابتدای خازن)
صفحه های ۱۴ تا ۳۲

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات
(آشنایی با منطق ریاضی از ابتدای سورها
تا انتهای درس ۱ و جبر مجموعه ها تا انتهای دو مجموعه مساوی)
صفحه های ۱۱ تا ۲۰

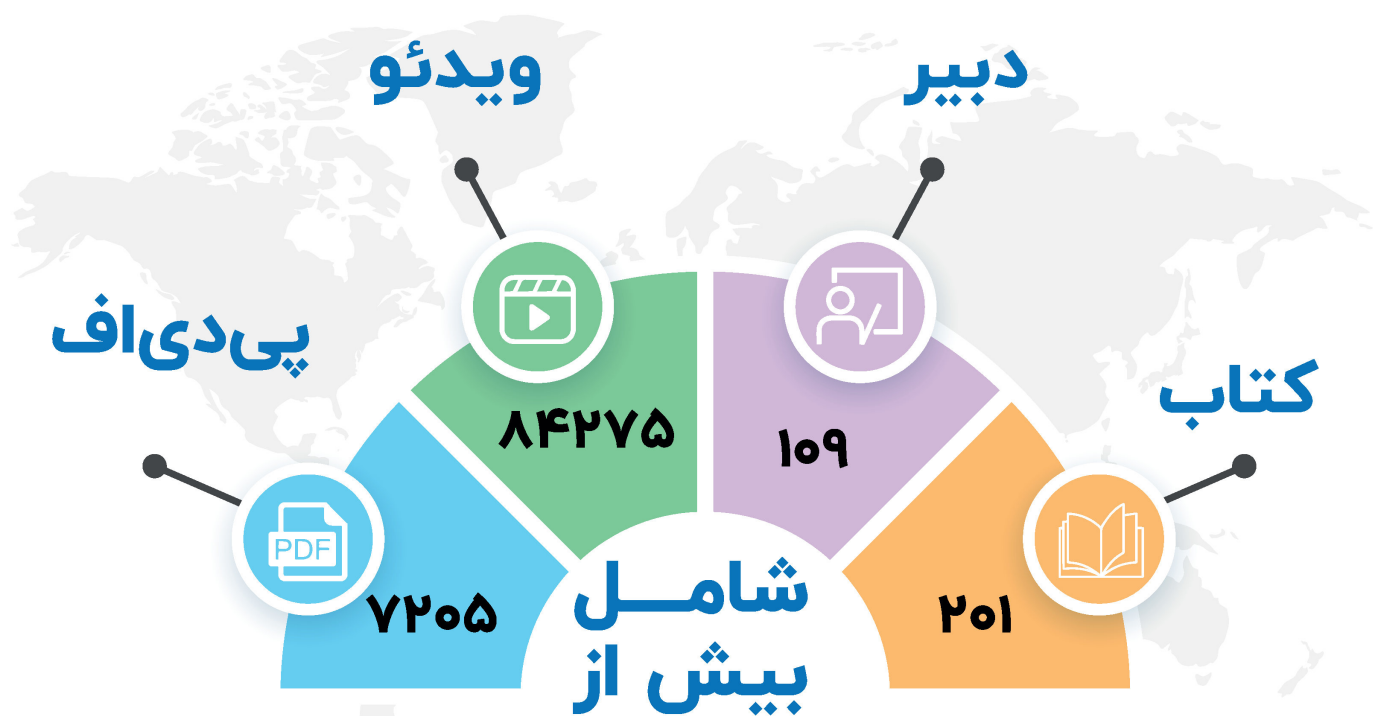
شیمی ۲

قدر هدایای زمینی را بدانیم
(از ابتدای دنیای رنگی با عنصرهای دسته d
تا انتهای جریان فلز بین محیط زیست و جامعه)
صفحه های ۱۴ تا ۲۹



مُنیاز اولین نشر آنلاین کنکور کشور

از سال ۹۷ تا کنون



برترین دبیران کنکور کشور در نشر آنلاین مُنیاز

<https://www.moniaz.ir>



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



تسلط بر نیم سال اول



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۱۵ آبان ماه ۱۴۰۴

✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون

✓ تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید

✓ نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال

✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست

✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون

دِرس	مَسْئولِ دِرس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع زاده سید جواد نظری مهرداد کیوان	محمد خانگلدی - حسن محمدبیگی رسول حاجی زاده	مهرداد اسپیدکار حمیدرضا ولی پور - فاطمه روان بخش مائده بادان فیروز - فؤاد خیرآبادی
فیزیک	حسین عبدوی نژاد محمد جواد سورچی	حسین عبدوی نژاد - محمد جواد سورچی سجاد صادقی زاده - مهدی پارسا	حسین عبدوی نژاد محمد جواد سورچی حنا خلعتبری
شیمی	علی ترابی	علی ترابی - پرهام تیزپا	رامین رزمجو - ماهان فرهمندفر متین قنبری - محمد رضا جمشیدی

تیم اجرایی و تولید آزمون

مجتبی آدمیان

نازنین امیری

زهره جعفری

مائده بادان فیروز

مدیر تولید آزمون: محدثه شیخعلی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستند تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین. راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

دکتر رسول خنجری

در مقاله قبلی درباره پاسخ‌های غلط صحبت کردیم. گفتیم پاسخ‌های غلط معمولاً از یادگیری ناقص یا بی‌دقتی میان و همین سؤال‌ها بهترین فرصت یادگیری هستند؛ چون فقط به نکته کوچیک باعث اشتباهت شده. پس باید اون نکته‌ها رو توی دفتر رفع اشکال ثبت کنی تا توی آزمون‌های بعدی تکرار نشن.

گفتیم بعضی غلط‌ها هم به تمرکز و توجه مربوط می‌شن؛ مثل اشتباه در عدد گزینه (دام عددها)، جابه‌جایی پاسخ‌ها (لغزش عمودی)، نیم‌خوانی سؤال، یا نادیده گرفتن واژه‌های منفی مثل «نیست» و «نادرست». حتی خطای محاسباتی هم بیشتر از عجله میاد تا بلد نبودن.

رشد واقعی بعد از آزمون، با تحلیل و شناخت اشتباهات اتفاق می‌افته، نه صرفاً با آزمون دادن. اما در این مقاله می‌خوایم درباره سوالات نزده‌ای حرف بزنیم که دلیل اصلیشون فراموشی بوده.

چرا این نوع سؤال‌ها مهمن؟

چون مطالبش رو قبلاً یاد گرفتی، ولی خوب توی ذهنت ذخیره نشده. مثل آبی که پشت سد جمع شده، اما چون خوب نگهداری نشده، هدر می‌ره. برای اینکه این اتفاق تکرار نشه، باید یاد بگیری چطور مطالب رو شش‌قفل ذخیره کنی تا روز آزمون، ذره‌ای ازش از دست نره!

روش مطالعه‌ی مباحث خواندنی

فرض کن قراره به مبحث خوندنی (مثل زیست، تاریخ، یا زمین‌شناسی) رو توی ۷۵ دقیقه مطالعه کنی. این زمان رو به سه بخش تقسیم کن:

- ۵ دقیقه اول ← تیتروخوانی و سؤال‌سازی
- ۶۰ دقیقه اصلی ← مطالعه‌ی فعال و دقیق
- ★ ۱۰ دقیقه آخر ← مرور و جمع‌بندی

(این عددها تخمینی هستند و با توجه به لقمه مطالعاتی، ممکنه این زمان‌ها اندکی فرق کنند)

در ۵ دقیقه اول، تیتروخوانی و باخودت سؤال بساز.

«قراره توی این مطلب چی یاد بگیرم؟»، «جواب چه سؤالایی اینجاست؟»

اینطوری مغزت از همون اول درگیر یادگیری فعال میشه.

توی ۶۰ دقیقه اصلی، به دنبال پاسخ اون سؤال‌هایی باش که ساختی. با تمرکز بخون و کنار دستت یه دفتر یادداشت بذار (الان می‌گم چرا مهمه).

۱۰ دقیقه پایانی رو هم بذار برای مرور و جمع‌بندی؛ مثل وقتی که می‌خواهی یه فیلم رو برای دوستت تعریف کنی.

همین مرور کوتاه باعث میشه مطلب توی حافظه‌ت قفل بشه.

اگه تا حالا این روش رو استفاده نکردی، شاید اولش کمی زمان‌بر باشه، ولی بعد از چند بار تمرین، می‌فهمی که چقدر تأثیرش زیاده.

چون تو با ۷۵ دقیقه مطالعه، در واقع اثرگذاری حدود سه ساعت مطالعه سنتی رو داری.

یادداشت‌برداری؛ ابزار طلایی تثبیت یادگیری

یادداشت‌برداری با رونویسی فرق داره. وقتی یه مطلب برات جا می‌افته و توی ذهنت میگی «آها!»، اون لحظه بهترین زمان برای یادداشت کردنه. اون چیزی رو که فهمیدی، نه چیزی که نوشته شده، به زبان خودت بنویس.

یادداشت‌برداری باعث میشه یه مطلب چهار بار از ذهنت عبور کنه:

- وقتی مطلب رو می‌فهمی
- وقتی مغزت اون رو جمله‌بندی می‌کنه
- وقتی دستت اون رو می‌نویسه
- وقتی چشم‌ت یادداشت رو می‌خونه
- یعنی کسی که یادداشت‌برداری نمی‌کنه، فقط یه بار مرور داره، اما تو با یادداشت‌برداری، چهار بار مرور کردی!
- با تیتروخوانی و مرور پایانی هم بشه، در مجموع شش قفله‌اش کردی!

مرور؛ جایی که یادگیری ماندگار می‌شود

یادداشت‌ها خوراک مرورهای روزانه و هفتگی‌ان. طبق منحنی فراموشی لایتنر، بخش زیادی از مطالبی که می‌خوانیم، همون روز اول از ذهن می‌رن. اما با مرور همون روز، جلوی این فراموشی گرفته میشه. حتماً شنیدی: «درس هر روز، در همان روز» این یه شعار نیست؛ یه قانون یادگیریه. چون مرور همون روز شاید فقط ده دقیقه وقت بگیره، ولی اگه بذاری یه هفته بعد، باید سه برابرش وقت بذاری تا یادت بیاد.

دروس خوندنی رو کی تست بزنی؟

بهترین زمان تست زدن درس‌های خوندنی، ۴۸ تا ۷۲ ساعت بعد از مطالعه است. چون اگه بلافاصله تست بزنی، مغز هنوز مطلب رو توی حافظه کوتاه‌مدت نگه داشته و حس یادگیری کاذب داری. اما دو سه روز بعد، مشخص میشه کدوم نکته‌ها واقعاً توی ذهنت موندن و کدوم فرارن. اون نکته‌های فرار رو جدا بنویس و توی مرورهای بعدی تقویت کن.

جمع‌بندی آخر...

مطالب فرار همیشه وجود دارن، حتی با بهترین روش مطالعه. اما وقتی باتیتر خوانی، یادداشت‌برداری و مرور منظم پیش ببری، ذهنت مثل به‌گاو صندوق میشه که کلیدش فقط دست خودته.

نکته پایانی:

مطالب فرار رو دست‌کم نگیر. اونا مثل صابون خیس، تا وقتی محکم نگیریشون از دستت لیز می‌خورن! هر بار که یکی از این مطالب رو پیدا کردی، جدا بنویسش، با مرور ویژه نگهش دار، تا روز کنکور یادت نره.

راهنمای پاسخنامه آزمون‌ها

در ادامه، راهنمای پاسخنامه آزمون‌ها را به شما معرفی می‌کنیم. این راهنما به شما کمک می‌کند تا با آشنایی با فرمت و ساختار آزمون‌ها، بتوانید به راحتی و با اطمینان بیشتری به پاسخ‌دهی بپردازید. این راهنما شامل موارد زیر است:

زمان پاسخگویی:

سریع (زیر ۱ دقیقه) | استاندارد (۱-۲ دقیقه) |
زمان بر (بیشتر از ۲ دقیقه).

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - خط به خط - سریع) - صفحه ۱۶ - ۱۱۰۱

سطح سؤال:

آسان (اعتماد به نفس) | متوسط (محک جدی)
دشوار (چالش رشد).

هشتگ سؤال:

شماره درس + شماره پایه
دسته بندی راحت تر سؤالات

سبک سؤال:

خط به خط (متن کتاب) | ترکیبی (چند مبحث) |
محاسباتی (فرمول ودقت) | مفهومی (درک عمیق).

شماره صفحه:

منبع اصلی رو راحت پیدا کنید.

یادتون باشه:

- ✓ هر سؤال یک فرصت یادگیری، نه یک مانع.
- ✓ پاسخنامه فقط جواب نیست؛ یک کارگاه آموزشی کامله.
- ✓ با هر آزمون و مرور این پاسخنامه، یک پله بالاتر می‌رید و یک قدم به رؤیایون نزدیک‌تر می‌شید.
- ✓ موفقیت فقط برای کسانی که با برنامه و انگیزه حرکت می‌کنن. شما همون آدمید.



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

بودجه بندی
این آزمون

حسابان ۱: جبر و معادله (کل درس های ۱ تا ۴)، صفحه های ۱ تا ۲۸
هندسه ۲: دایره (تا انتهای جدول صفحه ۲۰)، صفحه های ۹ تا ۲۰
آمار و احتمال: آشنایی با مبانی ریاضیات (کل درس ۱)، صفحه های ۱ تا ۱۵

سهم در
کنکور

حسابان ۱: این مبحث در مجموع ۲ تست از ۱۰ تست کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۲: این مبحث در مجموع ۱ تست از ۴ تست کنکور را پوشش داده است.
آمار و احتمال: این مبحث در مجموع ۱ تست از ۴ تست کنکور را پوشش داده است.

۱- مجموع ریشه های معادله $\sqrt{x^2+1} = \sqrt{3x}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(آسان - خطبه خط - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۲۲ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

با شرط $x \geq 0$ دو طرف معادله را به توان ۲ می رسانیم:

$$x^2 + 1 = 3x \Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = S = 3$$

معادله دارای دو ریشه مثبت بوده و هر دو ریشه قابل قبول هستند.

وقتی معادله گنگ حل کردی یادت باشه...

اگر رادیکال با فرجه زوج داشتیم حتماً باید درستی جواب ها را چک کنیم. یعنی مطمئن شویم عبارت زیر رادیکال با فرجه زوج و عبارت مقابل رادیکال هیچ کدام منفی نمی شوند.

یه نمونه باحال ببین!

$$\sqrt{x^2-7} = \sqrt{2x+1}$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۲}} x^2 - 7 = 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2) = 0$$

$$\begin{cases} x = 4 \checkmark \\ x = -2 \times \Rightarrow \text{عبارت زیر رادیکال ها را منفی می کند.} \end{cases}$$

معادله $2x - 2 = \sqrt{x^2 + x + 4}$ رو خودتون حل کنید و بگید وضعیت جواب چطوره؟

توجه!

درس می خونیم که ازش استفاده کنیم دیگه نه؟ پس وقتی $S = -\frac{b}{a}$ رو بلدیم واسه به دست آوردن مجموع ریشه های معادله درجه دوم ازش استفاده می کنیم و دیگه مثل قبل لازم نیست تک تک ریشه ها رو به دست بیاریم و با هم جمع کنیم تا به مجموع ریشه ها برسیم.

۲- اختلاف ریشه های معادله $|2x-1|=a$ با فرض $a > 0$ برابر ۳ می باشد. مقدار a کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(آسان - محاسباتی - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۲۶ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

با فرض $a > 0$ ، معادله را حل می کنیم:

$$|2x-1|=a \Rightarrow \begin{cases} 2x-1=a \Rightarrow x_1=\frac{a+1}{2} \\ 2x-1=-a \Rightarrow x_2=\frac{-a+1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 - x_2 = \frac{a+1}{2} - \frac{-a+1}{2} = a \Rightarrow a = 3$$

بنابراین:

تعریف قدرمطلق به زبان ریاضی 

$$|A| = \begin{cases} A & A \geq 0 \\ -A & A \leq 0 \end{cases}$$

معادلات قدرمطلق ساده را چطور حل کنیم؟ 

$$1) |A| = k \xrightarrow{k > 0} \begin{cases} A = k \\ A = -k \end{cases}$$

یه نمونه باحال ببین! 

$$|3x - 2| = 4 \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2 = 4 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2 \\ 3x - 2 = -4 \Rightarrow 3x = -2 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$2) |A| = |B| \Rightarrow \begin{cases} A = B \\ A = -B \end{cases}$$

یه نمونه باحال ببین! 

$$|2x + 1| = |x - 7| \Rightarrow \begin{cases} 2x + 1 = x - 7 \Rightarrow x = -8 \\ 2x + 1 = -(x - 7) \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

•• iko ••

۳- مجموعه جواب نامعادله $|2x - 1| < 3$ بازه (a, b) است. $a + b$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

(۱) صفر

(آسان - محاسباتی - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۲۵ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲ 

نامعادله را حل می کنیم:

$$|2x - 1| < 3 \Rightarrow -3 < (2x - 1) < 3 \Rightarrow -2 < 2x < 4 \Rightarrow -1 < x < 2$$

مجموعه جواب نامعادله بازه $(-1, 2)$ است. بنابراین:

$$(a, b) = (-1, 2) \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 1$$

نامعادلات قدرمطلقى ساده را چطور حل کنیم؟ 

$$۱) |A| \leq k \xrightarrow{k > 0} -k \leq A \leq k$$

یه نمونه باحال ببین! 

$$|x-2| < 5 \Rightarrow -5 < x-2 < 5 \Rightarrow -3 < x < 7$$

$$۲) |A| \geq k \xrightarrow{k > 0} \begin{cases} A \geq k \\ \cup \\ A \leq -k \end{cases}$$

یه نمونه باحال ببین! 

$$|3x-1| > 5 \Rightarrow \begin{cases} 3x-1 > 5 \Rightarrow 3x > 6 \Rightarrow x > 2 \\ \cup \\ 3x-1 < -5 \Rightarrow 3x < -4 \Rightarrow x < -\frac{4}{3} \end{cases}$$

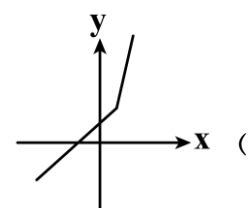
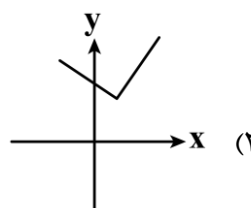
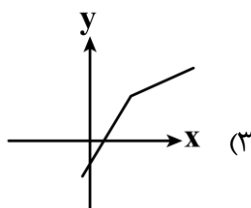
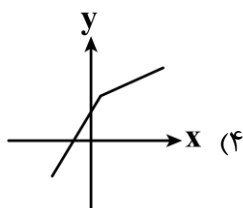
۳) برای حل نامعادلات به فرم $|f(x)| \geq |g(x)|$ باید دو طرف نامعادله را به توان ۲ برسانیم تا قدرمطلق حذف شود.

یه نمونه باحال ببین! 

$$|x+2| \geq |x-1| \xrightarrow{\text{توان ۲}} (x+2)^2 \geq (x-1)^2 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 \geq x^2 - 2x + 1 \Rightarrow 6x \geq -3 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$$



۴- نمودار تابع $y = 2x + |x-1|$ به کدام صورت است؟



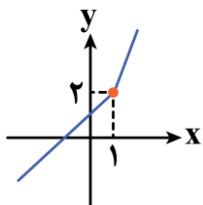
(آسان - خطبه خط - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۲۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱ 

تابع را به صورت دوضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$y = \begin{cases} 2x + (x-1) & x \geq 1 \\ 2x - (x-1) & x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow y = \begin{cases} 3x-1 & x \geq 1 \\ x+1 & x \leq 1 \end{cases}$$

حال نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



روش کلی برای رسم نمودار توابع قدرمطلق

در حالت کلی برای رسم نمودار توابع قدرمطلق، کافی است عبارت داخل قدرمطلق را تعیین علامت کرده و تابع قدرمطلق را به تابع چندضابطه‌ای تبدیل و بعد نمودار آن را رسم کنیم.

یه نمونه باحال ببین!

نمودار تابع $y = x + |x - 1|$ را رسم کنید.

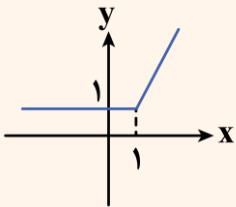
پاسخ تشریحی:

ابتدا عبارت داخل قدرمطلق را تعیین علامت می‌کنیم تا بتوانیم قدرمطلق را حذف کنیم:

x	1
$x - 1$	$- \quad +$

$$y = \begin{cases} x + (x - 1) & x \geq 1 \\ x - (x - 1) & x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow y = \begin{cases} 2x - 1 & x \geq 1 \\ 1 & x \leq 1 \end{cases}$$

در نتیجه نمودار تابع به صورت زیر است:



••• i/o •••

۵- اگر $-2 < x < 2$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 8x + 16}$ چقدر است؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

(آسان - خطبه خط - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۲۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

روش اول

با توجه به این که عبارت‌های درون قدرمطلق، قابل تبدیل به مربع کامل هستند، پس عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 8x + 16} = \sqrt{(x - 3)^2} + \sqrt{(x + 4)^2} = |x - 3| + |x + 4|$$

برای تعیین علامت عبارت‌های درون قدرمطلق توجه داریم که چون $-2 < x < 2$ است، بنابراین $x - 3 < 0$ و $x + 4 > 0$ است.

$$\underbrace{|x - 3|}_{-} + \underbrace{|x + 4|}_{+} = -x + 3 + x + 4 = 7$$

روش دوم

با توجه به این که گزینه‌ها به مقدار x وابسته نیستند، پس حتماً عبارت $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 8x + 16}$ به‌ازای تمام مقادیر x در بازه $-2 < x < 2$ مقداری ثابت است، پس عددگذاری می‌کنیم:

$$\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 8x + 16} \xrightarrow{x=0} \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$$

••• i/o •••

- ۶- معادله $3x = \sqrt{7x+2}$ و معادله $\sqrt{3x+1} + \alpha = \sqrt{x}$ جواب مشترک دارند، مقدار α کدام است؟
- (۱) -۲ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۱

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۲۱ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

برای معادله اول شرط دامنه $x \geq -\frac{2}{7}$ و شرط وجود جواب $x \geq 0$ است. برای معادله دوم شرط دامنه $x \geq -\frac{1}{3}$ و $x \geq 0$ است. اشتراک شرایط بالا $x \geq 0$ می باشد.

با فرض $x \geq 0$ دو طرف معادله $3x = \sqrt{7x+2}$ را به توان ۲ می رسانیم:

$$9x^2 = 7x + 2 \Rightarrow 9x^2 - 7x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \checkmark \\ x = -\frac{2}{9} \text{ غ قق} \end{cases}$$

پس معادله دیگر هم جواب $x = 1$ را دارد و $x = 1$ در آن صدق می کند. پس:

$$\sqrt{4} + \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = -1$$

دامنه توابع رادیکالی

برای محاسبه دامنه توابع رادیکالی با فرجه زوج به صورت زیر عمل می کنیم:

$$f(x) = \sqrt[n]{g(x)} \Rightarrow D_f = D_g \cap \{x | g(x) \geq 0\}$$

یعنی علاوه بر تعیین دامنه عبارت زیر رادیکال، زیر رادیکال با فرجه زوج باید همیشه نامنفی باشد.

یادآوری از معادلات درجه دوم!

در معادله درجه دوم به فرم $ax^2 + bx + c = 0$ می توان گفت:

$$a + b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

$$a + c = b \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -\frac{c}{a} \end{cases}$$

یه نمونه باحال ببین!

$$2x^2 - 10x + 8 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{8}{2} = 4 \end{cases}$$

$$3x^2 + 7x + 4 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -\frac{4}{3} \end{cases}$$



۷- حاصل ضرب جواب‌های حقیقی معادله $\frac{12}{\sqrt{x}+2} - \frac{6}{\sqrt{x}+1} = 1$ کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۲۲ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

توجه کنید که به خاطر شرط دامنه عبارت رادیکالی، $x \geq 0$ می‌باشد. مخرج مشترک گرفته و معادله را ساده می‌کنیم:

$$\frac{12(\sqrt{x}+1) - 6(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+1)} = 1 \Rightarrow \frac{6\sqrt{x}}{x+3\sqrt{x}+2} = 1$$

$$\Rightarrow 6\sqrt{x} = x + 3\sqrt{x} + 2 \Rightarrow x - 3\sqrt{x} + 2 = 0$$

توجه می‌کنیم که معادله به دست آمده همان $(\sqrt{x})^2 - 3(\sqrt{x}) + 2 = 0$ است؛ برای حل آن به کمک اتحاد جمله مشترک داریم:

$$\Rightarrow (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x}=1 \\ \sqrt{x}=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1=1 \\ x_2=4 \end{cases} \Rightarrow x_1 x_2 = 4$$

••• iho •••

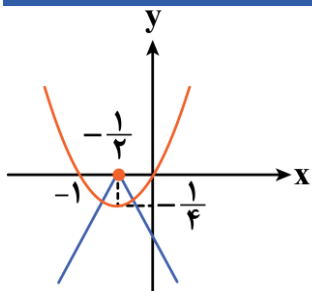
۸- معادله $x^2 + x = k - |2x+1|$ فقط یک جواب دارد. k کدام است؟

(۴) $-\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۱) $\frac{1}{2}$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۲۷ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

نمودار دو تابع $y = x^2 + x$ و $y = -|2x+1|$ را رسم می‌کنیم:



اگر نمودار $y = -|2x+1|$ به اندازه $\frac{1}{4}$ به سمت پایین انتقال یابد، دو نمودار یکدیگر را فقط در $x = -\frac{1}{4}$ قطع می‌کنند، بنابراین $k = -\frac{1}{4}$ می‌باشد.

روش هندسی برای حل معادلات!

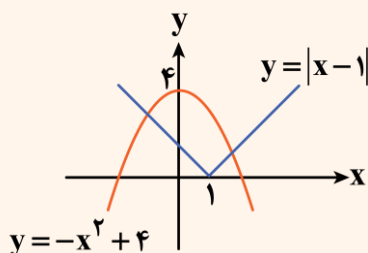
برای حل معادلاتی که در ۲ طرف تساوی، ۲ عبارت غیر همجنس داریم می‌توانیم از روش هندسی استفاده کنیم. بدین صورت که نمودار دو طرف تساوی را رسم کرده و نقاط برخورد را به عنوان جواب‌های معادله در نظر می‌گیریم.

یه نمونه باحال ببین!

معادله $-x^2 + 4 = |x-1|$ چند جواب دارد؟

پاسخ تشریحی:

نمودار $y = -x^2 + 4$ و $y = |x-1|$ را با هم در یک دستگاه رسم می‌کنیم. نمودارها یکدیگر را در ۲ نقطه قطع می‌کنند، پس معادله ۲ جواب دارد.



••• iho •••

۹- اگر $\sqrt{3x+4} - \sqrt{3x-8} = 3$ باشد، مقدار $\sqrt{3x-8}$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۲۲ - ۱۱۰۱

روش اول

معادله را حل می‌کنیم، ببینید:

$$\begin{aligned} \sqrt{3x+4} - \sqrt{3x-8} = 3 &\Rightarrow \sqrt{3x+4} = \sqrt{3x-8} + 3 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 3x+4 = 3x-8 + 6\sqrt{3x-8} + 9 \\ \Rightarrow 6\sqrt{3x-8} = 3 &\Rightarrow \sqrt{3x-8} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

در حل معادله و قبل از رسیدن به جواب حاصل $\sqrt{3x-8}$ به دست آمد که برابر $\frac{1}{2}$ شد.

روش دوم

با فرض $\sqrt{3x+4} + \sqrt{3x-8} = k$ خواهیم داشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{3x+4} - \sqrt{3x-8} = 3 \\ \sqrt{3x+4} + \sqrt{3x-8} = k \end{array} \right\} \xrightarrow{\times} (3x+4) - (3x-8) = 3k \Rightarrow 3k = 12 \Rightarrow k = 4$$

بنابراین:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{3x+4} + \sqrt{3x-8} = 4 \\ \sqrt{3x+4} - \sqrt{3x-8} = 3 \end{array} \right\} \xrightarrow{-} 2\sqrt{3x-8} = 1 \Rightarrow \sqrt{3x-8} = \frac{1}{2}$$



۱۰- کمترین مقدار تابع $y = |x-1| + |x+a|$ برابر ۴ است. مجموع مقادیر a کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

پاسخ: گزینه ۴

(آسان - مفهومی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۲۸ - ۱۱۰۱

کمترین مقدار تابع گلدانی $y = |x-\alpha| + |x-\beta|$ برابر $|\alpha-\beta|$ است، بنابراین کمترین مقدار این تابع برابر $|1+a|$ می‌باشد، در نتیجه:

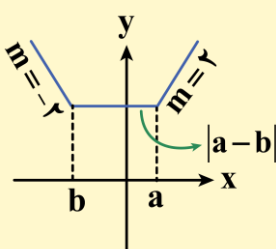
$$|a+1| = 4 \Rightarrow \begin{cases} a+1=4 \\ a+1=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1=3 \\ a_2=-5 \end{cases} \Rightarrow a_1+a_2 = -2$$

تابع گلدانی

نمودار تابع $y = |x-a| + |x-b|$ در حالت کلی به نمودار گلدانی مشهور است و به صورت زیر می‌باشد: ($a > b$)

	b	a
x-a	-	+
x-b	-	+

$$\Rightarrow y = \begin{cases} 2x-a-b & x \geq a \\ a-b & b \leq x \leq a \\ -2x+a+b & x \leq b \end{cases}$$



$$\min(y) = |a-b|$$

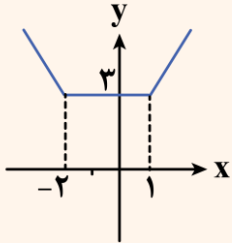
توجه!

تعیین علامت عبارت‌های درون قدرمطلق و تبدیل تابع به تابع چندضابطه‌ای برای درک بهتر شما نوشته شده است و برای رسم تابع نیازی به نوشتن این مراحل نیست.

یه نمونه باحال ببین!

نمودار تابع $y = |x - 1| + |x + 2|$ را رسم کنید. کمترین مقدار تابع چقدر است؟

پاسخ تشریحی:



$$y = |x - 1| + |x + 2|$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 $x=1$ $x=-2$

کمترین مقدار تابع همان $|1 - (-2)|$ یعنی ۳ می‌باشد.



۱۱- در یک دنباله حسابی، اگر به جمله اول و قدرنسبت، k واحد اضافه کنیم به مجموع ۲۰ جمله اول ۸۴۰ واحد اضافه می‌شود. k کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

مجموع ۲۰ جمله اول در ابتدا برابر است با:

$$S_{20} = \frac{20}{2}(2a_1 + 19d) = 10(2a_1 + 19d)$$

پس از اضافه کردن k واحد به جمله اول و قدرنسبت، مجموع ۲۰ جمله اول برابر است با:

$$S'_{20} = \frac{20}{2}(2(a_1 + k) + 19(d + k)) = 10(2a_1 + 19d + 21k)$$

خواهیم داشت:

$$S'_{20} - S_{20} = 840 \Rightarrow 10(2a_1 + 19d + 21k) - 10(2a_1 + 19d) = 840 \Rightarrow 210k = 840 \Rightarrow k = 4$$

مجموع جملات در دنباله حسابی

در یک دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d مجموع n جمله اول دنباله از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \underbrace{\frac{n}{2}(a_1 + a_n)}_{(I)} = \underbrace{\frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)}_{(II)}$$

اگر در محاسبه مجموع جملات، جمله اول و آخر معلوم باشد از فرمول (I) و اگر جمله اول و قدرنسبت مشخص باشد از فرمول (II) استفاده می‌کنیم.



۱۲- در ۱۰ جمله اول یک دنباله هندسی با قدرنسبت ۲، مجموع جملات شماره زوج ۱۰۲۳ واحد بیش تر از مجموع جملات با شماره فرد است. جمله اول دنباله کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۵ - ۱۱۰۱

اگر a_1 جمله اول دنباله باشد، ۵ جمله با شماره فرد، تشکیل یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدرنسبت ۴ و ۵ جمله با شماره زوج، تشکیل یک دنباله هندسی با جمله اول $a_2 = 2a_1$ و قدرنسبت ۴ می دهند، بنابراین:

$$S_{\text{زوج}} - S_{\text{فرد}} = 1023 \Rightarrow \frac{2a_1(4^5 - 1)}{4 - 1} - \frac{a_1(4^5 - 1)}{4 - 1} = 1023$$

$$\Rightarrow 2a_1\left(\frac{1023}{3}\right) - a_1\left(\frac{1023}{3}\right) = 1023 \Rightarrow \frac{a_1}{3} \times (1023) = 1023 \Rightarrow a_1 = 3$$

مجموع جملات در دنباله هندسی

در یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدرنسبت q ، مجموع جملات از رابطه زیر به دست می آید:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

تذکره!

توجه کنید جملات با شماره فرد تشکیل یک دنباله هندسی با قدرنسبت q^2 و جملات با شماره زوج نیز تشکیل یک دنباله هندسی با قدرنسبت q^2 می دهند.

۱۳- در دنباله حسابی ...، -۱۱۳، -۱۲۰، -۱۲۷ - حداقل چند جمله با شروع از جمله اول را با هم جمع کنیم تا مجموع جملات، عددی مثبت باشد؟

۳۸ (۴)

۳۷ (۳)

۱۹ (۲)

۱۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۶ - ۱۱۰۱

جمله اول دنباله -۱۲۷ و قدرنسبت ۷ است، بنابراین:

$$S_n = \frac{n}{2}(2(-127) + (n-1)(7)) > 0$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2}(7n - 261) > 0 \xrightarrow[\times \frac{2}{n}]{n > 0} 7n - 261 > 0 \Rightarrow n > \frac{261}{7} \Rightarrow n > 37/2 \Rightarrow n \geq 38$$

حداقل ۳۸ جمله از ابتدای دنباله باید جمع کنیم، تا حاصل عددی مثبت باشد.

۱۴- معادله‌ای که ریشه‌های آن برابر حاصل جمع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله $2x^2 - 5x - 1 = 0$ باشد، کدام است؟

$$4x^2 - 8x - 5 = 0 \quad (۲)$$

$$4x^2 + 8x - 5 = 0 \quad (۱)$$

$$4x^2 - 3x - 10 = 0 \quad (۴)$$

$$4x^2 + 3x - 10 = 0 \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۲

(آسان - محاسباتی - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۹ - ۱۱۰۱

$$S = \alpha + \beta = \frac{5}{2}, P = \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

حاصل جمع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله $2x^2 - 5x - 1 = 0$ برابر است با:

ریشه‌های معادله جدید $\frac{5}{2}$ و $-\frac{1}{2}$ می‌باشند، بنابراین معادله جدید به صورت زیر است:

$$(x - \frac{5}{2})(x + \frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - \frac{5}{4} = 0 \Rightarrow 4x^2 - 8x - 5 = 0$$

روش‌های تشکیل معادله درجه دوم

۱) اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم باشند، معادله به فرم $(x - \alpha)(x - \beta) = 0$ یا هر مضرب غیرصفری از آن خواهد بود.

یه نمونه باحال ببین!

معادله درجه دومی بسازید که ریشه‌هایش $\frac{1}{3}$ و $-\frac{1}{2}$ باشند.

پاسخ تشریحی:

$$(x - \frac{1}{3})(x + \frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{6} = 0 \xrightarrow{\times 6} 6x^2 + x - 1 = 0$$

۲) اگر S و P به ترتیب جمع و ضرب ریشه‌های معادله درجه دوم باشند، معادله به فرم $x^2 - Sx + P = 0$ یا هر مضرب غیرصفری از آن خواهد بود.

یه نمونه باحال ببین!

معادله درجه دومی بسازید که ریشه‌هایش $2 + \sqrt{5}$ و $2 - \sqrt{5}$ باشد.

پاسخ تشریحی:

$$S = (2 + \sqrt{5}) + (2 - \sqrt{5}) = 4$$

$$P = (2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = 4 - 5 = -1$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 1 = 0$$



۱۵- «محمدطاها» می‌خواهد ۲۵ کیلوگرم محلول آب‌نمک با غلظت ۳۲ درصد را به یک محلول آب‌نمک با غلظت ۴۰ درصد تبدیل کند. او می‌خواهد این کار را با اضافه کردن a کیلوگرم نمک به محلول و یا تبخیر b کیلوگرم آب از محلول انجام دهد. $b - a$ کدام است؟

$$۲ \quad (۴)$$

$$\frac{۵}{۳} \quad (۳)$$

$$\frac{۴}{۳} \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۱۸ - ۱۱۰۱

میزان نمک موجود در محلول برابر $۸ \text{ kg} = \frac{۳۲}{۱۰۰} \times ۲۵$ می‌باشد، بنابراین $۲۵ - ۸ = ۱۷ \text{ kg}$ آب موجود است.

گام اول

$$\frac{۸+a}{۲۵+a} = \frac{۴۰}{۱۰۰} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow ۴۰ + ۵a = ۵۰ + ۲a \Rightarrow a = \frac{۱۰}{۳} \text{ kg}$$

با اضافه کردن a کیلوگرم نمک، غلظت محلول ۴۰ درصد می‌شود.

با تبخیر b کیلوگرم آب، غلظت محلول ۴۰ درصد می شود.

$$\frac{8}{25-b} = \frac{40}{100} = \frac{2}{5} \Rightarrow 40 = 50 - 2b \Rightarrow b = 5$$

بنابراین:

$$b - a = 5 - \frac{10}{3} = \frac{5}{3}$$

یادی کنیم از شیمی!

اگر بخواهیم غلظت یک محلول (مانند آب نمک) را برحسب درصد به دست آوریم کافی است جرم حل شونده (نمک) را بر جرم محلول تقسیم کرده و جواب را در ۱۰۰ ضرب کنیم.

$$\text{جرم حل شونده} \times 100 = \frac{\text{جرم محلول}}{\text{غلظت برحسب درصد}}$$

توجه داریم جرم محلول برابر مجموع جرم حلال و حل شونده است.



۱۶- اگر $x = -2$ یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 + kx^2 - x - 6$ باشد، مجموع مربع صفرهای دیگر تابع کدام است؟
 (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۱۳ (۴) ۱۰

متوسط - محاسباتی - استاندارد (۶) - حسابان ۱ صفحه ۱۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

$x = -2$ یکی از صفرهای تابع است، بنابراین $f(-2) = 0$ می باشد.

$$f(-2) = -8 + 4k + 2 - 6 = 0 \Rightarrow 4k = 12 \Rightarrow k = 3$$

$f(x)$ را بر $(x+2)$ تقسیم می کنیم:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 6 = (x+2)(x^2 + x - 3)$$

اگر ریشه های $x^2 + x - 3 = 0$ را α و β بنامیم خواهیم داشت:

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-1)^2 - 2(-3) = 7$$

صفرهای تابع

منظور از صفرهای تابع $f(x)$ همان نقاط برخورد تابع $f(x)$ با محور x ها می باشد. برای پیدا کردن صفرهای تابع $f(x)$ کافی است معادله $f(x) = 0$ را حل کنیم.

یه نمونه باحال ببین!

صفرهای تابع $f(x) = x^2 - x - 6$ را محاسبه کنید.

پاسخ تشریحی:

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \end{cases}$$

در گوشی از معادلات

در معادله $f(x) = 0$ که $f(x)$ یک چندجمله ای است. اگر $x = k$ یکی از جواب های معادله باشد برای به دست آوردن سایر جواب ها، $f(x)$ را بر $x - k$ تقسیم می کنیم.

یه نمونه باحال ببین!

اگر $x = 2$ یکی از جواب های معادله $x^3 - 6x^2 + 11x + m = 0$ باشد، سایر جواب های معادله را به دست آورید.

پاسخ تشریحی:

چون $x = 2$ جواب معادله است، پس در معادله صدق می‌کند، بنابراین:

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0 \Rightarrow m = -6$$

برای به دست آوردن سایر جواب‌ها، معادله را بر $x - 2$ تقسیم می‌کنیم، ببینید:

$$\begin{array}{r}
 x^3 - 6x^2 + 11x - 6 \quad | \quad x - 2 \\
 \underline{x^3 - 2x^2} \\
 -4x^2 + 11x - 6 \\
 \underline{-4x^2 + 8x} \\
 3x - 6 \\
 \underline{3x - 6} \\
 0
 \end{array}$$

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x^2 - 4x + 3) = 0 \Rightarrow (x - 2)(x - 3)(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$

بنابراین سایر جواب‌های معادله $x = 3$ و $x = 1$ هستند.۱۷- اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 + 4x - 7 = 0$ باشند، حاصل $\frac{7\alpha}{\beta} - \beta^2$ چقدر است؟

-۱۴ (۴)

-۱۵ (۳)

-۲۸ (۲)

-۳۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۸ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

روش اول

مجموع و حاصل ضرب جواب‌ها را می‌نویسیم:

$$S = \alpha + \beta = -4$$

$$P = \alpha\beta = -7 \Rightarrow \beta = -\frac{7}{\alpha}$$

خواهیم داشت:

$$\frac{7\alpha}{\beta} - \beta^2 = \frac{7\alpha}{-\frac{7}{\alpha}} - \beta^2 = -\alpha^2 - \beta^2 = -(\alpha^2 + \beta^2) = -(S^2 - 2P) = -(16 + 14) = -30$$

روش دوم

مجموع و حاصل ضرب جواب‌های معادله برابر است با:

$$S = \alpha + \beta = -4$$

$$P = \alpha\beta = -7 \Rightarrow -\alpha\beta = 7$$

بنابراین:

$$\frac{7\alpha}{\beta} - \beta^2 = \frac{(-\alpha\beta)\alpha}{\beta} - \beta^2 = -\alpha^2 - \beta^2 = -(\alpha^2 + \beta^2) = -(S^2 - 2P) = -(16 + 14) = -30$$

 روابط بین جواب‌های معادله درجه دوم

اگر α و β جواب‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، آنگاه:

$$۱) S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$۲) P = \alpha \times \beta = \frac{c}{a}$$

$$۳) |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \quad (\Delta > 0)$$

$$۴) \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$$

$$۵) \alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS$$

$$۶) \sqrt{\alpha} \pm \sqrt{\beta} = \sqrt{S \pm 2\sqrt{P}} \quad (\alpha, \beta > 0)$$

 راهنمای زرتنگ‌بازی!

سعی نکن روابط بالا رو حفظ کنی! همیشه یادت باشه که با اتحادها و یکم عملیات جبری می‌توننی هر عبارتی رو که برحسب ریشه‌ها دادن، بر حسب S و P بنویسی. مثلاً:

به کمک اتحاد مربع دوجمله‌ای داریم:

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P$$

به کمک اتحاد مکعب دوجمله‌ای داریم:

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = S^3 - 3PS$$



۱۸- نقاط $(-1, 2)$ و $(-1, 3)$ بر روی سهمی f قرار دارند. اگر حاصل ضرب صفرهای سهمی برابر ۳ باشد، $f(1)$ کدام است؟

$$-\frac{2}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۳)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۱۱ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲ 

نقاط $(-1, 2)$ و $(-1, 3)$ هم‌عرض هستند، بنابراین مجموع طول این نقاط با مجموع صفرهای تابع برابر است.

$$S = \alpha + \beta = 2 + 3 = 5$$

حاصل ضرب صفرهای تابع برابر ۳ است، یعنی $P = \alpha\beta = 3$ ، در نتیجه:

$$f(x) = a(x^2 - Sx + P) = a(x^2 - 5x + 3)$$

نقطه $(-1, 2)$ بر تابع واقع است، بنابراین:

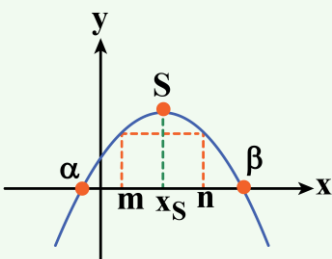
$$f(2) = -1 \Rightarrow a(4 - 10 + 3) = -1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$f(x) = \frac{1}{3}(x^2 - 5x + 3) \Rightarrow f(1) = \frac{1}{3}(1 - 5 + 3) = -\frac{1}{3}$$

خواهیم داشت:

 از سهمی به خاطر داشته باش...

در یک سهمی، اگر دو نقطه با عرض یکسان داشته باشیم، میانگین طول ۲ نقطه همان طول رأس سهمی می‌باشد. برای مثال، اگر سهمی محور x ها را در ۲ نقطه قطع کند باز هم عرض ۲ نقطه برابر بوده (برابر صفر است) و نکته گفته شده برقرار است. پس داریم:



$$\frac{\alpha + \beta}{2} = x_S \Rightarrow \alpha + \beta = m + n$$

$$\frac{m + n}{2} = x_S$$

تذکره!

این جا S به نقطه S اشاره دارد که رأس سهمی است نه مجموع ریشه ها.



۱۹- به ازای چند مقدار a ، مجموع جواب های حقیقی معادله $a^2x + a + 2 = (a+1)x^2$ از حاصل ضرب جواب ها یک واحد بیش تر است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

(سخت - محاسباتی - زمان بر) - حسابان ۱ صفحه ۸ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا مجموع و حاصل ضرب ریشه ها را به دست می آوریم:

$$S = \frac{a^2}{a+1} \quad P = \frac{a+2}{a+1}$$

حاصل ضرب جواب ها: $P = \frac{a+2}{a+1}$ مجموع جواب ها: $S = \frac{a^2}{a+1}$

$$S - P = 1 \Rightarrow \frac{a^2}{a+1} - \frac{a+2}{a+1} = 1 \Rightarrow \frac{a^2 - a - 2}{a+1} = 1$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 2 = a + 1 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 3 \end{cases}$$

چون ریشه مخرج است. غ ق ق

به ازای $a = -1$ ، معادله درجه اول بوده و شرایط مسئله برقرار نمی باشد. حال باید شرط $\Delta > 0$ را برای $a = 3$ بررسی کنیم:

$$a = 3 \Rightarrow 4x^2 - 9x + 5 = 0 \Rightarrow \Delta = 81 - 80 = 1 > 0.$$

بنابراین $a = 3$ قابل قبول می باشد و فقط به ازای یک مقدار a شرایط مسئله برقرار است.



۲۰- اختلاف جواب های حقیقی معادله $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-3)^2} = \frac{5}{36}$ چقدر است؟

(۴) ۱۰

(۳) ۹

(۲) ۸

(۱) ۷

(سخت - محاسباتی - زمان بر) - حسابان ۱ صفحه ۱۸ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

روش اول

عبارت سمت چپ معادله را مربع کامل می کنیم:

$$\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-3}\right)^2 + \frac{2}{x(x-3)} = \frac{5}{36} \Rightarrow \left(\frac{-3}{x(x-3)}\right)^2 + \frac{2}{x(x-3)} = \frac{5}{36}$$

با فرض $k = \frac{1}{x(x-3)}$ خواهیم داشت:

$$9k^2 + 2k - \frac{5}{36} = 0 \Rightarrow k = \frac{-2 \pm \sqrt{4+5}}{18} \Rightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{18} \\ k = -\frac{5}{18} \end{cases}$$

بنابراین:

$$\begin{cases} \frac{1}{x(x-3)} = \frac{1}{18} \\ \frac{1}{x(x-3)} = -\frac{5}{18} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(x-3) = 18 \\ x(x-3) = -\frac{18}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 3x - 18 = 0 \Rightarrow (x+3)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 6 \end{cases} \\ x^2 - 3x + \frac{18}{5} = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{ریشه حقیقی ندارد.} \end{cases}$$

در نتیجه اختلاف ریشه‌های حقیقی معادله برابر $6 - (-3) = 9$ است.

روش دوم

اگر کمی برای حل معادله از ابتکار و خلاقیت استفاده کنیم، داریم:

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-3)^2} = \frac{5}{36}$$

با توجه به این که در سمت چپ معادله ۲ کسر با صورت ۱ و مخرج مربع داریم که عامل‌های مخرج بدون در نظر گرفتن توان ۲، سه واحد اختلاف دارند پس کافی است سمت راست معادله را هم به همین صورت بنویسیم، ببینید:

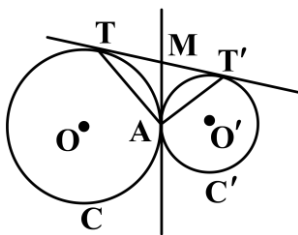
$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-3)^2} = \frac{1}{36} + \frac{4}{36} = \frac{1}{36} + \frac{1}{9} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-3)^2} = \frac{1}{6^2} + \frac{1}{3^2} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x - 3 = 3 \Rightarrow x = 6 \checkmark \end{cases} \\ \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-3)^2} = \frac{1}{(-3)^2} + \frac{1}{(-6)^2} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x - 3 = -6 \Rightarrow x = -3 \checkmark \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین اختلاف جواب‌های معادله برابر $6 - (-3) = 9$ می‌باشد. اگر تونستید با این روش حل کنید دمتون گرم!!



۲۱- دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ در نقطه A مماس و خطوط TT' و MA نیز بر هر دو دایره مماس هستند. چه تعداد از گزاره‌های

زیر همواره درست هستند؟



(ج) $AM \perp TT'$

(ب) $\hat{TAT}' = 90^\circ$

(الف) $2AM = TT'$

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

(آسان - ترکیبی - سریع) - هندسه ۲ صفحه ۲۰ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

بررسی موارد:

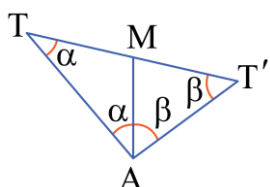
(الف) می‌دانیم طول مماس‌های رسم شده بر دایره از یک نقطه برابرند. پس:

$$\left. \begin{array}{l} MT = MA \text{ دو مماس رسم شده بر } C \\ MT' = MA \text{ دو مماس رسم شده بر } C' \end{array} \right\} \Rightarrow MT = MT' = MA \Rightarrow MA = \frac{1}{2} TT' \Rightarrow 2MA = TT'$$

پس گزاره «الف» درست است.



روش اول



$$MA = MT \Rightarrow \hat{ATM} = \hat{TAM} = \alpha$$

$$MA = MT' \Rightarrow \hat{AT'M} = \hat{T'AM} = \beta$$

با توجه به آن چه در بررسی «الف» بیان شد، داریم:

$$\Delta ATT': \hat{A} + \hat{T} + \hat{T}' = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta + \alpha + \beta = 180^\circ \Rightarrow 2\alpha + 2\beta = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

روش دوم

چون در مثلث قائم الزاویه میانه وارد بر وتر نصف وتر است و برعکس، داریم:

$$MT = MT' \Rightarrow TT' = 2MT \xrightarrow{MA=MT} TT' = 2MA \Rightarrow MA = \frac{1}{2} TT' \Rightarrow \hat{TAT}' = 90^\circ$$

پس گزاره «ب» نیز درست است.

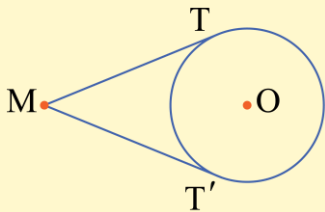


گزاره «ج» نادرست است؛ زیرا AM میانه است. در صورتی AM می تواند ارتفاع باشد که مثلث ATT' متساوی الساقین باشد یا به عبارت دیگر برای ایجاد این حالت باید دو دایره مساوی باشند. پس گزاره «ج» لزومی ندارد همواره درست باشد. پس در مجموع ۲ گزاره درست هستند.

خطوط مماس بر دایره



اگر از نقطه ای خارج از دایره دو مماس بر دایره رسم کنیم، طول این دو مماس با یکدیگر برابر است.



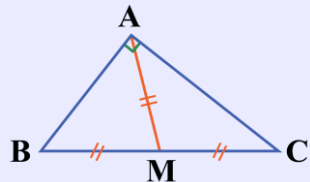
$$MT = MT'$$

میانه وارد بر وتر



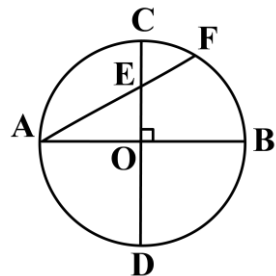
در هر مثلث قائم الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است و برعکس. یعنی اگر در مثلثی، اندازه یکی از میانه ها نصف ضلع نظیر آن باشد، آن مثلث قطعاً قائم الزاویه است.

نتیجه: اگر در یک مثلث قائم الزاویه پاره خطی از رأس قائمه به نقطه ای روی وتر وصل کنیم به طوری که اندازه این پاره خط با هر یک از قطعه های ایجاد شده روی وتر برابر باشد، آن پاره خط حتماً میانه وارد بر وتر است.



$$\hat{A} = 90^\circ \Leftrightarrow AM = \frac{BC}{2}$$

۲۲- در دایره (O, ۶)، اگر OE = EF باشد؛ آن گاه طول کمان BF برابر کدام است؟



$$\pi \quad (1)$$

$$2\pi \quad (2)$$

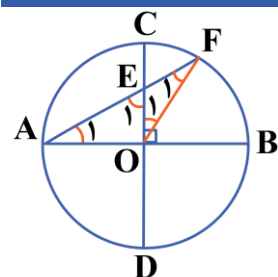
$$\frac{\pi}{2} \quad (3)$$

$$\frac{3\pi}{2} \quad (4)$$

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۱۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

از مرکز O به F وصل می کنیم، بنابراین:



$$\begin{aligned} OF = OA &\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{F}_1 \\ OE = EF &\Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{F}_1 \end{aligned} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{F}_1 = \hat{O}_1 = \alpha$$

$$\hat{E}_1 = \hat{F}_1 + \hat{O}_1 = 2\alpha$$

$\hat{E}_1$ زاویه خارجی مثلث $\triangle OEF$ است، پس:

$$OAE: \hat{O} = 90^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{E}_1 = 90^\circ \Rightarrow \alpha + 2\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

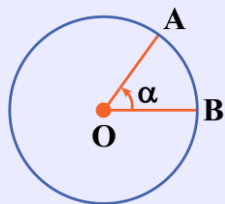
بنابراین:

$$\hat{A}_1 = \frac{\widehat{BF}}{2} \Rightarrow 30^\circ = \frac{\widehat{BF}}{2} \Rightarrow \widehat{BF} = 60^\circ$$

$$BF \text{ طول کمان} = \frac{60^\circ}{360^\circ} \times 2\pi R = \frac{1}{6} \times 2\pi \times 6 = 2\pi$$

بنابراین طول کمان BF برابر است با:

محاسبه طول کمان در دایره



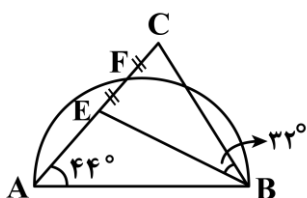
$$AB \text{ طول کمان} = \frac{\alpha}{360^\circ} \times 2\pi R$$

α زاویه کمان بر حسب درجه است.



۲۳- در نیم دایره به قطر AB ، اگر $CF = EF$ باشد؛ آن گاه زاویه $\hat{ABE}$ چند درجه است؟

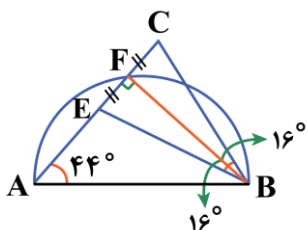
- (۱) 15°
- (۲) 16°
- (۳) 30°
- (۴) 32°



(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۱۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

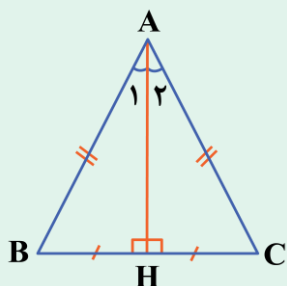
از B به F وصل می کنیم، در این صورت زاویه $\hat{AFB}$ محاطی روبه رو به قطر است، پس قائمه است. در نتیجه در مثلث $\triangle BEC$ پاره خط BF هم میانه و هم ارتفاع است، پس این مثلث متساوی الساقین است و BF نیمساز زاویه 32° می باشد. بنابراین:



$$\triangle ABF: \hat{A} + \hat{F} + \hat{ABF} = 180^\circ \Rightarrow 44^\circ + 90^\circ + 16^\circ + \hat{ABE} = 180^\circ \Rightarrow \hat{ABE} = 30^\circ$$

قلقشو یاد بگیر!

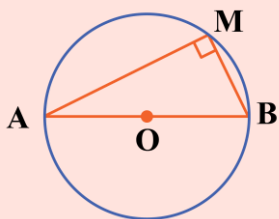
اگر در یک مثلث از بین نیمساز، ارتفاع، میانه و عمودمنصف وارد بر یک ضلع، دو تا از آن ها بر هم منطبق باشند در واقع هر چهار تای آن ها بر هم منطبق اند و آن مثلث متساوی الساقین (می تواند متساوی الاضلاع هم باشد) است و ضلعی که این پاره خط ها به آن وارد شده اند قاعده مثلث است.



$$AB = AC \Rightarrow (AH \text{ ارتفاع، میانه، نیمساز و عمودمنصف است.})$$

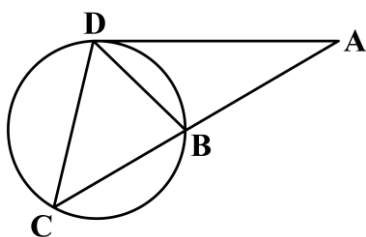
توجه!

زاویهٔ محاطی روبه‌روی قطر دایره برابر 90° است.



$$\hat{M} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

۲۴- در شکل زیر پاره خط AD بر دایره مماس، $AB=4$ و $AD=6$ است. مساحت مثلث DAB چند درصد مساحت مثلث DBC است؟



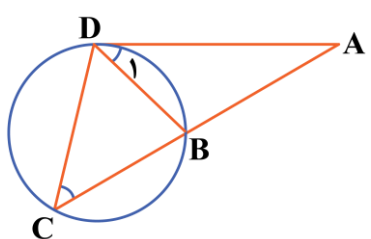
- (۱) ۵۰
(۲) ۷۵
(۳) ۸۰
(۴) ۸۵

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۱۵ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

روش اول

دو مثلث ABD و ADC را در نظر می‌گیریم:

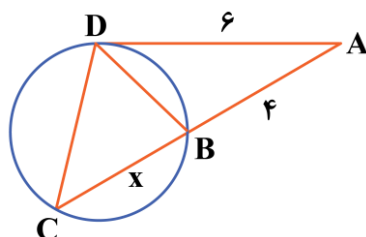


$$\left. \begin{array}{l} \text{زاویهٔ ظلی} \\ \hat{D}_1 = \frac{\widehat{BD}}{2} \\ \text{زاویهٔ محاطی} \\ \hat{C} = \frac{\widehat{BD}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C} \left\{ \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{(ز)}} \triangle ABD \sim \triangle ADC \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \left(\frac{AB}{AD} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \left(\frac{4}{6} \right)^2 = \frac{4}{9} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle DBC}} = \frac{4}{5} \xrightarrow{\text{تبدیل به درصد}} \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle DBC}} = \frac{4}{5} \times 100 = 80\%$$

روش دوم

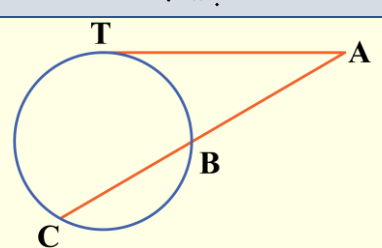
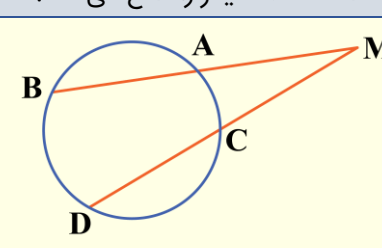
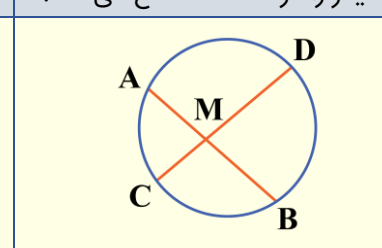
از روابط طولی در دایره داریم:



$$AD^2 = AB \times AC \Rightarrow 6^2 = 4 \times (4 + x) \Rightarrow 36 = 16 + 4x \Rightarrow x = 5$$

هر دو مثلث ADB و BDC دارای ارتفاع یکسان هستند، بنابراین:

$$\frac{S_{\triangle ADB}}{S_{\triangle BDC}} = \frac{4}{5} \Rightarrow S_{\triangle ADB} = 80\% S_{\triangle BDC}$$

اگر AT در نقطه T بر دایره مماس باشد.	امتداد وترهای AB و CD خارج دایره در نقطه M همدیگر را قطع می کنند.	وترهای AB و CD داخل دایره یکدیگر را در نقطه M قطع می کنند.
		
$AT^2 = AB \times AC$	$MA \times MB = MC \times MD$	$MA \times MB = MC \times MD$



۲۵- نقطه P خارج دایره به مرکز O قرار دارد. اگر کمترین و بیشترین فاصله P از نقاط روی این دایره ۴ و ۹ باشد و PT بر دایره مماس باشد؛ آن گاه فاصله نقطه تماس T تا OP برابر کدام است؟

$$\frac{27}{13} \quad (4)$$

$$\frac{25}{13} \quad (3)$$

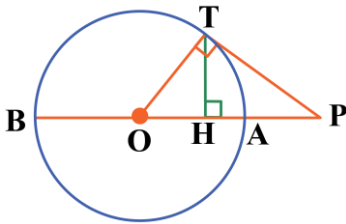
$$\frac{32}{13} \quad (2)$$

$$\frac{30}{13} \quad (1)$$

(سخت - ترکیبی - زمان ۵ دقیقه) - هندسه ۲ صفحه ۱۹ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

از نقطه P خارج دایره، به مرکز دایره یعنی O وصل می کنیم و امتداد می دهیم تا دایره را در نقاط A و B قطع کند، در این صورت طبق گفته سوال $PA = 4$ و $PB = 9$ می باشد. با توجه به شکل داریم:



$$\left. \begin{array}{l} PA = 4 \\ PB = 9 \end{array} \right\} \Rightarrow AB = PB - PA \Rightarrow 2R = 9 - 4 \Rightarrow R = \frac{5}{2} \Rightarrow PO = 9 - \frac{5}{2} = \frac{13}{2}$$

طبق روابط طولی در دایره داریم:

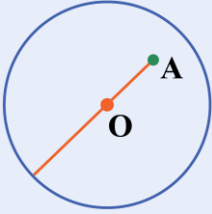
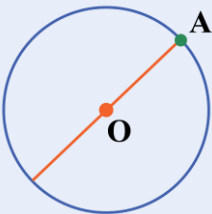
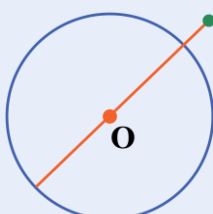
$$PT^2 = PA \times PB \Rightarrow PT^2 = 4 \times 9 \Rightarrow PT = 6$$

فاصله نقطه تماس T تا OP طول عمود TH است، بنابراین:

$$S_{\triangle OTP} = \frac{OT \times PT}{2} = \frac{TH \times OP}{2} \Rightarrow \frac{5}{2} \times 6 = TH \times \frac{13}{2} \Rightarrow TH = \frac{30}{13}$$

بیشترین و کمترین فاصله یک نقطه از دایره مفروض

نقطه A در هر وضعیتی نسبت به دایره قرار داشته باشد، برای محاسبه کمترین و بیشترین فاصله نقطه A از دایره کافی است A را به مرکز دایره وصل و امتداد دهیم تا دایره را قطع کند، ببینید:

A داخل دایره است.	A روی محیط دایره است.	A خارج دایره است.
		
بیشترین فاصله A از نقاط دایره $= OA + R$ کمترین فاصله A از نقاط دایره $= R - OA$	بیشترین فاصله A از نقاط دایره $= OA + R = 2R$ کمترین فاصله A از نقاط دایره $= OA - R = 0$	بیشترین فاصله A از نقاط دایره $= OA + R$ کمترین فاصله A از نقاط دایره $= OA - R$



۲۶- ارزش کدامیک از گزاره‌های زیر همیشه درست است؟

$(p \Rightarrow q) \Rightarrow p$ (۴)
 $(p \Rightarrow q) \vee (\sim p)$ (۳)
 $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$ (۲)
 $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$ (۱)

(آسان - محاسباتی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۹ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

اگر $p \wedge q$ نادرست باشد، بدون توجه به ارزش گزاره $p \vee q$ ، ارزش گزینه ۱ به انتفای مقدم درست می‌شود و اما اگر $p \wedge q$ درست باشد آن‌گاه هر دو گزاره p و q درست شده و $p \vee q$ نیز درست خواهد شد.

بررسی گزینه‌های نادرست:

۲

به‌ازای $p \equiv F$ و $q \equiv T$ نادرست است.

۳

به‌ازای $p \equiv T$ و $q \equiv F$ نادرست است.

۴

به‌ازای $p \equiv F$ نادرست می‌شود.

یادآوری!

۱) ارزش ترکیب فصلی دو گزاره تنها زمانی نادرست است که هر دو نادرست باشند.

$$p \vee q \equiv F \longrightarrow p \equiv q \equiv F$$

۲) ارزش ترکیب عطفی دو گزاره تنها زمانی درست است که هر دو درست باشند.

$$p \wedge q \equiv T \longrightarrow p \equiv q \equiv T$$

۳) اگر حداقل یکی از گزاره‌ها در ترکیب فصلی درست باشد ارزش کل ترکیب فصلی درست است.

۴) اگر حداقل یکی از گزاره‌ها در ترکیب عطفی نادرست باشد ارزش کل ترکیب عطفی نادرست است.

 انتهای مقدم!

در ترکیب شرطی دو گزاره اگر:

۱) ارزش تالی درست باشد، ارزش کل گزاره درست است.

۲) ارزش مقدم نادرست باشد، ارزش کل گزاره درست است.

در حالت دوم گوییم، ارزش گزاره شرطی «به انتهای مقدم» درست است.



۲۷- کدام یک از گزاره‌های زیر با بقیه فرق دارد؟

$$(p \wedge q) \Rightarrow r \quad (1) \quad q \Rightarrow (p \Rightarrow r) \quad (2) \quad (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r) \quad (3) \quad p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \quad (4)$$

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۹ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

هر سه گزینه ۱، ۲ و ۴ به فرم $p \vee \sim q \vee r$ قابل بازنویسی هستند و گزاره $(p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$ نیز با آن سه گزاره هم‌ارز است ولی گزاره $(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$ با آن‌ها هم‌ارز نیست.

بررسی گزینه‌ها:

۱

دمورگان و شرکت‌پذیری

$$(p \wedge q) \Rightarrow r \quad \equiv \quad \sim(p \wedge q) \vee r \quad \equiv \quad \sim p \vee \sim q \vee r$$

۲

جابه‌جایی

$$q \Rightarrow (p \Rightarrow r) \quad \equiv \quad \sim q \vee (\sim p \vee r) \quad \equiv \quad \sim q \vee \sim p \vee r \quad \equiv \quad \sim p \vee \sim q \vee r$$

۳

توزیع‌پذیری فصلی روی عطفی

$$(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r) \quad \equiv \quad (\sim p \vee r) \wedge (\sim q \vee r) \quad \equiv \quad (\sim p \wedge \sim q) \vee r$$

۴

شرکت‌پذیری

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \quad \equiv \quad \sim p \vee (\sim q \vee r) \quad \equiv \quad \sim p \vee \sim q \vee r$$

هم‌ارزی‌های مهم در گزاره‌ها

گزاره‌های همواره درست یا همواره نادرست

$p \vee \sim p \equiv T$	$p \vee T \equiv T$
$p \wedge \sim p \equiv F$	$p \wedge F \equiv F$

قوانین دمورگان

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \quad \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

قوانین ترکیب‌های فصلی و عطفی

$\begin{cases} p \vee p \equiv p \\ p \wedge p \equiv p \end{cases}$ خودتوانی	$\begin{cases} p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \\ p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \end{cases}$ شرکت‌پذیری	$\begin{cases} p \vee (p \wedge q) \equiv p \\ p \wedge (p \vee q) \equiv p \end{cases}$ جذب
$\begin{cases} p \vee q \equiv q \vee p \\ p \wedge q \equiv q \wedge p \end{cases}$ جابه‌جایی	$\begin{cases} p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \\ p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \end{cases}$ توزیع‌پذیری	$\begin{cases} p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q \\ p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q \end{cases}$ هم‌پوشانی



۲۸- نقیض گزاره $(\sim p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \sim p)$ کدام است؟

(۴) $p \Rightarrow \sim q$

(۳) $\sim p \Rightarrow \sim q$

(۲) $p \Leftrightarrow \sim q$

(۱) $p \Leftrightarrow q$

(متوسط - ترکیبی - سریع) - آمار و احتمال صفحه ۱۰ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

نقیض گزاره داده شده را با استفاده از قوانینی که می‌دانیم به دست می‌آوریم:

$$\sim [(\sim p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \sim p)]$$

$$\equiv \sim [(p \vee q) \wedge (\sim q \vee \sim p)]$$

تبدیل شرطی به فصلی

$$\equiv \sim (p \vee q) \vee \sim (\sim q \vee \sim p)$$

دمورگان

$$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (q \wedge p)$$

دمورگان

$$\equiv [\sim p \vee (q \wedge p)] \wedge [q \vee (q \wedge p)]$$

توزیع پذیری فصلی روی عطفی

$$\equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$$

هم پوشانی

$$\equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv p \Leftrightarrow q$$

یادآوری تعریف ترکیب دوشروطی

هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ را به صورت $p \Leftrightarrow q$ می‌نویسیم و آن را ترکیب دو شرطی p و q می‌نامیم.

میان‌بر!

گزاره داده شده به فرم $\sim p \Leftrightarrow q$ قابل بازنویسی است و چون نقیض گزاره $r \Leftrightarrow s$ به صورت $\sim r \Leftrightarrow s$ است، پس نقیض گزاره داده شده هم به صورت $p \Leftrightarrow q$ قابل نوشتن است.

جمع‌بندی نقیض گزاره‌ها

$$\left. \begin{aligned} ۱) \sim (p \wedge q) &\equiv \sim p \vee \sim q \\ ۲) \sim (p \vee q) &\equiv \sim p \wedge \sim q \end{aligned} \right\} \text{ قوانین دمورگان}$$

$$۳) \sim (p \Rightarrow q) \equiv \sim (\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$$

$$۴) \sim (p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q \equiv p \Leftrightarrow \sim q$$

۲۹- نقیض کدام یک از گزاره‌های زیر ارزش درستی دارد؟

(۲) $\exists n \in \mathbb{N}; (n+4)^2 \in \mathbb{N}$

(۱) $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 + x + 5 \geq 0$

(۴) $\forall x \in \mathbb{N}; x^3 > x^2$

(۳) $\exists n \in \mathbb{N}; (n-4) \notin \mathbb{N}$

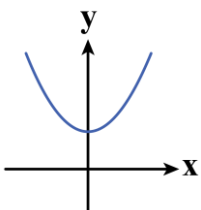
(متوسط - ترکیبی - سریع) - آمار و احتمال صفحه ۱۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

اگر نقیض گزاره‌ای درست باشد، آن گاه خود آن گزاره ارزش نادرست دارد، پس باید در بین گزاره‌های داده شده دنبال گزاره‌ای که ارزش نادرست دارد بگردیم.

بررسی گزینه‌ها:

۱

چون $\Delta = 1 - 20 = -19 < 0$ است معادله درجه دوم داده شده ریشه ندارد و تغییر علامت نمی‌دهد و علامت آن همواره برای هر x هم علامت ضریب x^2 و در نتیجه مثبت است.

پس ارزش گزاره صحیح است.

$$(1+4)^2 = 25 \in \mathbb{N}$$

به عنوان مثال $n=1$:

توجه کنید که نه تنها یک n طبیعی وجود دارد که برای آن $(n+4)^2 \in \mathbb{N}$ است، بلکه برای تمام اعداد طبیعی این ویژگی برقرار است. پس ارزش گزاره صحیح است.

$$(1-4) = -3 \notin \mathbb{N}$$

به عنوان مثال $n=1$:

توجه کنید که به ازای مقادیر $n=1, 2, 3, 4$ داریم که $(n-4) \notin \mathbb{N}$. پس ارزش گزاره صحیح است.

گزینه ۴ ارزش نادرست دارد. چون در بین اعداد طبیعی، مکعب عدد ۱ از مربع آن بزرگ تر نیست.



سور عمومی

جمله «به ازای هر x ، $p(x)$ برقرار است» یک جمله با سور عمومی است که در آن $p(x)$ یک گزاره نما است. برای سور عمومی از نماد « $\forall$ » استفاده می کنیم.

گزاره نمای شامل متغیر x که با سور عمومی همراه می شود، وقتی درست است که هیچ مثال نقضی نداشته باشد.

سور وجودی

جمله «به ازای بعضی مقادیر x ، $p(x)$ برقرار است» یک جمله با سور وجودی است که در آن $p(x)$ یک گزاره نما است. برای سور وجودی از نماد « $\exists$ » استفاده می کنیم.

گزاره نمای شامل متغیر x که با سور وجودی همراه می شود، وقتی درست است که مجموعه جواب آن تهی نباشد.



۳۰- مجموعه A شامل تعدادی عدد طبیعی متوالی است که کوچک ترین آن اعداد طبیعی عدد k و بزرگ ترین آن ها عدد q بوده و A عضو دیگری ندارد. اگر بدانیم در بین دو گزاره زیر گزاره «الف» ارزش درست و گزاره «ب» ارزش نادرست دارد؛ آن گاه بیش ترین مقدار ممکن برای $q-k$ کدام است؟

$$\forall i \in A; i^2 + i \leq 2025 \quad \text{الف)}$$

$$\exists j \in A; j^2 - j \leq 1404 \quad \text{ب)}$$

۶ (۴)

۷ (۳)

۸ (۲)

۹ (۱)

سخت - محاسباتی - زمان بر (۱۵ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا چون گزاره «الف» ارزش درست دارد، مقادیری که در آن صدق می کنند را به دست می آوریم:

$$i^2 + i \leq 2025 \Rightarrow i(i+1) \leq 2025 \Rightarrow i \leq 44 \Rightarrow i_{\max} = 44$$

چون گزاره «ب» ارزش نادرست دارد پس باید نقیض آن ارزش درست داشته باشد:

$$\sim (\exists j \in A; j^2 - j \leq 1404) \equiv \forall j \in A; j^2 - j > 1404$$

حال برای یافتن مجموعه جواب گزاره نمای $j^2 - j > 1404$ داریم:

$$j^2 - j > 1404 \Rightarrow j(j-1) > 1404 \Rightarrow j \geq 38 \Rightarrow j_{\min} = 38$$

پس در واقع اگر x عضوی از A باشد در دو شرط $x \geq 38$ و $x \leq 44$ صدق می کند؛ که این یعنی کوچک ترین عضو A برابر ۳۸ و بزرگ ترین عضو آن برابر ۴۴ است، پس:

$$\Rightarrow (q-k)_{\max} = 44 - 38 = 6$$

$$\sim (\forall x ; P(x)) \equiv \exists x ; \sim P(x)$$

عبارت ریاضی بالا را به این صورت می‌خوانیم:

نقیض این که «به ازای هر x ، گزاره $P(x)$ صحیح است.» برابر است با: «وجود دارد یک x ، که گزاره $P(x)$ صحیح نیست.»

نقیض سور وجودی

$$\sim (\exists x ; P(x)) \equiv \forall x ; \sim P(x)$$

عبارت ریاضی بالا را به این صورت می‌خوانیم:

نقیض این که «وجود دارد یک x ، که گزاره $P(x)$ صحیح است.» برابر است با: «به ازای هر x ، گزاره $P(x)$ صحیح نیست.»





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QR Code بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید!

الکتریسیته ساکن (تا ابتدای پتانسیل الکتریکی) - صفحه‌های ۱ تا ۲۳

بودجه‌بندی
این آزمون

درمجموع ۲ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

۳۱- به هر سانتی‌متر مربع از یک کره فلزی به شعاع 5cm که دارای بار الکتریکی $+2\mu\text{C}$ است، 10^{12} الکترون می‌دهیم. بار نهایی کره چند میکروکولن می‌شود؟ ($\pi=3, e=1/6 \times 10^{-19}\text{C}$)

(۴) -۶۸

(۳) -۲۸

(۲) ۲۸

(۱) ۶۸

(آسان - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

راهنمای مسیرت

چون به کره الکترون می‌دهیم، به کمک رابطه $q = -ne$ و به کمک یک تناسب ساده، کل بار الکتریکی داده‌شده به کره رو حساب کن و آخر سر با بار اولیه کره جمع جبری بزن تا بار نهایی کره رو به دست بیاوری.

گام اول

به کمک رابطه $q = -ne$ ، مقدار باری که به هر سانتی‌متر مربع از کره داده می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$q = -ne \xrightarrow{n=10^{12}, e=1/6 \times 10^{-19}\text{C}} q = -10^{12} \times 1/6 \times 10^{-19} = -1/6 \times 10^{-7}\text{C} = -0.16\mu\text{C}$$

گام دوم

مقدار بار داده‌شده به کل سطح کره (q') را به دست می‌آوریم:

$$S_{\text{کره}} = 4\pi r^2 \xrightarrow{\pi=3, r=5\text{cm}} S_{\text{کره}} = 4 \times 3 \times 25 = 300\text{cm}^2$$

تناسب	1cm^2	$-0.16\mu\text{C}$
	300cm^2	q'

$$\Rightarrow q' = 300 \times (-0.16) = -48\mu\text{C}$$

گام آخر

بار نهایی کره برابر است با:

$$q_{\text{نهایی}} = q_{\text{اولیه}} + q' = 20 - 48 = -28\mu\text{C}$$

بار الکتریکی

۱- اصل پایستگی بار: مجموع جبری همه بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی ثابت است. بدین معنا که می‌تواند از جسمی به جسم دیگر منتقل شود اما امکان تولید یا نابودی یک بار خالص وجود ندارد.

۲- بار الکتریکی، کمیتی گسسته (کوانتیده) است که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$q = \pm ne, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

در رابطه فوق، e بار بنیادی و برابر $e = 1/6 \times 10^{-19}\text{C}$ و یکای بار الکتریکی در SI کولن (C) است.

۳- اگر تعداد الکترون‌های یک جسم بیش‌تر از پروتون‌های آن باشد، علامت بار آن منفی خواهد بود و اگر تعداد الکترون‌های آن کم‌تر از پروتون‌هایش باشد، علامت بار آن مثبت خواهد بود. صفر بودن جمع جبری بارهای یک جسم به معنای خنثی بودن آن است.

یه نمونه باحال

تعداد الکترون‌های جسمی $10^{10} \times 5/2$ واحد بیش‌تر از پروتون‌های آن است. بار الکتریکی این جسم چند نانوکولن است؟

$$(e = 1/6 \times 10^{-19}\text{C})$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا دقت کنید که چون تعداد الکترون‌ها بیشتر از پروتون‌ها است، علامت بار جسم منفی است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$q = -ne = -2/5 \times 10^{10} \times 1/6 \times 10^{-19} = -4 \times 10^{-9} \text{C} = -4 \text{ nC}$$



۳۲- دو کره فلزی خیلی کوچک و مشابه دارای بار الکتریکی هم‌نام $q_1 > 0$ و $q_2 < q_1$ هستند و در فاصله ۱۵ سانتی‌متری هم قرار دارند و بر هم نیروی الکتریکی 40 N وارد می‌کنند. اگر کره‌ها را به هم تماس دهیم و دوباره به همان فاصله قبلی از هم دور کنیم،

نیروی الکتریکی $62/5 \text{ N}$ به هم وارد می‌کنند. q_2 چند میکروکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

۲۰ (۴)

۴ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد ۶ - صفحه ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

راهنمای مسیرت

قانون کولن رو یک بار برای حالت اول و یک بار هم برای حالت دوم که بار جدید کره‌ها با میانگین بار اولیه‌شون برابر می‌شه، بنویس و با یه کوچولو چاشنی ریاضی، این دو حالت رو باهم ترکیب کن تا به جواب برسی.

کلم اول

چون فاصله بارها از هم برحسب سانتی‌متر است، پس با فرض این‌که بار کره‌ها برحسب میکروکولن باشد، به کمک تکنیک ۹۰، برای حالت اول داریم:

$$F_1 = \frac{90 |q_1| |q_2|}{r^2} \xrightarrow{F_1 = 40 \text{ N}, q_1 > 0, q_2 < 0, r = 15 \text{ cm}} 40 = \frac{90 q_1 q_2}{15^2} \Rightarrow q_1 q_2 = 100 (\mu\text{C})^2$$

کلم آخر

چون دو کره مشابه هستند؛ بنابراین در حالت دوم، بار نهایی کره‌ها یکسان و برابر است با:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

حالا به کمک تکنیک ۹۰ برای حالت دوم، داریم:

$$F_2 = \frac{90 |q'_1| |q'_2|}{r^2} = \frac{90 \left(\frac{q_1 + q_2}{2}\right)^2}{r^2} \xrightarrow{F_2 = 62/5 \text{ N}, r = 15 \text{ cm}} 62/5 = \frac{90 \times (q_1 + q_2)^2}{4 \times (15)^2}$$

$$\Rightarrow (q_1 + q_2)^2 = 625 \Rightarrow |q_1 + q_2| = 25 \mu\text{C} \xrightarrow{q_1 + q_2 > 0} q_1 + q_2 = 25 \mu\text{C}$$

$$\xrightarrow{q_1 q_2 = 100 \Rightarrow q_1 = \frac{100}{q_2}} \frac{100}{q_2} + q_2 = 25 \Rightarrow q_2^2 - 25q_2 + 100 = 0 \Rightarrow (q_2 - 5)(q_2 - 20) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q_2 = 5 \mu\text{C}, q_1 = 20 \mu\text{C} \\ \text{یا} \\ q_2 = 20 \mu\text{C}, q_1 = 5 \mu\text{C} \end{cases} \xrightarrow{q_2 < q_1} q_2 = 5 \mu\text{C}$$

راه نجات سریع

تغییر نیروی الکتریکی بین دو کره رسانای باردار، بعد از تماس اون‌ها، همواره مورد توجه طراحان محترم هست و حتی این تیپ سؤالات می‌تونن توی امتحان نهایی هم مطرح بشن. برای همین توصیه می‌کنیم مراحل حل این سؤال رو خیلی دقیق یاد بگیرین و حسابی بهش مسلط بشین تا خیالتون راحت راحت بشه.

اگر حواستون نباشه که $q_2 < q_1$ است، در دام گزینه (۴) گرفتار می‌شین.

تغییرات نیروی الکتریکی پس از تماس

فرض کنید دو کره فلزی کوچک و مشابه باردار در اختیار داریم و می‌خواهیم ببینیم اگر آن‌ها را به هم تماس دهیم و دوباره در فاصله قبلی از یکدیگر قرار دهیم، نیروی الکتریکی بین آن‌ها چگونه تغییر می‌کند. برای این کار دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

۱- بار الکتریکی اولیه کره‌ها هم‌نام باشد:

در این حالت با تماس کره‌ها به یکدیگر و برابری بار آن‌ها، حاصل ضرب اندازه بارهای الکتریکی افزایش می‌یابد و در نتیجه نیروی الکتریکی هم افزایش می‌یابد. دقت کنید که اگر از ابتدا بار دو کره برابر بود، نیروی بین آن‌ها تغییری نمی‌کرد. به عنوان مثال حالت زیر را در نظر بگیرید:

$$\text{قبل از تماس: } \begin{cases} q_1 = 6\mu C \\ q_2 = 4\mu C \end{cases} \Rightarrow |q_1 q_2| = 24 \quad \text{پس از تماس: } \begin{cases} q'_1 = \frac{q_1 + q_2}{2} = 5\mu C \\ q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = 5\mu C \end{cases} \Rightarrow |q'_1 q'_2| = 25$$

همان‌طور که می‌بینید، حاصل ضرب بارها افزایش می‌یابد و در نتیجه نیروی الکتریکی بین آن‌ها زیاد می‌شود.

۲- بار الکتریکی اولیه کره‌ها ناهم‌نام باشد:

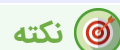
در این حالت نمی‌توان اظهار نظر قطعی در مورد نیرو کرد. ممکن است نیرو افزایش یابد، کاهش یابد، ثابت بماند و یا حتی صفر شود. به مثال‌های زیر توجه کنید:

$$\text{قبل از تماس: } \begin{cases} q_1 = 5\mu C \\ q_2 = -5\mu C \end{cases} \Rightarrow |q_1 q_2| = 25 \quad \text{پس از تماس: } \begin{cases} q'_1 = 0 \\ q'_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow |q'_1 q'_2| = 0$$

در این حالت، نیرو کاهش می‌یابد و صفر می‌شود.

$$\text{قبل از تماس: } \begin{cases} q_1 = 20\mu C \\ q_2 = -2\mu C \end{cases} \Rightarrow |q_1 q_2| = 40 \quad \text{پس از تماس: } \begin{cases} q'_1 = 9\mu C \\ q'_2 = 9\mu C \end{cases} \Rightarrow |q'_1 q'_2| = 81$$

در این حالت، نیرو افزایش می‌یابد.



در هر دو حالت، بار کره‌ها پس از تماس هم‌نام می‌شود، پس کره‌ها پس از تماس حتماً یکدیگر را دفع خواهند کرد (به شرط این‌که پس از تماس خنثی نشوند).

نیروی الکتریکی

۱- مطابق قانون کولن، اگر بارهای q_1 و q_2 در فاصله r از هم قرار بگیرند، نیروی الکتریکی‌ای که به هم وارد می‌کنند برابر است با:

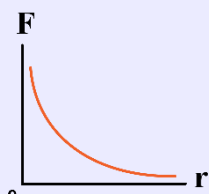
$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$$

در رابطه بالا، k ثابت کولن است که یکای آن $\frac{N \cdot m^2}{C^2}$ است.

۲- برای مقایسه نیروی الکتریکی بین بارها می‌توان نوشت:

$$F \propto \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_1 q'_2|}{|q_1 q_2|} \times \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \xrightarrow{\text{اگر اندازه بارها ثابت باشد}} \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'} \right)^2$$

۳- نمودار تغییرات نیروی الکتریکی بر حسب فاصله دو بار، مطابق شکل به صورت نزولی خواهد بود.



آزمون سراسری تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۶۱- دو کره فلزی خیلی کوچک و مشابه دارای بار الکتریکی ناهمنام $q_1 > 0$ و $q_2 > q_1$ هستند و در فاصله ۶۰ سانتی متری هم قرار دارند و برهم نیروی الکتریکی 9×10^{-6} N وارد می کنند. اگر کره ها را به هم تماس دهیم و دوباره به همان فاصله قبلی از هم دور کنیم، نیروی الکتریکی

$1/6$ نیوتون به هم وارد می کنند. q_1 چند میکروکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)

پاسخ تشریحی:

در حالت اول، اگر رابطه قانون کولن را بنویسیم:

$$F = 9.0 \times \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 9.0 \times 10^{-6} = 9.0 \times \frac{|q_1||q_2|}{0.6^2} \Rightarrow |q_1||q_2| = 36(\mu C)^2$$

بعد از تماس:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} \Rightarrow \text{بار جدید هر کره}$$

و نیروی بین دو بار در حالت جدید:

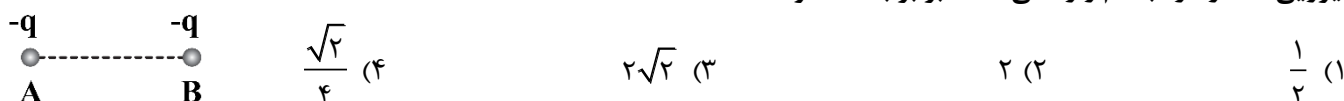
$$F' = 9.0 \times \frac{|q'_1||q'_2|}{r^2} \Rightarrow 1/6 = 9.0 \times \frac{\left(\frac{q_1 + q_2}{2}\right)\left(\frac{q_1 + q_2}{2}\right)}{0.6^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |q_1 + q_2| = 12 \\ |q_1||q_2| = 36 \end{cases} \xrightarrow{q_1 > 0, q_2 < 0} \begin{cases} q_1 = +2 \mu C \\ q_2 = -18 \mu C \end{cases}$$

پاسخ: گزینه ۲



۳۳- مطابق شکل زیر، بارهای الکتریکی منفی و هم اندازه $-q$ در جای خود ثابت شده اند و به یکدیگر نیرویی به بزرگی F وارد می کنند. اگر تعدادی الکترون از جسم A به جسم B منتقل کنیم تا بار جسم B برابر $-4q$ شود، فاصله بین بارها را چند برابر کنیم تا بزرگی نیرویی که دو ذره به هم وارد می کنند، برابر با $2F$ شود؟



(متوسط - مفهومی/محاسباتی - استاندارد ۶ - صفحه ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

راهنمای مسیرت

اول بار نهایی جسم A رو به دست بیار. بعدش برای این که نیرو دو برابر بشه، نسبت فاصله نهایی به فاصله اولیه رو حساب کن.

گام اول

بار نهایی جسم A را به دست می آوریم. طبق اصل پایستگی بار الکتریکی می توانیم بنویسیم:

$$q'_A + q'_B = q_A + q_B \xrightarrow{q'_B = -4q, q_A = q_B = -q} q'_A - 4q = -q - q$$

$$\Rightarrow q'_A = 2q$$

نسبت فاصله نهایی به فاصله اولیه را برای این که نیروی الکتریکی دو برابر شود، به دست می آوریم:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_A||q_B|}{|q_A||q_B|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{2F}{F} = \frac{2q \times 4q}{q \times q} \Rightarrow \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = 2$$

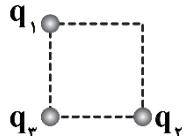
$$\Rightarrow 2 = 8 \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{r'}{r}\right)^2 = 4 \Rightarrow \frac{r'}{r} = 2$$

بنابراین فاصله بین بارها باید، ۲ برابر شود.



۳۴- مطابق شکل زیر، سه ذره باردار q_1 ، q_2 و q_3 در سه رأس مربعی به ضلع 60cm ثابت شده اند. اگر $q_1 = q_2 = -2\mu\text{C}$ و

$q_3 = 1\mu\text{C}$ باشد، بزرگی نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار q_3 چند نیوتون است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(آسان - مفهومی/محاسباتی - استاندارد ۶ - صفحه ۹ - ۱۱۰۱)

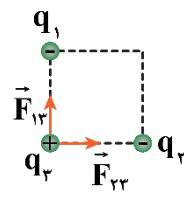
پاسخ: گزینه ۲

راهنمای مسیری

اول نیروی الکتریکی هر یک از بارهای q_1 و q_2 رو بر بار q_3 به دست بیار. بعدش نیروهای به دست اومده رو به صورت برداری جمع کن و نیروی خالص رو به دست بیار و در نهایت مقدارش رو حساب کن.

کلم اول

نیروی هر یک از بارهای q_1 و q_2 بر بار q_3 را به دست می آوریم. با استفاده از تکنیک ۹۰ می توانیم بنویسیم:



$$F_{13} = k \frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} \Rightarrow F_{13} = \frac{90 \times 2 \times 10}{3600} = \frac{1}{2} \text{ N}$$

$$F_{23} = k \frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow F_{23} = \frac{90 \times 2 \times 10}{3600} = \frac{1}{2} \text{ N}$$

کلم آخر

بزرگی نیروی خالص وارد بر q_3 را به دست می آوریم. با توجه به این که $\vec{F}_{13}$ و $\vec{F}_{23}$ برهم عمودند، داریم:

$$F_{\text{net}3} = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2} \Rightarrow F_{\text{net}3} = \sqrt{\frac{1}{2}^2 + \frac{1}{2}^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ N}$$



۳۵- در صفحه xoy بار الکتریکی $q_1 = 4\mu\text{C}$ در نقطه A به مختصات $(-1\text{cm}, 8\text{cm})$ قرار دارد و بار الکتریکی q_2 نیز در نقطه B به مختصات $(1\text{cm}, -8\text{cm})$ ثابت نگه داشته شده است. اگر بار الکتریکی q_3 را در نقطه C به مختصات $(2\text{cm}, 4\text{cm})$ قرار دهیم، نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن صفر می شود. q_2 بر حسب میکروکولن کدام است؟

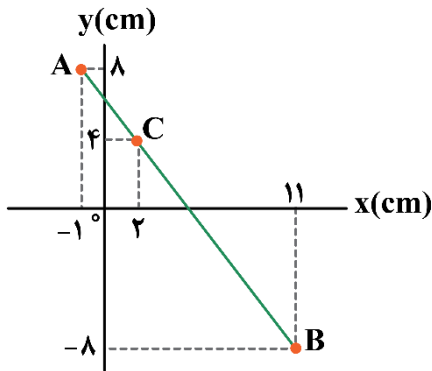
(۱) ۱۲ (۲) -۱۲ (۳) ۳۶ (۴) -۳۶

(سخت - مفهومی/محاسباتی - زمان بر ۶ - صفحه ۸ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

راهنمای مسیری

اول سه نقطه A ، B و C رو روی مختصات قرار بده و فاصله نقاط رو حساب کن. بعدش با توجه به تعادل بار q_3 مقدار و علامت q_2 رو به دست بیار.



هر سه نقطه A، B و C را بر روی محور نشان داده و فاصله آن‌ها را به دست می‌آوریم. مطابق شکل زیر، هر سه نقطه A، B و C بر روی یک خط قرار دارند؛ بنابراین داریم:

$$r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \Rightarrow \begin{cases} r_{AB} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20 \text{ cm} \\ r_{AC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm} \\ r_{BC} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \text{ cm} \end{cases}$$

با توجه به این که نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 واقع در نقطه C صفر است، q_2 را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net } 3} = 0 \Rightarrow F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_3|}{r_{AC}^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{r_{BC}^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{r_{AC}^2} = \frac{|q_2|}{r_{BC}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{25} = \frac{|q_2|}{225} \Rightarrow |q_2| = 36 \mu\text{C}$$

از طرفی با توجه به این که نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_3 صفحه است، اگر q_3 را مثبت فرض کنیم، داریم: بنابراین با توجه به دافعه بودن $\vec{F}_{23}$ درمی‌یابیم q_2 نیز مثبت است.

$$q_1 > 0 \Rightarrow q_2 = 36 \mu\text{C}$$

برای این که میدان الکتریکی خالص ناشی از دو ذره باردار q_1 و q_2 در یک نقطه صفر شود، دو حالت داریم:

۱- q_1 و q_2 هم‌نام باشند: در این حالت میدان الکتریکی خالص بر روی خط واصل دو بار، بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر صفر می‌شود و داریم:

$$\begin{aligned} |q_1| < |q_2| \\ \frac{|q_2|}{|q_1|} &= \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \end{aligned}$$

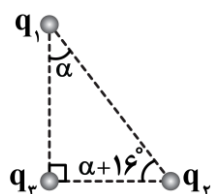
۲- q_1 و q_2 ناهم‌نام باشند: در این حالت میدان الکتریکی خالص بر روی خط واصل دو بار، خارج از فاصله دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر صفر می‌شود و داریم:

$$\begin{aligned} |q_1| < |q_2| \\ \frac{|q_2|}{|q_1|} &= \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \end{aligned}$$



۳۶- در شکل زیر، بزرگی نیروی الکتریکی که q_1 بر q_3 وارد می‌کند، ۲۰ درصد از بزرگی نیروی الکتریکی که q_2 به q_3 وارد می‌کند،

بیش تر است. $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)



$$\frac{40}{27} \quad (4)$$

$$\frac{27}{40} \quad (3)$$

$$\frac{15}{32} \quad (2)$$

$$\frac{32}{15} \quad (1)$$

راهنمای مسیر

اول زاویه α رو حساب کن. بعدش نسبت فاصله ها رو به دست بیار. در نهایت با داشتن نسبت نیروها و فاصله ها طبق قانون کولن نسبت $\left| \frac{q_1}{q_2} \right|$ رو حساب کن.

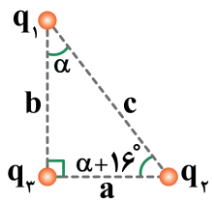
گام اول

زاویه α را به دست می آوریم. می دانیم مجموع زوایای داخلی مثلث 180° است؛ بنابراین داریم:

$$90^\circ + \alpha + (\alpha + 16^\circ) = 180^\circ \Rightarrow 2\alpha = 74^\circ \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$

گام دوم

نسبت فاصله بارهای q_1 تا q_3 و q_2 تا q_3 را به دست می آوریم. با توجه به شکل زیر داریم:



$$\sin \alpha = \sin 37^\circ = \frac{a}{c} \Rightarrow \frac{a}{c} = 0.6 \Rightarrow a = 0.6c$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow 0.36c^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow b^2 = 0.64c^2 \Rightarrow b = 0.8c$$

گام آخر

نسبت $\left| \frac{q_1}{q_2} \right|$ را به دست می آوریم. طبق قانون کولن، داریم:

$$\frac{F_{13}}{F_{23}} = \left| \frac{q_1}{q_2} \right| \times \left(\frac{r_{23}}{r_{13}} \right)^2 = \frac{F_{13} = F_{23} + \frac{2}{100} F_{23} = \frac{6}{5} F_{23}}{r_{13} = b = 0.8c, r_{23} = a = 0.6c} \rightarrow \frac{6}{5} = \left| \frac{q_1}{q_2} \right| \times \left(\frac{0.6c}{0.8c} \right)^2$$

$$\Rightarrow \left| \frac{q_1}{q_2} \right| = \frac{6}{5} \times \frac{16}{9} = \frac{32}{15}$$



۳۷- بارهای الکتریکی $q_1 = 18 \text{ nC}$ و $q_2 = 32 \text{ nC}$ در فاصله 10 cm از یکدیگر قرار دارند. اندازه میدان الکتریکی خالص در نقطه ای به فاصله 6 cm از بار الکتریکی q_1 و به فاصله 8 cm از بار الکتریکی q_2 چند کیلو نیوتون بر کولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

۴۵ (۴)

۹۰ (۳)

$90\sqrt{2}$ (۲)

$45\sqrt{2}$ (۱)

راهنمای مسیر

به کمک رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ ، میدان الکتریکی هریک از بارها رو پیدا کن و با یک تجسم خوب از موقعیت نقطه گفته شده نسبت به بارها، میدان الکتریکی خالص رو به دست بیار.

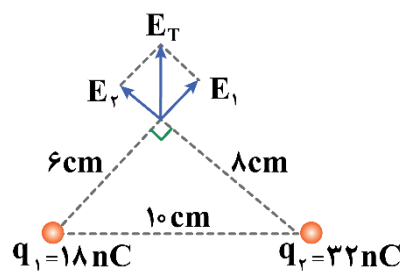
گام اول

ابتدا به کمک رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ ، بزرگی میدان الکتریکی ناشی از هریک از بارهای q_1 و q_2 را در نقطه مورد نظر به دست می آوریم:

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \times 18 \times 10^{-9} \text{ C}}{(6 \times 10^{-2} \text{ m})^2} \rightarrow E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 18 \times 10^{-9}}{36 \times 10^{-4}} = \frac{9}{2} \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 45 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$$

$$E_r = \frac{k|q_r|}{r_r^2} \xrightarrow{k=9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}, |q_r|=32 nC=32 \times 10^{-9} C, r_r=8 cm=8 \times 10^{-2} m} E_r = \frac{9 \times 10^9 \times 32 \times 10^{-9}}{64 \times 10^{-4}} = \frac{9}{2} \times 10^4 \frac{N}{C} = 45 \frac{kN}{C}$$

کلمه آخر



می‌دانیم میدان الکتریکی ناشی از بارهای مثبت، شعاعی خارج‌شونده است و از طرفی چون $\sqrt{(6 cm)^2 + (8 cm)^2} = 10 cm$ ؛ بنابراین مطابق شکل، باید میدان الکتریکی خالص را در رأس مثلث قائم‌الزاویه به دست آوریم:

$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \xrightarrow{E_1=E_2} E_T = \sqrt{2} E_1 = 45\sqrt{2} \frac{kN}{C}$$

توجه!

بچه‌ها اگر حواستون باشه، چون $\frac{|q_1|}{r_1^2} = \frac{|q_2|}{r_2^2}$ است، $E_1 = E_2$ بوده و از همون اول می‌تونستیم فقط اندازه میدان یکی از بارها رو حساب کنیم!

میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار

۱- برای محاسبه میدان الکتریکی حاصل از بار q در فاصله r از آن از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$E_A = k \frac{|q|}{r^2}$$

۲- جهت میدان حاصل از بار مثبت به صورت خارج‌شونده و جهت میدان حاصل از بار منفی به صورت داخل‌شونده است. به شکل‌های زیر دقت کنید:



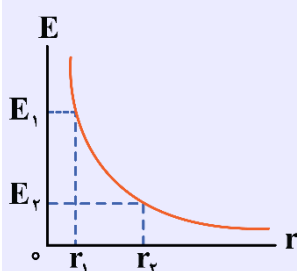
یه نمونه باحال

میدان الکتریکی در چه فاصله‌ای از بار $q = 4 \mu C$ برابر 10^5 واحد SI است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$

پاسخ تشریحی:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow 10^5 = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6}}{r^2}$$

$$\Rightarrow r^2 = 36 \times 10^{-2} \Rightarrow r = 0.6 m = 60 cm$$



۳- نمودار تغییرات بزرگی میدان الکتریکی بر حسب فاصله از بار، مطابق شکل مقابل است: همان‌طور که واضح است با افزایش فاصله از بار، بزرگی میدان کاهش می‌یابد.

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \xrightarrow{k|q| \text{ ثابت است}} E \propto \frac{1}{r^2}$$

نکته

دقت کنید که در محاسبه اندازه میدان الکتریکی فقط اندازه بار را در رابطه فوق قرار می‌دهیم و علامت بار را در محاسبه در نظر نمی‌گیریم.

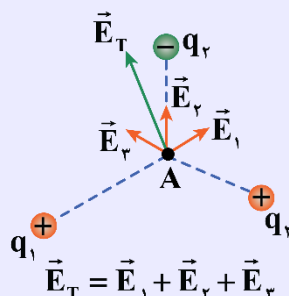
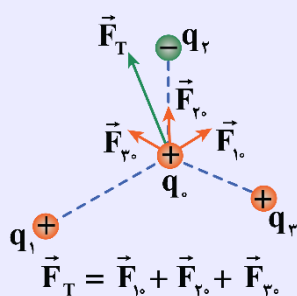
۴- اگر بزرگی میدان الکتریکی بار q در فاصله r_1 برابر با E_1 و در فاصله r_2 برابر با E_2 باشد، داریم:

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

اصل برهم‌نهی میدان‌های الکتریکی

این اصل بیان می‌دارد که میدان الکتریکی ناشی از چند بار نقطه‌ای در نقطه‌ای از فضا، برابر با جمع برداری میدان‌های الکتریکی است که هر یک از بارها به‌طور مستقل در آن نقطه ایجاد می‌کنند.

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots$$



۱- نیروی $\vec{F}_T$ ، نیروی برابند وارد بر بار آزمون q_0 است.

۲- میدان الکتریکی $\vec{E}_T$ در محل بار آزمون برابر با جمع برداری میدان‌های $\vec{E}_1$ ، $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_3$ در محل این بار است.

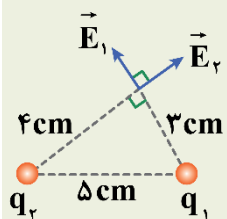
آزمون سراسری تجربی اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۴

۶۵- بارهای الکتریکی $q_1 = 3 \times 10^{-8} \text{ C}$ و $q_2 = 1/6 \times 10^{-7} \text{ C}$ در فاصله ۵ سانتی‌متری از یکدیگر قرار دارند. اندازه میدان الکتریکی

خالص در نقطه‌ای به فاصله ۳ cm از بار q_1 و ۴ cm از بار q_2 ، چند نیوتون بر کولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

$$(1) 5\sqrt{3} \times 10^5 \quad (2) 3\sqrt{10} \times 10^5 \quad (3) 2\sqrt{5} \times 10^5 \quad (4) 2\sqrt{2} \times 10^5$$

پاسخ تشریحی:



$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 3 \times 10^{-8}}{9 \times 10^{-4}} = 3 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \\ E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 1/6 \times 10^{-7}}{16 \times 10^{-4}} = 9 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \end{cases}$$

$$E_t = \sqrt{(3)^2 + (9)^2} \times 10^5 = 3\sqrt{10} \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

پاسخ: گزینه ۲



۳۸- مطابق شکل زیر، بار آزمون q برابر با 5 nC است. اگر از طرف دو گوی و یک میله باردار نیرویی به بزرگی $2 \times 10^{-6} \text{ N}$ بر آن

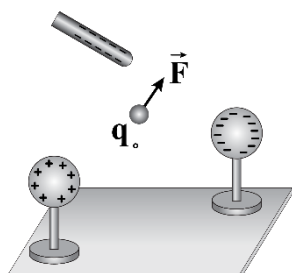
وارد شود، بزرگی میدان الکتریکی در محل بار آزمون چند واحد SI است؟

(۱) ۴۰

(۲) ۴۰۰

(۳) ۴۰۰۰

(۴) ۴۰۰۰۰



طبق رابطه $E = \frac{F}{q}$ می‌توانیم بنویسیم:

$$E = \frac{F}{q} = \frac{F = 2 \times 10^{-6} \text{ N}}{q = 5 \text{ nC} = 5 \times 10^{-9} \text{ C}} \rightarrow E = \frac{2 \times 10^{-6}}{5 \times 10^{-9}} = \frac{2000}{5} = 400 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

میدان و نیروی الکتریکی

۱- میدان الکتریکی خاصیتی در اطراف ذرات باردار است که برابر نیروی وارد بر واحد بار الکتریکی است.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

۲- در رابطه فوق، یکای F ، q و E به ترتیب نیوتون، کولن و نیوتون/کولن است. در ادامه این فصل خواهیم دید که علاوه بر نیوتون، یکای ولت/متر هم یکای میدان الکتریکی است.

۳- اگر یک ذره باردار درون میدان الکتریکی قرار گیرد، به آن نیرو وارد می‌شود که این نیرو برابر است با:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow \vec{F} = q\vec{E}$$

نکته

مطابق رابطه فوق نکات زیر قابل استنباط است:

۱- با ضرب کردن اندازه بار الکتریکی در اندازه میدان الکتریکی، اندازه نیروی الکتریکی وارد بر بار به دست می‌آید.

۲- اگر $q > 0$ باشد، $\vec{E}$ و $\vec{F}$ هم‌جهت هستند؛ بنابراین به بار مثبت در جهت میدان نیرو وارد می‌شود.

۳- اگر $q < 0$ باشد، $\vec{E}$ و $\vec{F}$ در خلاف جهت هم هستند؛ بنابراین به بار منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود.

یه نمونه باحال

بار الکتریکی $q = -20 \mu\text{C}$ درون میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = 10^5 \vec{i}$ برحسب واحدهای SI قرار گرفته است. بردار نیروی الکتریکی وارد بر این بار در SI کدام است؟

پاسخ تشریحی:

$$\vec{F} = q\vec{E} = -20 \times 10^{-6} \times 10^5 \vec{i} = (-2 \text{ N})\vec{i}$$

بنابراین به این بار، نیروی 2 N در خلاف جهت محور x وارد می‌شود. دقت کنید اگر بار مثبت بود، نیرو در جهت محور x به بار وارد می‌شد.

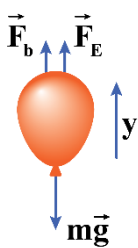


۳۹- روی سطح بادکنکی به جرم 8 g ، بار الکتریکی $+20 \text{ nC}$ ایجاد می‌کنیم و آن را در یک میدان الکتریکی یکنواخت قرار می‌دهیم. اگر اندازه نیروی شناوری رو به بالای وارد بر بادکنک 0.4 N باشد و بادکنک معلق بماند، بردار میدان الکتریکی در SI باید برابر

با کدام گزینه باشد؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) $(2 \times 10^4) \vec{j}$ (۲) $(2 \times 10^5) \vec{j}$ (۳) $(-2 \times 10^5) \vec{j}$ (۴) $(-2 \times 10^4) \vec{j}$

گام اول



بچه‌ها نیروی وزن بادکنک با بزرگی $mg = 8 \times 10^{-3} \times 10 = 0.08 \text{ N}$ به سمت پایین و نیروی شناوری بادکنک با بزرگی $F_b = 0.04 \text{ N}$ به سمت بالا بر بادکنک اثر می‌کنند. پس مطابق شکل مقابل، باید نیروی الکتریکی در راستای قائم و به سمت بالا باشد تا برآیند نیروها صفر شده و بادکنک معلق بماند:

$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_b + F_E = mg \Rightarrow F_E = mg - F_b$$

$$\xrightarrow{mg=0.08 \text{ N}, F_b=0.04 \text{ N}} F_E = 0.08 - 0.04 = 0.04 \text{ N}$$

$$\xrightarrow{F_E = E|q|, q=20 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 2 \times 10^{-5} \text{ C}} 2 \times 10^{-5} \times E = 0.04 \Rightarrow E = 2 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

گام آخر

می‌دانیم بر بارهای مثبت در جهت میدان الکتریکی، نیروی الکتریکی وارد می‌شود؛ بنابراین، جهت میدان الکتریکی باید به سمت بالا باشد:

$$\vec{E} = (+2 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}) \vec{j}$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر به اشتباه، جهت میدان الکتریکی رو برعکس بگیریم در دام گزینه (۳) می‌افتیم.

راهنمای ز رنگ‌بازی

برای حل این مسئله باید به سه نیروی وارد شده به جسم توجه کنیم: ۱- نیروی وزن ۲- نیروی الکتریکی ۳- نیروی شناوری دو حالت زیر ممکن است رخ دهد:

الف) نیروی شناوری کوچک‌تر از وزن باشد:

در این حالت نیروی الکتریکی باید به سمت بالا به جسم وارد شود تا بتواند آن را معلق نگه دارد.



$$\text{شرط تعادل: } F_B + F_E = W$$

$$\Rightarrow F_B + E|q| = mg$$

در این حالت اگر بار جسم مثبت باشد، میدان هم‌جهت با نیرو و به سمت بالا خواهد بود و اگر بار جسم منفی باشد، میدان الکتریکی به سمت پایین خواهد بود.

ب) نیروی شناوری بزرگ‌تر از وزن باشد:

در این حالت نیروی الکتریکی باید به سمت پایین به جسم وارد شود تا بتواند آن را معلق نگه دارد.



$$\text{شرط تعادل: } F_B = F_E + W$$

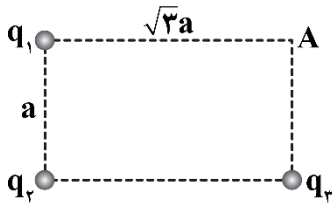
$$\Rightarrow F_B = E|q| + mg$$

در این حالت اگر بار جسم مثبت باشد، میدان، هم‌جهت با نیرو و به سمت پایین خواهد بود و اگر بار جسم منفی باشد، میدان الکتریکی به سمت بالا خواهد بود.



۴۰- مطابق شکل زیر، سه ذره باردار q_1 ، q_2 و q_3 در رأس‌های یک مستطیل قرار گرفته‌اند. اگر میدان الکتریکی خالص ناشی از این

سه ذره در رأس A برابر با صفر باشد، نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ کدام است؟



$$\frac{-8\sqrt{3}}{9} \quad (2)$$

$$\frac{8\sqrt{3}}{9} \quad (4)$$

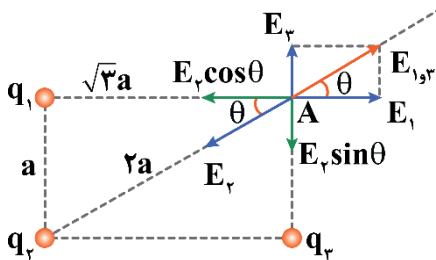
$$\frac{-2\sqrt{3}}{9} \quad (1)$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{9} \quad (3)$$

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - زمان‌بر - صفحه ۱۴ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

کام اول



مطابق شکل زیر، باید بارهای q_1 و q_3 هم‌نام باشند (ما فرض کردیم مثبت باشند) تا میدان الکتریکی برابند آن‌ها ($E_{1,3}$) در راستای قطر مستطیل باشد و بتواند با میدان الکتریکی ناشی از بار q_2 که در راستای قطر مستطیل است، خنثی شود؛ یعنی $E_{1,3}$ با E_2 هم‌اندازه و در خلاف جهت هم باشند. پس امیدوارم حواستان باشد که علامت بار q_2 باید مخالف علامت بارهای q_1 و q_3 باشد.

کام آخر

گفتیم که باید $E_{1,3}$ و E_2 هم‌اندازه و در خلاف جهت هم باشند؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$E_2 \cos \theta = E_{1,3} \Rightarrow \frac{E_2}{E_{1,3}} = \frac{1}{\cos \theta} \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} \cdot \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{1}{\cos \theta} \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \times \frac{1}{\cos \theta}$$

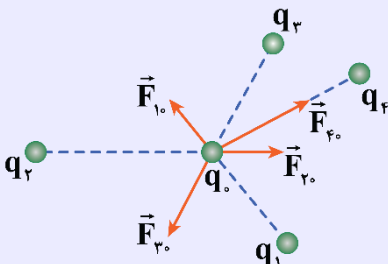
$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{\cos \theta} \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = \left(\frac{1}{\cos \theta}\right)^2 = \left(\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\right)^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = -\frac{4}{3} = -\frac{8\sqrt{3}}{9}$$

راه نجات سریع

این‌که در حضور چند بار الکتریکی، میدان خالص در یک نقطه‌ای صفر بشه، جایگاه ویژه‌ای در کنکور و حتی در تمرینات کتاب درسی‌تون داره. توی این آزمون، ما اومدیم از یک ساختار مستطیلی براتون سؤال طرح کردیم و جالب‌تر این‌که، با چیزی که آخر سؤال ازتون خواستیم، شما باید سیر تا پیاز این تست رو حسابی متوجه بشی تا بتونی جواب بدی!

اصل برهم‌نهی نیروهای الکتریکی

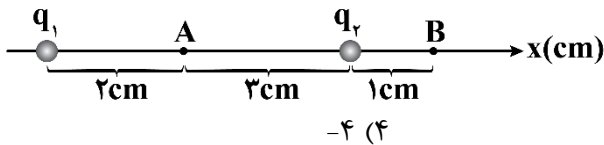
هرگاه تعدادی بار الکتریکی در یک ناحیه از فضا قرار داشته باشند، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برابند نیروهایی است که سایر ذرات به‌طور مستقل بر آن ذره وارد می‌کنند.



$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

۴۱- بارهای الکتریکی q_1 و q_2 مطابق شکل زیر بر روی محور ثابت شده‌اند. اگر میدان الکتریکی خالص ناشی از این دو بار در نقطه

A برابر با $\vec{E}_A = (-2 \times 10^7 \frac{N}{C}) \vec{i}$ و در نقطه B برابر با $\vec{E}_B = (+10^9 \frac{N}{C}) \vec{i}$ باشد، بار q_2 چند میکروکولن است؟



$$(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$$

-۴ (۴)

-۱۱ (۳)

۱۱ (۲)

۴ (۱)

(سخت - مفهومی/محاسباتی - زمان ۲۰ - صفحه ۱۴ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول

با توجه به این که نوع بار q_1 و q_2 معلوم نیست و فعلاً نمی‌توانیم در مورد جهت میدان الکتریکی هر یک از بارها صحبت کنیم، پس میدان

برایند را به صورت برداری می‌نویسیم:

$$\vec{E}_{1A} + \vec{E}_{2A} = \vec{E}_A \xrightarrow{\vec{E}_A = (-2 \times 10^7 \frac{N}{C}) \vec{i}} \vec{E}_{1A} + \vec{E}_{2A} = (-2 \times 10^7 \frac{N}{C}) \vec{i}$$

$$\vec{E}_{1B} + \vec{E}_{2B} = \vec{E}_B \xrightarrow{\vec{E}_B = (+10^9 \frac{N}{C}) \vec{i}} \vec{E}_{1B} + \vec{E}_{2B} = (+10^9 \frac{N}{C}) \vec{i}$$

گام دوم

نقطه A و نقطه B، هر دو در سمت راست بار q_1 هستند و بدیهی است که باید $\vec{E}_{1A}$ و $\vec{E}_{1B}$ هم جهت باشند؛ بنابراین داریم:

$$\frac{E_{1B}}{E_{1A}} = \left(\frac{r_{1A}}{r_{1B}}\right)^2 = \left(\frac{2}{6}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow E_{1B} = \frac{1}{9} E_{1A} \Rightarrow \vec{E}_{1B} = \frac{1}{9} \vec{E}_{1A}$$

گام سوم

نقطه A در سمت چپ و نقطه B در سمت راست بار q_2 هستند و بدیهی است که باید $\vec{E}_{2A}$ و $\vec{E}_{2B}$ در خلاف جهت هم باشند؛ بنابراین داریم:

$$\frac{E_{2B}}{E_{2A}} = \left(\frac{r_{2A}}{r_{2B}}\right)^2 = \left(\frac{3}{1}\right)^2 = 9 \Rightarrow E_{2B} = 9 E_{2A} \Rightarrow \vec{E}_{2B} = -9 \vec{E}_{2A}$$

گام آخر

به کمک اطلاعات به دست آمده در گام‌های دوم و سوم و جایگذاری آن‌ها در نتیجه گام اول، داریم:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{1A} + \vec{E}_{2A} &= (-2 \times 10^7 \frac{N}{C}) \vec{i} \\ \frac{1}{9} \vec{E}_{1A} - 9 \vec{E}_{2A} &= (+10^9 \frac{N}{C}) \vec{i} \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \vec{E}_{1A} + \vec{E}_{2A} = (-2 \times 10^7 \frac{N}{C}) \vec{i} \\ \vec{E}_{1A} - 81 \vec{E}_{2A} = (+9 \times 10^9 \frac{N}{C}) \vec{i} \end{cases} \Rightarrow 82 \vec{E}_{2A} = (-9.02 \times 10^7 \frac{N}{C}) \vec{i}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_{2A} = (-11 \times 10^7 \frac{N}{C}) \vec{i}$$

نقطه A در سمت چپ ذره q_2 بوده و میدان ناشی از ذره q_2 در این نقطه، در خلاف جهت محور x است که به راحتی می‌توان فهمید، $q_2 > 0$ است.

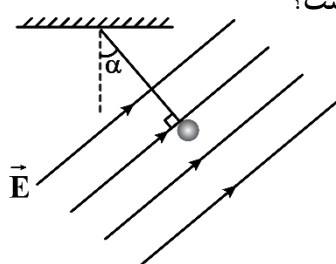
$$E_{2A} = 11 \times 10^7 \frac{N}{C} \xrightarrow{E = \frac{k|q|}{r^2}} \frac{9 \times 10^9 \times |q_2|}{9 \times 10^{-4}} = 11 \times 10^7 \Rightarrow |q_2| = 11 \times 10^{-6} C = 11 \mu C \Rightarrow q_2 = 11 \mu C$$

می‌دونم تست خیلی سختی رو تجربه کردی! اما به واسطه همین تست شما قراره یک تجربه بسیار ناب رو به دست بیاری و اون هم تحلیل کاملاً برداری میدان الکتریکی براینده هست تا در این تیپ تست‌ها به اوج تسلط و مهارت برسی. پس یک نفس عمیق بکش و با دقت و حوصله دل به گام‌های حل مسئله بده و بعد از این‌که کامل متوجهش شدی، حداقل یک بار به طور کامل، خودت حلش کن تا از یک تیپ تست دو بار گزیده نشی.



۴۲- مطابق شکل زیر، گلولهٔ رسانای باردار آونگی با بار الکتریکی $q = 8 \mu C$ و جرم $40g$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی

$4 \times 10^4 \frac{N}{C}$ در حال تعادل است. زاویهٔ انحراف نخ آونگ نسبت به راستای قائم (α) چند درجه است؟



$$(g = 10 \frac{N}{kg}, \sin 37^\circ = 0.6)$$

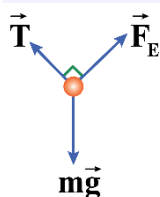
- | | |
|--------|--------|
| ۳۷ (۱) | ۵۳ (۲) |
| ۳۰ (۳) | ۶۰ (۴) |

(سخت - مفهومی/محاسباتی - زمان ۲۰ - صفحه ۱۹ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

راهنمای مسیرت

اول نیروهای وارد بر گوی رو رسم کن. بعدش نیروی الکتریکی رو به دست بیار. در نهایت با داشتن نیروی الکتریکی و وزن و نسبت زاویه‌ای بین اونا، زاویهٔ α رو حساب کن.



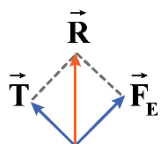
گام اول

نیروهای وارد بر گلوله را رسم می‌کنیم:

گام دوم

مقدار نیروی الکتریکی را حساب می‌کنیم:

$$F_E = E|q| \Rightarrow F_E = 4 \times 10^4 \times 8 \times 10^{-6} = 0.32 N$$

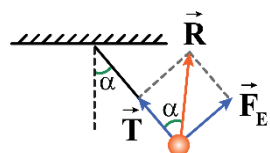


گام سوم

برایند نیروهای $\vec{T}$ و $\vec{F}_E$ را به دست می‌آوریم. با توجه به این‌که گلوله در حال تعادل است، برایند $\vec{T}$ و $\vec{F}_E$ هم‌اندازه و در خلاف جهت mg یعنی رو به بالا است:

$$R = mg \Rightarrow R = 40 \times 10^{-3} \times 10 = 0.4 N$$

گام آخر



$$\sin \alpha = \frac{F_E}{R} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{0.32}{0.4} = 0.8 \Rightarrow \alpha = 53^\circ$$

در نهایت زاویهٔ α را به دست می‌آوریم:

خطوط میدان الکتریکی

۱- برای مجسم کردن میدان الکتریکی در فضای اطراف اجسام باردار از خطوط میدان الکتریکی استفاده می‌کنیم. این خطوط ویژگی‌های زیر را دارا می‌باشند:

(الف) از بار مثبت خارج می‌شوند و به بار منفی وارد می‌شوند.

(ب) بردار میدان الکتریکی در هر نقطه هم‌جهت با خط مماس بر خطوط میدان الکتریکی در آن نقطه است.

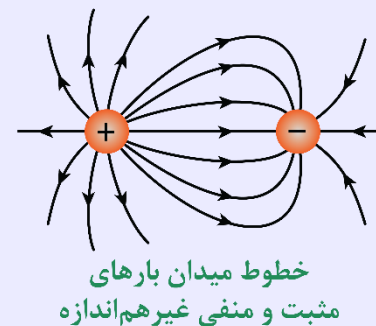
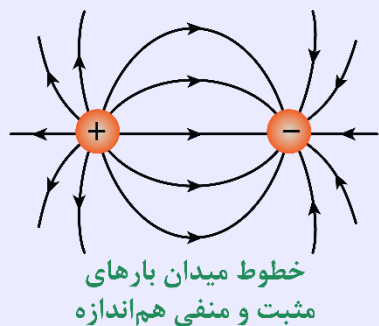
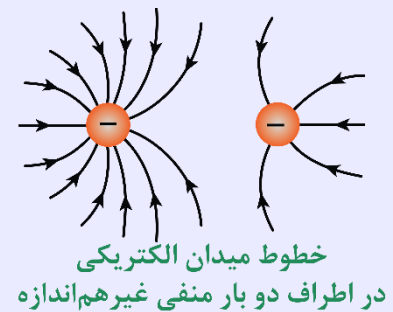
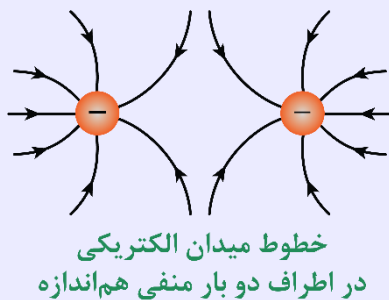
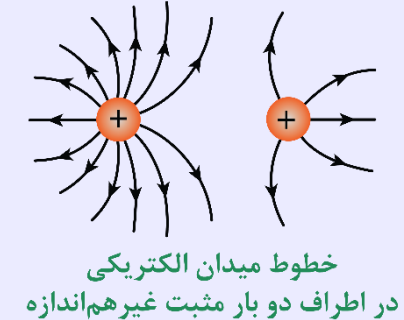
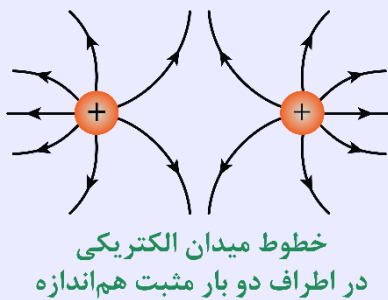
(پ) هرچه تراکم خطوط میدان الکتریکی در ناحیه‌ای از فضا بیش‌تر باشد، اندازهٔ میدان الکتریکی در آن ناحیه بیش‌تر است.

(ت) خطوط میدان الکتریکی یکدیگر را قطع نمی‌کنند و از هر نقطه فقط یک خط میدان عبور می‌کند.

۲- خطوط میدان الکتریکی در اطراف یک ذره باردار منزوی مطابق شکل‌های زیر است:

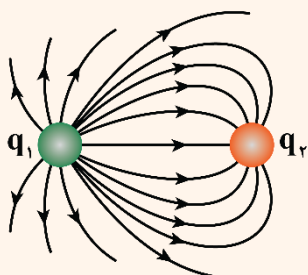


۳- خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو ذره باردار مطابق شکل‌های زیر است:



یه نمونه باحال

در شکل زیر، خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو ذره باردار نشان داده شده است. کدامیک از نتیجه‌گیری‌ها صحیح است؟



الف: علامت بار q_2 منفی است.

ب: علامت بارها یکسان است.

پ: اندازه بار q_1 بزرگ‌تر از اندازه q_2 است.

ت: تراکم خطوط میدان الکتریکی در نزدیکی q_2 ، بیش‌تر از تراکم این خطوط در نزدیکی q_1 است.

(۱) «الف» و «ت» (۲) «الف» و «پ» (۳) «ب» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

پاسخ تشریحی:

برای پاسخ دادن به این سؤال به نکات زیر توجه کنید:

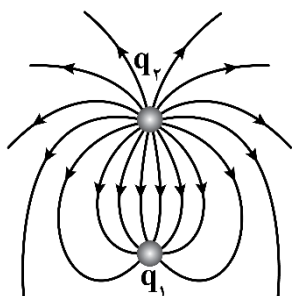
- ۱- خطوط میدان از q_1 خارج شده اند و به q_2 وارد می شوند؛ بنابراین q_1 مثبت و q_2 منفی است.
- ۲- تراکم خطوط در نزدیکی q_1 بیش تر از q_2 است؛ بنابراین اندازه q_1 بزرگ تر از اندازه q_2 است.

پاسخ: گزینه ۲



۴۳- خطوط میدان الکتریکی برای دو کره رسانای باردار کوچک در شکل زیر نشان داده شده است. نوع بار q_1 و مقایسه اندازه بارها

در کدام گزینه به درستی نشان داده شده است؟



(۱) مثبت، $|q_2| > |q_1|$

(۲) منفی، $|q_2| > |q_1|$

(۳) منفی، $|q_2| < |q_1|$

(۴) مثبت، $|q_2| < |q_1|$

(آسان - مفهومی - سریع ۵ - صفحه ۱۸ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

کلم اول

می دانیم خطوط میدان الکتریکی از بارهای مثبت شروع و به بارهای منفی ختم می شوند؛ بنابراین، با توجه به شکل داده شده، چون خطوط میدان الکتریکی از بار q_2 شروع و به بار q_1 ختم شده اند، نتیجه می گیریم نوع بار q_2 مثبت و نوع بار q_1 منفی است (رد گزینه های (۱) و (۴)).

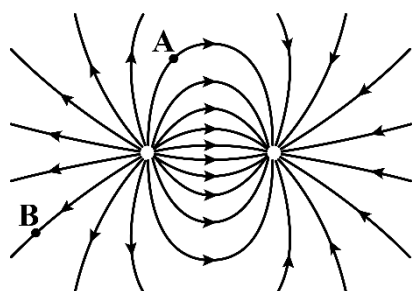
کلم آخر

تراکم خطوط میدان الکتریکی در اطراف بار q_2 بیش تر از تراکم خطوط میدان الکتریکی در اطراف بار q_1 است؛ بنابراین نتیجه می گیریم $|q_2| > |q_1|$ است.



۴۴- مطابق شکل زیر، بار $-q$ را در نقاط A و B قرار می دهیم. به ترتیب از راست به چپ جهت نیروی الکتریکی وارد بر بار $-q$ در

نقاط A و B کدام است؟



(۱) $\swarrow, \nearrow$

(۲) $\nearrow, \nearrow$

(۳) $\nearrow, \swarrow$

(۴) $\swarrow, \swarrow$

(آسان - مفهومی - سریع ۵ - صفحه ۱۸ - ۱۱۰۱)

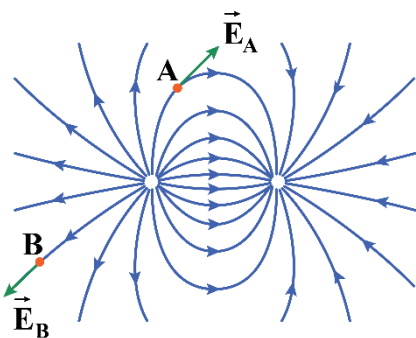
پاسخ: گزینه ۳

راهنمای مسیرت

اول جهت میدان الکتریکی رو توی هر نقطه به دست بیار. بعدش جهت نیروی وارد بر بار منفی رو به دست بیار.



کلام اول

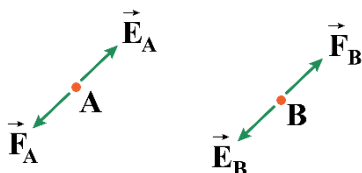


جهت میدان الکتریکی را در نقاط A و B به دست می آوریم. می دانیم میدان الکتریکی در هر نقطه از فضا مماس بر خط میدان در آن نقطه است؛ بنابراین داریم:

کلام آخر

جهت نیروی الکتریکی وارد بر بار منفی را در نقاط A و B به دست می آوریم. می دانیم جهت نیروی الکتریکی وارد بر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی در آن نقطه است؛ بنابراین داریم:

$q < 0$:



فرض کنید بار الکتریکی q در میدان الکتریکی $\vec{E}$ قرار گیرد. خوب است نکات زیر را در مورد آن به خاطر بسپارید.

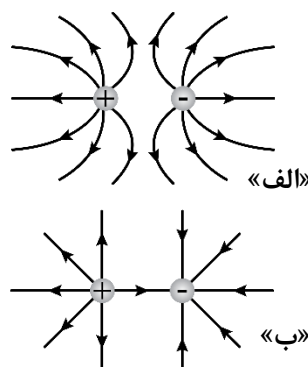
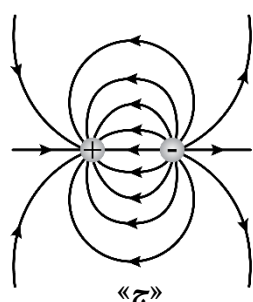
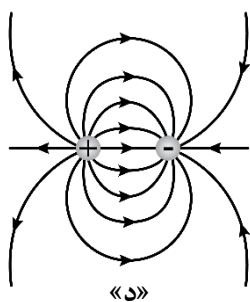
اندازه نیروی الکتریکی وارد بر بار q برابر $F = |q|E$ است.

اگر بار q مثبت باشد، نیروی الکتریکی وارد بر آن هم جهت با میدان خواهد بود.

اگر بار q منفی باشد، نیروی الکتریکی وارد بر آن در خلاف جهت با میدان خواهد بود.



۴۵- کدام یک از آرایش های خطوط میدان الکتریکی برای دو ذره باردار با بارهای هم اندازه، نادرست هستند؟



(۱) «الف» و «ب»

(۲) «الف» و «ج»

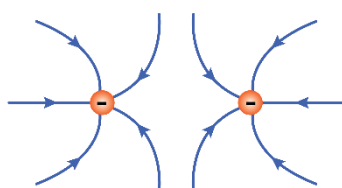
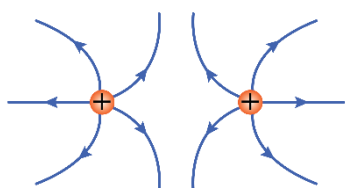
(۳) «الف»، «ب» و «ج»

(۴) «ب»، «ج» و «د»

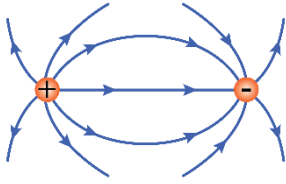
(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۱۸ - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۳

آرایش خطوط میدان الکتریکی برای دو ذره باردار با بار الکتریکی هم اندازه و هم نام به صورت زیر است:



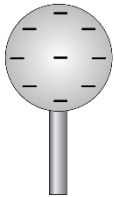
از طرفی آرایش میدان الکتریکی برای دو ذره باردار با بار الکتریکی هم‌اندازه و غیرهم‌نام به صورت زیر است:



بنابراین تنها مورد «د» درست است و موارد «الف»، «ب» و «ج» نادرست هستند.



۴۶- در شکل زیر، ذره باردار مثبت و کوچکی را از نقطه A به سمت کره باردار که روی پایه عایقی قرار دارد، نزدیک می‌کنیم و در نقطه B قرار می‌دهیم. در این جابه‌جایی، کار نیروی الکتریکی است و انرژی پتانسیل الکتریکی ذره باردار می‌یابد.



B

+

A

(۲) مثبت، کاهش

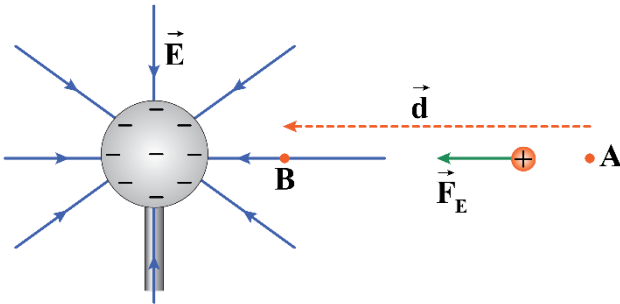
(۴) منفی، افزایش

(۱) مثبت، افزایش

(۳) منفی، کاهش

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۲۲ - ۱۱۰۱)

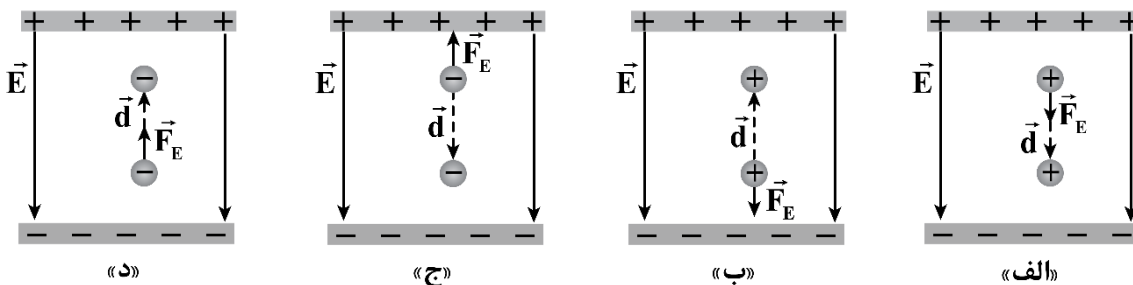
پاسخ: گزینه ۲



می‌دانیم برای کره‌ای با بار منفی، خطوط میدان الکتریکی به صورت شعاعی واردشونده است؛ بنابراین با توجه به شکل مقابل، ذره مثبت در جهت خطوط میدان الکتریکی جابه‌جا شده است (در جهت تمایل خودبه‌خودی) که نتیجه می‌گیریم کار میدان الکتریکی مثبت بوده ($W_E > 0$) و انرژی پتانسیل الکتریکی ذره کاهش یافته است ($\Delta U_E < 0$).



۴۷- در کدام یک از شکل‌های زیر، انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش یافته است؟ (جابه‌جایی ذره با $\vec{d}$ ، میدان الکتریکی با $\vec{E}$ و نیروی الکتریکی با $\vec{F}_E$ نشان داده شده است).



(۱) «الف» و «ب»

(۲) «الف» و «د»

(۳) «ب» و «ج»

(۴) «ج» و «د»

(آسان - مفهومی - استاندارد - صفحه ۲۲ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم اگر یک ذره باردار در جهت نیروی الکتریکی حرکت کند، انرژی پتانسیل آن کاهش و اگر در خلاف جهت نیروی الکتریکی حرکت کند، انرژی پتانسیل آن افزایش می‌یابد؛ بنابراین در موارد «الف» و «د» انرژی پتانسیل الکتریکی بار کاهش می‌یابد.

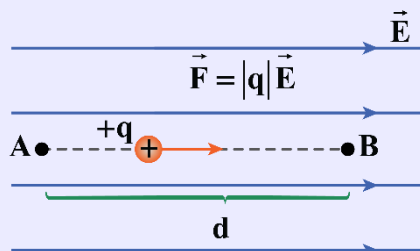
کار نیروی الکتریکی

کار نیروی الکتریکی وارد بر یک ذره باردار در میدان الکتریکی $\vec{E}$ در یک جابه‌جایی مشخص، برابر با قرینه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی در همان جابه‌جایی است.

$$W_E = -\Delta U_E$$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یک ذره باردار در میدان الکتریکی یکنواخت

فرض کنید ذره باردار $+q$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ تحت اثر میدان الکتریکی، جابه‌جایی $\vec{d}$ را انجام می‌دهد. طبق تعریف کار یک نیرو، خواهیم داشت:



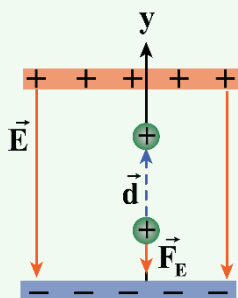
$$W_E = F_E d \cos \theta = |q| E d \cos \theta$$

$$\Delta U_E = -W_E = -|q| E d \cos \theta$$

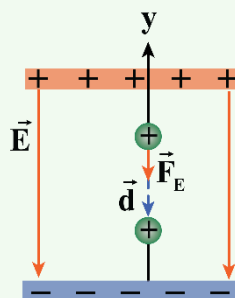
θ زاویه بین نیروی الکتریکی $\vec{F}_E$ و جابه‌جایی $\vec{d}$ است.

نکات طلایی

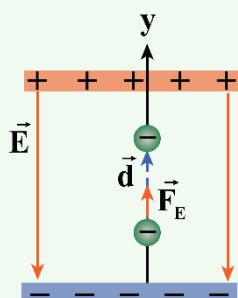
- ۱- به‌سادگی می‌توان دریافت، اگر بار الکتریکی مثبت، در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش یافته است و اگر بار الکتریکی منفی، در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.
 - ۲- اگر یک بار الکتریکی را در یک میدان الکتریکی رها سازیم، همواره به سمتی می‌رود که انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد و اگر برای جابه‌جایی آن مجبور باشیم به‌زور این کار را انجام دهیم، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.
- در شکل‌های زیر، چند حالت مربوط به جابه‌جایی بارهای مختلف و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی نشان داده شده است.



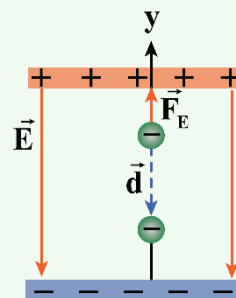
(الف) بار مثبت در جهت میدان الکتریکی $\vec{E}$ حرکت می‌کند: میدان الکتریکی، کار مثبت W_E را روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی U_E افزایش می‌یابد.



(ب) بار مثبت در خلاف جهت میدان الکتریکی $\vec{E}$ حرکت می‌کند: میدان الکتریکی، کار منفی W_E را روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی U_E کاهش می‌یابد.



(ت) بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی $\vec{E}$ حرکت می‌کند: میدان الکتریکی، کار مثبت W_E را روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی U_E کاهش می‌یابد.



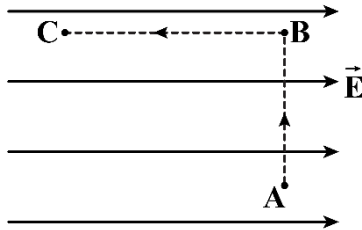
(پ) بار منفی در جهت میدان الکتریکی $\vec{E}$ حرکت می‌کند: میدان الکتریکی، کار منفی W_E را روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی U_E افزایش می‌یابد.



۴۸- مطابق شکل زیر، بار الکتریکی q را در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $\frac{N}{C} \times 10^5$ نخست از نقطه A تا نقطه B و سپس تا

نقطه C جابه‌جا می‌کنیم. اگر $AB = 30 \text{ cm}$ و $BC = 40 \text{ cm}$ باشد و انرژی پتانسیل الکتریکی بار q در این جابه‌جایی به اندازه ۴

میلی ژول افزایش یابد، q بر حسب نانوکولن کدام است؟



(۱) ۲۰

(۲) -۲۰

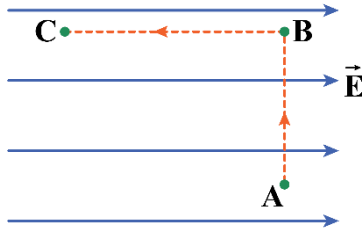
(۳) ۵۰

(۴) -۵۰

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۲ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

طبق رابطه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی با توجه به شکل زیر می‌توانیم بنویسیم:



$$\Delta U_E = -E \cdot |q| \cdot d \cdot \cos \theta \Rightarrow \begin{cases} AB: \theta = 90^\circ \xrightarrow{\cos \theta = 0} \Delta U_{AB} = 0 \\ BC: \Delta U_{BC} = -5 \times 10^5 \times |q| \times 0.4 \times \cos \theta \end{cases}$$

$$\Delta U = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} \Rightarrow 4 \times 10^{-3} = 0 + (-2 \times 10^5 |q| \cdot \cos \theta) \Rightarrow |q| \cdot \cos \theta = -2 \times 10^{-8}$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{|\cos \theta| = 1} & \begin{cases} |q| = 2 \times 10^{-8} \text{ C} = 20 \text{ nC} \\ \cos \theta = -1 \Rightarrow \theta = 180^\circ \Rightarrow \text{جابه‌جایی ذره در خلاف جهت نیروی الکتریکی} \Rightarrow \vec{E}, \vec{F}_E \text{ هم جهت} \Rightarrow q > 0 \end{cases} \\ \Rightarrow & q = 20 \text{ nC} \end{aligned}$$



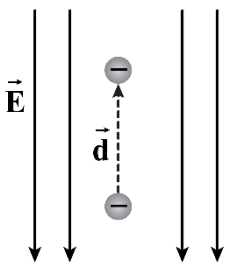
دقت کنید کار نیروی الکتریکی فقط به مبدأ و مقصد حرکت بار ربط دارد و مستقل از مسیر حرکت است؛ بنابراین تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی هم فقط به مبدأ و مقصد حرکت ربط دارد.



۴۹- در نتیجه برخورد پرتوهای کیهانی با مولکول‌های هوا، الکترون‌هایی از این مولکول‌ها کنده می‌شوند. در نزدیکی سطح زمین،

میدان الکتریکی با بزرگی $\frac{N}{C} \times 150$ و جهت رو به پایین وجود دارد. اگر مطابق شکل، یکی از این الکترون‌ها، تحت تأثیر این میدان

400 m رو به بالا جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند ژول تغییر می‌کند؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)



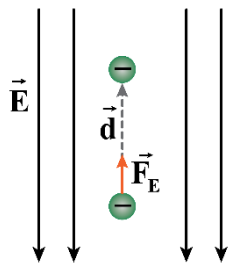
(۱) $9/6 \times 10^{-15}$

(۲) $9/6 \times 10^{-14}$

(۳) $-9/6 \times 10^{-14}$

(۴) $-9/6 \times 10^{-15}$

می‌دانیم بر بارهای منفی، در خلاف جهت میدان الکتریکی، نیروی الکتریکی وارد می‌شود؛ بنابراین با توجه به شکل زیر، نیروی الکتریکی در جهت جابه‌جایی الکترون است و داریم:



$$\Delta U_E = -E|q|d \cos \theta$$

$$\frac{E=150 \frac{N}{C}, |q|=1/6 \times 10^{-19} C}{d=400m, \theta=0^\circ} \rightarrow \Delta U_E = -150 \times 1/6 \times 10^{-19} \times 400 \times \underbrace{\cos 0^\circ}_1$$

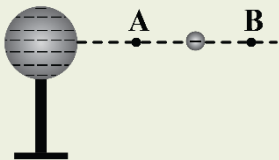
$$\Rightarrow \Delta U_E = -9/6 \times 10^{-15} J$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر حواستون به جهت نیروی الکتریکی نباشه و به اشتباه، θ رو 180° بگیرین در دام گزینه (۱) می‌افتین.

آزمون سراسری تجربی ۱۴۰۰

۶۰- در شکل زیر، کره فلزی با بار الکتریکی منفی روی پایه نارسایی قرار دارد و ذره‌ای با بار منفی را از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌کنیم. در این آزمایش، پتانسیل الکتریکی نقطه B در مقایسه با پتانسیل الکتریکی نقطه A چگونه است و در این جابه‌جایی، انرژی پتانسیل الکتریکی ذره باردار چگونه تغییر می‌کند؟



- (۱) بیش‌تر، کاهش
(۲) بیش‌تر، افزایش
(۳) کم‌تر، کاهش
(۴) کم‌تر، افزایش

پاسخ تشریحی:

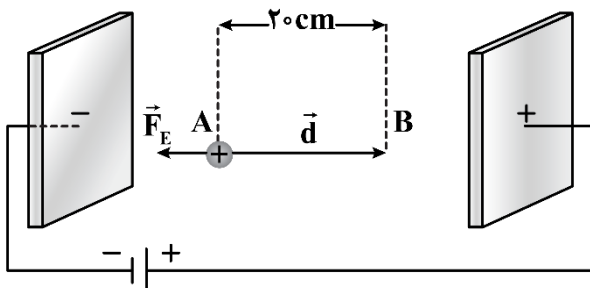
با توجه به این‌که بار کره منفی است، خطوط میدان الکتریکی در اطراف کره به سمت مرکز کره خواهد بود؛ بنابراین با حرکت از نقطه A تا نقطه B در خلاف جهت خطوط میدان حرکت کرده‌ایم و در نتیجه پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد؛ بنابراین پتانسیل نقطه B بیش‌تر از پتانسیل نقطه A است.

همچنین با جابه‌جایی بار منفی در خلاف جهت خطوط میدان، بار در جهت خودبه‌خودی حرکت کرده و در نتیجه انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۱



۵۰- مطابق شکل زیر، در یک میدان الکتریکی یکنواخت $E = 4 \times 10^3 \frac{N}{C}$ ، پروتونی در شرایط خلأ از نقطه A با سرعت $\vec{v}$ در خلاف جهت میدان الکتریکی پرتاب شده است و سرانجام در نقطه B متوقف می‌شود. تندی پرتاب پروتون (v_0) چند متر بر ثانیه است؟



$$(m_{\text{پروتون}} \approx 1/6 \times 10^{-27} \text{ kg}, e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C})$$

- (۱) 2×10^4
(۲) 2×10^5
(۳) 4×10^4
(۴) 4×10^5

راهنمای مسیрт

اول تغییر انرژی پتانسیل پروتون رو حساب کن. بعدش تغییر انرژی جنبشی و در نهایت تندی پرتابش رو حساب کن.

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی پروتون را حساب می‌کنیم:

$$\Delta U_E = -E|q|d \cos \theta \xrightarrow{E=4 \times 10^3 \frac{N}{C}, q=1/6 \times 10^{-19} C, d=2 \text{ cm}=0.02 \text{ m}, \theta=180^\circ} \Delta U_E = -4 \times 10^3 \times 1/6 \times 10^{-19} \times 0.02 \times (-1)$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = 1/28 \times 10^{-16} \text{ J}$$

کام دوم

تغییر انرژی جنبشی پروتون را به دست می‌آوریم. با توجه به این که تنها نیروی الکتریکی به آن وارد می‌شود، داریم:

$$\Delta K = -\Delta U_E = -1/28 \times 10^{-16} \text{ J}$$

کام آخر

تندی پرتاب پروتون (v_0) را به دست می‌آوریم:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m(v^2 - v_0^2) \Rightarrow -1/28 \times 10^{-16} = \frac{1}{2} \times 1/6 \times 10^{-27} (0 - v_0^2) \Rightarrow 16 \times 10^{-10} = v_0^2$$

$$\Rightarrow v_0 = 4 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پایستگی انرژی و انرژی پتانسیل الکتریکی

در مسائلی که اتلاف انرژی نداریم و نیرویی جز نیروی الکتریکی روی ذره کار انجام نمی‌دهد، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی و انرژی جنبشی، قرینه هم هستند؛ بنابراین برای محاسبه تغییرات انرژی جنبشی کافی است تغییرات انرژی پتانسیل را محاسبه کنیم و سپس آن را قرینه کنیم. پایستگی انرژی: $\Delta U + \Delta K = 0 \Rightarrow \Delta K = -\Delta U$

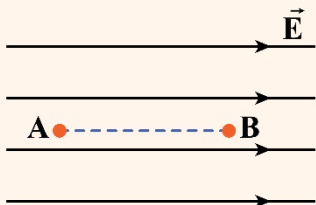
بنابراین با توجه به این که $|\Delta U| = |Eqd \cos \alpha|$ است، برای محاسبه ΔK داریم:

$$|\Delta K| = |Eqd \cos \alpha|$$

در حالتی که روی ذره فقط نیروی الکتریکی کار انجام می‌دهد، هرگاه در جهت خودبه‌خودی حرکت کند، $\Delta K > 0$ است و انرژی جنبشی زیاد می‌شود و هرگاه بار الکتریکی در خلاف جهت خودبه‌خودی حرکت کند، $\Delta K < 0$ است و انرژی جنبشی کم می‌شود.

یه نمونه باحال

در شکل زیر، در میدان الکتریکی یکنواخت $10^5 \frac{N}{C}$ ، ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -5 \mu C$ از نقطه B بدون سرعت اولیه رها می‌شود. وقتی این ذره در مسیر مستقیم، 20 cm جابه‌جا شده و به نقطه A می‌رسد، انرژی جنبشی آن چند ژول می‌شود؟ (از اثر گرانش و نیروهای مقاوم در مقابل حرکت ذره صرف‌نظر شود.)



پاسخ تشریحی:

کام اول: بار منفی در خلاف جهت میدان حرکت کرده و از نقطه B به A می‌رسد؛ بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد، پس $\Delta K > 0$ است.

کام دوم: برای محاسبه انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$|\Delta K| = |Eqd \cos \alpha| = |10^5 \times 5 \times 10^{-6} \times 0.2 \times 1| = 0.1 \text{ J}$$

$$\xrightarrow{\Delta K > 0} \Delta K = +0.1 \text{ J} \Rightarrow K_2 - \cancel{K_1}^{\text{صفر}} = 0.1 \text{ J} \Rightarrow K_2 = 0.1 \text{ J}$$

۵۱- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) ممکن است مقدار فراورده عملی از مقدار فراورده نظری مورد نظر، بیشتر باشد.
- (۲) به مقدار فراورده مورد انتظار در هر واکنش، مقدار عملی فراورده می گویند.
- (۳) درصد خلوص، کمیتی است که کارایی یک واکنش را نشان می دهد.
- (۴) ناخالصی واکنش دهنده ها، بازده واکنش را کاهش خواهد داد.

پاسخ: گزینه ۴

(آسان - خط به خط - سریع - صفحه ۲۳ - ۱۱۰۱)

واکنش های شیمیایی همیشه مطابق آنچه انتظار می رود پیش نمی روند، زیرا ممکن است واکنش دهنده ها ناخالص باشند یا ممکن است واکنش به طور کامل انجام نشود، حتی گاهی نیز هم زمان با آن، واکنش های ناخواسته دیگری انجام می شوند. این موارد موجب می شوند که مقدار واقعی فراورده از مقدار مورد انتظار، کمتر شود و در واقع بازده درصدی واکنش شیمیایی از صد کمتر گردد.

بررسی سایر گزینه ها:

۱ مقدار فراورده نظری، مقدار فراورده ای است که انتظار می رود مطابق روابط استوکیومتری در یک واکنش تولید شود؛ اما واکنش های شیمیایی همیشه مطابق آنچه انتظار می رود پیش نمی روند و مقدار واقعی فراورده از مقدار مورد انتظار کمتر است. به مقدار فراورده ای که به صورت واقعی و در عمل در یک واکنش به دست می آید، فراورده عملی گویند. بر این اساس مقدار فراورده عملی نمی تواند بیشتر از فراورده نظری باشد.

۲ به مقدار فراورده مورد انتظار در هر واکنش، مقدار نظری و به مقدار فراورده ای که در عمل به دست می آید، مقدار عملی می گویند.

۳ بازده درصدی، کمیتی است که کارایی یک واکنش را نشان می دهد و از رابطه زیر به دست می آید:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار فراورده عملی}}{\text{مقدار فراورده نظری}} \times 100$$



۵۲- کدام یک از موارد زیر درباره پنج عنصر اول گروه چهاردهم جدول تناوبی درست است؟

- الف - هر عنصری که دارای رسانایی گرمایی است، در اثر ضربه خرد نمی شود.
 - ب - هر عنصری که دارای رسانایی الکتریکی است، سطح برآق و صیقلی دارد.
 - ج - تعداد عناصر فلزی برابر با تعداد عناصری است که خاصیت شبه فلزی دارند.
 - د - تعداد عناصری که می توانند الکترون به اشتراک بگذارند از عناصری که می توانند الکترون از دست بدهند، بیشتر است.
- (۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ج» و «د»

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - استدلالی - استاندارد - صفحه ۸ - ۱۱۰۱)

عبارت های (ج) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

- الف عناصر فلزی (Sn و Pb) و شبه فلزی (Si و Ge) این گروه دارای رسانایی گرمایی هستند؛ اما عناصر شبه فلزی در اثر ضربه خرد می شوند.
- ب تمام عناصر این گروه دارای رسانایی الکتریکی هستند؛ اما عنصر کربن دارای سطح تیره است.

- ج در بین پنج عنصر اول این گروه، دو عنصر فلزی (Pb و Sn) و دو عنصر شبه فلزی (Ge و Si) وجود دارد. پس این دو مقدار با هم برابرند.
- د عنصر نافلزی (C) و عناصر شبه فلزی (Ge و Si) این گروه (در مجموع سه عنصر) در واکنش می توانند الکترون به اشتراک بگذارند و تعدادشان از عناصر فلزی (Pb و Sn) (دو عنصر) که در واکنش ها می توانند الکترون از دست بدهند، بیشتر است.



- ۵۳- با توجه به آرایش الکترونی بیرونی ترین زیر لایه الکترونی در هر گونه $X:2p^2$, $M^{-}:4p^6$, $A^{2+}:2p^6$ کدام مورد درست است؟
- ۱) تعداد عناصر شبه فلزی هم دوره با عنصر A برابر با تعداد عناصر گازی هم گروه با عنصر M است.
 - ۲) عنصر A که در گروه سوم قرار دارد، می تواند سبب ایجاد برخی رنگ ها در سنگ های گران بها شود.
 - ۳) عنصر M در بین عناصر نافلزی هم دوره خود، دارای بیشترین خاصیت نافلزی است.
 - ۴) عنصری هم گروه با عنصر X ، می تواند در واکنش با سایر عناصر الکترون بگیرد.

(سخت - مفهومی - زمانبر ۶) - صفحه ۱۵ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به آرایش الکترونی گونه های داده شده به ترتیب عناصر A , M , X معادل با آلومینیم، برم و کربن است. در یک دوره از جدول تناوبی از چپ به راست خاصیت نافلزی افزایش می یابد. از آن جا که عنصر برم در گروه ۱۷ قرار گرفته است، دارای بیشترین خصلت نافلزی در بین عناصر هم دوره خود و در نتیجه بیشترین واکنش پذیری در میان نافلزهای هم دوره خود است.

بررسی سایر گزینه ها:

- ۱) سیلیسیم تنها عنصر شبه فلز هم دوره با آلومینیم است اما فلئور و کلر که هم گروه برم هستند، در دمای اتاق به حالت گازی وجود دارند. پس تعداد عناصر در دو موضوع مطرح شده برابر نیست.
- ۲) آلومینیم در گروه ۱۳ جدول تناوبی قرار دارد و می دانیم که فلزات واسطه علت ایجاد برخی رنگ ها در سنگ های گران بها هستند. این در حالی است که آلومینیم یک فلز اصلی محسوب می شود.
- ۴) گرفتن الکترون یکی از ویژگی های نافلزها است که کربن و گازهای نجیب استثنا هستند و توانایی تشکیل یون با بار منفی را ندارند. در میان هم گروه های کربن نیز هیچ نافلزی وجود ندارد و عناصر هم گروه آن چنین خاصیتی را نخواهند داشت.



- ۵۴- اگر هر گرم از یک نمونه ناخالص کلسیم سولفیت در واکنش با هیدروکلریک اسید مطابق معادله زیر، ۸۴ میلی لیتر گاز در شرایط استاندارد تولید کند، درصد خلوص این نمونه کلسیم سولفیت چقدر است؟ ($O = ۱۶, S = ۳۲, Ca = ۴۰: g. mol^{-1}$)



۳۰ (۴)

۴۵ (۳)

۶۰ (۲)

۹۰ (۱)

(آسان - محاسباتی - سریع ۶) - صفحه ۲۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



راه حل مسئله

برای محاسبه درصد خلوص نیاز به جرم خالص کلسیم سولفیت داریم. جرم کلسیم سولفیت را به کمک حجم گوگرد دی اکسید تولید شده حساب می کنیم.

ابتدا جرم کلسیم سولفیت خالص مصرف شده را حساب می کنیم:

$$? g CaSO_3 = 84 mL SO_2 \times \frac{1 L}{1000 mL} \times \frac{1 mol SO_2}{22.4 L SO_2} \times \frac{1 mol CaSO_3}{1 mol SO_2} \times \frac{120 g CaSO_3}{1 mol CaSO_3} = 0.45 g$$

حال درصد خلوص کلسیم سولفیت را محاسبه می کنیم:

درصد خلوص

اغلب مواد موجود در طبیعت، صنعت و آزمایشگاه، ناخالص هستند؛ بنابراین، برای بیان میزان خالص بودن یک ماده از درصد خلوص استفاده می کنیم. درصد خلوص به معنی مقدار گرم ماده خالص موجود در صد گرم ماده ناخالص است. درصد خلوص از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$\text{درصد خلوص ماده} = \frac{\text{جرم ماده خالص (g)}}{\text{جرم ماده ناخالص (g)}} \times 100$$

نکته بسیار مهم: به هنگام محاسبه درصد خلوص، نیاز نیست حتماً از واحد گرم استفاده شود و تنها یکسان بودن واحدهای صورت و مخرج، کافی است.

$$\text{درصد خلوص } CaSO_3 = \frac{\text{جرم } CaSO_3 \text{ خالص}}{\text{جرم } CaSO_3 \text{ ناخالص}} \times 100 \Rightarrow A = \frac{0.45}{1} \times 100 = 45\%$$

پس درصد خلوص این نمونه برابر ۴۵ درصد است.



۵۵- عناصر A, B, D و E به ترتیب چهار عنصر متوالی دوره سوم جدول تناوبی هستند که D رسانایی الکتریکی ضعیفی دارد. کدام مورد نادرست است؟

- (۱) عنصر D همانند عنصر E چکش خوار نیست.
- (۲) تعداد الکترون های آخرین زیرلایه عنصر A برابر با همین تعداد در عنصر D است.
- (۳) اختلاف شعاع اتمی بین عناصر B و D کمتر از این اختلاف بین عناصر D و E است.
- (۴) در واکنش بین K_2O و A ، واکنش پذیری فرآورده ها بیشتر از واکنش دهنده ها خواهد بود.

(متوسط - استدلالی - استاندارد ۶ - صفحه ۱۳ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به این که رسانایی الکتریکی ضعیف از ویژگی های شبه فلزها بوده و در دوره سوم تنها شبه فلز عنصر سیلیسیم است؛ بنابراین عنصر D معادل عنصر سیلیسیم بوده و همچنین عناصر A, B, E به ترتیب معادل منیزیم، آلومینیم و فسفر هستند. در بین عناصر دوره سوم جدول تناوبی، بیشترین اختلاف شعاع اتمی بین دو عنصر متوالی، مربوط به آلومینیم و سیلیسیم است و در نتیجه اختلاف شعاع اتمی بین آن ها بیشتر از اختلاف شعاع اتمی بین سیلیسیم و فسفر خواهد بود.

بررسی سایر گزینه ها:

- (۱) عنصر سیلیسیم (عنصر شبه فلزی) همانند فسفر (عنصر نافلزی) در اثر ضربه خرد می شود و بنابراین هر دو چکش خوار نیستند.
- (۲) تعداد الکترون های آخرین زیرلایه منیزیم ($3s^2$) همانند سیلیسیم ($3p^2$) برابر با دو است.
- (۴) از آن جا که واکنش پذیری پتاسیم به علت بیشتر بودن شعاع اتمی از منیزیم بیشتر است، واکنش بین Mg و K_2O انجام پذیر نیست و واکنش پذیری فرآورده ها بیشتر از واکنش پذیری واکنش دهنده ها خواهد بود.



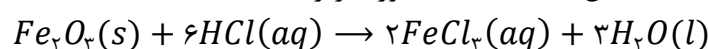
۵۶- هر مول آهن (III) اکسید با مول هیدروکلریک اسید واکنش می دهد و محلول حاصل در واکنش با سدیم هیدروکسید، رسوب تولید می کند.

- (۱) ۶ - قرمز رنگ (۲) ۳ - قرمز رنگ (۳) ۶ - سبز رنگ (۴) ۳ - سبز رنگ

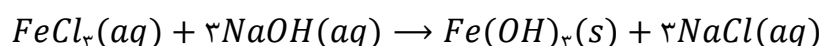
(آسان - مفهومی - سریع ۶ - صفحه ۱۹ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

معادله واکنش محلول هیدروکلریک اسید با آهن (III) اکسید به صورت زیر است:



هر مول از این اکسید آهن با ۶ مول اسید واکنش می دهد. همچنین آهن (III) کلرید تولید شده در این واکنش با سدیم هیدروکسید مطابق معادله زیر واکنش می دهد:



در این واکنش رسوب قرمز رنگ آهن (III) هیدروکسید تولید خواهد شد.



۵۷- اگر خانه‌های زیر نشان‌دهنده عناصر متوالی در دوره چهارم جدول تناوبی باشد و خانه B مربوط به عنصر منگنز باشد، کدام مورد

A	B	C			D	E
---	---	---	--	--	---	---

نادرست است؟

- (۱) سه الکترون با $n + l = 5$ در کاتیون A^{3+} وجود دارد.
- (۲) برای استخراج فلز C از سنگ معدن آن می‌توان از عنصر کربن استفاده نمود.
- (۳) همه زیرلایه‌های اشغال‌شده در یون D^{+} همانند یون E^{2+} ، از الکترون پر شده است.
- (۴) واکنش‌پذیری فلز E نسبت به واکنش‌پذیری سایر فلزات دسته d هم‌دوره خود کمتر است.

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۲۱ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

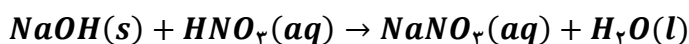
به ترتیب عناصر A, C, D, E معادل با عناصر کروم (Cr), آهن (Fe), مس (Cu) و روی (Zn) است.

بررسی گزینه‌ها:

- (۱) آرایش الکترونی فشرده یون Cr^{3+} به صورت $[Ar]3d^3$ می‌باشد و زیرلایه‌هایی از این یون که دارای $n + l = 5$ هستند، تنها $3d^3$ است که دارای سه الکترون می‌باشد.
- (۲) برای استخراج فلز آهن از سنگ معدن آن، می‌توان از عنصر کربن به دلیل واکنش‌پذیری بیشتر آن نسبت به فلز آهن استفاده نمود.
- (۳) آرایش الکترونی فشرده یون‌های Cu^{+} و Zn^{2+} به صورت $[Ar]3d^{10}$ است و همان‌طور که مشخص است زیرلایه $3d^{10}$ همانند زیرلایه‌های قبلی از الکترون پر شده است.
- (۴) واکنش‌پذیری روی از عنصر قبلی خود یعنی مس بیشتر است در نتیجه این جمله نمی‌تواند درست باشد.



۵۸- اگر از واکنش ۲۵۰ گرم سدیم هیدروکسید با خلوص ۸۰ درصد، با مقدار کافی نیتریک اسید طبق معادله زیر، ۶۷/۵ گرم آب تولید شود، بازده درصدی واکنش کدام است؟ (ناخالصی‌ها با اسید واکنش نمی‌دهد. $H = 1, O = 16, Na = 23; g.mol^{-1}$)



۵۰ (۴)

۶۰ (۳)

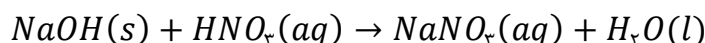
۷۵ (۲)

۹۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

معادله واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:



راه حل مسئله

برای محاسبه بازده درصدی واکنش، باید مقدار عملی و نظری آب تولیدشده را مشخص کنیم. مقدار عملی که در صورت سؤال مشخص شده و برای مقدار نظری نیز، ابتدا جرم سدیم هیدروکسید خالص را به کمک درصد خلوص حساب کرده و سپس به کمک آن جرم آب تولیدشده را به دست می‌آوریم.

در ابتدا مقدار سدیم هیدروکسید خالص را به دست می‌آوریم:

$$\text{جرم ماده خالص} = \frac{\text{جرم ماده ناخالص}}{\text{درصد خلوص}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{x}{25} \times 100 \Rightarrow x = 200 \text{ g}$$

اکنون باید مقدار نظری آب تولیدشده در اثر مصرف ۲۰۰ گرم سدیم هیدروکسید طبق واکنش مطرح‌شده را مشخص کنیم:

$$? \text{ g } H_2O = 200 \text{ g } NaOH \times \frac{1 \text{ mol } NaOH}{40 \text{ g } NaOH} \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } NaOH} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 90 \text{ g}$$

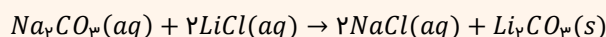
با توجه به این که در این واکنش، مقدار آب تولیدشده برابر ۶۷/۵ گرم است، بازده درصدی واکنش را حساب می‌کنیم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{67.5}{90} \times 100 = 75\%$$

در نتیجه بازده این واکنش برابر ۷۵ درصد است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

به ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول که حاوی ۰/۹ مول سدیم کربنات است، ۳۵۰ میلی‌لیتر محلول لیتیم کلرید با غلظت کافی اضافه می‌کنیم تا مطابق معادله زیر، با یکدیگر واکنش دهند. اگر بازده درصدی واکنش برابر ۸۰ درصد باشد، غلظت یون کربنات در محلول نهایی برابر چند مول بر لیتر می‌گردد؟



(۱) ۰/۳۶ (۲) ۰/۲۴ (۳) ۰/۱۸ (۴) ۰/۴

از آن‌جا که بازده واکنش برابر ۸۰ درصد است، تنها ۲۰ درصد از یون‌های کربنات وارد شده به محلول، رسوب نکرده و به‌صورت حل شده، در محلول نهایی حضور دارند؛ بنابراین، مقدار یون‌های کربنات در محلول نهایی برابر است با:

$$CO_3^{2-} \text{ باقی مانده } mol = 0.9 \text{ mol } Na_2CO_3 \times \frac{1 \text{ mol } CO_3^{2-}}{1 \text{ mol } Na_2CO_3} \times \frac{20 \text{ mol } CO_3^{2-} \text{ مانده}}{100 \text{ mol } CO_3^{2-}} = 0.18 \text{ mol}$$

و در آخر غلظت یون کربنات را محاسبه می‌کنیم. از آن‌جا که دو محلول با حجم‌های ۴۰۰ و ۳۵۰ میلی‌لیتر را با یکدیگر مخلوط کرده‌ایم؛ حجم محلول نهایی برابر با ۷۵۰ میلی‌لیتر می‌شود؛ پس داریم:

$$[CO_3^{2-}] = \frac{\text{مول } CO_3^{2-}}{V \text{ محلول}} \rightarrow x = \frac{0.18}{0.75 \text{ L}} = 0.24 \text{ mol.L}^{-1}$$

بر این اساس، می‌توان گفت غلظت یون کربنات در محلول نهایی برابر ۰/۲۴ مول بر لیتر است.

پاسخ: گزینه ۲



۵۹- چند مورد از مطالب زیر در مورد واکنش تخمیر گلوکز نادرست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g.mol^{-1}$)

الف - توسط میکروب‌های هوازی انجام می‌شود.

ب - به تقریب ۷۵ درصد از جرم گلوکز به یک سوخت سبز تبدیل می‌شود.

ج - در صورت تولید یک مول سوخت سبز در این واکنش، یک مول گاز تولید می‌شود.

د - واکنش‌دهنده این واکنش از بقایای گیاهانی مانند نیلوفر، سیب‌زمینی و ذرت حاصل می‌شود.

(۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

(سخت - مفهومی - زمانبر) - صفحه ۲۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

واکنش تخمیر گلوکز به‌صورت زیر انجام می‌گیرد:



عبارت‌های (الف) و (ب) نادرست هستند.

بررسی موارد:

(الف) این واکنش در شرایط بی‌هوازی انجام می‌شود.

(ب) در این واکنش به ازای مصرف یک مول گلوکز (معادل ۱۸۰ گرم) دو مول اتانول (معادل ۹۲ گرم) تولید می‌شود. پس از ۱۸۰ گرم گلوکز، ۹۲ گرم سوخت سبز تولید می‌شود که به تقریب ۵۰ درصد از جرم گلوکز مصرف‌شده است.

(ج) گاز تولیدشده در این واکنش کربن دی‌اکسید بوده که مولکولی ناقطبی بوده و یک گاز گلخانه‌ای است. مطابق معادله بالا به ازای تولید هر مول اتانول، یک مول گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود.

(د) گلوکز مورد نیاز این واکنش را می‌توان از بقایای گیاهانی مانند نیلوفر، سیب‌زمینی و ذرت تهیه کرد. به گونه‌ای که امروزه مزارع زیادی را برای تهیه سوخت سبز، روغن و خوراک دام به کشت ذرت اختصاص می‌دهند.

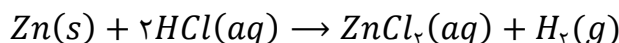


۶۰- اگر از شرکت مقداری مشخص از یک نمونه فلز روی با درصد خلوص ۵۲، در واکنشی با معادله زیر، ۱/۲ گرم گاز هیدروژن تولید شود، جرم نمونه اولیه فلز روی چند گرم بوده است؟ ($H = 1, Zn = 65: g.mol^{-1}$)



(۱) ۷۸ (۲) ۷۵ (۳) ۳۹ (۴) ۳۷/۵

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



راه حل مسئله

ابتدا مقدار روی مصرف شده را به کمک روابط استوکیومتری از گاز هیدروژن حساب کرده و سپس به کمک درصد خلوص، جرم نمونه ناخالص را به دست می آوریم.
در ابتدا باید مقدار فلز روی مصرف شده در واکنش انجام شده را محاسبه کنیم:

$$? g Zn = \frac{1}{2} g H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{2 g H_2} \times \frac{1 \text{ mol } Zn}{1 \text{ mol } H_2} \times \frac{65 g Zn}{1 \text{ mol } Zn} = 39 g$$

پس میزان روی خالص مصرف شده برابر با ۳۹ گرم بوده است. حال از آن جا که درصد خلوص روی را در نمونه مورد نظر داریم، می توانیم مقدار جرم نمونه اولیه را مشخص کنیم:

$$75 g = \text{جرم نمونه اولیه} \Rightarrow 100 \times \frac{39}{\text{جرم ماده خالص}} \Rightarrow 52 = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times 100$$

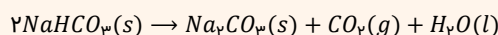
پس جرم نمونه اولیه برابر ۷۵ گرم است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

۱۲۰۰ گرم نمونه ای ناخالص از سدیم هیدروژن کربنات مطابق واکنش موازنه نشده $NaHCO_3(s) \rightarrow Na_2CO_3(s) + CO_2(g) + H_2O(l)$ در اثر گرما تجزیه شده است. اگر بازده درصدی این واکنش برابر با ۵۶ درصد و حجم فراورده گازی در شرایط استاندارد برابر ۷۸/۴ لیتر باشد، درصد خلوص این نمونه سدیم هیدروژن کربنات چقدر است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23: g \cdot mol^{-1}$)

$$87/5 (4) \quad 80 (3) \quad 75 (2) \quad 62/5 (1)$$

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش، بازده درصدی آن و مقدار گاز کربن دی اکسید تولید شده، مقدار سدیم هیدروژن کربنات مصرف شده را به دست می آوریم:

$$? g NaHCO_3 = 78/4 L CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{22/4 L CO_2} \times \frac{2 \text{ mol } NaHCO_3}{1 \text{ mol } CO_2} \times \frac{84 g NaHCO_3}{1 \text{ mol } NaHCO_3} = 588 g$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow 56 = \frac{588}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \text{مقدار نظری} = 1050 g$$

در مرحله بعد، با توجه به جرم سدیم هیدروژن کربنات مصرف شده، درصد خلوص این ماده را محاسبه می کنیم:

$$NaHCO_3 \text{ درصد خلوص} = \frac{\text{جرم } NaHCO_3 \text{ خالص}}{\text{جرم } NaHCO_3 \text{ ناخالص}} \times 100 \Rightarrow A = \frac{1050}{1200} \times 100 = 87/5 \text{ درصد}$$

پس درصد خلوص این نمونه برابر ۸۷/۵ درصد است.

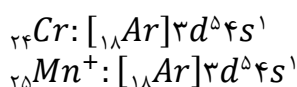
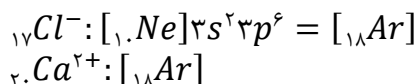
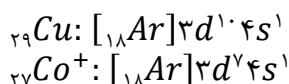
پاسخ: گزینه ۴

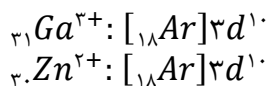


۶۱- در کدام گزینه آرایش الکترونی بیرونی ترین زیرلایه دو گونه مشابه بوده، اما آرایش الکترونی مشابهی ندارند؟



آرایش الکترونی گونه های موجود در هر چهار گزینه را بررسی می کنیم:





همان طور که مشخص است، اگر چه آرایش الکترونی یون کبالت (I) و فلز مس، هر دو به $4s^1$ ختم می شود، اما در زیرلایه $3d$ این دو گونه شمار الکترون های متفاوتی وجود دارد.



۶۲- اگر درصد جرمی آهن در یک نمونه هماتیت (آهن (III) اکسید ناخالص) برابر $24/5$ درصد باشد، درصد خلوص این نمونه آهن (III) اکسید چند درصد است؟ ($O = 16, Fe = 56: g. mol^{-1}$)

۴۲ (۱) ۳۲ (۲) ۴۰ (۳) ۳۵ (۴)

(آسان - محاسباتی - سریع ۵ - صفحه ۲۳ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

فرمول شیمیایی آهن (III) اکسید به صورت Fe_2O_3 است.

راه حل مسئله

برای حل این گونه مسائل، کافی است جرم کل را برابر 100 گرم در نظر بگیریم و جرم ماده مورد نظر را به کمک درصد جرمی اتم که برابر جرم آن در همین 100 گرم است، محاسبه کنیم. جرم ماده برابر درصد خلوص آن است.

اگر جرم هماتیت را 100 گرم در نظر بگیریم، در این نمونه $24/5$ گرم آهن وجود دارد. پس جرم آهن (III) اکسیدی که حاوی $24/5$ گرم آهن است را حساب می کنیم:

$$? g Fe_2O_3 = 24/5 g Fe \times \frac{1 mol Fe}{56 g Fe} \times \frac{1 mol Fe_2O_3}{2 mol Fe} \times \frac{160 g Fe_2O_3}{1 mol Fe_2O_3} = 35 g$$

پس در 100 گرم از این کانی 35 گرم اکسید آهن وجود دارد و درصد خلوص Fe_2O_3 برابر 35 درصد است.



۶۳- اگر 245 گرم پتاسیم کلرات خالص مطابق واکنش موازنه نشده $KClO_3(s) \rightarrow KCl(s) + O_2(g)$ در یک ظرف سرباز با بازده 50 درصد، تجزیه شود، چند گرم ماده جامد در ظرف باقی می ماند؟ ($O = 16, Cl = 35/5, K = 39: g. mol^{-1}$)

۱۹۲ (۱) ۱۹۷ (۲) ۲۰۲ (۳) ۲۰۷ (۴)

(سخت - محاسباتی - زمانبر ۵ - صفحه ۲۳ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

معادله موازنه شده واکنش تجزیه پتاسیم کلرات به صورت زیر است:



راه حل مسئله

در این واکنش تغییر جرم جامد معادل جرم گاز تولید شده است. پس برای حل این سؤال کافی است، جرم گاز اکسیژن تولید شده به صورت عملی را حساب کنیم. طبق قانون پایستگی جرم، مجموع جرم واکنش دهنده ها برابر با مجموع جرم فراورده هاست و چون این واکنش در ظرف باز انجام شده است، پس به مقدار جرم گاز تولید شده، جرم ماده جامد موجود در ظرف کاهش می یابد. در نتیجه ابتدا باید مقدار گاز اکسیژن تولید شده را حساب کنیم:

$$? g O_2 = 245 g KClO_3 \times \frac{1 mol KClO_3}{122/5 g KClO_3} \times \frac{3 mol O_2}{2 mol KClO_3} \times \frac{32 g O_2}{1 mol O_2} = 96 g$$

حال مقدار عملی گاز اکسیژن تولید شده را محاسبه می کنیم:

بازده واکنش

در واقعیت، واکنش های شیمیایی به علت ناخالص بودن واکنش دهنده ها، انجام گرفتن واکنش های ناخواسته و همچنین کامل نشدن واکنش، همیشه مطابق انتظار ما پیش نرفته و میزان فراورده تولید شده، کمتر از مقدار به دست آمده در محاسبات ما می شود. در این شرایط، نیاز به مفهومی که نشان دهد واکنش به چه اندازه انجام شده است، حس می شود. از این رو، شیمیدان ها با مطرح کردن مفهوم بازده واکنش، به دنبال مشخص کردن مقدار فراورده تولید شده در واقعیت (فراورده عملی) با استفاده از مقدار مورد انتظار از طریق محاسبه (فراورده نظری) هستند.

رابطه بازده درصدی به صورت زیر است:

$$100 \times \frac{\text{مقدار فراورده عملی}}{\text{مقدار فراورده نظری}} = \text{بازده درصدی}$$



تنها شرط مورد نیاز برای محاسبه بازده درصدی، یکسان بودن واحدهای صورت و مخرج است و این واحد می‌تواند گرم، کیلوگرم، مول، لیتر گاز و ... باشد.

$$48 \text{ g} = \text{مقدار عملی} \Rightarrow 100 \times \frac{\text{مقدار عملی}}{96} \Rightarrow 50 = \frac{\text{مقدار نظری}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \text{بازده درصدی}$$

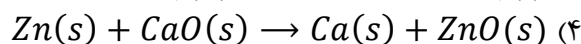
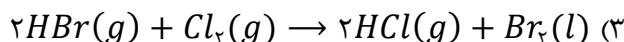
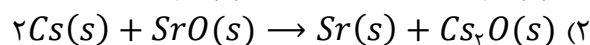
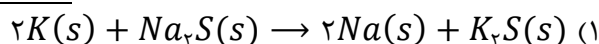
پس مقدار عملی گاز اکسیژن تولیدشده برابر با ۴۸ گرم است. حال برای محاسبه جرم جامد باقی‌مانده در ظرف باید مقدار گاز تولیدشده را از مقدار پتاسیم کلرات اولیه کم کنیم، بنابراین داریم:

$$197 \text{ g} = 245 - 48 = \text{جرم جامد باقی‌مانده}$$

پس جرم جامد باقی‌مانده برابر با ۱۹۷ گرم است.



۶۴- کدام یک از واکنش‌های زیر به صورت طبیعی انجام نمی‌شود؟



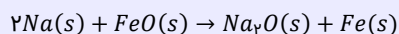
(آسان - مفهومی - سریع ۲ - صفحه ۲۱ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

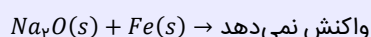
برای آن که یک واکنش به صورت طبیعی انجام شود، باید واکنش‌پذیری واکنش‌دهنده‌ها بیشتر از فراورده‌ها باشد.

انجام‌پذیری واکنش

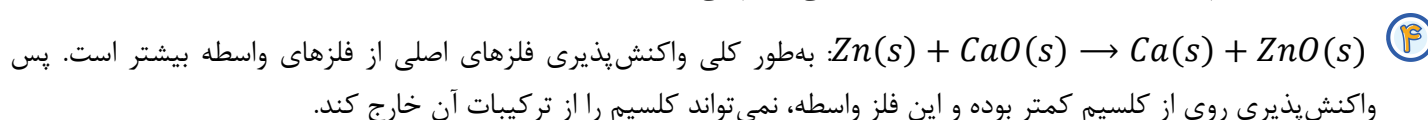
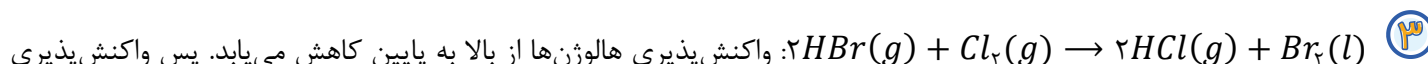
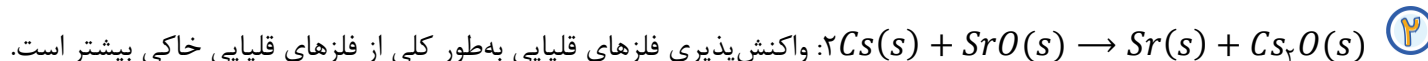
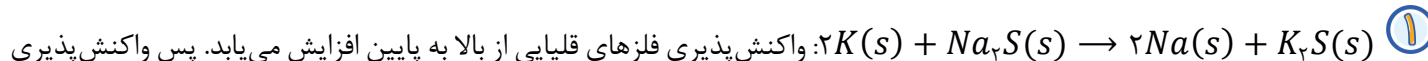
به طور کلی می‌توان گفت که در هر واکنش شیمیایی که به طور طبیعی انجام می‌شود، واکنش‌پذیری فراورده‌ها کمتر از واکنش‌دهنده‌ها است. مثال ۱: واکنش‌پذیری فلز سدیم بیشتر از فلز آهن است؛ پس سدیم می‌تواند به طور طبیعی، فلز آهن را از ترکیبات آن خارج کند. برای مثال واکنش زیر به طور طبیعی انجام می‌شود:



مثال ۲: چون واکنش‌پذیری سدیم بیشتر از آهن است، فلز آهن نمی‌تواند سدیم را از ترکیبش به صورت طبیعی خارج کند. به عنوان مثال:



بر این اساس امکان انجام واکنش‌ها را در چهار گزینه بررسی می‌کنیم:



۶۵- کدام یک از مطالب زیر درست هستند؟

الف - استخراج فلز آلومینیم دشوارتر از استخراج فلز منیزیم است.

ب - اگر واکنش « $NaO + X \rightarrow$ » انجام پذیر باشد، واکنش پذیری عنصر کربن از عنصر X کمتر است.

ج - در صورت قرار دادن قطعه‌ای از فلز آهن در محلول مس (II) سولفات، محلول واکنش بی‌رنگ می‌شود.

د - در فولاد مبارکه، برای استخراج آهن از عنصری استفاده می‌شود که در تمام زیرلایه‌های الکترونی خود دارای دو الکترون است.

(۱) «الف» و «ج» (۲) «الف» و «ب» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی - استاندارد ۶) - صفحه ۲۲ - ۱۱۰۱

عبارت‌های (ب) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

(الف) از آن جا که خصلت فلزی و واکنش پذیری منیزیم بیشتر از آلومینیم است، استخراج فلز منیزیم نیز دشوارتر از فلز آلومینیم خواهد بود.

(ب) واکنش پذیری X باید از سدیم بیشتر باشد تا واکنش « $NaO + X \rightarrow$ » انجام شود. همچنین می‌دانیم واکنش پذیری کربن از سدیم

کمتر است. در نتیجه به‌طور قطع واکنش پذیری کربن از عنصر X نیز کمتر است. (مقایسه واکنش پذیری: $C < Na < X$)

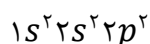
واکنش پذیری: فلز $B <$ فلز A

خارج کردن فلز A از ترکیب آن توسط فلز B

(ج) واکنش پذیری آهن بیشتر از مس است. پس در صورت قرار دادن فلز آهن در محلول مس (II) سولفات واکنش انجام می‌شود و در این

واکنش محلول آبی رنگ حاوی یون Cu^{2+} ، به محلول حاوی یون‌های Fe^{2+} که سبزرنگ هستند، تبدیل می‌شود.

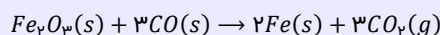
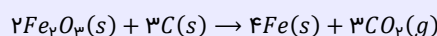
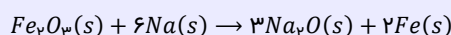
(د) عنصر کربن در فولاد مبارکه برای استخراج آهن استفاده می‌شود. آرایش الکترونی کربن به‌صورت مقابل است:



همان‌طور که مشخص است، این عنصر در تمام زیرلایه‌های الکترونی خود دارای دو الکترون است.

استخراج آهن

آهن در میان فلزات بیشترین مصرف سالانه را دارد و اغلب در طبیعت به‌صورت کانی هماتیت (Fe_2O_3) به همراه ناخالصی یافت می‌شود. چون واکنش‌پذیری آهن از کربن و سدیم کمتر است، می‌توان از این عناصر برای استخراج آهن از سنگ معدن آن استفاده کرد. از آن‌جا که دسترسی به کربن در مقایسه با سدیم راحت‌تر است و صرفه اقتصادی بیشتری دارد، در فولاد مبارکه اصفهان، همانند همه شرکت‌های فولاد جهان از کربن برای استخراج آهن استفاده می‌شود. برای استخراج آهن از سنگ معدن آن می‌توان از سه معادله زیر کمک گرفت:



۶۶- اگر از واکنش ۴۰۰ گرم نقره اکسید با خلوص ۸۷ درصد، مطابق معادله $Ag_2O(s) + H_2(g) \rightarrow 2Ag(s) + H_2O(l)$ با مقدار

کافی گاز هیدروژن، ۲۴۳ گرم فلز تولید شود، بازده این واکنش چند درصد بوده و در این واکنش چند مول آب تولید شده است؟

($O = ۱۶, Ag = ۱۰۸; g.mol^{-1}$)

(۴) ۶۰ - ۲/۲۵

(۳) ۷۵ - ۲/۲۵

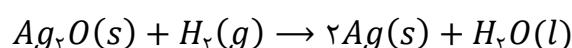
(۲) ۶۰ - ۱/۱۲۵

(۱) ۷۵ - ۱/۱۲۵

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - محاسباتی - زمانبر ۶) - صفحه ۲۳ - ۱۱۰۱

واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:



با توجه به جرم نقره اکسید مصرف شده، جرم فلز تولید شده به صورت نظری را حساب می کنیم:

کسر تبدیل درصد خلوص

اگر درصد خلوص یک ماده برابر P باشد، کسر تبدیل آن را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\text{ماده خالص } P \text{ g}}{\text{ماده ناخالص } 100 \text{ g}} \quad \text{یا} \quad \frac{\text{ماده ناخالص } 100 \text{ g}}{\text{ماده خالص } P \text{ g}}$$

$$? \text{ g Ag} = 400 \text{ g Ag}_2\text{O} \times \frac{17 \text{ g Ag}_2\text{O}}{100 \text{ g Ag}_2\text{O}} \times \frac{1 \text{ mol Ag}_2\text{O}}{232 \text{ g Ag}_2\text{O}} \times \frac{2 \text{ mol Ag}}{1 \text{ mol Ag}_2\text{O}} \times \frac{108 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} = 324 \text{ g}$$

پس بازده درصدی واکنش را با توجه به مقدار عملی و نظری نقره تولید شده محاسبه می کنیم:

$$\text{بازده درصدی واکنش} = \frac{\text{فرآورده عملی}}{\text{فرآورده نظری}} \times 100 = \frac{243}{324} \times 100 = 75\%$$

بنابراین بازده این واکنش برابر ۷۵ درصد است. همچنین بر اساس جرم نقره تولید شده، مقدار آب تولید شده را نیز مشخص می کنیم:

$$? \text{ mol H}_2\text{O} = 243 \text{ g Ag} \times \frac{1 \text{ mol Ag}}{108 \text{ g Ag}} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{2 \text{ mol Ag}} = 1/125 \text{ mol}$$

پس در این واکنش ۱/۱۲۵ مول آب نیز تولید می شود.



۶۷- در یک کپسول اکسیژن غواصی با ناخالصی هلیوم که درصد حجمی اکسیژن در آن ۲۰ درصد است، درصد خلوص اکسیژن به تقریب چند درصد است؟ ($\text{He} = 4, \text{O} = 16; \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۶۷ (۴)

۷۳ (۳)

۶۲ (۲)

۵۸ (۱)

(آسان - محاسباتی - سریع) - صفحه ۲۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

در شرایط یکسان نسبت حجمی دو گاز معادل نسبت مولی آن ها است.

قانون گازها

مطابق قانون گازها در دما و فشار مشخص، نسبت حجم دو گاز برابر نسبت مول آن دو گاز است:

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \xrightarrow{P_1=P_2, T_1=T_2} \frac{V_1}{n_1} = \frac{V_2}{n_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

پس در این کپسول که درصد حجمی اکسیژن ۲۰ و درصد حجمی هلیوم ۸۰ درصد است، نسبت شمار مول هلیوم به شمار مول اکسیژن برابر ۴ است. پس اگر در کپسول غواصی، مقدار اکسیژن را یک مول در نظر بگیریم، مقدار هلیوم برابر ۴ مول خواهد بود. جرم یک مول اکسیژن برابر ۳۲ و جرم چهار مول هلیوم نیز ۱۶ گرم خواهد بود:

$$? \text{ g He} = 4 \text{ mol He} \times \frac{4 \text{ g He}}{1 \text{ mol He}} = 16 \text{ g}$$

حال درصد جرمی اکسیژن را در این نمونه حساب می کنیم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ناخالصی} + \text{جرم ماده خالص}} \times 100 = \frac{32}{32 + 16} \times 100 = \frac{32}{48} \times 100 = \frac{2}{3} \times 100 \approx 67\%$$

پس درصد جرمی اکسیژن در این کپسول به تقریب برابر ۶۷ درصد است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

از واکنش میان $۶/۳۲۱ \times ۱۰^{۲۴}$ اتم کربن با مقدار کافی سیلیسیم دی‌اکسید (SiO_2)، مقداری گاز کربن مونوکسید و ۴۸ میلی‌لیتر سیلیسیم مایع با چگالی $۲/۴۵$ گرم بر میلی‌لیتر تولید می‌شود. بازده این واکنش چند درصد بوده و در این واکنش چند گرم گاز کربن مونوکسید تولید می‌شود؟
($C = ۱۲, O = ۱۶, Si = ۲۸: g \cdot mol^{-1}$)

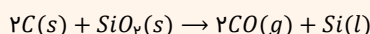
$$۱۷۶/۴ - ۶۰ \quad (۴)$$

$$۱۷۶/۴ - ۸۰ \quad (۳)$$

$$۲۳۵/۲ - ۶۰ \quad (۲)$$

$$۲۳۵/۲ - ۸۰ \quad (۱)$$

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



ابتدا مقدار نظری سیلیسیم مایع را به دست می‌آوریم:

$$? g Si = ۶/۳۲۱ \times ۱۰^{۲۴} \text{ اتم } C \times \frac{۱ \text{ mol } C}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \text{ اتم } C} \times \frac{۱ \text{ mol } Si}{۲ \text{ mol } C} \times \frac{۲۸ \text{ g } Si}{۱ \text{ mol } Si} = ۱۴۷ \text{ g } Si$$

سپس، مقدار فرآورده عملی را محاسبه می‌کنیم:

$$Si \text{ چگالی} = \frac{Si \text{ جرم}}{Si \text{ حجم}} \Rightarrow ۲/۴۵ = \frac{x}{۴۸} \Rightarrow x = ۲/۴۵ \times ۴۸ = ۱۱۷/۶ \text{ g } Si$$

حال، بازده درصدی واکنش مورد نظر را حساب می‌کنیم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار فرآورده عملی}}{\text{مقدار فرآورده نظری}} \times ۱۰۰ \rightarrow x = \frac{۱۱۷/۶}{۱۴۷} \times ۱۰۰ = ۸۰ \text{ درصد}$$

در نهایت جرم کربن مونوکسید تولید شده را نیز به دست می‌آوریم:

$$? g CO = ۱۱۷/۶ \text{ g } Si \times \frac{۱ \text{ mol } Si}{۲۸ \text{ g } Si} \times \frac{۲ \text{ mol } CO}{۱ \text{ mol } Si} \times \frac{۲۸ \text{ g } CO}{۱ \text{ mol } CO} = ۲۳۵/۲ \text{ g}$$

پس در این واکنش $۲۳۵/۲$ گرم گاز کربن مونوکسید تولید شده است.

پاسخ: گزینه ۱



۶۸- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

الف - از واکنش پرکاربردترین فلز با هیدروکلریک اسید، کاتیونی با ۶ الکترون با $n + l = ۵$ تولید می‌شود.

ب - فلز واسطه دوره چهارم که می‌تواند به آرایش گاز نجیب برسد، در ساخت تلویزیون رنگی به کار می‌رود.

ج - فلز به کاررفته در کلاه فضانوردان، واکنش‌پذیری بالایی داشته و به سرعت در هوا به اکسید تبدیل می‌شود.

د - عامل گسترش صنعت خودروسازی، ماده‌ای است که طی مراحل طولانی از سنگ معدن آن ماده، حاصل می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

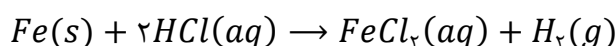
(متوسط - خط به خط - زمانبر) - صفحه ۲۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

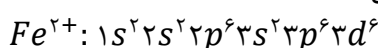
عبارت‌های (الف)، (ب) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) فلزی که بیشترین مصرف سالانه را بین عناصر گوناگون دارد، آهن است. واکنش محلول هیدروکلریک اسید با فلز آهن به صورت زیر انجام می‌شود:



در این واکنش فلز آهن به شکل کاتیون آهن (II) درمی‌آید که آرایش الکترونی آن به صورت مقابل است:



در این یون ۶ الکترون در زیرلایه $3d$ حضور دارند که مقدار $n + l$ آن‌ها برابر ۵ است.

ب) اسکاندیم (Sc)، عنصری است که در ساختار برخی شیشه‌ها و یا تلویزیون‌های رنگی وجود دارد. این فلز که اولین عنصر واسطه دوره

چهارم جدول تناوبی است، به هنگام تشکیل یون، هر سه الکترون ظرفیت خود را از دست می‌دهد و به کاتیون Sc^{3+} که آرایشی

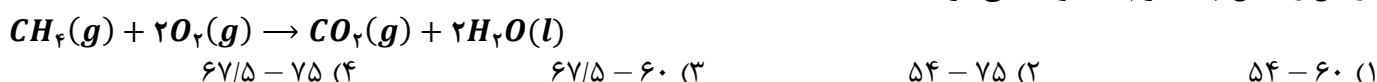
مشابه گاز نجیب آرگون دارد تبدیل می‌شود.

یکی از ویژگی‌های منحصر به فرد فلز طلا، بازتاب زیاد پرتوهای خورشید و ستارگان است. به همین علت از این فلز در ساخت لباس‌های فضانوردی (ناحیه جلوی چشم‌ها) استفاده می‌شود. یکی از ویژگی‌های خاص عنصر طلا، واکنش ندادن این فلز با گازهای موجود در هواکره و مواد موجود در بدن انسان است که سبب شده کاربردهای این عنصر گسترش یافته و تقاضای جهانی برای آن روز به روز افزایش یابد. پس طلا در هواکره اکسید نمی‌شود.

گسترش فناوری به میزان دسترسی به مواد مناسب وابسته است؛ به‌طوری‌که کشف و درک خواص یک ماده جدید پرچمدار توسعه فناوری است. گسترش صنعت خودرو به دلیل شناخت و دسترسی به فولاد و پیشرفت صنعت الکترونیک، مدیون موادی به نام نیمه‌رساناها است. فولاد پس از طی مراحل طولانی از سنگ معدن به دست می‌آید.



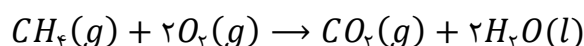
۶۹- اگر از سوختن ۴۰ گرم گاز متان در شرایط استاندارد، ۳۳/۶ لیتر گاز کربن دی‌اکسید تولید شود، بازده واکنش چند درصد است و در این واکنش چند گرم آب تولید می‌شود؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g.mol^{-1}$)



(متوسط - محاسباتی - زمانبر) - صفحه ۲۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

واکنش مورد نظر به‌صورت زیر رخ می‌دهد:



در ابتدا حجم گاز کربن دی‌اکسید تولیدشده در اثر سوختن کامل ۴۰ گرم متان را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{CO_2} = 40 \text{ g } CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16 \text{ g } CH_4} \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } CH_4} \times \frac{22.4 \text{ L } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 56 \text{ L}$$

حال که مقدار عملی و نظری گاز کربن دی‌اکسید به ترتیب برابر با ۳۳/۶ و ۵۶ لیتر است، بازده درصدی واکنش را حساب می‌کنیم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{33.6}{56} \times 100 = 60\%$$

پس بازده این واکنش برابر ۶۰ درصد است. همچنین مقدار آب تولیدشده در این واکنش را به کمک مقدار کربن دی‌اکسید تولیدشده، محاسبه می‌کنیم:

$$m_{H_2O} = 33.6 \text{ L } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{22.4 \text{ L } CO_2} \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } CO_2} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 54 \text{ g}$$

بنابراین در این واکنش ۵۴ گرم آب نیز تولید خواهد شد.

نکته مهم آن است که در یک واکنش با بازده غیر ۱۰۰ درصد، میان فراورده‌ها به شکل جداگانه و میان واکنش‌دهنده‌ها به شکل جداگانه، روابط استوکیومتری فارغ از بازده واکنش پا بر جا است. به‌عنوان مثال در این واکنش مقدار آب تولیدشده همواره دو برابر مقدار کربن دی‌اکسید تولیدشده است یا آن که مقدار گاز اکسیژن مصرف‌شده دو برابر مقدار متان مصرف‌شده است.



۷۰- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) اغلب عناصر موجود در جدول تناوبی در طبیعت به شکل ترکیب یافت می‌شوند.
- (۲) برخی از عناصر نافلزی همانند برخی از عناصر فلزی به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند.
- (۳) علاوه بر طلا، فلزهایی مانند نقره و مس نیز به صورت کلوخه‌هایی لابه‌لای خاک یافت می‌شوند.
- (۴) در دنیای مدرن و صنعتی امروز، چرخ‌های اقتصاد کشورها به عناصر چکش‌خوار گره خورده است.

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - خط به خط - سریع ۶ - صفحه ۱۸ - ۱۱۰)

اگر چه در میان فلزها، نمونه‌هایی از نقره، مس و پلاتین به صورت عنصری در طبیعت دیده شده‌اند، اما در میان فلزها تنها فلز طلا با واکنش‌پذیری بسیار پایین است که به شکل کلوخه‌هایی لابه‌لای خاک یافت می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) اغلب عناصرها در طبیعت به شکل ترکیب یافت می‌شوند.
- ۲) اغلب عناصرها در طبیعت به شکل ترکیب یافت می‌شوند، هرچند برخی نافلزها مانند اکسیژن، نیتروژن، گوگرد و ... به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند و وجود نمونه‌هایی از فلزهای نقره، مس و پلاتین نیز در طبیعت گزارش شده است.
- ۴) در دنیای مدرن و صنعتی امروزی، مصرف فلزها آن چنان زیاد است که چرخ‌های اقتصادی کشورها به تولید و مصرف این مواد گره خورده است. فلزها عنصری هستند که در اثر ضربه چکش خرد نمی‌شوند و به آن‌ها چکش‌خوار گفته می‌شود.

