



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



تسلط بر نیم سال اول



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۲۹ آبان ماه ۱۴۰۴

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۵۵ دقیقه	۳۰ سؤال ۵۵ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات

(آشنایی با منطق ریاضی
از ابتدای سورها تا انتهای
درس ۱ و جبر مجموعه ها
تا انتهای دو مجموعه مساوی)
صفحه های ۱۱ تا ۲۰

سهم در کنکور: —

هندسه ۲

دایره

(کل درس دوم:
رابطه های طولی در دایره)
صفحه های ۱۸ تا ۲۳

سهم در کنکور: —

حسابان ۱

جبر و معادله

(معادلات شامل عبارت های گنگ،
قدر مطلق و ویژگی های آن،
آشنایی با هندسه تحلیلی)
صفحه های ۲۰ تا ۳۶

سهم در کنکور: ۲ سؤال

شیمی ۲

قدر هدایای زمینی را بدانیم

(از ابتدای دنیای رنگی با عنصرهای
دسته d تا انتهای جریان فلز
بین محیط زیست و جامعه)
صفحه های ۱۴ تا ۲۹

سهم در کنکور: ۲ سؤال

فیزیک ۲

الکتریسیته ساکن

(از برهم نهی میدان های الکتریکی
تا ابتدای خازن)
صفحه های ۱۴ تا ۳۲

سهم در کنکور: ۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در نیم سال اول ۱۴۰۴

۸ آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید برای تسلط کامل بر مباحث نیم سال اول / شروع حرکت و یادگیری استفاده از ماشین پیشرفت ماز

۱- شروع مسیر؛ آرامش و هماهنگی: سه مرحله آزمون پوششی؛ فرصت برای شروع حرکت با ماشین پیشرفت ماز
(تکرار مباحث آزمون های قبل و فرصت برای شروع مسیر پیشرفت)

۲- چالش استمرار؛ پیگیری و استقامت: سه مرحله آزمون برای آمادگی امتحانات و تکمیل یادگیری نیم سال اول
(زمان تسلط کامل بر نیم سال اول)

۳- جمع بندی پایان نیم سال اول: دو مرحله آزمون جمع بندی بعد از امتحانات ترم اول و تکمیل یادگیری نیم سال اول + مرور و جمع بندی
(ایستگاه جمع بندی و جبران)



- ۱- اگر $a < 0 < b$ و $|a| > |b|$ باشد، حاصل عبارت $|2a| + |a+b| + |a-b| - |2b-a|$ کدام است؟
 (۱) $-3a - 2b$ (۲) $5a + 2b$ (۳) $-3a$ (۴) $-a - 4b$
- ۲- معادله $\sqrt{x^2 - 2x - 8} + \sqrt{x^3 + 2x^2 - 16x - 32} = 0$ چند جواب دارد؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۳- بر روی محور طول‌ها دو نقطه وجود دارد که مجموع فواصل هر یک از آن‌ها از دو نقطه به طول‌های ۱- و ۳ روی محور طول‌ها برابر ۶ است. حاصل جمع طول‌های این دو نقطه کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲
- ۴- نقاط $A(-1, -13)$ ، $B(-3, 3)$ و $C(3, 1)$ سه رأس مثلث مفروض ABC هستند. طول عمودی راکه از رأس B بر میانه نظیر رأس C وارد می‌شود برابر L فرض می‌کنیم. L کدام است؟
 (۱) $\frac{14}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{28}{\sqrt{34}}$ (۴) $\frac{10}{\sqrt{34}}$
- ۵- خط d بر خط گذرنده از دو نقطه $A(-3, -2)$ و $B(1, 0)$ عمود است و خط $y = 5x - 8$ را در نقطه‌ای به عرض ۱۲ قطع می‌کند. مساحت ناحیه محدود به نمودار خط d و محورهای مختصات کدام است؟
 (۱) ۶۰ (۲) ۸۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۲۰
- ۶- اگر نقاط $A(1, -2)$ ، $B(0, 3)$ و $C(-4, -1)$ رئوس متوازی‌الاضلاع $ABCD$ باشند، مختصات قرینه رأس D نسبت به خط $x = 5$ کدام است؟
 (۱) $(2, -6)$ (۲) $(2, 0)$ (۳) $(13, 0)$ (۴) $(13, -6)$
- ۷- در مربعی که مساحت آن برابر ۵ واحد مربع است، معادلات دو ضلع مقابل به صورت $ax - 8y + 24 = 0$ و $2x - y + 4b = 0$ هستند. حاصل ab برابر کدام گزینه می‌تواند باشد؟
 (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۲۴ (۴) ۳۲

محل انجام محاسبات



۸- چند عدد صحیح در نامعادله $|2x-1| < |x-3|$ صدق می کنند؟

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۴

۹- نمودارهای دو تابع $f(x) = |x-3| + |x+3|$ و $g(x) = \frac{-x+12}{2}$ در دو نقطه A و B متقاطع اند. فاصله AB کدام است؟

- (۱) $5\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{5}$

۱۰- جمع جواب های معادله $\sqrt{x+1} = |2x-1|$ چه عددی است؟

- (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۱۱- دو نقطه روی خط $y=2x$ وجود دارد که مجموع فاصله های آن تا مبدأ مختصات و نقطه $A(2,4)$ برابر ۵ است. حاصل ضرب عرض این دو نقطه کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) -۱

۱۲- اختلاف جواب های معادله $\sqrt{3x-2} + \sqrt{27x-18} = 2x+2$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۳- در مورد جواب های معادله $\sqrt{(x+5)(x+4)} = \frac{x+6}{2}$ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) دو جواب منفی دارد. (۲) یک جواب منفی دارد.
(۳) یک جواب منفی و یک جواب مثبت دارد. (۴) فاقد ریشه حقیقی است.

محل انجام محاسبات



۱۴- نقطه‌ای روی خط $y = x + 2$ وجود دارد که فاصله آن از نقطه $B(1, -3)$ کم‌ترین مقدار ممکن را دارد. طول این نقطه کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۴

۱۵- اگر مجموعه جواب نامعادله $|4x - 3| < 2x + 1$ به صورت (α, β) باشد، خط $y = \alpha$ نمودار تابع $f(x) = |x^2 - x|$ را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) صفر

۱۶- اگر جواب بزرگ‌تر معادله $\sqrt{2x^2 + 28} = \sqrt{2x + 16} + \sqrt{16 - 2x}$ را α بنامیم، حاصل $\sqrt{\alpha^4 - 27}$ کدام است؟

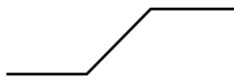
- (۱) ۵ (۲) ۱۵ (۳) ۱۷ (۴) ۷

۱۷- جواب معادله $\sqrt{x + 4\sqrt{x}} + 4\sqrt{x} = 6 - x$ در کدام بازه قرار دارد؟

- (۱) $(0, \frac{1}{2})$ (۲) $(\frac{1}{2}, 1)$ (۳) $(1, \frac{3}{2})$ (۴) $(\frac{3}{2}, 2)$

۱۸- اگر نمودار تابع $f(x) = |x - 2m + 1| - |4 - x|$ به صورت روبه‌رو باشد، حدود m کدام است؟

- (۱) $m > \frac{5}{2}$ (۲) $m < \frac{5}{2}$ (۳) $m < \frac{3}{2}$ (۴) $m > \frac{3}{2}$



۱۹- به ازای چه مقادیری از k معادله $\sqrt{4x^2 + 3x + k} - 1 = 2x$ دارای جواب است؟

- (۱) $k \leq \frac{25}{16}$ (۲) $0 \leq k \leq \frac{25}{16}$ (۳) $k \leq 1$ (۴) $0 \leq k \leq 1$

محل انجام محاسبات

۲۰- مجموعه جواب نامعادله $|x| - 4 + x^2 \leq 27x - 109$ به صورت $[a, b]$ است. $2a + b$ کدام است؟

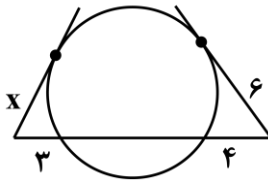
(۴) ۲۷

(۳) ۳۳

(۲) ۲۹

(۱) ۳۱

۲۱- در شکل مقابل، مقدار $\sqrt{x^2 + 1}$ برابر کدام است؟



(۱) $2\sqrt{6}$

(۲) $2\sqrt{3}$

(۳) ۵

(۴) ۴

۲۲- نقطه C بر روی وتر AB به طول ۱۲ واحد از دایره ای چنان قرار دارد که آن وتر را به نسبت ۱ و ۳ تقسیم کرده است. طول کوتاه ترین وتر این دایره که گذرنده از نقطه C باشد، کدام است؟

(۴) $6\sqrt{3}$

(۳) $3\sqrt{2}$

(۲) $6\sqrt{2}$

(۱) $3\sqrt{3}$

۲۳- طول خط المרכזین دو دایره $C(O, 6m-1)$ و $C'(O', m^2-2)$ برابر ۶ است. اگر دو دایره فقط یک مماس مشترک داشته باشند، مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

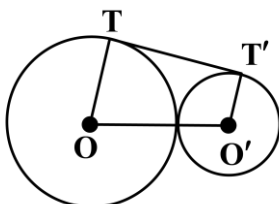
(۴) -۶

(۳) ۶

(۲) ۱۲

(۱) صفر

۲۴- طول خط المרכזین دو دایره مماس خارج $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ برابر ۱۲ و اختلاف مساحت دو دایره 72π است. اگر TT' پاره خط مماس مشترک خارجی دو دایره باشد، مساحت چهارضلعی $OTT'O'$ کدام است؟



(۱) $32\sqrt{3}$

(۲) $72\sqrt{3}$

(۳) $36\sqrt{3}$

(۴) $48\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات

۲۵- دو وتر AM و BN از دایره به قطر AB ، یکدیگر را در نقطه P داخل دایره قطع کرده‌اند. اگر $MP=2$ و $AP=8$ و $PN=4$ ، آن‌گاه مساحت این دایره برابر کدام است؟

- (۱) 28π (۲) 16π (۳) 24π (۴) 32π

۲۶- نقیض گزاره $(\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 < x) \vee (\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2-4}{x-2} = x+2)$ کدام است؟

(۱) $(\exists x \in \mathbb{R}, \frac{x^2-4}{x-2} \neq x+2) \vee (\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 \geq x)$

(۲) $(\forall x \in \mathbb{R}, \frac{x^2-4}{x-2} \neq x+2) \wedge (\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 \geq x)$

(۳) $(\exists x \in \mathbb{R}, \frac{x^2-4}{x-2} \neq x+2) \wedge (\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 \geq x)$

(۴) $(\exists x \in \mathbb{R}, \frac{x^2-4}{x-2} \neq x+2) \vee (\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 < x)$

۲۷- اگر $A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ دامنه متغیر گزاره‌نما باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

(۱) $\exists x \in A; x^2 + 6x + 8 = 0$ (۲) $\forall x \in A; |4-x| \geq 1$

(۳) $\forall x \in A; \frac{x^2-1}{x+1} = x-1$ (۴) $\exists x \in A; (x^2+1=5k; k \in \mathbb{N})$

۲۸- اگر مجموعه $M = \{2, 4, 6, \dots, 20\}$ مرجع باشد، چند مجموعه مانند A وجود دارد، به طوری که تساوی زیر برقرار باشد؟
 $A \cap \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} = \{2, 4, 6\}$

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۲۹- در چند زیرمجموعه از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ حداقل یک عدد مضرب ۵ وجود دارد؟

- (۱) ۵۱۲ (۲) ۷۲۰ (۳) ۷۶۸ (۴) ۱۰۲۴

۳۰- اگر $A = \{a, b, \{a, b\}, \{a\}\}$ و $B = \{a\}$ باشد، آن‌گاه مجموعه $A - \{B\}$ دارای چند زیرمجموعه سره است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۱۵

محل انجام محاسبات





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز پایه یازدهم



تسلط بر نیم سال اول



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۲

پنجشنبه ۲۹ آبان ماه ۱۴۰۴

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	فیزیک	۲۰	۳۱	۵۰	۲۵ دقیقه	۴۰ سؤال
۲	شیمی	۲۰	۵۱	۷۰	۲۰ دقیقه	۴۵ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات

(آشنایی با منطق ریاضی
از ابتدای سورها تا انتهای
درس ۱ و جبر مجموعه ها
تا انتهای دو مجموعه مساوی)
صفحه های ۱۱ تا ۲۰

سهم در کنکور: —

هندسه ۲

دایره

(کل درس دوم:
رابطه های طولی در دایره)
صفحه های ۱۸ تا ۲۳

سهم در کنکور: —

حسابان ۱

جبر و معادله

(معادلات شامل عبارت های گنگ،
قدر مطلق و ویژگی های آن،
آشنایی با هندسه تحلیلی)
صفحه های ۲۰ تا ۳۶

سهم در کنکور: ۲ سؤال

شیمی ۲

قدر هدایای زمینی را بدانیم

(از ابتدای دنیای رنگی با عنصرهای
دسته d تا انتهای جریان فلز
بین محیط زیست و جامعه)
صفحه های ۱۴ تا ۲۹

سهم در کنکور: ۲ سؤال

فیزیک ۲

الکتریسیته ساکن

(از برهم نهی میدان های الکتریکی
تا ابتدای خازن)
صفحه های ۱۴ تا ۳۲

سهم در کنکور: ۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در نیم سال اول ۱۴۰۴

۸ آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید برای تسلط کامل بر مباحث نیم سال اول / شروع حرکت و یادگیری استفاده از ماشین پیشرفت ماز

۱- شروع مسیر؛ آرامش و هماهنگی: سه مرحله آزمون پوششی؛ فرصت برای شروع حرکت با ماشین پیشرفت ماز
(تکرار مباحث آزمون های قبل و فرصت برای شروع مسیر پیشرفت)

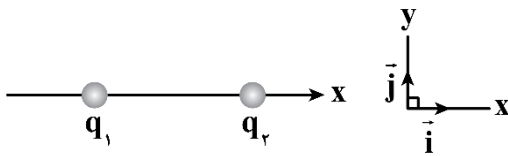
۲- چالش استمرار؛ پیگیری و استقامت: سه مرحله آزمون برای آمادگی امتحانات و تکمیل یادگیری نیم سال اول
(زمان تسلط کامل بر نیم سال اول)

۳- جمع بندی پایان نیم سال اول: دو مرحله آزمون جمع بندی بعد از امتحانات ترم اول و تکمیل یادگیری نیم سال اول + مرور و جمع بندی
(ایستگاه جمع بندی و جبران)



۳۱- مطابق شکل زیر، دو ذره باردار با بارهای $q_1 = 2\mu C$ و $q_2 = -8\mu C$ در فاصله یک متری یکدیگر ثابت شده‌اند. بردار میدان الکتریکی در نقطه‌ای روی خط واصل دو ذره به فاصله 50cm از بار q_1 و 150cm از بار q_2 برحسب یکای SI

کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



(۱) $4 \times 10^4 \vec{i}$

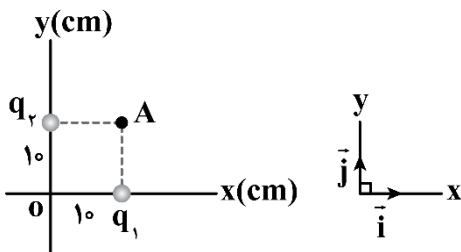
(۲) $-4 \times 10^4 \vec{i}$

(۳) $1/0.4 \times 10^5 \vec{i}$

(۴) $-1/0.4 \times 10^5 \vec{i}$

۳۲- شکل زیر، دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 را در صفحه xOy نشان می‌دهد. اگر $q_1 = q_2 = 2\mu C$ باشد، میدان الکتریکی

خالص در نقطه A چند واحد SI است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



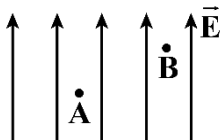
(۱) $1/8 \times 10^6 \vec{i} + 1/8 \times 10^6 \vec{j}$

(۲) $1/8 \times 10^6 \vec{i} - 1/8 \times 10^6 \vec{j}$

(۳) $1/8 \times 10^5 \vec{i} + 1/8 \times 10^5 \vec{j}$

(۴) $1/8 \times 10^5 \vec{i} - 1/8 \times 10^5 \vec{j}$

۳۳- مطابق شکل زیر، یک ذره باردار را یک بار در نقطه A و بار دیگر در نقطه B قرار می‌دهیم. کدام یک از گزینه‌های زیر، در مورد نیروی الکتریکی وارد بر ذره، صحیح است؟



(۱) اندازه و جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره تغییر نمی‌کند.

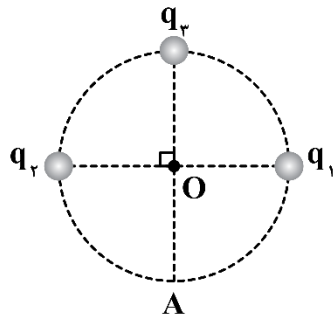
(۲) اندازه و جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره تغییر می‌کند.

(۳) اندازه نیروی الکتریکی تغییر نمی‌کند ولی جهت آن تغییر می‌کند.

(۴) اندازه نیروی الکتریکی تغییر می‌کند ولی جهت آن تغییر نمی‌کند.

محل انجام محاسبات

۳۴- در شکل زیر، میدان الکتریکی خالص در نقطه A برابر صفر است. اگر میدان الکتریکی ناشی از بار q_1 در نقطه O، برابر با E باشد، بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطه O، چند برابر E است؟



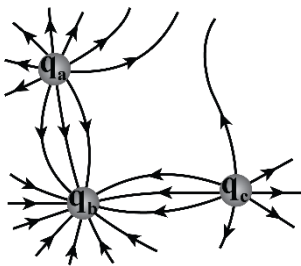
(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(۳) $\sqrt{2}$

(۴) $2\sqrt{2}$

۳۵- خطوط میدان الکتریکی برایند ناشی از سه ذره باردار a، b و c مطابق شکل زیر است. کدام یک از موارد زیر در مورد مقایسه علامت یا اندازه بارهای نشان داده شده درست است؟



الف - $q_a > 0$ ، $q_b < 0$ و $q_c > 0$

ب - $q_a < 0$ ، $q_b > 0$ و $q_c > 0$

ج - $|q_b| > |q_a| > |q_c|$

د - $|q_b| > |q_c| > |q_a|$

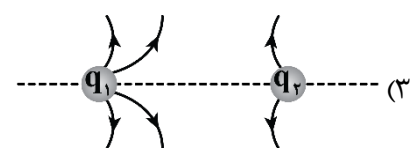
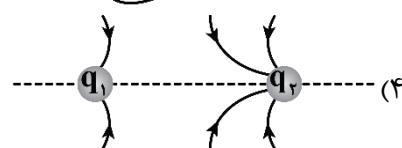
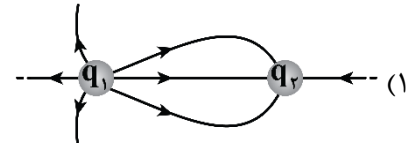
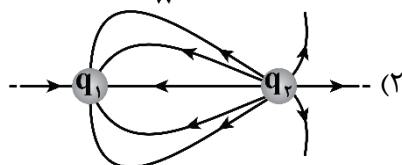
(۴) «ب» و «د»

(۳) «ب» و «ج»

(۲) «الف» و «د»

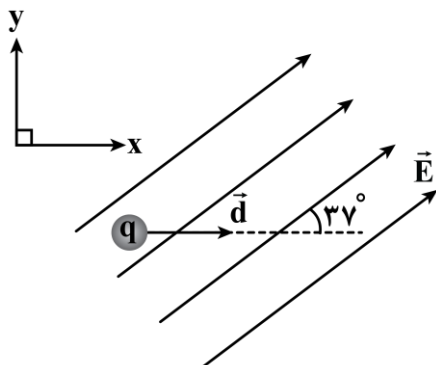
(۱) «الف» و «ج»

۳۶- دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 مطابق شکل زیر در فاصله معینی از یکدیگر بر روی محور x قرار دارند. اگر میدان الکتریکی برایند ناشی از این دو بار در نقطه $x=0$ برابر با صفر باشد، کدام گزینه می‌تواند در مورد شکل خطوط میدان برایند ناشی از این دو بار الکتریکی درست باشد؟



محل انجام محاسبات

۳۷- مطابق شکل بار الکتریکی $q = -2\mu\text{C}$ با وزن ناچیز را به کمک نیروی خارجی $\vec{F}$ درون میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $5 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ در جهت محور x به اندازه 40cm جابه‌جا می‌کنیم. اگر کار نیروی $\vec{F}$ در این جابه‌جایی 0.6J باشد، تغییر انرژی جنبشی و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q در طی این جابه‌جایی، به ترتیب از راست به چپ چند ژول است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)

(۱) 0.28 و 0.32 (۲) 0.92 و -0.32 (۳) 0.28 و -0.32 (۴) 0.92 و 0.32

۳۸- چه تعداد از عبارات‌های زیر نادرست است؟

الف - وجود میدان الکتریکی در نزدیکی سطح زمین به دلیل برخورد پرتوهای کیهانی با مولکول‌های هوا و کنده شدن الکترون‌هایی از این مولکول‌ها است.

ب - برای تمام میدان‌های الکتریکی یکنواخت و غیریکنواخت، رابطه $W_E = -\Delta U_E$ همواره برقرار است.

ج - تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یک ذره باردار به بار الکتریکی آن وابسته نیست.

د - یکای $\frac{\text{ژول}}{\text{کولن}}$ معادل با یکای ولت است.

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

۳۹- در لامپ‌های تصویر تلویزیون‌های قدیمی (CRT)، اگر بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه رسانا

$2 \frac{\text{MV}}{\text{m}}$ و صفحه‌ها در فاصله $1/2\text{cm}$ از یکدیگر باشند، اختلاف پتانسیل بین صفحات چند کیلوولت است؟

(۴) ۲۴

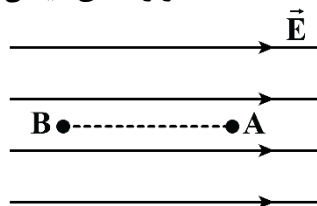
(۳) ۲/۴

(۲) ۱۲

(۱) ۱/۲

محل انجام محاسبات

۴۰- مطابق شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی $q < 0$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطه A تا B در راستای میدان جابه‌جا می‌شود. کدام یک از موارد زیر الزاماً درست هستند؟



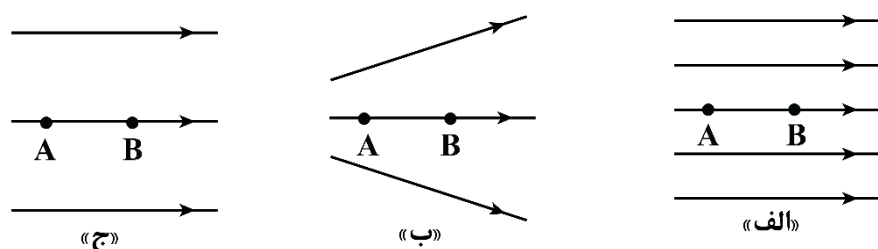
الف - کار نیروی میدان الکتریکی روی ذره مثبت است.

ب - انرژی جنبشی ذره افزایش می‌یابد.

ج - انرژی پتانسیل الکتریکی ذره کاهش می‌یابد.

(۱) «الف» (۲) «الف» و «ب» (۳) «الف» و «ج» (۴) «الف» و «ب» و «ج»

۴۱- شکل زیر، سه آرایش خطوط میدان الکتریکی را نشان می‌دهد. در هر آرایش، یک پروتون با تندی v در خلاف جهت میدان از نقطه B پرتاب می‌شود و به سمت نقطه A می‌رود. با فرض این که در هیچ یک از حالت‌ها در مسیر نقطه A تا نقطه B توقف نداشته باشیم و اندازه جابه‌جایی پروتون در هر سه حالت یکسان باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر مقدار سرعت پروتون را در نقطه A به درستی مقایسه می‌کند؟ (از نیروی وزن و مقاومت هوا صرف نظر کنید.)



(۱) $v_{\text{الف}} > v_{\text{ب}} > v_{\text{ج}}$

(۲) $v_{\text{الف}} > v_{\text{ج}} > v_{\text{ب}}$

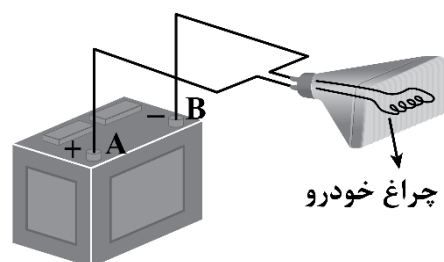
(۳) $v_{\text{ج}} > v_{\text{ب}} > v_{\text{الف}}$

(۴) $v_{\text{ج}} > v_{\text{الف}} > v_{\text{ب}}$

۴۲- بار الکتریکی $q = -5\mu\text{C}$ از نقطه‌ای با پتانسیل $V_1 = -20\text{V}$ تا نقطه‌ای با پتانسیل $V_2 = 30\text{V}$ آزادانه جابه‌جا می‌شود. تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار بر حسب میلی‌ژول کدام است؟

(۱) ۰/۲۵ (۲) ۲/۵ (۳) -۰/۲۵ (۴) -۲/۵

۴۳- اختلاف پتانسیل الکتریکی پایانه‌های باتری خودروی نشان داده شده در شکل برابر 16V است. اگر بار الکتریکی 25C از پایانه منفی به پایانه مثبت باتری جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند ژول تغییر می‌کند؟



(۱) -۶۰۰

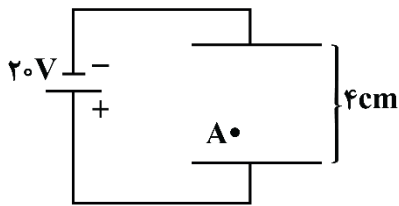
(۲) -۴۰۰

(۳) ۴۰۰

(۴) ۶۰۰

محل انجام محاسبات

۴۴- مطابق شکل زیر، دو صفحه رسانای موازی را به باتری وصل می‌کنیم. اگر بار $q = -5\mu C$ را از مجاورت صفحه بالایی رها کنیم، وقتی به نقطه A می‌رسد، انرژی جنبشی آن ۷۵ میکروژول افزایش می‌یابد. فاصله نقطه A از صفحه پایینی چند میلی‌متر است؟ (از اثر وزن ذره صرف نظر کنید).



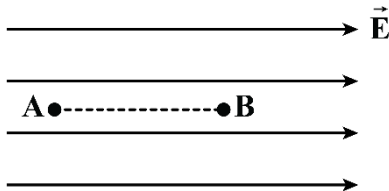
(۱) ۱

(۲) ۳

(۳) ۱۰

(۴) ۱۵

۴۵- مطابق شکل، ذره‌ای به جرم ۲g و بار الکتریکی $-2mC$ درون یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطه A با تندی $30 \frac{m}{s}$ به سمت نقطه B شلیک می‌شود. اگر تندی ذره در نقطه B به $20 \frac{m}{s}$ برسد، اندازه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه A و B چند ولت است؟ (ذره فقط تحت تأثیر نیروی میدان الکتریکی است).



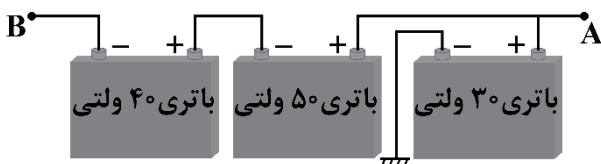
(۱) ۱۰۰۰

(۲) ۵۰۰

(۳) ۲۵۰

(۴) ۱۲۵

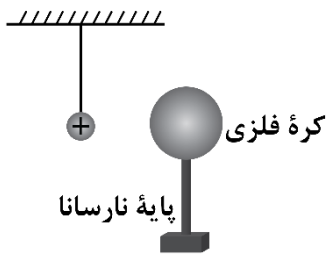
۴۶- سه باتری با اختلاف پتانسیل الکتریکی ثابت را مطابق شکل توسط سیم‌های رسانا به یکدیگر متصل کرده‌ایم و پایانه منفی باتری ۳۰ ولتی نیز توسط یک سیم رسانا به زمین وصل شده است. نسبت پتانسیل الکتریکی نقطه A به پتانسیل الکتریکی نقطه B کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{2}{3}$

(۴) -۲

محل انجام محاسبات

۴۷- مطابق شکل زیر، یک کره فلزی بدون بار الکتریکی را که روی پایه نارسانی قرار دارد، به آونگ بارداری نزدیک می‌کنیم. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟



- (۱) آونگ در همان مکان می‌ماند و حرکت نمی‌کند.
- (۲) آونگ توسط کره دفع می‌شود.
- (۳) آونگ به سمت کره حرکت می‌کند و به آن می‌چسبید.
- (۴) آونگ به سمت کره حرکت می‌کند و پس از تماس با آن یکدیگر را دفع می‌کنند.

۴۸- از گزینه‌های زیر، میله برق‌گیر ساختمان را به درستی توصیف می‌کند؟

- (۱) میله‌ای نارسانا است که در بالای ساختمان نصب می‌شود و آن را از گزند آذرخش در امان نگه می‌دارد.
- (۲) میله‌ای رسانا است که در محل اتصال ساختمان به زمین نصب می‌شود و آن را از گزند آذرخش در امان نگه می‌دارد.
- (۳) میله‌ای نارسانا است که در محل اتصال ساختمان به زمین نصب می‌شود و آن را از گزند آذرخش در امان نگه می‌دارد.
- (۴) میله‌ای رسانا است که در بالای ساختمان نصب می‌شود و آن را از گزند آذرخش در امان نگه می‌دارد.

۴۹- ماهواره‌ای مکعبی شکل به ضلع 50cm در اثر عبور از یکی از لایه‌های جو باردار می‌شود. اگر چگالی سطحی بار الکتریکی روی سطح این ماهواره $12 \frac{nC}{m^2}$ باشد، بار الکتریکی روی سطح آن چند نانوکولن است؟ (از تجمع بار بر روی لبه‌ها چشم‌پوشی شود).

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸

۵۰- دو کره فلزی A و B را در اختیار داریم. اگر بار و حجم کره A، ۸ برابر بار و حجم کره B باشد، چگالی سطحی بار کره A چند برابر چگالی سطحی بار کره B است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات

۵۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) فلزهای به کار رفته در ساخت وسایل گوناگون، طی فرآیند خوردگی و فرسایش به سنگ معدن تبدیل می‌شوند.
- (۲) نسبت شمار آنیون به کاتیون در اکسیدی از آهن که به عنوان رنگ قرمز در نقاشی به کار می‌رود، برابر با ۱/۵ است.
- (۳) در اعماق دریاها، کلوخه و پوسته‌هایی غنی از فلزهایی که آرایش الکترونی آن‌ها به زیرلایه d ختم می‌شود، وجود دارد.
- (۴) به دلیل بیشتر بودن آهنک مصرف و استخراج فلزها نسبت به آهنک بازگشت به طبیعت، آن‌ها منابعی تجدیدناپذیر هستند.

۵۲- کدام مورد درباره واکنش ترمیت درست است؟ ($O = ۱۶, Al = ۲۷, Fe = ۵۶: g. mol^{-1}$)

- (۱) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش برابر ۷ است.
 - (۲) حالت فیزیکی فراورده‌های این واکنش مشابه یکدیگر خواهد بود.
 - (۳) برای تولید ۲۸ گرم فراورده فلزی، ۱۵ گرم واکنش‌دهنده فلزی با خلوص ۹۰ درصد لازم است.
 - (۴) واکنش‌پذیری فلز موجود در سمت فراورده‌ها بیشتر از فلز موجود در سمت واکنش‌دهنده‌ها است.
- ۵۳- از میان دو فلز روی و مس، فلز واکنش‌پذیری دارد و استفاده از گیاه برای استخراج آن صرفه اقتصادی

- (۱) مس - بیشتری - دارد
 - (۲) مس - کمتری - ندارد
 - (۳) روی - کمتری - دارد
 - (۴) روی - بیشتری - ندارد
- ۵۴- طی استخراج فلز مس از ۱/۵ کیلوگرم سنگ معدن آن (Cu_2S) با خلوص ۸۰ درصد طبق معادله زیر، چند لیتر گاز آلاینده تولید می‌شود؟ (حجم مولی گازها برابر با ۲۴ لیتر است. $S = ۳۲, Cu = ۶۴: g. mol^{-1}$)

(معادله واکنش موازنه شود): $Cu_2S(s) + O_2(g) \rightarrow Cu(s) + SO_2(g)$

- (۱) ۱۸۰ (۲) ۱۱۲/۵ (۳) ۹۰ (۴) ۲۲۵

۵۵- کدام یک از مطالب زیر در مورد واکنش میان آهن(III) اکسید و گاز کربن مونوکسید درست هستند؟

- الف - فراورده گازی این واکنش در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.
- ب - فشار گاز موجود در ظرف دربسته واکنش با انجام واکنش، تغییر نمی‌کند.
- ج - در فراورده جامد این واکنش، شمار الکترون با $n + l = ۴$ و $n + l = ۵$ برابر است.
- د - در این واکنش نسبت به واکنش استخراج آهن، برای تولید هر گرم آهن، گاز بیشتری آزاد می‌شود.
- (۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «ج» (۳) «ب» و «د» (۴) «ج» و «د»

محل انجام محاسبات



۵۶- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) در دوره چهارم، چهار عنصر در آرایش الکترونی خود دارای زیرلایه نیمه پر هستند.
 (۲) برخی نافلزها همانند برخی فلزها به صورت عنصری و به شکل آزاد در طبیعت یافت می‌شوند.
 (۳) طلا فلزی است که در طبیعت به شکل عنصری یافت می‌شود و مقدار آن در معادن طلا بسیار کم است.
 (۴) هر چه مجموع هزینه‌های بهره‌برداری از معادن یک کشور کاهش یابد، ردپای زیست‌محیطی کم می‌شود.
- ۵۷- اگر ۵۰ گرم آمونیوم نیترات مطابق معادله موازنه نشده $NH_4NO_3(s) \rightarrow N_2(g) + O_2(g) + H_2O(l)$ تجزیه شود و ۵۶۰۰ میلی لیتر گاز نیتروژن در شرایط استاندارد تولید شود، بازده درصدی واکنش برابر چند درصد است؟
 ($H = 1, N = 14, O = 16: g.mol^{-1}$)

(۱) ۴۵ (۲) ۴۰ (۳) ۸۰ (۴) ۹۰

۵۸- کدام یک از مقایسه‌های زیر درست است؟

- (۱) سختی شرایط نگهداری فلز: سرب < قلع
 (۲) سرعت واکنش با اکسیژن: استرانسیم < سزیم
 (۳) تمایل به از دست دادن الکترون: گالیم > آلومینیم
 (۴) پایداری ترکیب: نقره اکسید < روی اکسید
- ۵۹- اگر مقدار کربن دی‌اکسید تولید شده در واکنش $2Fe_2O_3(s) + 3C(s) \rightarrow 4Fe(s) + 3CO_2(g)$ با مقدار کربن دی‌اکسید تولید شده در واکنش $CH_4(g) + 2O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2H_2O(l)$ با زده ۶۰ درصد، برابر باشد، نسبت جرم آهن (III) اکسید مصرف شده به جرم گاز متان سوخته شده چقدر است؟
 ($H = 1, C = 12, O = 16, Fe = 56: g.mol^{-1}$)

(۱) ۲ (۲) ۲/۴ (۳) ۳/۲ (۴) ۴

- ۶۰- اگر ۴۰۰ گرم $NaHCO_3$ ناخالص مطابق معادله موازنه نشده $NaHCO_3(s) \rightarrow Na_2O(s) + CO_2(g) + H_2O(g)$ در مجموع ۴/۵ مول گاز تولید کند، درصد خلوص این ماده چقدر است؟
 ($H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23: g.mol^{-1}$)

(۱) ۶۹ (۲) ۶۳ (۳) ۵۷ (۴) ۷۷

- ۶۱- یک نمونه سدیم آزید (NaN_3) ناخالص به جرم ۱۹۵ گرم طبق معادله $2NaN_3(s) \rightarrow 2Na(s) + 3N_2(g)$ تجزیه می‌شود. اگر گاز تولید شده، در واکنش $N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$ ، ۱۲۲/۴ گرم گاز آمونیاک تولید کند، درصد خلوص نمونه سدیم آزید چند درصد است؟ ($H = 1, N = 14, Na = 23: g.mol^{-1}$)

(۱) ۴۰ (۲) ۶۰ (۳) ۷۵ (۴) ۸۰

۶۲- در دوره چهارم جدول تناوبی، عنصر دارای الکترون ظرفیت به طور قطع

(۱) ۳- فلزی حاوی یک زیرلایه تک الکترونی با $n + l = 5$ است.

(۲) ۷- توانایی تشکیل بیش از یک یون پایدار تک اتمی دارد.

(۳) ۴- جامدی با رسانایی الکتریکی بالا خواهد بود.

(۴) ۶- یک زیرلایه ۴ الکترونی دارد.

محل انجام محاسبات



۶۳- کدام موارد درباره عنصر یا عناصر موجود در چهار دوره اول جدول تناوبی که برای تشکیل یون پایدار تک اتمی، با از دست دادن سه الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب می‌رسد، به‌طور قطع درست است؟
الف - مقدار $n + l$ بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی آن برابر ۴ است.

ب - با عنصری دارای خاصیت شبه‌فلزی، هم‌دوره است.

ج - واکنش‌پذیر آن بیشتر از فلز کلسیم است.

د - در دسته فلزهای واسطه قرار می‌گیرد.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ج» و «د»

۶۴- منیزیم کربنات ناخالص مطابق واکنش $MgCO_3(s) \rightarrow MgO(s) + CO_2(g)$ در اثر گرما تجزیه می‌شود. اگر پس از انجام کامل واکنش درصد جرمی منیزیم اکسید در جامد موجود در ظرف واکنش ۵۰ درصد باشد، درصد خلوص نمونه اولیه منیزیم کربنات به تقریب چند درصد بوده است؟ ($C = 12, O = 16, Mg = 24: g.mol^{-1}$)

(۱) ۷۳ (۲) ۷۸ (۳) ۶۸ (۴) ۶۲

۶۵- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) بازیافت فلزها از جمله فلز آهن باعث کاهش سرعت گرمایش جهانی می‌شود.

(۲) در استخراج فلزها بخش عمده‌ای از جرم سنگ معدن آن فلز، به فلز مورد نظر تبدیل می‌شود.

(۳) غلظت گونه‌های فلزی در منابع موجود در کف اقیانوس نسبت به ذخایر زمینی آن‌ها بیشتر است.

(۴) در استخراج m کیلوگرم آهن، به‌جز سنگ معدن به‌تقریب m کیلوگرم منبع معدنی دیگر مصرف می‌شود.

۶۶- X گرم از ماده A با خلوص Y درصد در واکنش فرضی $2A \rightarrow 3B$ با بازده Z درصد واکنش می‌دهد و W گرم ماده B تولید می‌شود. چند مورد از مطالب زیر درست است؟

الف - اگر Y و Z برابر ۱۰۰ باشند، مقدار X و مقدار W برابر هستند.

ب - اگر X و W ثابت باشند، Y و Z با یکدیگر نسبت عکس دارند.

ج - با افزایش Z یا Y مقدار X لازم برای تولید W مشخص کاهش می‌یابد.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۶۷- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام نتیجه‌گیری درباره واکنش‌پذیری عناصر درست است؟ (M, Y, X نمادهای فرضی هستند).

انجام نمی‌شود $XO + C \rightarrow$

$Y_2SO_4 + Fe \rightarrow Y + FeSO_4$

$MCl_2 + Ag \rightarrow M + AgCl$

انجام نمی‌شود $Y_2O + Ag \rightarrow$

(۱) $M < X < Y$ (۲) $X < M < Y$ (۳) $M < Y < X$ (۴) $Y < M < X$

محل انجام محاسبات



۶۸- در آلیاژی از آهن و مس که فقط از این دو ماده تشکیل شده، مقدار (مول) دو فلز برابر است. اگر ۹۰ گرم از این آلیاژ را در محلول هیدروکلریک اسید بیاندازیم، چند گرم گاز آزاد می‌شود؟ (فلز مس با اسید واکنش نمی‌دهد.)
 $(H = 1, Fe = 56, Cu = 64: g.mol^{-1})$

(۱) ۴/۵ (۲) ۱/۵ (۳) ۶ (۴) ۳

۶۹- واکنش $N_2(g) + 2O_2(g) \rightarrow 2NO_2(g)$ در یک ظرف میان دو مول اکسیژن و یک مول نیتروژن انجام می‌شود. اگر ۵۰ درصد از حجم کل گازهای درون ظرف را در انتهای واکنش گاز NO_2 تشکیل دهد، بازده واکنش چند درصد است؟

(۱) ۴۰ (۲) ۵۰ (۳) ۶۰ (۴) ۷۵

۷۰- در عبارت‌های زیر به ترتیب مورد در چرخه عمر یک کیسه پلاستیکی و مورد در چرخه عمر پاکت کاغذی دیده می‌شود.

الف - حمل و نقل ماده خام آن سبب آلودگی هوا می‌شود.

ب - در تهیه و تولید ماده خام آن، انرژی زیادی مصرف می‌شود.

ج - در مرحله دفع، پس از دفن کردن، تجزیه می‌شود و گاز اتان آزاد می‌کند.

د - در تولید آن، آب و برخی مواد شیمیایی مضر برای محیط زیست مصرف می‌شود.

(۱) ۲ - ۲ (۲) ۱ - ۲ (۳) ۱ - ۳ (۴) ۲ - ۳

محل انجام محاسبات



بودجه بندی دروس آزمون بعد....

تاریخ برگزاری: ۱۳ آذرماه

هندسه ۲

دایره

(مفاهیم اولیه و زاویه ها در دایره،
رابطه های طولی در دایره،
چند ضلعی های محاطی و محیطی
تا ابتدای چهارضلعی های محاطی و محیطی)
صفحه های ۲۶ تا ۹

حسابان ۱

جبر و معادله (کل فصل ۱)

تابع

(آشنایی بیشتر با تابع)
صفحه های ۱ تا ۴۳

فیزیک ۲

الکتریسیته ساکن

(تا پایان فصل اول)
صفحه های ۱ تا ۴۴

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات

(آشنایی با منطق ریاضی،
جبر مجموعه ها تا ابتدای قوانین دمورگان)
صفحه های ۱ تا ۲۷

شیمی ۲

قدر هدایای زمینی را بدانیم

(از ابتدای فصل تا انتهای نام گذاری آلکان ها)
صفحه های ۱ تا ۴۰





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



تسلط بر نیم سال اول



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۲۹ آبان ماه ۱۴۰۴

✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون

✓ تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید

✓ نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال

✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست

✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون

دِرس	مَسْئولِ دِرس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع زاده سید جواد نظری مهرداد کیوان	محمد پورسعید - حسن محمدبیگی علیرضا شریف خطیبی	مهدی رضانی - مهرداد اسپیدکار مائده بادان فیروز حمیدرضا ولی پور - مهران جعفری فؤاد خیرآبادی
فیزیک	حسین عبدوی نژاد محمد جواد سورچی	حسین عبدوی نژاد - محمد جواد سورچی سجاد صادقی زاده - مهدی پارسا	حسین عبدوی نژاد محمد جواد سورچی حنا خلعتبری
شیمی	علی ترابی	علی ترابی - پرهام تیزپا	فرهنگ امیری - طاها حق بین محمد داودآبادی فراهانی محمد دارابی جم

تیم اجرایی و تولید آزمون

مجتبی آدمیان

نازنین امیری

مائده بادان فیروز

زهره جعفری

مدیر تولید آزمون: محدثه شیخعلی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستند تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین. راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

دکتر رسول خنجری

در مقاله قبلی گفتیم بعضی از پاسخ‌های غلط به خاطر فراموشی هستند و بعضی از سؤال‌های نزده هم دقیقاً به همین دلیل سفید می‌مونن.

یاد گرفتیم که با روش مطالعه سه مرحله‌ای (۵ دقیقه تیتراخوانی، ۶۰ دقیقه مطالعه فعال و ۱۰ دقیقه مرور)، میشه مطالب رو توی ذهن ماندگار کرد.

همچنین گفتیم یادداشت‌برداری فعال باعث مرور ذهنی میشه و جلوی فراموشی رو می‌گیره.

در نهایت هم اشاره کردیم که تست دروس خوندنی رو باید ۴۸ تا ۷۲ ساعت بعد از مطالعه زد تا بفهمیم واقعاً چه چیزهایی یادمون مونده.

اما حالا می‌خوایم بریم سراغ یکی از بخش‌های حیاتی یادگیری که خیلیا ساده ازش رد می‌شن:

تمرین‌ها و مثال‌های کتاب درسی.

چرا تمرین‌ها اینقدر مهم‌اند؟

خیلی از دانش‌آموزا بعد از خوندن یه بحث، مستقیم میرن سراغ تست. در حالی که تمرین‌ها و مثال‌های کتاب درسی، آینه واقعی فهم تو از مطلبان.

وقتی تمرین رو خودت حل می‌کنی، مغزت درگیر ساختن مفهوم میشه، نه فقط حفظ کردنش.

از اون مهم‌تر، خیلی از سؤال‌های کنکور دقیقاً از همین تمرین‌ها الهام می‌گیرن.

طراح‌ها ایده سؤال‌های سخت و مفهومی رو از مثال‌های کتاب و فعالیت‌های انتهای فصل می‌گیرن، پس اگه بر اون‌ها مسلط باشی، در واقع داری ذهن طراح کنکور رو می‌خونی!

تمرین، پلی بین فهم و تست زدن

بدون تسلط روی تمرین‌ها، رفتن سراغ تست مثل راه رفتن توی یه شهر غریبه‌ست؛

هرچی بیشتر می‌ری، بیشتر گیج می‌شی!

ولی وقتی تمرین‌ها رو حل کرده باشی، اون شهر برات آشناست، خیابوناشو می‌دونی، مسیرهاش برات روشنه.

تمرین‌ها نقشه راه یادگیری‌ان.

باعث می‌شن مطلب توی ذهنت جا بیفته، مسیر فکری شکل بگیره و موقع تست زدن، ذهنت ناخودآگاه مسیر درست رو یادآوری کنه.

هر تمرینی که حل می‌کنی، یه گام بزرگ به سمت تسلط واقعیه.

خیلی وقتا هم موقع تمرین، متوجه اشتباهات کوچیکی می‌شی که اگه مستقیم سراغ تست می‌رفتی، نمره ازت می‌گرفتن.

۱. یادگیری مفهومی:

از کلاس، ویدئو یا کتاب درسی مفهوم رو خوب بفهم.

۲. تمرین و مثال:

با تمرین‌ها درگیر شو تا مطلب در ذهنت تثبیت بشه.

۳. تست کنکورهای اخیر:

حالا برو سراغ تست‌های کنکور تا بفهمی طراح از همین مفاهیم چطور سؤال می‌سازه.

۴. تست تألیفی و چالشی:

در مرحله آخر، با تست‌های تألیفی سطح بالا خودت رو به چالش بکش تا ذهنت آماده هر نوع سؤال بشه.

ضرورت و اهمیت تمرین‌ها

ضرورت

- اگه تمرین‌ها و مثال‌های کتاب رو حل نکنی، یادگیریت سطحی می‌مونه.
- فکر می‌کنی مطلبو بلدی، اما موقع تست زدن گیج می‌شی و وقتت تلف میشه.
- مثل کسی که توی شهر غریبه دنبال آدرسه و مسیرها رو بلد نیست.
- بدون تمرین، تسلط واقعی شکل نمی‌گیره.

اهمیت

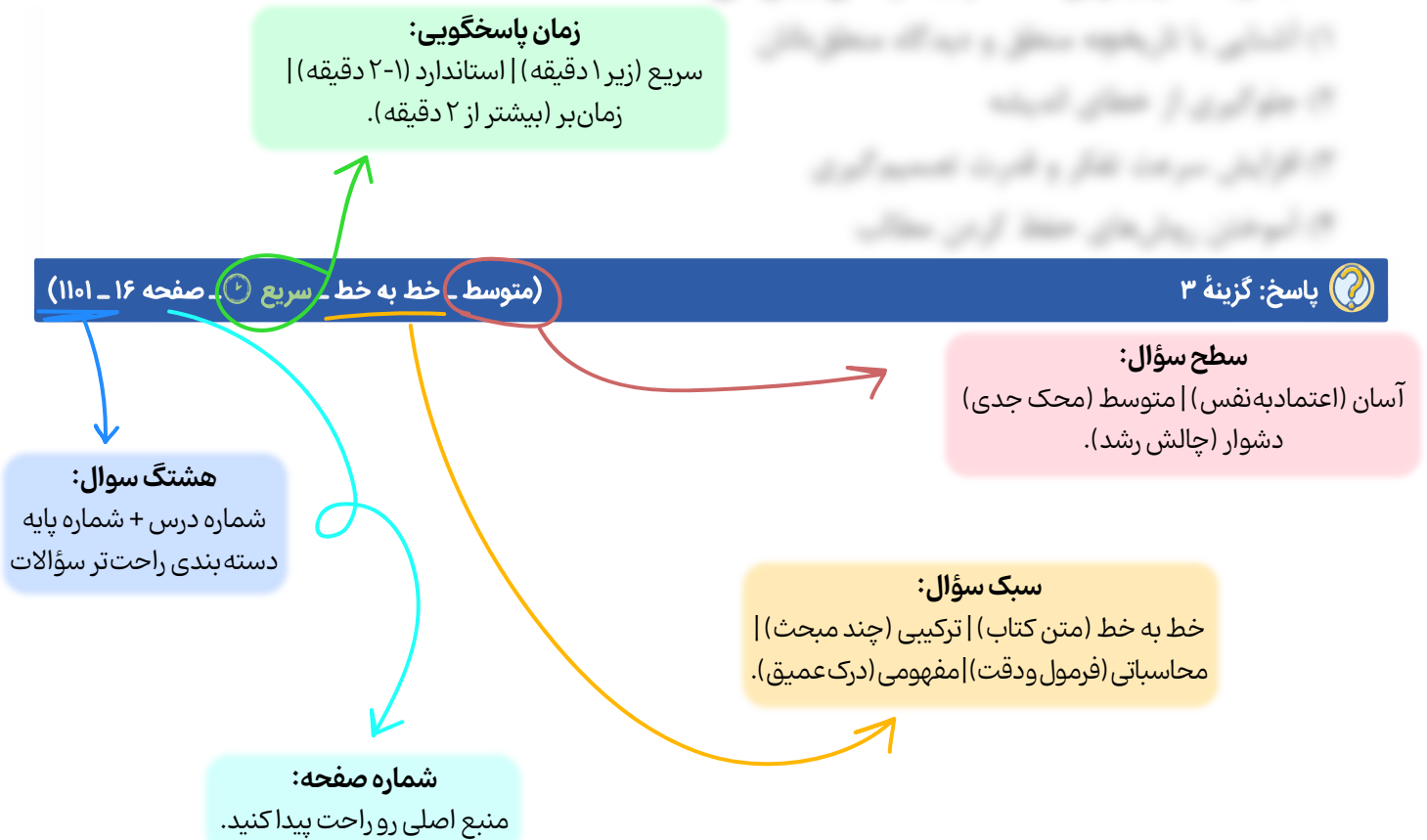
- وقتی روی تمرین‌ها مسلط باشی، مغزت مفهوم رو می‌سازه، ذهنت منظم میشه و موقع تست زدن با اعتماد به نفس جلو می‌ری.
- با طرز فکر طراح آشنا می‌شی، مسیر حل رو سریع پیدا می‌کنی و احتمال اشتباهت کم میشه.
- هر تمرین مثل یه نقشه‌ست که راه یادگیری رو برات روشن می‌کنه.

جمع‌بندی آخر...

قرین‌ها رو فقط به چشم «کلیف» نبین؛ اونا درواقع شبیه قرینای پرنسازي ان.
کسی که فقط درباره قرین حرف می‌زنه قوی نمی‌شه، باید عضلات ذهنش رو با حل مثال‌ها بسازه.
هر قرینی که حل می‌کنی، به عضله‌ی تازه‌ی مغزت رشد می‌کنه!

راهنمای پاسخنامه آزمون‌ها

در ادامه این بخش، به توضیح نحوه پاسخ‌دهی به سوالات و نحوه استفاده از پاسخنامه‌ها پرداخته می‌شود. این بخش شامل توضیحاتی در مورد نحوه پاسخ‌دهی به سوالات و نحوه استفاده از پاسخنامه‌ها است.



یادتون باشه:

- ✓ هر سؤال یک فرصت یادگیری، نه یک مانع.
- ✓ پاسخ‌نامه فقط جواب نیست؛ یک کارگاه آموزشی کامله.
- ✓ با هر آزمون و مرور این پاسخ‌نامه، یک پله بالاتر می‌رید و یک قدم به رؤیایون نزدیک‌تر می‌شید.
- ✓ موفقیت فقط برای کسانی که با برنامه و انگیزه حرکت می‌کنن. شما همون آدمید.



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

بودجه بندی این آزمون
حسابان ۱: جبر و معادله (از معادلات شامل عبارت‌های گنگ تا انتهای فصل ۱)، صفحه‌های ۲۰ تا ۳۶
هندسه ۲: دایره (کل درس دوم)، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳
آمار و احتمال: آشنایی با مبانی ریاضیات (از ابتدای سورها تا انتهای دو مجموعه مساوی)، صفحه‌های ۱۱ تا ۲۰

سهم در کنکور
حسابان ۱: این مبحث در مجموع ۲ تست از ۱۰ تست کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۲: از این مبحث به‌طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.
آمار و احتمال: از این مبحث به‌طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.

۱- اگر $a < 0 < b$ و $|a| > |b|$ باشد، حاصل عبارت $|2a| + |a+b| + |a-b| - |2b-a|$ کدام است؟

(۱) $-3a - 2b$ (۲) $5a + 2b$ (۳) $-3a$ (۴) $-a - 2b$

(آسان - خط‌بخط - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۲۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

بررسی سریع:

$$|2a| + |a+b| + |a-b| - |2b-a| = -2a - a - b - a + b - 2b + a = -3a - 2b$$

ابتدا برای این که عبارت را بدون استفاده از قدرمطلق بنویسیم، بررسی می‌کنیم که عبارات داخل قدرمطلق‌ها، مثبت هستند یا منفی؟! چون $a < 0$ است، پس:

$$|2a| = -2a$$

در عبارت $a+b$ ، مقدار a منفی و مقدار b مثبت است؛ ولی چون $|a| > |b|$ (یعنی اندازه a بزرگ‌تر از اندازه b است). برای این که بهتر متوجه بشی مثلاً $a = -3$ و $b = 1$ ، پس قطعاً $a+b < 0$ ، پس:

$$|a+b| = -a-b$$

$$|a-b| = -a+b$$

$a-b < 0$ است و بنابراین:

$$|2b-a| = 2b-a$$

از طرفی $2b$ و $-a$ هر دو مثبت هستند، پس حاصل جمع آن‌ها یعنی $(2b) + (-a)$ نیز مثبت است، بنابراین:

پس حاصل عبارت مطلوب برابر است با:

$$|2a| + |a+b| + |a-b| - |2b-a| = -2a - a - b - a + b - 2b + a = -3a - 2b$$

جرقه ذهنی!

می‌تونی برای این که خیلی راحت‌تر علامت داخل قدرمطلق رو تشخیص بدی دو تا عدد در نظر بگیری که شرایط مسئله رو داشته باشن و بعد عبارت‌های داخل قدرمطلق رو محاسبه کنی و ببینی عبارت منفی میشه یا مثبت.

مثلاً توی سؤال بالا $a = -3$ و $b = 2$ در نظر بگیری که شرایط مسئله رو هم داره و چون $2b - a = 7$ مثبت شد، پس داخل قدرمطلق مثبت‌ه و خودش میاد بیرون. یعنی: $|2b-a| = 2b-a$.

به همین صورت همه عبارت‌ها رو می‌تونی از قدرمطلق بیاری بیرون و جواب رو به‌دست بیاری.

یادآوری!

قدرمطلق عدد حقیقی x را با $|x|$ نمایش می‌دهند و به‌صورت مقابل تعریف می‌شود:

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \rightarrow \text{خودش میاد بیرون} \\ -x & x < 0 \rightarrow \text{قرینه‌اش میاد بیرون} \end{cases}$$

توجه!

توجه کنید که چون قرینهٔ صفر خودش است می‌توانیم شرایط مرزی را به صورت زیر هم در نظر بگیریم:

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x \leq 0 \end{cases} \rightarrow \text{صفر چه خودش بیاد بیرون چه قرینه‌اش همون صفره.}$$



۲- معادله $\sqrt{x^2 - 2x - 8} + \sqrt{x^3 + 2x^2 - 16x - 32} = 0$ چند جواب دارد؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۲۱ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

کافی است ریشه‌های معادله $x^2 - 2x - 8 = 0$ را بیابیم و بررسی کنیم که عبارت درجه سوم را نیز صفر می‌کند یا خیر؟

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 4, x = -2$$

اگر $x = -2$ را در معادله $x^3 + 2x^2 - 16x - 32 = 0$ جای گذاری کنیم، صدق می‌کند و اگر $x = 4$ را در همان معادله درجه سوم جای گذاری کنیم، باز هم صدق می‌کند، پس معادله دارای دو ریشه حقیقی است.

راز تراح!

می‌دانیم حاصل رادیکال‌هایی با فرجهٔ زوج، همواره نامنفی است و جمع دو مقدار نامنفی فقط زمانی برابر صفر است که هر دو برابر صفر باشند.



۳- بر روی محور طول‌ها دو نقطه وجود دارد که مجموع فواصل هر یک از آن‌ها از دو نقطه به طول‌های ۱- و ۳ روی محور طول‌ها برابر ۶ است. حاصل جمع طول‌های این دو نقطه کدام است؟

(۴) -۲

(۳) -۱

(۲) ۲

(۱) ۱

(متوسط - خط‌به‌خط - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۲۶ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

ترجمهٔ متن سؤال

$$\text{فاصلهٔ دو نقطه روی محور طول‌ها} = |x_{\text{دومی}} - x_{\text{اولی}}|$$

ابتدا ترجمهٔ صورت سؤال به شکل ریاضی را می‌نویسیم:

(۱) $|x - (-1)| = |x + 1|$: فاصلهٔ متغیر x از ۱-

(۲) $|x - 3|$: فاصلهٔ متغیر x از ۳

چون مجموع فواصل (۱) و (۲) برابر ۶ است، داریم:

$$|x + 1| + |x - 3| = 6$$

اکنون با استفاده از تعیین علامت معادله را حل می‌کنیم:

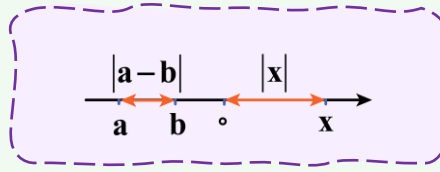
x	-1	3
$x+1$	-	+
$x-3$	-	-

$$\begin{cases} x < -1 : -x - 1 - x + 3 = 6 \Rightarrow -2x = 4 \Rightarrow x = -2 \checkmark \\ -1 < x < 3 : x + 1 - x + 3 = 6 \Rightarrow 4 = 6 \times \\ x > 3 : x + 1 + x - 3 = 6 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4 \checkmark \end{cases}$$

این معادله دارای دو جواب $x = -2$ و $x = 4$ است که مجموع دو عدد برابر ۲ می‌شود.

 به نکته طلایی!

از نظر هندسی $|x|$ روی محور اعداد فاصله متغیر x از مبدأ است، به همین ترتیب $|a-b|$ یعنی فاصله دو نقطه a و b .



 به نمونه باحال بین!

$$|x-8|=3$$

وقتی می‌گیریم فاصله متغیر x از ۸ برابر ۳ است، یعنی:



۴- نقاط $A(-11, -13)$ ، $B(-3, 3)$ و $C(3, 1)$ سه رأس مثلث مفروض ABC هستند. طول عمودی را که از رأس B بر میانه نظیر رأس C وارد می‌شود برابر L فرض می‌کنیم. L کدام است؟

$$\frac{10}{\sqrt{34}} \quad (۴)$$

$$\frac{28}{\sqrt{34}} \quad (۳)$$

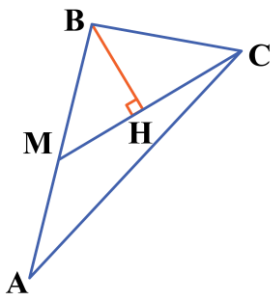
$$\frac{5}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{14}{3} \quad (۱)$$

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) - حسابان ۱ صفحه ۳۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا معادله میانه CM را می‌نویسیم. M وسط پاره خط AB می‌باشد:



$$\begin{cases} A(-11, -13) \\ B(-3, 3) \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right) = \left(\frac{-11-3}{2}, \frac{-13+3}{2}\right) = (-7, -5)$$

$$MC \text{ شیب خط: } m_{MC} = \frac{y_M - y_C}{x_M - x_C} = \frac{-5-1}{-7-3} = \frac{-6}{-10} = \frac{3}{5}$$

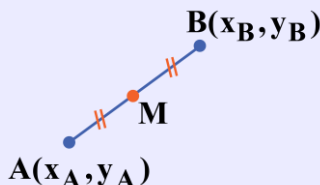
$$MC \text{ معادله خط: } y - y_C = m(x - x_C) \Rightarrow y - 1 = \frac{3}{5}(x - 3) \Rightarrow 5y - 5 = 3x - 9 \Rightarrow 3x - 5y - 4 = 0$$

حال کافی است فاصله رأس B را از خط MC به دست آوریم:

$$BH = \frac{|ax_B + by_B + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|3(-3) - 5(3) - 4|}{\sqrt{3^2 + 5^2}} = \frac{28}{\sqrt{34}}$$

 هندسه تحلیلی

۱) مختصات وسط پاره خط: اگر A و B دو نقطه دلخواه باشند و M وسط پاره خط AB باشد، داریم:



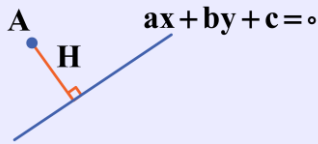
$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

۲) نوشتن معادله خط با استفاده از دو نقطه $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \text{ شیب خط}$$

$$y - y_A = m(x - x_A) \text{ یا } y - y_B = m(x - x_B) \text{ معادله خط}$$

۳) فاصله نقطه $A(x_A, y_A)$ از خط $ax + by + c = 0$ برابر است با:



$$H = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



تذکره! برای محاسبه فاصله نقطه از خط باید فرم معادلات خط را به صورت $ax + by + c = 0$ بنویسیم.



۵- خط d بر خط گذرنده از دو نقطه $A(-3, -2)$ و $B(1, 0)$ عمود است و خط $y = 5x - 8$ را در نقطه‌ای به عرض ۱۲ قطع می‌کند. مساحت ناحیه محدود به نمودار خط d و محورهای مختصات کدام است؟

۱۲۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۸۰ (۲)

۶۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۳۱ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

شیب خط گذرنده از دو نقطه $A(-3, -2)$ و $B(1, 0)$ برابر $m = \frac{0 - (-2)}{1 - (-3)} = \frac{1}{2}$ است، چون d بر خط گذرنده از A و B عمود است داریم:

$$m' \cdot m = -1 \Rightarrow \frac{1}{2} m' = -1 \Rightarrow m' = -2$$

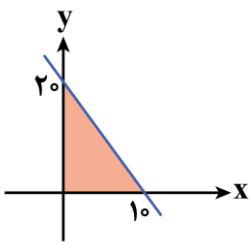
چون خط d خط $y = 5x - 8$ را در نقطه‌ای به عرض ۱۲ قطع می‌کند، پس خواهیم داشت:

$$y = 5x - 8 \Rightarrow 12 = 5x - 8 \Rightarrow x = 4$$

یعنی نقطه تلاقی خط d و خط $y = 5x - 8$ نقطه $C(4, 12)$ است. حال معادله خط d را که از نقطه $C(4, 12)$ می‌گذرد و شیب آن برابر $m' = -2$ است، می‌نویسیم:

$$y - 12 = -2(x - 4) \Rightarrow y = -2x + 20$$

این خط محور x را در نقطه‌ای به طول $x = 10$ و محور y را در نقطه‌ای به عرض $y = 20$ قطع می‌کند، پس مساحت ناحیه مطلوب برابر است با:



$$S = \frac{1}{2} \times 10 \times 20 = 100$$

شیب خطوط موازی یا عمود

اگر دو خط با شیب‌های m_1 و m_2 موازی باشند، آن‌گاه:

$$m_1 = m_2$$

اگر دو خط با شیب‌های m_1 و m_2 بر هم عمود باشند، آن‌گاه:

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$



۶- اگر نقاط $A(1, -2)$ ، $B(0, 3)$ و $C(-4, -1)$ رئوس متوازی الاضلاع $ABCD$ باشند، مختصات قرینه رأس D نسبت به خط $x = 5$ کدام است؟

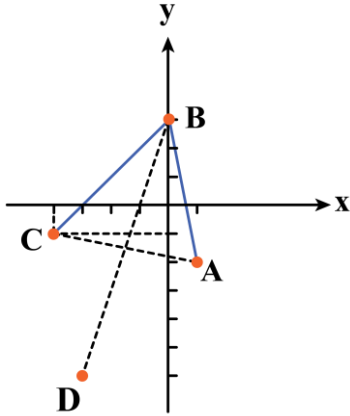
(۴) $(13, -6)$ (۳) $(13, 0)$ (۲) $(2, 0)$ (۱) $(2, -6)$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۳۲ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

گام اول

روش اول



در هر متوازی الاضلاع با اقطار AC و BD همواره روابط زیر برقرارند:

$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases}$$

بنابراین با توجه به مختصات A ، B و C داریم:

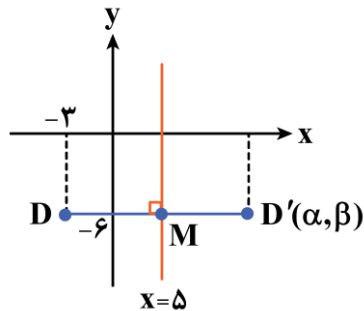
$$\begin{cases} 1 + (-4) = 0 + x_D \Rightarrow x_D = -3 \\ -2 + (-1) = 3 + y_D \Rightarrow y_D = -6 \end{cases}$$

پس مختصات نقطه D به صورت $D(-3, -6)$ است.

روش دوم

$$D = A + C - B = (1, -2) + (-4, -1) - (0, 3) = (-3, -6)$$

گام دوم



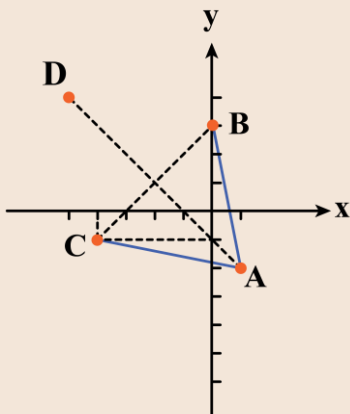
اکنون قرینه نقطه D را نسبت به خط $x = 5$ به دست می آوریم. فرض کنیم قرینه D ، D' باشد. می دانیم M وسط DD' است و عرض آن -6 و طول آن 5 می باشد. چون خط $x = 5$ عمودی است، پس عرض M ، D و D' برابر -6 است.

$$x_M = 5 = \frac{\alpha - 3}{2} \Rightarrow \alpha - 3 = 10 \Rightarrow \alpha = 13$$

$$\Rightarrow D'(13, -6)$$

راز طراح!

چون گفته شده متوازی الاضلاع $ABCD$ متوجه می شویم که قطرهای آن AC و BD هستند. در غیر این صورت سه حالت برای آن وجود دارد و دو حالت دیگر به صورت زیر محاسبه می شوند. در اول حالت نام چهارضلعی $ABDC$ است. در این حالت AD و BC قطرهای آن هستند:

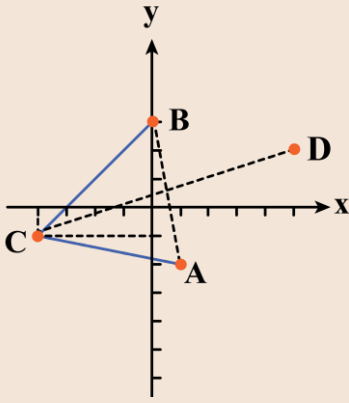


$$\begin{cases} x_A + x_D = x_B + x_C \\ y_A + y_D = y_B + y_C \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 + x_D = 0 + (-4) \Rightarrow x_D = -5 \\ -2 + y_D = 3 + (-1) \Rightarrow y_D = 4 \end{cases}$$

پس مختصات نقطه D به صورت $D(-5, 4)$ است.

در یک حالت دیگر نام چهارضلعی ACBD است و CD و AB قطرهای هستند:

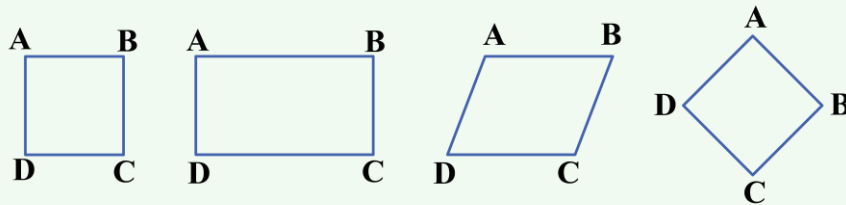


$$D = A + B - C = (1, -2) + (0, 3) - (-4, -1) = (5, 2)$$

پس مختصات نقطه D به صورت $D(5, 2)$ است.

روابط مهم بین رئوس متوازی الاضلاع

در متوازی الاضلاع قطرها یکدیگر را نصف می کنند، بنابراین در هر کدام از این چهارضلعی های ABCD داریم:



$$۱) x_A + x_C = x_B + x_D$$

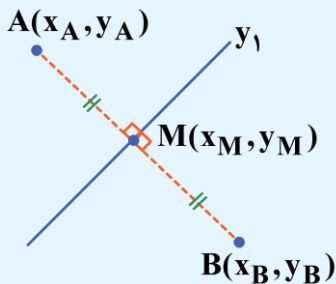
$$۲) y_A + y_C = y_B + y_D$$

توجه!

چهارضلعی های مربع، مستطیل و لوزی هم همگی نوعی متوازی الاضلاع هستند به علاوه هر کدام ویژگی های بیش تری هم دارند.

یافتن قرینه نقطه A نسبت به یک خط

گام اول: نقطه M وسط پاره خط AB است، پس:



$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ و } y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

گام دوم: می دانیم $M(x_M, y_M)$ روی خط y_1 است و در معادله خط صدق می کند.

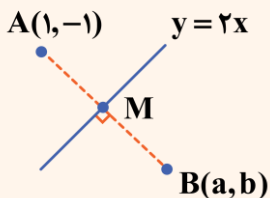
گام سوم: چون خط AB بر y_1 عمود است:

$$m_{AB} \times m_{y_1} = -1$$

گام چهارم: اکنون ۲ معادله و ۲ مجهول داریم که مختصات B محاسبه می شود.

یه نمونه باحال ببین!

قرینه نقطه $A(1, -1)$ نسبت به خط $y = 2x$ کدام است؟



$$\text{گام اول: } M\left(\frac{1+a}{2}, \frac{-1+b}{2}\right)$$

$$\text{گام دوم: } y = 2x \Rightarrow \frac{b-1}{2} = 2\left(\frac{1+a}{2}\right) \Rightarrow b = 2a + 3 \quad (۱)$$

$$m_{AB} \times m_y = -1 \Rightarrow m_{AB} \times 2 = -1 \Rightarrow m_{AB} = -\frac{1}{2} = \frac{b+1}{a-1} \quad (2)$$

$$\text{گام چهارم: } (2), (1) \rightarrow a = -\frac{7}{5}, b = \frac{1}{5} \xrightarrow{\text{جواب نهایی}} B(-\frac{7}{5}, \frac{1}{5})$$



۷- در مربعی که مساحت آن برابر ۵ واحد مربع است، معادلات دو ضلع مقابل به صورت $ax - 8y + 24 = 0$ و $2x - y + 4b = 0$ هستند. حاصل ab برابر کدام گزینه می تواند باشد؟

۳۲ (۴)

۲۴ (۳)

۱۶ (۲)

۸ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۳۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

چون معادلات دو ضلع مقابل به صورت $ax - 8y + 24 = 0$ و $2x - y + 4b = 0$ هستند، پس باید این دو خط موازی باشند. یعنی باید شیب دو خط با هم برابر باشند:

$$\frac{2}{a} = \frac{-1}{-8} \Rightarrow a = 16$$

پس معادلات دو خط به صورت $16x - 8y + 24 = 0$ و $2x - y + 4b = 0$ هستند؛ که برای تعیین فاصله بین آنها داریم:

$$2x - y + 4b = 0, \quad 2x - y + 3 = 0$$

(دقت کنید که ضرایب x و y در دو معادله باید نظیر به نظیر با هم برابر باشند.)

چون مساحت مربع برابر ۵ است، پس طول ضلع آن برابر $\sqrt{5}$ است و داریم:

$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow \sqrt{5} = \frac{|4b - 3|}{\sqrt{4 + 1}} \Rightarrow |4b - 3| = 5$$

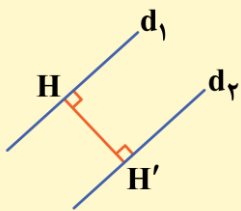
$$\Rightarrow 4b - 3 = \pm 5 \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \Rightarrow ab = 16 \times 2 = 32 \\ b = -\frac{1}{2} \Rightarrow ab = 16(-\frac{1}{2}) = -8 \end{cases}$$

توجه داریم که هر دو مورد ۳۲ و -۸ قابل قبول هستند؛ اما با توجه به گزینه ها ۳۲ جواب سؤال است.

فاصله دو خط موازی

اگر دو خط شیب های یکسان داشته باشند با هم موازی اند، پس فاصله آنها همواره مقدار ثابتی است. فاصله دو خط موازی $ax + by + c = 0$ و $ax + by + c' = 0$ برابر است با:

$$HH' = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



تذکره!

برای استفاده از فرمول بالا حتماً باید در معادله خطوط ضرایب x با هم و ضرایب y با هم برابر باشند.



۸- چند عدد صحیح در نامعادله $|2x-1| < |x-3|$ صدق می کنند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۲ (۱)

(آسان - محاسباتی - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۲۷-۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

طرفین نامعادله را به توان ۲ می رسانیم: $|2x-1| < |x-3| \xrightarrow{\text{به توان ۲}} (2x-1)^2 < (x-3)^2 \Rightarrow (2x-1)^2 - (x-3)^2 < 0$

برای تعیین علامت به دو صورت می توانیم عمل کنیم:

روش اول

$(2x-1)^2 - (x-3)^2 < 0 \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} (2x-1-x+3)(2x-1+x-3) < 0$

$\Rightarrow (x+2)(3x-4) < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}}$

x	-۲	$\frac{4}{3}$
x+۲	-	+
3x-4	-	+
	+	-

$\Rightarrow -2 < x < \frac{4}{3}$

روش دوم

$(2x-1)^2 - (x-3)^2 < 0 \Rightarrow 3x^2 + 2x - 8 < 0 \xrightarrow{\text{بین دو ریشه مخالف علامت a}} -2 < x < \frac{4}{3}$

بنابراین تعداد اعداد صحیحی که در نامعادله صدق می کنند برابر ۳ است که عبارتند از: $\{-1, 0, 1\}$.

حل نامعادلات قدرمطلق

۱) $|f(x)| < g(x) \xrightarrow{g(x) > 0} -g(x) < f(x) < g(x)$

یعنی **اشتراک** جواب های نامعادلات $f(x) < g(x)$ و $f(x) > -g(x)$ را به دست می آوریم.

۲) $|f(x)| > g(x) \Rightarrow f(x) > g(x) \text{ یا } f(x) < -g(x)$

یعنی **اجتماع** جواب های نامعادلات $f(x) < -g(x)$ و $f(x) > g(x)$ را به دست می آوریم.

۳) $|f(x)| < |g(x)| \Rightarrow f^2(x) < g^2(x)$

یادآوری اتحاد مزدوج!

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

۹- نمودارهای دو تابع $f(x) = |x-3| + |x+3|$ و $g(x) = \frac{-x+12}{2}$ در دو نقطه A و B متقاطع اند. فاصله AB کدام است؟

$2\sqrt{5} \quad (۴)$

$3\sqrt{2} \quad (۳)$

$2\sqrt{3} \quad (۲)$

$5\sqrt{2} \quad (۱)$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۲۷ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

طول نقاط تقاطع نمودار توابع $f(x) = |x-3| + |x+3|$ و $g(x) = \frac{-x+12}{2}$ را از طریق حل معادله $f(x) = g(x)$ پیدا می کنیم:

به کمک جدول تعیین علامت معادله را در ۳ حالت مختلف حل می کنیم:

x	-۳	۳
x-۳	-	-
x+۳	-	+

$$f(x) = g(x) \Rightarrow |x-3| + |x+3| = \frac{-x+12}{2}$$

$$x \leq -3: -x+3-x-3 = \frac{-x+12}{2} \Rightarrow -4x = -x+12 \Rightarrow x = -4 \quad \checkmark \text{ قابل قبول}$$

$$g(x) = \frac{-x+12}{2} \xrightarrow{x=-4} g(-4) = 8 \Rightarrow A(-4, 8)$$

$$-3 \leq x \leq 3: -x+3+x+3 = \frac{-x+12}{2} \Rightarrow -x+12 = 12 \Rightarrow x = 0 \quad \checkmark \text{ قابل قبول}$$

$$g(x) = \frac{-x+12}{2} \xrightarrow{x=0} g(0) = 6 \Rightarrow B(0, 6)$$

$$x \geq 3: x-3+x+3 = \frac{-x+12}{2} \Rightarrow 4x = -x+12 \Rightarrow x = \frac{12}{5} \quad \times$$

$x = \frac{12}{5}$ غیرقابل قبول است. زیرا در محدوده $x \geq 3$ قرار ندارد، پس نقاط تلاقی دو تابع، نقاط $A(-4, 8)$ و $B(0, 6)$ هستند؛ که فاصله آنها برابر است با:

$$AB = \sqrt{(0+4)^2 + (6-8)^2} = \sqrt{16+4} = 2\sqrt{5}$$

فاصله دو نقطه

اگر دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ را داشته باشیم، آن گاه طول پاره خط AB برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



۱۰- جمع جواب‌های معادله $\sqrt{x+1} = |2x-1|$ چه عددی است؟

$$\frac{5}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۳)$$

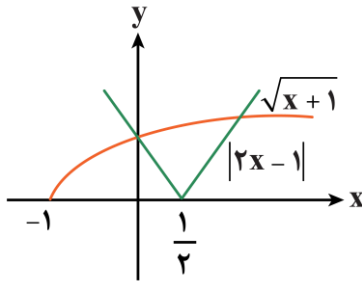
$$\frac{7}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{9}{4} \quad (۱)$$

(آسان - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۲۰ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

روش اول



روش هندسی:

با توجه به رسم نمودار مقابل معادله دارای ۲ جواب است.

یکی از جواب‌ها $x=0$ است زیرا ۲ نمودار یکدیگر را روی محور عرض‌ها قطع کرده‌اند.

جواب دیگر در بازه $(\frac{1}{2}, +\infty)$ است، پس:

$$x > \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{x+1} = 2x-1 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x+1 = 4x^2 - 4x + 1 \Rightarrow 4x^2 - 5x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{5}{4} \end{cases}$$

دو جواب معادله $\alpha=0$ و $\beta=\frac{5}{4}$ هستند. پس جمع جواب‌ها $\frac{5}{4}$ است.

روش دوم

روش جبری:

$$\sqrt{x+1} = |2x-1| \quad \text{دامنه: } x \geq -1$$

$$x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow 2x-1 \geq 0$$

$$\Rightarrow 2x-1 = \sqrt{x+1} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} (2x-1)^2 = x+1 \Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = x+1 \Rightarrow 4x^2 - 5x = 0$$

$$\Rightarrow x(4x-5) = 0 \Rightarrow x=0 \text{ یا } x=\frac{5}{4}$$

چون فرض کردیم $x \geq \frac{1}{2}$ ، پس $x=\frac{5}{4}$ قابل قبول است.

$$x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 2x-1 \leq 0$$

$$\Rightarrow -(2x-1) = \sqrt{x+1} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} (-(2x-1))^2 = x+1 \Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = x+1$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x=0 \text{ یا } x=\frac{5}{4}$$

چون فرض کردیم $x < \frac{1}{2}$ ، پس $x=0$ قابل قبول است.

$$0 + \frac{5}{4} = \frac{5}{4}$$

جمع جواب‌ها:

روش هندسی برای حل معادلات!

برای حل معادلاتی که در ۲ طرف تساوی، ۲ عبارت غیر هم‌جنس داریم می‌توانیم از روش هندسی استفاده کنیم، بدین صورت که نمودار دو طرف تساوی را رسم کرده و نقاط برخورد را به عنوان جواب‌های معادله در نظر می‌گیریم.

۱۱- دو نقطه روی خط $y = 2x$ وجود دارد که مجموع فاصله‌های آن تا مبدأ مختصات و نقطه $A(2, 4)$ برابر ۵ است. حاصل ضرب عرض این دو نقطه کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) -۱

پاسخ: گزینه ۴

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) - حسابان ۱ صفحه ۳۶ - ۱۱۰۱

اگر نقطه مطلوب را به صورت $B(\alpha, 2\alpha)$ نمایش دهیم در این صورت باید طبق فرض داشته باشیم:

$$\sqrt{(\alpha - 0)^2 + (2\alpha - 0)^2} + \sqrt{(\alpha - 2)^2 + (2\alpha - 4)^2} = 5 \Rightarrow \sqrt{\alpha^2 + 4\alpha^2} + \sqrt{(\alpha - 2)^2 + 4(\alpha - 2)^2} = 5$$

$$\sqrt{5\alpha^2} + \sqrt{5(\alpha - 2)^2} = 5 \Rightarrow \sqrt{5}|\alpha| + \sqrt{5}|\alpha - 2| = 5 \Rightarrow |\alpha| + |\alpha - 2| = \sqrt{5}$$

به کمک جدول تعیین علامت معادله را در ۳ حالت مختلف حل می‌کنیم:

	$\alpha \leq 0$	$0 < \alpha < 2$	$\alpha \geq 2$
α	-	+	+
$\alpha - 2$	-	-	+

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha \leq 0 : -\alpha - \alpha + 2 = \sqrt{5} \Rightarrow 2\alpha = 2 - \sqrt{5} \Rightarrow \alpha = 1 - \frac{\sqrt{5}}{2} \checkmark \\ 0 < \alpha < 2 : \alpha - \alpha + 2 = \sqrt{5} \Rightarrow 2 = \sqrt{5} \times \text{تناقض} \\ \alpha \geq 2 : \alpha + \alpha - 2 = \sqrt{5} \Rightarrow 2\alpha = 2 + \sqrt{5} \Rightarrow \alpha = 1 + \frac{\sqrt{5}}{2} \checkmark \end{array} \right.$$

نقاط مطلوب به صورت $B_1(1 - \frac{\sqrt{5}}{2}, 2 - \sqrt{5})$ و $B_2(1 + \frac{\sqrt{5}}{2}, 2 + \sqrt{5})$ هستند، که حاصل ضرب عرض این دو نقطه برابر است با:

$$(2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = 4 - 5 = -1$$



۱۲- اختلاف جواب‌های معادله $\sqrt{3x-2} + \sqrt{27x-18} = 2x+2$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) ۸

پاسخ: گزینه ۴

(آسان - محاسباتی - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۲۱ - ۱۱۰۱

ابتدا سعی می‌کنیم معادله را ساده‌تر کنیم:

$$\sqrt{3x-2} + \sqrt{27x-18} = 2x+2 \Rightarrow \sqrt{3x-2} + \sqrt{9(3x-2)} = 2x+2$$

$$\Rightarrow \sqrt{3x-2} + 3\sqrt{3x-2} = 2x+2 \Rightarrow 4\sqrt{3x-2} = 2x+2 \Rightarrow 2\sqrt{3x-2} = x+1$$

برای پیدا کردن جواب‌های معادله فوق، ابتدا دامنه متغیر معادله را تعیین می‌کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{2}{3} \\ x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{اشتراک}} x \geq \frac{2}{3}$$

با شرط $x \geq \frac{2}{3}$ ، طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$4(3x-2) = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 10x + 9 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-9) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 9 \end{cases} \Rightarrow |x_1 - x_2| = 8 \Rightarrow \text{هر دو قابل قبول اند.}$$

 دامنه توابع رادیکالی

برای محاسبه دامنه توابع رادیکالی با فرجه زوج به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$f(x) = \sqrt[n]{g(x)} \Rightarrow D_f = D_g \cap \{x | g(x) \geq 0\}$$

یعنی علاوه بر تعیین دامنه عبارت زیر رادیکال، زیر رادیکال با فرجه زوج باید همیشه نامنفی باشد.

به علاوه به یاد داشته باشید که، حاصل رادیکال با فرجه زوج همیشه عددی نامنفی است. پس در تساوی $\sqrt[n]{g(x)} = h(x)$ باید $h(x)$ هم نامنفی باشد.



تذکره! در حل معادلات رادیکالی حتماً جواب‌ها چک شود که در دامنه جواب قرار داشته باشند.



۱۳- در مورد جواب‌های معادله $\sqrt{(x+5)(x+4)} = \frac{x+6}{2}$ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) دو جواب منفی دارد. (۲) یک جواب منفی دارد.
(۳) یک جواب منفی و یک جواب مثبت دارد. (۴) فاقد ریشه حقیقی است.

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۲۱ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

$$\sqrt{(x+5)(x+4)} = \frac{x+6}{2} \Rightarrow (x+5)(x+4) = \frac{x^2+12x+36}{4} \Rightarrow 4(x^2+9x+20) = x^2+12x+36$$

$$3x^2+24x+44=0 \Rightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{144-132}}{3} = \frac{-12 \pm 2\sqrt{3}}{3}$$

$$x = -4 \pm \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x_1 = -4 - \frac{2\sqrt{3}}{3}, x_2 = -4 + \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

توجه شود که هر دو جواب به دست آمده قابل قبول هستند؛ زیرا هم زیر رادیکال نامنفی خواهد بود و هم سمت راست معادله نامنفی خواهد بود، پس معادله دارای دو جواب منفی است.



۱۴- نقطه‌ای روی خط $y = x+2$ وجود دارد که فاصله آن از نقطه $B(1, -3)$ کم‌ترین مقدار ممکن را دارد. طول این نقطه کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۴

(آسان - خط‌به‌خط - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۳۱ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

فرض می‌کنیم نقطه $A(\alpha, \alpha+2)$ کم‌ترین فاصله را از نقطه $B(1, -3)$ داشته باشد در این صورت خواهیم داشت:

$$AB = \sqrt{(\alpha-1)^2 + (\alpha+5)^2} = \sqrt{2\alpha^2 + 8\alpha + 26}$$

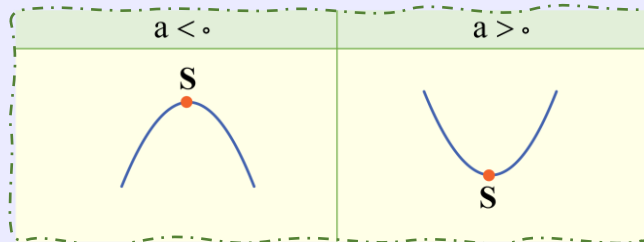
کم‌ترین فاصله AB به ازای کم‌ترین مقدار تابع $y = 2\alpha^2 + 8\alpha + 26$ به دست می‌آید و طول نقطه مینیمم این تابع برابر است با:

$$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{4} = -2$$

طول نقطه مینیمم

 رأس سهمی

رأس یک سهمی در واقع بالاترین نقطه یا پایین‌ترین نقطه از یک سهمی است که با توجه به علامت ضریب x^2 در تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ می‌توان گفت که اگر $a > 0$ باشد، رأس سهمی، پایین‌ترین نقطه و اگر $a < 0$ باشد، رأس سهمی، بالاترین نقطه آن است، ببینید:



 طول و عرض رأس سهمی

نوع نمایش سهمی	$f(x) = ax^2 + bx + c$	$f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta)$	$f(x) = a(x - h)^2 + k$
طول رأس	$x_S = -\frac{b}{2a}$	$x_S = \frac{\alpha + \beta}{2}$	$x_S = h$
عرض رأس	$y_S = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{\Delta}{4a}$	$y_S = f\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$	$y_S = k$



۱۵- اگر مجموعه جواب نامعادله $|4x - 3| < 2x + 1$ به صورت (α, β) باشد، خط $y = \alpha$ نمودار تابع $f(x) = |x^2 - x|$ را در چند نقطه قطع می‌کند؟

۴) صفر

۳) ۴

۲) ۲

۱) ۱

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۲۷ - ۱۱۰۱

 پاسخ: گزینه ۲

$$|f(x)| < g(x) \Rightarrow -g(x) < f(x) < g(x)$$

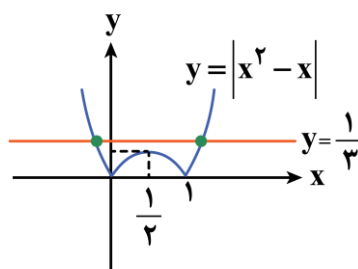
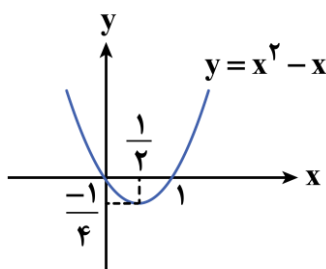
می‌دانیم که:

پس ابتدا مجموعه جواب نامعادله $|4x - 3| < 2x + 1$ را پیدا می‌کنیم:

$$-2x - 1 < 4x - 3 < 2x + 1 \Rightarrow \begin{cases} -2x - 1 < 4x - 3 \\ 4x - 3 < 2x + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 < 6x \Rightarrow x > \frac{1}{3} \\ 2x < 4 \Rightarrow x < 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} \frac{1}{3} < x < 2$$

$$\text{مجموعه جواب} = \left(\frac{1}{3}, 2\right) \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3}, \beta = 2$$



حال نمودار تابع $f(x) = |x^2 - x|$ را رسم می‌کنیم:

خط $y = \frac{1}{3}$ نمودار تابع $f(x)$ را در دو نقطه قطع می‌کند.

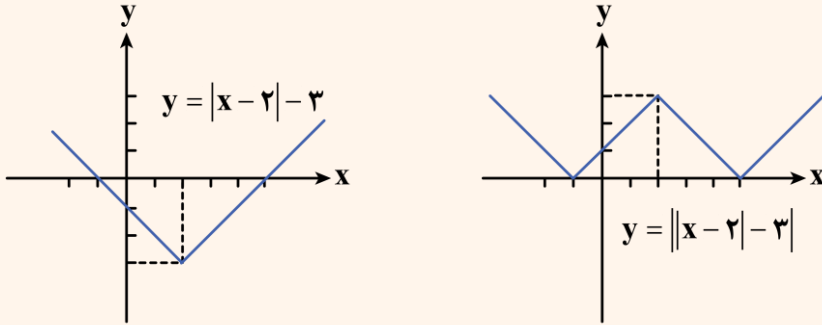


توجه کنید که دانستن مقدار دقیق عرض رأس سهمی برای تعداد نقاط برخورد کاملاً ضروری بود!

رسم نمودار $y = |f(x)|$ از روی نمودار $y = f(x)$

ابتدا نمودار $y = f(x)$ را رسم می‌کنیم، سپس قرینه قسمتی از نمودار این تابع که زیر محور x ها قرار دارد را، نسبت به محور x ها به دست می‌آوریم و بخش پایین محور x ها را حذف می‌کنیم.

یه نمونه باحال ببین!



۱۶- اگر جواب بزرگ‌تر معادله $\sqrt{2x+16} + \sqrt{16-2x} = \sqrt{2x^2+28}$ را α بنامیم، حاصل $\sqrt{\alpha^4-27}$ کدام است؟
 (۱) ۵ (۲) ۱۵ (۳) ۱۷ (۴) ۷

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) - حسابان ۱ صفحه ۲۱ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

$$\sqrt{2x+16} + \sqrt{16-2x} = \sqrt{2x^2+28} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 2x+16+16-2x+2\sqrt{256-4x^2} = 2x^2+28$$

$$32+2\sqrt{256-4x^2} = 2x^2+28 \Rightarrow \sqrt{256-4x^2} = x^2-2$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 256-4x^2 = x^4-4x^2+4 \Rightarrow x^4 = 252 \Rightarrow x = \pm\sqrt[4]{252}$$

$\alpha = \sqrt[4]{252}$ ریشه بزرگ‌تر معادله است، پس

$$\Rightarrow \sqrt{\alpha^4-27} = \sqrt{252-27} = \sqrt{225} = 15$$



۱۷- جواب معادله $\sqrt{x+4\sqrt{x}} + 4\sqrt{x} = 6-x$ در کدام بازه قرار دارد؟

- (۱) $(0, \frac{1}{4})$ (۲) $(\frac{1}{4}, 1)$ (۳) $(1, \frac{3}{4})$ (۴) $(\frac{3}{4}, 2)$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۲۱ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

با استفاده از تغییر متغیر معادله را حل می‌کنیم:

$$\sqrt{x+4\sqrt{x}} + 4\sqrt{x} = 6-x \Rightarrow \sqrt{x+4\sqrt{x}} + 4\sqrt{x} + x = 6$$

$$\text{فرض: } \sqrt{x+4\sqrt{x}} = t \ (t \geq 0) \Rightarrow t+t^2 = 6 \Rightarrow t^2+t-6=0$$

$$(t+3)(t-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} t=-3 \\ t=2 \end{cases}$$

دقت کنید $t = -3$ غیرقابل قبول است؛ زیرا حاصل رادیکال با فرجه زوج نمی‌تواند منفی شود.

$$\sqrt{x+4\sqrt{x}} = 2 \Rightarrow x+4\sqrt{x} = 4 \Rightarrow x+4\sqrt{x}-4=0$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = \frac{-4 \pm \sqrt{16+16}}{2} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{2}}{2} = -2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x} = -2 - 2\sqrt{2} & \text{غ ق ق} \\ \sqrt{x} = -2 + 2\sqrt{2} \Rightarrow x = (-2 + 2\sqrt{2})^2 \end{cases}$$

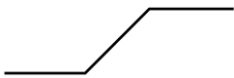
توجه شود که $0/8 \approx -2 + 2\sqrt{2}$ و $0/64 = (0/8)^2$ ، بنابراین ریشه معادله در بازه $(\frac{1}{4}, 1)$ قرار دارد.



۱۸- اگر نمودار تابع $f(x) = |x - 2m + 1| - |4 - x|$ به صورت روبه رو باشد، حدود m کدام است؟

$$\begin{aligned} m &< \frac{5}{2} & (2) \\ m &> \frac{3}{2} & (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &> \frac{5}{2} & (1) \\ m &< \frac{3}{2} & (3) \end{aligned}$$



(متوسط - محاسباتی - سریع) حسابان ۱ صفحه ۲۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

نمودار تابع $f(x) = |x - \alpha| - |x - \beta|$ به یکی از دو صورت مقابل است:



برای آن که نمودار f به صورت داده شده باشد، باید:

$$\begin{cases} \alpha = 2m - 1 \\ \beta = 4 \end{cases} \Rightarrow 2m - 1 < 4 \Rightarrow m < \frac{5}{2}$$



۱۹- به ازای چه مقادیری از k معادله $\sqrt{4x^2 + 3x + k} - 1 = 2x$ دارای جواب است؟

$$0 \leq k \leq 1 \quad (4)$$

$$k \leq 1 \quad (3)$$

$$0 \leq k \leq \frac{25}{16} \quad (2)$$

$$k \leq \frac{25}{16} \quad (1)$$

(سخت - محاسباتی - زمان بر) حسابان ۱ صفحه ۲۱ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

طرفین معادله را به توان ۲ رسانده و آن را تا حد امکان ساده می کنیم:

$$\sqrt{4x^2 + 3x + k} - 1 = 2x \Rightarrow \sqrt{4x^2 + 3x + k} = 2x + 1 \Rightarrow 4x^2 + 3x + k = 4x^2 + 4x + 1 \Rightarrow x = \frac{1-k}{3}$$

همچنین توجه شود که چون سمت چپ معادله نامنفی است، پس سمت راست نیز باید نامنفی باشد و از این رو باید داشته باشیم:

$$2x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \Rightarrow \frac{1-k}{3} \geq 0 \Rightarrow 1-k \geq 0 \Rightarrow k \leq 1 \quad (1)$$

از طرفی با قرار دادن ریشه معادله یعنی $x = \frac{1-k}{3}$ در معادله خواهیم داشت:

$$\sqrt{4\left(\frac{1-k}{3}\right)^2 + 3\left(\frac{1-k}{3}\right) + k} - 1 = 2\left(\frac{1-k}{3}\right)$$

$$\sqrt{4\left(\frac{1-k}{3}\right)^2} = 2\left(\frac{1-k}{3}\right) \Rightarrow 2\left|\frac{1-k}{3}\right| = 2\left(\frac{1-k}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1-k}{3} \geq 0 \Rightarrow 1-k \geq 0 \Rightarrow k \leq 1 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow k \leq 1$$



۲۰- مجموعه جواب نامعادله $|x-4|+x^2 \leq 27x-109$ به صورت $[a,b]$ است. $2a+b$ کدام است؟

۲۷ (۴)

۳۳ (۳)

۲۹ (۲)

۳۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) - حسابان ۱ صفحه ۲۷ - ۱۱۰۱

چون سمت چپ نامعادله، همواره نامنفی است پس باید سمت راست نیز نامنفی باشد، یعنی داریم:

$$27x - 109 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{109}{27}$$

چون $x \geq \frac{109}{27}$ پس $|x-4| = x-4$ یعنی داریم:

$$|x-4|+x^2 \leq 27x-109 \Rightarrow |x-4|+x^2 \leq 27x-109$$

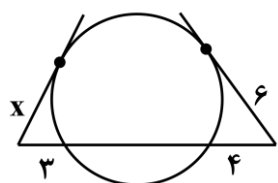
چون $x \geq \frac{109}{27}$ (نکته: $\frac{109}{27} = 4$)، پس $|x-4| = x-4$ یعنی داریم:

$$x-4+x^2 \leq 27x-109 \Rightarrow x^2-26x+105 \leq 0 \Rightarrow (x-5)(x-21) \leq 0$$

$$\Rightarrow \text{مجموعه جواب} = [5, 21] \Rightarrow a=5, b=21$$

$$\Rightarrow 2a+b=31$$

	۵	۲۱
$x-5$	-	+
$x-21$	-	+
	+	+



۲۱- در شکل مقابل، مقدار $\sqrt{x^2+1}$ برابر کدام است؟

۲۶ (۱)

۲۶ (۲)

۵ (۳)

۴ (۴)

(آسان - محاسباتی - سریع) - هندسه ۲ صفحه ۱۹ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

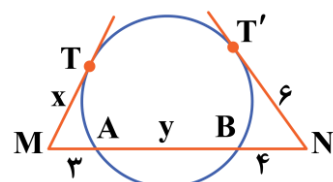
اندازه وتر AB را y در نظر می‌گیریم. با استفاده از روابط طولی در دایره می‌نویسیم:

$$NT'^2 = NB \times NA \Rightarrow 6^2 = 4(4+y) \Rightarrow y=5$$

$$MT^2 = MA \times MB \Rightarrow x^2 = 3(3+y) \xrightarrow{y=5} x^2 = 24$$

$$\sqrt{x^2+1} = \sqrt{24+1} = \sqrt{25} = 5$$

بنابراین:



روابط طولی در دایره

اگر AT در نقطه T بر دایره مماس باشد.	امتداد وترهای AB و CD خارج دایره در نقطه M همدیگر را قطع می‌کنند.	وترهای AB و CD داخل دایره یکدیگر را در نقطه M قطع می‌کنند.
$AT^2 = AB \times AC$	$MA \times MB = MC \times MD$	$MA \times MB = MC \times MD$

۲۲- نقطه C بر روی وتر AB به طول ۱۲ واحد از دایره‌ای چنان قرار دارد که آن وتر را به نسبت ۱ و ۳ تقسیم کرده است. طول کوتاه‌ترین وتر این دایره که گذرنده از نقطه C باشد، کدام است؟

$$۶\sqrt{3} \quad (۴)$$

$$۳\sqrt{2} \quad (۳)$$

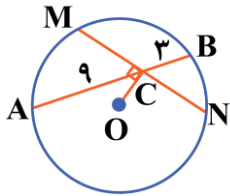
$$۶\sqrt{2} \quad (۲)$$

$$۳\sqrt{3} \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۲۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

بنابر فرض سؤال می‌نویسیم:

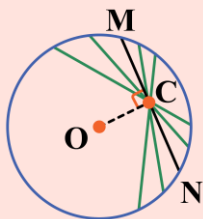


$$\frac{CB}{CA} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{CB}{AB} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{CB}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow CB = 3 \Rightarrow CA = 9$$

از طرف دیگر، کوتاه‌ترین وتر گذرنده از نقطه C، (وتر MN) عمود بر قطر گذرنده از C است. چون قطر دایره در نقطه C بر وتر MN عمود است، پس MN توسط این قطر نصف می‌شود، یعنی $CM = CN$ می‌باشد. اکنون با استفاده از روابط طولی در دایره می‌نویسیم:

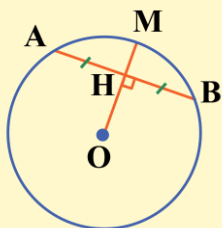
$$CM \times CN = CB \times CA \xrightarrow{CM=CN} CM^2 = 3 \times 9 = 27 \Rightarrow CM = 3\sqrt{3} \Rightarrow MN = 2CM = 6\sqrt{3}$$

توجه!



توجه کنید که تمام وترهای دیگری که از نقطه C می‌گذرند طولشان از وتر MN بیش‌تر است. زیرا همگی آن‌ها نسبت به MN به مرکز دایره نزدیک‌تر هستند.

شعاع عمود بر وتر



اگر از مرکز دایره، خطی بر وتر دایره عمود کنیم، وتر و کمان محدود به آن را نصف می‌کند و برعکس.

$$OH \perp AB \Leftrightarrow \begin{cases} AH = HB \\ \widehat{AM} = \widehat{MB} \end{cases}$$

سوتی‌های پرتکرار!

توجه کنید وقتی به $CM = 3\sqrt{3}$ رسیدید ممکن است گزینه (۱) را انتخاب کنید در صورتی که سؤال طول وتر MN که دو برابر CM است را می‌خواهد.

۲۳- طول خط‌المركزین دو دایره $C(O, 6m-1)$ و $C'(O', m^2-2)$ برابر ۶ است. اگر دو دایره فقط یک مماس مشترک داشته باشند، مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

$$-۶ \quad (۴)$$

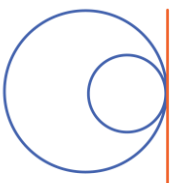
$$۶ \quad (۳)$$

$$۱۲ \quad (۲)$$

$$\text{صفر} \quad (۱)$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۲۲ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲



$$OO' = |R - R'|$$

دو دایره در صورتی که مماس درونی باشند فقط یک مماس مشترک دارند. شرط مماس درونی بودن دو دایره آن است که:

$$OO' = |R - R'| \Rightarrow 6 = |m^2 - 2 - 6m + 1| \Rightarrow 6 = |m^2 - 6m - 1|$$

بنابراین:

پس دو حالت زیر را خواهیم داشت:

$$1) m^2 - 6m - 1 = 6 \Rightarrow m^2 - 6m - 7 = 0 \Rightarrow (m - 7)(m + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \times \\ m = 7 \checkmark \end{cases}$$

مسلماً $m = -1$ قابل قبول نیست، زیرا به‌ازای آن اندازه شعاع هر دو دایره منفی می‌شود که ممکن نیست.

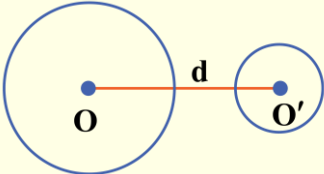
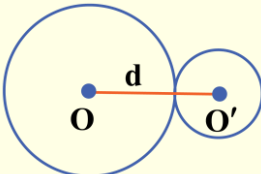
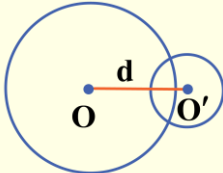
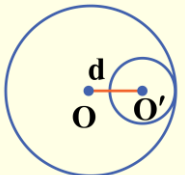
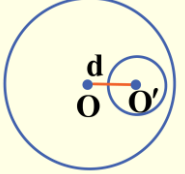
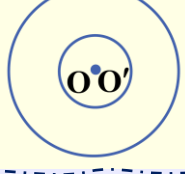
$$2) m^2 - 6m - 1 = -6 \Rightarrow m^2 - 6m + 5 = 0 \Rightarrow (m - 1)(m - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \times \\ m = 5 \checkmark \end{cases}$$

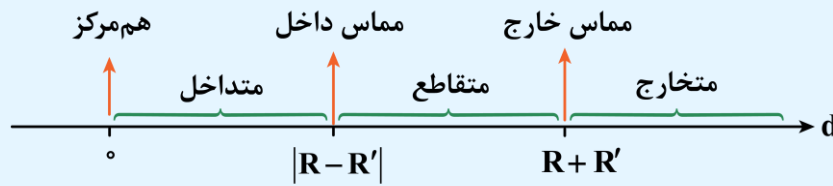
در این جا $m = 1$ قابل قبول نیست، زیرا به‌ازای آن اندازه شعاع دایره C' منفی می‌شود که ممکن نیست.پس مجموع مقادیر ممکن برای m برابر است با:

$$m_1 + m_2 = 5 + 7 = 12$$

وضعیت دو دایره نسبت به هم

دو دایره C و C' دارای وضعیت‌های زیر نسبت به هم هستند:

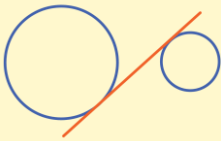
شکل	تعداد مماس‌های مشترک	شرط	وضعیت دو دایره
	تعداد مماس مشترک داخلی = ۲ تعداد مماس مشترک خارجی = ۲	$d > R + R'$	۱. متخارج
	تعداد مماس مشترک داخلی = ۱ تعداد مماس مشترک خارجی = ۲	$d = R + R'$	۲. مماس خارج
	تعداد مماس مشترک داخلی = ۰ تعداد مماس مشترک خارجی = ۲	$ R - R' < d < R + R'$	۳. متقاطع
	تعداد مماس مشترک داخلی = ۰ تعداد مماس مشترک خارجی = ۱	$d = R - R' $	۴. مماس داخل
	تعداد مماس مشترک داخلی = ۰ تعداد مماس مشترک خارجی = ۰	$d < R - R' $	۵. متداخل
	تعداد مماس مشترک داخلی = ۰ تعداد مماس مشترک خارجی = ۰	$d = 0$	۶. هم‌مرکز



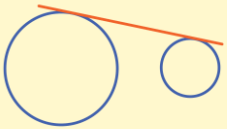
مماس مشترک دو دایره!

مماس مشترک: خطی است که بر هر دو دایره مماس باشد.

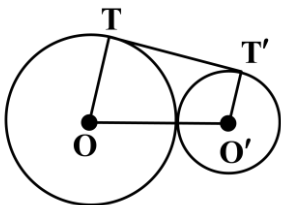
مماس مشترک داخلی: یعنی مماس مشترکی که هرکدام از دایره‌ها در یک طرف آن واقع هستند.



مماس مشترک خارجی: یعنی مماس مشترکی که هر دو دایره در یک طرف آن واقع هستند.



۲۴- طول خط‌المركزین دو دایره مماس خارج $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ برابر ۱۲ و اختلاف مساحت دو دایره ۷۲π است. اگر TT' پاره خط مماس مشترک خارجی دو دایره باشد، مساحت چهارضلعی $OTT'O'$ کدام است؟



(۱) $۳۲\sqrt{۳}$

(۲) $۷۲\sqrt{۳}$

(۳) $۳۶\sqrt{۳}$

(۴) $۴۸\sqrt{۳}$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۲۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

طول خط‌المركزین دو دایره مماس خارج برابر $R + R'$ و طول مماس مشترک خارجی آن‌ها برابر $۲\sqrt{RR'}$ است. با توجه به شکل داده شده $R > R'$ است. بنابر فرض سؤال می‌نویسیم:

$$۷۲\pi = \pi R^2 - \pi R'^2 \Rightarrow R^2 - R'^2 = ۷۲ \Rightarrow (R + R')(R - R') = ۷۲$$

$$\xrightarrow{R + R' = ۱۲} ۱۲(R - R') = ۷۲ \Rightarrow R - R' = ۶$$

پس:

$$\begin{cases} R + R' = ۱۲ \\ R - R' = ۶ \end{cases} \xrightarrow{+} ۲R = ۱۸ \Rightarrow R = ۹ \Rightarrow R' = ۳$$

بنابراین:

$$TT' = ۲\sqrt{RR'} = ۲\sqrt{۹ \times ۳} = ۶\sqrt{۳}$$

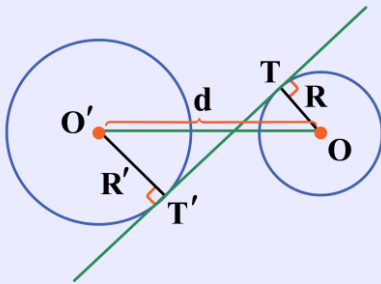
در ضمن چهارضلعی $OTT'O'$ دوزنقه قائم‌الزاویه با قاعده‌های R و R' و ارتفاع TT' است، در نتیجه:

$$S_{OTT'O'} = \frac{1}{2} TT' (R + R') = \frac{1}{2} (۶\sqrt{۳})(۱۲) = ۳۶\sqrt{۳}$$

طول مماس‌های مشترک

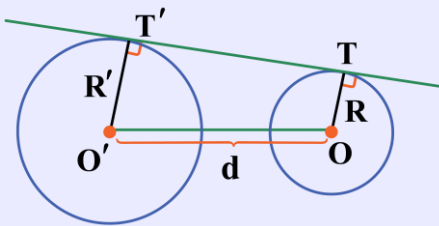
طول مماس‌های مشترک داخلی و خارجی دو دایره از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

(۱) طول مماس مشترک داخلی دو دایره



$$TT' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$

(۲) طول مماس مشترک خارجی دو دایره



$$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

اگر دو دایره مماس بیرون باشند، طول مماس مشترک خارجی دو دایره برابر $\sqrt{RR'}$ می‌باشد. درستی این رابطه را به عنوان تمرین اثبات کنید.



۲۵- دو وتر AM و BN از دایره به قطر AB ، یکدیگر را در نقطه P داخل دایره قطع کرده‌اند. اگر $MP=2$ و $AP=8$ و $PN=4$ ، آن‌گاه مساحت این دایره برابر کدام است؟

(۴) 32π

(۳) 24π

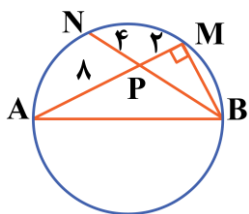
(۲) 16π

(۱) 28π

(سخت - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۲۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

بنابر فرض سؤال شکل مقابل را خواهیم داشت. اکنون با استفاده از رابطه طولی در دایره می‌نویسیم:



$$PN \times PB = PM \times PA \Rightarrow 4PB = 2 \times 8 \Rightarrow PB = 4$$

از طرف دیگر، اگر از M به B وصل کنیم آن‌گاه زاویه M محاطی روبه‌رو به قطر دایره است، پس $\hat{M} = 90^\circ$ می‌باشد. در نتیجه مثلث‌های $\triangle MBP$ و $\triangle AMB$ قائم‌الزاویه هستند. به کمک قضیه فیثاغورس داریم:

$$\triangle MBP: MB^2 = BP^2 - PM^2 \Rightarrow MB^2 = BP^2 - 4 \xrightarrow{BP=4} MB^2 = 12 \quad (۱)$$

$$\triangle AMB: AB^2 = AM^2 + MB^2 \xrightarrow{(۱)} AB^2 = 10^2 + 12 = 112 \\ \Rightarrow AB = \sqrt{112} = \sqrt{16 \times 7} = 4\sqrt{7}$$

بنابراین شعاع این دایره برابر $2\sqrt{7}$ است، پس:

$$\text{مساحت دایره} = \pi(2\sqrt{7})^2 = 28\pi$$



۲۶- نقیض گزاره $(\forall x \in \mathbb{R}, \frac{x^2-4}{x-2} = x+2) \vee (\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 < x)$ کدام است؟

$$(1) (\exists x \in \mathbb{R}, \frac{x^2-4}{x-2} \neq x+2) \vee (\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 \geq x)$$

$$(2) (\forall x \in \mathbb{R}, \frac{x^2-4}{x-2} \neq x+2) \wedge (\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 \geq x)$$

$$(3) (\exists x \in \mathbb{R}, \frac{x^2-4}{x-2} \neq x+2) \wedge (\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 \geq x)$$

$$(4) (\exists x \in \mathbb{R}, \frac{x^2-4}{x-2} \neq x+2) \vee (\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 < x)$$

(آسان - ترکیبی - سریع) - آمار و احتمال صفحه ۱۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سریع:

$$\sim (\forall x \in \mathbb{R}, \frac{x^2-4}{x-2} = x+2) \vee (\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 < x) \equiv (\exists x \in \mathbb{R}, \frac{x^2-4}{x-2} \neq x+2) \wedge (\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 \geq x)$$

روش اول

برای به دست آوردن نقیض گزاره با توجه با قانون دموگان داریم:

$$\sim (\forall x \in \mathbb{R}, \frac{x^2-4}{x-2} = x+2) \vee (\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 < x) \equiv \sim (\forall x \in \mathbb{R}, \frac{x^2-4}{x-2} = x+2) \wedge \sim (\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 < x)$$

سپس با توجه به نقیض سورها داریم:

$$\equiv (\exists x \in \mathbb{R}, \sim (\frac{x^2-4}{x-2} = x+2)) \wedge (\forall x \in \mathbb{Z}, \sim (x^2 < x)) \equiv (\exists x \in \mathbb{R}, \frac{x^2-4}{x-2} \neq x+2) \wedge (\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 \geq x)$$

روش دوم

چون نقیض فاصل، عاطف است، گزینه ۱ و ۴ حذف می شوند و چون نقیض سور عمومی، سور وجودی است، گزینه ۲ نیز حذف می شود. پس جواب گزینه ۳ است.

نقیض سورها

نقیض سور عمومی

$$\sim (\forall x ; p(x)) \equiv \exists x ; \sim p(x)$$

عبارت ریاضی بالا را به این صورت می خوانیم:

نقیض این که «به ازای هر x ، گزاره $P(x)$ صحیح است.» برابر است با: «وجود دارد یک x ، که گزاره $P(x)$ صحیح نیست.»

نقیض سور وجودی

$$\sim (\exists x ; p(x)) \equiv \forall x ; \sim p(x)$$

عبارت ریاضی بالا را به این صورت می خوانیم:

نقیض این که «وجود دارد یک x ، که گزاره $P(x)$ صحیح است.» برابر است با: «به ازای هر x ، گزاره $P(x)$ صحیح نیست.»

$$\begin{cases} \sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \\ \sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \end{cases}$$



۲۷- اگر $A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ دامنه متغیر گزاره‌ها باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

$$\begin{aligned} \forall x \in A; |4-x| \geq 1 \quad (2) & \quad \exists x \in A; x^2 + 6x + 8 = 0 \quad (1) \\ \exists x \in A; (x^2 + 1 = 5k; k \in \mathbb{N}) \quad (4) & \quad \forall x \in A; \frac{x^2 - 1}{x + 1} = x - 1 \quad (3) \end{aligned}$$

(آسان - محاسباتی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۱۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

۱

$$x^2 + 6x + 8 = 0 \Rightarrow (x+4)(x+2) = 0 \Rightarrow x = -4, x = -2$$

ملاحظه می‌شود مجموعه جواب گزاره‌ها هیچ کدام عضو A نیستند، پس چون به‌ازای هیچ یک از اعضای A گزاره‌های $x^2 + 6x + 8 = 0$ به گزاره‌ای درست تبدیل نمی‌شود گزاره ۱ **نادرست** است.

۲

اگر $x = 4$ انتخاب شود: $|4-x| \geq 1$ ، پس چون حتی برای یک عضو هم گزاره‌های $|4-x| \geq 1$ صحیح نیست، استفاده از سور عمومی گزاره $\forall x \in A; |4-x| \geq 1$ را به گزاره‌ای **نادرست** تبدیل می‌کند.

۳

اگر $x = -1$ انتخاب شود، تساوی دیگر برقرار نیست و اصلاً کسر سمت چپ تعریف نشده می‌شود. پس چون حتی برای یک عضو هم گزاره‌های $\frac{x^2 - 1}{x + 1} = x - 1$ صحیح نیست، استفاده از سور عمومی گزاره $\frac{x^2 - 1}{x + 1} = x - 1$ را به گزاره‌ای **نادرست** تبدیل می‌کند.

۴

به‌ازای $x = 2$ عبارت $x^2 + 1$ مضرب ۵ می‌شود و چون از سور وجودی استفاده شده، وجود همین یک عضو در A کافی است تا گزاره $\exists x \in A; (x^2 + 1 = 5k; k \in \mathbb{N})$ به گزاره‌ای درست تبدیل شود.



۲۸- اگر مجموعه $M = \{2, 4, 6, \dots, 20\}$ مرجع باشد، چند مجموعه مانند A وجود دارد، به طوری که تساوی زیر برقرار باشد؟

$$A \cap \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} = \{2, 4, 6\}$$

۳۲ (۴)

۱۶ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۱۷ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سریع:

چون ۶ عضو تکلیفشان معلوم است، تنها ۴ عضو در A هستند یا نیستند:

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

مجموعه A باید سه عضو ۲، ۴، ۶ را داشته باشد و ۸، ۱۰، ۱۲ را نداشته باشد و بقیه اعضای مجموعه مرجع می‌توانند در A باشند یا نباشند.

$$A = \{2, 4, 6, \underbrace{\boxed{14}, \boxed{16}, \boxed{18}, \boxed{20}}_{2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16}\}$$

یعنی هر کدام ۲ حالت دارند. پس داریم:

۲۹- در چند زیرمجموعه از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ حداقل یک عدد مضرب ۵ وجود دارد؟

(۴) ۱۰۲۴

(۳) ۷۶۸

(۲) ۷۲۰

(۱) ۵۱۲

(سخت - مفهومی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۱۷ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

تعداد کل زیرمجموعه‌های مجموعه $\{1, 2, \dots, 10\}$ برابر 2^{10} است. زیرمجموعه‌هایی از این مجموعه که هیچ مضرب ۵ ندارند به شکل زیر مجموعه‌های مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$ هستند که تعداد آن‌ها 2^8 است، پس از روش متمم عمل می‌کنیم. یعنی تعداد زیرمجموعه‌هایی که حداقل یک عدد مضرب ۵ دارند برابر است با:

$$2^{10} - 2^8 = 768$$

تعداد زیرمجموعه‌ها

اگر A مجموعه‌ای n عضوی باشد، مجموعه همه زیرمجموعه‌های آن را با $P(A)$ نمایش می‌دهیم و آن را مجموعه توانی A می‌نامیم. تعداد زیرمجموعه‌های A برابر است با:

$$n(P(A)) = 2^n$$

راهنمای زرنگ‌بازی!

اگر بدونی هر فرمولی از کجا اومده هیچ وقت نیاز نیست فرمول‌ها رو حفظ کنی. حالا اگر دوست داری بدونی فرمول تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه چطوری به دست اومده این راهنمای زرنگ‌بازی رو از دست نده!

فرض کنیم A یک مجموعه n عضوی و B زیر مجموعه‌ای از آن باشد، هر عضو A می‌تواند در B باشد یا نباشد، یعنی برای هر عضو A دو انتخاب وجود دارد:

$$\underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{\substack{\text{عضو اول} \\ \text{باشد یا نباشد}}} = 2^n$$

عضو آخر
باشد یا نباشد

عضو n

پس در نهایت به 2^n راه می‌توان یک زیرمجموعه از A انتخاب کرد. این یعنی A ، 2^n زیرمجموعه دارد.



۳۰- اگر $A = \{a, b, \{a, b\}, \{a\}\}$ و $B = \{a\}$ باشد، آنگاه مجموعه $A - \{B\}$ دارای چند زیرمجموعه سره است؟

(۴) ۱۵

(۳) ۸

(۲) ۷

(۱) ۶

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۱۷ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

بررسی سریع:

$$A - \{B\} = \{a, b, \{a, b\}\} \Rightarrow 2^3 - 1 = 8 - 1 = 7$$

دقت کنید که $\{B\} = \{\{a\}\}$ است. پس:

$$\Rightarrow A - \{B\} = \{a, b, \{a, b\}, \{a\}\} - \{\{a\}\} = \{a, b, \{a, b\}\}$$

تعداد کل زیرمجموعه‌ها مساوی $2^3 = 8$ است و تعداد کل زیرمجموعه‌های سره مساوی $8 - 1 = 7$ است.

زیرمجموعه‌های سره

زیرمجموعه‌های محض یا سره یعنی همه زیرمجموعه‌هایی که با خود مجموعه برابر نیستند. یعنی همه زیرمجموعه‌ها به غیر از خود مجموعه.

پس اگر مجموعه‌ای n عضو دارد تعداد زیرمجموعه‌های محض یا سره آن $2^n - 1$ می‌شود.





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QR Code بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید!

الکتریسیته ساکن (از برهم‌نهی میدان‌های الکتریکی تا ابتدای خازن) - صفحه‌های ۱۴ تا ۳۲

بودجه‌بندی
این آزمون

درمجموع ۲ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

۳۱- مطابق شکل زیر، دو ذره باردار با بارهای $q_1 = 2\mu C$ و $q_2 = -8\mu C$ در فاصله یک متری یکدیگر ثابت شده‌اند. بردار میدان الکتریکی در نقطه‌ای روی خط واصل دو ذره به فاصله 50cm از بار q_1 و 150cm از بار q_2 برحسب یکای SI کدام است؟

$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$
 (۱) $4 \times 10^4 \vec{i}$
 (۲) $-4 \times 10^4 \vec{i}$
 (۳) $1/0.4 \times 10^5 \vec{i}$
 (۴) $-1/0.4 \times 10^5 \vec{i}$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۱۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

کلام اول

میدان الکتریکی ناشی از هر یک از بارها را در نقطه موردنظر به دست می‌آوریم. مطابق شکل زیر داریم:

$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} \Rightarrow E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{(0.5)^2} = 7.2 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}} \Rightarrow \vec{E}_1 = -7.2 \times 10^4 (\frac{\text{N}}{\text{C}}) \vec{i}$
 $E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-6}}{(1.5)^2} = 3.2 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}} \Rightarrow \vec{E}_2 = 3.2 \times 10^4 (\frac{\text{N}}{\text{C}}) \vec{i}$

کلام آخر

میدان الکتریکی خالص را در نقطه موردنظر به دست می‌آوریم:

$\vec{E}_t = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow \vec{E}_t = -7.2 \times 10^4 \vec{i} + 3.2 \times 10^4 \vec{i} = -4 \times 10^4 (\frac{\text{N}}{\text{C}}) \vec{i}$

راهنمای مسیرت

حل دقیق این سؤال مستلزم رعایت سه گام مهمه: ۱- تشخیص دقیق نقطه موردنظر ۲- محاسبه دقیق اندازه و جهت تک‌تک میدان‌ها ۳- برآیندگیری دقیق به کمک جهت‌ها
همین ۳ گام، در اکثر سؤالات شما رو به سرمنزل مقصود (گزینه درست) می‌رسونه.

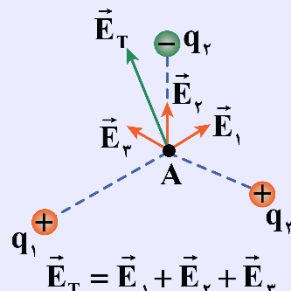
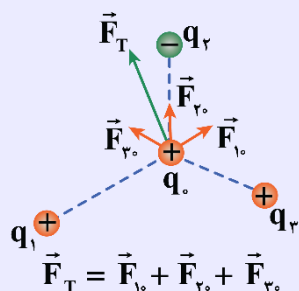
سوتی‌های پرتکرار

اگر خدایی نکرده جهت $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ رو یکسان بگیرین در دام یکی از گزینه‌های (۳) یا (۴) می‌افتین.

اصل برهم نهی میدان های الکتریکی

این اصل بیان می دارد که میدان الکتریکی ناشی از چند بار نقطه ای در نقطه ای از فضا، برابر با جمع برداری میدان های الکتریکی ای است که هر یک از بارها به طور مستقل در آن نقطه ایجاد می کنند.

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots$$



۱- نیروی $\vec{F}_T$ ، نیروی برابند وارد بر بار آزمون q_0 است.

۲- میدان الکتریکی $\vec{E}_T$ در محل بار آزمون برابر با جمع برداری میدان های $\vec{E}_1$ ، $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_3$ در محل این بار است.

آزمون سراسری تجربی اردیبهشت ماه ۱۴۰۳

۶۱- مطابق شکل دو ذره باردار در فاصله ۶cm از یکدیگر قرار دارند. بزرگی میدان الکتریکی در وسط خط واصل دو ذره چند برابر بزرگی میدان الکتریکی در نقطه ای روی خط واصل دو ذره به فاصله ۳cm از بار q_1 و ۹cm از بار q_2 است؟



$$\frac{5}{3} \quad (2)$$

$$\frac{15}{7} \quad (1)$$

$$3 \quad (4)$$

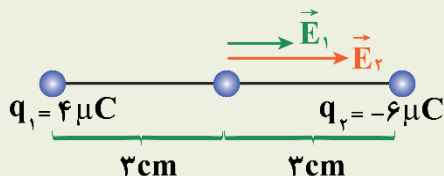
$$2 \quad (3)$$

پاسخ تشریحی:

در سؤال نسبت دو میدان خواسته شده، پس نیازی به نوشتن k و تبدیل یکا نیست چون از صورت و مخرج خط می خورد.

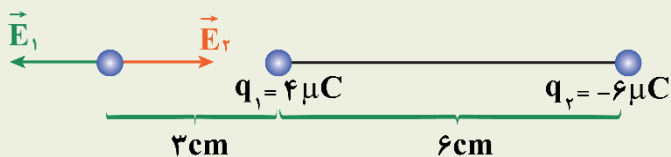
$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow E \propto \frac{|q|}{r^2}$$

حالت اول:



$$E_{t1} = E_1 + E_2 = \frac{4}{3^2} + \frac{6}{3^2} = \frac{10}{9}$$

حالت دوم:



$$E_{t2} = E_1 - E_2 = \frac{4}{3^2} - \frac{6}{9^2} = \frac{36-6}{81} = \frac{30}{81}$$

نسبت خواسته شده برابر است با:

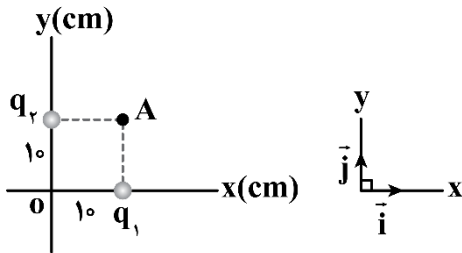
$$\frac{E_{t1}}{E_{t2}} = \frac{\frac{10}{9}}{\frac{30}{81}} = 3$$

پاسخ: گزینه ۴



۳۲- شکل زیر، دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 را در صفحه xOy نشان می‌دهد. اگر $q_1 = q_2 = 2\mu C$ باشد، میدان الکتریکی خالص در نقطه

A چند واحد SI است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



$$(1) \quad 1/8 \times 10^6 \vec{i} + 1/8 \times 10^6 \vec{j}$$

$$(2) \quad 1/8 \times 10^6 \vec{i} - 1/8 \times 10^6 \vec{j}$$

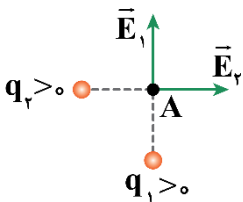
$$(3) \quad 1/8 \times 10^5 \vec{i} + 1/8 \times 10^5 \vec{j}$$

$$(4) \quad 1/8 \times 10^5 \vec{i} - 1/8 \times 10^5 \vec{j}$$

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۱۶ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

کلم اول



میدان الکتریکی ناشی از هریک از بارها را در نقطه A به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \quad \frac{q_1 = q_2 = 2\mu C = 2 \times 10^{-6} C}{r_1 = r_2 = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}} \rightarrow E_1 = E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{(0.1)^2} = 1/8 \times 10^6 \frac{N}{C}$$

کلم آخر

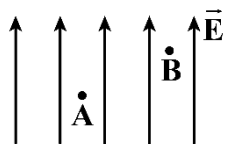
میدان الکتریکی خالص را در نقطه A به دست می‌آوریم:

$$\vec{E}_A = (1/8 \times 10^6 \frac{N}{C}) \vec{i} + (1/8 \times 10^6 \frac{N}{C}) \vec{j}$$



۳۳- مطابق شکل زیر، یک ذره باردار را یک بار در نقطه A و بار دیگر در نقطه B قرار می‌دهیم. کدام یک از گزینه‌های زیر، در مورد

نیروی الکتریکی وارد بر ذره، صحیح است؟



(۱) اندازه و جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره تغییر نمی‌کند.

(۲) اندازه و جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره تغییر می‌کند.

(۳) اندازه نیروی الکتریکی تغییر نمی‌کند ولی جهت آن تغییر می‌کند.

(۴) اندازه نیروی الکتریکی تغییر می‌کند ولی جهت آن تغییر نمی‌کند.

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۱۹ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به این که در شکل، خطوط میدان الکتریکی موازی، هم‌جهت و هم‌فاصله هستند، درمی‌یابیم میدان الکتریکی یکنواخت است؛ بنابراین بزرگی و جهت آن در دو نقطه A و B یکسان است.

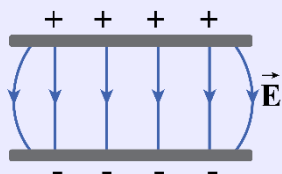
از طرفی طبق رابطه $\vec{F}_E = q\vec{E}$ درمی‌یابیم اندازه و جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره در نقاط A و B یکسان است.

راهنمای مسیرت

این تست رو با این که ساده هست به این دلیل براتون طرح کردیم که یک بار برای همیشه مفهوم میدان الکتریکی یکنواخت رو درست متوجه بشین.

میدان الکتریکی یکنواخت

اگر دو صفحه بزرگ فلزی را با بارهای $+Q$ و $-Q$ باردار کنیم و در مقابل هم در فاصله d قرار دهیم، به دور از لبه صفحه‌ها، میدان الکتریکی یکنواختی بین آن‌ها ایجاد می‌شود که دارای ویژگی‌های زیر است:



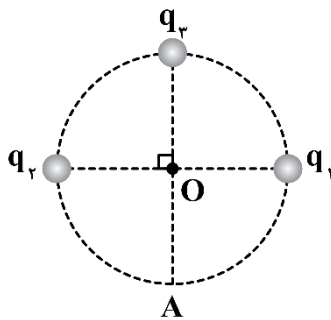
۱- خطوط میدان الکتریکی هم‌جهت هستند.

۲- خطوط میدان الکتریکی موازی هستند.

۳- خطوط میدان الکتریکی هم‌فاصله هستند.



۳۴- در شکل زیر، میدان الکتریکی خالص در نقطه A برابر صفر است. اگر میدان الکتریکی ناشی از بار q_1 در نقطه O، برابر با E باشد، بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطه O، چند برابر E است؟

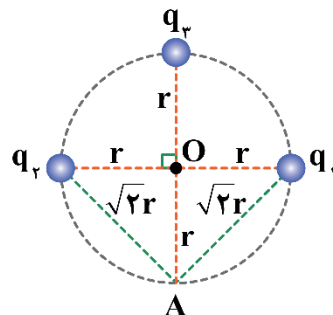


- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۲) $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- (۳) $\sqrt{2}$
- (۴) $2\sqrt{2}$

(سخت - مفهومی/محاسباتی - زمان ۲۰ - صفحه ۱۴ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

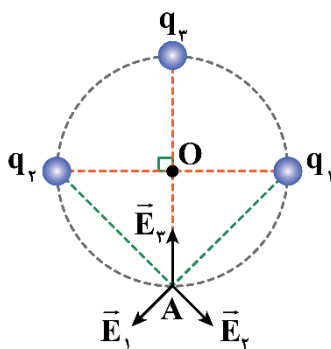
گام اول



فاصله هر یک از بارها را تا نقطه A به دست می آوریم. مطابق شکل زیر، اگر شعاع دایره r باشد، فاصله بار q_3 تا نقطه A برابر $2r$ و فاصله بارهای q_1 و q_2 تا نقطه A برابر با $\sqrt{2}r$ خواهد بود.

گام دوم

با استفاده از این نکته که میدان در نقطه A صفر است اندازه و علامت بارها را محاسبه می کنیم. برای این که میدان الکتریکی خالص در نقطه A برابر با صفر شود، باید بارهای q_1 و q_2 هم اندازه و هم علامت باشند و میدان الکتریکی ناشی از بار q_3 ، میدان الکتریکی برآیند ناشی از بارهای q_1 و q_2 را خنثی کند؛ بنابراین اگر بارهای q_1 و q_2 برابر با +q فرض شوند، داریم:



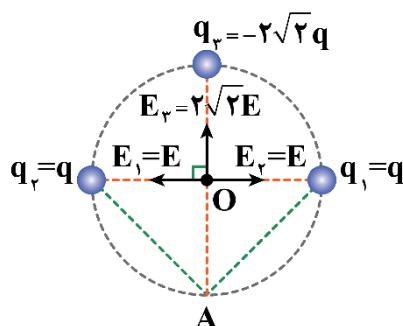
$$E_1, E_2 : E_1, E_2 = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \xrightarrow{q_1=q_2=+q, r_1=r_2=\sqrt{2}r} E_1, E_2 = \sqrt{2}E_1 \xrightarrow{E_1=E_2} E_1, E_2 = \sqrt{2}E_1$$

$$E_A = 0 \Rightarrow \begin{cases} q_3 < 0 \\ E_3 = E_1, E_2 = \sqrt{2}E_1 \end{cases}$$

$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow \frac{E_3}{E_1} = \left| \frac{q_3}{q_1} \right| \times \left(\frac{r_1}{r_3} \right)^2 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}E_1}{E_1} = \left| \frac{q_3}{q_1} \right| \times \left(\frac{\sqrt{2}r}{2r} \right)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} = \left| \frac{q_3}{q_1} \right| \times \frac{1}{2} \Rightarrow |q_3| = 2\sqrt{2}|q_1| \xrightarrow{q_1=+q, q_3<0} q_3 = -2\sqrt{2}q$$

گام آخر



میدان الکتریکی خالص را در نقطه O بر حسب E به دست می آوریم. با توجه به یکسان بودن فاصله هر سه ذره از نقطه O، درمی یابیم میدان الکتریکی با بزرگی بار الکتریکی ذرات متناسب است؛ بنابراین مطابق شکل زیر داریم:

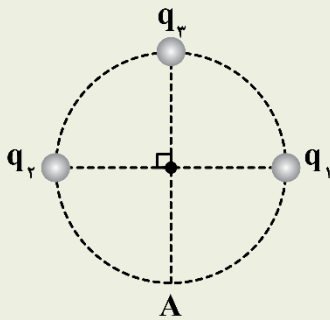
در نتیجه میدان خالص در نقطه O برابر میدان ناشی از بار q_3 در این نقطه یعنی $2\sqrt{2}E$ است.

سوتی های پرتکرار

این که در یک دستگاه منبسطی، میدان برآیند در یک نقطه ای صفر بشه و از طریق نتایج اون بشه در یک نقطه دیگه میدان برآیند رو حساب کرد خوراک طراحان کنکوره! حالا راز طراح این هست که از ساختار مربع و مستطیل که مکرراً در کنکور و آزمون ها مطرح شده، اومده با یک ابتکار عالی، ساختار دایره ای رو مطرح کرده. این ایده رو از دست ندین که از نون شبتون هم واجب تره.

راستی بچه‌ها، قابل حدس بود که گزینه‌های (۱) و (۲) غلط هستند! چرا؟ حتماً بهش فکر کنید.

آزمون سراسری ریاضی ۱۴۰۰



۶- در شکل زیر، میدان الکتریکی خالص در نقطه A برابر صفر است. $\left| \frac{q_3}{q_1} \right|$ چقدر است؟

(۱) ۲

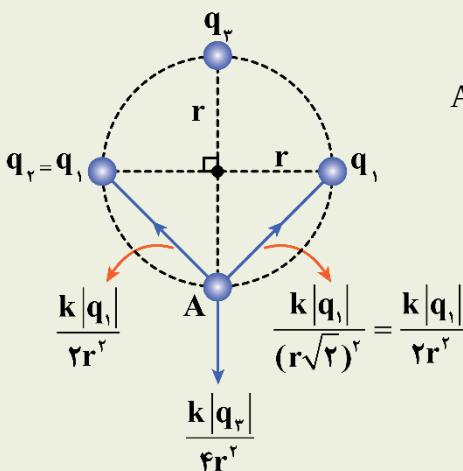
(۲) $2\sqrt{2}$

(۳) ۴

(۴) $4\sqrt{2}$

پاسخ تشریحی:

باید $q_1 = q_2$ باشد و نیز میدان برای بارهای q_1 و q_2 در نقطه A با میدان ناشی از بار q_3 در نقطه A، هم‌اندازه و خلاف جهت باشد تا میدان کل در نقطه A صفر شود.



اندازه میدان بار q_3 در محل نقطه A = اندازه میدان برای بارهای q_1 و q_2 در محل نقطه A

$$E_{1,2} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$$

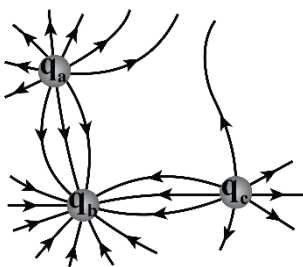
$$\frac{E_1 = E_2}{\rightarrow} E_{1,2} = \sqrt{2} E_1 = \sqrt{2} \frac{k|q_1|}{r^2}$$

$$E_{1,2} = E_3 \Rightarrow \frac{\sqrt{2} k|q_1|}{r^2} = \frac{k|q_3|}{(r\sqrt{2})^2} \Rightarrow 2\sqrt{2}|q_1| = |q_3| \Rightarrow \left| \frac{q_3}{q_1} \right| = 2\sqrt{2}$$

پاسخ: گزینه ۲



۳۵- خطوط میدان الکتریکی برای بارهای ناشی از سه ذره باردار a، b و c مطابق شکل زیر است. کدام یک از موارد زیر در مورد مقایسه علامت یا اندازه بارهای نشان داده شده درست است؟



الف - $q_a > 0$ ، $q_b < 0$ و $q_c > 0$

ب - $q_a < 0$ ، $q_b > 0$ و $q_c > 0$

ج - $|q_b| > |q_a| > |q_c|$

د - $|q_b| > |q_c| > |q_a|$

(۴) «ب» و «د»

(۳) «ب» و «ج»

(۲) «الف» و «د»

(۱) «الف» و «ج»

(آسان - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۱۷ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

کلام اول

می‌دانیم خطوط میدان الکتریکی از بارهای مثبت خارج و به بارهای منفی وارد می‌شوند. با توجه به شکل نشان داده شده، خطوط میدان الکتریکی از دو ذره a و c خارج شده و به ذره b وارد شده‌اند. پس $q_a > 0$ ، $q_b < 0$ و $q_c > 0$ است. (رد گزینه‌های ۳ و ۴).

کلام آخر

هرچه اندازه یک بار الکتریکی بیشتر باشد، تراکم خطوط میدان الکتریکی در اطراف آن ذره نیز بیشتر می‌شود. با توجه به شکل نشان داده شده، تراکم خطوط میدان الکتریکی در اطراف ذره b بیش‌تر از ذره a و نیز در اطراف ذره a نیز بیش‌تر از اطراف ذره c است. پس $|q_b| > |q_a| > |q_c|$ است. (رد گزینه ۲).

خطوط میدان الکتریکی

۱- برای مجسم کردن میدان الکتریکی در فضای اطراف اجسام باردار از خطوط میدان الکتریکی استفاده می‌کنیم. این خطوط ویژگی‌های زیر را دارا می‌باشند:

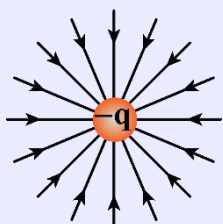
(الف) از بار مثبت خارج می‌شوند و به بار منفی وارد می‌شوند.

(ب) بردار میدان الکتریکی در هر نقطه هم‌جهت با خط مماس بر خطوط میدان الکتریکی در آن نقطه است.

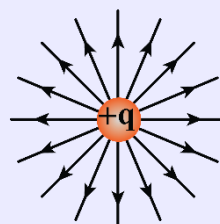
(پ) هرچه تراکم خطوط میدان الکتریکی در ناحیه‌ای از فضا بیش‌تر باشد، اندازه میدان الکتریکی در آن ناحیه بیش‌تر است.

(ت) خطوط میدان الکتریکی یکدیگر را قطع نمی‌کنند و از هر نقطه فقط یک خط میدان عبور می‌کند.

۲- خطوط میدان الکتریکی در اطراف یک ذره باردار منزوی مطابق شکل‌های زیر است:

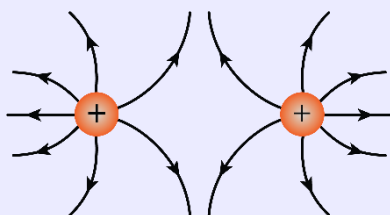


خطوط میدان الکتریکی
در اطراف بار منفی

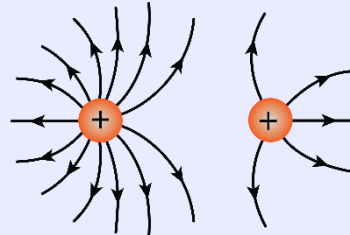


خطوط میدان الکتریکی
در اطراف بار مثبت

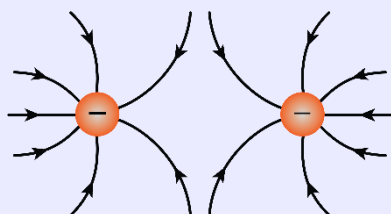
۳- خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو ذره باردار مطابق شکل‌های زیر است:



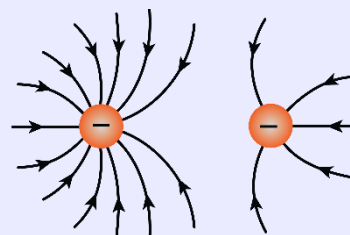
خطوط میدان الکتریکی
در اطراف دو بار مثبت هم‌اندازه



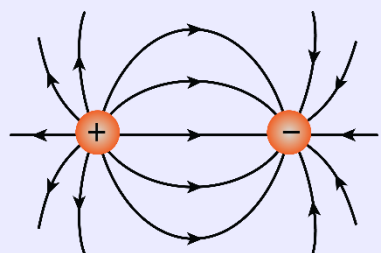
خطوط میدان الکتریکی
در اطراف دو بار مثبت غیرهم‌اندازه



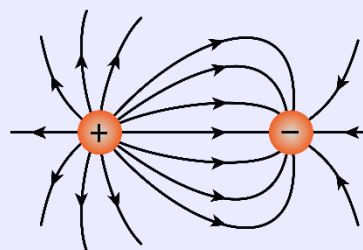
خطوط میدان الکتریکی
در اطراف دو بار منفی هم‌اندازه



خطوط میدان الکتریکی
در اطراف دو بار منفی غیرهم‌اندازه



خطوط میدان بارهای
مثبت و منفی هم‌اندازه



خطوط میدان بارهای
مثبت و منفی غیرهم‌اندازه

یه نمونه باحال

در شکل زیر، خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو ذره باردار نشان داده شده است. کدام یک از نتیجه‌گیری‌ها صحیح است؟
الف: علامت بار q_2 منفی است.
ب: علامت بارها یکسان است.
پ: اندازه بار q_1 بزرگ‌تر از اندازه q_2 است.
ت: تراکم خطوط میدان الکتریکی در نزدیکی q_2 ، بیش‌تر از تراکم این خطوط در نزدیکی q_1 است.

(۱) «الف» و «ت» (۲) «الف» و «پ» (۳) «ب» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

پاسخ تشریحی:

برای پاسخ‌دادن به این سؤال به نکات زیر توجه کنید:

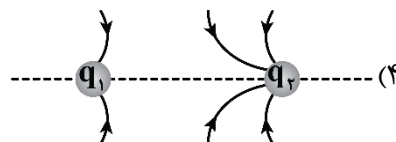
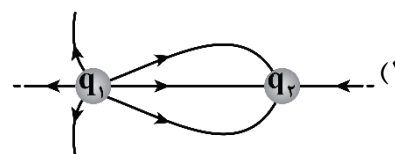
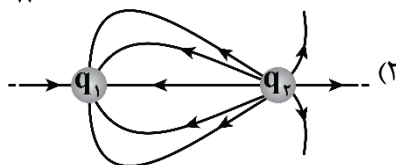
۱- خطوط میدان از q_1 خارج شده‌اند و به q_2 وارد می‌شوند؛ بنابراین q_1 مثبت و q_2 منفی است.

۲- تراکم خطوط در نزدیکی q_1 بیش‌تر از q_2 است؛ بنابراین اندازه q_1 بزرگ‌تر از اندازه q_2 است.

پاسخ: گزینه ۲



۳۶- دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 مطابق شکل زیر در فاصله معینی از یکدیگر بر روی محور x قرار دارند. اگر میدان الکتریکی برآیند ناشی از این دو بار در نقطه $x=0$ برابر با صفر باشد، کدام گزینه می‌تواند در مورد شکل خطوط میدان برآیند ناشی از این دو بار الکتریکی درست باشد؟



(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۱۸ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۴

راهنمای مسیر

یادته اگر دو بار الکتریکی هم‌نام باشن، روی خط واصل دو بار، بین دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر، میدان برآیند صفر می‌شه؟ پس با این تحلیل برو به ادامه حل این سؤال.

کلم اول

با توجه به این که میدان الکتریکی برآیند، روی خط واصل دو بار، بین دو بار و نزدیک بار q_1 صفر شده است، پس متوجه می‌شویم که دو بار q_1 و q_2 هم‌نام هستند و $|q_1| < |q_2|$ است.

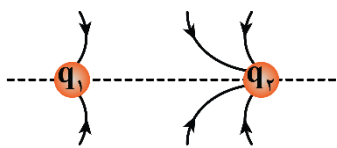
کلم دوم

اگر هر دو بار مثبت باشند، خطوط میدان الکتریکی برآیند به صورت خارج‌شونده از آن‌ها می‌شوند و اگر هر دو بار منفی باشند، خطوط میدان الکتریکی به صورت واردشونده از آن‌ها می‌شوند.

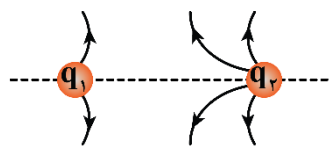
کلم سوم

چون $|q_1| < |q_2|$ است، پس باید تراکم خطوط میدان در نزدیکی بار q_1 کم‌تر از بار q_2 باشد. یعنی خطوط میدان در نزدیکی بار q_1 باید خمیدگی بیش‌تری داشته باشند.

حالا با این اطلاعاتی که داریم باید یکی از دو شکل زیر را در یکی از گزینه‌ها مشاهده کنیم:



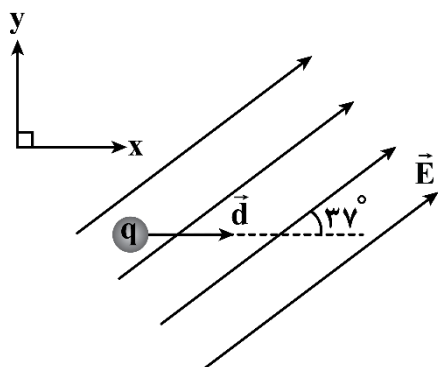
اگر q_1 و q_2 منفی باشند.



اگر q_1 و q_2 مثبت باشند.



۳۷- مطابق شکل بار الکتریکی $q = -2\mu\text{C}$ با وزن ناچیز را به کمک نیروی خارجی $\vec{F}$ درون میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $5 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ در جهت محور x به اندازه 40cm جابه‌جا می‌کنیم. اگر کار نیروی $\vec{F}$ در این جابه‌جایی 0.6J باشد، تغییر انرژی جنبشی و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q در طی این جابه‌جایی، به ترتیب از راست به چپ چند ژول است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)



(۱) 0.32 و 0.28

(۲) 0.92 و -0.32

(۳) 0.28 و -0.32

(۴) 0.92 و 0.32

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۲ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

راهنمای مسیرت

کار تک‌تک نیروها رو به‌دست بیار و با جمع جبری اون‌ها تغییر انرژی جنبشی بار رو حساب کن. از طرفی هم اگر کار نیروی میدان الکتریکی رو قرینه کنی، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار هم به‌دست میاد.

کلام اول

کار نیروی خارجی برابر $W_1 = 0.6\text{J}$ است. کار نیروی میدان الکتریکی (W_2) را به‌دست می‌آوریم:

$$W_2 = E|q|d \cos \theta \xrightarrow{E=5 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}, |q|=2 \times 10^{-6}\text{C}, d=0.4\text{m}, \theta=143^\circ} W_2 = 5 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-6} \times 0.4 \times \cos 143^\circ$$

$$\xrightarrow{\cos 143^\circ = -\cos 37^\circ = -0.6} W_2 = 0.4 \times (-0.6) = -0.24\text{J}$$

کلام دوم

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی ($W_T = \Delta K$) داریم:

$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_1 + W_2 = \Delta K \Rightarrow \Delta K = 0.6 - 0.24 = 0.36\text{J}$$

کلام آخر

می‌دانیم تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q ، قرینه کار میدان الکتریکی است؛ بنابراین داریم:

$$\Delta U_E = -W_2 = 0.24\text{J}$$

اگر در محاسبه کار میدان الکتریکی، به اشتباه $\cos 143^\circ$ رو $+0/8$ بذارین در دام گزینۀ (۴) می‌افتین.

راه نجات سریع

در مسائلی که به کار و انرژی مربوطه و علاوه بر نیروی میدان الکتریکی، نیروهای دیگه‌ای هم هستند و اتفاقاً دارن کار انجام می‌دن. حتماً حواستون به قضیه کار و انرژی جنبشی باشه ($W_T = \Delta K$) و برای پیدا کردن W_T هم کار تک‌تک نیروها رو به دست بیارین و جمع جبری بزنین. راستی حتماً به جهت هر نیرو و زاویه‌ای که با بردار جابه‌جایی داره حسابی دقت کنین تا به موقع زاویه‌ها رو اشتباه محاسبه نکنید. راستی بچه‌ها فکر نکنم برای امتحان نهایی هم‌چنین سؤالی مطرح بشه که کار نیروی خارجی هم نقش بازی کنه ولی برای کنکور خیلی هم سؤال مناسب و به‌جایی هست! از من گفتن!

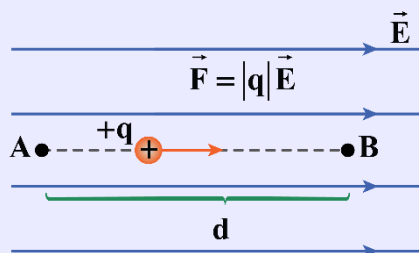
کار نیروی الکتریکی

کار نیروی الکتریکی وارد بر یک ذره باردار در میدان الکتریکی $\vec{E}$ در یک جابه‌جایی مشخص، برابر با قرینه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی در همان جابه‌جایی است.

$$W_E = -\Delta U_E$$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یک ذره باردار در میدان الکتریکی یکنواخت

فرض کنید ذره باردار $+q$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ تحت اثر میدان الکتریکی، جابه‌جایی $\vec{d}$ را انجام می‌دهد. طبق تعریف کار یک نیرو، خواهیم داشت:



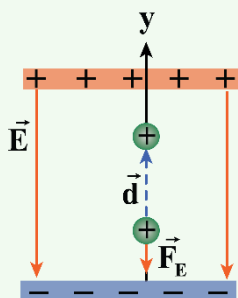
$$W_E = F_E d \cos \theta = |q| E d \cos \theta$$

$$\Delta U_E = -W_E = -|q| E d \cos \theta$$

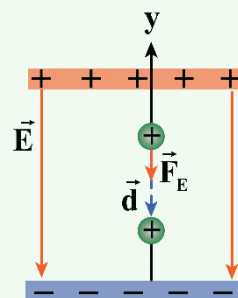
θ زاویه بین نیروی الکتریکی $\vec{F}_E$ و جابه‌جایی $\vec{d}$ است.

نکات طلایی

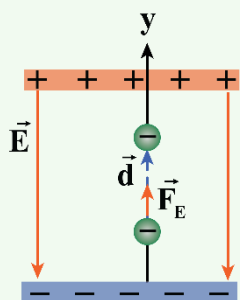
- ۱- به‌سادگی می‌توان دریافت، اگر بار الکتریکی مثبت، در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش یافته است و اگر بار الکتریکی منفی، در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.
 - ۲- اگر یک بار الکتریکی را در یک میدان الکتریکی رها سازیم، همواره به سمتی می‌رود که انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد و اگر برای جابه‌جایی آن مجبور باشیم به‌زور این کار را انجام دهیم، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.
- در شکل‌های زیر، چند حالت مربوط به جابه‌جایی بارهای مختلف و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی نشان داده شده است.



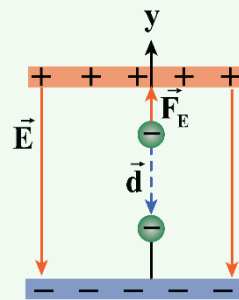
(ب) بار مثبت در خلاف جهت میدان الکتریکی $\vec{E}$ حرکت می‌کند: میدان الکتریکی، کار منفی W_E را روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی U_E افزایش می‌یابد.



(الف) بار مثبت در جهت میدان الکتریکی $\vec{E}$ حرکت می‌کند: میدان الکتریکی، کار مثبت W_E را روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی U_E کاهش می‌یابد.



(ت) بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی $\vec{E}$ حرکت می‌کند: میدان الکتریکی، کار مثبت W_E را روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی U_E کاهش می‌یابد.



(پ) بار منفی در جهت میدان الکتریکی $\vec{E}$ حرکت می‌کند: میدان الکتریکی، کار منفی W_E را روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی U_E افزایش می‌یابد.



۳۸- چه تعداد از عبارات‌های زیر نادرست است؟

الف - وجود میدان الکتریکی در نزدیکی سطح زمین به دلیل برخورد پر توهای کیهانی با مولکول‌های هوا و کنده شدن الکترون‌هایی از این مولکول‌ها است.

ب - برای تمام میدان‌های الکتریکی یکنواخت و غیر یکنواخت، رابطه $W_E = -\Delta U_E$ همواره برقرار است.

ج - تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یک ذره باردار به بار الکتریکی آن وابسته نیست.

د - یکای $\frac{\text{ژول}}{\text{کولن}}$ معادل با یکای ولت است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

(آسان - حفظی - سریع ۶ - صفحه ۲۴ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

بررسی موارد نادرست:

ج) با توجه به متن کتاب درسی فقط عبارت «ج» نادرست است. تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یک ذره باردار به بار الکتریکی آن وابسته است. (*)

راه نجات سریع

اگر این سؤال رو غلط زدین یا نزدین، نشون می‌ده که با کتاب درسی اصلاً رابطه خوبی ندارین. بارها گفتیم و باز می‌گیم که علیکم بالمتن کتاب الدرسی! حتی مورد «الف» رو از توضیحات داخل مثال ۱۰-۱ براتون آوردیم تا به اهمیت کتاب درسی پی ببرین! راستی این سؤال هم خوراک امتحان نهایی هست و هم کنکور!



۳۹- در لامپ‌های تصویر تلویزیون‌های قدیمی (CRT)، اگر بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه رسانا $2 \frac{MV}{m}$ و صفحه‌ها

در فاصله $1/2 \text{ cm}$ از یکدیگر باشند، اختلاف پتانسیل بین صفحات چند کیلوولت است؟

۲۴ (۴)

۲/۴ (۳)

۱۲ (۲)

۱/۲ (۱)

(آسان - محاسباتی - استاندارد ۶ - صفحه ۲۴ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

طبق رابطه $\Delta V = E \cdot d$ می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta V = E \cdot d = \frac{E \cdot MV}{m} = \frac{2 \times 10^6 \cdot V}{m} \rightarrow \Delta V = \frac{2 \times 10^6 \times 1/2 \times 10^{-2}}{d = 1/2 \text{ cm} = 1/2 \times 10^{-2} \text{ m}} = 2/4 \times 10^4 \text{ V} = 24 \text{ kV}$$

اگر در محاسبات دقت نکنید بعد از این که مقدار $V = 4 \times 10^4$ را به دست آوردید، اشتباهاً مقدار $2/4$ را انتخاب می‌کنید و در دام گزینه (۳) می‌افتید.



- ۴۰- مطابق شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی $q < 0$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطه A تا B در راستای میدان جابه‌جا می‌شود. کدام یک از موارد زیر الزاماً درست هستند؟
- الف - کار نیروی میدان الکتریکی روی ذره مثبت است.
- ب - انرژی جنبشی ذره افزایش می‌یابد.
- ج - انرژی پتانسیل الکتریکی ذره کاهش می‌یابد.

(۱) «الف» (۲) «الف» و «ب» (۳) «الف» و «ج» (۴) «الف» و «ب» و «ج»

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۲۲ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

راهنمای مسیرت

این بخش از فصل الکتریسیته ساکن به فصل کار و انرژی دهم مربوطه. بهت پیشنهاد می‌کنم اگه کار و انرژی دو سال قبل رو خوب نخوندی موازی با این فصل پیش ببریش تا هر دو مبحث رو بهتر یاد بگیری.

با توجه به این که در صورت سؤال ذکر نشده که تنها نیروی الکتریکی بر ذره وارد می‌شود، درمی‌یابیم ممکن است نیروهای دیگری هم وجود داشته باشد که در این صورت کار کل ممکن است مثبت، صفر و یا منفی باشد، بنابراین طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، انرژی جنبشی می‌تواند افزایش یابد، ثابت بماند و یا کاهش یابد. (مورد «ب» نادرست)

از طرفی با توجه به این که نیروی الکتریکی وارد بر ذره با بار منفی در خلاف جهت میدان بوده و جابه‌جایی ذره نیز در خلاف جهت میدان یعنی در جهت نیروی الکتریکی بوده است، درمی‌یابیم کار نیروی الکتریکی بر روی ذره مثبت و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره منفی است. (مورد «الف» و «ج» درست)

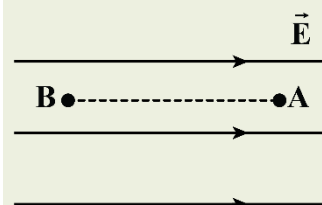
$$\vec{F}_E \leftarrow \vec{d} \quad W_E > 0, \Delta U_E = -W_E \Rightarrow \Delta U_E < 0$$

سوتی‌های پرتکرار

اگه فکر کنی فقط نیروی الکتریکی به ذره وارد می‌شه، همه عبارات رو درست می‌گیری و توی دام گزینه (۴) می‌افتی!

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

۴۹- ذره‌ای با بار الکتریکی $q < 0$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطه A تا B در راستای میدان جابه‌جا می‌شود. کدام مورد الزاماً درست است؟



- (۱) کار نیروی میدان الکتریکی روی ذره منفی است.
- (۲) کار نیروی میدان الکتریکی روی ذره مثبت است.
- (۳) انرژی جنبشی ذره کاهش می‌یابد.
- (۴) انرژی جنبشی ذره افزایش می‌یابد.

پاسخ تشریحی:

با توجه به این که ذره باردار در جابه‌جایی از نقطه A تا نقطه B در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کرده است، بنابراین پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد ($\Delta V > 0$). از طرفی چون ذره دارای بار منفی است، بنابراین ΔU_E و ΔV مختلف‌العلامت هستند (یعنی $\Delta U_E < 0$ است). در نتیجه می‌توان نوشت:

$$W_E = -\Delta U_E \xrightarrow{\Delta U_E < 0} W_E > 0$$

بنابراین کار میدان بر روی ذره در این جابه‌جایی مثبت است.

در این سؤال از نیروهای غیر از نیروی الکتریکی صحبتی نشده است، بنابراین نمی‌توان با قطعیت گفت کار کل همان کار میدان الکتریکی است و در نتیجه اظهار نظر قطعی در مورد گزینه‌های (۳) و (۴) ممکن نیست.

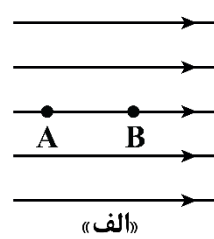
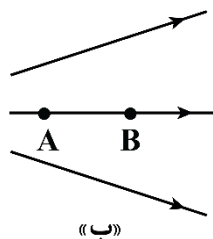
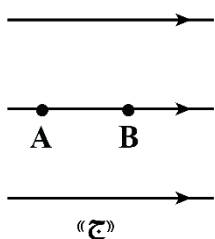
$$\xrightarrow{\text{قضیه کار-انرژی جنبشی}} W_t = \Delta K \Rightarrow W_E + \underbrace{W_{\text{خارجی}}}_{?} = \Delta K$$

✓ کارهای غیر از میدان الکتریکی

پاسخ: گزینه ۲



۴۱- شکل زیر، سه آرایش خطوط میدان الکتریکی را نشان می‌دهد. در هر آرایش، یک پروتون با تندی v در خلاف جهت میدان از نقطه B پرتاب می‌شود و به سمت نقطه A می‌رود. با فرض این که در هیچ یک از حالت‌ها در مسیر نقطه A تا نقطه B توقف نداشته باشیم و اندازه جابه‌جایی پروتون در هر سه حالت یکسان باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر مقدار سرعت پروتون را در نقطه A به درستی مقایسه می‌کند؟ (از نیروی وزن و مقاومت هوا صرف نظر کنید.)



(۱) $v_{\text{الف}} > v_{\text{ب}} > v_{\text{ج}}$

(۲) $v_{\text{الف}} > v_{\text{ج}} > v_{\text{ب}}$

(۳) $v_{\text{ج}} > v_{\text{ب}} > v_{\text{الف}}$

(۴) $v_{\text{ج}} > v_{\text{الف}} > v_{\text{ب}}$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۲۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

گام اول

اندازه میدان الکتریکی را در سه آرایش مقایسه می‌کنیم. می‌دانیم هرچه تراکم خطوط میدان بیش‌تر باشد، میدان قوی‌تر است؛ بنابراین داریم:

$$E_{\text{الف}} > E_{\text{ب}} > E_{\text{ج}}$$

دقت کنید برای شکل «ب» یک میدان الکتریکی متوسط فرض کرده‌ایم.

گام دوم

اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B یعنی $\Delta V = V_A - V_B$ را در سه آرایش باهم مقایسه می‌کنیم:

$$\Delta V = E \cdot d \xrightarrow{E_{\text{الف}} > E_{\text{ب}} > E_{\text{ج}} \quad d_{\text{الف}} = d_{\text{ب}} = d_{\text{ج}}} \Delta V_{\text{الف}} > \Delta V_{\text{ب}} > \Delta V_{\text{ج}}$$

گام سوم

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را در سه آرایش باهم مقایسه می‌کنیم:

$$\Delta U_E = q \cdot \Delta V \xrightarrow{\Delta V_{\text{الف}} > \Delta V_{\text{ب}} > \Delta V_{\text{ج}} \quad q_{\text{الف}} = q_{\text{ب}} = q_{\text{ج}}} \Delta U_{E_{\text{الف}}} > \Delta U_{E_{\text{ب}}} > \Delta U_{E_{\text{ج}}}$$

گام آخر

انرژی جنبشی و تندی پروتون در نقطه A را در سه آرایش باهم مقایسه می‌کنیم:

$$\Delta K = -\Delta U_E \Rightarrow \Delta K_{\text{الف}} < \Delta K_{\text{ب}} < \Delta K_{\text{ج}} \Rightarrow K_{\text{الف}} - K_B < K_{\text{ب}} - K_B < K_{\text{ج}} - K_B$$

$$\Rightarrow K_{\text{الف}} < K_{\text{ب}} < K_{\text{ج}} \xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2} v_{\text{الف}} < v_{\text{ب}} < v_{\text{ج}}$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر در تعیین علامت ΔU اشتباه کنید، در دام گزینه (۱) می‌افتید.

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی و اختلاف پتانسیل الکتریکی

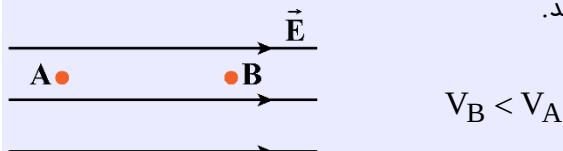
۱- هنگامی که بار q بین دو نقطه که اختلاف پتانسیل آن‌ها برابر ΔV است، جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن تغییر می‌کند. تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار یعنی ΔU به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta U_E = q\Delta V$$

۲- مطابق رابطه بالا، بار مثبت با حرکت به سمت پتانسیل‌های بیش‌تر، انرژی پتانسیل الکتریکی‌اش زیاد می‌شود و انرژی پتانسیل الکتریکی بار منفی با حرکت به سمت پتانسیل‌های کم‌تر بیش‌تر می‌شود.

۳- اگر یک بار الکتریکی در جهت خودبه‌خودی حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن حتماً کم می‌شود. جهت حرکت خودبه‌خودی بار مثبت در جهت خطوط میدان الکتریکی است، درحالی‌که جهت حرکت خودبه‌خودی بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی است.

۴- با حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی (V) کاهش می‌یابد.



نکته

نوع و اندازه بار ذره در نحوه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی (ΔU) مؤثر است؛ ولی در نحوه تغییرات پتانسیل الکتریکی (ΔV) تأثیری ندارد. همچنین با حرکت در جهت عمود بر خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی ثابت می‌ماند.

به نمونه باحال

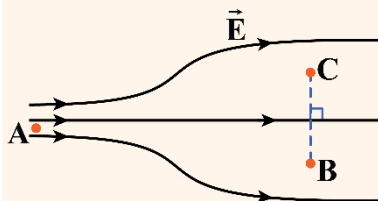
شکل زیر، خطوط میدان الکتریکی را در ناحیه‌ای از صفحه نشان می‌دهد. درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را بررسی کنید.

الف: بزرگی میدان الکتریکی در نقطه A بیش‌تر از نقطه B است.

ب: پتانسیل الکتریکی نقاط B و C برابر است.

پ: با حرکت یک بار منفی از نقطه A تا نقطه B، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

ت: تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی یک بار الکتریکی در حرکت از نقطه A تا نقطه B، برابر تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی آن در حرکت از نقطه A تا نقطه C است.



پاسخ تشریحی:

هریک از عبارت‌ها را جداگانه بررسی می‌کنیم:

الف: تراکم خطوط میدان در نزدیکی نقطه A بیش‌تر از نقطه B است، پس بزرگی میدان الکتریکی در نقطه A بیش‌تر از نقطه B است. (✓)

ب: نقاط B و C در یک سطح عمود بر خطوط میدان قرار دارند، پس پتانسیل الکتریکی آن‌ها برابر است. (✓)

پ: با حرکت بار منفی از نقطه A تا نقطه B، این بار در خلاف جهت خودبه‌خودی حرکت کرده است و در نتیجه انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد. (✓)

ت: چون پتانسیل الکتریکی نقاط B و C برابر است، تغییرات پتانسیل و انرژی پتانسیل الکتریکی با جابه‌جایی از نقطه A تا نقطه B با جابه‌جایی از نقطه A تا نقطه C یکسان است. (✓)



۴۲- بار الکتریکی $q = -5\mu C$ از نقطه‌ای با پتانسیل $V_1 = -20V$ تا نقطه‌ای با پتانسیل $V_2 = 30V$ آزادانه جابه‌جا می‌شود. تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار بر حسب میلی‌ژول کدام است؟

(۴) $-2/5$

(۳) $-0/25$

(۲) $2/5$

(۱) $0/25$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

گام اول

اختلاف پتانسیل دو نقطه را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V = V_2 - V_1 \Rightarrow \Delta V = 30 - (-20) = 50V$$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \xrightarrow{\Delta V = 50V, q = -5\mu C = -5 \times 10^{-6} C} 50 = \frac{\Delta U_E}{-5 \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = -250 \times 10^{-6} \times \frac{1mJ}{10^{-3}J} = -0.25mJ$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر به علامت بار دقت نکنید در دام گزینه (۱) می‌افتید.

نکته

با تقسیم رابطه $\Delta U = -E|q|d \cos \alpha$ بر q می‌توانیم تغییرات پتانسیل الکتریکی یعنی ΔV را محاسبه کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-E|q|d \cos \alpha}{q} = -Ed \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \Delta V = -Ed \cos \alpha \Rightarrow |\Delta V| = Ed_{||}$$

منظور از $d_{||}$ ، جابه‌جایی در راستای موازی با میدان الکتریکی است.

یه نمونه باحال

بار الکتریکی $q = -20nC$ از نقطه A تا B جابه‌جا می‌شود. اگر انرژی پتانسیل الکتریکی در این جابه‌جایی به اندازه $4\mu J$ کاهش یابد، کار نیروی الکتریکی در این جابه‌جایی برابر میکروژول است و پتانسیل الکتریکی نقطه A به اندازه ولت از نقطه B است.

پاسخ تشریحی:

کار نیروی الکتریکی قرینه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_E = -\Delta U = -(-4) = +4\mu J$$

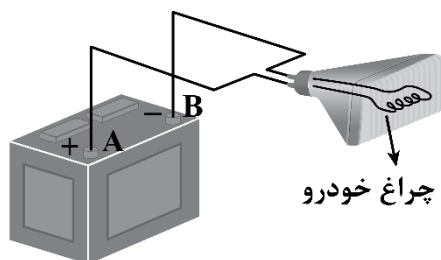
برای محاسبه اختلاف پتانسیل الکتریکی نیز می‌توان نوشت:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-4 \times 10^{-6}}{-20 \times 10^{-9}} = 200V \Rightarrow V_B - V_A = 200V$$

بنابراین پتانسیل الکتریکی نقطه A به اندازه $200V$ ولت کمتر از پتانسیل الکتریکی نقطه B است.



۴۳- اختلاف پتانسیل الکتریکی پایانه‌های باتری خودروی نشان داده شده در شکل برابر $16V$ است. اگر بار الکتریکی $-25C$ از پایانه منفی به پایانه مثبت باتری جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند ژول تغییر می‌کند؟



(۱) ۶۰۰

(۲) ۴۰۰

(۳) ۴۰۰

(۴) ۶۰۰

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۲۵ - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۲

راهنمای مسیرت

کافیه حواست به رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ باشه و تمام.

به کمک رابطه $\Delta U_E = \frac{\Delta U_E}{q}$ داریم:

$$\Delta U_E = q \Delta V \xrightarrow{\Delta V = +16V, q = -25C} \Delta U_E = -25 \times 16 = -400 J$$

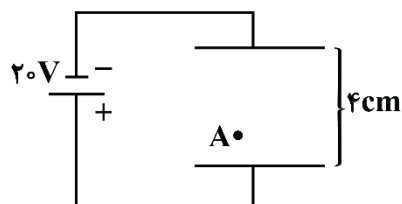
بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی این بار به اندازه ۴۰۰ J کاهش یافته است.

راه نجات سریع

بچه‌ها این سؤال هم برای امتحان نهایی و هم برای کنکور به شدت مناسبه!



۴۴- مطابق شکل زیر، دو صفحه رسانای موازی را به باتری وصل می‌کنیم. اگر بار $q = -5 \mu C$ را از مجاورت صفحه بالایی رها کنیم، وقتی به نقطه A می‌رسد، انرژی جنبشی آن ۷۵ میکروژول افزایش می‌یابد. فاصله نقطه A از صفحه پایینی چند میلی‌متر است؟ (از اثر وزن ذره صرف نظر کنید.)



۱ (۱)

۳ (۲)

۱۰ (۳)

۱۵ (۴)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۶ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

راهنمای مسیرت

اول ΔU_E را به دست بیار بعدش ΔV صفحه منفی با نقطه A رو حساب کن و در نهایت از مقایسه با ΔV باتری، فاصله نقطه A تا صفحه پایین رو به دست بیار.

گام اول

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره را به دست می‌آوریم. با توجه به این که تنها نیروی الکتریکی بر ذره وارد می‌شود، می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta U_E = -\Delta K \Rightarrow \Delta U_E = -75 \mu J$$

گام دوم

اختلاف پتانسیل نقطه A با صفحه بالایی را حساب می‌کنیم:

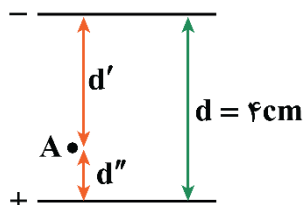
$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow \Delta V = \frac{-75 \times 10^{-6}}{-5 \times 10^{-6}} = 15 V$$

$$\Rightarrow V_A - V_- = 15 V$$

گام آخر

فاصله نقطه A از صفحه پایینی را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V = E \cdot d \xrightarrow{E: \text{ثابت}} \frac{V_+ - V_-}{V_A - V_-} = \frac{d}{d'} \Rightarrow \frac{20}{15} = \frac{4}{d'} \Rightarrow d' = 3 \text{ cm} \Rightarrow d'' = d - d' = 4 - 3 = 1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$



سوتی‌های پرتکرار

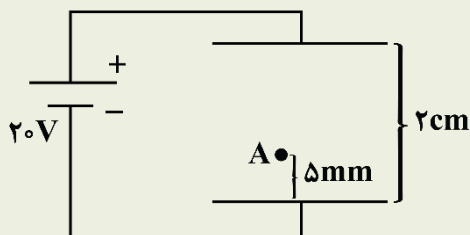
اگر فاصله رو بر حسب سانتی‌متر به دست بیاری، توی دام گزینه (۱) می‌افتی.

نکته

در یک میدان الکتریکی یکنواخت اگر فاصله دو نقطه در راستای خطوط میدان d باشد، داریم:

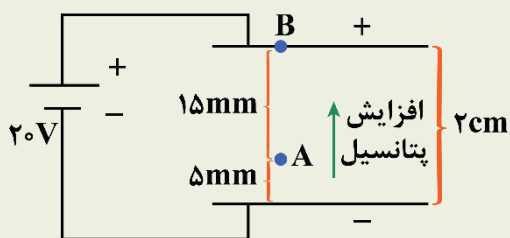
$$\frac{\Delta V_{AB}}{\Delta V_{CD}} = \frac{d_{AB}}{d_{CD}}$$

۶۱- دو صفحه رسانای موازی را به باتری وصل می‌کنیم. اگر بار $q = -5mC$ را در نقطه A رها کنیم، وقتی به صفحه بالایی می‌رسد انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند میلی‌ژول و چگونه تغییر می‌کند؟ (از اثر وزن ذره صرف‌نظر کنید).



- (۱) ۱۰۰ و کاهش
- (۲) ۱۰۰ و افزایش
- (۳) ۷۵ و کاهش
- (۴) ۷۵ و افزایش

پاسخ تشریحی:



$$E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{|\Delta V_{AB}|}{d_{AB}} \Rightarrow \frac{20V}{20mm} = \frac{|\Delta V_{AB}|}{15mm} \Rightarrow |\Delta V_{AB}| = 15V$$

چون پتانسیل صفحه B از پتانسیل در نقطه A بیش‌تر است، پس:

$$V_B - V_A = +15V$$

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow +15 = \frac{\Delta U}{-5mC} \Rightarrow \Delta U = -75mJ$$

پس انرژی پتانسیل الکتریکی بار ۷۵mJ کاهش می‌یابد.

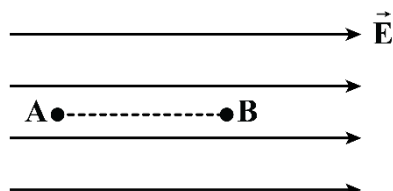
پاسخ: گزینه ۳



۴۵- مطابق شکل، ذره‌ای به جرم ۲g و بار الکتریکی $-2mC$ درون یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطه A با تندی $30 \frac{m}{s}$ به سمت

نقطه B شلیک می‌شود. اگر تندی ذره در نقطه B به $20 \frac{m}{s}$ برسد، اندازه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه A و B چند

ولت است؟ (ذره فقط تحت تأثیر نیروی میدان الکتریکی است).



- | | |
|----------|---------|
| (۱) ۱۰۰۰ | (۲) ۵۰۰ |
| (۳) ۲۵۰ | (۴) ۱۲۵ |

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۶ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

کلم اول

به کمک قضیه کار - انرژی جنبشی، کار نیروی میدان الکتریکی را محاسبه می‌کنیم:

$$W_T = \Delta K \xrightarrow[\text{میدان است.}]{\text{ذره فقط تحت تأثیر نیروی}} W_E = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \xrightarrow{m=2g=2 \times 10^{-3} \text{ kg}, v_f=20 \frac{m}{s}, v_i=30 \frac{m}{s}}$$

$$W_E = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-3} \times (20^2 - 30^2) = -0.5J$$

کلم آخر

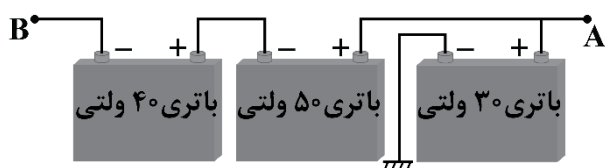
به کمک رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} = \frac{-W_E}{q} \xrightarrow{W_E = -0.5J, q = -2mC = -2 \times 10^{-3} C} \Delta V = \frac{-0.5}{-2 \times 10^{-3}} = 250V \Rightarrow |\Delta V| = 250V$$

این جا فاصله بین دو نقطه A و B، یعنی جابه‌جایی ذره و همچنین میدان الکتریکی معلوم نیست! پس حواستون باشه که بهترین کار، حل مسئله با رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ است.



۴۶- سه باتری با اختلاف پتانسیل الکتریکی ثابت را مطابق شکل توسط سیم‌های رسانا به یکدیگر متصل کرده‌ایم و پایانه منفی باتری ۳۰ ولتی نیز توسط یک سیم رسانا به زمین وصل شده است. نسبت پتانسیل الکتریکی نقطه A به پتانسیل الکتریکی نقطه B کدام است؟



- (۱) $-\frac{1}{2}$
- (۲) $-\frac{3}{2}$
- (۳) $-\frac{2}{3}$
- (۴) -2

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۵ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

راهنمای مسیرت

حواست باشه که در یک باتری مثلاً ۱۰ ولتی، پتانسیل پایانه مثبت به اندازه ۱۰V بیش‌تر از پتانسیل پایانه منفی هست. از طرفی هم پتانسیل الکتریکی نقطه‌ای که به زمین وصل شده برابر صفر است. حالا با این تحلیل برو دونه‌دونه پتانسیل پایانه‌های باتری‌ها رو به دست بیار.

گام اول

برای باتری ۳۰ ولتی داریم:

$$V_+ - V_- = 30 \xrightarrow{V_- = V_{\text{زمین}} = 0} V_+ = 30V$$

نقطه A توسط سیم رسانا به پایانه مثبت این باتری متصل است و در نتیجه داریم:

$$V_A = V_+ = 30V$$

گام دوم

چون پایانه مثبت باتری ۵۰ ولتی به پایانه مثبت باتری ۳۰ ولتی متصل است، پس این دو پایانه هم‌پتانسیل هستند و برای باتری ۵۰ ولتی داریم:

$$V_+ - V_- = 50 \xrightarrow{V_+ = 30V} 30 - V_- = 50 \Rightarrow V_- = -20V$$

گام سوم

پایانه مثبت باتری ۴۰ ولتی به پایانه منفی باتری ۵۰ ولتی متصل است. پس این دو پایانه هم‌پتانسیل هستند و برای باتری ۴۰ ولتی داریم:

$$V_+ - V_- = 40 \xrightarrow{V_+ = -20V} -20 - V_- = 40 \Rightarrow V_- = -60V$$

چون نقطه B به پایانه منفی باتری ۴۰ ولتی متصل است، پس پتانسیل الکتریکی نقطه B نیز برابر با پتانسیل الکتریکی پایانه منفی باتری ۴۰ ولتی است و داریم:

$$V_B = -60V$$

حالا کافی است نسبت پتانسیل الکتریکی نقطه A به نقطه B رو حساب کنیم:

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{30}{-60} = -\frac{1}{2}$$

سوتی‌های پرتکرار

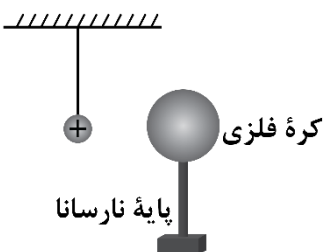
اگر خواست نباشه و نسبت خواسته شده رو برعکس پیدا کنی در دام گزینه (۴) می‌افتی.

راه نجات سریع

اولاً خیالتون تخت باشه که از اختلاف پتانسیل باتری در این سطح، برای امتحان نهایی سؤال نمیداد و این تیپ فقط مربوط به کنکورتون می‌شه. توی امتحان نهایی تهش یه باتری می‌دن و ولتاژ یکی از پایانه‌ها رو می‌پرسن؛ اما خُب شما با حل دقیق و آموزش کامل این سؤال می‌تونن یک نفس عمیق بکشی و بگی آخیش که این تیپ خفن از سؤالات باتری‌ها رو هم بلد شدم. پس اگر این تست رو غلط زدی یا نزدی حتماً با دقت پاسخ‌نامه رو بخون تا حسابی شیرفهم بشی.



۴۷- مطابق شکل زیر، یک کره فلزی بدون بار الکتریکی را که روی پایه نارسانی قرار دارد، به آونگ بارداری نزدیک می‌کنیم. کدام یک



از گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱) آونگ در همان مکان می‌ماند و حرکت نمی‌کند.
- (۲) آونگ توسط کره دفع می‌شود.
- (۳) آونگ به سمت کره حرکت می‌کند و به آن می‌چسبد.
- (۴) آونگ به سمت کره حرکت می‌کند و پس از تماس با آن یکدیگر را دفع می‌کنند.

(متوسط - مفهومی - استاندارد) (صفحه ۲۷ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

وقتی کره به آونگ باردار نزدیک می‌شود، از طریق القای الکتریکی بارهای منفی کره به سمت بخشی از کره که نزدیک آونگ قرار دارد، حرکت می‌کنند و یک نیروی جاذبه بین بارهای منفی کره و گوی آونگ با بار مثبت ایجاد می‌شود و تا جایی که آونگ با کره تماس پیدا کند، همدیگر را جذب می‌کنند ولی پس از تماس آونگ با کره رسانای خنثی، کره، بار هم‌نام با آونگ (بار مثبت) پیدا می‌کند و همدیگر را دفع می‌کنند.



۴۸- کدام یک از گزینه‌های زیر، میله برق‌گیر ساختمان را به درستی توصیف می‌کند؟

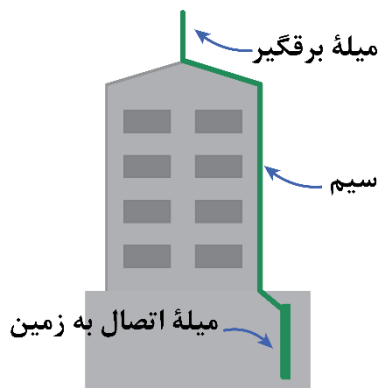
- (۱) میله‌ای نارسانا است که در بالای ساختمان نصب می‌شود و آن را از گزند آذرخش در امان نگه می‌دارد.
- (۲) میله‌ای رسانا است که در محل اتصال ساختمان به زمین نصب می‌شود و آن را از گزند آذرخش در امان نگه می‌دارد.
- (۳) میله‌ای نارسانا است که در محل اتصال ساختمان به زمین نصب می‌شود و آن را از گزند آذرخش در امان نگه می‌دارد.
- (۴) میله‌ای رسانا است که در بالای ساختمان نصب می‌شود و آن را از گزند آذرخش در امان نگه می‌دارد.

(آسان - مفهومی - استاندارد) (صفحه ۳۱ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

راهنمای مسیرت

این سؤال از شکل فعالیت ۷-۱ کتاب درسی مطرح شده و بازم تأکیدمون روی تسلط بر شکل‌های کتاب درسیه!



با توجه به شکل زیر، میله برقگیر ساختمان‌ها یک میله نوک‌تیز رسانا است که در هنگام آذرخش بار الکتریکی را بر روی خود جمع می‌کند و با یک سیم آن را به زمین منتقل می‌کند.



۴۹- ماهواره‌ای مکعبی شکل به ضلع 50cm در اثر عبور از یکی از لایه‌های جو باردار می‌شود. اگر چگالی سطحی بار الکتریکی روی سطح این ماهواره $12 \frac{nC}{m^2}$ باشد، بار الکتریکی روی سطح آن چند نانوکولن است؟ (از تجمع بار بر روی لبه‌ها چشم‌پوشی شود.)

۱۸ (۴)

۱۵ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۹ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

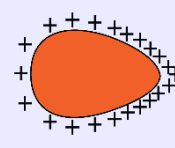
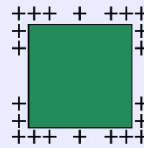
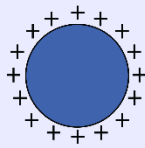
طبق رابطه چگالی سطحی بار، می‌توانیم بنویسیم:

$$\sigma = \frac{q}{A} \quad A = 6a^2 = 6 \times (0.5)^2 = 1.5\text{m}^2 \rightarrow 12 = \frac{q}{1.5} \Rightarrow q = 18\text{nC}$$

چگالی سطحی بار الکتریکی رسانا

برای این که بتوانیم تراکم بار الکتریکی در بخش‌های مختلف سطح یک جسم را باهم مقایسه کنیم کمیتی به نام چگالی سطحی بار را تعریف می‌کنیم. درواقع چگالی سطحی، پارامتری است که تراکم بار در قسمت‌های مختلف یک جسم را نشان می‌دهد:

$$\left(\frac{C}{m^2}\right) \text{ چگالی سطحی بار } \uparrow \sigma = \frac{q}{A} \rightarrow (C) \text{ بار الکتریکی} \rightarrow (m^2) \text{ مساحت}$$



در رابطه بالا، A مساحت سطحی است که بار در آن پخش شده است. q ، بار و σ (بخوانید سیگما)، چگالی سطحی بار است.



۵۰- دو کره فلزی A و B را در اختیار داریم. اگر بار و حجم کره A ، ۸ برابر بار و حجم کره B باشد، چگالی سطحی بار کره A چند برابر چگالی سطحی بار کره B است؟

$2\sqrt{2}$ (۴)

۲ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۹ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

راهنمای مسیرت

اول نسبت شعاع دو کره رو به دست بیاور بعدش با داشتن نسبت بار و نسبت شعاع، نسبت چگالی سطحی بار دو کره رو حساب کن.

گام اول

نسبت شعاع دو کره را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 = 8 \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = 2$$

نسبت چگالی سطحی بار دو کره را حساب می کنیم:

$$\sigma = \frac{q}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{q_A}{q_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2$$

سوتی های پرتکرار

اگر به جای نسبت مساحت از نسبت حجم استفاده کنی، توی دام گزینه (۱) می افتی!



قدر هدایای زمینی را بدانیم (از ابتدای دنیای رنگی با عنصرهای دسته d تا انتهای جریان فلز بین محیط زیست و جامعه)

صفحه‌های ۱۴ تا ۲۹

بودجه‌بندی

این آزمون

سهم در

کنکور

مباحث این آزمون در مجموع ۲ تست از ۳۰ تست کنکور را پوشش داده است.

۵۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) فلزهای به کار رفته در ساخت وسایل گوناگون، طی فرآیند خوردگی و فرسایش به سنگ معدن تبدیل می‌شوند.
- (۲) نسبت شمار آنیون به کاتیون در اکسیدی از آهن که به‌عنوان رنگ قرمز در نقاشی به کار می‌رود، برابر با ۱/۵ است.
- (۳) در اعماق دریاها، کلوخه و پوسته‌هایی غنی از فلزهایی که آرایش الکترونی آن‌ها به زیرلایه d ختم می‌شود، وجود دارد.
- (۴) به دلیل بیشتر بودن آهنک مصرف و استخراج فلزها نسبت به آهنک بازگشت به طبیعت، آن‌ها منابعی تجدیدناپذیر هستند.

(متوسط - خط به خط - استاندارد) - صفحه ۲۷ - ۱۱۰۱

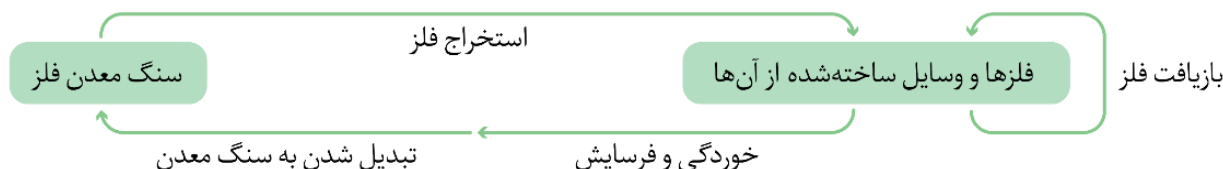
پاسخ: گزینه ۳

در اعماق دریاها کلوخه و پوسته‌هایی غنی از فلزهای واسطه نظیر منگنز، کبالت، نیکل و مس یافت می‌شود که آرایش الکترونی این عناصر به زیرلایه S ختم می‌شود. در واقع اگر چه این عناصر در دسته d قرار دارند، اما بیرونی‌ترین زیرلایه این عناصر یک زیرلایه S خواهد بود.

کلوخه‌های خاک	فقط طلا
کلوخه‌های اقیانوسی	منگنز، کبالت، آهن، نیکل، مس

بررسی سایر گزینه‌ها:

فلزات استفاده‌شده در ساخت وسایل، طی فرآیند خوردگی و فرسایش، به اکسیدهای خود تبدیل می‌شوند و اکسیدهای حاصل، پس از گذشت مدتی، با مواد دیگر مخلوط شده و به سنگ معدن فلز مورد نظر تبدیل می‌شوند. چرخه فلزها در طبیعت به‌صورت زیر است:



۲ آهن (III) اکسید (Fe_2O_3) به‌عنوان رنگ قرمز در نقاشی به کار می‌رود و نسبت شمار آنیون به شمار کاتیون در آن برابر با ۱/۵ است.

۴ چون آهنک مصرف و استخراج فلزات نسبت به آهنک بازگشت فلزات به طبیعت بیشتر است، فلزها، منابعی تجدیدناپذیر هستند.



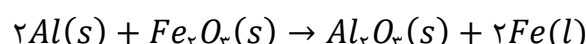
۵۲- کدام مورد درباره واکنش ترمیت درست است؟ ($O = 16, Al = 27, Fe = 56: g. mol^{-1}$)

- (۱) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش برابر ۷ است.
- (۲) حالت فیزیکی فراورده‌های این واکنش مشابه یکدیگر خواهد بود.
- (۳) برای تولید ۲۸ گرم فراورده فلزی، ۱۵ گرم واکنش‌دهنده فلزی با خلوص ۹۰ درصد لازم است.
- (۴) واکنش‌پذیری فلز موجود در سمت فراورده‌ها بیشتر از فلز موجود در سمت واکنش‌دهنده‌ها است.

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۲۴ - ۱۱۰۱

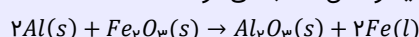
پاسخ: گزینه ۳

معادله واکنش ترمیت به‌صورت زیر است:



ترمیت 

واکنش‌پذیری آلومینیم از آهن بیشتر است؛ بنابراین آلومینیم می‌تواند آهن را از ترکیب‌های این عنصر خارج کند. به واکنش آلومینیم با آهن (III) اکسید، واکنش ترمیت می‌گویند که منجر به تولید آلومینیم اکسید و آهن مذاب می‌شود.



در این واکنش به علت آزاد شدن گرمای بسیار زیاد، آهن به شکل مذاب (مایع) درمی‌آید. از این آهن مذاب در صنعت جوشکاری (خصوصاً برای جوش دادن خطوط راه‌آهن) استفاده می‌شود.

۲۸ گرم آهن معادل نیم مول آهن است. در این واکنش ضریب دو فلز برابر بوده و بر همین اساس می توان گفت در این واکنش نیم مول آلومینیم معادل $\frac{27}{2}$ گرم مصرف شده تا ۲۸ گرم آهن تولید شود. پس مقدار آلومینیم مصرف شده به صورت ناخالص برابر است با:

$$\text{جرم ماده خالص} = \frac{\frac{27}{2}}{x} \times 100 \Rightarrow 90 = \frac{27}{x} \times 100 \Rightarrow x = \frac{2700}{90 \times 2} = 15 \text{ g}$$

پس در این واکنش ۱۵ گرم آلومینیم ناخالص مصرف شده است.

بررسی سایر گزینه ها:

- ۱) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش ترمیت برابر با ۶ است.
- ۲) همانطور که مشخص است آلومینیم اکسید به حالت جامد و آهن به حالت مذاب وجود دارد. پس حالت فیزیکی فراورده های این واکنش متفاوت هستند.
- ۳) چون این واکنش انجام پذیر است پس واکنش پذیری آلومینیم باید بیشتر از آهن باشد. در نتیجه واکنش پذیری فلز موجود در سمت واکنش دهنده ها بیشتر از فلز موجود در سمت فراورده ها است.



۵۳- از میان دو فلز روی و مس، فلز واکنش پذیری دارد و استفاده از گیاه برای استخراج آن صرفه اقتصادی

- | | |
|-----------------------|-------------------------|
| ۱) مس - بیشتری - دارد | ۲) مس - کمتری - ندارد |
| ۳) روی - کمتری - دارد | ۴) روی - بیشتری - ندارد |

(آسان - خط به خط - سریع) - صفحه ۲۵ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

در میان مس و روی، واکنش پذیری روی بیشتر از مس است. استفاده از گیاه برای استخراج فلزها یا همان گیاه پالایی یکی از روش های جداسازی عناصر فلزی از ترکیب های آنها است. در این میان، استخراج مس و طلا توسط گیاهان صرفه اقتصادی دارد؛ ولی استخراج نیکل و روی توسط گیاهان مقرون به صرفه نیست.

گیاه در خدمت صنعت

یکی از روش های بیرون کشیدن فلزها از لابه لای خاک استفاده از گیاهان (گیاه پالایی) است. به این منظور در معدن یا خاک دارای فلز، گیاهانی را می کارند که می توانند آن فلز را جذب کنند؛ سپس گیاه را برداشت کرده، می سوزانند و از خاکستر حاصل از آن فلز را جداسازی می کنند. درصد فلز روی در سنگ معدن بیشتر از درصد فلز روی در یک کیلوگرم گیاه است، لذا روش گیاه پالایی برای فلز روی مناسب نیست. از طرفی، درصد فلز نیکل در سنگ معدن کمتر از درصد فلز نیکل در یک کیلوگرم گیاه است، با این حال استخراج نیکل نیز با این روش به علت قیمت کم نیکل صرفه اقتصادی ندارد. درصد فلزهای مس و طلا در سنگ معدن کمتر از درصد این فلزها در یک کیلوگرم گیاه است و همچنین این دو فلز قیمت بالایی نیز دارند؛ به همین علت استفاده از گیاهان برای استخراج این دو فلز صرفه اقتصادی بیشتری نسبت به استخراج آنها از سنگ معدن دارد.



۵۴- طی استخراج فلز مس از $\frac{1}{5}$ کیلوگرم سنگ معدن آن (Cu_2S) با خلوص ۸۰ درصد طبق معادله زیر، چند لیتر گاز آلاینده تولید می شود؟ (حجم مولی گازها برابر با ۲۴ لیتر است. $S = 32, Cu = 64: g.mol^{-1}$)

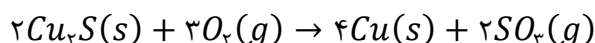
(معادله واکنش موازنه شود): $Cu_2S(s) + O_2(g) \rightarrow Cu(s) + SO_2(g)$

۲۲۵ (۴)	۹۰ (۳)	۱۱۲/۵ (۲)	۱۸۰ (۱)
---------	--------	-----------	---------

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



ابتدا جرم Cu_2S خالص را محاسبه می کنیم:

$$\text{جرم ماده خالص} = \frac{x}{1/5} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{x}{1/5} \times 100 \Rightarrow x = 1/2 \text{ kg} = 1200 \text{ g}$$

حال به کمک استوکیومتری حجم گاز SO_3 تولیدشده را محاسبه می‌کنیم:

$$L SO_3 = 1200 \text{ g } Cu_2S \times \frac{1 \text{ mol } Cu_2S}{160 \text{ g } Cu_2S} \times \frac{2 \text{ mol } SO_3}{2 \text{ mol } Cu_2S} \times \frac{24 \text{ L } SO_3}{1 \text{ mol } SO_3} = 180 \text{ L}$$

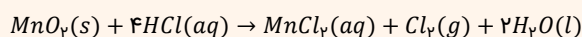
در نتیجه حجم گاز گوگرد تری‌اکسید تولیدشده برابر با ۱۸۰ لیتر است.

یه نمونه باحال!

براساس معادله موازنه‌نشده $MnO_2 + HCl \rightarrow MnCl_2 + Cl_2 + H_2O$ ، طی واکنش مقداری MnO_2 با $\frac{6}{4}$ کیلوگرم محلول $\frac{2}{5}$ مولار هیدروکلریک اسید، $\frac{33}{6}$ لیتر گاز کلر در شرایط STP آزاد می‌شود. اگر چگالی محلول هیدروکلریک اسید برابر $\frac{1}{6}$ گرم بر میلی‌لیتر باشد، بازده واکنش برابر چند درصد است و چند مول MnO_2 مصرف می‌شود؟

$$\begin{array}{cccc} 1/25 - 60 & (3) & 2/5 - 60 & (2) \\ 2/5 - 75 & (4) & & \end{array}$$

معادله موازنه‌شده واکنش به صورت زیر است:



در قدم اول، مقدار نظری گاز کلر تولید شده را محاسبه می‌کنیم.

$$L Cl_2 = 6/4 \text{ kg } HCl \times \frac{1000 \text{ g } HCl}{1 \text{ kg } HCl} \times \frac{1 \text{ mL } HCl}{1/6 \text{ g } HCl} \times \frac{1 \text{ L } HCl}{1000 \text{ mL } HCl} \times \frac{2/5 \text{ mol } HCl}{1 \text{ L } HCl} \times \frac{1 \text{ mol } Cl_2}{4 \text{ mol } HCl} \times \frac{22/4 \text{ L } Cl_2}{1 \text{ mol } Cl_2} = 56 \text{ L}$$

در قدم بعد، بازده درصدی واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$\% \text{ بازده} = \frac{\text{فرآورده عملی}}{\text{فرآورده نظری}} \times 100 \Rightarrow x = \frac{33/6}{56} \times 100 = 60\%$$

در نهایت مقدار MnO_2 مصرف‌شده را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ mol } MnO_2 = 56 \text{ L } Cl_2 \times \frac{1 \text{ mol } Cl_2}{22/4 \text{ L } Cl_2} \times \frac{1 \text{ mol } MnO_2}{1 \text{ mol } Cl_2} = 2/5 \text{ mol}$$

پس در این واکنش $\frac{2}{5}$ مول منگنز (IV) اکسید مصرف‌شده است.

پاسخ: گزینه ۲



۵۵- کدام یک از مطالب زیر در مورد واکنش میان آهن (III) اکسید و گاز کربن مونوکسید درست هستند؟

الف - فراورده گازی این واکنش در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

ب - فشار گاز موجود در ظرف در بسته واکنش با انجام واکنش، تغییر نمی‌کند.

ج - در فراورده جامد این واکنش، شمار الکترون با $n + l = 4$ و $n + l = 5$ برابر است.

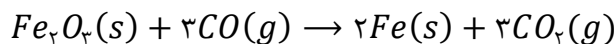
د - در این واکنش نسبت به واکنش استخراج آهن، برای تولید هر گرم آهن، گاز بیشتری آزاد می‌شود.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «ج» (۳) «ب» و «د» (۴) «ج» و «د»

(متوسط - مفهومی - زمان‌بر) - صفحه ۲۵ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

معادله واکنش مطرح‌شده به صورت زیر است:



عبارت‌های (ب) و (د) درست هستند.

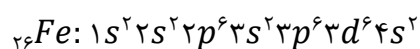
بررسی سایر موارد:

(الف) فراورده گازی این واکنش کربن دی‌اکسید است که مولکول‌های ناقطبی دارد و به همین علت در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

(پ) در این واکنش ۳ مول گاز کربن مونوکسید مصرف و ۳ مول گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود؛ پس در این واکنش مقدار گاز در دو

سمت واکنش برابر بوده و با انجام آن تعداد مول‌های گازها ثابت می‌ماند و فشار گاز در حجم ثابت (ظرف در بسته) تغییری نمی‌کند.

(ج) فراورده جامد این واکنش فلز آهن بوده که آرایش الکترونی آن به صورت مقابل است:

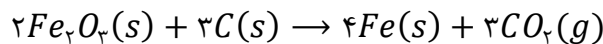


در این آرایش، ۶ الکترون با $n + l = 5$ (الکترون‌های لایه $3d$) و ۸ الکترون با $n + l = 4$ (الکترون‌های زیرلایه $4s$ و $3p$)

وجود دارد.

در واکنش بالا به ازای تولید ۲ مول آهن، ۳ مول کربن دی اکسید تولید می شود.

واکنش استخراج آهن به صورت زیر است:



در این واکنش به ازای تولید ۲ مول آهن، ۱/۵ مول کربن دی اکسید تولید می گردد. پس در واکنش مطرح شده نسبت به واکنش استخراج آهن به ازای تولید آهن برابر، مقدار گاز بیشتری تولید می شود.



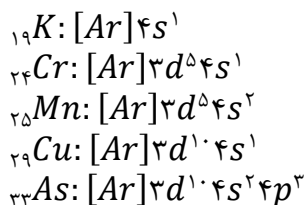
۵۶- کدام یک از گزینه های زیر نادرست است؟

- (۱) در دوره چهارم، چهار عنصر در آرایش الکترونی خود دارای زیرلایه نیمه پر هستند.
- (۲) برخی نافلزها همانند برخی فلزها به صورت عنصری و به شکل آزاد در طبیعت یافت می شوند.
- (۳) طلا فلزی است که در طبیعت به شکل عنصری یافت می شود و مقدار آن در معادن طلا بسیار کم است.
- (۴) هر چه مجموع هزینه های بهره برداری از معادن یک کشور کاهش یابد، رد پای زیست محیطی کم می شود.

(متوسط - خط به خط - استاندارد) - صفحه ۲۷ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

عناصر پتاسیم (K)، کروم (Cr)، منگنز (Mn)، مس (Cu) و آرسنیک (As) از عناصر دوره چهارم جدول تناوبی هستند که در آرایش الکترونی آنها زیرلایه نیمه پر دیده می شود.



بررسی سایر گزینه ها:

(۲) برخی نافلزها مثل اکسیژن، نیتروژن و گوگرد همانند برخی فلزها مثل نقره، مس و پلاتین در طبیعت به شکل آزاد و عنصری یافت می شوند.

(۳) طلا در طبیعت به شکل فلزی و عنصری نیز یافت می شود، اما مقدار آن در معادن طلا بسیار کم است.

(۴) هرچه مجموع هزینه های بهره برداری از یک معدن کاهش یابد، در این صورت، کشور مورد نظر در مسیر پیشرفت پایدار در حال حرکت کردن است؛ یعنی رفتارهای انسان ها، آسیب کمتری به جامعه ای که در مسیر حفظ محیط زیست است، وارد کرده و رد پای زیست محیطی انسان ها کاهش می یابد.



۵۷- اگر ۵۰ گرم آمونیوم نیترات مطابق معادله موازنه نشده $NH_4NO_3(s) \rightarrow N_2(g) + O_2(g) + H_2O(l)$ تجزیه شود و ۵۶۰۰ میلی لیتر گاز نیتروژن در شرایط استاندارد تولید شود، بازده درصدی واکنش برابر چند درصد است؟

($H = 1, N = 14, O = 16: g.mol^{-1}$)

۹۰ (۴)

۸۰ (۳)

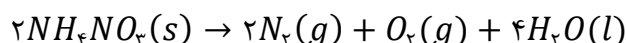
۴۰ (۲)

۴۵ (۱)

(آسان - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۲ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

معادله موازنه شده تجزیه آمونیوم نیترات به صورت زیر است:



ابتدا مقدار نظری حجم گاز نیتروژن تولید شده را محاسبه می کنیم:

$$V_{N_2} = 50 \text{ g } NH_4NO_3 \times \frac{1 \text{ mol } NH_4NO_3}{80 \text{ g } NH_4NO_3} \times \frac{2 \text{ mol } N_2}{2 \text{ mol } NH_4NO_3} \times \frac{22.4 \text{ L } N_2}{1 \text{ mol } N_2} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} = 14000 \text{ mL}$$

از آن جا که مقدار گاز نیتروژن تولید شده به صورت عملی از مقدار محاسبه شده (مقدار نظری) کمتر است، بازده درصدی واکنش را به صورت زیر حساب می کنیم:

$$\text{بازده درصدی واکنش} = \frac{\text{مقدار فراورده عملی}}{\text{مقدار فراورده نظری}} \times 100 \Rightarrow R = \frac{5600}{14000} \times 100 = 40\%$$

پس بازده این واکنش برابر با ۴۰ درصد است.



۵۸- کدام یک از مقایسه های زیر درست است؟

- (۱) سختی شرایط نگهداری فلز: سرب < قلع
(۲) سرعت واکنش با اکسیژن: استرانسیم < سزیم
(۳) تمایل به از دست دادن الکترون: گالیم > آلومینیم
(۴) پایداری ترکیب: نقره اکسید < روی اکسید

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۲۰ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

واکنش پذیری فلز سرب بیشتر از فلز قلع است و بر همین اساس می توان گفت شرایط نگهداری فلز سرب سخت تر از فلز قلع میسر می شود.

مقایسه واکنش پذیری دو فلز

- اگر واکنش پذیری فلز X بیشتر از واکنش پذیری فلز Y باشد:
- ✳ فلز X می تواند فلز Y را از ترکیبات این فلز خارج کند، اما فلز Y نمی تواند فلز X را از ترکیبات آن خارج کند.
 - ✳ تمایل به از دست دادن الکترون و تبدیل شدن به کاتیون در فلز X بیشتر از فلز Y است.
 - ✳ واکنش پذیری ترکیبات X کمتر از واکنش پذیری ترکیبات فلز Y است.
 - ✳ پایداری ترکیبات X بیشتر از پایداری ترکیبات فلز Y است.
 - ✳ استخراج فلز X دشوارتر از استخراج فلز Y است.
 - ✳ شرایط نگهداری فلز X از فلز Y دشوارتر است.
 - ✳ پایداری فلز X کمتر از پایداری فلز Y است.
- ★ توجه: رابطه میان تمام گزاره های بالا دو طرفه است. یعنی هر یک از عبارتهای بالا درست باشد، سایر عبارتها نیز درست بوده و به معنای واکنش پذیری بیشتر فلز X نسبت به فلز Y است.

بررسی سایر گزینه ها:

- ۲) استرانسیم و سزیم به ترتیب فلز قلیایی خاکی و فلز قلیایی هستند. واکنش پذیری فلزهای قلیایی از فلزهای قلیایی خاکی بیشتر بوده و به همین علت می توان گفت واکنش سزیم با یک نافلز شدیدتر و سریع تر خواهد بود.
- ۳) واکنش پذیری گالیم از آلومینیم بیشتر بوده و تمایل به از دست دادن الکترون یا همان تبدیل شدن به کاتیون در گالیم بیشتر است. گالیم و آلومینیم در یک گروه از جدول تناوبی قرار دارند. در یک گروه از بالا به پایین واکنش پذیری فلزها افزایش می یابد. پس گالیم که در خانه پایین تری از آلومینیم قرار دارد، واکنش پذیری بیشتری خواهد داشت.
- ۴) واکنش پذیری روی بیشتر از نقره بوده و ترکیبات آن پایدارتر هستند.

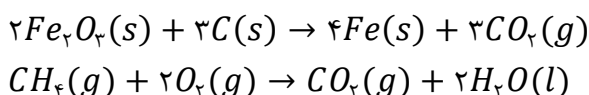


- ۵۹- اگر مقدار کربن دی اکسید تولید شده در واکنش $2Fe_2O_3(s) + 3C(s) \rightarrow 4Fe(s) + 3CO_2(g)$ با مقدار کربن دی اکسید تولید شده در واکنش $CH_4(g) + 2O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2H_2O(l)$ با بازده ۶۰ درصد، برابر باشد، نسبت جرم آهن (III) اکسید مصرف شده به جرم گاز متان سوخته شده چقدر است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16, Fe = 56: g.mol^{-1}$)
- ۲ (۱) ۲/۴ (۲) ۳/۲ (۳) ۴ (۴)

(سخت - محاسباتی - زمان بر - صفحه ۲۳ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

معادله این دو واکنش به صورت زیر است:



راه حل مسئله

برای حل این سؤال باید مقدار کربن دی اکسید تولید شده در دو واکنش را یکسان در نظر گرفت و بر اساس آن جرم دو واکنش دهنده را حساب کرد. برای سادگی کار می توان با عددگذاری سؤال را ساده کرد.

به عنوان مثال، اگر در نظر بگیریم در این دو واکنش ۳ مول گاز کربن دی اکسید تولید شده است. جرم آهن (III) اکسید و جرم متان مصرف شده را حساب می کنیم:

کسر تبدیل بازده واکنش

اگر بازده درصدی یک ماده برابر A باشد، کسر تبدیل آن را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\text{فراورده نظری } 100 \text{ g, mol, L}}{\text{فراورده عملی } A \text{ g, mol, L}} \quad \text{یا} \quad \frac{\text{فراورده عملی } A \text{ g, mol, L}}{\text{فراورده نظری } 100 \text{ g, mol, L}}$$

نکته: در این کسر تبدیل، واحد صورت و مخرج باید یکسان باشد، یعنی یا باید هر دو لیتر باشد، یا هر دو گرم یا هر دو مول.

$$g \text{ Fe}_2\text{O}_3 = 3 \text{ mol CO}_2 \times \frac{2 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{3 \text{ mol CO}_2} \times \frac{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} = 320 \text{ g}$$

$$g \text{ CH}_4 = 3 \text{ mol CO}_2 \times \frac{100 \text{ mol CO}_2}{60 \text{ mol CO}_2} \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{16 \text{ g CH}_4}{1 \text{ mol CH}_4} = 80 \text{ g}$$

در نهایت نسبت جرم های خواسته شده را به دست می آوریم:

$$A = \frac{\text{جرم Fe}_2\text{O}_3}{\text{جرم CH}_4} = \frac{320}{80} = 4$$

پس نسبت جرم آهن (III) اکسید به جرم متان برابر با ۴ است.



۶۰- اگر ۴۰۰ گرم NaHCO_3 ناخالص مطابق معادله موازنه نشده $\text{NaHCO}_3(s) \rightarrow \text{Na}_2\text{O}(s) + \text{CO}_2(g) + \text{H}_2\text{O}(g)$ در مجموع ۴/۵ مول گاز تولید کند، درصد خلوص این ماده چقدر است؟

(۴) ۷۷

(۳) ۵۷

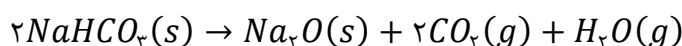
(۲) ۶۳

(۱) ۶۹

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



راه حل مسئله

برای محاسبه درصد خلوص یک ماده به جرم بخش خالص آن ماده و جرم کل آن ماده نیاز است. جرم سدیم هیدروژن کربنات خالص را از روش استوکیومتری و به کمک مقدار فراورده گازی تولید شده به دست می آوریم. جرم کل نمونه را نیز سؤال مشخص کرده و در نهایت درصد خلوص این ترکیب را حساب می کنیم.

بر اساس معادله موازنه شده می توان گفت، به ازای مصرف ۲ مول NaHCO_3 ، ۳ مول فراورده گازی تولید شده است. بر این اساس مقدار خالص NaHCO_3 را حساب می کنیم:

$$g \text{ NaHCO}_3 = 4/5 \text{ mol} \times \frac{2 \text{ mol NaHCO}_3}{3 \text{ mol}} \times \frac{84 \text{ g NaHCO}_3}{1 \text{ mol NaHCO}_3} = 252 \text{ g}$$

حال درصد جرمی سدیم هیدروژن کربنات را به دست می آوریم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times 100 \Rightarrow P = \frac{252}{400} \times 100 = 63\%$$

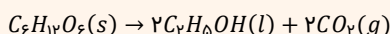
درصد خلوص این نمونه NaHCO_3 برابر با ۶۳ درصد است.

یه نمونه باحال!

برای تولید ۲۳۰ گرم محلول اتانول با درصد جرمی ۶۴ درصد طی واکنش تخمیر بی‌هوازی گلوکز که با تولید گاز کربن دی‌اکسید نیز همراه است، به چند گرم گلوکز با درصد خلوص ۹۰ درصد، نیاز است و در این واکنش چند لیتر گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود؟ (حجم یک مول گاز در شرایط واکنش برابر ۲۷/۵ لیتر است. $H = 1, C = 12, O = 16: g.mol^{-1}$)

$$88 - 320 \quad (4) \quad 88 - 320 \quad (3) \quad 82/5 - 320 \quad (2) \quad 82/5 - 320 \quad (1)$$

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش شیمیایی، ابتدا شمار مول‌های اتانول مورد نیاز را محاسبه می‌کنیم:

$$? mol C_2H_5OH = 230 g C_2H_5OH \times \frac{64 g C_2H_5OH}{100 g C_2H_5OH} \times \frac{1 mol C_2H_5OH}{46 g C_2H_5OH} = 3/2 mol$$

در مرحله بعد، جرم گلوکز ناخالص را به دست می‌آوریم:

$$? g C_6H_{12}O_6 = 3/2 mol C_2H_5OH \times \frac{1 mol C_6H_{12}O_6}{2 mol C_2H_5OH} \times \frac{180 g C_6H_{12}O_6}{1 mol C_6H_{12}O_6} \times \frac{100 g C_6H_{12}O_6}{90 g C_6H_{12}O_6} = 320 g$$

در نهایت حجم گاز تولیدشده را محاسبه می‌کنیم:

$$? L CO_2 = 3/2 mol C_2H_5OH \times \frac{2 mol CO_2}{2 mol C_2H_5OH} \times \frac{27/5 L CO_2}{1 mol CO_2} = 88 L$$

پس حجم گاز کربن دی‌اکسید تولیدشده برابر ۸۸ لیتر است.

پاسخ: گزینه ۳



۶۱- یک نمونه سدیم آزید (NaN_3) ناخالص به جرم ۱۹۵ گرم طبق معادله $2NaN_3(s) \rightarrow 2Na(s) + 3N_2(g)$ تجزیه می‌شود. اگر

گاز تولیدشده، در واکنش $N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$ ، $122/4$ گرم گاز آمونیاک تولید کند، درصد خلوص نمونه سدیم

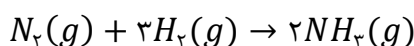
آزید چند درصد است؟ ($H = 1, N = 14, Na = 23: g.mol^{-1}$)

$$80 \quad (4) \quad 75 \quad (3) \quad 60 \quad (2) \quad 40 \quad (1)$$

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) - صفحه ۲۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

واکنش تولید گاز آمونیاک به صورت زیر است:



راه حل مسئله

برای محاسبه درصد خلوص سدیم آزید به مقدار خالص و مقدار کل آن (داده مسئله) نیاز داریم. برای محاسبه مقدار سدیم آزید خالص با توجه به جرم آمونیاک تولیدشده در واکنش دوم، ابتدا باید مقدار نیتروژنی که در واکنش دوم مصرف می‌شود، محاسبه کرد. این ماده در واکنش اول تولیدشده و به کمک روابط استوکیومتری می‌توان جرم سدیم آزید خالص را به دست آورد.

ابتدا مقدار گاز نیتروژن مصرف‌شده در این فرایند را محاسبه می‌کنیم:

$$? mol N_2 = 122/4 g NH_3 \times \frac{1 mol NH_3}{17 g NH_3} \times \frac{1 mol N_2}{2 mol NH_3} = 3/6 mol$$

در نتیجه مقدار گاز نیتروژن مصرف‌شده در این واکنش که معادل مقدار گاز نیتروژن تولیدشده در واکنش تجزیه سدیم آزید است، برابر با ۳/۶ مول می‌باشد.

واکنش تجزیه سدیم آزید به صورت زیر است:



حال مقدار سدیم آزید خالص تجزیه‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? g NaN_3 = 3/6 mol N_2 \times \frac{2 mol NaN_3}{3 mol N_2} \times \frac{65 g NaN_3}{1 mol NaN_3} = 156 g$$

در نهایت درصد خلوص نمونه سدیم آزید را مشخص می‌کنیم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times 100 \Rightarrow x = \frac{156}{195} \times 100 = 80\%$$

بنابراین درصد خلوص نمونه سدیم آزید برابر با ۸۰ درصد است.

۶۲- در دوره چهارم جدول تناوبی، عنصر دارای الکترون ظرفیت به طور قطع

(۱) ۳- فلزی حاوی یک زیرلایه تک الکترونی با $n + l = 5$ است.

(۲) ۷- توانایی تشکیل بیش از یک یون پایدار تک اتمی دارد.

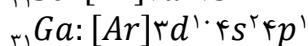
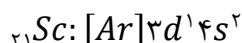
(۳) ۴- جامدی با رسانایی الکتریکی بالا خواهد بود.

(۴) ۶- یک زیرلایه ۴ الکترونی دارد.

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۱۵ - ۱۱۰۱

عناصر گروه سوم و سیزدهم سه الکترون ظرفیت دارند که در دوره چهارم به ترتیب اسکاندیم و گالیوم هستند که آرایش الکترونی آنها به صورت زیر است:



در این دو عنصر دو زیرلایه $3d$ و $4p$ تک الکترونی هستند که هر دو $n + l = 5$ دارند.

الکترون‌های ظرفیتی

الکترون‌های ظرفیتی الکترون‌هایی هستند که در واکنش‌های شیمیایی شرکت کرده و موجب تشکیل پیوندهای کووالانسی یا ایجاد کاتیون تک اتمی در عناصر فلزی می‌شوند. برای محاسبه شمار این الکترون‌ها در یک عنصر می‌توان از شماره گروه (n) آن عنصر در جدول تناوبی استفاده کرد:

✳ شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر گروه اول تا دوازدهم برابر n است.

✳ شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر گروه سیزدهم تا هجدهم (به غیر از هلیوم) برابر $(n - 10)$ است.

✳ شمار الکترون‌های ظرفیتی عنصر هلیوم، برابر با ۲ است.

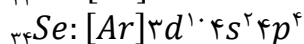
★ توجه: اگر چه به طور علمی شمار الکترون‌های ظرفیتی گروه ۱۲، برابر ۲ است (به همین علت عناصر این گروه فقط یک یون پایدار دارند). اما مطابق متن کتاب درسی، باید شمار الکترون‌های ظرفیت این گروه را ۱۲ در نظر بگیریم.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) اعضای گروه هفتم و هفدهم در دوره چهارم به ترتیب منگنز و برم هستند که برم تنها یک یون تک اتمی به نام برمید دارد. فلز منگنز می‌تواند بیش از یک یون تک اتمی پایدار تشکیل دهد.

۳) تیتانیم فلزی از گروه چهارم و ژرمانیم شبه‌فلزی از گروه چهاردهم در این دوره ۴ الکترون ظرفیتی دارند. اگر چه شبه‌فلزها همانند فلزها رسانایی الکتریکی دارند، اما رسانایی شبه‌فلزها ضعیف است.

۴) در این دوره، کروم و سلنیم عناصر گروه ششم و شانزدهم هستند که ۶ الکترون ظرفیتی در آرایش خود دارند. در آرایش کروم که یک استثنا از قاعده آفا است، زیرلایه $3d$ به جای ۴ الکترون، ۵ الکترون را در خود جا داده و زیرلایه $4s$ تک الکترون است. آرایش الکترونی کروم و سلنیم به صورت زیر می‌باشد:



۶۳- کدام موارد درباره عنصر یا عناصر موجود در چهار دوره اول جدول تناوبی که برای تشکیل یون پایدار تک اتمی، با از دست دادن

سه الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب می‌رسد، به طور قطع درست است؟

الف - مقدار $n + l$ بیرونی ترین زیرلایه الکترونی آن برابر ۴ است.

ب - با عنصری دارای خاصیت شبه‌فلزی، هم‌دوره است.

ج - واکنش‌پذیر آن بیشتر از فلز کلسیم است.

د - در دسته فلزهای واسطه قرار می‌گیرد.

(۴) «ج» و «د»

(۳) «ب» و «ج»

(۲) «الف» و «د»

(۱) «الف» و «ب»

در بین عناصر چهار دوره اول جدول تناوبی، آلومینیم (Al) و اسکاندیم (Sc) می‌توانند با از دست دادن سه الکترون و تشکیل کاتیون پایدار به آرایش گاز نجیب قبل از خود برسند.

موارد «الف» و «ب» درست هستند.

بررسی موارد:

الف) بیرونی‌ترین زیرلایه در آرایش الکترونی آلومینیم $3p^1$ و در اسکاندیم $4s^2$ است که مقدار $n + l$ در این دو زیرلایه برابر ۴ است.

پ) آلومینیم با سیلیسیم و اسکاندیم با ژرمانیم هم‌دوره است. دو عنصر سیلیسیم و ژرمانیم عناصری شبه‌فلزی هستند.

ج) خاصیت فلزی و واکنش‌پذیری کلسیم نسبت به آلومینیم و اسکاندیم بیشتر است.

د) آلومینیم برخلاف اسکاندیم، فلزی اصلی است.



۶۴- منیزیم کربنات ناخالص مطابق واکنش $MgCO_3(s) \rightarrow MgO(s) + CO_2(g)$ در اثر گرما تجزیه می‌شود. اگر پس از انجام کامل واکنش درصد جرمی منیزیم اکسید در جامد موجود در ظرف واکنش ۵۰ درصد باشد، درصد خلوص نمونه اولیه منیزیم کربنات به تقریب چند درصد بوده است؟ ($C = ۱۲, O = ۱۶, Mg = ۲۴: g.mol^{-1}$)

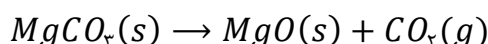
۶۲ (۴)

۶۸ (۳)

۷۸ (۲)

۷۳ (۱)

واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:



اگر در نظر بگیریم در این واکنش یک مول منیزیم کربنات خالص به جرم ۸۴ گرم مصرف شود، یک مول منیزیم اکسید به جرم ۴۰ گرم تولید می‌شود که ۵۰ درصد از جرم جامد موجود در ظرف را تشکیل می‌دهد. پس جرم جامد موجود در ظرف پس از واکنش ۸۰ گرم بوده و بر همین اساس می‌توان گفت جرم ناخالصی منیزیم کربنات ۴۰ گرم است. پس درصد خلوص منیزیم کربنات به‌تقریب برابر است با:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده خالص} + \text{جرم ناخالصی}} \times 100 \Rightarrow A = \frac{84}{40 + 84} \times 100 = \frac{8400}{124} \approx 68\%$$

پس درصد خلوص نمونه منیزیم کربنات به‌تقریب برابر ۶۸ درصد است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

اگر جرم آب تولیدشده طی واکنش سوختن یک نمونه گاز متان ناخالص به جرم ۲۴۰ گرم، با جرم آب تولیدشده طی واکنش سوختن ۳۴۵ گرم اتانول خالص برابر باشد، درصد خلوص این نمونه از گاز متان چقدر است؟ ($H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶: g.mol^{-1}$)

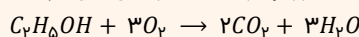
۹۰ (۴)

۸۰ (۳)

۷۵ (۲)

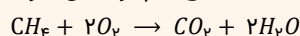
۶۰ (۱)

ابتدا جرم آب حاصل از سوختن ۳۴۵ گرم اتانول را به دست می‌آوریم. واکنش سوختن این ترکیب به‌صورت زیر است:



$$? g H_2O = 345 g C_2H_5OH \times \frac{1 mol C_2H_5OH}{46 g C_2H_5OH} \times \frac{3 mol H_2O}{1 mol C_2H_5OH} \times \frac{18 g H_2O}{1 mol H_2O} = 405 g$$

در مرحله بعد، جرم متان مورد نیاز برای تولید این مقدار آب را محاسبه می‌کنیم. واکنش سوختن متان به‌صورت زیر است:



$$? g CH_4 = 405 g H_2O \times \frac{1 mol H_2O}{18 g H_2O} \times \frac{1 mol CH_4}{2 mol H_2O} \times \frac{16 g CH_4}{1 mol CH_4} = 180 g$$

با توجه به جرم متان مورد نیاز، درصد خلوص نمونه متان را به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد خلوص متان} = \frac{\text{جرم متان خالص}}{\text{جرم نمونه ناخالص}} \times 100 \Rightarrow A = \frac{180}{240} \times 100 = 75\%$$

پس درصد خلوص این نمونه از متان برابر ۷۵ درصد بوده است.

پاسخ: گزینه ۲



۶۵- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) بازیافت فلزها از جمله فلز آهن باعث کاهش سرعت گرمایش جهانی می‌شود.
- (۲) در استخراج فلزها بخش عمده‌ای از جرم سنگ معدن آن فلز، به فلز مورد نظر تبدیل می‌شود.
- (۳) غلظت گونه‌های فلزی در منابع موجود در کف اقیانوس نسبت به ذخایر زمینی آن‌ها بیشتر است.
- (۴) در استخراج m کیلوگرم آهن، به‌جز سنگ معدن به‌تقریب m کیلوگرم منبع معدنی دیگر مصرف می‌شود.

پاسخ: گزینه ۲

(آسان - خط به خط - سریع ۵ - صفحه ۲۸ - ۱۱۰۱)

در استخراج فلز، تنها درصد کمی از سنگ معدن به فلز تبدیل می‌شود و در نتیجه بازده درصدی این واکنش پایین خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) بازیافت فلزها و از جمله فلز آهن سبب کاهش سرعت گرمایش جهانی و کاهش ردپای کربن دی‌اکسید می‌شود.
- (۳) غلظت بیشتر گونه‌های فلزی موجود در کف اقیانوس نسبت به ذخایر زمینی، بهره‌برداری از این منابع را نوید می‌دهد.
- (۴) در استخراج $۱۰۰۰ (m)$ کیلوگرم آهن، تقریباً $۲۰۰۰ (۲m)$ کیلوگرم سنگ معدن آهن و $۱۰۰۰ (m)$ کیلوگرم از منابع معدنی دیگر استفاده می‌شود.



۶۶- X گرم از ماده A با خلوص Y درصد در واکنش فرضی $۳B \rightarrow ۲A$ با بازده Z درصد واکنش می‌دهد و W گرم ماده B تولید می‌شود.

چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- الف - اگر Y و Z برابر ۱۰۰ باشند، مقدار X و مقدار W برابر هستند.
- ب - اگر X و W ثابت باشند، Y و Z با یکدیگر نسبت عکس دارند.
- ج - با افزایش Z یا Y مقدار X لازم برای تولید W مشخص کاهش می‌یابد.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ: گزینه ۴

(سخت - تحلیلی - استاندارد ۵ - صفحه ۲۳ - ۱۱۰۱)

هر سه عبارت مطرح شده درست هستند.

بررسی موارد:

- (الف) در حالتی که درصد خلوص و بازده واکنش ۱۰۰ درصد باشد، یعنی رابطه بین مواد شرکت‌کننده در واکنش مطابق روابط استوکیومتری ساده است. در این واکنش تمام واکنش‌دهنده A به فراورده B تبدیل می‌شود و مطابق قانون پایستگی جرم، جرم تنها فراورده و تنها واکنش‌دهنده با هم برابر است.
- اگر درصد خلوص یک ماده ۱۰۰ درصد باشد یعنی آن ماده خالص است و اگر بازده واکنش ۱۰۰ درصد باشد، به معنای آن است که واکنش به‌طور کامل انجام می‌شود و مقدار فراورده عملی (مقدار فراورده تولیدشده) و مقدار فراورده نظری (مقدار فراورده محاسبه‌شده) برابر است.
- (ب) با افزایش درصد خلوص واکنش‌دهنده یا بازده درصدی واکنش انتظار می‌رود جرم فراورده افزایش یابد. پس برای آن که از جرمی مشخص از واکنش‌دهنده ناخالص مقدار مشخصی فراورده تولید شود، انتظار می‌رود با افزایش درصد خلوص، بازده واکنش کاهش یابد (و بالعکس)، تا جرم فراورده تغییری نکند.
- (ج) با افزایش درصد خلوص واکنش‌دهنده، مقدار واکنش‌دهنده ناخالص مورد نیاز برای تولید مقدار مشخصی فراورده کاهش می‌یابد. در واقع برای تولید مقدار مشخص فراورده، مقدار واکنش‌دهنده خالص ثابت است، اما با افزایش درصد خلوص این مقدار واکنش‌دهنده خالص در مقدار کمتر واکنش‌دهنده ناخالص وجود دارد.
- همچنین با افزایش بازده واکنش، مقدار واکنش‌دهنده کمتری برای تولید مقدار مشخصی فراورده نیاز است. در این حالت اگر فراورده عملی تولیدشده را ثابت در نظر بگیریم، با افزایش بازده واکنش، مقدار فراورده محاسبه‌شده به‌صورت نظری کاهش می‌یابد و بر همین اساس مقدار واکنش‌دهنده مصرف‌شده نیز کاهش خواهد یافت.

۶۷- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام نتیجه‌گیری درباره واکنش‌پذیری عناصر درست است؟ (M, Y, X نمادهای فرضی هستند).

انجام نمی‌شود $XO + C \rightarrow$

$Y_2SO_4 + Fe \rightarrow Y + FeSO_4$

$MCl_2 + Ag \rightarrow M + AgCl$

انجام نمی‌شود $Y_2O + Ag \rightarrow$

(۴) $Y < M < X$

(۳) $M < Y < X$

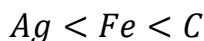
(۲) $X < M < Y$

(۱) $M < X < Y$

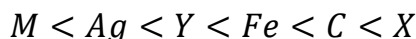
(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۲۰ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

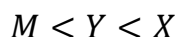
از آن جا که واکنش اول انجام‌پذیر نیست، در نتیجه واکنش‌پذیری X بیشتر از عنصر کربن (C) است. همچنین به خاطر این که واکنش دوم انجام‌پذیر است، واکنش‌پذیری آهن (Fe) باید بیشتر از Y باشد. از آن جا که واکنش سوم نیز انجام‌پذیر است، واکنش‌پذیری نقره (Ag) باید بیشتر از M باشد. در نهایت چون واکنش آخر انجام‌پذیر نیست، واکنش‌پذیری Y از نقره بیشتر است. همانطور که می‌دانیم مقایسه واکنش‌پذیری سه عنصر کربن و آهن و نقره به صورت زیر است:



حال با توجه به توضیحات بالا مقایسه واکنش‌پذیری تمامی عناصر مطرح شده به صورت زیر خواهد بود:



در نتیجه مقایسه واکنش‌پذیری عناصر مجهول به صورت زیر است:



۶۸- در آلیاژی از آهن و مس که فقط از این دو ماده تشکیل شده، مقدار (مول) دو فلز برابر است. اگر ۹۰ گرم از این آلیاژ را در محلول هیدروکلریک اسید بیاندازیم، چند گرم گاز آزاد می‌شود؟ (فلز مس با اسید واکنش نمی‌دهد).

($H = 1, Fe = 56, Cu = 64: g.mol^{-1}$)

(۴) ۳

(۳) ۶

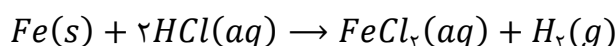
(۲) ۱/۵

(۱) ۴/۵

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:



راه حل مسئله

برای حل این سؤال باید مشخص کنیم در ۹۰ گرم آلیاژ چند گرم آهن وجود دارد و بعد از آن با استفاده از استوکیومتری ساده، جرم هیدروژن را به دست آوریم. برای این کار کافی است که مشخص کنیم در یک نمونه آلیاژ حاوی x مول از هر یک از دو فلز، درصد خلوص آهن چقدر است تا بتوان مقدار آهن در ۹۰ گرم آلیاژ را محاسبه کنیم.

از آن جا که آهن و مس با مول برابر در این آلیاژ وجود دارند، اگر مقدار هر کدام را x مول فرض کنیم جرم هر کدام برابر است با:

$$m_{\text{آهن}} = x \times 56 = 56x \Rightarrow \text{جرم مولی} \times \text{مقدار مولی} = \text{جرم}$$

$$\Rightarrow m_{\text{مس}} = x \times 64 = 64x$$

پس درصد خلوص فلز آهن در این آلیاژ برابر است با:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times 100 = \frac{56x}{64x + 56x} \times 100 = \frac{56x}{120x} \times 100 = \frac{140}{3}$$

حال از آن جا که فقط آهن با هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهد، باید مقدار این فلز را در ۹۰ گرم از این آلیاژ پیدا کنیم:

$$\text{جرم آهن} = \text{جرم آلیاژ} \times \frac{\text{درصد خلوص آهن}}{100} = 90 \times \frac{\frac{140}{3}}{100} = 90 \times \frac{14}{100} = 3 \times 14 = 42 \text{ g}$$

در نهایت جرم گاز تولیدشده در اثر واکنش ۴۲ گرم آهن با اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$g H_2 = 42 g Fe \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 g Fe} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{1 \text{ mol Fe}} \times \frac{2 g H_2}{1 \text{ mol H}_2} = 1.5 g$$

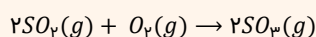
پس در این واکنش ۱/۵ گرم گاز هیدروژن تولید می‌شود.

یه نمونه باحال!

۱۴۴ گرم گاز گوگرد دی‌اکسید را به همراه مقدار کافی اکسیژن، وارد یک ظرف ۲/۵ لیتری می‌کنیم تا با هم واکنش داده و گاز گوگرد تری‌اکسید را تولید کنند. اگر پس از پایان واکنش، غلظت گاز گوگرد دی‌اکسید موجود در ظرف به ۰/۴۵ مول بر لیتر برسد، بازده انجام واکنش چند درصد است و در طول این واکنش چند گرم اکسیژن مصرف شده است؟ ($O = 16, S = 32 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

$$18 - 50 \quad (1) \quad 18 - 75 \quad (2) \quad 36 - 75 \quad (3) \quad 36 - 50 \quad (4)$$

واکنش مورد نظر به صورت زیر انجام می‌گیرد:



ابتدا شمار مول‌های اولیه گوگرد دی‌اکسید موجود در مخزن را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ mol } SO_2 = 144 g SO_2 \times \frac{1 \text{ mol } SO_2}{64 g SO_2} = 2.25 \text{ mol}$$

در مرحله بعد، مقدار SO_2 موجود در ظرف واکنش را، پس از پایان واکنش محاسبه می‌کنیم:

$$C = \frac{n}{V} \Rightarrow 0.45 = \frac{n}{2.5} \Rightarrow n = 1.125 \text{ mol}$$

اگر این واکنش به طور کامل انجام می‌شد، باید ۲/۲۵ مول گاز SO_2 مصرف می‌شد و غلظت این گاز به صفر می‌رسد؛ اما چون بازدهی واکنش صد در صد نیست، پس ۱/۱۲۵ مول از این گاز مصرف شده است. پس، بازده درصدی واکنش را به دست می‌آوریم:

$$\text{بازده درصدی واکنش} = \frac{\text{مقدار مصرف شده}}{\text{مقدار استوکیومتری}} \times 100 \Rightarrow A = \frac{1.125 \text{ mol}}{2.25 \text{ mol}} \times 100 = 50\%$$

در انتها، جرم اکسیژن مصرف شده در این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$? g O_2 = 1.125 \text{ mol } SO_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } SO_2} \times \frac{32 g O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 18 g$$

پس در این واکنش ۱۸ گرم گاز اکسیژن مصرف شده است.

پاسخ: گزینه ۱



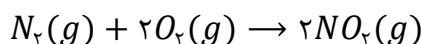
۶۹- واکنش $N_2(g) + 2O_2(g) \rightarrow 2NO_2(g)$ در یک ظرف میان دو مول اکسیژن و یک مول نیتروژن انجام می‌شود. اگر ۵۰ درصد از حجم کل گازهای درون ظرف را در انتهای واکنش گاز NO_2 تشکیل دهد، بازده واکنش چند درصد است؟

$$75 \quad (4) \quad 60 \quad (3) \quad 50 \quad (2) \quad 40 \quad (1)$$

(سخت - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۲ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



راه حل مسئله

در این سؤال نسبت میان شمار مول‌های گاز NO_2 و کل گازها مشخص شده است. حساب می‌کنیم اگر در این واکنش x مول گاز نیتروژن مصرف شود، به ازای چه x ، نسبت میان مول‌های گازها صادق خواهد بود. در نهایت با توجه به مقدار NO_2 تولیدشده به صورت عملی و مقدار NO_2 ی که انتظار داریم از مصرف یک مول گاز نیتروژن تولید شود، بازده درصدی واکنش را مشخص می‌کنیم.

در این واکنش به ازای مصرف x مول گاز نیتروژن، $2x$ مول گاز اکسیژن مصرف و $2x$ مول گاز نیتروژن دی‌اکسید تولید می‌شود. پس در این واکنش داریم:

	$N_2(g)$	$O_2(g)$	$NO_2(g)$
مقدار اولیه	۱	۲	۰
تغییرات	$-x$	$-2x$	$+2x$
مقدار نهایی	$1-x$	$2-2x$	$2x$

بنابراین پس از انجام این واکنش شمار مول‌های گاز NO_2 و مجموع شمار مول‌های همه گازها به ترتیب برابر $2x$ و $3 - x$ مول است. چون نسبت مولی و نسبت حجمی در یک محلول گاز برابر است، پس داریم:

$$\frac{2x}{3-x} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} \Rightarrow 4x = 3 - x \Rightarrow x = \frac{3}{5} = 0.6$$

پس در این واکنش $1/2$ مول گاز نیتروژن دی‌اکسید تولید شده که برابر مقدار عملی فراورده است. همچنین در این واکنش یک مول گاز نیتروژن مصرف شده که انتظار داشتیم، ۲ مول گاز نیتروژن دی‌اکسید نیز تولید شود. بر این اساس بازده درصدی واکنش را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\text{مقدار فراورده عملی}}{\text{مقدار فراورده نظری}} \times 100 \Rightarrow R = \frac{1/2}{2} \times 100 = 60\%$$

پس بازده این واکنش برابر ۶۰ درصد است.



۷۰- در عبارت‌های زیر به ترتیب مورد در چرخه عمر یک کیسه پلاستیکی و مورد در چرخه عمر پاکت کاغذی دیده می‌شود.

الف - حمل و نقل ماده خام آن سبب آلودگی هوا می‌شود.

ب - در تهیه و تولید ماده خام آن، انرژی زیادی مصرف می‌شود.

ج - در مرحله دفع، پس از دفن کردن، تجزیه می‌شود و گاز اتان آزاد می‌کند.

د - در تولید آن، آب و برخی مواد شیمیایی مضر برای محیط زیست مصرف می‌شود.

۲ - ۳ (۴)

۱ - ۳ (۳)

۱ - ۲ (۲)

۲ - ۲ (۱)

(متوسط - خط به خط - استاندارد) - صفحه ۲۹ - ۱۱۰۱

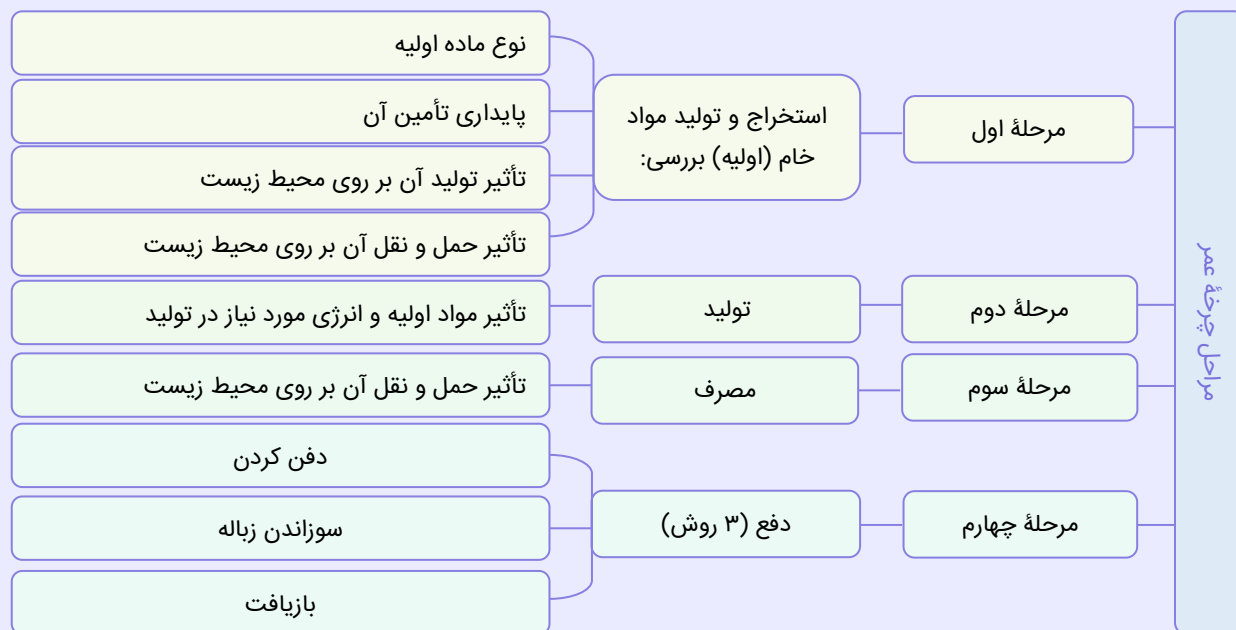
پاسخ: گزینه ۱

جدول زیر تأثیر مراحل چرخه عمر پاکت کاغذی و کیسه پلاستیکی را بر محیط‌زیست نشان می‌دهد:

مراحل چرخه عمر		پاکت کاغذی	کیسه پلاستیکی
استخراج و تولید مواد اولیه و خام	ماده اولیه یا خام چیست؟	درخت	نفت خام
	پایداری تأمین ماده اولیه و خام	نسبتاً پایدار - می‌توان تعداد زیادی درخت کاشت	ناپایدار - نفت تجدید نشدنی است.
	تأثیر تولید ماده خام روی محیط زیست	با بریدن درختان زیستگاه جانداران زیادی تخریب می‌شود.	در استخراج نفت خام انرژی زیادی مصرف می‌شود.
تولید	تأثیر حمل و نقل ماده خام روی محیط زیست	آلودگی هوا را به دنبال دارد.	سبب آلودگی هوا، خاک و آب می‌شود.
	تأثیر روی محیط زیست	در تولید کاغذ آب به مقدار زیاد و برخی مواد شیمیایی مضر برای محیط زیست مصرف می‌شود.	در پالایش نفت خام و واکنش پلیمری شدن انرژی زیادی مصرف می‌شود.
مصرف	تأثیر حمل و نقل ماده خام روی محیط زیست	سبب آلودگی هوا می‌شود.	سبب آلودگی هوا می‌شود.
دفع	دفن کردن	تجزیه می‌شود اما گاز متان تولید می‌کند که آلاینده هوا است.	تجزیه نمی‌شود و در زمین برای سالیان طولانی باقی می‌ماند.
	سوزاندن زباله	سبب انتشار گازهای گلخانه‌ای و آلودگی هوا می‌شود.	سبب انتشار گازهای گلخانه‌ای و آلودگی هوا می‌شود.
	بازیافت	حمل و نقل پسماندهای کاغذی سبب آلودگی هوا می‌شود.	حمل و نقل پسماندهای پلاستیکی و ذوب کردن آن‌ها انرژی مصرف می‌کند و سبب آلودگی هوا می‌شود.

ارزیابی چرخه عمر

ارزیابی چرخه عمر اصطلاحی است که برای ارزیابی یک فراورده بر روی محیط زیست در مدت طول عمر آن به کار می‌رود. این ارزیابی شامل ۴ مرحله مهم می‌شود که در نمودار زیر نشان داده شده است. در این نمودار، مواردی که در هر مرحله بررسی می‌شود را نیز آورده‌ایم:



موارد (الف) و (ب) مربوط به چرخه عمر یک کیسه پلاستیکی و موارد (الف) و (د) مربوط به چرخه عمر پاکت کاغذ است.

بررسی موارد:

- (الف) حمل و نقل ماده خام کیسه پلاستیکی و پاکت کاغذی باعث آلودگی هوا می‌شود.
- (پ) در تهیه و تولید ماده خام کیسه پلاستیکی، انرژی زیادی مصرف می‌شود.
- (ج) در مرحله دفع پاکت کاغذی، پس دفن کردن آن تجزیه می‌شود و گاز متان آزاد می‌کند.
- (د) در تولید پاکت کاغذی، برخی مواد شیمیایی مضر برای محیط زیست مصرف می‌شود.

