



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



تسلط بر نیم سال اول



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۱۳ آذرماه ۱۴۰۴

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۵۵ دقیقه	۳۰ سؤال ۵۵ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات
(آشنایی با منطق ریاضی،
جبر مجموعه ها
تا ابتدای قوانین دموورگان)
صفحه های ۱ تا ۲۷

سهم در کنکور: ۲ سؤال

هندسه ۲

دایره
(مفاهیم اولیه و زاویه ها در دایره،
رابطه های طولی در دایره،
چند ضلعی های محاطی و محیطی تا
ابتدای چهارضلعی های محاطی و محیطی)
صفحه های ۹ تا ۲۶

سهم در کنکور: ۲ سؤال

حسابان ۱

جبر و معادله (کل فصل ۱)
تابع
(آشنایی بیشتر با تابع)
صفحه های ۱ تا ۴۳

سهم در کنکور: ۲ سؤال

شیمی ۲

قدر هدایای زمینی را بدانیم
(از ابتدای فصل
تا انتهای نام گذاری آلکان ها)
صفحه های ۱ تا ۴۰

سهم در کنکور: ۴ سؤال

فیزیک ۲

الکتریسیته ساکن
(تا پایان فصل اول)
صفحه های ۱ تا ۴۴

سهم در کنکور: ۳ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در نیم سال اول ۱۴۰۴

۸ آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید برای تسلط کامل بر مباحث نیم سال اول / شروع حرکت و یادگیری استفاده از ماشین پیشرفت ماز

۱- **شروع مسیر؛ آرامش و هماهنگی:** سه مرحله آزمون پوششی؛ فرصت برای شروع حرکت با ماشین پیشرفت ماز
(تکرار مباحث آزمون های قبل و فرصت برای شروع مسیر پیشرفت)

۲- **چالش استمرار؛ پیگیری و استقامت:** سه مرحله آزمون برای آمادگی امتحانات و تکمیل یادگیری نیم سال اول
(زمان تسلط کامل بر نیم سال اول)

۳- **جمع بندی پایان نیم سال اول:** دو مرحله آزمون جمع بندی بعد از امتحانات ترم اول و تکمیل یادگیری نیم سال اول + مرور و جمع بندی
(ایستگاه جمع بندی و جبران)



۱- تابع $f(x) = \sqrt{-x^3}$ با کدام تابع زیر برابر است؟

(۱) $g(x) = x\sqrt{-x}$ (۲) $g(x) = -x\sqrt{x}$ (۳) $g(x) = x\sqrt{x}$ (۴) $g(x) = -x\sqrt{-x}$

۲- کدام یک از جملات زیر درست است؟

- (۱) اگر دامنه و برد دو تابع برابر باشد، آن گاه دو تابع با هم برابرند.
 (۲) هم دامنه و برد تابع با هم برابرند.
 (۳) بی شمار تابع وجود دارد که دامنه آن $[0, 3]$ و هم دامنه آن $[-1, 1]$ باشد.
 (۴) در هر تابع دامنه تعریف تابع زیرمجموعه برد تابع است.

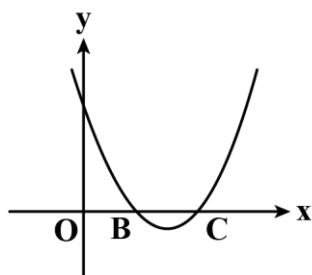
۳- توابع $f(x) = 1 + \frac{a}{x+b}$ و $g(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + c}$ برابرند. مقدار $f(a)$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴- از مجموعه $A = \{a, b, c\}$ به مجموعه $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ چند تابع می توان نوشت به طوری که $f(a) < 4$ و $f(b) > 3$ باشد؟

(۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۰ (۴) ۳۶

۵- در شکل مقابل، نمودار سهمی $y = x^2 - (m+1)x + m$ داده شده است. اگر نقطه B وسط OC باشد، مقدار m کدام است؟



- (۱) ۴ یا $\frac{1}{3}$
 (۲) ۳ یا ۱
 (۳) ۲ یا $\frac{1}{2}$
 (۴) ۱ یا ۲

محل انجام محاسبات

۶- در یک دنباله حسابی، مجموع هفت جمله اول، ۶۳ و مجموع ده جمله اول آن ۱۲۰ است. جمله چهارم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۷- در یک دنباله هندسی، با جمله عمومی a_n ، جمله اول برابر ۴ و $a_m = ۶۴$ است. اگر مجموع m جمله اول آن برابر ۴۴ باشد، مجموع ۱۰ جمله اول آن کدام است؟

- (۱) -۱۳۶۰ (۲) -۱۳۶۴ (۳) -۱۳۶۸ (۴) -۱۳۷۲

۸- اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله $x^2 - 2x - 4 = 0$ باشند، ریشه های کدام معادله به صورت $(x_1^2 - 3x_1 - 1)$ و $(x_2^2 - 3x_2 - 1)$ می باشند؟

- (۱) $x^2 - 4x - 1 = 0$ (۲) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (۳) $x^2 + 4x - 1 = 0$ (۴) $x^2 + 4x + 1 = 0$

۹- اگر حاصل ضرب ریشه های معادله $x^2 - mx + m + 4 = 0$ با سه برابر واسطه حسابی آن ها برابر باشد، مجموع مربعات ریشه ها کدام است؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۶۰ (۳) ۴۰ (۴) ۲۰

۱۰- منحنی به معادله $y = (2-m)x^2 + (m+1)x - m + 2$ از نواحی اول و دوم عبور نمی کند. کم ترین مقدار m کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

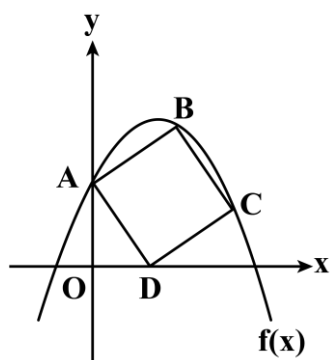
۱۱- اگر معادله $|x-1| + k = -2x^2 + 4x + 3$ فقط یک ریشه حقیقی داشته باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۵

محل انجام محاسبات



۱۲- در شکل مقابل، سهمی $y=f(x)$ و مربع $ABCD$ رسم شده است. اگر $A(0,2)$ و $D(1,0)$ باشند، مقدار $f(-1)$ کدام است؟



- (۱) -۱
- (۲) -۲
- (۳) ۱
- (۴) ۲

۱۳- تابع f با ضابطه $f(x)=2x^2+(m-1)x+(m-3)$ را در نظر بگیرید. صفرهای این تابع و نقطه برخورد نمودار با محور عرض‌ها، رأس‌های یک مثلث می‌باشند. اگر مساحت این مثلث برابر ۳ باشد، مجموع مقادیر قابل قبول برای m کدام است؟

- (۱) ۶
- (۲) ۷
- (۳) ۸
- (۴) ۹

۱۴- معادله $\frac{2x+m}{x-1}=mx+1$ فاقد جواب حقیقی است. اگر مجموعه جواب قابل قبول برای m به صورت (a,b) باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{6}{5}$
- (۲) $-\frac{6}{5}$
- (۳) $\frac{4}{5}$
- (۴) $-\frac{4}{5}$

۱۵- اگر $x^2 < -x$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $A = \left| \frac{1}{x} + |x| \right| + \left| \frac{x}{|x|} (1-x) \right|$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{x} - 1$
- (۲) $1 - \frac{1}{x}$
- (۳) $1 + \frac{1}{x}$
- (۴) $-\frac{1}{x} - 1$

محل انجام محاسبات

۱۶- دایره‌ای با کم‌ترین شعاع و گذرنده از نقاط $A(-2, 8)$ و $B(6, 4)$ بر خط $3x - 4y = m$ مماس است. مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

- (۱) -۱۸ (۲) -۲۴ (۳) -۳۶ (۴) -۴۸

۱۷- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 + x - 1 = 0$ باشد، حاصل $x_2\sqrt{2+x_1} - x_1\sqrt{2+x_2}$ کدام است؟ $(x_2 > x_1)$

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) -۳

۱۸- اگر $x = \alpha$ ریشه معادله $\frac{4}{x-2} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{2}}$ باشد، حاصل $\sqrt{2\alpha - 4}$ کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $3\sqrt{3}$

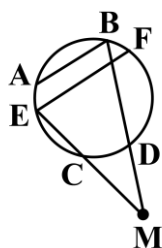
۱۹- مساحت ناحیه محدود به نمودار دو تابع $y_1 = x + 5$ و $y_2 = |x + 1| + |x - 3|$ کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴) ۱۲

۲۰- اگر $A(3, 1)$ ، $B(2, 4)$ و $C(0, 3)$ سه رأس مثلث باشند، ارتفاع AH ، نیمساز ناحیه دوم و چهارم را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) ۵ (۲) -۷ (۳) ۷ (۴) -۵

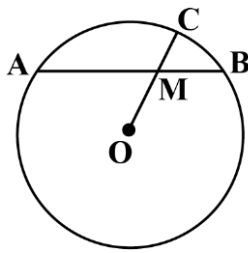
۲۱- در دایره $C(O, 18)$ وترهای AB و EF موازی هستند. اگر $\widehat{AE} = 15^\circ$ ، $\widehat{EC} = 80^\circ$ ، $\widehat{FD} = 100^\circ$ و $\widehat{BME} = 20^\circ$ باشد، آن‌گاه طول کمان مقابل زاویه $\widehat{ABD}$ چند برابر π است؟



- (۱) ۱۵
(۲) ۱۵ / ۲۵
(۳) ۱۵ / ۵
(۴) ۱۵ / ۷۵

محل انجام محاسبات

۲۲- در دایره مقابل به مرکز O ، اگر $MA=5$ ، $MC=2$ و $OM=MB$ باشد، آن گاه مساحت دایره چقدر است؟



(۱) 16π

(۲) 32π

(۳) 36π

(۴) 10π

۲۳- چه تعداد از گزاره های زیر همواره درست هستند؟

- (الف) مرکز دایره محاطی یک چندضلعی محیطی، نقطه تلاقی عمودمنصف های اضلاع آن است.
 (ب) یک چندضلعی محیطی است اگر و فقط اگر همه نیمسازهای زاویه های داخلی آن در یک نقطه هم رس باشند.
 (ج) در صفحه یک مثلث، چهار نقطه وجود دارد به طوری که از اضلاع یا امتداد اضلاع آن به یک فاصله هستند.
 (د) مثلث با طول اضلاع ۳، ۴ و ۵ می تواند محاطی باشد ولی محیطی نیست.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۲۴- تفاضل طول شعاع کوچک ترین دایره محاطی مثلث با اضلاع ۹، ۴۰ و ۴۱ از طول شعاع بزرگ ترین دایره محاطی آن چقدر است؟

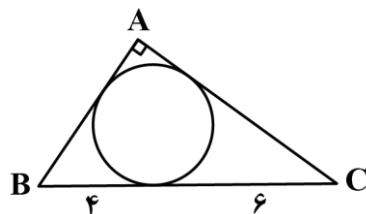
(۴) ۲۵

(۳) ۴۱

(۲) ۹

(۱) ۴۰

۲۵- مساحت دایره محاطی داخلی مثلث قائم الزاویه شکل مقابل برابر کدام است؟



(۱) 4π

(۲) 9π

(۳) 12π

(۴) 16π

محل انجام محاسبات

۲۶- اگر مجموعه $S = \{1, 2, \dots, 7, 8\}$ مجموعه مرجع باشد، چند مجموعه مانند X می توان از S در نظر گرفت به طوری که $\{1, 2, 3, 4, 5\} \cap X = \{1, 2\}$ باشد؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۲۷- برای سه مجموعه $A = \{1\}$ ، $B = \{1, \{1\}, 2\}$ و $C = \{\{1, 2\}, \{2\}, 1\}$ ، کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱) $A \in B, A \in C$ (۲) $A \in C, A \subseteq B$
(۳) $A \subseteq C, B \subseteq C$ (۴) $A \subseteq B, B \not\subseteq C$

۲۸- هم ارز گزاره $\sim p \Rightarrow [\sim (q \Rightarrow p) \vee q]$ کدام است؟

- (۱) $\sim p \Rightarrow \sim q$ (۲) $p \Rightarrow q$ (۳) $p \wedge q$ (۴) $\sim q \Rightarrow p$

۲۹- اگر x و y دو عدد حقیقی باشند، آنگاه کدام یک از گزاره های سوری زیر درست است؟ ($x, y \in \mathbb{R}$)

- (۱) $\forall x, \exists y; x + y = 5$ (۲) $\exists x, \forall y; x + y = 5$
(۳) $\forall x, \exists y; x^2 + y^2 = 5$ (۴) $\exists x, \forall y; x^2 - y^2 = 5$

۳۰- ساده شده عبارت $(A' \cup (A' \cap B')) - (B \cap (A' - B'))$ با کدام گزینه برابر است؟

- (۱) $A \cup B$ (۲) $A' - B'$ (۳) $B' - A'$ (۴) $A' \cap B'$

محل انجام محاسبات





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز پایه یازدهم



تسلط بر نیم سال اول



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۲

پنجشنبه ۱۳ آذرماه ۱۴۰۴

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	فیزیک	۲۰	۳۱	۵۰	۲۵ دقیقه	۴۰ سؤال
۲	شیمی	۲۰	۵۱	۷۰	۲۰ دقیقه	۴۵ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات
(آشنایی با منطق ریاضی،
جبر مجموعه ها
تا ابتدای قوانین دموورگان)
صفحه های ۱ تا ۲۷

سهم در کنکور: ۲ سؤال

هندسه ۲

دایره
(مفاهیم اولیه و زاویه ها در دایره،
رابطه های طولی در دایره،
چند ضلعی های محاطی و محیطی تا
ابتدای چهارضلعی های محاطی و محیطی)
صفحه های ۹ تا ۲۶

سهم در کنکور: ۲ سؤال

حسابان ۱

جبر و معادله (کل فصل ۱)
تابع
(آشنایی بیشتر با تابع)
صفحه های ۱ تا ۴۳

سهم در کنکور: ۲ سؤال

شیمی ۲

قدر هدایای زمینی را بدانیم
(از ابتدای فصل
تا انتهای نام گذاری آلکان ها)
صفحه های ۱ تا ۴۰

سهم در کنکور: ۴ سؤال

فیزیک ۲

الکتریسیته ساکن
(تا پایان فصل اول)
صفحه های ۱ تا ۴۴

سهم در کنکور: ۳ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در نیم سال اول ۱۴۰۴

۸ آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید برای تسلط کامل بر مباحث نیم سال اول / شروع حرکت و یادگیری استفاده از ماشین پیشرفت ماز

۱- **شروع مسیر؛ آرامش و هماهنگی:** سه مرحله آزمون پوششی؛ فرصت برای شروع حرکت با ماشین پیشرفت ماز
(تکرار مباحث آزمون های قبل و فرصت برای شروع مسیر پیشرفت)

۲- **چالش استمرار؛ پیگیری و استقامت:** سه مرحله آزمون برای آمادگی امتحانات و تکمیل یادگیری نیم سال اول
(زمان تسلط کامل بر نیم سال اول)

۳- **جمع بندی پایان نیم سال اول:** دو مرحله آزمون جمع بندی بعد از امتحانات ترم اول و تکمیل یادگیری نیم سال اول + مرور و جمع بندی
(ایستگاه جمع بندی و جبران)



۳۱- جسمی دارای بار اولیه مثبت است. اگر به تعداد 3×10^{14} الکترون به آن بدهیم، اندازه بار الکتریکی جسم دو برابر می‌شود. بار اولیه جسم چند میکروکولن است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{C}$)

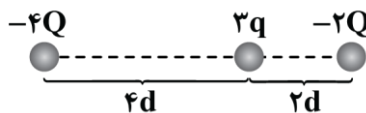
- (۱) ۴۸ (۲) ۲۴ (۳) ۱۶ (۴) ۸

۳۲- در شکل زیر، دو گوی مشابه به جرم $3/6 \text{g}$ و بار یکسان و مثبت q در داخل استوانه عایقی در فاصله 1cm از هم قرار دارند و گوی بالایی به حالت معلق مانده است. بار هر گوی چند نانوکولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ ، $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$) و اصطکاک ناچیز و گوی‌ها بسیار کوچک فرض می‌شوند.



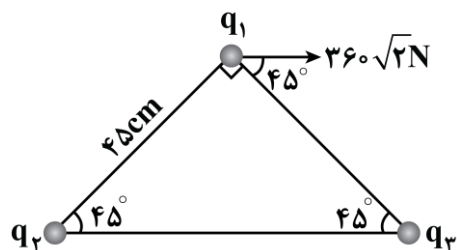
- (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴) ۸۰

۳۳- اگر اندازه نیرویی که بار نقطه‌ای Q در فاصله d بر بار نقطه‌ای q وارد می‌کند، برابر F باشد، در شکل زیر، نیروی خالص وارد بر بار q از طرف دو بار دیگر چند F و در چه جهتی است؟ ($Q, q > 0$)



- (۱) $\frac{3}{4}F$ به سمت راست (۲) $\frac{3}{4}F$ به سمت چپ (۳) $\frac{3}{4}F$ به سمت راست (۴) $\frac{3}{4}F$ به سمت چپ

۳۴- در شکل زیر، سه بار نقطه‌ای با اندازه بار الکتریکی یکسان، در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای قرار دارند و نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 که در رأس مثلث قرار دارد، مطابق شکل است. کدام گزینه درست است؟



$$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$

- (۱) $|q_2| = 90 \mu\text{C}$ و q_3 هم‌نام‌اند.
 (۲) $|q_2| = 90 \mu\text{C}$ و q_3 ناهم‌نام‌اند.
 (۳) $|q_2| = 45 \mu\text{C}$ و q_3 هم‌نام‌اند.
 (۴) $|q_2| = 45 \mu\text{C}$ و q_3 ناهم‌نام‌اند.

محل انجام محاسبات

۳۵- دو ذره A و B با بارهای الکتریکی $q_A = q$ و $q_B = -3q$ در فاصله معینی از هم قرار دارند و ذره B نیروی $\vec{F}_{BA} = (7/2N)\vec{i} - (9/6N)\vec{j}$ را به ذره A وارد می‌کند. اگر تعدادی الکترون از ذره B به ذره A منتقل کنیم تا بار الکتریکی ذره B برابر $+2q$ شود، در همان فاصله، بردار نیروی الکتریکی‌ای که ذره A به ذره B وارد می‌کند برابر با کدام گزینه می‌شود؟

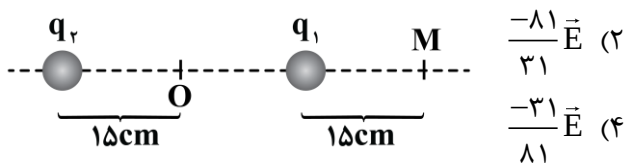
$$(-1/2N)\vec{i} + (1/6N)\vec{j} \quad (2)$$

$$(-19/2N)\vec{i} + (25/6N)\vec{j} \quad (1)$$

$$(19/2N)\vec{i} - (25/6N)\vec{j} \quad (4)$$

$$(1/2N)\vec{i} - (1/6N)\vec{j} \quad (3)$$

۳۶- مطابق شکل زیر، دو ذره باردار با بارهای $q_1 = 1\mu C$ و $q_2 = -8\mu C$ در فاصله ۳۰ سانتی‌متری از هم ثابت شده‌اند و میدان الکتریکی خالص ناشی از دو ذره در نقطه O برابر با $\vec{E}$ است. اگر ۵۰ درصد از بار q_2 را برداشته و به بار q_1 اضافه کنیم، میدان الکتریکی خالص در نقطه M برابر با کدام گزینه می‌شود؟



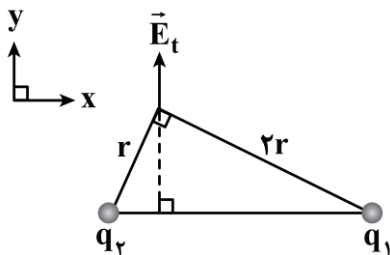
$$\frac{-81}{31}\vec{E} \quad (2)$$

$$\frac{81}{31}\vec{E} \quad (1)$$

$$\frac{-31}{81}\vec{E} \quad (4)$$

$$\frac{31}{81}\vec{E} \quad (3)$$

۳۷- مطابق شکل، دو ذره باردار q_1 و q_2 در دو رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند و میدان الکتریکی خالص ناشی از این دو ذره در رأس قائم، عمود بر وتر و در جهت محور y است. اگر به تعداد $2/5 \times 10^{13}$ الکترون از بار q_1 برداشته و به بار q_2 انتقال دهیم، میدان الکتریکی برآیند در رأس قائم، موازی با وتر و در راستای محور x می‌شود. مقدار q_2 چند میکروکولن بوده است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)



$$1/6 \quad (1)$$

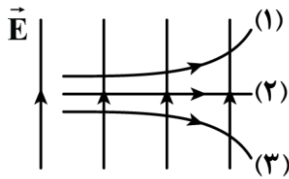
$$2/8 \quad (2)$$

$$6/4 \quad (3)$$

$$8/4 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

۳۸- مطابق شکل زیر، در شرایط خلأ، میدان الکتریکی یکنواختی رو به بالا برقرار شده است. اگر یک الکترون به طور افقی در این ناحیه پرتاب شود، کدام یک از مسیرهای زیر را می تواند طی کند؟ (فقط نیروی الکتریکی به الکترون وارد می شود).



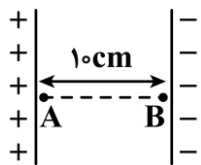
(۱) مسیر (۱)

(۲) مسیر (۲)

(۳) مسیر (۳)

(۴) ممکن است هر یک از مسیرها را طی کند.

۳۹- در شکل زیر، بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه باردار، $\frac{N}{C}$ ۲۰۰۰ است. اگر ذره بارداری با بار $-1/6 \times 10^{-19} C$ و جرم $6/4 \times 10^{-31} kg$ از نقطه A، با سرعت v به سمت راست پرتاب شود، سرانجام در نقطه B متوقف می شود. اندازه v چند $\frac{m}{s}$ است؟ (از اثر نیروی گرانشی بر روی ذره صرف نظر شود).

(۲) 2×10^7 (۱) 10^6 (۴) 5×10^6 (۳) 10^7

۴۰- بار الکتریکی $q = -5 \mu C$ از نقطه ای با پتانسیل الکتریکی $V_1 = 15V$ تا نقطه ای با پتانسیل الکتریکی $V_2 = 5V$ جابه جا می شود. انرژی پتانسیل الکتریکی بار q در این جابه جایی چند ژول و چگونه تغییر کرده است؟

(۱) 5×10^{-6} ، کاهش (۲) 5×10^{-5} ، کاهش (۳) 5×10^{-6} ، افزایش (۴) 5×10^{-5} ، افزایش

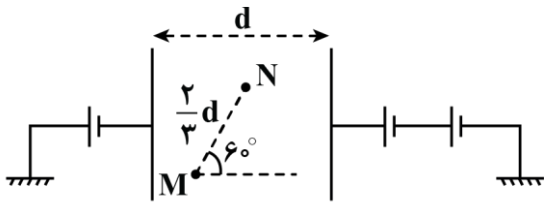
۴۱- دو صفحه رسانا با فاصله $4cm$ را موازی یکدیگر قرار می دهیم و آن ها را به اختلاف پتانسیل الکتریکی $120V$ وصل می کنیم تا یکی از صفحه ها به طور منفی و دیگری به طور مثبت باردار شوند. به ترتیب از راست به چپ، اندازه میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه چند واحد SI است و کدام صفحه پتانسیل الکتریکی بیش تری دارد؟

(۱) 30 ، صفحه با بار مثبت (۲) 30 ، صفحه با بار منفی

(۳) 3000 ، صفحه با بار مثبت (۴) 3000 ، صفحه با بار منفی

محل انجام محاسبات

- ۴۲- سه باتری ۱۲ ولتی را مطابق شکل، توسط سیم‌های رسانایی به دو صفحه رسانای موازی و هم‌اندازه وصل کرده‌ایم. اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه M و N چند ولت است؟



۱ (۱)

۴ (۲)

۸ (۳)

۱۲ (۴)

- ۴۳- میدان الکتریکی در نزدیکی سطح زمین حدود $130 \frac{V}{m}$ در راستای قائم و رو به پایین است. اندازه اختلاف پتانسیل الکتریکی در بالا و پایین یک میله قائم چوبی به ارتفاع ۱۸۰ سانتی‌متر چند ولت است؟

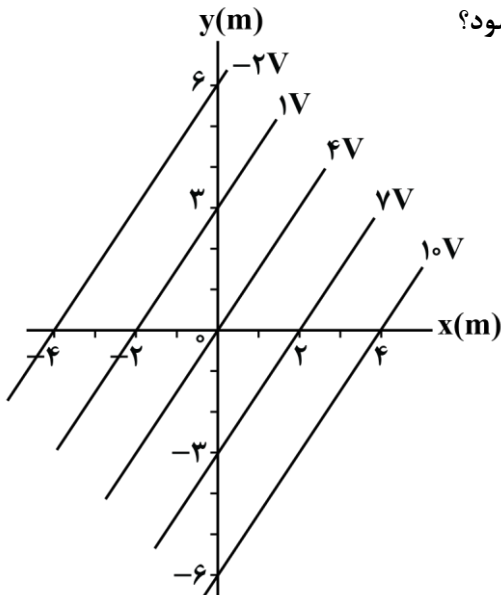
۲۳۴ (۴)

۲۲۴ (۳)

۱۱۷ (۲)

صفر (۱)

- ۴۴- نمودار زیر، سطوح هم‌پتانسیل را به حالت دوبعدی در صفحه xy نشان می‌دهد که مقدار پتانسیل الکتریکی هریک از صفحات مشخص شده است. اگر ذره‌ای با بار الکتریکی $-4\mu C$ را از نقطه $A(3m, 0)$ به نقطه $B(-2m, 1/5m)$ جابه‌جا کنیم، کار میدان الکتریکی در این جابه‌جایی چند ژول می‌شود؟

۳/۶ × ۱۰^{-۵} (۱)۱/۸ × ۱۰^{-۵} (۲)-۱/۸ × ۱۰^{-۵} (۳)-۳/۶ × ۱۰^{-۵} (۴)

- ۴۵- یک جسم فلزی دوکی شکل، روی پایه عایقی قرار دارد. میله رسانای بارداری را با آن تماس داده و دور می‌کنیم. بار الکتریکی به‌طور در سطح خارجی جسم دوکی شکل پخش می‌شود و پتانسیل الکتریکی قسمت نوک تیز آن پتانسیل الکتریکی قسمت پهن آن است.

- (۱) یکنواخت - بیش‌تر از (۲) یکنواخت - برابر با (۳) غیریکنواخت - بیش‌تر از (۴) غیریکنواخت - برابر با

- ۴۶- چه تعداد از موارد زیر از کاربردهای خازن است؟

- الف - میکروفون خازنی ب - صفحه کلید رایانه ج - حسگر کیسه هوا د - دستگاه دفیبریلاتور

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

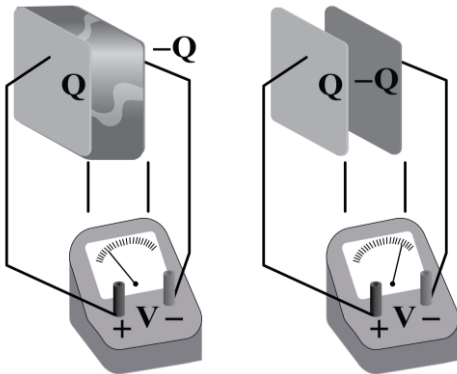
۱ (۱)

محل انجام محاسبات

۴۷- صفحه‌های یک خازن تخت ۳ میکروفارادی را ابتدا به پایانه‌های یک باتری با اختلاف پتانسیل ۱۲ ولت وصل می‌کنیم و پس از شارژ کامل به باتری دیگری با اختلاف پتانسیل ۳۶ ولت وصل می‌کنیم. بار الکتریکی خازن چند میکروکولن تغییر می‌کند؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۷۲ (۳) ۱۰۸ (۴) ۱۴۴

۴۸- در شکل زیر، صفحه‌های باردار یک خازن تخت را که بین آن‌ها هوا است، به ولت‌سنج وصل می‌کنیم. با وارد کردن دی‌الکتریک در بین صفحه‌ها، کدام یک از گزینه‌های زیر، توضیح مناسب‌تری برای تغییر اختلاف پتانسیل دو صفحه می‌باشد؟



- (۱) اختلاف پتانسیل صفحه‌ها ثابت می‌ماند؛ زیرا دو سر خازن به ولت‌سنج وصل است.
 (۲) اختلاف پتانسیل صفحه‌ها افزایش می‌یابد؛ زیرا با قراردادن دی‌الکتریک بین صفحات خازن، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد.
 (۳) اختلاف پتانسیل صفحه‌ها کاهش می‌یابد؛ زیرا با قراردادن دی‌الکتریک بین صفحات خازن، ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.
 (۴) اختلاف پتانسیل صفحه‌ها کاهش می‌یابد؛ زیرا با ثابت ماندن بار خازن، ظرفیت خازن افزایش یافته است.

۴۹- مدار یک فلاش عکاسی، انرژی را با ولتاژ ۳۰۰V، در یک خازن ذخیره می‌کند. اگر همه انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن در مدت ۱ms آزاد شود و توان متوسط خروجی فلاش ۲۷kW باشد، ظرفیت این خازن چند میکروفاراد است؟

- (۱) ۳۰۰ (۲) ۶۰۰ (۳) ۹۰۰ (۴) ۱۲۰۰

۵۰- دو کره فلزی A و B با شعاع‌های $r_A = 2r_B$ و r_B و بارهای الکتریکی $q_A = 2q_B$ و q_B در اختیار داریم. چگالی سطحی بار کره A چند برابر چگالی سطحی بار کره B است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۵۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) ترکیباتی با فرمول شیمیایی « C_xH_y » بخش عمده سازنده نفت خام هستند.
- (۲) در نفت خام، موادی که در ساختار خود پیوندهای دوگانه یا سه گانه دارند، دیده می شوند.
- (۳) بیش از ده درصد نفت خام مصرفی در دنیا برای تهیه بسیاری از کالاها مانند رنگ و پلاستیک به کار می رود.
- (۴) اتمی با آرایش الکترون نقطه ای $\cdot \dot{X} \cdot$ می تواند با پیوندهای یگانه، دوگانه و یا سه گانه به سایر اتم ها متصل گردد.

۵۲- کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

- (۱) در دوره سوم جدول تناوبی، سه عنصر دارای توانایی عبور جریان برق وجود دارد.
 - (۲) با افزایش شعاع اتمی در عناصر گروه دوم جدول دوره ای، استخراج فلز دشوارتر می شود.
 - (۳) شعاع اتمی تنها نافلز مایع در دمای اتاق از شعاع اتمی هالوژن جامد، بزرگ تر خواهد بود.
 - (۴) در یک دوره جدول تناوبی با افزایش نیروی جاذبه هسته بر الکترون ها، خاصیت فلزی افزایش می یابد.
- ۵۳- اگر تفاوت درصد جرمی کربن و هیدروژن در هیدروکربنی با ۹ کربن، ۸۰ درصد باشد، در ساختار این هیدروکربن چند اتم هیدروژن وجود دارد؟ ($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

(۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰

۵۴- کدام گزینه درست است؟

- (۱) آخرین فلز دسته d که در دوره چهارم قرار دارد برخلاف فلز سدیم، بیشتر از یک نوع کاتیون می تواند تشکیل دهد.
- (۲) علت استفاده از طلا در ساخت لباس های فضانوردی، ثابت ماندن رسانایی الکتریکی این عنصر در شرایط دمایی گوناگون است.
- (۳) فلزی که در بین صنایع گوناگون بیشترین مصرف سالانه را دارد، در اکسیدهای طبیعی خود به دو صورت « X^+ » و « X^{2+} » دیده می شود.
- (۴) نخستین فلز واسطه در جدول تناوبی که با از دست دادن الکترون می تواند به آرایش گاز نجیب برسد، در ساخت تلویزیون رنگی کاربرد دارد.

۵۵- درصد جرمی کربن در آلکانی برابر ۸۴ درصد است. در ساختار این ترکیب، چند پیوند اشتراکی وجود دارد؟

($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

(۱) ۱۶ (۲) ۱۹ (۳) ۲۲ (۴) ۲۵

۵۶- کدام موارد درباره ساده ترین آلکان دارای شاخه فرعی اتیل « A » و ساده ترین آلکان دارای دو شاخه فرعی متیل « B » درست هستند؟ ($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

- | | |
|------------------------------------|--|
| الف - نقطه جوش: $B < A$ | ب - گشتاور دو قطبی: $B < A$ |
| ج - درصد جرمی اتم هیدروژن: $B < A$ | د - اندازه قطره ها در حالت مایع: $B < A$ |
| (۱) «الف» و «ج» | (۲) «الف» و «د» |
| (۳) «ب» و «ج» | (۴) «ب» و «د» |

محل انجام محاسبات



۵۷- اگر تأمین ماده اولیه و خام یک فراورده باشد، آهنگ آن ماده خام نسبت به آهنگ آن بیشتر است.

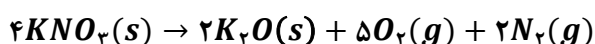
(۱) ناپایدار - مصرف - بازگشت به طبیعت

(۲) پایدار - مصرف - بازگشت به طبیعت

(۳) ناپایدار - بازگشت به طبیعت - بازیافت

(۴) پایدار - بازگشت به طبیعت - بازیافت

۵۸- مقداری پتاسیم نیترات ناخالص طبق معادله زیر تجزیه شده و $\frac{3}{5}$ مول گاز تولید می‌کند. اگر جرم ناخالصی در این نمونه برابر با ۴۸ گرم باشد، درصد خلوص این نمونه چقدر بوده است؟ ($N = 14, O = 16, K = 39: g.mol^{-1}$)



(۴) ۹۱/۴

(۳) ۸۹/۷

(۲) ۸۰/۸

(۱) ۷۹/۲

۵۹- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) گریس نسبت به وازلین دارای فرآریت بیشتری است.

(۲) بوتان، آلکانی است که در دمای اتاق به حالت گاز وجود دارد.

(۳) نام‌گذاری یک آلکان به صورت «۳-اتیل-۴-متیل هگزان» طبق قواعد آیوپاک، صحیح است.

(۴) به علت آن که آلکان‌ها تمایل چندانی به انجام واکنش‌های شیمیایی ندارند، برای حفاظت از فلزها استفاده می‌شوند.

۶۰- کدام یک از مطالب زیر در مورد عنصر اصلی استخوان‌بندی هیدروکربن‌ها نادرست است؟

(۱) الکترون‌های لایه ظرفیت این عنصر در دو زیرلایه متفاوت قرار دارند.

(۲) در آرایش الکترونی آن همه زیرلایه‌های اشغال شده دو الکترونی هستند.

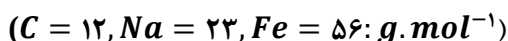
(۳) بیش از نیمی از ترکیبات شناخته شده تا به امروز حاوی این عنصر در فرمول شیمیایی خود هستند.

(۴) به جز در یک یون چند اتمی، در ترکیبات دیگر بر روی این عنصر جفت الکترون ناپیوندی قرار نمی‌گیرد.

۶۱- برای استخراج ۲۸۰ گرم آهن از واکنش موازنه نشده $Fe_2O_3(s) + C(s) \rightarrow Fe(s) + CO(g)$ با بازده ۶۰ درصد،

چند گرم کربن لازم است و مطابق معادله موازنه نشده $Fe_2O_3(s) + Na(s) \rightarrow Na_2O(s) + Fe(s)$ با بازده ۱۰۰ درصد،

درصد، اگر به جای کربن از سدیم استفاده کنیم، چند گرم سدیم برای تولید همین مقدار آهن نیاز است؟



(۴) ۶۹۰ - ۲۷۰

(۳) ۶۹۰ - ۷۵

(۲) ۳۴۵ - ۲۷۰

(۱) ۳۴۵ - ۷۵

۶۲- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) همه مواد طبیعی و مصنوعی از کره زمین به دست می‌آیند.

(۲) رشد و گسترش تمدن بشری در گرو کشف و شناخت مواد جدید است.

(۳) مقایسه میزان تولید و مصرف نسبی برخی مواد در جهان به صورت «مواد معدنی < سوخت‌های فسیلی > فلزها» است.

(۴) به دلیل بیشتر بودن سرعت مصرف مواد نسبت به سرعت بازگشت این مواد به طبیعت، جرم کل مواد در کره زمین در

حال کاهش است.

محل انجام محاسبات



۶۳- در یک شرایط مشخص، بازده درصدی واکنش سوختن کامل متان ۸۰ درصد است و باقی متان نیز به صورت ناقص می‌سوزد. در این شرایط برای سوختن هر گرم متان به چند گرم گاز اکسیژن نیاز است؟

($H = 1, C = 12, O = 16: g.mol^{-1}$)

(۴) ۴

(۳) ۳/۲

(۲) ۳/۸

(۱) ۳/۶

۶۴- کدام مورد درباره عناصر مطرح شده نادرست است؟

A: عنصری دارای فعالیت شیمیایی که در دوره سوم جدول دوره‌ای قرار دارد و در دمای اتاق به حالت گازی موجود است.

B: عنصری موجود در دوره چهارم جدول دوره‌ای که دارای ۴ الکترون در لایه ظرفیت خود است و در اثر ضربه خرد می‌شود.

(۱) عنصر B همانند عنصری که بیشترین خاصیت نافلزی را در بین عناصر گروه ۱۴ دارد، رسانایی الکتریکی دارد.

(۲) عنصر A در گروهی قرار دارد که عناصر آن می‌توانند در تولید لامپ چراغ‌های جلوی خودروها استفاده شوند.

(۳) عناصر A و B از نظر تمایل به اشتراک گذاشتن الکترون در واکنش‌ها مشابه یکدیگرند.

(۴) مقایسه شعاع اتمی سه عنصر A، B و سیلیسیم به صورت $B > A > Si$ است.

۶۵- یونی از آهن (Fe^{n+}) که در تشکیل ترکیب موجود در سنگ معدن آن دخالت دارد، با مقداری یون هیدروکسید

مطابق معادله موازنه‌نشده $Fe^{n+}(aq) + (OH)^-(aq) \rightarrow Fe(OH)_n(s)$ به طور کامل واکنش می‌دهد. اگر طی

این واکنش ۹۶/۳ گرم رسوب تشکیل شود، چند گرم یون هیدروکسید طی این واکنش مصرف شده است؟

($H = 1, O = 16, Fe = 56: g.mol^{-1}$)

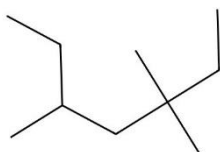
(۴) ۴۱/۱۴

(۳) ۳۶/۳۸

(۲) ۴۵/۹

(۱) ۵۴/۴

۶۶- نام ترکیب مقابل بر اساس قواعد آیوپاک بوده و نسبت تعداد گروه‌های CH_3 به CH_2 در این ترکیب برابر است.



(۱) ۵،۳،۳-تری متیل هپتان - ۱/۶۷

(۲) ۵،۵،۳-تری متیل هپتان - ۱/۶۷

(۳) ۵،۳،۳-تری متیل هپتان - ۲/۵

(۴) ۵،۵،۳-تری متیل هپتان - ۲/۵

۶۷- کدام مورد درباره هالوژنی که در دمای اتاق به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد، نادرست است؟

(۱) در آرایش الکترونی خود، دارای ۱۱ الکترون با $l = 1$ است.

(۲) در صورت واکنش با فلز قلیایی هم دوره خود، نوری زرد رنگ تولید می‌کند.

(۳) نسبت به هالوژنی که در دمای اتاق به حالت مایع وجود دارد، سخت‌تر الکترون می‌گیرد.

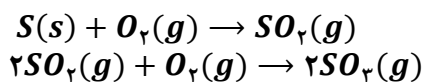
(۴) بدون در نظر گرفتن آرگون، کمترین اختلاف شعاع اتمی بین دو عنصر متوالی در دوره سوم، بین آن و عنصری از گروه ۱۶ است.

محل انجام محاسبات

۶۸- اگر حجم گاز کربن دی اکسید تولید شده از سوختن ۹۰ گرم از یک آلکان، در شرایط استاندارد ۱۴۰ لیتر باشد، نام این آلکان کدام یک از گزینه های زیر می تواند باشد؟ ($H = 1, C = 12: g.mol^{-1}$)

(۱) بوتان (۲) پنتان (۳) هگزان (۴) هپتان

۶۹- ۵ مول گوگرد طی دو واکنش متوالی زیر می سوزد. اگر در پایان واکنش ها ۱ مول SO_2 و ۳ مول SO_3 در ظرف وجود داشته باشد، اختلاف بازده درصدی دو واکنش چقدر است؟



(۱) ۲۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۰ (۴) ۵

۷۰- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) اگر واکنش « $X + CaCl_2 \rightarrow$ » انجام پذیر باشد، واکنش « $X + FeO \rightarrow$ » نیز انجام پذیر خواهد بود.
- (۲) اولین فلز واسطه ای که زیرلایه $3d$ آن از الکترون پر است، در طبیعت می تواند به صورت عنصری یافت شود.
- (۳) استفاده از گیاهان برای استخراج فلزی از دسته d که در لایه ظرفیت خود ۱۱ الکترون دارد، مقرون به صرفه نیست.
- (۴) در صورت واکنش یون OH^- با یونی از آهن که دارای ۶ الکترون با $n + l = 5$ است، رسوب سبز رنگ تشکیل می شود.

محل انجام محاسبات

بودجه بندی دروس آزمون بعد....

تاریخ برگزاری: ۲۷ آذرماه

هندسه ۲

دایره
(کل درس سوم: چند ضلعی های محاطی و محیطی)
تبدیل های هندسی و کاربردها
(تبدیل های هندسی تا پایان فعالیت)
صفحه های ۲۴ تا ۳۳

حسابان ۱

تابع
(آشنایی بیشتر با تابع، انواع توابع، وارون توابع)
صفحه های ۳۷ تا ۶۲

فیزیک ۲

الکتریسیته ساکن +
جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم
(از خازن تا ابتدای عوامل موثر بر مقاومت الکتریکی)
صفحه های ۳۲ تا ۵۱

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات
(جبر مجموعه ها از ابتدای قوانین و اعمال بین مجموعه ها تا انتهای درس ۲)
صفحه های ۲۱ تا ۳۴

شیمی ۲

قدر هدایای زمینی را بدانیم
(از ابتدای نفت هدیه ای شگفت انگیز تا انتهای فصل)
صفحه های ۲۹ تا ۵۰





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



تسلط بر نیم سال اول



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۱۳ آذرماه ۱۴۰۴

✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون

✓ تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید

✓ نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال

✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست

✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون

دِرس	مَسْئولِ دِرس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع زاده سید جواد نظری مهرداد کیوان	سید جواد نظری – حسن محمد بیگی علیرضا شریف خطیبی	مهرداد اسپیدکار مائده بادان فیروز مهران جعفری فؤاد خیر آبادی
فیزیک	حسین عبدوی نژاد محمد جواد سورچی	حسین عبدوی نژاد – محمد جواد سورچی سجاد صادقی زاده – مهدی پارسا	حسین عبدوی نژاد محمد جواد سورچی حنا خلعتبری
شیمی	علی ترابی	علی ترابی – پرهام تیزپا	فرهنگ امیری – متین قنبری امیرعلی حسینی فرد محمد سلامی

تیم اجرایی و تولید آزمون

مجتبی آدمیان

نازنین امیری

مائده بادان فیروز

زهره جعفری

مدیر تولید آزمون: محدثه شیخعلی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستند تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین. راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

دکتر رسول خنجری

چه زمانی باید تجدید آموزش کنیم؟

در مقاله قبلی گفتیم خیلی از دانش آموزا بعد از خوندن یک مبحث سریع می رن سراغ تست، در حالی که تمرین ها و مثال های کتاب درسی، بخش اصلی فهم واقعی هستن.

گفتیم تمرین ها مثل آینه ان؛ نشون می دن واقعاً مطلب رو فهمیدی یا فقط فکر می کنی بلدی.

و چون طراح کنکور از همین تمرین ها الهام می گیره، کسی که روی مثال های کتاب مسلط باشه، درواقع ذهن طراح رو می شناسه. بدون تمرین، وارد تست زدن شدن یعنی سردرگمی؛ ولی تمرین ها نقشه راه یادگیری ان و باعث می شن مغزت مسیر حل مسئله رو پیدا کنه.

حالا در این مقاله می خوایم بگیم:

دقیقاً چه زمانی باید آموزش یک مبحث رو دوباره انجام بدی؟

۱ تجدید آموزش در مباحث خوندنی

(زیست، زمین شناسی، و بخش های نظری فیزیک و شیمی و...)

وقتی یک مبحث خوندنی رو می خونی، مغز همون لحظه تازه و فعاله و فکر می کنی «همه چی یادم مونده»، ولی این فقط توهم تسلطه؛ حافظه کوتاه مدته و هنوز محک نخورده.

چه زمانی باید تست بزنی؟ ۴۸ تا ۷۲ ساعت بعد از مطالعه.

این فاصله باعث میشه: مطالب ته نشین بشن، بخش واقعی یادگیری وارد حافظه بلند مدت بشه، و معلوم بشه چی رو واقعاً فهمیدی و چی فقط «جلو چشم بوده».

یک مثال ساده:

تازه خوندن مبحث، مثل بتن تازه ست؛ تا چند ساعت اول شکل مشخصی نزاره، اما دو روز بعد سفت شده و تکلیفش معلومه. تست زدن هم بایر زمانی باشه که مغز واقعاً «سفت» شده باشه.

وقتی تست می زنی، دو حالت داری:

حالت دوم:

کمتر از نصف تست ها رو درست می زنی

اینجا اوضاع خوب نیست!

یعنی مطالب قبلیت وارد ذهن نشده و فقط «خوانده ای که خوانده باشی».

این حالت یعنی:

■ تمرکز پایین بوده،

■ فقط هایلایت کردی،

■ یا خیال کردی «آسون بود».

در این شرایط حتماً باید تجدید آموزش بدی:

برگرد دوباره از اول با تمرکز واقعی بخون؛ این بار واقعاً بفهم.

حالت اول:

بیشتر از نصف تست ها رو درست می زنی

یعنی یادگیریت قابل قبوله.

غلط ها بهت نشون می دن:

■ کجا بد فهمیدی

■ کجا نکات فرار داری

■ کجا باید مرور جزئی انجام بدی

اینجا تجدید آموزش کامل لازم نیست؛ فقط

مرور هدفمند می خوای.

(ریاضی، فیزیک مسئله‌ای، شیمی محاسباتی و...)

اینجا شرایط کاملاً متفاوت.

اینجا فهمیدن از روی درس یا ویدئو کافی نیست؛ باید دستت گرم بشه. پس تست یا تمرین رو کی بزنینم؟

برای حل کردنی‌ها حاصله بزرگ ننداز!!!

روند درست:

- مبحث رو از استاد / ویدئو یاد می‌گیری
- همون جلسه یا نهایتاً ۱-۲ ساعت بعد تمرین‌های کتاب رو حل می‌کنی
- بعد تست‌های همون مبحث رو می‌زنی

چرا؟

چون مغز در مباحث حل کردنی سریع دچار توهم میشه: «فرمول رو فهمیدم پس بلام!» اما موقع تست می‌فهمی حتی نمی‌دونی از کجا شروع کنی.

مثال

مثل دوچرخه‌سواریه، هیچ‌کس فقط با دیدن فیلم یاد نمی‌گیره؛ باید پا بزنه.

کی باید تجدید آموزش بدیم؟

وقتی تست‌های همون روز این‌طوری باشن:

- نمی‌تونی سؤال رو شروع کنی
- فرمول رو بلدی ولی کاربردشو نه
- زمانت زیاد می‌ره
- روی مسائل ساده هم اشتباه می‌کنی

اینا یعنی باید دوباره برگردی سر جزوه و مرحله‌به‌مرحله مسیر حل رو یاد بگیری.

تجدید آموزش در تحلیل آزمون ماز

همین قواعد در آزمون ماز هم صدق می‌کنه.

وقتی کارنامه بررسی مبحثی رو نگاه می‌کنی، درصد تسلط معیار تصمیم‌گیریه.

چون آزمون ماز استاندارد، مرز تجدید آموزش میاد پایین‌تر: از ۵۰٪ ← ۳۰٪

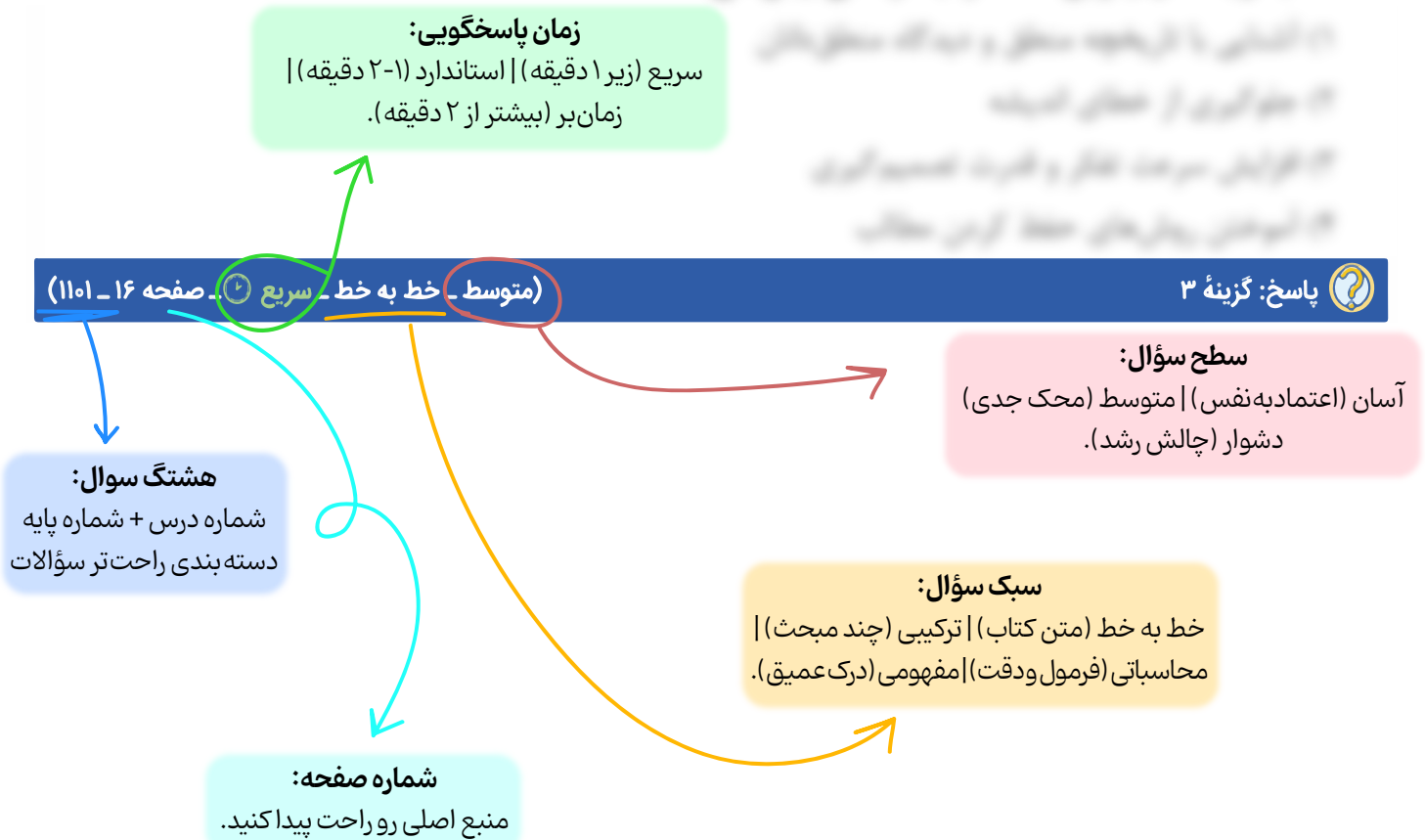
یعنی: اگر در یک مبحث کمتر از ۳۰٪ سؤال‌ها رو درست زدی، اون مبحث نیاز به تجدید آموزش داره.

جمع‌بندی آخر...

یادت باشه تجدید آموزش، تنبیه نیست؛ تصمیره. درست مثل وقتی که یک قطعه از ماشین خوب کار نمی‌کنه و تو مجبور می‌شی دوباره بازش کنی و درست ببندی. مرور و تست زنی فقط نشون می‌دن کدوم بخش‌ها لقی می‌زنن؛ اما تجدید آموزش اون جاییه که واقعاً یادگیری محکم می‌شه. پس هر وقت دیدی نتیجه تست‌ها با میزان تلاشت هماهنگ نیست، نترس از اینکه یک قدم برگردی عقب، چون همین یک قدم برگشتنه که باعث میشه سه قدم جلوتر بری.

راهنمای پاسخنامه آزمون‌ها

در ادامه، راهنمای پاسخنامه آزمون‌ها را به شما معرفی می‌کنیم. این راهنما به شما کمک می‌کند تا با آشنایی با فرمت و ساختار آزمون‌ها، بتوانید به راحتی و با اطمینان بیشتری به پاسخ‌دهی بپردازید. این راهنما به شما کمک می‌کند تا با آشنایی با فرمت و ساختار آزمون‌ها، بتوانید به راحتی و با اطمینان بیشتری به پاسخ‌دهی بپردازید.



یادتون باشه:

- ✓ هر سؤال یک فرصت یادگیری، نه یک مانع.
- ✓ پاسخ‌نامه فقط جواب نیست؛ یک کارگاه آموزشی کامله.
- ✓ با هر آزمون و مرور این پاسخ‌نامه، یک پله بالاتر می‌رید و یک قدم به رؤیایون نزدیک‌تر می‌شید.
- ✓ موفقیت فقط برای کسانی که با برنامه و انگیزه حرکت می‌کنن. شما همون آدمید.



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

بودجه‌بندی
این آزمون

حسابان ۱: جبر و معادله (کل فصل ۱)، تابع (آشنایی بیشتر با تابع)، صفحه‌های ۱ تا ۴۳
هندسه ۲: دایره (تا ابتدای چهارضلعی‌های محاطی و محیطی)، صفحه‌های ۹ تا ۲۶
آمار و احتمال: آشنایی با مبانی ریاضیات (تا ابتدای قوانین دموگرن)، صفحه‌های ۱ تا ۲۷

سهم در
کنکور

حسابان ۱: این مبحث در مجموع ۲ تست از ۱۰ تست کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۲: این مبحث در مجموع ۲ تست از ۴ تست کنکور را پوشش داده است.
آمار و احتمال: این مبحث در مجموع ۲ تست از ۴ تست کنکور را پوشش داده است.

۱- تابع $f(x) = \sqrt{-x^3}$ با کدام تابع زیر برابر است؟

(۱) $g(x) = x\sqrt{-x}$ (۲) $g(x) = -x\sqrt{x}$ (۳) $g(x) = x\sqrt{x}$ (۴) $g(x) = -x\sqrt{-x}$

آسان - مفهومی - سریع (۱۱۰۲ - حسابان ۱ صفحه ۴۱ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

بررسی سریع:

گزینه ۲ و ۳ حذف $\Rightarrow D_f = (-\infty, 0]$

گزینه ۱ حذف $\Rightarrow R_f = [0, +\infty)$

دامنه تابع f به صورت بازه $(-\infty, 0]$ است، پس گزینه‌های ۲ و ۳ نادرست است. برد تابع f به صورت $[0, +\infty)$ است و چون $x \leq 0$ است، پس گزینه ۱ نیز نادرست است. پس جواب $g(x) = -x\sqrt{-x}$ است.

دامنه توابع رادیکالی

برای محاسبه دامنه توابع رادیکالی با فرجه زوج به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$f(x) = \sqrt[n]{g(x)} \Rightarrow D_f = D_g \cap \{x | g(x) \geq 0\}$$

یعنی علاوه بر تعیین دامنه عبارت زیر رادیکال، زیر رادیکال با فرجه زوج باید همیشه نامنفی باشد.

به علاوه به یاد داشته باشید که، حاصل رادیکال با فرجه زوج همیشه عددی نامنفی است. پس در تساوی $\sqrt[n]{g(x)} = h(x)$ باید $h(x)$ هم نامنفی باشد.



۲- کدام یک از جملات زیر درست است؟

(۱) اگر دامنه و برد دو تابع برابر باشد، آن‌گاه دو تابع با هم برابرند.

(۲) هم‌دامنه و برد تابع با هم برابرند.

(۳) بی‌شمار تابع وجود دارد که دامنه آن $[0, 3]$ و هم‌دامنه آن $[-1, 1]$ باشد.

(۴) در هر تابع دامنه تعریف تابع زیرمجموعه برد تابع است.

آسان - خطبه‌خط - سریع (۱۱۰۲ - حسابان ۱ صفحه ۴۲ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱

اگر $f(x) = x^3$ و $g(x) = x^5$ را در نظر بگیریم، آن‌گاه $D_g = D_f$ و $R_g = R_f$ اما $f \neq g$.

۲

می‌دانیم برد تابع زیرمجموعه هم‌دامنه تابع است و لزوماً با هم برابر نیستند.

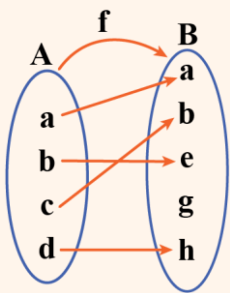
مثلاً در تابع $f = \{(1, 2), (2, 3)\}$ ، داریم: $R_f = \{2, 3\}$ ، $D_f = \{1, 2\}$ پس فقط گزینه ۳ صحیح است.



یک تابع از مجموعه A به مجموعه B رابطه‌ای است که به هر عضو از A دقیقاً یک عضو از B را نسبت می‌دهد. دقت کنید که به تمام اعضای B لزوماً عضوی نسبت داده نمی‌شود اما باید به تمام اعضای A عضوی نسبت داده شود. به مجموعه A «دامنه» و به مجموعه B «همدامنه» می‌گوییم.



برد تابع زیرمجموعه همدامنه تابع است و شامل عضوهایی از B است که به آن‌ها عضوی نسبت داده شده.



$$D_f = \{a, b, c, d\}$$

$$\text{همدامنه} = \{a, b, e, g, h\}$$

$$R_f = \{a, b, e, h\}$$



۳- توابع $f(x) = 1 + \frac{a}{x+b}$ و $g(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + c}$ برابرند. مقدار $f(a)$ کدام است؟

۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴)
-------	-------	-------	-------

(سخت - ترکیبی - زمان‌بر) - حسابان ۱ صفحه ۴۱ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

دامنه f فقط یک عدد صحیح را شامل نمی‌شود، پس دامنه g نیز باید فقط یک عدد صحیح را شامل نشود و در این صورت معادله $x^2 - 4x + c = 0$ ریشه مضاعف دارد.

$$\Delta = 0 \Rightarrow 16 - 4c = 0 \Rightarrow c = 4$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 4}{(x - 2)^2} = \frac{x + 2}{x - 2} = \frac{x - 2 + 4}{x - 2} = 1 + \frac{4}{x - 2}$$

$$\Rightarrow a = 4, b = -2$$

$$f(a) = f(4) = g(4) = 3$$



جرعه جالب حل این سؤال کجا بود؟ وقتی می‌بینیم که $f(x)$ به صورت $1 + \frac{a}{x+b}$ است، سعی می‌کنیم که $\frac{x+2}{x-2}$ را هم به همان فرم دریاوریم:

$$\frac{x+2}{x-2} = \frac{(x-2)+4}{x-2} = \frac{x-2}{x-2} + \frac{4}{x-2} = 1 + \frac{4}{x-2} \Rightarrow a = 4, b = -2$$



۴- از مجموعه $A = \{a, b, c\}$ به مجموعه $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ چند تابع می توان نوشت به طوری که $f(a) < 4$ و $f(b) > 3$ باشد؟

(۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۰ (۴) ۳۶

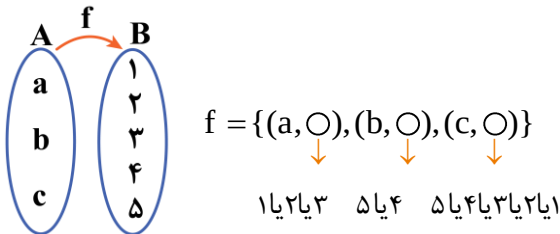
(آسان - مفهومی - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۴۲ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سریع:

$$3 \times 2 \times 5 = 30$$

می دانیم که $f(b) > 3$ و $f(a) < 4$ است.



بنابراین برای a سه انتخاب، برای b دو انتخاب و برای c ، ۵ انتخاب وجود دارد، پس تعداد کل توابع ممکن از A به B برابر است با:

$$3 \times 2 \times 5 = 30$$

شمارش تعداد توابع

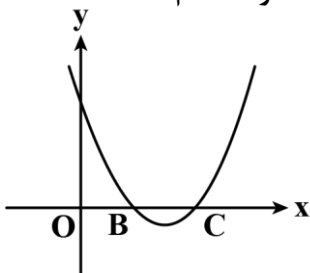
تعداد توابع موجود از A به B ، که $n(B) = n$ و $n(A) = m$ است، اگر هیچ شرطی نداشته باشیم از طریق زیر به دست می آید:

$$f = \{(a_1, \text{انتخاب } n), (a_2, \text{انتخاب } n), \dots, (a_m, \text{انتخاب } n)\} \Rightarrow n^m$$

اما اگر شرطی روی برخی اعضا داشته باشیم مانند سؤال قبل باید با در نظر گرفتن شرایط بشماریم که به هر عضو A چه تعدادی از اعضای B می توانند نسبت داده شوند و سپس طبق اصل ضرب، تعداد توابع به دست می آید.



۵- در شکل مقابل، نمودار سهمی $y = x^2 - (m+1)x + m$ داده شده است. اگر نقطه B وسط OC باشد، مقدار m کدام است؟



- (۱) ۴ یا $\frac{1}{3}$
 (۲) ۳ یا ۱
 (۳) ۲ یا $\frac{1}{2}$
 (۴) ۱ یا ۲

(آسان - مفهومی - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۱۰ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سریع:

$$-(m+1) + m + 1 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = m$$

دو حالت برای ریشه ها داریم:

$$\begin{cases} OB = 1 \\ OC = m \end{cases} \xrightarrow{OC=2OB} OC = 2 \Rightarrow m = 2 \quad \text{یا} \quad \begin{cases} OB = m \\ OC = 1 \end{cases} \xrightarrow{OC=2OB} OB = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

ریشه‌ها را r و $2r$ فرض می‌کنیم:

$$S = -\frac{b}{a} \Rightarrow r + 2r = m + 1 \Rightarrow 3r = m + 1 \Rightarrow r = \frac{m+1}{3} \quad (I)$$

$$P = \frac{c}{a} \Rightarrow r \times 2r = m \Rightarrow 2r^2 = m \xrightarrow{(I)} 2\left(\frac{m+1}{3}\right)^2 = m \Rightarrow 2(m^2 + 2m + 1) = 9m$$

$$\Rightarrow 2m^2 - 5m + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$$

مجموع ضرایب برابر صفر است، پس یکی از ریشه‌ها برابر یک و دیگری برابر $m = \frac{c}{a} = \frac{m}{1}$ است.

اگر ۱ ریشه کوچک‌تر و m ریشه بزرگ‌تر باشد:

$$\begin{cases} OB = 1 \\ OC = m \end{cases} \Rightarrow OC = 2 \Rightarrow m = 2$$

اگر m ریشه کوچک‌تر و ۱ ریشه بزرگ‌تر باشد:

$$\begin{cases} OB = m \\ OC = 1 \end{cases} \Rightarrow OB = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

یادآوری از معادلات درجه دوم!

در معادله درجه دوم به فرم $ax^2 + bx + c = 0$ می‌توان گفت:

$$a + b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

$$a + c = b \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -\frac{c}{a} \end{cases}$$

یه نمونه باحال ببین!

$$2x^2 - 10x + 8 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{8}{2} = 4 \end{cases}$$

$$3x^2 + 7x + 4 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -\frac{4}{3} \end{cases}$$



۶- در یک دنباله حسابی، مجموع هفت جمله اول، ۶۳ و مجموع ده جمله اول آن ۱۲۰ است. جمله چهارم این دنباله کدام است؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

(آسان - مفهومی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

بررسی سریع:

$$\begin{aligned} S_7 = 63 &\Rightarrow 7a_1 + 6d = 18 \\ S_{10} = 120 &\Rightarrow 10a_1 + 9d = 24 \\ a_4 = a_1 + 3d &= 9 \end{aligned} \Rightarrow d = 2, a_1 = 3$$

می‌دانیم که مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$S_7 = 63 \Rightarrow \frac{7}{2}(2a_1 + 6d) = 63 \Rightarrow 2a_1 + 6d = 18 \quad (I)$$

$$S_{10} = 120 \Rightarrow \frac{10}{2}(2a_1 + 9d) = 120 \Rightarrow 2a_1 + 9d = 24 \quad (II)$$

حال به کمک روابط (I) و (II) می‌توان جمله اول و قدرنسبت دنباله را محاسبه کرد:

$$\begin{cases} 2a_1 + 6d = 18 \\ 2a_1 + 9d = 24 \end{cases} \xrightarrow{(-)} 3d = 6 \Rightarrow d = 2$$

$$2a_1 + 6d = 18 \xrightarrow{d=2} 2a_1 + 12 = 18 \Rightarrow 2a_1 = 6 \Rightarrow a_1 = 3$$

در نتیجه جمله چهارم دنباله برابر است با:

$$a_4 = a_1 + 3d = 3 + 3(2) = 3 + 6 = 9$$

مجموع جملات دنباله حسابی

برای مجموع n جمله اول دنباله حسابی دو روش داریم:

۱. زمانی که جمله اول و قدرنسبت را داریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

۲. زمانی که جمله اول و آخر را داریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$



۷- در یک دنباله هندسی، با جمله عمومی a_n ، جمله اول برابر ۴ و $a_m = ۶۴$ است. اگر مجموع m جمله اول آن برابر ۴۴ باشد، مجموع ۱۰ جمله اول آن کدام است؟

(۴) ۱۳۷۲-

(۳) ۱۳۶۸-

(۲) ۱۳۶۴-

(۱) ۱۳۶۰-

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۵ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

بررسی سریع:

$$a_m = a_1 q^{m-1} \Rightarrow 64 = 4q^{m-1} \Rightarrow q^m = 16q \quad (I)$$

$$S_m = 44 \Rightarrow \frac{4(1-q^m)}{1-q} = 44 \Rightarrow \frac{1-q^m}{1-q} = 11 \quad (II)$$

$$\frac{1-q^m}{1-q} = 11 \Rightarrow \frac{1-16q}{1-q} = 11 \Rightarrow q = -2$$

(I) در (II):

$$S_{10} = \frac{a_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{4(-1023)}{3} = 4(-341) = -1364$$

می‌دانیم که $a_1 = 4$ و $a_m = 64$ است، پس به کمک رابطه مربوط به جمله عمومی دنباله هندسی خواهیم داشت:

$$a_m = a_1 q^{m-1} \Rightarrow 64 = 4q^{m-1} \Rightarrow q^{m-1} = \frac{64}{4} = 16 \quad (I)$$

از طرفی مجموع m جمله اول این دنباله برابر ۴۴ است، پس:

$$S_m = 44 \Rightarrow \frac{a_1(1-q^m)}{1-q} = 44 \Rightarrow \frac{4(1-q^m)}{1-q} = 44 \Rightarrow \frac{1-q^m}{1-q} = 11 \quad (II)$$

طبق رابطه (I)، $q^{m-1} = 16$ است، پس:

$$q^m \times q^{-1} = 16 \Rightarrow \frac{q^m}{q} = 16 \Rightarrow q^m = 16q$$

حال با استفاده از رابطه (II) داریم:

$$\frac{1-q^m}{1-q} = 11 \Rightarrow \frac{1-16q}{1-q} = 11 \Rightarrow 1-16q = 11-11q \Rightarrow 5q = -10 \Rightarrow q = -2$$

در نتیجه مجموع ۱۰ جمله اول این دنباله برابر است با:

$$S_{10} = \frac{a_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{4(1-(-2)^{10})}{1-(-2)} = \frac{4(1-1024)}{3} = \frac{4(-1023)}{3} = 4(-341) = -1364$$

مجموع جملات دنباله هندسی

مجموع n جمله اول دنباله هندسی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

توجه!

اگر صورت و مخرج فرمول مجموع جملات دنباله هندسی را در -1 ضرب کنیم، می‌بینیم که می‌توان آن را به صورت $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$ نیز نوشت.

۸- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - 2x - 4 = 0$ باشند، ریشه‌های کدام معادله به صورت $(x_1^2 - 3x_1 - 1)$ و $(x_2^2 - 3x_2 - 1)$ می‌باشند؟
 (۱) $x^2 - 4x - 1 = 0$ (۲) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (۳) $x^2 + 4x - 1 = 0$ (۴) $x^2 + 4x + 1 = 0$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۹ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

بررسی سریع:

$$\begin{aligned} \text{ریشه اول: } \overbrace{x_1^2 + 4}^{2x_1 + 4} - 3x_1 - 1 &= 3 - x_1 \\ \text{ریشه دوم: } \overbrace{x_2^2 + 4}^{2x_2 + 4} - 3x_2 - 1 &= 3 - x_2 \\ S' &= (3 - x_1) + (3 - x_2) = 6 - (x_1 + x_2) = 6 - 2 = 4 \\ P' &= (3 - x_1)(3 - x_2) = 9 - 3(x_1 + x_2) + x_1x_2 = 9 - 6 - 4 = -1 \\ x^2 - S'x + P' &= 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 1 = 0 \end{aligned}$$

معادله جدید:

روش اول

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-2)}{1} = 2 \quad P = \frac{c}{a} = \frac{-4}{1} = -4$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 2x + 4 \quad (I)$$

حال ریشه‌های جدید را y_1 و y_2 می‌نامیم و داریم:

$$y_1 = x_1^2 - 3x_1 - 1 \xrightarrow{(I)} y_1 = (2x_1 + 4) - 3x_1 - 1 = 3 - x_1$$

به طریق مشابه به دست می‌آید که $y_2 = 3 - x_2$ است.

$$\begin{aligned} S' &= y_1 + y_2 = 3 - x_1 + 3 - x_2 = 6 - (x_1 + x_2) = 6 - 2 = 4 \\ P' &= y_1 y_2 = (3 - x_1)(3 - x_2) = 9 - 3(x_1 + x_2) + x_1 x_2 = 9 - 6 - 4 = -1 \end{aligned}$$

معادله جدید:

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 1 = 0$$

روش دوم

اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - 2x - 4 = 0$ باشند، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = 2 \\ P = x_1 x_2 = -4 \end{cases}$$

از طرفی می‌دانیم که ریشه‌های معادله در خود معادله صدق می‌کنند، پس:

$$x^2 - 2x - 4 = 0 \Rightarrow x_1^2 - 2x_1 - 4 = 0 \Rightarrow x_1^2 - 2x_1 - 1 - 3 = 0 \Rightarrow x_1^2 - 2x_1 - 1 = 3$$

حال به طرفین تساوی فوق، $(-x_1)$ را اضافه می‌کنیم:

$$x_1^2 - 2x_1 - 1 - x_1 = 3 - x_1 \Rightarrow x_1^2 - 3x_1 - 1 = 3 - x_1$$

$$x_2^2 - 3x_2 - 1 = 3 - x_2$$

به طریق مشابه خواهیم داشت:

حال می‌خواهیم معادله‌ای را تشکیل دهیم که ریشه‌های آن $(3 - x_1)$ و $(3 - x_2)$ هستند، پس:

$$S' = (3 - x_1) + (3 - x_2) = 6 - \underbrace{(x_1 + x_2)}_2 = 6 - 2 = 4$$

$$P' = (3 - x_1)(3 - x_2) = 9 - 3x_1 - 3x_2 + x_1 x_2 = 9 - \underbrace{3(x_1 + x_2)}_6 + \underbrace{x_1 x_2}_{-4} \Rightarrow P' = 9 - 6 - 4 = -1$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 1 = 0$$

 مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها در معادله درجه دوم

اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند؛ روابط زیر برقرارند:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \text{جمع ریشه‌ها}$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \text{ضرب ریشه‌ها}$$

 نوشتن معادله درجه دوم با داشتن S و P

اگر S مجموع و P حاصل ضرب ریشه‌های یک معادله درجه دوم باشد، می‌توان معادله درجه دوم را به صورت زیر نوشت:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

 تذکر!

ضریب x^2 وقتی با داشتن S و P معادله را می‌نویسیم، یک است.



۹- اگر حاصل ضرب ریشه‌های معادله $x^2 - mx + m + 4 = 0$ با سه برابر واسطه حسابی آن‌ها برابر باشد، مجموع مربعات ریشه‌ها کدام است؟

۲۰ (۴)

۴۰ (۳)

۶۰ (۲)

۸۰ (۱)

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۹ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سریع:

$$m + 4 = 3 \times \frac{m}{2} \Rightarrow m = 8$$

پس $S = m = 8$ و $P = m + 4 = 12$ است.

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 64 - 24 = 40$$

فرض کنید α و β ریشه‌ها باشند، در این صورت:

$$S = \alpha + \beta = \frac{b}{a} = m$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = m + 4$$

و داریم:

$$\alpha\beta = 3 \times \frac{\alpha + \beta}{2} \Rightarrow m + 4 = 3 \times \frac{m}{2} \Rightarrow m = 8$$

پس $S = m = 8$ و $P = m + 4 = 12$ است.

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P = 64 - 24 = 40$$

 واسطه حسابی

اگر a, b, c به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند؛ آن‌گاه رابطه زیر برقرار است:

$$b = \frac{a + c}{2} \Rightarrow 2b = a + c$$

در این حالت، b «واسطه حسابی» a و c است.

 روابط بین ریشه‌ها!

اگر α و β ریشه‌های $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، آن‌گاه روابط پرکاربرد زیر برقرارند:

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = S^3 - 3PS$$

 راهنمای زرتنگ‌بازی!

سعی نکن روابط بالا رو حفظ کنی! همیشه یادت باشه که با اتحادها و یکم عملیات جبری می‌توننی هر عبارتی رو که برحسب ریشه‌ها دادن، بر حسب S و P بنویسی. به طریقه به‌دست آوردنشون دقت کن تا برای همیشه تو خاطرت بمونه. 😊
به عنوان حسن ختام این سؤال هم "بدانید و آگاه باشید که..."
همیشه وقتی حاصل عبارتی برحسب ریشه‌ها رو از ما می‌خوان، باید اول عبارت رو ساده کنیم و اون رو برحسب S و P بنویسیم (یعنی همون کاری که تو گام دوم کردیم).



۱۰- منحنی به معادله $y = (2-m)x^2 + (m+1)x - m + 2$ از نواحی اول و دوم عبور نمی‌کند. کم‌ترین مقدار m کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۱۲ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سریع:

باید $a < 0$ و $\Delta \leq 0$ باشد:

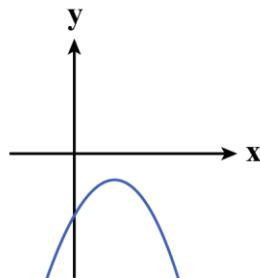
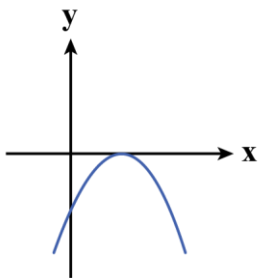
۱) $2 - m < 0 \Rightarrow m > 2$ (I)

۲) $\Delta \leq 0 \Rightarrow (m+1)^2 - 4(2-m)(-m+2) \leq 0$
 $\Rightarrow m^2 - 6m + 5 \geq 0 \Rightarrow (m-1)(m-5) \geq 0$ (II) $\xrightarrow{(I) \cap (II)} [5, +\infty) \Rightarrow m_{\min} = 5$

$\Rightarrow m^2 - 6m + 5 \geq 0 \Rightarrow (m-1)(m-5) \geq 0$

تعیین علامت
 $\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} m \in (-\infty, 1] \cup [5, +\infty)$ (II)

برای این که سهمی از نواحی اول و دوم عبور نکند نمودار فرضی آن می‌تواند به صورت‌های زیر باشد:



$2 - m < 0 \Rightarrow m > 2$

به عبارتی در سهمی $y = (2-m)x^2 + (m+1)x - m + 2$ ، باید $a < 0$ و $\Delta \leq 0$ باشد، پس:

$\Delta \leq 0 \Rightarrow (m+1)^2 - 4(2-m)(-m+2) \leq 0 \Rightarrow (m+1)^2 - 4(2-m)^2 \leq 0 \Rightarrow (m^2 + 2m + 1) - 4(4 - 4m + m^2) \leq 0$

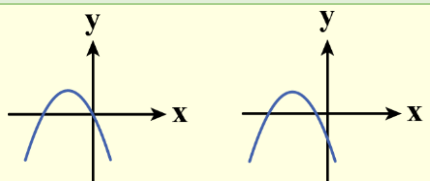
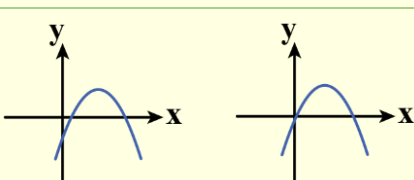
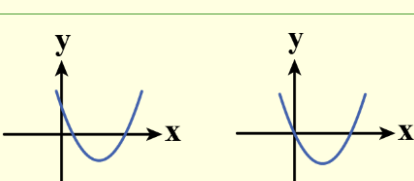
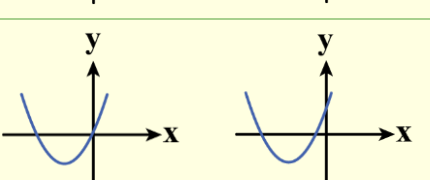
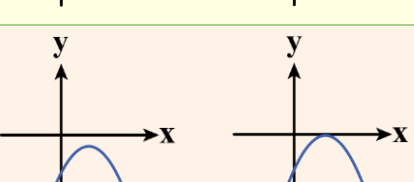
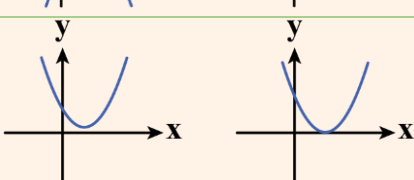
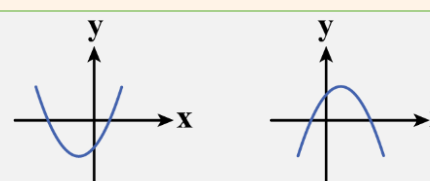
$\Rightarrow m^2 + 2m + 1 - 4m^2 + 16m - 16 \leq 0 \Rightarrow -3m^2 + 18m - 15 \leq 0 \xrightarrow{\div (-3)} m^2 - 6m + 5 \geq 0$

$\Rightarrow (m-1)(m-5) \geq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} m \in (-\infty, 1] \cup [5, +\infty)$

حال با اشتراک گرفتن از محدوده‌های به دست آمده برای m ، مجموعه جواب قابل قبول برای m به صورت $(5, +\infty)$ خواهد بود که کوچک‌ترین مقداری که m می‌تواند بپذیرد، $m = 5$ است.

گذشتن از نواحی

در برخی از سوالات تابع درجه دوم از ما می‌خواهند که حدود یک متغیر (مانند m) را طوری تعیین کنیم که نمودار تابع از یک ناحیه خاص عبور نکند یا اینکه از چند ناحیه خاص عبور کند، در این گونه از سوال‌ها، ابتدا باید به کمک اطلاعات مسئله نمودار سهمی را به صورت تقریبی رسم کنیم و سپس به کمک نمودار رسم شده سوال را مورد تجزیه و تحلیل قرار دهیم، توجه کنید که با رسم تقریبی نمودار، علاوه بر بحث در مورد عبور نمودار سهمی از نواحی مختلف، می‌توان در مورد علامت ریشه‌ها نیز اظهار نظر کرد.

شرایط	رسم تقریبی نمودار	توضیحات
$a < 0$ $b < 0$ $c \leq 0$ $\Delta > 0$		سهمی فقط از ناحیه اول عبور نکند.
$a < 0$ $b > 0$ $c \leq 0$ $\Delta > 0$		سهمی فقط از ناحیه دوم عبور نکند.
$a > 0$ $b < 0$ $c \geq 0$ $\Delta > 0$		سهمی فقط از ناحیه سوم عبور نکند.
$a > 0$ $b > 0$ $c \geq 0$ $\Delta > 0$		سهمی فقط از ناحیه چهارم عبور نکند.
$a < 0$ $\Delta \leq 0$		سهمی از نواحی اول و دوم عبور نکند. (سهمی فقط از نواحی سوم و چهارم عبور کند.)
$a > 0$ $\Delta \leq 0$		سهمی از نواحی سوم و چهارم عبور نکند. (سهمی فقط از نواحی اول و دوم عبور کند.)
$\frac{c}{a} < 0$		سهمی از هر ۴ ناحیه عبور کند.



مرزها (محورها) جزء نواحی به حساب نمی‌آیند.



۱۱- اگر معادله $|x-1|+k=-2x^2+4x+3$ فقط یک ریشه حقیقی داشته باشد، مقدار k کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۳

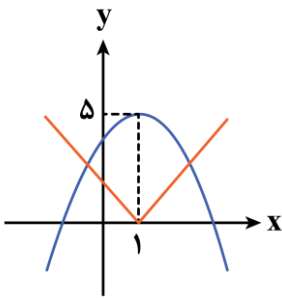
(۲) ۴

(۱) ۶

(سخت - مفهومی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۱۴ - ۱۱۰۱

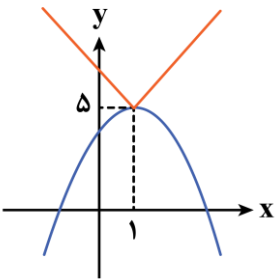
پاسخ: گزینه ۴

نمودار سهمی $y = -2x^2 + 4x + 3$ و نمودار قدرمطلق $y = |x-1|$ به صورت مقابل است.



$$y = -2x^2 + 4x + 3 = -2(x-1)^2 + 5$$

به ازای $k=5$ نمودار قدرمطلق $y = |x-1| + 5$ از رأس سهمی عبور می‌کند و با نمودار سهمی فقط در یک نقطه برخورد دارد.



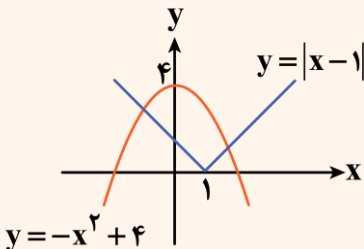
روش هندسی برای حل معادلات!

برای حل معادلاتی که در ۲ طرف تساوی، ۲ عبارت غیر همجنس داریم می‌توانیم از روش هندسی استفاده کنیم، بدین صورت که نمودار دو طرف تساوی را رسم کرده و نقاط برخورد را به عنوان جواب‌های معادله در نظر می‌گیریم.

یه نمونه باحال ببین!

معادله $-x^2 + 4 = |x-1|$ چند جواب دارد؟

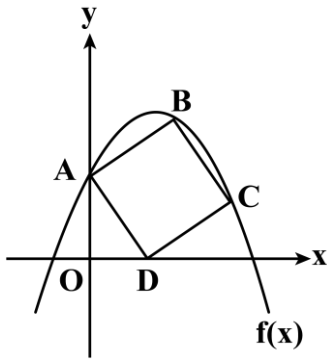
پاسخ تشریحی:



نمودار $y = -x^2 + 4$ و $y = |x-1|$ را با هم در یک دستگاه رسم می‌کنیم. نمودارها یکدیگر را در ۲ نقطه قطع می‌کنند، پس معادله ۲ جواب دارد.



۱۲- در شکل مقابل، سهمی $y = f(x)$ و مربع $ABCD$ رسم شده است. اگر $A(0, 2)$ و $D(1, 0)$ باشند، مقدار $f(-1)$ کدام است؟

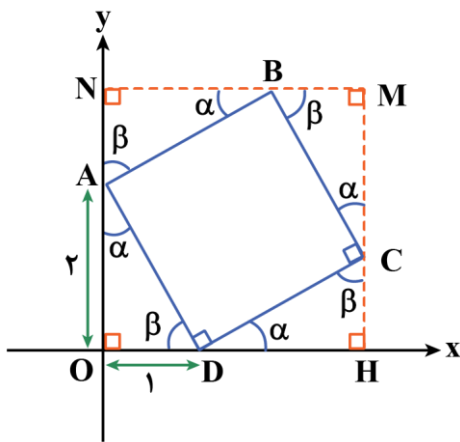


- (۱) -۱
(۲) -۲
(۳) ۱
(۴) ۲

(متوسط - ترکیبی - زمان ۲۰) - حسابان ۱ صفحه ۱۱ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به مختصات نقاط $A(0, 2)$ و $D(1, 0)$ می توان به کمک هم نهشتی مثلثها مختصات نقاط B و C را نیز به دست آورد.



$$\triangle OAD: \alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\triangle OAD \cong \triangle HDC \Rightarrow \begin{cases} OD = HC = 1 \\ OA = HD = 2 \end{cases} \Rightarrow C(3, 1)$$

$$\triangle OAD \cong \triangle NBA \Rightarrow \begin{cases} OD = AN = 1 \\ OA = BN = 2 \end{cases} \Rightarrow B(2, 3)$$

حال با توجه به این که سه نقطه $A(0, 2)$ ، $B(2, 3)$ و $C(3, 1)$ روی سهمی قرار دارند می توانیم ضابطه سهمی را تشکیل دهیم:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(0) = 2 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow f(x) = ax^2 + bx + 2$$

$$f(2) = 3 \Rightarrow 4a + 2b + 2 = 3 \Rightarrow 4a + 2b = 1$$

$$f(3) = 1 \Rightarrow 9a + 3b + 2 = 1 \Rightarrow 9a + 3b = -1$$

$$\begin{aligned} \times 3 \quad & \begin{cases} 4a + 2b = 1 \\ 9a + 3b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12a + 6b = 3 \\ -18a - 6b = 2 \end{cases} \\ \times (-2) \quad & \begin{cases} 4a + 2b = 1 \\ 9a + 3b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12a + 6b = 3 \\ -18a - 6b = 2 \end{cases} \\ & \Rightarrow -6a = 5 \Rightarrow a = -\frac{5}{6} \end{aligned}$$

حال با حل دستگاه می توان مقادیر a و b را به دست آورد:

اگر $a = -\frac{5}{6}$ را در یکی از معادله ها جای گذاری کنیم، مقدار b نیز به دست می آید:

$$12a + 6b = 3 \xrightarrow{a = -\frac{5}{6}} 12\left(-\frac{5}{6}\right) + 6b = 3 \Rightarrow -10 + 6b = 3 \Rightarrow 6b = 13 \Rightarrow b = \frac{13}{6}$$

بنابراین معادله سهمی به فرم $f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{13}{6}x + 2$ است که مقدار $f(-1)$ برابر است با:

$$f(-1) = -\frac{5}{6} - \frac{13}{6} + 2 = \frac{-5 - 13 + 12}{6} = \frac{-6}{6} = -1$$



۱۳- تابع f با ضابطه $f(x) = 2x^2 + (m-1)x + (m-3)$ را در نظر بگیرید. صفرهای این تابع و نقطه برخورد نمودار با محور عرض‌ها، رأس‌های یک مثلث می‌باشند. اگر مساحت این مثلث برابر ۳ باشد، مجموع مقادیر قابل قبول برای m کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۱۱ - ۱۱۰۱

می‌دانیم که معادله $2x^2 + (m-1)x + (m-3) = 0$ دو ریشه حقیقی متمایز دارد ($\Delta > 0$) که اختلاف آن ریشه‌ها اندازه قاعده مثلث است. حال اگر α و β را ریشه‌های سهمی فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$\Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow (m-1)^2 - 4(2)(m-3) > 0 \Rightarrow m^2 - 2m + 1 - 8m + 24 > 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 10m + 25 > 0 \Rightarrow (m-5)^2 > 0 \Rightarrow m \neq 5 \text{ به ازای } m \text{ برقرار است.}$$

از طرفی، ارتفاع مثلث همان عرض از مبدأ سهمی است و می‌دانیم که مساحت این مثلث نیز برابر ۳ است، پس:

$$S = 3 \Rightarrow \frac{1}{2} \times |\alpha - \beta| \times |m-3| = 3 \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \times |m-3| = 3$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{(m-5)^2} \times |m-3|}{2} = 3 \Rightarrow |m-5| \times |m-3| = 12 \Rightarrow |(m-5)(m-3)| = 12$$

$$(m-5)(m-3) = 12 \Rightarrow m^2 - 8m + 15 - 12 = 0 \Rightarrow m^2 - 8m + 3 = 0 \Rightarrow S = -\frac{b}{a} = 8$$

$$(m-5)(m-3) = -12 \Rightarrow m^2 - 8m + 15 + 12 = 0 \Rightarrow m^2 - 8m + 27 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \text{ جواب ندارد.}$$

هر آن چه خوب است در مورد روابط بین ریشه‌ها بدانید!



رابطه	حاصل بر حسب S و P
$\alpha^2 + \beta^2$	$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P$
$\alpha^3 + \beta^3$	$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = S^3 - 3PS$
$\alpha^4 + \beta^4$	$\alpha^4 + \beta^4 = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2(\alpha\beta)^2 = (S^2 - 2P)^2 - 2P^2$
$\alpha^6 + \beta^6$	$\alpha^6 + \beta^6 = (\alpha^3 + \beta^3)^2 - 2(\alpha\beta)^3 = (S^3 - 3PS)^2 - 2P^3$
$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}$	$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\beta^2 + \alpha^2}{\alpha^2\beta^2} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2} = \frac{S^2 - 2P}{P^2}$
$\frac{1}{\alpha^3} + \frac{1}{\beta^3}$	$\frac{1}{\alpha^3} + \frac{1}{\beta^3} = \frac{\beta^3 + \alpha^3}{\alpha^3\beta^3} = \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)}{(\alpha\beta)^3} = \frac{S^3 - 3PS}{P^3}$
$\frac{1}{\alpha^4} + \frac{1}{\beta^4}$	$\frac{1}{\alpha^4} + \frac{1}{\beta^4} = \frac{\beta^4 + \alpha^4}{\alpha^4\beta^4} = \frac{(\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2(\alpha\beta)^2}{(\alpha\beta)^4} = \frac{(S^2 - 2P)^2 - 2P^2}{P^4}$
$ \alpha - \beta $	$ \alpha - \beta = \frac{\sqrt{\Delta}}{ a } = \sqrt{S^2 - 2P}$
$ \alpha^2 - \beta^2 $	$ \alpha^2 - \beta^2 = (\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = \left \frac{\sqrt{\Delta}}{ a } \times S \right $

رابطه	حاصل بر حسب S و P
$ \alpha^3 - \beta^3 $	$ \alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta) = \left \frac{\sqrt{\Delta}}{ a } (S^2 - P) \right $
$ \alpha^4 - \beta^4 $	$ \alpha^4 - \beta^4 = (\alpha^2 - \beta^2)(\alpha^2 + \beta^2) = \left \frac{\sqrt{\Delta}}{ a } (S)(S^2 - 2P) \right $
$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$	$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta}} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}} \quad (\alpha, \beta > 0)$
$ \sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} $	$ \sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha + \beta - 2\sqrt{\alpha\beta}} = \sqrt{S - 2\sqrt{P}} \quad (\alpha, \beta > 0)$
$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} + \frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha}}$	$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} + \frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha}} = \frac{\alpha + \beta}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{S}{\sqrt{P}} \quad (\alpha, \beta > 0)$



۱۴- معادله $\frac{2x+m}{x-1} = mx+1$ فاقد جواب حقیقی است. اگر مجموعه جواب قابل قبول برای m به صورت (a,b) باشد، مقدار a+b کدام است؟

$$-\frac{4}{5} \quad (4)$$

$$\frac{4}{5} \quad (3)$$

$$-\frac{6}{5} \quad (2)$$

$$\frac{6}{5} \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۱۸ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم که $x \neq 1 \Rightarrow x-1 \neq 0$ است، پس:

$$\frac{2x+m}{x-1} = mx+1 \Rightarrow 2x+m = (mx+1)(x-1) \Rightarrow 2x+m = mx^2 - mx + x - 1$$

$$\Rightarrow mx^2 - mx + x - 2x - m - 1 = 0 \Rightarrow mx^2 - (m+1)x - m - 1 = 0$$

معادله فوق فاقد جواب حقیقی است، بنابراین:

$$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (-(m+1))^2 - 4(m)(-m-1) < 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 2m + 1 + 4m^2 + 4m < 0 \Rightarrow 5m^2 + 6m + 1 < 0$$

$$\Rightarrow (m+1)(5m+1) < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} m \in (-1, -\frac{1}{5}) = (a, b)$$

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = -\frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow a+b = -1 - \frac{1}{5} = -\frac{6}{5}$$

بنابراین:



۱۵- اگر $x^2 < -x$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $A = \left| \frac{1}{x} + |x| \right| + \left| \frac{x}{|x|} (1-x) \right|$ کدام است؟

$$-\frac{1}{x} - 1 \quad (۴)$$

$$1 + \frac{1}{x} \quad (۳)$$

$$1 - \frac{1}{x} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{x} - 1 \quad (۱)$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۲۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم که $x^2 < -x$ است، پس:

$$x^2 < -x \Rightarrow x^2 + x < 0 \Rightarrow x(x+1) < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} x \in (-1, 0)$$

اگر $-1 < x < 0$ باشد، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} |x| = -x \\ \frac{1}{x} < 0 \end{cases} \Rightarrow \left| \frac{1}{x} + |x| \right| = \left| \frac{1}{x} - x \right| = -\left(\frac{1}{x} - x \right) = x - \frac{1}{x}$$

$$-1 < x < 0 \xrightarrow{\times(-1)} 0 < -x < 1 \xrightarrow{+1} 1 < 1-x < 2$$

از طرفی:

$$\left| \frac{x}{|x|} (1-x) \right| = \left| -(1-x) \right| = 1-x$$

$$A = \left| \frac{1}{x} + |x| \right| + \left| \frac{x}{|x|} (1-x) \right| = \left(x - \frac{1}{x} \right) + (1-x) = x - \frac{1}{x} + 1 - x = 1 - \frac{1}{x}$$

در نتیجه:



۱۶- دایره‌ای با کم‌ترین شعاع و گذرنده از نقاط $A(-2, 8)$ و $B(6, 4)$ بر خط $3x - 4y = m$ مماس است. مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

$$-48 \quad (۴)$$

$$-36 \quad (۳)$$

$$-24 \quad (۲)$$

$$-18 \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۳۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

کوچک‌ترین دایره گذرنده از نقاط $A(-2, 8)$ و $B(6, 4)$ ، دایره‌ای به قطر AB است، پس:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(6+2)^2 + (4-8)^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5} \Rightarrow r = 2\sqrt{5}$$

از طرفی مرکز دایره، نقطه میانی دو نقطه A و B است، پس:

$$\begin{aligned} & \text{A} \quad \text{O} \quad \text{B} \\ & O(x_O, y_O) \Rightarrow \begin{cases} x_O = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-2+6}{2} = 2 \\ y_O = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{8+4}{2} = 6 \end{cases} \end{aligned}$$

فاصله نقطه O از خط مماس بر دایره با شعاع دایره برابر است، پس:

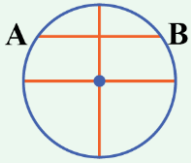
$$r = \frac{|ax_O + by_O + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow 2\sqrt{5} = \frac{|3(2) - 4(6) - m|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{5} = \frac{|6 - 24 - m|}{\sqrt{25}} \Rightarrow 2\sqrt{5} = \frac{|-18 - m|}{5} \Rightarrow |-18 - m| = 10\sqrt{5}$$

$$\left. \begin{aligned} -18 - m &= 10\sqrt{5} \Rightarrow m_1 = -18 - 10\sqrt{5} \\ -18 - m &= -10\sqrt{5} \Rightarrow m_2 = -18 + 10\sqrt{5} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{مجموع}} m_1 + m_2 = -36$$

رفع ابهام!

دقت کنید که در حالت‌هایی که AB دو سر یک قطر نباشند، شعاع دایره بزرگ‌تر شده و کوچک‌ترین دایره ممکن اتفاق نمی‌افتد.



۱۷- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 + x - 1 = 0$ باشد، حاصل $x_2\sqrt{2+x_1} - x_1\sqrt{2+x_2}$ کدام است؟ $(x_2 > x_1)$

$(1) -1$ $(2) 1$ $(3) 3$ $(4) -3$

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) - حسابان ۱ صفحه ۸ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا طرفین رابطه داده شده را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$x_2\sqrt{2+x_1} - x_1\sqrt{2+x_2} = A$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} x_2^2(2+x_1) + x_1^2(2+x_2) - 2x_1x_2\sqrt{(2+x_1)(2+x_2)} = A^2$$

$$\Rightarrow 2x_2^2 + x_2^2x_1 + 2x_1^2 + x_1^2x_2 - 2x_1x_2\sqrt{4+2(x_1+x_2)+x_1x_2} = A^2$$

$$\Rightarrow 2(x_1^2 + x_2^2) + x_1x_2(x_2 + x_1) - 2x_1x_2\sqrt{4+2(x_1+x_2)+x_1x_2} = A^2$$

$$\Rightarrow 2(S^2 - 2P) + P(S) - 2P\sqrt{4+2S+P} = A^2 \quad (*)$$

از طرفی با توجه به معادله $x^2 + x - 1 = 0$ داریم:

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -1 \\ P = x_1x_2 = -1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} 2(1+2) + 1 + 2\sqrt{4-2-1} = A^2 \Rightarrow A^2 = 9 \Rightarrow A = \pm 3 \xrightarrow{A>0} A = 3$$

توجه!

با توجه به این‌که $S < 0$ و $P < 0$ است، بنابراین معادله دارای دو ریشه مختلف‌العلامت است و چون طبق فرض سؤال $x_2 > x_1$ است، داریم:

لذا عبارت A، مثبت است.

تشخیص علامت ریشه‌ها از روی مجموع و حاصل ضرب

اگر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ دو ریشه متمایز داشته باشد ($\Delta > 0$)؛ برای تشخیص علامت ریشه‌ها داریم:

علامت‌ها		هم‌علامت		غیرهم‌علامت
حالت‌ها	هر دو ریشه مثبت باشند.	هر دو ریشه منفی باشند.	اندازه ریشه مثبت بزرگ‌تر از اندازه ریشه منفی باشد.	اندازه ریشه منفی بزرگ‌تر از اندازه ریشه مثبت باشد.
شرایط	$S > 0$ $P > 0$	$S < 0$ $P > 0$	$S > 0$ $P < 0$	$S < 0$ $P < 0$



۱۸- اگر $x = \alpha$ ریشه معادله $\frac{4}{x-2} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{2}}$ باشد، حاصل $\sqrt{2\alpha-4}$ کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $3\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۲

(سخت - مفهومی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۲۲ - ۱۱۰۱

ابتدا توجه داشته باشید که با توجه به حضور $\sqrt{x}$ و $\sqrt{2}$ ، عبارت $x-2$ را نیز به صورت $(\sqrt{x}+\sqrt{2})(\sqrt{x}-\sqrt{2})$ می نویسیم:

$$\frac{4}{(\sqrt{x}+\sqrt{2})(\sqrt{x}-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{2}}; x \geq 0, x \neq 2$$

می دانیم که $x \geq 0$ و $x \neq 2$ است، بنابراین $\sqrt{x} + \sqrt{2} \neq 0$ است، حال اگر آن را از طرفین معادله حذف کنیم، داریم:

$$\frac{4}{\sqrt{x}-\sqrt{2}} = \sqrt{x} \Rightarrow x - \sqrt{2}(\sqrt{x}) - 4 = 0$$

حال اگر $\sqrt{x} = t$ فرض کنیم:

$$t^2 - \sqrt{2}t - 4 = 0 \xrightarrow{\Delta=18} \begin{cases} t_1 = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{18}}{2} = \frac{\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \checkmark \\ t_2 = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{18}}{2} = \frac{\sqrt{2} - 3\sqrt{2}}{2} = \frac{-2\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2} \text{ غ ق} \end{cases}$$

توجه داشته باشید با توجه به این که $t = \sqrt{x}$ ، نامنفی است، بنابراین $t = -\sqrt{2}$ غیرقابل قبول است، پس:

$$t = \sqrt{x} \xrightarrow{t=2\sqrt{2}} \sqrt{x} = 2\sqrt{2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x = 8$$

درنتیجه حاصل خواسته شده برابر است با:

$$\sqrt{2\alpha-4} = \sqrt{16-4} = \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$$



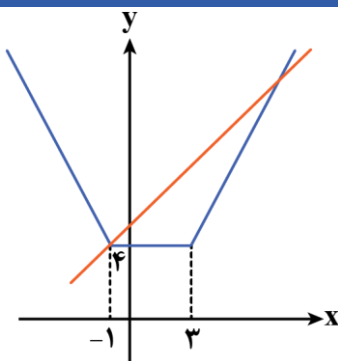
۱۹- مساحت ناحیه محدود به نمودار دو تابع $y_1 = x+5$ و $y_2 = |x+1| + |x-3|$ کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴) ۱۲

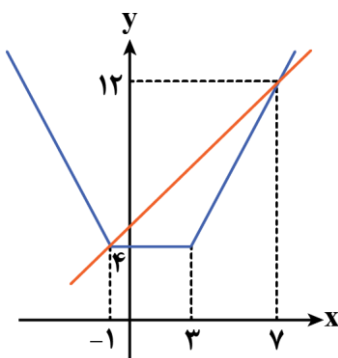
پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - خط به خط - زمان بر) - حسابان ۱ صفحه ۲۴ - ۱۱۰۱

نمودار تابع $y_2 = |x+1| + |x-3|$ و خط $y_1 = x+5$ را رسم می کنیم.



نقاط تقاطع دو تابع را پیدا می کنیم:



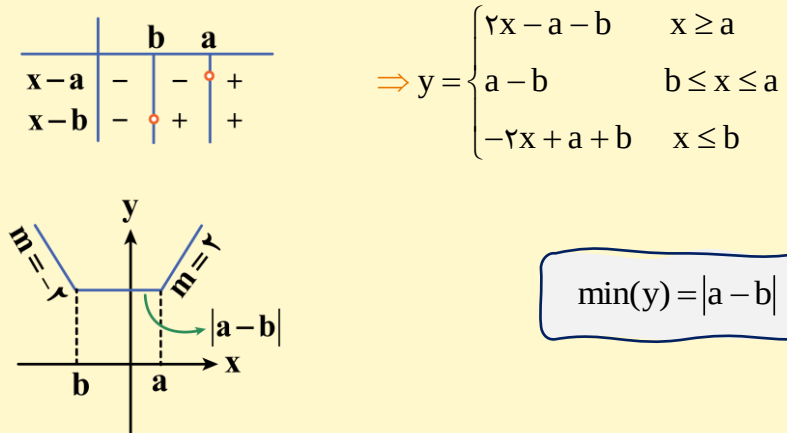
$$|x+1| + |x-3| = x+5$$

$$x \geq 3 \Rightarrow 2x - 2 = x + 5 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow y = 12$$

$$x \leq -1 \Rightarrow -2x + 2 = x + 5 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = 4$$

$$S = \frac{1}{2} \times 4 \times (12 - 4) = 16$$

نمودار تابع $y = |x - a| + |x - b|$ در حالت کلی به نمودار گلدانی مشهور است و به صورت زیر می‌باشد: ($a > b$)



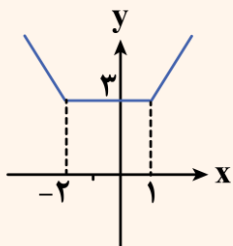
توجه!

تعیین علامت عبارت‌های درون قدرمطلق و تبدیل تابع به تابع چندضابطه‌ای برای درک بهتر شما نوشته شده است و برای رسم تابع نیازی به نوشتن این مراحل نیست.

یه نمونه باحال ببین!

نمودار تابع $y = |x - 1| + |x + 2|$ را رسم کنید. کمترین مقدار تابع چقدر است؟

پاسخ تشریحی:



$$y = |x - 1| + |x + 2|$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ x=1 & x=-2 \end{matrix}$$

کمترین مقدار تابع همان $|1 - (-2)|$ یعنی ۳ می‌باشد.



۲۰- اگر $A(3, 1)$ ، $B(2, 4)$ و $C(0, 3)$ سه رأس مثلث باشند، ارتفاع AH ، نیمساز ناحیه دوم و چهارم را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

۴) -۵

۳) ۷

۲) -۷

۱) ۵

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۳۱ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

برای نوشتن معادله ارتفاع AH کافی است معادله خطی را بنویسیم که از نقطه A گذشته و بر ضلع BC عمود باشد.

$$m_{BC} = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \frac{4 - 3}{2 - 0} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{شیب ارتفاع } AH = -2$$

معادله ارتفاع AH :

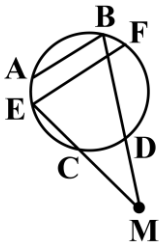
$$m = -2, A(3, 1) \Rightarrow y - 1 = -2(x - 3) \Rightarrow y = -2x + 7$$

حال ارتفاع را با خط $y = -x$ قطع می‌دهیم.

$$-2x + 7 = -x \Rightarrow x = 7$$



۲۱- در دایره $C(O, 18)$ وترهای AB و EF موازی هستند. اگر $\widehat{AE} = 15^\circ$ ، $\widehat{EC} = 80^\circ$ ، $\widehat{FD} = 100^\circ$ و $\widehat{BME} = 20^\circ$ باشد، آنگاه طول کمان مقابل زاویه $\widehat{ABD}$ چند برابر π است؟



- (۱) ۱۵
(۲) ۱۵/۲۵
(۳) ۱۵/۵
(۴) ۱۵/۷۵

(متوسط - خط به خط - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۱۷ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم اندازه کمان‌های بین دو وتر موازی با هم برابرند، پس:

$$AB \parallel EF \Rightarrow \widehat{AE} = \widehat{BF} \xrightarrow{\widehat{AE} = 15^\circ} \widehat{BF} = 15^\circ$$

از طرف دیگر:

$$\widehat{AB} + \widehat{BF} + \widehat{FD} + \widehat{CD} + \widehat{CE} + \widehat{AE} = 360^\circ \Rightarrow \widehat{AB} + 15^\circ + 100^\circ + \widehat{CD} + 80^\circ + 15^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{CD} = 110^\circ \quad (۱)$$

در ضمن:

$$\widehat{M} = \frac{\widehat{BAE} - \widehat{CD}}{2} \xrightarrow{\widehat{M} = 20^\circ} 20^\circ = \frac{15^\circ + \widehat{AB} - \widehat{CD}}{2} \Rightarrow \widehat{AB} - \widehat{CD} = 25^\circ \quad (۲)$$

$$\Rightarrow \text{از (۱) و (۲)} \begin{cases} \widehat{AB} + \widehat{CD} = 110^\circ \\ \widehat{AB} - \widehat{CD} = 25^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{کم می‌کنیم}} 2\widehat{CD} = 85^\circ \Rightarrow \widehat{CD} = 42.5^\circ$$

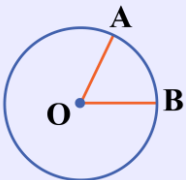
بنابراین اندازه کمان $\widehat{AED}$ برابر است با:

$$\widehat{AED} = \widehat{AE} + \widehat{EC} + \widehat{CD} = 15^\circ + 80^\circ + 42.5^\circ = 137.5^\circ$$

$$\widehat{AED} \text{ کمان} = \frac{\alpha}{180^\circ} \pi R = \frac{137.5^\circ}{180^\circ} \pi (18) = \frac{137.5}{10} \pi = 13.75\pi$$

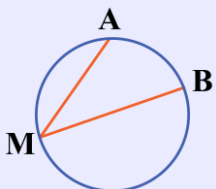
معرفی زوایا در دایره

زاویه مرکزی: زاویه‌ای که رأس آن مرکز دایره بوده و اضلاع آن شعاع‌های دایره هستند. اندازه زاویه مرکزی برابر اندازه کمان روبه‌روی آن است.



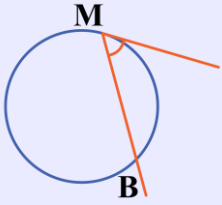
$$\widehat{O} = \widehat{AB}$$

زاویه محاطی: زاویه‌ای که رأس آن روی محیط دایره بوده و اضلاع آن وترهای دایره هستند. اندازه زاویه محاطی برابر نصف اندازه کمان روبه‌روی آن است.



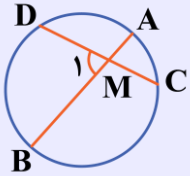
$$\widehat{M} = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

زاویهٔ ظلی: زاویه‌ای که رأس آن روی محیط دایره بوده و یکی از اضلاع آن بر دایره مماس و ضلع دیگر آن وتر دایره باشد را زاویهٔ ظلی می‌گوییم. اندازهٔ زاویهٔ ظلی برابر نصف کمان مقابل به آن است.



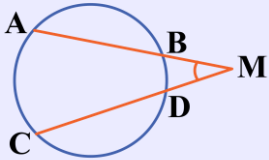
$$\hat{M} = \frac{\widehat{MB}}{2}$$

زاویهٔ حاصل از برخورد دو وتر داخل دایره:



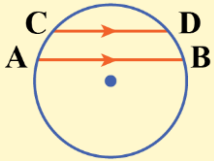
$$\hat{M}_1 = \frac{\widehat{AC} + \widehat{BD}}{2}$$

زاویهٔ حاصل از برخورد امتداد دو وتر خارج دایره:



$$\hat{M}_1 = \frac{\widehat{AC} - \widehat{BD}}{2}$$

کمان‌های محصور بین دو وتر در دایره



♦ کمان‌های محصور بین دو وتر موازی برابرند؛ اما عکس این مطلب لزوماً صحیح نیست.

$$AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD}$$

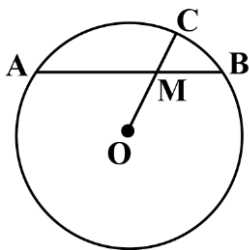
یادآوری طول کمان

در شکل مقابل اگر α زاویه‌ای برحسب درجه باشد، طول کمان $\widehat{AB}$ برابر است با:

$$\widehat{AB} = \frac{\alpha}{360^\circ} \times 2\pi R \quad \text{یا} \quad \widehat{AB} = \frac{\alpha}{180^\circ} \times \pi R$$



۲۲- در دایرهٔ مقابل به مرکز O، اگر $MA = 5$ ، $MC = 2$ و $OM = MB$ باشد، آن‌گاه مساحت دایره چقدر است؟

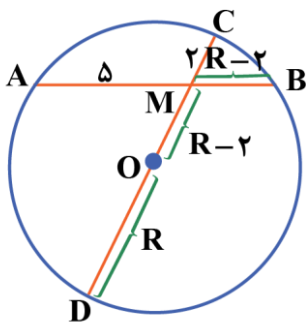


(۱) 16π

(۲) 32π

(۳) 36π

(۴) 10π



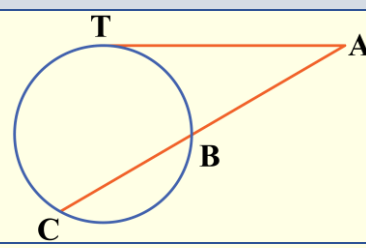
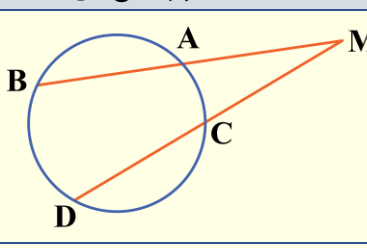
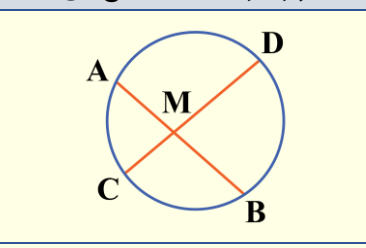
پاره خط OM را امتداد می دهیم تا دایره را در نقطه D قطع کند، در صورتی که R شعاع دایره باشد در این صورت $OM = OC - MC = R - 2$ است، پس $MB = R - 2$ می باشد (زیرا بنابر فرض سوال $OM = MB$ است). در ضمن $MD = R + OM$.

اکنون با استفاده از رابطه طولی در دایره می نویسیم:

$$MA \times MB = MC \times MD \Rightarrow 5(R - 2) = 2(R + R - 2) \Rightarrow 5R - 10 = 4R - 4 \Rightarrow R = 6$$

بنابراین مساحت دایره برابر $\pi R^2 = 36\pi$ است.

روابط طولی در دایره

اگر AT در نقطه T بر دایره مماس باشد.	امتداد وترهای AB و CD خارج دایره در نقطه M همدیگر را قطع می کنند.	وترهای AB و CD داخل دایره یکدیگر را در نقطه M قطع می کنند.
		
$AT^2 = AB \times AC$	$MA \times MB = MC \times MD$	$MA \times MB = MC \times MD$



۲۲- چه تعداد از گزاره های زیر همواره درست هستند؟

- (الف) مرکز دایره محاطی یک چندضلعی محیطی، نقطه تلاقی عمودمنصف های اضلاع آن است.
 (ب) یک چندضلعی محیطی است اگر و فقط اگر همه نیمسازهای زاویه های داخلی آن در یک نقطه هم رس باشند.
 (ج) در صفحه یک مثلث، چهار نقطه وجود دارد به طوری که از اضلاع یا امتداد اضلاع آن به یک فاصله هستند.
 (د) مثلث با طول اضلاع ۳، ۴ و ۵ می تواند محاطی باشد ولی محیطی نیست.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

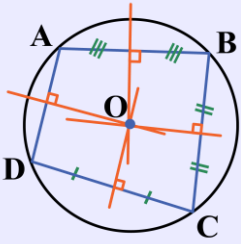
۱ (۱)

بررسی موارد:

- (الف) **نادرست** است، زیرا نقطه هم رسی نیمسازهای زوایای داخلی چندضلعی محیطی، مرکز دایره محاطی است.
 (ب) **درست** است، زیرا نقطه هم رسی نیمسازهای زوایای داخلی چندضلعی از اضلاع چندضلعی به یک فاصله است پس این نقطه مرکز دایره محاطی است که بر اضلاع چندضلعی مماس است.
 (ج) **درست** است، زیرا مرکز دایره محاطی داخلی و مراکز دایره های محاطی خارجی هر مثلث از اضلاع یا امتداد اضلاع مثلث به یک فاصله است.
 (د) **نادرست** است، زیرا همه مثلث ها هم محاطی هستند هم محیطی.
 پس در مجموع دو مورد صحیح است.

چندضلعی محاطی

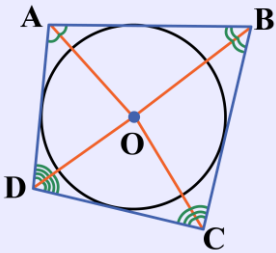
یک **چندضلعی محاطی** است اگر و فقط اگر عمودمنصف‌های همه اضلاع آن در یک نقطه هم‌رس باشند. دایره‌ای از تمام رئوس چندضلعی محاطی می‌گذرد که به آن **دایره محاطی** چندضلعی می‌گوییم.



چهارضلعی محاطی و دایره محاطی

چندضلعی محیطی

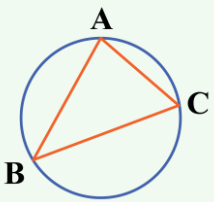
یک **چندضلعی محیطی** است اگر و فقط اگر نیمسازهای زوایای داخلی چندضلعی در یک نقطه هم‌رس باشند. دایره‌ای که به تمام اضلاع چندضلعی مماس باشد را، **دایره محاطی** چندضلعی می‌گوییم.



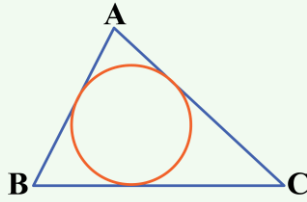
چهارضلعی محیطی و دایره محاطی

مثلث هم محیطی است و هم محاطی!

هر مثلث می‌تواند هم در دایره محاط شود و هم بر دایره محیط!



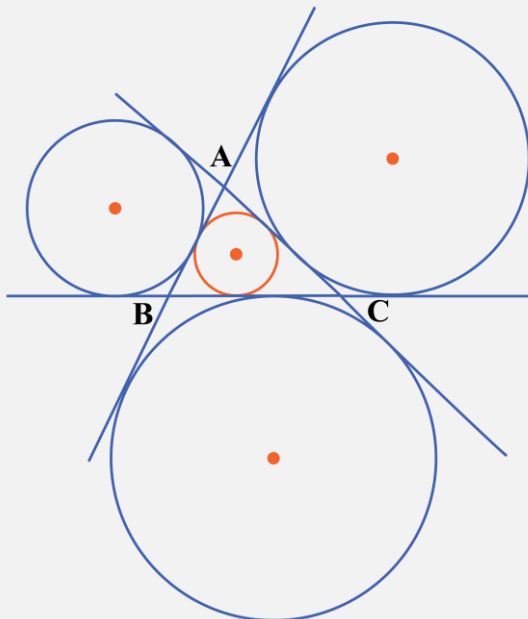
مثلث محاطی و دایره محیطی



مثلث محیطی و دایره محاطی

یک بار برای همیشه اینو بدون!

با توجه به این که مرکز دایره محاطی مثلث از هر ۳ ضلع آن به یک فاصله است، پس در صفحه یک مثلث ۴ نقطه یافت می‌شود که یا از هر ۳ ضلع مثلث و یا از یک ضلع و امتداد دو ضلع دیگر به یک فاصله‌اند.



۲۴- تفاضل طول شعاع کوچک ترین دایره محاطی مثلث با اضلاع ۹، ۴۰ و ۴۱ از طول شعاع بزرگ ترین دایره محاطی آن چقدر است؟

۲۵ (۴)

۴۱ (۳)

۹ (۲)

۴۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۲۶ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

مثلث با طول اضلاع ۹، ۴۰ و ۴۱ قائم الزویه است، زیرا اضلاع در رابطه فیثاغورس صدق می کنند:
 $۴۱^2 = ۴۰^2 + ۹^2$
 در ضمن بزرگ ترین دایره محاطی مثلث، دایره محاطی خارجی نظیر بزرگ ترین ضلع و کوچک ترین دایره محاطی مثلث، دایره محاطی داخلی آن است.

$$r = \frac{S}{P} = \frac{\frac{1}{2}(40)(9)}{41+40+9} = \frac{20 \times 9}{45} = 4$$

شعاع دایره محاطی داخلی

$$r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{\frac{1}{2}(40)(9)}{45-41} = \frac{20 \times 9}{4} = 45$$

شعاع دایره محاطی خارجی نظیر ضلع a

بنابراین اختلاف شعاع های این دو دایره برابر $45 - 4 = 41$ است.

برای محاسبه شعاع دایره های محاطی به صورت زیر عمل می کنیم

شعاع دایره محاطی داخلی $\Rightarrow$

$$r = \frac{S}{P}$$

شعاع دایره محاطی خارجی مماس بر ضلع a $\Rightarrow$

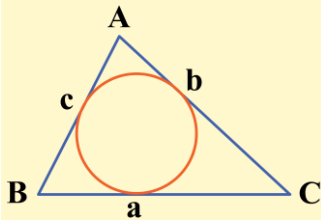
$$r = \frac{S}{P-a}$$

شعاع دایره محاطی خارجی مماس بر ضلع b $\Rightarrow$

$$r = \frac{S}{P-b}$$

شعاع دایره محاطی خارجی مماس بر ضلع c $\Rightarrow$

$$r = \frac{S}{P-c}$$

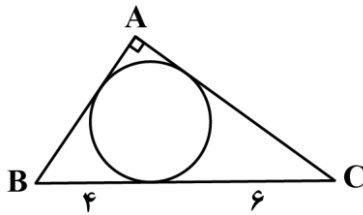


در روابط فوق S مساحت مثلث و P نصف محیط مثلث است.



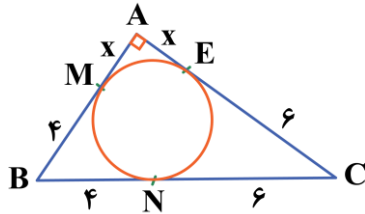
۲۵- مساحت دایره محاطی داخلی مثلث قائم الزاویه شکل مقابل برابر کدام است؟

- (۱) 4π
(۲) 9π
(۳) 12π
(۴) 16π



(سخت - ترکیبی - زمان بر) - هندسه ۲ صفحه ۲۶ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱



می دانیم طول مماس های رسم شده از نقطه ای خارج دایره بر دایره مساوی است، پس $BM = BN = 4$ و $AM = AE = x$ و $CN = CE = 6$ ، داریم:

$$\begin{aligned} \triangle ABC: BC^2 &= AB^2 + AC^2 \Rightarrow 10^2 = (4+x)^2 + (6+x)^2 \Rightarrow 100 = 16 + x^2 + 8x + 36 + x^2 + 12x \\ \Rightarrow 2x^2 + 20x - 48 &= 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 + 10x - 24 = 0 \Rightarrow (x+12)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -12 \text{ غ ق} \\ x = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

بنابراین در مثلث $\triangle ABC$ اضلاع برابر $AB = 6$ ، $AC = 8$ و $BC = 10$ هستند، پس:

$$P = \frac{6+8+10}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

$$S = \frac{1}{2}(6)(8) = 24$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{24}{12} = 2 \Rightarrow \text{مساحت دایره محاطی} = 4\pi$$



۲۶- اگر مجموعه $S = \{1, 2, \dots, 7, 8\}$ مجموعه مرجع باشد، چند مجموعه مانند X می توان از S در نظر گرفت به طوری که $\{1, 2, 3, 4, 5\} \cap X = \{1, 2\}$ باشد؟

(۴) ۱۶

(۳) ۱۵

(۲) ۸

(۱) ۶

(آسان - مفهومی - سریع) - آمار و احتمال صفحه ۲۲ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

بررسی سریع:

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

فقط تکلیف ۳ عضو ۶، ۷ و ۸ مشخص نیست که در X هستند یا نه:

هر مجموعه مانند X لزوماً باید دو عضو ۱ و ۲ را داشته باشد ولی نباید ۳، ۴ و ۵ را داشته باشد و اعضای دیگر یعنی ۶، ۷ و ۸ می توانند در مجموعه X ظاهر شوند یا نشوند، پس $2 \times 2 \times 2 = 8$ جواب برای مجموعه X وجود دارد.



۲۷- برای سه مجموعه $A = \{1\}$ ، $B = \{1, \{1\}, 2\}$ و $C = \{\{1, 2\}, \{2\}, 1\}$ ، کدام گزینه همواره درست است؟

(۲) $A \in C, A \subseteq B$

(۱) $A \in B, A \in C$

(۴) $A \subseteq B, B \not\subseteq C$

(۳) $A \subseteq C, B \subseteq C$

(متوسط - مفهومی - سریع) - آمار و احتمال صفحه ۱۷ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

①

$A \in B$ درست است ولی $A \notin C$.

②

$A \subseteq B$ درست است ولی $A \not\subseteq C$.

③

$A \subseteq C$ درست است ولی $B \not\subseteq C$.

④

هر دو مورد درست است.



۲۸- هم‌ارز گزاره $\sim p \Rightarrow [\sim (q \Rightarrow p) \vee q]$ کدام است؟

(۴) $\sim q \Rightarrow p$

(۳) $p \wedge q$

(۲) $p \Rightarrow q$

(۱) $\sim p \Rightarrow \sim q$

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۱۰ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

با استفاده از تبدیل ترکیب شرطی به ترکیب فصلی داریم:

$$\sim p \Rightarrow [\sim (q \Rightarrow p) \vee q] \equiv p \vee [\sim (\sim q \vee p) \vee q]$$

$$\equiv p \vee [(q \wedge \sim p) \vee q] \stackrel{\text{قانون جذب}}{=} p \vee q \equiv q \vee p \equiv \sim q \Rightarrow p$$

تبدیل ترکیب شرطی به ترکیب فصلی

هم‌ارزی بسیار مهم و پرکاربرد زیر، ترکیب شرطی دو گزاره را به ترکیب فصلی تبدیل می‌کند:

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

قانون دمورگان

$$\begin{cases} \sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \\ \sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \end{cases}$$

هم‌ارزی‌های مهم در گزاره‌ها

اگر p یک گزاره باشد، نقیض نقیض گزاره p را به صورت $\sim(\sim p)$ نشان می‌دهند که همواره هم‌ارز منطقی با خود گزاره p است، یعنی:

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

قوانین ترکیب‌های فصلی و عطفی

$\begin{cases} p \vee p \equiv p \\ p \wedge p \equiv p \end{cases}$ خودتوانی	$\begin{aligned} p \vee (q \vee r) &\equiv (p \vee q) \vee r \\ p \wedge (q \wedge r) &\equiv (p \wedge q) \wedge r \end{aligned}$ شرکت‌پذیری	$\begin{cases} p \vee (p \wedge q) \equiv p \\ p \wedge (p \vee q) \equiv p \end{cases}$ جذب
$\begin{cases} p \vee q \equiv q \vee p \\ p \wedge q \equiv q \wedge p \end{cases}$ جابه‌جایی	$\begin{aligned} p \vee (q \wedge r) &\equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \\ p \wedge (q \vee r) &\equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \end{aligned}$ توزیع‌پذیری	$\begin{cases} p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q \\ p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q \end{cases}$ هم‌پوشانی



۲۹- اگر x و y دو عدد حقیقی باشند، آنگاه کدام یک از گزاره‌های سوری زیر درست است؟ $(x, y \in \mathbb{R})$

$$(۲) \exists x, \forall y; x + y = 5$$

$$(۱) \forall x, \exists y; x + y = 5$$

$$(۴) \exists x, \forall y; x^2 - y^2 = 5$$

$$(۳) \forall x, \exists y; x^2 + y^2 = 5$$

(متوسط - مفهومی - زمان‌بر) - آمار و احتمال صفحه ۱۲ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

فقط در گزینه ۱ به‌ازای هر x حقیقی یک y حقیقی پیدا می‌شود که در معادله صدق کند:

$$x + y = 5 \Rightarrow y = 5 - x$$

بررسی گزینه‌های نادرست:

۲

نادرست است، زیرا اگر $x = 4$ باشد، فقط $y = 1$ قابل قبول است و نه هر مقدار y .

۳

نادرست است، زیرا اگر $x = 6$ باشد، هیچ مقداری برای y نداریم.

۴

نادرست است، زیرا اگر $x = 1$ باشد، هیچ مقداری برای y وجود ندارد که در معادله صدق کند. در حالت کلی، اگر x مقداری ثابت باشد، y نمی‌تواند هر مقداری باشد.

سورها

سور عمومی

جمله «به‌ازای هر x ، $p(x)$ برقرار است» یک جمله با سور عمومی است که در آن $p(x)$ یک گزاره‌نما است. برای سور عمومی از نماد « $\forall$ » استفاده می‌کنیم.

گزاره‌نمای شامل متغیر x که با سور عمومی همراه می‌شود، وقتی درست است که هیچ مثال نقضی نداشته باشد.

سور وجودی

جمله «به‌ازای بعضی مقادیر x ، $p(x)$ برقرار است» یک جمله با سور وجودی است که در آن $p(x)$ یک گزاره‌نما است. برای سور وجودی از نماد « $\exists$ » استفاده می‌کنیم.

گزاره‌نمای شامل متغیر x که با سور وجودی همراه می‌شود، وقتی درست است که مجموعه جواب آن تهی نباشد.



۳۰- ساده شده عبارت $(A' \cup (A' \cap B')) - (B \cap (A' - B'))$ با کدام گزینه برابر است؟

(۴) $A' \cap B'$

(۳) $B' - A'$

(۲) $A' - B'$

(۱) $A \cup B$

(سخت - ترکیبی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۲۶ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا هر قسمت را ساده می کنیم:

$$\underbrace{(A' \cup (A' \cap B'))}_{(I)} - \underbrace{(B \cap (A' - B'))}_{(II)}$$

(I) $A' \cup (A' \cap B') = A'$ قانون جذب

(II) $B \cap (A' - B') = B \cap (A' \cap B) = A' \cap B$

(I) - (II) $\Rightarrow (A' \cup (A' \cap B)) - (B \cap (A' - B')) = A' - (A' \cap B)$

$$= A' \cap (A' \cap B)' = A' \cap (A \cup B')$$

$$= \underbrace{(A' \cap A)}_{\emptyset} \cup (A' \cap B') = A' \cap B'$$

قوانین مجموعه ها

قانون تفاضل: $A - B = A \cap B'$

قانون جذب: $A \cup (A \cap B) = A$ و $A \cap (A \cup B) = A$





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QR Code بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید!

الکتریسیته ساکن (تا پایان فصل اول) - صفحه‌های ۱ تا ۴۴

بودجه‌بندی
این آزمون

درمجموع ۳ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

۳۱- جسمی دارای بار اولیه مثبت است. اگر به تعداد 3×10^{14} الکترون به آن بدهیم، اندازه بار الکتریکی جسم دو برابر می‌شود. بار اولیه جسم چند میکروکولن است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{C}$)

۸ (۴)

۱۶ (۳)

۲۴ (۲)

۴۸ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

راه نجات سریع

اول تغییر بار رو طبق رابطه $q = ne$ به دست بیار بعدش بار اولیه رو حساب کن.

گام اول

تغییر بار جسم را به دست می‌آوریم. طبق رابطه $q = ne$ می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta q = -ne = -3 \times 10^{14} \times 1/6 \times 10^{-19} = -4/8 \times 10^{-5} \text{C} = -48 \mu\text{C}$$

گام آخر

چون بار نهایی از نظر مقدار ۲ برابر شده، علامت بار ثانویه باید مخالف بار اولیه باشد؛ بنابراین داریم:

$$q_2 = -2q_1$$

$$\Rightarrow \Delta q = q_2 - q_1 = -2q_1 - q_1 = -3q_1$$

$$\xrightarrow{\Delta q = -48 \mu\text{C}} -3q_1 = -48 \Rightarrow q_1 = 16 \mu\text{C}$$

پس بار اولیه جسم برابر با $16 \mu\text{C}$ است.

بار الکتریکی

۱- اصل پایستگی بار: مجموع جبری همه بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی ثابت است. بدین معنا که می‌تواند از جسمی به جسم دیگر منتقل شود اما امکان تولید یا نابودی یک بار خالص وجود ندارد.

۲- بار الکتریکی، کمیتی گسسته (کوانتیده) است که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$q = \pm ne, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

در رابطه فوق، e بار بنیادی و برابر $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{C}$ و q یکای بار الکتریکی در SI کولن (C) است.

۳- اگر تعداد الکترون‌های یک جسم بیشتر از پروتون‌های آن باشد، علامت بار آن منفی خواهد بود و اگر تعداد الکترون‌های آن کمتر از پروتون‌هایش باشد، علامت بار آن مثبت خواهد بود. صفر بودن جمع جبری بارهای یک جسم به معنای خنثی بودن آن است.

یه نمونه باحال

تعداد الکترون‌های جسمی $2/5 \times 10^{10}$ واحد بیشتر از پروتون‌های آن است. بار الکتریکی این جسم چند نانوکولن است؟

$$(e = 1/6 \times 10^{-19} \text{C})$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا دقت کنید که چون تعداد الکترون‌ها بیشتر از پروتون‌ها است، علامت بار جسم منفی است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$q = -ne = -2/5 \times 10^{10} \times 1/6 \times 10^{-19} = -4 \times 10^{-9} \text{C} = -4 \text{ nC}$$



۳۲- در شکل زیر، دو گوی مشابه به جرم $3/6g$ و بار یکسان و مثبت q در داخل استوانه عایقی در فاصله $1cm$ از هم قرار دارند و گوی بالایی به حالت معلق مانده است. بار هر گوی چند نانوکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}, g = 10 \frac{m}{s^2})$ و اصطکاک ناچیز و گوی‌ها بسیار کوچک فرض می‌شوند.



(۲) ۳۰

(۱) ۲۰

(۴) ۸۰

(۳) ۴۰

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۶ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

راه نجات سریع

اول نیروهای وارد بر گوی بالایی را رسم کن و مقدار هرکدام رو به دست بیار بعدش طبق قانون کولن مقدار بار هر گوی رو حساب کن.

گام اول

نیروهای وارد بر گوی بالایی را رسم و اندازه هر یک را به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_e \uparrow, \vec{mg} \downarrow, F_{net} = 0 \Rightarrow F_e = mg = 3/6 \times 10^{-3} \times 10 = 3/6 \times 10^{-2} N$$

گام آخر

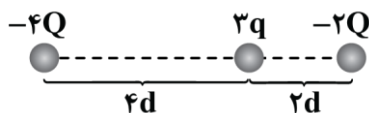
اندازه بار هر گوی را به دست می‌آوریم:

$$F_e = \frac{kq^2}{r^2} \Rightarrow 3/6 \times 10^{-2} = \frac{9 \times 10^9 \times q^2}{(10^{-2})^2} \Rightarrow q^2 = 4 \times 10^{-16}$$

$$\Rightarrow q = 2 \times 10^{-8} C = 20 nC$$



۳۳- اگر اندازه نیرویی که بار نقطه‌ای Q در فاصله d بر بار نقطه‌ای q وارد می‌کند، برابر F باشد، در شکل زیر، نیروی خالص وارد بر بار $3q$ از طرف دو بار دیگر چند F و در چه جهتی است؟ $(Q, q > 0)$



(۱) $\frac{3}{4}F$ به سمت راست (۲) $\frac{3}{4}F$ به سمت چپ (۳) $\frac{3}{4}F$ به سمت راست (۴) $\frac{3}{4}F$ به سمت چپ

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۷ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به این که $Q, q > 0$ است، درمی‌یابیم بارهای Q و q هم‌نام هستند؛ بنابراین با فرض این که بارهای Q و q مثبت هستند، مطابق شکل زیر داریم:

$$q_1 = -4Q, q_2 = 3q, q_3 = -2Q$$

$$F_1 = k \frac{(4Q)(3q)}{(4d)^2} = \frac{12}{16} \frac{kQq}{d^2} = \frac{3}{4}F$$

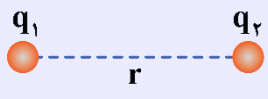
$$F_2 = k \frac{(2Q)(3q)}{(2d)^2} = \frac{6}{4} \frac{kQq}{d^2} = \frac{3}{2}F$$

$$\frac{3}{4}F \leftarrow \bullet \rightarrow \frac{3}{2}F, F_{net} = \frac{3}{2}F - \frac{3}{4}F = \frac{3}{4}F \text{ به سمت راست}$$

درنتیجه نیروی برآیند به صورت زیر است:

نیروی الکتریکی

۱- مطابق قانون کولن، اگر بارهای q_1 و q_2 در فاصله r از هم قرار بگیرند، نیروی الکتریکی‌ای که به هم وارد می‌کنند برابر است با:



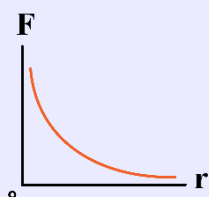
$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

در رابطه بالا، k ثابت کولن است که یکای آن $\frac{N \cdot m^2}{C^2}$ است.

۲- برای مقایسه نیروی الکتریکی بین بارها می‌توان نوشت:

$$F \propto \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_1||q'_2|}{|q_1||q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{\text{اگر اندازه بارها ثابت باشد}} \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

۳- نمودار تغییرات نیروی الکتریکی برحسب فاصله دو بار، مطابق شکل به صورت نزولی خواهد بود.



یه نمونه باحال

دو بار نقطه‌ای $q_1 = 10 \mu C$ و $q_2 = 20 \mu C$ را در چه فاصله‌ای از هم قرار دهیم تا با نیروی الکتریکی $5N$ یکدیگر را دفع کنند؟

$$(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$$

پاسخ تشریحی:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 5 = 9 \times 10^9 \times \frac{20 \times 10 \times 10^{-12}}{r^2}$$

$$\Rightarrow 5 = \frac{180}{r^2} \Rightarrow r^2 = 36 \Rightarrow r = 6 \text{ m}$$

یه نمونه باحال

دو بار الکتریکی در فاصله 10 cm به هم نیروی الکتریکی F را وارد می‌کنند. فاصله بارها را چند سانتی‌متر افزایش دهیم تا نیروی الکتریکی

بین آن‌ها $\frac{F}{4}$ شود؟

پاسخ تشریحی:

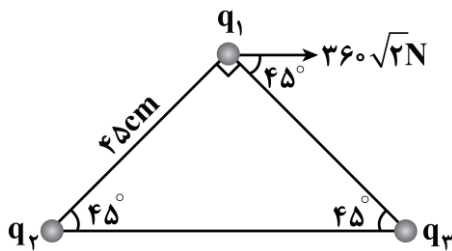
$$F \propto \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{\text{بارها ثابت‌اند}} \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{10}{r'}\right)^2$$

$$\Rightarrow r' = 20 \text{ cm} \Rightarrow \text{فاصله بارها باید } 10 \text{ cm} \text{ افزایش یابد.}$$



۳۴- در شکل زیر، سه بار نقطه‌ای با اندازه بار الکتریکی یکسان، در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای قرار دارند و نیروی الکتریکی خالص

وارد بر بار q_1 که در رأس قائم مثلث قرار دارد، مطابق شکل است. کدام گزینه درست است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$



(۱) $|q_2| = 90 \mu C$ و q_3 هم‌نام‌اند.

(۲) $|q_2| = 90 \mu C$ و q_3 ناهم‌نام‌اند.

(۳) $|q_2| = 45 \mu C$ و q_3 هم‌نام‌اند.

(۴) $|q_2| = 45 \mu C$ و q_3 ناهم‌نام‌اند.

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۹ - ۱۱۰۱)

راه نجات سریع

اول اندازه و جهت نیروهای $\vec{F}_{21}$ و $\vec{F}_{31}$ رو به دست بیار. بعدش با داشتن اندازه و جهت $\vec{F}_{21}$ و $\vec{F}_{31}$ مقدار بارها و علامت بارها رو به دست بیار.

کلم اول

ابتدا اندازه و جهت نیروی بارهای q_2 و q_3 بر q_1 را به دست می‌آوریم. با توجه به نیروی خالص وارد بر بار q_1 داریم:

$$\vec{F}_{21} \quad \vec{F}_{31} \quad \vec{F}_{net1}$$

$$\frac{|q_2| = |q_3| = |q|}{r_{21} = r_{31} = r} \rightarrow F_{21} = F_{31} = F$$

$$F_{net1} = \sqrt{F_{21}^2 + F_{31}^2} = \sqrt{2}F = 360\sqrt{2}N \Rightarrow F = 360N$$

کلم دوم

اندازه بار هریک از ذرات یکسان و برابر با $|q|$ است؛ بنابراین طبق قانون کولن داریم:

$$F = \frac{k|q||q|}{r^2} = \frac{kq^2}{r^2} \quad \frac{F=360N}{r=45cm} \rightarrow 360 = \frac{90q^2}{45^2} \Rightarrow 4 = \frac{q^2}{45^2} \Rightarrow 2 = \frac{|q|}{45} \Rightarrow |q| = 90 \mu C$$

اندازه بارها یکسان و برابر با $|q|$ است. $\rightarrow |q_2| = 90 \mu C$

کلم آخر

با توجه به جهت $\vec{F}_{21}$ و $\vec{F}_{31}$ ، درمی‌یابیم بار q_2 بار q_1 را دفع و بار q_3 بار q_1 را جذب می‌کند؛ بنابراین q_2 و q_3 ناهم‌نام هستند.



۳۵- دو ذره A و B با بارهای الکتریکی $q_A = q$ و $q_B = -3q$ در فاصله معینی از هم قرار دارند و ذره B نیروی $\vec{F}_{BA} = (7/2N)\vec{i} - (9/6N)\vec{j}$ را به ذره A وارد می‌کند. اگر تعدادی الکترون از ذره B به ذره A منتقل کنیم تا بار الکتریکی ذره B برابر $+2q$ شود، در همان فاصله، بردار نیروی الکتریکی‌ای که ذره A به ذره B وارد می‌کند برابر با کدام گزینه می‌شود؟

(۲) $(-1/2N)\vec{i} + (1/6N)\vec{j}$

(۱) $(-19/2N)\vec{i} + (25/6N)\vec{j}$

(۴) $(19/2N)\vec{i} - (25/6N)\vec{j}$

(۳) $(1/2N)\vec{i} - (1/6N)\vec{j}$

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۸ - ۱۱۰۱)

کلم اول

تعدادی الکترون از ذره B به ذره A منتقل کرده‌ایم و بار جدید ذره B، $q'_B = +2q$ شده است؛ بنابراین طبق اصل پایستگی بار الکتریکی داریم:

$$q'_A + q'_B = q_A + q_B \Rightarrow q'_A + 2q = q - 3q \Rightarrow q'_A = -4q$$

به کمک رابطه $F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$ و با توجه به ثابت بودن r داریم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_A|}{|q_A|} \cdot \frac{|q'_B|}{|q_B|} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{4q}{q} \cdot \frac{2q}{3q} \Rightarrow F' = \frac{8}{3}F$$

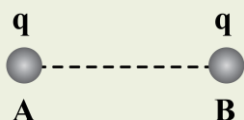
در حالت اول، نیروی الکتریکی بین دو ذره از نوع جاذبه و در حالت دوم نیز که بارها ناهم علامت‌اند، نیروی الکتریکی بین دو ذره باز هم از نوع جاذبه می‌شود:

$$\vec{F}_{BA} = (7/2N)\vec{i} - (9/6N)\vec{j} \xrightarrow[\text{کنش و واکنش هستند}]{\vec{F}_{AB} \text{ و } \vec{F}_{BA} \text{ از نوع}} \vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA} = (-7/2N)\vec{i} + (9/6N)\vec{j}$$

$$\xrightarrow{\vec{F}'_{AB} = \frac{8}{3}\vec{F}_{AB}} \vec{F}'_{AB} = \frac{8}{3} \times ((-7/2N)\vec{i} + (9/6N)\vec{j}) = (-19/3N)\vec{i} + (12/3N)\vec{j}$$

در حالت اول نیروی $\vec{F}_{BA}$ مطرح شده و در حالت دوم نیروی $\vec{F}'_{AB}$ مطرح شده! پس اگر حواست نباشه که در حالت اول، نیروی $\vec{F}_{BA}$ رو قرینه کنی تا نیروی $\vec{F}_{BA}$ به دست بیاد و در حالت دوم استفاده کنی، در دام گزینه (۴) می‌افتی.

۶۲- مطابق شکل زیر، بارهای الکتریکی مثبت و هم اندازه q در جای خود ثابت شده‌اند و به یکدیگر نیروی الکتریکی به بزرگی F وارد می‌کنند. اگر تعدادی الکترون از جسم A به جسم B منتقل کنیم تا بار جسم B برابر $-2q$ شود، در این صورت بزرگی نیرویی که دو ذره به هم وارد می‌کنند، چند برابر F می‌شود؟



- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) ۶
(۴) ۸

پاسخ تشریحی:

ابتدا بار دو جسم برابر q است و نیروی الکتریکی برابر است با:

$$F = k \frac{q^2}{r^2}$$

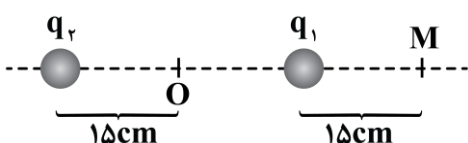
در ادامه $3q$ بار از جسم A به جسم B منتقل شده است تا بار جسم B به $-2q$ و بار جسم A به $+4q$ برسد. در این صورت نیروی الکتریکی برابر است با:

$$F = k \frac{4q \times 2q}{r^2} = 8k \frac{q^2}{r^2} = 8F$$

پاسخ: گزینه ۴

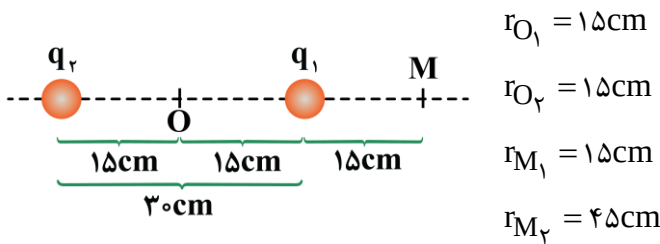


۳۶- مطابق شکل زیر، دو ذره باردار با بارهای $q_1 = 1\mu C$ و $q_2 = -8\mu C$ در فاصله ۳۰ سانتی‌متری از هم ثابت شده‌اند و میدان الکتریکی خالص ناشی از دو ذره در نقطه O برابر با $\vec{E}$ است. اگر ۵۰ درصد از بار q_2 را برداشته و به بار q_1 اضافه کنیم، میدان الکتریکی خالص در نقطه M برابر با کدام گزینه می‌شود؟



- (۱) $\frac{81}{31}\vec{E}$
(۲) $\frac{-81}{31}\vec{E}$
(۳) $\frac{31}{81}\vec{E}$
(۴) $\frac{-31}{81}\vec{E}$

با توجه به شکل زیر، فاصله هریک از بارها را از نقاط O و M به دست می آوریم:



حالا فرض کنیم بزرگی میدان ناشی از بار $q_1 = 1\mu C$ در فاصله ۱۵ سانتی متری برابر با E' است. از طرفی می دانیم بزرگی میدان با اندازه بار رابطه مستقیم و با مربع فاصله از بار رابطه عکس دارد؛ بنابراین می توانیم بنویسیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 = 1\mu C \\ r_{O1} = 15cm \end{array} \right\} \Rightarrow E_{O1} = E'$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q_2 = -8\mu C \Rightarrow |q_2| = 8|q_1| \\ r_{O2} = 15cm \Rightarrow r_{O2} = r_{O1} \end{array} \right\} \Rightarrow E_2 = 8E' \Rightarrow \vec{E}_O = -E'\vec{i} - 8E'\vec{i} = -9E'\vec{i}$$

اکنون با اعمال تغییرات، میدان الکتریکی ناشی از بارهای q'_1 و q'_2 را در نقطه M به دست آورده و میدان خالص را حساب می کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} q'_1 = -3\mu C \Rightarrow |q'_1| = 3|q_1| \\ r_{M1} = 15cm \Rightarrow r_{M1} = r_{O1} \end{array} \right\} \Rightarrow E'_{M1} = 3E'$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q'_2 = -4\mu C \Rightarrow |q'_2| = 4|q_1| \\ r_{M2} = 45cm \Rightarrow r_{M2} = 3r_{O1} \end{array} \right\} \Rightarrow E'_{M2} = 4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 E' = \frac{4}{9} E'$$

$$\vec{E}_M = -3E'\vec{i} - \frac{4}{9}E'\vec{i} = -\frac{31}{9}E'\vec{i}$$

درنهایت با توجه به این که $\vec{E}_O = \vec{E} = -9E'\vec{i}$ است، داریم:

$$E'\vec{i} = -\frac{\vec{E}}{9}$$

$$E'_M = -\frac{31}{9}E'\vec{i} \Rightarrow E'_M = -\frac{31}{9}\left(-\frac{\vec{E}}{9}\right) = \frac{31}{81}\vec{E}$$

راهنمای زنگبازی

چون قراره میدان خالص رو در دو حالت مقایسه کنیم، می تونیم $k=1$ و همه ۱۵cm ها رو هم معادل ۱ بگیریم:

حالت اول: $q_2 = -8\mu C$ $q_1 = 1\mu C$ $\vec{E}_2$ $\vec{E}_1$ $\vec{E}_{TO} = E_2 + E_1 = |q_2| + |q_1| = 9 \Rightarrow \vec{E} = -9\vec{i}$

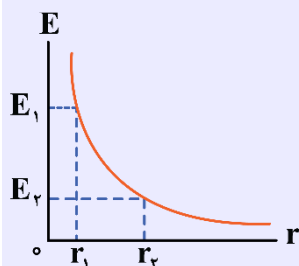
حالت دوم: $q'_2 = -4\mu C$ $q'_1 = -3\mu C$ $\vec{E}'_2$ $\vec{E}'_1$ $\vec{E}'_{TM} = E'_2 + E'_1 = \frac{4}{9} + \frac{3}{1} = \frac{31}{9} \Rightarrow \vec{E}'_{TM} = -\frac{31}{9}\vec{i}$

$$\Rightarrow \frac{\vec{E}'_{TM}}{\vec{E}_{TO}} = \frac{\frac{31}{9}}{9} = \frac{31}{81} \xrightarrow{\vec{E}_{TO} = \vec{E}} \vec{E}'_{TM} = \frac{31}{81}\vec{E}$$

راهنمای مسیرت

توی حل این مدل سؤال که چند تا میدان یا چند تا نیرو داری و در آخر باید نسبتی به جواب برسی، سعی کن به مقدار مشخصی رو قرارداد کنی و نسبت به اون مقدار بقیه رو حساب کنی!
در ضمن یادادت باشه طراحی کنکور خیلی به این مدل سؤال علاقه دارن...

نمودار E - r



نمودار تغییرات بزرگی میدان الکتریکی برحسب فاصله از بار، مطابق شکل مقابل است:
همان طور که واضح است با افزایش فاصله از بار، بزرگی میدان کاهش می یابد.

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \xrightarrow{k|q| \text{ ثابت است.}} E \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

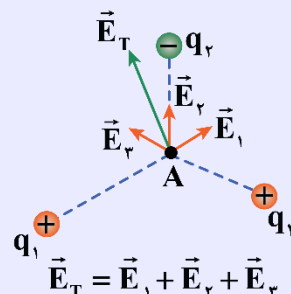
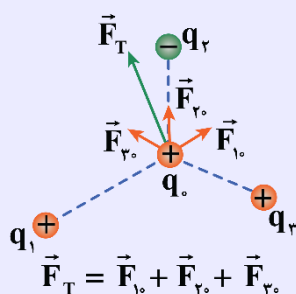
نکته

دقت کنید که در محاسبه اندازه میدان الکتریکی فقط اندازه بار را در رابطه فوق قرار می دهیم و علامت بار را در محاسبه در نظر نمی گیریم.

اصل برهم نهی میدان های الکتریکی

این اصل بیان می دارد که میدان الکتریکی ناشی از چند بار نقطه ای در نقطه ای از فضا، برابر با جمع برداری میدان های الکتریکی است که هر یک از بارها به طور مستقل در آن نقطه ایجاد می کنند.

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots$$

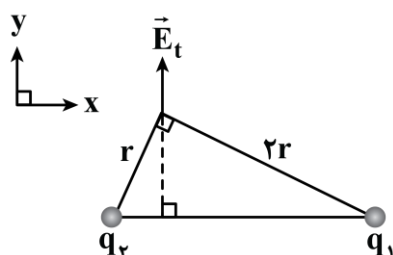


۱- نیروی $\vec{F}_T$ ، نیروی برابند وارد بر بار آزمون q_0 است.

۲- میدان الکتریکی $\vec{E}_T$ در محل بار آزمون برابر با جمع برداری میدان های $\vec{E}_1$ ، $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_3$ در محل این بار است.



۳۷- مطابق شکل، دو ذره باردار q_1 و q_2 در دو رأس مثلث قائم الزاویه ای ثابت شده اند و میدان الکتریکی خالص ناشی از این دو ذره در رأس قائم، عمود بر وتر و در جهت محور y است. اگر به تعداد $2/5 \times 10^{13}$ الکترون از بار q_1 برداشته و به بار q_2 انتقال دهیم، میدان الکتریکی برابند در رأس قائم، موازی با وتر و در راستای محور x می شود. مقدار q_2 چند میکروکولن بوده است؟



$$(e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C})$$

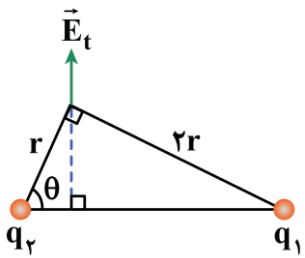
$$1/6 \quad (1)$$

$$2/8 \quad (2)$$

$$6/4 \quad (3)$$

$$8/4 \quad (4)$$

کلم اول



با توجه به نکات گفته‌شده در درس‌نامه، چون میدان الکتریکی برآیند در رأس قائم مثلث قائم‌الزاویه در راستای عمود بر وتر است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{q_2}{q_1} = \cot \theta = \frac{r}{2r} \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow q_1 = 2q_2 \quad (1)$$

کلم آخر

به تعداد $2/5 \times 10^{13}$ الکترون از بار الکتریکی q_1 برداشته و به بار الکتریکی q_2 منتقل می‌کنیم؛ بنابراین مقدار جدید بارهای q_1 و q_2 برابر است با:

$$ne = 2/5 \times 10^{13} \times 1/6 \times 10^{-19} = 4 \times 10^{-6} = 4 \mu C$$

$$q'_1 = q_1 + ne = q_1 + 4$$

$$q'_2 = q_2 - ne = q_2 - 4$$

چون در این حالت، میدان الکتریکی برآیند در راستای محور X است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{q'_2}{q'_1} = -\cot^3 \theta \Rightarrow \frac{q_2 - 4}{q_1 + 4} = \frac{-1}{2} \Rightarrow 2q_2 - 8 = -q_1 - 4 \Rightarrow 2q_2 + q_1 = 4$$

$$\xrightarrow{(1)} 2q_2 + 2q_2 = 4 \Rightarrow q_2 = 1 \mu C$$

نکته

اگر نیروی کل یا میدان کل در رأس قائمه، در راستای عمود بر وتر باشد:

$$\frac{q_1}{q_2} = +\cot \theta$$

باید q_1 و q_2 هم‌علامت باشند.

یا می‌توان نوشت:

$$\frac{q_2}{q_1} = +\cot \alpha$$

نکته

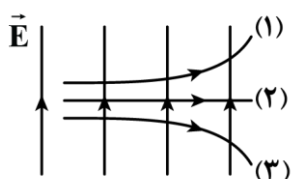
اگر نیروی کل یا میدان کل در رأس قائمه، موازی وتر باشد:

$$\frac{q_1}{q_2} = -\cot^3 \theta \quad \text{یا} \quad \frac{q_2}{q_1} = -\cot^3 \alpha$$

باید q_1 و q_2 ناهم‌علامت باشند.



۳۸- مطابق شکل زیر، در شرایط خلأ، میدان الکتریکی یکنواختی رو به بالا برقرار شده است. اگر یک الکترون به‌طور افقی در این ناحیه پرتاب شود، کدام یک از مسیرهای زیر را می‌تواند طی کند؟ (فقط نیروی الکتریکی به الکترون وارد می‌شود).



(۱) مسیر

(۲) مسیر

(۳) مسیر

(۴) ممکن است هر یک از مسیرها را طی کند.

با توجه به بار منفی الکترون، درمی یابیم جهت نیروی الکتریکی در خلاف جهت میدان الکتریکی و رو به پایین است؛ بنابراین الکترون رو به پایین منحرف می شود و مسیر (۳) را می تواند طی می کند.

میدان و نیروی الکتریکی

۱- میدان الکتریکی خاصیتی در اطراف ذرات باردار است که برابر نیروی وارد بر واحد بار الکتریکی است.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

۲- در رابطه فوق، یکای F ، q و E به ترتیب نیوتون، کولن و نیوتون/کولن است. در ادامه این فصل خواهیم دید که علاوه بر نیوتون، یکای ولت/متر هم یکای میدان الکتریکی است.

۳- اگر یک ذره باردار درون میدان الکتریکی قرار گیرد، به آن نیرو وارد می شود که این نیرو برابر است با:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow \vec{F} = q\vec{E}$$



مطابق رابطه فوق نکات زیر قابل استنباط هستند:

۱- با ضرب کردن اندازه بار الکتریکی در اندازه میدان الکتریکی، اندازه نیروی الکتریکی وارد بر بار به دست می آید.

۲- اگر $q > 0$ باشد، $\vec{E}$ و $\vec{F}$ هم جهت هستند؛ بنابراین به بار مثبت در جهت میدان نیرو وارد می شود.

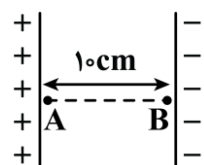
۳- اگر $q < 0$ باشد، $\vec{E}$ و $\vec{F}$ در خلاف جهت هم هستند؛ بنابراین به بار منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می شود.



۳۹- در شکل زیر، بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه باردار، $\frac{N}{C}$ ۲۰۰۰ است. اگر ذره بارداری با بار $-1/6 \times 10^{-19} C$ و

جرم $kg \ 6/4 \times 10^{-31}$ از نقطه A، با سرعت v به سمت راست پرتاب شود، سرانجام در نقطه B متوقف می شود. اندازه v چند

$\frac{m}{s}$ است؟ (از اثر نیروی گرانشی بر روی ذره صرف نظر شود.)



(۲) 2×10^7

(۱) 10^6

(۴) 5×10^6

(۳) 10^7

راه نجات سریع

اول تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره رو حساب کن. بعدش تغییر انرژی جنبشی رو به دست بیار. در نهایت تندی پرتاب ذره رو حساب کن.



تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره را به دست می آوریم. با توجه به شکل، درمی یابیم جهت میدان الکتریکی به سمت راست بوده و با توجه به منفی بودن بار الکتریکی ذره، جهت نیروی الکتریکی در خلاف جهت میدان الکتریکی و به سمت چپ است؛ بنابراین با توجه به جابه جایی ذره به سمت راست، درمی یابیم زاویه θ برابر با 180° است؛ در نتیجه داریم:

$$\Delta U_E = -E|q|d \cos \theta \Rightarrow \Delta U_E = -2000 \times 1/6 \times 10^{-19} \times 0/1 \times \cos 180^\circ$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = 3/2 \times 10^{-17} J$$

تغییر انرژی جنبشی ذره را حساب می‌کنیم. با توجه به این که فقط نیروی الکتریکی بر ذره وارد می‌شود، داریم:

$$\Delta K = -\Delta U_E \Rightarrow \Delta K = -3/2 \times 10^{-17} \text{ J}$$

تندی پرتاب ذره را حساب می‌کنیم:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2) \Rightarrow -3/2 \times 10^{-17} = \frac{1}{2} \times 6/4 \times 10^{-31} (v^2 - v_0^2) \Rightarrow v^2 = 10^{14} \Rightarrow |v| = 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پایستگی انرژی و انرژی پتانسیل الکتریکی

در مسائلی که اتلاف انرژی نداریم و نیرویی جز نیروی الکتریکی روی ذره کار انجام نمی‌دهد، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی و انرژی جنبشی، قرینه هم هستند؛ بنابراین برای محاسبه تغییرات انرژی جنبشی کافی است تغییرات انرژی پتانسیل را محاسبه کنیم و سپس آن را قرینه کنیم.

$$\Delta E = \Delta U + \Delta K = 0 \Rightarrow \Delta K = -\Delta U$$

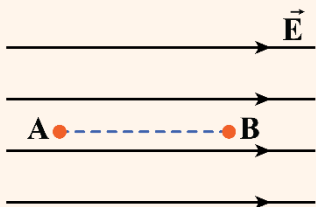
بنابراین با توجه به این که $|\Delta U| = |Eqd \cos \alpha|$ است، برای محاسبه ΔK داریم:

$$|\Delta K| = |Eqd \cos \alpha|$$

در حالتی که روی ذره فقط نیروی الکتریکی کار انجام می‌دهد، هرگاه ذره در جهت خودبه‌خودی حرکت کند، $\Delta K > 0$ است و انرژی جنبشی زیاد می‌شود و هرگاه در خلاف جهت خودبه‌خودی حرکت کند، $\Delta K < 0$ است و انرژی جنبشی کم می‌شود.

به نمونه باحال

در شکل زیر، در میدان الکتریکی یکنواخت $\frac{5}{C} \text{ N}$ ، ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -5 \mu\text{C}$ از نقطه B بدون سرعت اولیه رها می‌شود. وقتی این ذره در مسیر مستقیم، ۲۰ cm جابه‌جا شده و به نقطه A می‌رسد، انرژی جنبشی آن چند ژول می‌شود؟ (از اثر گرانش و نیروهای مقاوم در مقابل حرکت ذره صرف‌نظر شود.)



پاسخ تشریحی:

گام اول: بار منفی در خلاف جهت میدان حرکت کرده و از نقطه B به A می‌رسد؛ بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد، پس $\Delta K > 0$ است.

گام دوم: برای محاسبه انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$|\Delta K| = |Eqd \cos \alpha| = |10^{-5} \times 5 \times 10^{-6} \times 0.2 \times 1| = 0.1 \text{ J}$$

$$\xrightarrow{\Delta K > 0} \Delta K = +0.1 \text{ J} \Rightarrow K_2 - \overset{\text{صفر}}{K_1} = 0.1 \text{ J} \Rightarrow K_2 = 0.1 \text{ J}$$



۴۰- بار الکتریکی $q = -5 \mu\text{C}$ از نقطه‌ای با پتانسیل الکتریکی $V_1 = 15 \text{ V}$ تا نقطه‌ای با پتانسیل الکتریکی $V_2 = 5 \text{ V}$ جابه‌جا می‌شود. انرژی پتانسیل الکتریکی بار q در این جابه‌جایی چند ژول و چگونه تغییر کرده است؟

- (۱) 5×10^{-6} ، کاهش (۲) 5×10^{-5} ، کاهش (۳) 5×10^{-6} ، افزایش (۴) 5×10^{-5} ، افزایش

اول تغییر پتانسیل الکتریکی رو حساب کن. بعدش با داشتن بار الکتریکی و ΔV ، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی رو به دست بیار.

تغییر پتانسیل الکتریکی را در این جابه جایی به دست می آوریم:

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 5 - 15 = -10V$$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار را حساب می کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow -10 = \frac{\Delta U_E}{-5 \times 10^{-6}} \Rightarrow \Delta U_E = 5 \times 10^{-5} J$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی بار $5 \times 10^{-5} J$ افزایش می یابد.



اگر به ذره ای فقط نیروی الکتریکی وارد شود، داریم:

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی (J)

$$\Delta U_E = -\Delta K$$

تغییر انرژی جنبشی

رابطه تغییر پتانسیل الکتریکی با تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی به صورت زیر است:

تغییر پتانسیل الکتریکی (V)

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \rightarrow \text{تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی (J)}$$

بار الکتریکی (C)

آزمون سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۰

۶۴- در یک میدان الکتریکی یکنواخت، ذره بارداری را در نقطه ای به پتانسیل الکتریکی $V_1 = 30V$ از حال سکون رها می کنیم. اگر ذره فقط تحت تأثیر میدان الکتریکی به نقطه ای به پتانسیل الکتریکی $V_2 = 80V$ برسد و انرژی جنبشی آن $2mJ$ افزایش یابد، بار الکتریکی ذره چند میکروکولن است؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۴۰ (۳) ۴۰ (۴) ۸۰

پاسخ تشریحی:

انرژی جنبشی $2mJ$ زیاد شده است، پس انرژی پتانسیل الکتریکی $2mJ$ کم شده است (چرا؟)؛ بنابراین $\Delta U = -2mJ$ است و می توان نوشت:

$$\Delta U = q\Delta V \Rightarrow -2 \times 10^{-3} = q(80 - 30)$$

$$\Rightarrow q = -4 \times 10^{-5} C = -40 \mu C$$

پاسخ: گزینه ۳



۴۱- دو صفحه رسانا با فاصله $4cm$ را موازی یکدیگر قرار می دهیم و آن ها را به اختلاف پتانسیل الکتریکی $120V$ وصل می کنیم تا یکی از صفحه ها به طور منفی و دیگری به طور مثبت باردار شوند. به ترتیب از راست به چپ، اندازه میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه چند واحد SI است و کدام صفحه پتانسیل الکتریکی بیش تری دارد؟

- (۱) 30 ، صفحه با بار مثبت (۲) 30 ، صفحه با بار منفی
(۳) 3000 ، صفحه با بار مثبت (۴) 3000 ، صفحه با بار منفی

کلام اول

اندازه میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه برابر است با:

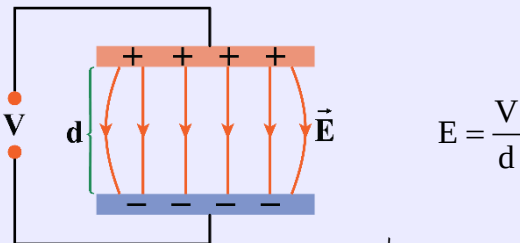
$$E = \frac{|\Delta V|}{d} \quad |\Delta V| = 120 \text{ V}, d = 4 \text{ cm} = 4 \times 10^{-2} \text{ m} \rightarrow E = \frac{120}{4 \times 10^{-2}} = 3000 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

کلام آخر

میدان الکتریکی یکنواخت، از صفحه مثبت به صفحه منفی برقرار می شود و می دانیم اگر در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم (از صفحه مثبت به صفحه منفی برویم)، پتانسیل الکتریکی کاهش می یابد. پس پتانسیل الکتریکی صفحه با بار مثبت، بیش تر از پتانسیل الکتریکی صفحه با بار منفی است.

میدان الکتریکی یکنواخت

۱- اگر دو صفحه بزرگ فلزی را با بارهای $+q$ و $-q$ باردار کنیم و در مقابل هم در فاصله d قرار دهیم، به دور از لبه صفحه ها، میدان الکتریکی یکنواختی بین آن ها ایجاد می شود که اندازه آن از رابطه زیر به دست می آید:



$$E = \frac{V}{d}$$

۲- مطابق رابطه $E = \frac{V}{d}$ ، یکای میدان الکتریکی علاوه بر نیوتون/کولن که در گذشته خواندیم، می تواند ولت/متر هم باشد.

یه نمونه باحال

دو صفحه بزرگ فلزی را به اختلاف پتانسیل 20 V وصل می کنیم و آن ها را در فاصله 5 cm از هم قرار می دهیم. اندازه میدان الکتریکی بین دو صفحه چند واحد SI است؟

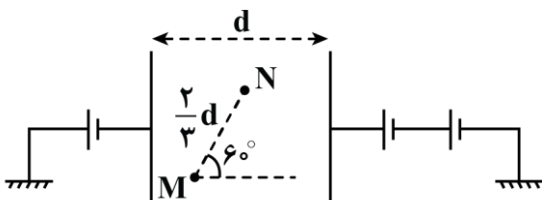
پاسخ تشریحی:

مطابق رابطه $E = \frac{V}{d}$ داریم:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{20}{5 \times 10^{-2}} = 400 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$



۴۲- سه باتری ۱۲ ولتی را مطابق شکل، توسط سیم های رسانایی به دو صفحه رسانای موازی و هم اندازه وصل کرده ایم. اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه M و N چند ولت است؟



۱ (۱)

۴ (۲)

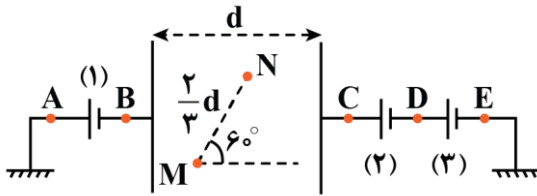
۸ (۳)

۱۲ (۴)

راه نجات سریع

به کمک صفر بودن پتانسیل زمین، پتانسیل پایانه های هریک از باتری ها رو به دست بیار تا به اختلاف پتانسیل صفحات برسی. بعدش با مفهوم میدان الکتریکی یکنواخت، کار رو تموم کن.

در هریک از باتری‌ها، $V_+ - V_- = 12V$ است و چون $V_{\text{زمین}} = 0$ است، داریم:



$$V_A = 0 \Rightarrow V_{+1} = 0 \xrightarrow{V_+ - V_- = 12V} 0 - V_{-1} = 12V \Rightarrow V_{-1} = -12V \xrightarrow{V_B = V_{-1}} V_B = -12V$$

$$V_E = 0 \Rightarrow V_{-3} = 0 \xrightarrow{V_+ - V_- = 12V} V_{+3} - 0 = 12 \Rightarrow V_{+3} = 12V \xrightarrow{V_{+3} = V_D} V_D = 12V$$

$$\xrightarrow{V_{-2} = V_D} V_{-2} = 12V \xrightarrow{V_+ - V_- = 12V} V_{+2} - 12 = 12 \Rightarrow V_{+2} = 24V \xrightarrow{V_C = V_{+2}} V_C = 24V$$

پس پتانسیل الکتریکی صفحهٔ رسانای سمت چپ برابر $-12V$ و پتانسیل الکتریکی صفحهٔ رسانای سمت راست $+24V$ است.

به کمک رابطهٔ $E = \frac{\Delta V}{d}$ داریم:

$$E = \left(\frac{\Delta V}{d} \right)_{\text{دو صفحه}} = \left(\frac{\Delta V}{d} \right)_{MN} \Rightarrow \left(\frac{\Delta V}{d} \right)_{\text{دو صفحه}} = \left(\frac{\Delta V}{\frac{2}{3}d \cos 60^\circ} \right)_{MN}$$

$$\Rightarrow \frac{24 - (-12)}{d} = \frac{\Delta V_{MN}}{\frac{1}{3}d} \Rightarrow \Delta V_{MN} = 12V$$



در یک میدان الکتریکی یکنواخت اگر فاصلهٔ دو نقطه در راستای خطوط میدان d باشد، داریم:

$$\frac{\Delta V_{AB}}{\Delta V_{CD}} = \frac{d_{AB}}{d_{CD}}$$



هر باتری دو پایانه دارد که یکی با مثبت و دیگری با منفی نشان داده می‌شود. بنا به قرارداد، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برابر با پتانسیل پایانهٔ مثبت منهای پتانسیل پایانهٔ منفی است. اگر پتانسیل پایانهٔ منفی را با V_- و پتانسیل پایانهٔ مثبت را با V_+ نشان دهیم، داریم:

$$\Delta V = V_+ - V_-$$

بنابراین، وقتی می‌گوییم باتری خودرو 12 ولت است، یعنی پتانسیل پایانهٔ مثبت به اندازهٔ 12 ولت از پتانسیل پایانهٔ منفی آن بیشتر است؛ مثلاً اگر پتانسیل پایانهٔ منفی را برابر با $-4V$ فرض کنیم، پتانسیل پایانهٔ مثبت برابر $+8V$ خواهد شد. می‌توان پایانهٔ منفی را مرجع پتانسیل در نظر گرفت؛ در این صورت، پتانسیل پایانهٔ مثبت برابر $+12V$ می‌شود. معمولاً (به‌خصوص در مهندسی برق) پتانسیل زمین یا نقطه‌ای از مدار را برابر صفر می‌گیرند و به آن نقطه، اصطلاحاً نقطهٔ زمین می‌گویند و پتانسیل نقطه‌های دیگر را نسبت به آن می‌سنجند. نقطهٔ زمین را در مدارهای الکتریکی با نماد $\perp$ نشان می‌دهند.



۴۳- میدان الکتریکی در نزدیکی سطح زمین حدود $130 \frac{V}{m}$ در راستای قائم و رو به پایین است. اندازهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی در

بالا و پایین یک میلهٔ قائم چوبی به ارتفاع 180 سانتی‌متر چند ولت است؟

۲۳۴ (۴)

۲۲۴ (۳)

۱۱۷ (۲)

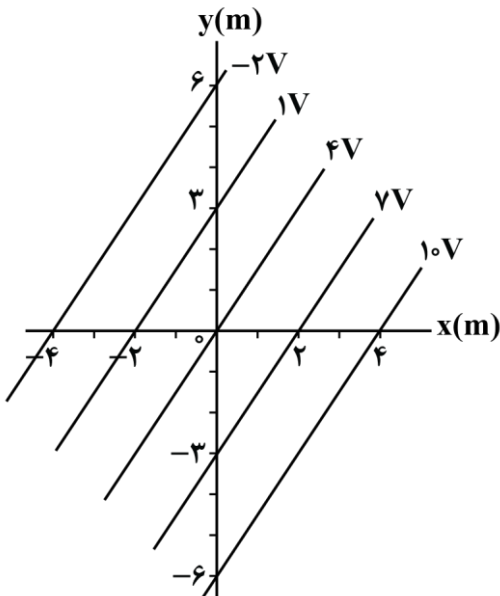
صفر (۱)

به کمک رابطه $|\Delta V| = Ed$ داریم:

$$|\Delta V| = Ed \xrightarrow{E=13 \cdot \frac{V}{m}, d=18 \cdot \text{cm}=1/8 \text{m}} |\Delta V| = 13 \cdot 1/8 = 234V$$



۴۴- نمودار زیر، سطوح هم‌پتانسیل را به حالت دوبعدی در صفحه xy نشان می‌دهد که مقدار پتانسیل الکتریکی هریک از صفحات مشخص شده است. اگر ذره‌ای با بار الکتریکی $-4\mu C$ را از نقطه $A(3m, 0)$ به نقطه $B(-2m, 1/8m)$ جابه‌جا کنیم، کار میدان الکتریکی در این جابه‌جایی چند ژول می‌شود؟



(۱) $3/6 \times 10^{-5}$

(۲) $1/8 \times 10^{-5}$

(۳) $-1/8 \times 10^{-5}$

(۴) $-3/6 \times 10^{-5}$

گام اول

سطوح هم‌پتانسیل در صفحه xy ، هرکدام به صورت یک خط هستند و مقدار پتانسیل الکتریکی آن‌ها نیز معلوم است. پس می‌توانیم معادله خط را به پتانسیل الکتریکی مربوط کنیم و داریم:

$$V = ax + by + c \begin{cases} \xrightarrow{x=0, y=0, V=4V} 4 = c \\ \xrightarrow{x=4m, y=0, V=10V} 10 = 4a + c \xrightarrow{c=4} 10 = 4a + 4 \Rightarrow a = \frac{3}{2} \\ \xrightarrow{x=0, y=3m, V=1V} 1 = 3b + c \xrightarrow{c=4} 1 = 3b + 4 \Rightarrow b = -1 \end{cases}$$

پس پتانسیل الکتریکی نقاط صفحه xy به صورت $V = \frac{3}{2}x - y + 4$ است.

گام دوم

در جابه‌جایی از نقطه $A(3m, 0)$ تا نقطه $B(-2m, 1/8m)$ ، تغییر پتانسیل الکتریکی برابر است با:

$$\begin{cases} V_A = \frac{3}{2}x_A - y_A + 4 = \frac{3}{2} \cdot 3 - 0 + 4 = \frac{17}{2} V \\ V_B = \frac{3}{2}x_B - y_B + 4 = -3 - \frac{1}{8} + 4 = \frac{5}{8} V \end{cases} \Rightarrow \Delta V = V_B - V_A = -\frac{1}{2} - \frac{17}{2} = -9V$$

حالا به کمک رابطه $\Delta U_E = \frac{\Delta U_E}{q} \Delta V$ داریم:

$$\Delta U_E = q\Delta V \xrightarrow{q=-4\mu C, \Delta V=-9V} \Delta U_E = (-4) \times (-9) = 36\mu J$$

$$\xrightarrow{W_E = -\Delta U_E} W_E = -36\mu J = -3/6 \times 10^{-5} J$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر حواست نباشه که کار میدان، قرینه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی است، در دام گزینه (۱) می‌افتی.

راهنمای مسیرت

بچه‌ها این تست خیلی جدید و خلاقانه طرح شده که اتفاقاً پاسخ بسیار ساده و خلاقانه‌ای هم برایش نوشتیم. قطعاً اگر این تست رو نزدی یا غلط زدی، بعد از دیدن راه‌حلش کلی حسرت می‌خوری که وای چقدر ساده حل می‌شده. پس یه نفس عمیق بکش و برو حسابی روش حل رو تمرین کن تا روال حل چنین سؤالاتی رو از بر باشی.



۴۵- یک جسم فلزی دوکی‌شکل، روی پایه عایقی قرار دارد. میله رسانای بارداری را با آن تماس داده و دور می‌کنیم. بار الکتریکی به‌طور در سطح خارجی جسم دوکی‌شکل پخش می‌شود و پتانسیل الکتریکی قسمت نوک‌تیز آن پتانسیل الکتریکی قسمت پهن آن است.

(۱) یکنواخت - بیش‌تر از (۲) یکنواخت - برابر با (۳) غیریکنواخت - بیش‌تر از (۴) غیریکنواخت - برابر با

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۲۷-۱۱۰۱)

با تماس دادن میله باردار رسانا با جسم دوکی‌شکل، جسم دوکی‌شکل نیز باردار می‌شود. می‌دانیم تراکم بار در نقاط تیز سطح جسم رسانای باردار از نقاط دیگر آن بیش‌تر است؛ بنابراین بار الکتریکی در سطح خارجی جسم رسانای دوکی‌شکل به‌طور غیریکنواخت توزیع می‌شود (رد گزینه‌های (۱) و (۲)).

از طرفی هم، پتانسیل الکتریکی در تمام نقاط جسم رسانای باردار یکسان است؛ بنابراین پتانسیل الکتریکی قسمت نوک‌تیز جسم دوکی‌شکل، برابر با پتانسیل الکتریکی قسمت پهن آن می‌شود.



۴۶- چه تعداد از موارد زیر از کاربردهای خازن است؟

الف - میکروفون خازنی ب - صفحه‌کلید رایانه ج - حسگر کیسه هوا د - دستگاه دیفبرلاتور
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - حفظی - سریع - صفحه ۲۸-۱۱۰۱)

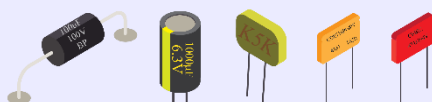
طبق متن کتاب درسی، هر چهار مورد از کاربردهای خازن است.

راهنمای مسیرت

یادت باشه از متن کتاب درسی و شکل‌های کتاب درسی غافل نشی!

خازن

خازن، یک وسیله الکتریکی است که می‌تواند بار و انرژی الکتریکی را در خود ذخیره کند. خازن‌ها به‌طور گسترده‌ای در مدارهای الکترونیکی وسایلی مانند رادیو، تلویزیون، رایانه، گوشی همراه و ... به‌کار می‌روند.



چند مثال از کاربرد خازن

- ✓ باتری‌های یک دوربین با باردارکردن یک خازن، انرژی را در خازن فلاش دوربین ذخیره می‌کنند.
- ✓ در مدار یک تقویت‌کننده (آمپلی‌فایر) چندین خازن به‌کار رفته است.
- ✓ خازن دستگاه رفع لرزشی (دستگاهی برای توقف لرزش بطنی افراد دچار حمله قلبی).

تفاوت خازن و باتری

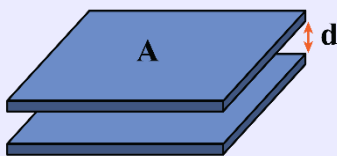
باتری‌ها معمولاً انرژی را با آهنگ نسبتاً کمی به مدار می‌دهند اما خازن می‌تواند انرژی را با آهنگ بسیار زیادی به مدار بدهد.

اجزای خازن

خازن شامل دو رسانا با هر شکلی است که این رساناها را صفحه‌های خازن می‌نامیم.

خازن تخت

خازن تخت شامل دو صفحه رسانای موازی با مساحت A است که به فاصله d از هم قرار گرفته‌اند.



✓ فاصله بین صفحات خازن تخت در برابر ابعاد صفحه‌ها ناچیز است.



۴۷- صفحه‌های یک خازن تخت ۳ میکروفارادی را ابتدا به پایانه‌های یک باتری با اختلاف پتانسیل ۱۲ ولت وصل می‌کنیم و پس از شارژ کامل به باتری دیگری با اختلاف پتانسیل ۳۶ ولت وصل می‌کنیم. بار الکتریکی خازن چند میکروکولن تغییر می‌کند؟

۱۴۴ (۴)

۱۰۸ (۳)

۷۲ (۲)

۳۶ (۱)

(آسان - محاسباتی - سریع) - صفحه ۲۹ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر خازن، ظرفیت خازن ثابت می‌ماند؛ بنابراین طبق رابطه $Q = CV$ داریم:

$$Q_2 - Q_1 = C(V_2 - V_1) \Rightarrow Q_2 - Q_1 = 3(36 - 12) = 72 \mu C$$

راهنمای مسیرت

اگر نتوانستی به این سؤال پاسخ بدی احتمالاً آموزش ضعیفی توی مبحث خازن داشتی و پیشنهادم بهت اینه که بری بخش خازن رو از کتاب بخونی و بیای!

ظرفیت خازن

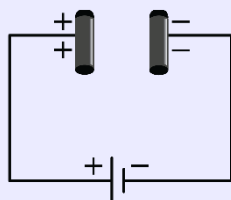
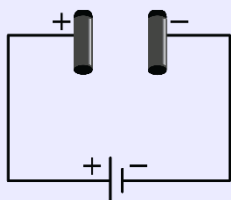
۱- نسبت بار ذخیره‌شده در خازن به اختلاف پتانسیل دو سر خازن، مقداری ثابت است که به آن ظرفیت خازن گویند:

ظرفیت خازن برحسب فاراد (F)

$$C = \frac{Q}{V} \rightarrow (C) \text{ بار ذخیره‌شده در خازن برحسب کولن} \rightarrow (V) \text{ اختلاف پتانسیل دو سر خازن برحسب ولت}$$

۲- فاراد یکای بسیار بزرگی است و ظرفیت اکثر خازن‌های متداول در محدوده پیکوفاراد تا میلی‌فاراد است.

۳- ظرفیت خازن به‌اندازه بار خازن و نیز اختلاف پتانسیل دو صفحه آن بستگی ندارد. دو برابر می‌شود $Q_1 = 10 \mu C \rightarrow Q_2 = 20 \mu C$



$$C_1 = \frac{Q_1}{V_1} = \frac{10 \mu C}{5V} = 2 \mu F \quad \text{و} \quad C_2 = \frac{Q_2}{V_2} = \frac{20 \mu C}{10V} = 2 \mu F$$

$$V_1 = 5V \xrightarrow{\text{دو برابر شده}} V_2 = 10V$$

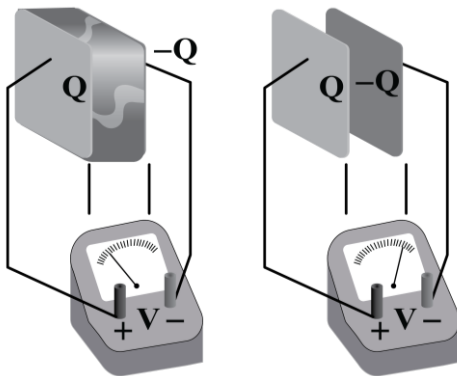
پس هرچه اختلاف پتانسیل دو سر خازن افزایش یابد، به همان نسبت بار ذخیره‌شده در خازن زیاد می‌شود و ظرفیت خازن، ثابت می‌ماند.

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = C \times V \Rightarrow \Delta Q = C \cdot \Delta V$$

$\uparrow$ برابر $\uparrow$ برابر $\downarrow$ ثابت



۴۸- در شکل زیر، صفحه‌های باردار یک خازن تخت را که بین آن‌ها هوا است، به ولت‌سنج وصل می‌کنیم. با وارد کردن دی‌الکتریک در بین صفحه‌ها، کدام یک از گزینه‌های زیر، توضیح مناسب‌تری برای تغییر اختلاف پتانسیل دو صفحه می‌باشد؟



(۱) اختلاف پتانسیل صفحه‌ها ثابت می‌ماند؛ زیرا دو سر خازن به ولت‌سنج وصل است.

(۲) اختلاف پتانسیل صفحه‌ها افزایش می‌یابد؛ زیرا با قراردادن دی‌الکتریک بین صفحات خازن، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد.

(۳) اختلاف پتانسیل صفحه‌ها کاهش می‌یابد؛ زیرا با قراردادن دی‌الکتریک بین صفحات خازن، ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

(۴) اختلاف پتانسیل صفحه‌ها کاهش می‌یابد؛ زیرا با ثابت ماندن بار خازن، ظرفیت خازن افزایش یافته است.

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۳۰ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به این که خازن از باتری جدا شده است، طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، بار ذخیره شده در خازن ثابت می‌ماند. از طرفی با قرار دادن دی‌الکتریک بین صفحات خازن ظرفیت آن افزایش می‌یابد؛ بنابراین داریم:

$$Q = CV \Rightarrow V = \frac{Q}{C} \xrightarrow[\text{افزایش } C]{\text{ثابت } Q} V: \text{کاهش}$$

در نتیجه اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن کاهش می‌یابد.

سوتی‌های پرتکرار

اگر خازن متصل به باتری رو با خازن متصل به ولت‌سنج اشتباه بگیری، توی دام گزینه (۱) میفتی!

عوامل مؤثر بر ظرفیت خازن

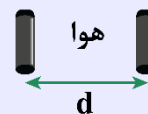
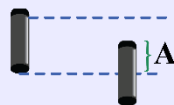
ظرفیت خازن به مشخصات ساختمانی خازن بستگی دارد و به Q و V ربطی ندارد.

رابطه ظرفیت خازن براساس مشخصات ساختمانی آن به صورت زیر است:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d}$$

ضریب گذردهی الکتریکی خلأ $\left(\frac{F}{m}\right)$ ϵ_0 $\rightarrow$ مساحت هریک از صفحات خازن (مساحت مؤثر) بر حسب مترمربع $A \rightarrow (m^2)$ $\rightarrow$ فاصله بین دو صفحه خازن از هم (ضخامت قسمت نارسنای خازن) بر حسب متر $d \rightarrow (m)$

ϵ_r $\rightarrow$ ظرفیت خازن بر حسب فاراد (F) $\rightarrow$ ثابت دی‌الکتریک (واحد ندارد).



یه نمونه باحال

در یک میکروفون خازنی، با ارتعاش صفحه متحرک (دیافراگم) خازن بر اثر صدا، فاصله بین صفحه‌های خازن تغییر می‌کند؛ بنابراین ظرفیت خازن تخت تغییر می‌کند که به ایجاد یک سیگنال الکتریکی می‌انجامد.





اگر خازن به باتری متصل باشد، اختلاف پتانسیل الکتریکی آن ثابت می‌ماند و در این حالت، داریم:

$$V = \frac{Q}{C} = \text{ثابت} \Rightarrow \begin{cases} C \uparrow \Rightarrow Q \uparrow \\ C \downarrow \Rightarrow Q \downarrow \end{cases} \Rightarrow Q \text{ و } C \text{ به نسبت یکسان تغییر می‌کنند.}$$



اگر خازن شارژشده‌ای را از باتری جدا کنیم، بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند و در این حالت داریم:

$$Q = CV = \text{ثابت} \Rightarrow \begin{cases} C \uparrow \Rightarrow V \downarrow \\ C \downarrow \Rightarrow V \uparrow \end{cases} \Rightarrow V \text{ و } C \text{ به نسبت عکس هم تغییر می‌کنند.}$$



برای مقایسه ظرفیت یک خازن تخت در دو حالت مختلف داریم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2}$$



۴۹- مدار یک فلاش عکاسی، انرژی را با ولتاژ ۳۰۰V، در یک خازن ذخیره می‌کند. اگر همه انرژی الکتریکی ذخیره‌شده در خازن در

مدت ۱ms آزاد شود و توان متوسط خروجی فلاش ۲۷kW باشد، ظرفیت این خازن چند میکروفاراد است؟

۱۲۰۰ (۴)

۹۰۰ (۳)

۶۰۰ (۲)

۳۰۰ (۱)

(آسان - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۳۳ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

راه نجات سریع

اول با داشتن توان متوسط خروجی و مدت‌زمان، انرژی ذخیره‌شده در خازن رو حساب کن. بعدش با داشتن انرژی و اختلاف پتانسیل، ظرفیت خازن رو به‌دست بیار.

گام اول

به کمک توان متوسط خروجی فلاش، انرژی ذخیره‌شده در خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$P_{av} = \frac{U}{t} \Rightarrow 27 \times 10^3 = \frac{U}{10^{-3}} \Rightarrow U = 27J$$

گام دوم

با استفاده از رابطه رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ ، ظرفیت خازن به‌دست می‌آید:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow 27 = \frac{1}{2} \times C \times (300)^2 \Rightarrow C = 6 \times 10^{-4} F = 600 \mu F$$



اگر یک خازن با ظرفیت C، توسط یک مولد با اختلاف پتانسیل V، شارژ شود، در آن بار الکتریکی Q و انرژی الکتریکی U ذخیره می‌شود، رابطه بین این کمیت‌ها به‌صورت زیر است:

$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

یه نمونه باحال

در هر یک از حالت‌های زیر، انرژی ذخیره شده در خازن را به دست آورید.
(الف) خازنی با ظرفیت $5\mu F$ که توسط یک باتری با ولتاژ $20V$ شارژ شده است.

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{C=5\mu F=5 \times 10^{-6} F, V=20V} U = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-6} \times (20)^2 = 10^{-3} J$$

(ب) خازنی با ظرفیت $10nF$ که بار ذخیره شده در آن $20nC$ است.

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \xrightarrow{Q=20nC=20 \times 10^{-9} C, C=10nF=10 \times 10^{-9} F} U = \frac{1}{2} \times \frac{(20 \times 10^{-9})^2}{10 \times 10^{-9}} = \frac{1}{2} \times \frac{400 \times 10^{-18}}{10^{-8}} = 2 \times 10^{-8} J$$

(پ) خازنی که توسط یک مولد با ولتاژ $12V$ ، $25\mu C$ بار در آن ذخیره می‌شود.

$$U = \frac{1}{2} QV \xrightarrow{Q=25\mu C=25 \times 10^{-6} C, V=12V} U = \frac{1}{2} \times 25 \times 10^{-6} \times 12 = 1.5 \times 10^{-4} J$$

آزمون سراسری تجربی ۱۳۹۸

۶۳- بار خازنی به ظرفیت $5\mu F$ ، ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. ولتاژ و ظرفیت خازن به ترتیب چند برابر می‌شوند؟

- (۱) $\frac{5}{4}, \frac{5}{4}$ (۲) $1, \frac{5}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}, \frac{4}{5}$ (۴) $1, \frac{4}{5}$

پاسخ تشریحی:

بار الکتریکی تغییر کرده، پس ولتاژ هم همانند آن تغییر کرده، ولی ظرفیت خازن ثابت می‌ماند:

$$\begin{cases} \frac{C_2}{C_1} = 1 \\ \frac{V_2}{V_1} = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1/25 Q_1}{Q_1} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

پاسخ: گزینه ۲



۵۰- دو کره فلزی A و B با شعاع‌های $r_A = 2r_B$ و بارهای الکتریکی $q_A = 2q_B$ و q_B در اختیار داریم. چگالی سطحی بار کره A چند برابر چگالی سطحی بار کره B است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۴

(آسان - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۹ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

کلام اول

نسبت مساحت کره‌ها را به دست می‌آوریم:

$$A = 4\pi r^2 \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 = \left(\frac{2r_B}{r_B}\right)^2 = 4$$

کلام آخر

نسبت چگالی سطحی بار کره‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\sigma = \frac{q}{A} \Rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{q_A}{q_B} \times \frac{A_B}{A_A} \Rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{2q_B}{q_B} \times \frac{A_B}{4A_B} = \frac{1}{2}$$

سویتی‌های پرتکرار

اگر فکر کنی چون نسبت بارها ۲ برابر و نسبت فاصله‌ها دو برابر است، چگالی سطحی بارها یکسان می‌شه، توی دام گزینه (۱) میفتی!



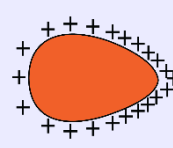
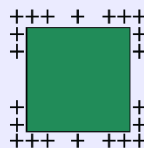
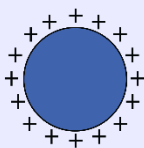
چگالی سطحی بار الکتریکی



چگالی سطحی بار الکتریکی رسانا: برای این که بتوانیم تراکم بار الکتریکی در بخش‌های مختلف سطح یک جسم را باهم مقایسه کنیم کمیتی به نام چگالی سطحی بار را تعریف می‌کنیم. درواقع چگالی سطحی، پارامتری است که تراکم بار در قسمت‌های مختلف یک جسم را نشان می‌دهد:

$$\left(\frac{C}{m^2}\right) \text{ چگالی سطحی بار}$$

$$\sigma = \frac{q}{A} \rightarrow \begin{matrix} \text{بار الکتریکی (C)} \\ \text{مساحت (m}^2\text{)} \end{matrix}$$



در رابطه بالا، A مساحت سطحی است که بار در آن پخش شده است.
 q ، بار و σ (بخوانید سیگما)، چگالی سطحی بار است.



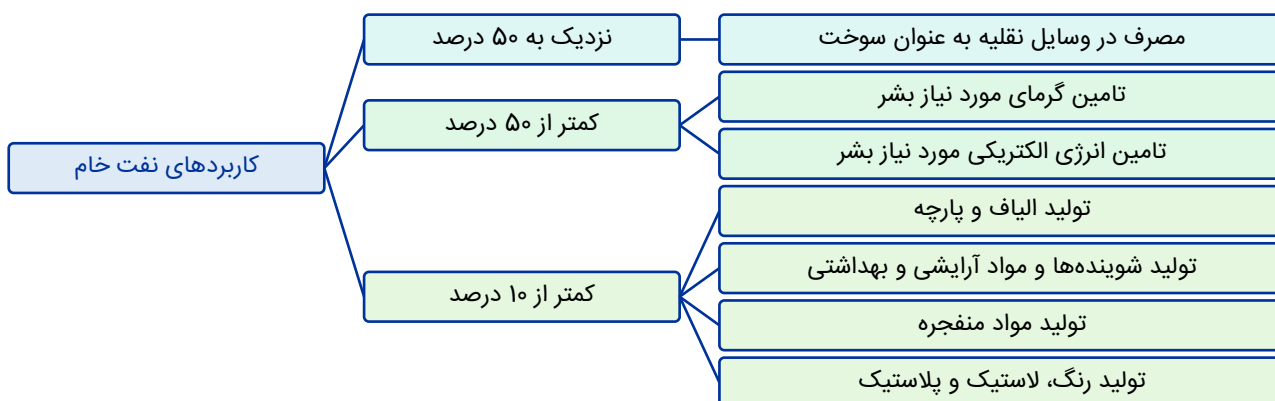
۵۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) ترکیباتی با فرمول شیمیایی « C_xH_y » بخش عمده سازنده نفت خام هستند.
- (۲) در نفت خام، موادی که در ساختار خود پیوندهای دوگانه یا سه گانه دارند، دیده می شوند.
- (۳) بیش از ده درصد نفت خام مصرفی در دنیا برای تهیه بسیاری از کالاهای مانند رنگ و پلاستیک به کار می رود.
- (۴) اتمی با آرایش الکترون نقطه ای $\cdot\dot{X}\cdot$ می تواند با پیوندهای یگانه، دوگانه و یا سه گانه به سایر اتمها متصل گردد.

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - خط به خط - سریع - صفحه ۳۳ - ۱۱۰۱)

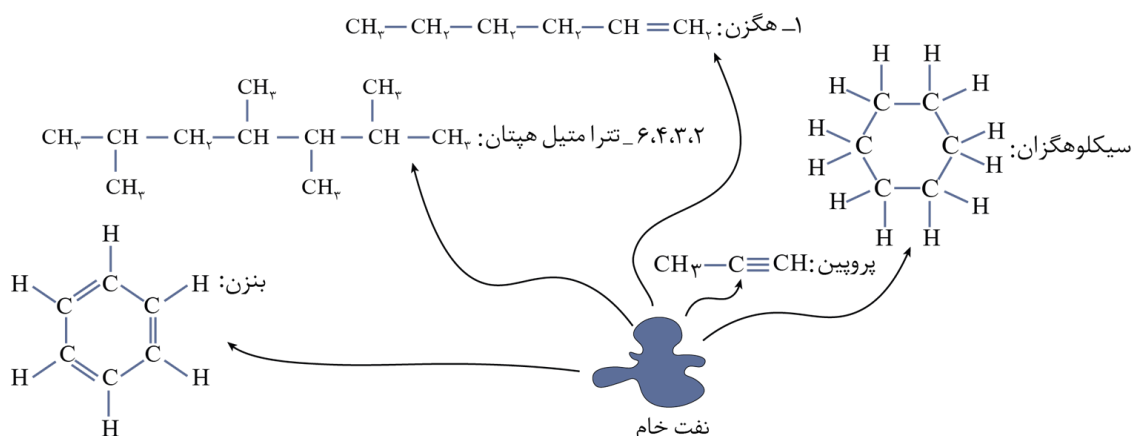
کمتر از ده درصد نفت خام مصرفی در دنیا برای تولید و تهیه بسیاری از کالاهای مانند الیاف و پارچه، شوینده ها، مواد آرایشی و بهداشتی، رنگ، پلاستیک، مواد منفجره و لاستیک به کار می رود. نمودار زیر کاربردهای مختلف نفت خام را نمایش می دهد:



بررسی سایر گزینه ها:

۱- بخش عمده نفت خام را هیدروکربن های گوناگون (C_xH_y) تشکیل می دهند.

۲- نفت خام از انواع و اقسام هیدروکربن ها با پیوندهای $C \equiv C$, $C = C$, $C - C$ ، ترکیب های حلقوی و ... تشکیل شده است. شکل زیر برخی از این ترکیب ها را که در نفت خام یافت می شوند، نمایش می دهد:



۴- عناصر گروه چهاردهم و به خصوص کربن در آرایش الکترون نقطه ای خود ۴ تک الکترون دارند و می توانند با خود و سایر اتمها پیوندهای یگانه، دوگانه و یا سه گانه تشکیل دهند.

۵۲- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱) در دوره سوم جدول تناوبی، سه عنصر دارای توانایی عبور جریان برق وجود دارد.
- (۲) با افزایش شعاع اتمی در عناصر گروه دوم جدول دوره‌ای، استخراج فلز دشوارتر می‌شود.
- (۳) شعاع اتمی تنها نافلز مایع در دمای اتاق از شعاع اتمی هالوژن جامد، بزرگ‌تر خواهد بود.
- (۴) در یک دوره جدول تناوبی با افزایش نیروی جاذبه هسته بر الکترون‌ها، خاصیت فلزی افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۱۳ - ۱۱۰۱

عناصر گروه دوم جدول تناوبی، همگی فلز هستند و به فلزهای قلیایی خاکی شهرت دارند. با پیمایش از بالا به پایین در طول گروه دوم، شعاع اتمی و خصلت فلزی، هر دو افزایش می‌یابند. خصلت فلزی، بیانگر واکنش‌پذیری یک فلز بوده و هرچه واکنش‌پذیری یک فلز بیشتر باشد، استخراج آن و پیدا کردن عنصر مناسب برای استخراج آن دشوارتر خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ در دوره سوم، عناصر سدیم، منیزیم، آلومینیم و سیلیسیم (در مجموع چهار عنصر) جریان برق را می‌توانند از خود عبور دهند.
- ۳ تنها نافلز مایع در دمای اتاق، برم (Br) است. می‌دانیم که هالوژن جامد نیز ید (I) است. این دو عنصر هر دو در گروه هفدهم قرار دارند و چون ید در جایگاه پایین‌تری نسبت به برم در جدول دوره‌ای جای دارد؛ لذا شعاع اتمی بیشتری نسبت به برم خواهد داشت.
- ۴ در فلزها با افزایش نیروی جاذبه هسته به الکترون‌ها و کاهش شعاع اتمی، خاصیت فلزی نیز کاهش می‌یابد.



۵۳- اگر تفاوت درصد جرمی کربن و هیدروژن در هیدروکربنی با ۹ کربن، ۸۰ درصد باشد، در ساختار این هیدروکربن چند اتم هیدروژن وجود دارد؟ ($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

- ۱۲ (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۳۲ - ۱۱۰۱

مجموع درصد جرمی هیدروژن و کربن در یک هیدروکربن برابر ۱۰۰ بوده و مطابق سؤال، تفاوت این دو مقدار برابر ۸۰ است. پس درصد جرمی کربن و هیدروژن در این ترکیب به ترتیب برابر ۹۰ و ۱۰ است. بر این اساس نسبت جرم اتم‌های کربن به جرم اتم‌های هیدروژن برابر ۹ خواهد بود. حال تعداد اتم‌های هیدروژن را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم اتم‌های } H}{\text{جرم اتم‌های } C} = \frac{\text{درصد جرمی هیدروژن}}{\text{درصد جرمی کربن}} \Rightarrow \frac{x \times 1}{9 \times 12} = \frac{10}{90} \Rightarrow x = 12$$

پس تعداد اتم‌های هیدروژن در این ترکیب برابر ۱۲ است.



۵۴- کدام گزینه درست است؟

- (۱) آخرین فلز دسته d که در دوره چهارم قرار دارد برخلاف فلز سدیم، بیشتر از یک نوع کاتیون می‌تواند تشکیل دهد.
- (۲) علت استفاده از طلا در ساخت لباس‌های فضانوردی، ثابت ماندن رسانایی الکتریکی این عنصر در شرایط دمایی گوناگون است.
- (۳) فلزی که در بین صنایع گوناگون بیشترین مصرف سالانه را دارد، در اکسیدهای طبیعی خود به دو صورت « X^+ » و « X^{2+} » دیده می‌شود.
- (۴) نخستین فلز واسطه در جدول تناوبی که با از دست دادن الکترون می‌تواند به آرایش گاز نجیب برسد، در ساخت تلویزیون رنگی کاربرد دارد.

پاسخ: گزینه ۴

(آسان - خط به خط - استاندارد) - صفحه ۱۸ - ۱۱۰۱

اسکاندیم (Sc) نخستین فلز واسطه در جدول تناوبی است که با تشکیل کاتیون « Sc^{3+} » می‌تواند به آرایش گاز نجیب آرگون برسد و همچنین این عنصر در ساخت تلویزیون رنگی کاربرد دارد.

بررسی سایر گزینه ها:

- ۱ فلز روی (Zn) که آخرین فلز دسته d در دوره چهارم می باشد، همانند سدیم تنها توانایی تشکیل یک کاتیون به صورت « Zn^{2+} » دارد.
- ۲ طلا به دلیل بازتاب زیاد پرتوهای خورشیدی، در ساخت لباس های فضانوردی کاربرد دارد.
- ۳ آهن که پرمصرف ترین فلز در بین صنایع گوناگون است، در اکسیدهای طبیعی خود به دو صورت « Fe^{2+} » و « Fe^{3+} » دیده می شود.



۵۵- درصد جرمی کربن در آلکانی برابر ۸۴ درصد است. در ساختار این ترکیب، چند پیوند اشتراکی وجود دارد؟

($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

۲۵ (۴)

۲۲ (۳)

۱۹ (۲)

۱۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۳۴ - ۱۱۰

پاسخ: گزینه ۳

فرمول شیمیایی آلکان ها به صورت C_nH_{2n+2} و جرم مولی آن ها برابر $14n + 2$ است.

راه حل مسئله

در ترکیبات آلی مهم ترین عنصر کربن و تعداد اتم های کربن است و با دانستن تعداد اتم های کربن و نام خانواده ماده آلی می توان به فرمول آن پی برد. در دسته ای از مسائل شیمی آلی، ماده آلی نامشخص است و باید با توجه به ویژگی های مطرح شده در سؤال، تعداد اتم های کربن آن ماده را مشخص کرد تا در نهایت به فرمول شیمیایی آن ماده و ویژگی های آن رسید. در این مسئله نیز باید تعداد اتم های کربن آلکان را مشخص کرد تا بتوان به تعداد پیوندهای اشتراکی آن رسید.

پس درصد جرمی اتم کربن در یک آلکان طبق رابطه درصد جرمی برابر است با:

$$C \text{ درصد جرمی اتم} = \frac{\text{جرم اتم های } C}{\text{جرم } C_nH_{2n+2}} \times 100 \Rightarrow 84 = \frac{12n}{14n+2} \times 100 \Rightarrow \frac{84}{100} = \frac{12n}{14n+2} \Rightarrow \frac{7}{50} = \frac{n}{7n+1}$$

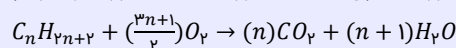
$$\Rightarrow 49n + 7 = 50n \Rightarrow n = 7$$

بنابراین آلکان مورد نظر ۷ کربنه است. در آلکان ها تعداد کل پیوندهای اشتراکی برابر $3n + 1$ است که از این تعداد، $2n + 2$ پیوند $C - H$ و $n - 1$ پیوند $C - C$ خواهد بود. پس در این ترکیب $3 \times 7 + 1 = 22$ پیوند اشتراکی وجود دارد.

آلکان ها

آلکان ها دسته ای از هیدروکربن ها هستند که در آن ها هر اتم کربن با ۴ پیوند یگانه به اتم های کناری متصل می شود. در واقع آلکان ها هیدروکربن هایی هستند که در آن ها پیوند چندگانه و یا حلقه ای دیده نشده؛ به همین علت، آلکان ها را ساده ترین گروه هیدروکربن ها می دانند. نخستین عضو خانواده آلکان ها متان (CH_4) است.

فرمول مولکولی آلکان ها به صورت C_nH_{2n+2} است. از آن جایی که با دانستن تعداد کربن می توان به فرمول آلکان پی برد، معمولاً آلکان ها را با تعداد کربن های آن ها می شناسند و حتی نام گذاری آن ها نیز بر همین اساس است. در هر مولکول آلکان C_nH_{2n+2} ، $(n - 1)$ پیوند میان اتم های کربن و $(2n + 2)$ پیوند میان اتم های کربن و هیدروژن وجود دارد؛ پس در مجموع $(3n + 1)$ پیوند کووالانسی (اشتراکی) میان اتم ها در یک مولکول آلکان n کربنی وجود دارد. آلکان ها به علت نداشتن پیوندهای چندگانه، تمایل چندانی برای شرکت در واکنش های شیمیایی ندارند و پایدار هستند. یکی از محدود واکنش های شیمیایی آلکان ها واکنش سوختن آن ها است. این مواد در حضور اکسیژن کافی به طور کامل می سوزند و گاز کربن دی اکسید، بخار آب و انرژی زیادی تولید می کنند.



۵۶- کدام موارد درباره ساده ترین آلکان دارای شاخه فرعی اتیل «A» و ساده ترین آلکان دارای دو شاخه فرعی متیل «B» درست هستند؟ ($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

ب - گشتاور دو قطبی: $B < A$

الف - نقطه جوش: $B < A$

د - اندازه قطره ها در حالت مایع: $B < A$

ج - درصد جرمی اتم هیدروژن: $B < A$

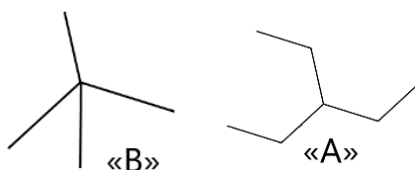
(۴) «ب» و «د»

(۳) «ب» و «ج»

(۲) «الف» و «د»

(۱) «الف» و «ج»

ساختار ساده‌ترین آلکان دارای شاخه فرعی اتیل «A» و ساده‌ترین آلکان دارای دو شاخه فرعی متیل «B» به صورت زیر است:



همان طور که مشخص است، فرمول شیمیایی ترکیب «A» و «B» به ترتیب C_5H_{12} و C_7H_{16} است. عبارت‌های (الف) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

(الف) در آلکان‌ها ترکیب مولکولی با شمار کربن بیشتر، نیروی بین مولکولی قوی‌تری دارد و در نتیجه نقطه جوش بالاتری دارد. پس نقطه جوش A از B بیشتر است.

نیروی بین‌مولکولی در آلکان‌ها

با افزایش شمار اتم‌های کربن موجود در آلکان‌ها (n)، جرم مولی و حجم مولکول‌های سازنده این مواد افزایش یافته و به دنبال آن، قدرت نیروهای بین‌مولکولی (نیروی وان‌دروالسی) نیز افزایش پیدا می‌کند. به عنوان مثال، چون جرم مولی و حجم مولکول‌های نونان (C_9H_{20}) بیشتر از جرم مولی و حجم مولکول‌های هگزان (C_6H_{14}) است، می‌توان گفت قدرت نیروهای وان‌دروالسی بین مولکول‌های نونان نیز بیشتر از قدرت نیروهای وان‌دروالسی بین مولکول‌های هگزان است.

(پ) گشتاور دو قطبی تمامی آلکان‌ها تقریباً برابر با صفر است. پس گشتاور دو قطبی این دو ترکیب برابر است.

(ج) در آلکان‌ها با افزایش شمار اتم‌های کربن، درصد جرمی هیدروژن کاهش و درصد جرمی کربن افزایش می‌یابد. پس مقدار مورد نظر در ترکیب B بیشتر است. همچنین درصد جرمی هیدروژن در این دو ترکیب به صورت زیر به دست می‌آید که برای پاسخ به این سؤال نیازی به محاسبه آن‌ها نیست:

$$C_7H_{16}: \text{درصد جرمی اتم هیدروژن} = \frac{\text{جرم اتم‌های هیدروژن}}{\text{جرم کل ترکیب}} \times 100 = \frac{16}{84 + 16} \times 100 = 16\%$$

$$C_5H_{12}: \text{درصد جرمی اتم هیدروژن} = \frac{\text{جرم اتم‌های هیدروژن}}{\text{جرم کل ترکیب}} \times 100 = \frac{12}{72} \times 100 \approx 16.7\%$$

(د) با افزایش شمار اتم کربن در یک آلکان گرانیوز آن بیشتر می‌شود و اندازه قطرات هنگام ریختن آن در ظرف نیز بزرگ‌تر می‌شود. پس اندازه قطره‌های آلکان A بزرگ‌تر از آلکان B است.

گرانروی

به مقاومتی که یک مایع در برابر جاری شدن از خود نشان می‌دهد، گرانروی گفته می‌شود. با افزایش شمار اتم‌های کربن موجود در آلکان‌ها (n)، مولکول‌های سازنده این مواد با نیروی بیشتری یکدیگر را جذب کرده و به همین خاطر، میزان گرانروی آن‌ها افزایش پیدا می‌کند. در واقع، گرانروی آلکان‌ها با شمار اتم‌های کربن موجود در ساختار آن‌ها رابطه مستقیم دارد. افزایش گرانیوز موجب بزرگ‌تر شدن قطره‌های یک مایع نیز می‌شود و به همین علت، می‌توان گفت با افزایش شمار اتم‌های کربن در آلکان‌ها، قطره آلکان‌های مایع نیز بزرگ‌تر خواهد شد.



۵۷- اگر تأمین ماده اولیه و خام یک فراورده باشد، آهنگ آن ماده خام نسبت به آهنگ آن بیشتر است.

(۲) پایدار - مصرف - بازگشت به طبیعت

(۱) ناپایدار - مصرف - بازگشت به طبیعت

(۴) پایدار - بازگشت به طبیعت - بازیافت

(۳) ناپایدار - بازگشت به طبیعت - بازیافت

تهیه مواد تجدیدناپذیر، ناپایدار محسوب می‌شود و در چرخه عمر این مواد، سرعت بازگشت به طبیعت از سرعت استخراج و مصرف این ماده کمتر است.

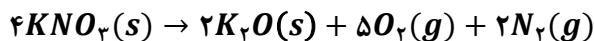
در چرخه عمر یک فراورده شیمیایی، اگر ماده خام تجدیدپذیر باشد، تأمین ماده خام پایدار است و ماده خام همواره و حتی با گذشت زمان نیز در دسترس خواهد بود. (مثل کاغذ که ماده خام آن درخت محسوب می‌شود). همچنین اگر ماده خام مورد نظر تجدیدناپذیر باشد، با اتمام این ماده خام در آینده، تهیه ماده خام ممکن نخواهد بود و به همین علت تأمین ماده خام در این حالت ناپایدار است. (مانند پلاستیک که از ماده خام نفت حاصل می‌شود).

منبعی تجدیدناپذیر است که سرعت بازگشت آن به طبیعت از سرعت استخراج آن کمتر باشد و طبیعت نتواند مقدار استخراج شده را جبران کند. همچنین در منابع تجدیدپذیر، سرعت بازگشت ماده به طبیعت بیشتر از سرعت استخراج آن بوده و طبیعت فرصت دارد که منبع برداشت شده را جایگزین کند.

در نظر داریم که از مقایسه آهنگ بازیافت با آهنگ استخراج یا بازگشت به طبیعت، نمی‌توان به تجدیدناپذیری یا تجدیدپذیری منبع مورد نظر پی برد.



۵۸ - مقداری پتاسیم نیترات ناخالص طبق معادله زیر تجزیه شده و ۳/۵ مول گاز تولید می‌کند. اگر جرم ناخالصی در این نمونه برابر با ۴۸ گرم باشد، درصد خلوص این نمونه چقدر بوده است؟ ($N = 14, O = 16, K = 39: g. mol^{-1}$)



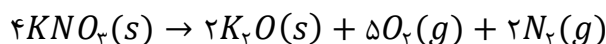
۹۱/۴ (۴)

۸۹/۷ (۳)

۸۰/۸ (۲)

۷۹/۲ (۱)

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



در این واکنش به ازای مصرف هر ۴ مول پتاسیم نیترات، ۵ مول گاز اکسیژن و ۲ مول گاز نیتروژن و در مجموع ۷ مول گاز تولید می‌شود. بر این اساس جرم پتاسیم نیترات تجزیه شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? g KNO_3 = 3/5 mol \text{ گاز} \times \frac{4 mol KNO_3}{7 mol \text{ گاز}} \times \frac{101 g KNO_3}{1 mol KNO_3} = 20.2 g$$

پس جرم پتاسیم نیترات خالص برابر با ۲۰.۲ گرم و جرم ناخالصی این نمونه برابر با ۴۸ گرم است. در نتیجه درصد خلوص این نمونه برابر است با:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ناخالصی} + \text{جرم ماده خالص}} \times 100 = \frac{20.2}{20.2 + 48} \times 100 = 80/8 \%$$

پس درصد خلوص نمونه پتاسیم نیترات برابر با ۸۰/۸ درصد است.

یه نمونه باحال!

نمونه‌ای ناخالص از گاز اکسیژن با خلوص ۸۰ درصد، ۱۸ لیتر حجم دارد. اگر ناخالصی موجود در این نمونه، گاز هلیوم باشد، چند لیتر از حجم این نمونه را گاز هلیوم تشکیل می‌دهد؟ ($He = 4, O = 16: g. mol^{-1}$)

۹ (۴)

۱۲ (۳)

۶ (۲)

۴/۵ (۱)

اگر جرم کل گاز را m گرم در نظر بگیریم؛ در قدم اول، مقدار گازهای اکسیژن و هلیوم را بر حسب مول محاسبه می‌کنیم:

$$? mol O_2 = m g \text{ گاز} \times \frac{80 g O_2}{100 g \text{ گاز}} \times \frac{1 mol O_2}{32 g O_2} = 0.025m mol O_2$$

$$? mol He = m g \text{ گاز} \times \frac{20 g He}{100 g \text{ گاز}} \times \frac{1 mol He}{4 g He} = 0.05m mol He$$

بنابراین، مجموع شمار مول‌های گازی موجود در این نمونه برابر $0.075m$ مول است. حال، حجم مربوط به گاز هلیوم را محاسبه می‌کنیم. با توجه به قانون گازها، در صورت یکسان بودن دما و فشار، نسبت مولی گازها با نسبت حجمی گازها برابر است. پس داریم:

$$\frac{n_{He}}{n_{O_2}} = \frac{V_{He}}{V_{O_2}} \Rightarrow \frac{0.05m}{0.025m} = \frac{V_{He}}{18} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{V_{He}}{18} \Rightarrow V_{He} = 36 L$$

پس حجم هلیوم موجود در این مخلوط برابر ۱۲ لیتر است.

پاسخ: گزینه ۳

۵۹- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) گریس نسبت به وازلین دارای فرآریت بیشتری است.
- (۲) بوتان، آلکانی است که در دمای اتاق به حالت گاز وجود دارد.
- (۳) نام گذاری یک آلکان به صورت «۳-اتیل-۴-متیل هگزان» طبق قواعد آیوپاک، صحیح است.
- (۴) به علت آن که آلکان ها تمایل چندانی به انجام واکنش های شیمیایی ندارند، برای حفاظت از فلزها استفاده می شوند.

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۳۸ - ۱۱۰۱

علت استفاده از آلکان ها برای حفاظت از فلزها، ناقطبی بودن و در نتیجه نامحلول بودن آن ها در آب است.

بررسی سایر گزینه ها:

- (۱) گریس ($C_{18}H_{38}$) نسبت به وازلین ($C_{25}H_{52}$) دارای اندازه مولکولی و جرم مولی کمتر است، در نتیجه فرآتر خواهد بود.
- (۲) بوتان، آخرین آلکانی است که در دمای اتاق به حالت گاز وجود دارد.

نقطه جوش آلکان ها

دمای جوش چهار آلکان نخست (متان، اتان، پروپان و بوتان) کمتر از $^{\circ}C$ است و به همین علت در دمای اتاق حالت گازی دارند. در دمای اتاق، اولین آلکان مایع پنتان بوده که نقطه جوش آن بیشتر از دمای اتاق است. نمودار افزایش نقطه جوش آلکان ها با افزایش شمار کربن ها خطی نبوده و با توجه به کاهش شیب آن، اختلاف دمای جوش دو آلکان پشت سرهم، با افزایش شمار اتم های کربن کاهش می یابد. نکته: با دو برابر شدن شمار اتم های کربن در آلکان ها نقطه جوش افزایش می یابد؛ اما کمتر از دو برابر می شود.

- (۳) در نام گذاری ترکیب «۳-اتیل-۴-متیل هگزان» ترتیب در نوشتن شاخه های اتیل و متیل رعایت شده و همچنین شماره گذاری زنجیره اصلی نیز درست انجام شده است. پس نام این ترکیب طبق قواعد آیوپاک، صحیح است.



۶۰- کدام یک از مطالب زیر در مورد عنصر اصلی استخوان بندی هیدروکربن ها نادرست است؟

- (۱) الکترون های لایه ظرفیت این عنصر در دو زیرلایه متفاوت قرار دارند.
- (۲) در آرایش الکترونی آن همه زیرلایه های اشغال شده دو الکترونی هستند.
- (۳) بیش از نیمی از ترکیبات شناخته شده تا به امروز حاوی این عنصر در فرمول شیمیایی خود هستند.
- (۴) به جز در یک یون چند اتمی، در ترکیبات دیگر بر روی این عنصر جفت الکترون ناپیوندی قرار نمی گیرد.

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۳۱ - ۱۱۰۱

هیدروکربن ها موادی هستند که تنها از دو عنصر هیدروژن و کربن ساخته شده اند. زنجیره هیدروکربن ها از اتصال اتم های کربن به یکدیگر تشکیل شده و این عنصر را اساس استخوان بندی هیدروکربن ها در نظر می گیرند.

عنصر کربن در همه ترکیبات خود به جز چند استثنا در تشکیل ۴ جفت الکترون پیوندی شرکت دارد و اطراف آن جفت الکترون ناپیوندی دیده نمی شود. کربن مونوکسید یک استثنا بوده و در این مولکول اتم کربن پیوند سه گانه داشته و آرایش الکترونی آن با یک جفت الکترون ناپیوندی به آرایش هشت تایی می رسد. پس در این ترکیب دوتایی مولکولی اتم کربن یک جفت الکترون ناپیوندی دارد. $C \equiv O$:

بررسی سایر گزینه ها:

- (۱) کربن در دوره دوم و گروه چهاردهم قرار دارد و ۴ الکترون لایه دوم آن، الکترون های ظرفیت این عنصر در نظر گرفته می شوند که در دو زیرلایه $2s$ و $2p$ قرار دارند.

- (۲) آرایش الکترونی کربن به صورت مقابل است:
 $C: 1s^2 2s^2 2p^2$

همان طور که مشخص است در این اتم، تنها ۳ زیرلایه دو الکترونی وجود دارد.

- (۳) ترکیب های شناخته شده از اتم کربن، از مجموع ترکیب های شناخته شده از دیگر عنصرهای جدول دوره ای بیشتر هستند. پس بیش از نیمی از ترکیبات شناخته شده، حاوی عنصر کربن در ساختار خود هستند.



۶۱- برای استخراج ۲۸۰ گرم آهن از واکنش موازنه نشده $Fe_2O_3(s) + C(s) \rightarrow Fe(s) + CO(g)$ با بازده ۶۰ درصد، چند گرم کربن لازم است و مطابق معادله موازنه نشده $Fe_2O_3(s) + Na(s) \rightarrow Na_2O(s) + Fe(s)$ با بازده ۱۰۰ درصد، اگر به جای کربن از سدیم استفاده کنیم، چند گرم سدیم برای تولید همین مقدار آهن نیاز است؟

($C = ۱۲, Na = ۲۳, Fe = ۵۶: g.mol^{-1}$)

۶۹۰ - ۲۷۰ (۴)

۶۹۰ - ۷۵ (۳)

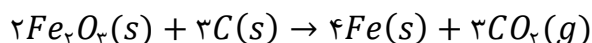
۳۴۵ - ۲۷۰ (۲)

۳۴۵ - ۷۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - زمان بر ۵ - صفحه ۲۳ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

معادله موازنه شده استخراج آهن با استفاده از کربن به صورت زیر است:



در ابتدا باید جرم آهن تولیدشده به صورت نظری را حساب کنیم:

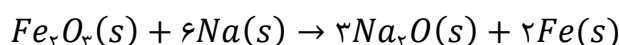
$$\text{مقدار عملی فراورده} = \frac{\text{مقدار نظری فراورده}}{\text{بازده درصدی}} \Rightarrow ۶۰ = \frac{۲۸۰}{x} \times ۱۰۰ \Rightarrow x = \frac{۲۸۰}{۰.۶} g$$

حال جرم کربن مورد نیاز را به کمک روابط استوکیومتری به دست می آوریم:

$$g C = \frac{۲۸۰}{۶} g Fe \times \frac{۱ mol Fe}{۵۶ g Fe} \times \frac{۳ mol C}{۴ mol Fe} \times \frac{۱۲ g C}{۱ mol C} = ۷۵ g$$

پس جرم کربن مورد نیاز برابر با ۷۵ گرم است.

معادله موازنه شده واکنش دوم نیز به صورت زیر است:



جرم سدیم مصرف شده در این واکنش برای تولید ۲۸۰ گرم آهن را نیز محاسبه می کنیم:

$$g Na = ۲۸۰ g Fe \times \frac{۱ mol Fe}{۵۶ g Fe} \times \frac{۶ mol Na}{۲ mol Fe} \times \frac{۲۳ g Na}{۱ mol Na} = ۳۴۵ g$$

پس جرم سدیم لازم برابر با ۳۴۵ گرم است.

یه نمونه باحال!

درصد جرمی یون کلسیم در یک محلول آبی به جرم ۲۵۰ گرم، برابر با ۱۶ درصد است. برای اینکه درصد جرمی یون کلسیم موجود در این محلول را به ۱۲ درصد برسانیم، باید چند گرم کلسیم سولفات با خلوص ۳۴ درصد را در این محلول حل کنیم؟ (ناخالصی های موجود در نمونه کلسیم سولفات در آب حل می شوند.

($O = ۱۶, S = ۳۲, Ca = ۴۰: g.mol^{-1}$)

۵۰۰ (۴)

۳۷۵ (۳)

۱۲۵ (۲)

۲۵۰ (۱)

در قدم اول جرم کلسیم موجود در محلول را محاسبه می کنیم:

$$\text{جرم محلول} = \text{جرم کلسیم موجود} \times \frac{\text{درصد جرمی کلسیم}}{۱۰۰} = ۲۵۰ \times \frac{۱۶}{۱۰۰} = ۴۰ g$$

در مرحله بعد، جرم کلسیم موجود در یک نمونه m گرمی از کلسیم سولفات با خلوص ۳۴ درصد را محاسبه می کنیم:

$$g Ca = m g CaSO_4 \times \frac{۳۴ g CaSO_4}{۱۰۰ g CaSO_4} \times \frac{۱ mol CaSO_4}{۱۳۶ g CaSO_4} \times \frac{۱ mol Ca}{۱ mol CaSO_4} \times \frac{۴۰ g Ca}{۱ mol Ca} = \frac{m}{۱۰}$$

پس با اضافه شدن m گرم کلسیم سولفات به محلول، $\frac{۱}{۱۰}m$ گرم یون کلسیم وارد محلول می شود. به کمک این نسبت و جرم کلسیم موجود در محلول اولیه، مقدار کلسیم سولفات مورد نیاز را محاسبه می کنیم:

$$\text{درصد جرمی کلسیم} = \frac{\text{جرم کلسیم}}{\text{جرم کل محلول}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۱۲ = \frac{۴۰ + \frac{۱}{۱۰}m}{۲۵۰ + m} \times ۱۰۰ \Rightarrow m = ۵۰۰ g$$

پس با حل کردن ۵۰۰ گرم کلسیم سولفات در این محلول، درصد جرمی یون کلسیم به ۱۲ درصد می رسد.

پاسخ: گزینه ۴

۶۲- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- ۱) همه مواد طبیعی و مصنوعی از کره زمین به دست می‌آیند.
- ۲) رشد و گسترش تمدن بشری در گرو کشف و شناخت مواد جدید است.
- ۳) مقایسه میزان تولید و مصرف نسبی برخی مواد در جهان به صورت «مواد معدنی < سوخت‌های فسیلی < فلزها» است.
- ۴) به دلیل بیشتر بودن سرعت مصرف مواد نسبت به سرعت بازگشت این مواد به طبیعت، جرم کل مواد در کره زمین در حال کاهش است.

پاسخ: گزینه ۴

(آسان - خط به خط - سریع ۶ - صفحه ۴ - ۱۱۰۱)

طبق قانون پایستگی جرم، هر مقدار ماده از زمین استخراج و مصرف شود در نهایت به صورت پسماند به خاک و زمین برمی‌گردد، در نتیجه جرم کل مواد در کره زمین ثابت است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) تمام مواد طبیعی و ساختگی (مصنوعی) از کره زمین به دست می‌آیند.
- ۲) رشد و گسترش تمدن بشری را می‌توان در گرو کشف و شناخت مواد جدید دانست.
- ۳) مقایسه میزان تولید و مصرف نسبی برخی مواد در جهان به صورت مقابل است: مواد معدنی < سوخت‌های فسیلی < فلزها



۶۳- در یک شرایط مشخص، بازده درصدی واکنش سوختن کامل متان ۸۰ درصد است و باقی متان نیز به صورت ناقص می‌سوزد. در این

شرایط برای سوختن هر گرم متان به چند گرم گاز اکسیژن نیاز است؟ ($H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶: g. mol^{-1}$)

۴ (۴)

۳/۲ (۳)

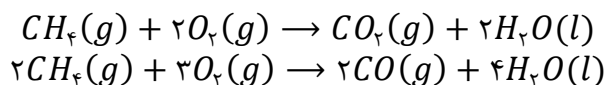
۳/۸ (۲)

۳/۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر ۶ - صفحه ۲۳ - ۱۱۰۱)

واکنش‌های سوختن متان به صورت کامل و ناقص به صورت زیر انجام می‌شوند:



راه حل مسئله

برای حل این مسئله باید بدانیم که چه مقدار متان در هر واکنش مصرف شده است تا بتوانیم مقدار اکسیژن مصرف شده در هر واکنش را به دست آوریم. مطابق صورت مسئله، ۸۰ درصد متان در واکنش اول و ۲۰ درصد آن در واکنش دوم مصرف می‌شود. وقتی بازده درصدی واکنش اول ۸۰ درصد باشد، یعنی ۸۰ درصد متان در واکنش اصلی سوخته و باقی آن در واکنش دوم مصرف می‌شود. پس از یک گرم متان به ترتیب ۰/۸ و ۰/۲ گرم در واکنش‌های اول و دوم مصرف می‌شود؛ بنابراین جرم اکسیژن مصرف شده در دو واکنش را حساب می‌کنیم:

$$g O_2 = 0.8 g CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16 \text{ g } CH_4} \times \frac{2 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } CH_4} \times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 3.2 \text{ g}$$

$$g O_2 = 0.2 g CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16 \text{ g } CH_4} \times \frac{3 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } CH_4} \times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 0.6 \text{ g}$$

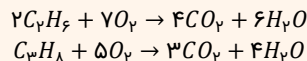
پس در مجموع دو واکنش، ۳/۸ گرم گاز اکسیژن مصرف می‌شود.

یه نمونه باحال!

مخلوطی از گازهای اتان و پروپان داریم. اگر در اثر سوختن ۱۵/۶۸ لیتر از این مخلوط گازی در شرایط استاندارد، ۱/۹ مول کربن دی‌اکسید تولید شود؛ جرم آب تولیدشده برابر چند گرم است و چند درصد از حجم مخلوط آلکان‌ها را گاز پروپان تشکیل می‌دهد؟ ($H = 1, O = 16: g \cdot mol^{-1}$)

$$8/46 - 46/8 \quad (2) \quad 4/4 - 42/4 \quad (3) \quad 4/4 - 42/4 \quad (4)$$

معادله‌های سوختن اتان و پروپان به صورت زیر است:



اگر مقدار گازهای اتان و پروپان مصرف شده را به ترتیب برابر x و y در نظر بگیریم، از سوختن اتان و پروپان موجود در این مخلوط، به ترتیب $2x$ مول و $3y$ مول کربن دی‌اکسید تولید می‌شود. همچنین حجم اتان و پروپان مصرف شده در STP نیز به ترتیب برابر $22/4x$ و $22/4y$ لیتر می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$\begin{cases} 22/4x + 22/4y = 15/68 \Rightarrow x + y = 0/7 \\ 2x + 3y = 1/9 \end{cases} \Rightarrow x = 0/2 \text{ mol و } y = 0/5 \text{ mol}$$

بنابراین از سوختن اتان و پروپان به ترتیب ۰/۶ و ۰/۲ مول آب تولید می‌شود. جرم آب تولیدشده برابر است با:

$$? g H_2O = 2/6 \text{ mol } H_2O \times \frac{18 g H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 46/8 g$$

با توجه به مقدار y ، حجم پروپان موجود در این مخلوط برابر با ۱۱/۲ لیتر است. پس درصد حجمی پروپان را حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد حجمی پروپان} = \frac{11/2}{15/68} \times 100 = 71/4 \quad \text{درصد حجمی پروپان} = \frac{\text{حجم پروپان}}{\text{حجم مخلوط}} \times 100 \Rightarrow$$

پس در این واکنش ۴۶/۸ گرم آب تولید شده و درصد حجمی پروپان در این مخلوط برابر ۷۱/۴ درصد بوده است.

پاسخ: گزینه ۱



۶۴- کدام مورد درباره عناصر مطرح شده نادرست است؟

A: عنصری دارای فعالیت شیمیایی که در دوره سوم جدول دوره‌ای قرار دارد و در دمای اتاق به حالت گازی موجود است.

B: عنصری موجود در دوره چهارم جدول دوره‌ای که دارای ۴ الکترون در لایه ظرفیت خود است و در اثر ضربه خرد می‌شود.

(۱) عنصر B همانند عنصری که بیشترین خاصیت نافلزی را در بین عناصر گروه ۱۴ دارد، رسانایی الکتریکی دارد.

(۲) عنصر A در گروهی قرار دارد که عناصر آن می‌توانند در تولید لامپ چراغ‌های جلوی خودروها استفاده شوند.

(۳) عناصر A و B از نظر تمایل به اشتراک گذاشتن الکترون در واکنش‌ها مشابه یکدیگرند.

(۴) مقایسه شعاع اتمی سه عنصر A، B و سیلیسیم به صورت $B > A > Si$ است.

(متوسط - استدلالی - استاندارد) - صفحه ۱۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

عنصر A مربوط به عنصر کلر است؛ زیرا عنصری در دوره سوم که در دمای اتاق به حالت گاز وجود دارند، گازهای کلر و آرگون هستند و از آن جا که این عنصر دارای فعالیت شیمیایی است، پس گاز کلر مورد نظر است. عنصر B مربوط به عنصر ژرمانیم است؛ زیرا عنصری در دوره چهارم که دارای ۴ الکترون در لایه ظرفیت خود هستند، عناصر تیتانیوم (فلز) و ژرمانیم (شبه فلز) هستند و از آن جا که این عنصر در اثر ضربه خرد می‌شود، پس عنصر ژرمانیم مورد نظر است. عنصر B (ژرمانیم) در دوره چهارم قرار دارد ولی عنصر A (کلر) و سیلیسیم در دوره سوم قرار دارند، پس شعاع اتمی ژرمانیم بیشتر از دو عنصر دیگر خواهد بود و از آنجا که کلر در گروه ۱۷ و سیلیسیم در گروه ۱۴ قرار دارد و از چپ به راست شعاع اتمی کاهش می‌یابد، شعاع اتمی سیلیسیم بیشتر از کلر است. در نتیجه، مقایسه شعاع اتمی این سه عنصر به صورت زیر است:

$$B > Si > A$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) عنصر کربن که بیشترین خاصیت نافلزی را در بین عناصر گروه ۱۴ دارد همانند ژرمانیم دارای رسانایی الکتریکی است.

۲) کلر در گروه هالوژن‌ها قرار دارد و همچنین هالوژن‌ها در تولید لامپ چراغ‌های جلوی خودروها استفاده می‌شوند.

۳) کلر همانند ژرمانیم در واکنش‌ها می‌تواند الکترون به اشتراک بگذارد.



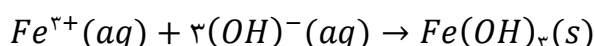
۶۵- یونی از آهن (Fe^{n+}) که در تشکیل ترکیب موجود در سنگ معدن آن دخالت دارد، با مقداری یون هیدروکسید مطابق معادله موازنه نشده $Fe^{n+}(aq) + (OH)^-(aq) \rightarrow Fe(OH)_n(s)$ به طور کامل واکنش می دهد. اگر طی این واکنش $96/3$ گرم رسوب تشکیل شود، چند گرم یون هیدروکسید طی این واکنش مصرف شده است؟ ($H = 1, O = 16, Fe = 56: g. mol^{-1}$)

(۱) $54/4$ (۲) $45/9$ (۳) $36/38$ (۴) $41/14$

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۱۹ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

یونی از آهن که در ترکیب Fe_2O_3 موجود در سنگ معدن آن یافت می شود، یون « Fe^{3+} » است و طبق معادله زیر با یون هیدروکسید واکنش می دهد:



رسوب $Fe(OH)_3$ تشکیل شده، به رنگ قرمز است.

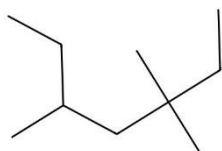
بر این اساس جرم یون هیدروکسید مصرف شده را محاسبه می کنیم:

$$g OH^- = 96/3 g Fe(OH)_3 \times \frac{1 mol Fe(OH)_3}{107 g Fe(OH)_3} \times \frac{3 mol OH^-}{1 mol Fe(OH)_3} \times \frac{17 g OH^-}{1 mol OH^-} = 45/9 g$$

پس جرم یون هیدروکسید مصرف شده برابر با $45/9$ گرم است.



۶۶- نام ترکیب مقابل بر اساس قواعد آیوپاک بوده و نسبت تعداد گروه های CH_3 به CH_2 در این ترکیب برابر است.



(۱) ۵،۳،۳-تری متیل هپتان - ۱/۶۷

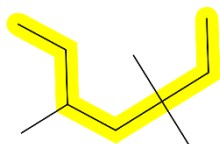
(۲) ۵،۵،۳-تری متیل هپتان - ۱/۶۷

(۳) ۵،۳،۳-تری متیل هپتان - ۲/۵

(۴) ۵،۵،۳-تری متیل هپتان - ۲/۵

(متوسط - مفهومی - استاندارد - صفحه ۳۸ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱



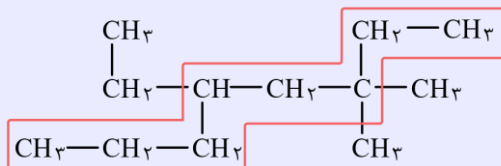
زنجیره اصلی این آلکان به صورت مقابل به رنگ زرد درآمده است. زنجیره اصلی را به گونه ای انتخاب می کنیم که بیشترین تعداد اتم کربن را در برگیرد. زنجیره اصلی این ترکیب ۷ کربنه است و هپتان نام دارد.

در مرحله بعد، زنجیره اصلی را شماره گذاری می کنیم. فاصله شاخه فرعی اول از دو سمت مولکول برابر بوده (کربن سوم) ولی از آن جا که شاخه دوم از سمت راست روی کربن سوم قرار داشته، درحالی که شاخه دوم از سمت چپ روی کربن پنجم قرار دارد؛ پس باید شماره گذاری را از سمتی آغاز کرد که زودتر به شاخه فرعی دوم برسیم. در نتیجه شماره گذاری را از سمت راست آغاز می کنیم. پس شماره فرعی ۳ گروه (تری) متیل ۳، ۳ و ۵ خواهد بود. پس نام ترکیب مورد نظر ۵،۳،۳-تری متیل هپتان است.

منظور از گروه های CH_3 و CH_2 به ترتیب اتم های کربن متصل به ۳ و ۲ اتم هیدروژن است. پس تعداد گروه های CH_3 و CH_2 در این ترکیب به ترتیب برابر با ۵ و ۳ بوده و در نتیجه، نسبت خواسته شده برابر با ۱/۶۷ خواهد بود.

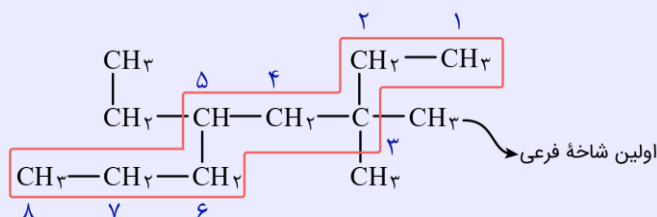
نام‌گذاری آلکان‌های شاخه‌دار

برای نام‌گذاری آلکان شاخه‌دار به روش آیوپاک طبق مراحل زیر پیش می‌رویم:
۱- طولانی‌ترین زنجیره کربنی مستقیم ممکن را انتخاب می‌کنیم. مانند:



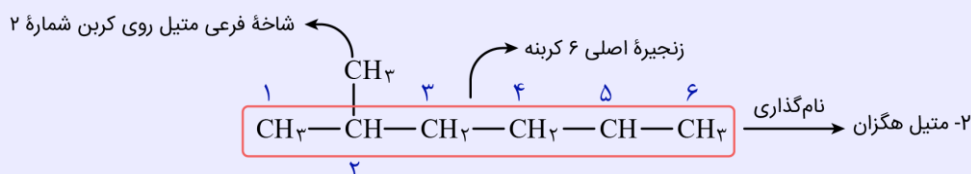
توجه داریم که اگر به چند صورت مختلف بتوان بلندترین شاخه را مشخص کرد؛ زنجیره‌ای که تعداد بیشتری از شاخه‌های فرعی را داشته باشد، به‌عنوان شاخه اصلی در نظر گرفته می‌شود.

۲- شماره‌گذاری زنجیره اصلی را از هر طرف که زودتر به شاخه فرعی برسیم، آغاز می‌کنیم. به شماره‌گذاری زنجیره کربنی در مواد زیر دقت کنید:



اگر فاصله اولین شاخه فرعی از دو سمت هیدروکربن به یک اندازه باشد، از هر سمت که زودتر به دومین شاخه فرعی برسیم، شماره‌گذاری را آغاز می‌کنیم. اگر فاصله دومین شاخه فرعی نیز از دو سمت به یک اندازه باشد، به شاخه سوم توجه می‌کنیم و به همین صورت ادامه می‌دهیم؛ اما اگر از هر دو سمت فاصله شاخه‌ها یکسان بود، از سمتی شماره‌گذاری می‌کنیم که زودتر به شاخه‌ای برسیم که حرف اول نام آن در الفبای انگلیسی نسبت به حرف اول سایر شاخه‌های فرعی مقدم باشد. مانند، شاخه *Ethyl* که بر شاخه *Methyl* مقدم است.

۳- برای مشخص کردن نام آلکان‌ها، ابتدا نام شاخه جانبی(آلکیل) و شماره اتم کربنی از زنجیره اصلی را که این شاخه به آن متصل شده است، بیان کرده و پس از آن، نام آلکان مربوط به زنجیره اصلی را می‌آوریم. به نام‌گذاری آلکان زیر توجه کنید:



اگر تعداد شاخه‌های فرعی متصل به زنجیره کربنی اصلی بیشتر از یک عدد باشد، باید برای بیان نام این شاخه‌های فرعی از یک اولویت‌بندی استفاده کنیم. برای این منظور، ابتدا نام آن شاخه‌ای را بیان می‌کنیم که حرف اول نام آن در الفبای انگلیسی نسبت به حرف اول سایر شاخه‌های فرعی مقدم باشد. به‌عنوان مثال، چون حرف اول کلمه *Ethyl* نسبت به حرف اول کلمه *Methyl* در الفبای انگلیسی مقدم است، اگر یک آلکان به‌طور هم‌زمان شامل شاخه‌های اتیل و متیل باشد، ابتدا نام و شماره کربن مربوط به گروه اتیل را بیان کرده و پس از آن، نام و شماره کربن مربوط به گروه متیل را می‌آوریم.



۶۷- کدام مورد درباره هالوژنی که در دمای اتاق به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد، نادرست است؟

(۱) در آرایش الکترونی خود، دارای ۱۱ الکترون با $l = 1$ است.

(۲) در صورت واکنش با فلز قلیایی هم دوره خود، نوری زرد رنگ تولید می‌کند.

(۳) نسبت به هالوژنی که در دمای اتاق به حالت مایع وجود دارد، سخت‌تر الکترون می‌گیرد.

(۴) بدون در نظر گرفتن آرگون، کمترین اختلاف شعاع اتمی بین دو عنصر متوالی در دوره سوم، بین آن و عنصری از گروه ۱۶ است.

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۱۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

جدول زیر شرایط واکنش هالوژن‌ها با گاز هیدروژن را نشان می‌دهد:

نام هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	حتی در دمای 200°C - به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	در دمای 200°C واکنش می‌دهد.
ید	در دمای بالاتر از 400°C واکنش می‌دهد.

هالوژنی که در دمای اتاق به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد، کلر است. همچنین هالوژنی که در دمای اتاق به حالت مایع وجود دارد، برم است. از آنجا که این دو عنصر هم‌گروه هستند و در یک گروه از بالا به پایین خاصیت نافلززی یا همان تمایل به گرفتن الکترون کاهش می‌یابد؛ پس چون کلر در موقعیت بالاتری نسبت به برم قرار گرفته است، راحت‌تر می‌تواند الکترون بگیرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) کلر با آرایش الکترونی فشرده $[Ne]3s^2 3p^5$ ، دارای ۱۱ الکترون در زیرلایه‌های $l = 1$ یا p است. ($3p^5$ و $2p^6$)

۲) کلر در صورت واکنش با سدیم که فلز قلیایی هم‌دوره آن است، نوری زرد رنگ تولید می‌کند.

۴) اختلاف شعاع اتمی بین کلر و گوگرد (عنصری از گروه ۱۶) کمترین اختلاف شعاع اتمی بین دو عنصر متوالی در دوره سوم است.



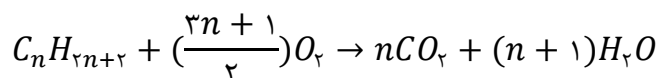
۶۸- اگر حجم گاز کربن دی‌اکسید تولیدشده از سوختن ۹۰ گرم از یک آلکان، در شرایط استاندارد ۱۴۰ لیتر باشد، نام این آلکان کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟ ($H = 1, C = 12: g.mol^{-1}$)

۱) بوتان ۲) پنتان ۳) هگزان ۴) هپتان

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۳۸ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

معادله سوختن کامل یک آلکان به صورت زیر است:



راه حل مسئله

آلکان مشخص نیست و یک ویژگی از آن داده شده است. پس برای حل این سؤالات کافی است که مشخص کنیم در ساختار این آلکان چند اتم کربن وجود دارد.

ابتدا برای پیدا کردن آلکان مجهول باید جرم آلکان مصرف‌شده برای تولید ۱۴۰ لیتر گاز کربن دی‌اکسید را برحسب n بیابیم:

$$? g C_n H_{2n+2} = 140 L CO_2 \times \frac{1 mol CO_2}{22.4 L CO_2} \times \frac{1 mol C_n H_{2n+2}}{n mol CO_2} \times \frac{(14n+2) g C_n H_{2n+2}}{1 mol C_n H_{2n+2}} = \frac{175n+25}{2n}$$

همان‌طور که مشخص است مقدار محاسبه‌شده باید برابر با ۹۰ گرم باشد. بنابراین داریم:

$$\frac{175n+25}{2n} = 90 \Rightarrow 175n+25 = 180n \Rightarrow 5n = 25 \Rightarrow n = 5$$

در نتیجه، آلکان موردنظر در هر مولکول خود پنج اتم کربن دارد و در این میان تنها پنتان یک آلکان پنج‌کربنه است.

نام‌گذاری آلکان‌های راست زنجیر

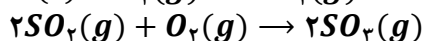
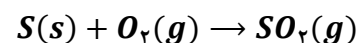
برای نام‌گذاری آلکان‌های راست زنجیر، تنها کافی است تعداد اتم‌های کربن آلکان مورد نظر را بشماریم و با پیشوند معادل یونانی، تعداد کربن‌های آلکان را بیان کرده و پسوند «ان» را که در انتهای همه آلکان‌ها دیده می‌شود، به آن بیفزاییم. جدول زیر نام‌گذاری ده آلکان راست زنجیر اول را نشان می‌دهد:

عدد به یونانی	۱ = مونو	۲ = دی	۳ = تری	۴ = تترا	۵ = پنتا	۶ = هگزا	۷ = هپتا	۸ = اوکتا	۹ = نونا	۱۰ = دکا
فرمول مولکولی آلکان	CH ₄	C ₂ H ₆	C ₃ H ₈	C ₄ H ₁₀	C ₅ H ₁₂	C ₆ H ₁₄	C ₇ H ₁₆	C ₈ H ₁₈	C ₉ H ₂₀	C ₁₀ H ₂₂
تعداد اتم‌ها کربن	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
پیشوند	-	-	-	-	پنت	هگز	هپت	اوکت	نون	دک
نام آلکان	متان	اتان	پروپان	بوتان	پنتان	هگزان	هپتان	اوکتان	نونان	دکان
تعداد پیوند اشتراکی	۴	۷	۱۰	۱۳	۱۶	۱۹	۲۲	۲۵	۲۸	۳۱

همان‌طور که می‌بینیم، در چهار عضو نخست، که شامل متان، اتان، پروپان و بوتان می‌شود، پیشوندی که شماره اتم‌های کربن را معلوم کند وجود ندارد و نام آن‌ها بر اساس قواعد کلی مشخص نمی‌شود؛ بلکه به صورت قراردادی تعیین شده‌اند.



۶۹- ۵ مول گوگرد طی دو واکنش متوالی زیر می‌سوزد. اگر در پایان واکنش‌ها ۱ مول SO_2 و ۳ مول SO_3 در ظرف وجود داشته باشد، اختلاف بازده درصدی دو واکنش چقدر است؟



(۴) ۵

(۳) ۱۰

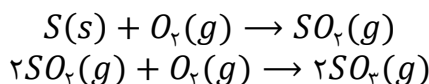
(۲) ۱۵

(۱) ۲۰

(سخت - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۲۳ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

واکنش‌های انجام‌شده به‌صورت زیر هستند:



 راه حل مسئله

در این فرایند بخشی از گوگرد در واکنش شرکت کرده و گاز SO_2 تولید می‌کند. پس از آن بخشی از گاز SO_2 تولیدشده در واکنش اول، در واکنش دوم مصرف می‌شود و گاز SO_3 تولید می‌شود. برای حل این سؤال، ابتدا آن بخشی از SO_2 مصرف‌شده در واکنش دوم را محاسبه می‌کنیم. جمع این SO_2 مصرف‌شده و موجود در ظرف برابر مقدار عملی فراورده واکنش اول است. همچنین مقدار SO_3 محاسبه‌شده از مجموع مقدار SO_2 ‌ها نیز برابر مقدار فراورده نظری واکنش دوم خواهد بود. در نهایت بازده دو واکنش را محاسبه می‌کنیم.

در واکنش دوم، ۳ مول گاز SO_3 تولیدشده از مصرف ۳ مول گاز SO_2 ایجاد شده‌اند. بر این اساس، مقدار گاز SO_2 تولیدشده در واکنش اول برابر ۴ مول بوده که ۳ مول از آن در واکنش دوم مصرف‌شده و یک مول از آن در ظرف باقی مانده است.

حال که مقدار عملی فراورده‌های دو واکنش را حساب کردیم، مقدار نظری فراورده‌ها را نیز مشخص می‌کنیم:

در واکنش اول از ۵ مول گوگرد انتظار داریم ۵ مول SO_2 تولید شود و همچنین در واکنش دوم انتظار داریم از ۴ مول SO_2 ، ۴ مول SO_3 تولید شود.

پس بازده درصدی دو واکنش را حساب می‌کنیم:

$$R = \frac{\text{مقدار } SO_3 \text{ تولیدشده به صورت عملی}}{\text{مقدار } SO_3 \text{ تولیدشده به صورت نظری}} \times 100 \Rightarrow R_2 = \frac{3}{4} \times 100 = 75\%$$

$$R = \frac{\text{مقدار } SO_2 \text{ تولیدشده به صورت عملی}}{\text{مقدار } SO_2 \text{ تولیدشده به صورت نظری}} \times 100 \Rightarrow R_1 = \frac{4}{5} \times 100 = 80\%$$

بنابراین تفاوت بازده درصدی این دو واکنش برابر ۵ درصد است.



۷۰- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) اگر واکنش « $X + CaCl_2 \rightarrow$ » انجام‌پذیر باشد، واکنش « $X + FeO \rightarrow$ » نیز انجام‌پذیر خواهد بود.

(۲) اولین فلز واسطه‌ای که زیرلایه $3d$ آن از الکترون پر است، در طبیعت می‌تواند به‌صورت عنصری یافت شود.

(۳) استفاده از گیاهان برای استخراج فلزی از دسته d که در لایه ظرفیت خود ۱۱ الکترون دارد، مقرون به‌صرفه نیست.

(۴) در صورت واکنش یون OH^- با یونی از آهن که دارای ۶ الکترون با $n + l = 5$ است، رسوب سبز رنگ تشکیل می‌شود.

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۲۵ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

مس با آرایش الکترونی: $[Ar]3d^1 4s^1$ دارای ۱۱ الکترون ظرفیتی است و استفاده از گیاهان برای استخراج آن از لایه‌لای خاک مقرون به‌صرفه است.

قاعده آفبا و زیرلایه ۳d

بر اساس قاعده آفبا، زیرلایه‌ها بر اساس سطح انرژی خود پر می‌شوند که از مقدار $n + l$ برای مقایسه انرژی زیرلایه‌ها استفاده می‌شود. هر چه مقدار $n + l$ برای یک زیرلایه کمتر باشد، آن زیرلایه انرژی کمتری دارد. همچنین اگر این مقدار برای دو زیرلایه یکسان شد، زیرلایه‌ای که n کوچک‌تری دارد، انرژی کمتری داشته و زودتر پر می‌شود. بر این اساس برای عناصر دوره چهارم پس از پر شدن زیرلایه ۳p، به علت کمتر بودن انرژی زیرلایه ۴s، این زیرلایه زودتر از زیرلایه ۳d پر می‌شود. اما پس از ورود الکترون به زیرلایه ۳d، سطح انرژی این زیرلایه از زیرلایه ۴s کمتر شده و به همین علت، در عناصر واسطه دوره چهارم به هنگام تشکیل یون ابتدا زیرلایه ۴s (زیرلایه پرانرژی‌تر) الکترون‌هایش را از دست می‌دهد و بعد از آن زیرلایه ۳d الکترون‌های خود را از دست خواهد داد. در حیطه کتاب درسی این قاعده دو استثنا دارد. دو فلز واسطه کروم و مس به ترتیب از گروه ششم و یازدهم هستند که پیش از آن که زیرلایه ۴s آن‌ها پر شود، زیرلایه ۳d الکترون گرفته است.

بررسی سایر گزینه‌ها:



- ۱ اگر « $X + CaCl_2 \rightarrow$ » انجام شود به این معنا است که واکنش‌پذیری X بیشتر از کلسیم (Ca) است و همچنین از آن جا که واکنش‌پذیری کلسیم بیشتر از آهن (Fe) است، پس در نتیجه قطعاً واکنش‌پذیری X نیز از آهن بیشتر بوده و واکنش « $X + FeO \rightarrow$ » انجام‌پذیر خواهد بود.
- ۲ مس اولین فلز واسطه با زیرلایه ۳d پر شده از الکترون است و در طبیعت می‌تواند به صورت عنصری یافت شود.
- ۳ یون Fe^{2+} با آرایش الکترونی $[Ar]3d^6$ دارای ۶ الکترون در زیرلایه ۳d ($n + l = 5$) است و در صورت واکنش با یون OH^- ، رسوب سبز رنگ $Fe(OH)_2$ تشکیل می‌شود.



شب امتحان حوصله نداری دیگه درس بخونی؟! خب درساتو گوش کن!

✓ پادکست های شب امتحان، ویژه مرور و یادگیری
دروس و نکات مهم در لحظات آخر قبل امتحان



اسکن کن!

برای دریافت
روی لینک بزن!
digimaze.org



دیجی ماز