



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



تسلط بر نیم سال اول



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۲۵ دی ماه ۱۴۰۴

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۵۵ دقیقه	۳۰ سؤال ۵۵ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات
(جبر مجموعه ها از ابتدای قوانین
و اعمال بین مجموعه ها تا انتهای درس ۲)
احتمال (کل درس ۱: مبانی احتمال)
صفحه های ۲۱ تا ۴۳

سهم در کنکور: ۲ سؤال

هندسه ۲

دایره
(کل درس سوم: چند ضلعی های
محاطی و محیطی)
تبدیل های هندسی و کاربردها
(تبدیل های هندسی تا ابتدای انتقال)
صفحه های ۲۴ تا ۳۸

سهم در کنکور: ۱ سؤال

حسابان ۱

تابع
(کل فصل ۲)
صفحه های ۳۷ تا ۷۰

سهم در کنکور: ۲ سؤال

شیمی ۲

قدر هدایای زمینی را بدانیم
(از ابتدای نفت هدیه ای شگفت انگیز
تا انتهای فصل)
در پی غذای سالم (از ابتدای فصل
تا انتهای دمای یک ماده
از چه خبر می دهد؟)
صفحه های ۲۹ تا ۵۸

سهم در کنکور: ۳ سؤال

فیزیک ۲

**الکتریسیته ساکن +
جریان الکتریکی
و مدارهای جریان مستقیم**
(از خازن تا ابتدای
نیروی محرکه الکتریکی و مدارها)
صفحه های ۳۲ تا ۶۱

سهم در کنکور: ۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در نیم سال اول ۱۴۰۴

۸ آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید برای تسلط کامل بر مباحث نیم سال اول / شروع حرکت و یادگیری استفاده از ماشین پیشرفت ماز

۱- **شروع مسیر؛ آرامش و هماهنگی:** سه مرحله آزمون پوششی؛ فرصت برای شروع حرکت با ماشین پیشرفت ماز
(تکرار مباحث آزمون های قبل و فرصت برای شروع مسیر پیشرفت)

۲- **چالش استمرار؛ پیگیری و استقامت:** سه مرحله آزمون برای آمادگی امتحانات و تکمیل یادگیری نیم سال اول
(زمان تسلط کامل بر نیم سال اول)

۳- **جمع بندی پایان نیم سال اول:** دو مرحله آزمون جمع بندی بعد از امتحانات ترم اول و تکمیل یادگیری نیم سال اول + مرور و جمع بندی
(ایستگاه جمع بندی و جبران)



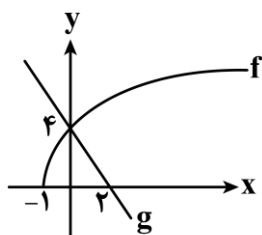
$$-1 \quad f(x) = \begin{cases} 2x - \frac{3}{x} & x \geq 1 \\ ax^2 + \frac{2}{x} & x \leq 1 \end{cases} \quad \text{اگر } f(x) \text{ یک تابع باشد، مقدار } f \circ f\left(-\frac{a}{3}\right) \text{ چه عددی است؟}$$

- (۱) -۵ (۲) -۳ (۳) -۹ (۴) -۱

-۲ هرگاه $f = \{(1,2), (2,3), (3,1)\}$ و $g = \{(2,1), (3,2), (0,3)\}$ مقدار $f \circ g^{-1}(3) + g \circ f^{-1}(2)$ چه عددی است؟

- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۵

-۳ نمودار توابع $y = f(x)$ و $y = g(x)$ به صورت مقابل است. مقدار $f \circ g^{-1}(4)$ چه عددی است؟



(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) -۱

(۴) ۴

-۴ اگر دامنه تعریف تابع f بازه $[-2, 3]$ باشد، دامنه تعریف $y = 2f\left(2 - \left[\frac{x}{3}\right]\right)$ کدام بازه است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $[-3, 12]$ (۲) $[-3, 15]$ (۳) $[0, 12]$ (۴) $[0, 15]$

-۵ تابع $f(x) = \frac{3x+a}{x+1}$ مفروض است. اگر مجموعه جواب معادله $f(x) = f \circ f(x)$ فقط یک عضو داشته باشد، مقدار a چه عددی است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

محل انجام محاسبات

۶- تابع g محور طول ها را در نقاطی به طول ۲ و ۳ قطع می کند. اگر تابع $f(x) = 4 - \frac{2x}{3}$ باشد، تابع $g \circ f$ محور طول ها را در نقاطی با طول α و β قطع می کند، مقدار $\alpha + \beta$ چه عددی است؟

- (۱) $\frac{9}{2}$ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) $\frac{11}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۷- هرگاه $\log(x) = \frac{2x}{x+3}$ و $g^{-1}(2) = 2$ ، مقدار $f^{-1}(\frac{4}{5})$ چه عددی است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۸- اگر $A(4,1)$ روی نمودار وارون تابع $f(x) = \frac{ax}{\sqrt{x^2+3}}$ باشد، کدام نقطه روی نمودار $y = f(x)$ واقع شده است؟

- (۱) $(3, \frac{1\sqrt{3}}{3})$ (۲) $(3, 4\sqrt{3})$ (۳) $(2, \frac{4\sqrt{3}}{3})$ (۴) $(3, \frac{4\sqrt{3}}{3})$

۹- اگر $f(x) = x + \sqrt{6-x}$ و $g(x) = 2 + \sqrt{x+1}$ باشد، دامنه تعریف تابع $f \circ g$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

۱۰- اگر $g \circ f(x) = 2x^2 - 4x$ و $f(x) = 2 - x$ تابع $g(x)$ با کدام تابع برابر است؟

- (۱) $g \circ f(-x)$ (۲) $g \circ f(2x)$ (۳) $g \circ f(x)$ (۴) $g \circ f(x-2)$

۱۱- تابع $f(x) = b\sqrt[3]{x-a}$ وارون خودش را در نقطه $A(-1,2)$ قطع می کند. مقدار a چه عددی است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{9}{5}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۱۲- اگر $\left[\frac{x-3}{2} \right] = \frac{x-2}{3}$ باشد، مجموع مقادیر به دست آمده برای x چه عددی است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۳ (۴) ۲۸

محل انجام محاسبات



۱۳- اگر $f(x) = ax + 3$ باشد به طوری که $f \circ f(x) = bx + 9$ ، مقدار $f^{-1}(9)$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۱۴- اگر $f(x) = \sqrt{a-2x}$ و $g(x) = 6-2x$ به طوری که توابع f و $g \circ f$ روی محور عرض‌ها متقاطع باشند، مقدار $f \circ g(6)$ چه عددی است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۲ (۴) ۴

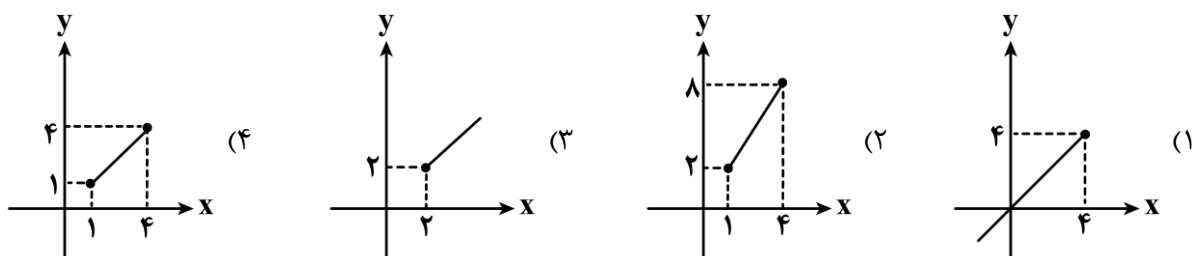
۱۵- اگر f تابعی وارون پذیر باشد و $g(x) = 3 - 2f\left(\frac{-x}{2}\right)$ ، مقدار $\frac{g^{-1}(1)}{f^{-1}(1)}$ چه عددی است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۱۶- هرگاه $f = \begin{cases} 3-|x-2| & x < 2 \\ ax+4-3a & x \geq 2 \end{cases}$ تابعی یک به یک باشد، حدود a کدام است؟

- (۱) $2 \leq a < 4$ (۲) $0 < a \leq 4$ (۳) $a \geq 1$ (۴) $0 < a \leq 1$

۱۷- هرگاه $f(x) = 1 + \sqrt{8-2x}$ نمودار تابع $y = f^{-1} \circ f(x) + f \circ f^{-1}(x)$ در کدام گزینه آمده است؟



محل انجام محاسبات

۱۸- اگر $f(x) = 3|x| + x$ و $g(x) = ax - 2|x|$ به طوری که تابع $g \circ f(x)$ تابعی خطی باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) -۴

۱۹- وارون تابع $f(x) = x + 2\sqrt{x-1}$ خط $3y = x + 6$ را با کدام طول قطع می کند؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۹

۲۰- اگر ضابطه وارون تابع $f(x) = 4x^2 - 8x - 1$ ؛ $x \leq 1$ به صورت $f^{-1}(x) = 1 + a\sqrt{x+b}$ باشد، مقدار $b-a$ کدام است؟

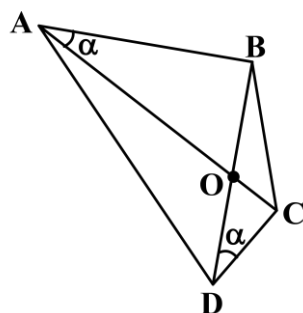
- (۱) ۴ (۲) ۴/۵ (۳) ۵/۵ (۴) ۵

۲۱- یک دوزنقه متساوی الساقین بر دایره ای محیط است. این دایره در دو نقطه M و N بر ساق های دوزنقه مماس است.

اگر قاعده کوچک ۳ و قاعده بزرگ ۵ باشد، طول پاره خط MN چقدر است؟

- (۱) ۳/۲۵ (۲) ۳/۵ (۳) ۳/۷۵ (۴) ۴

۲۲- چهارضلعی $ABCD$ مفروض است. اگر $\hat{BAC} = \hat{BDC}$ و $AC = 3OC$ ، آنگاه $\frac{AC}{BD}$ کدام عدد نمی تواند باشد؟



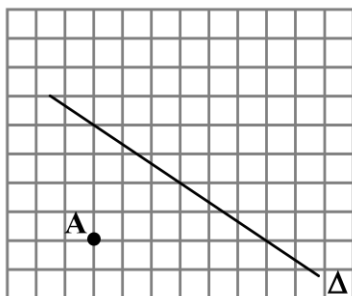
- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات

۲۳- در مثلث ABC ، AH ارتفاع وارد بر ضلع BC است به طوری که $BH < CH$. مثلث AHC را نسبت به خط شامل AH بازتاب می‌دهیم تا مثلث AHC' تشکیل شود. اگر مساحت مثلث ABC ، ۷ برابر مساحت مثلث $AC'B$ باشد، مساحت مثلث AHB چند برابر مساحت مثلث AHC است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۲۴- صفحه شطرنجی زیر از مربع‌هایی به ضلع واحد تشکیل شده است. تصویر A تحت تبدیل بازتاب نسبت به خط Δ را A' می‌نامیم. اندازه AA' چند برابر $\sqrt{13}$ است؟



- (۱) $\frac{21}{13}$ (۲) $\frac{23}{13}$ (۳) $\frac{22}{13}$ (۴) $\frac{24}{13}$

۲۵- در تبدیل بازتاب نسبت به خط d ، نقطه $(1, 1)$ یک نقطه ثابت است. اگر خط $x + 3y = 5$ در این تبدیل، خطی ثابت باشد (یعنی تصویرش بر خود منطبق می‌شود)، آنگاه خط d از کدام نقطه عبور می‌کند؟

- (۱) $(-1, -3)$ (۲) $(-1, -5)$ (۳) $(2, 2)$ (۴) $(3, 6)$

۲۶- متمم $(A \cap C') \cup [(A \cup C) \cap A] \cup (A \cap B)$ برابر کدام است؟

- (۱) A (۲) A' (۳) $A \cap B$ (۴) $A \cup B$

محل انجام محاسبات

۲۷- اگر $A = \{x | x \in \mathbb{R}; |x-1| \leq 2\}$ و $B = \{x | x \in \mathbb{R}; x^2 - 4x \leq 0\}$ باشند، آنگاه مساحت نمودار $[(A \times B) \cup (B \times A)] - [(A \times B) \cap (B \times A)]$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۲۸- ظرفی شامل ۵ سیب زرد و ۴ سیب قرمز و ۵ سیب سبز است. اگر ۳ سیب از ظرف خارج کنیم، احتمال آن که در بین این سیب ها حداکثر دو سیب هم رنگ باشند، کدام است؟

- (۱) $\frac{75}{91}$ (۲) $\frac{79}{91}$ (۳) $\frac{85}{91}$ (۴) $\frac{87}{91}$

۲۹- در یک سالن همایش ۶ نفر جهت سخنرانی دعوت شده اند. احتمال آن که بین دو نفر از آن ها به نام های محمد و رضا دقیقاً فقط دو نفر دیگر سخنرانی کنند، کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{4}{15}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۳۰- از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 600\}$ عددی به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال آن که این عدد بر ۳ یا ۵ بخش پذیر باشد ولی بر ۱۵ بخش پذیر نباشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{3}{10}$ (۴) $\frac{7}{10}$

محل انجام محاسبات





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز پایه یازدهم



تسلط بر نیم سال اول



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۲

پنجشنبه ۲۵ دی ماه ۱۴۰۴

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	فیزیک	۲۰	۳۱	۵۰	۲۵ دقیقه	۴۰ سؤال
۲	شیمی	۲۰	۵۱	۷۰	۲۰ دقیقه	۴۵ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات
(جبر مجموعه ها از ابتدای قوانین
و اعمال بین مجموعه ها تا انتهای درس ۲)
احتمال (کل درس ۱: مبانی احتمال)
صفحه های ۲۱ تا ۴۳

سهم در کنکور: ۲ سؤال

هندسه ۲

دایره
(کل درس سوم: چند ضلعی های
محاطی و محیطی)
تبدیل های هندسی و کاربردها
(تبدیل های هندسی تا ابتدای انتقال)
صفحه های ۲۴ تا ۳۸

سهم در کنکور: ۱ سؤال

حسابان ۱

تابع
(کل فصل ۲)
صفحه های ۳۷ تا ۷۰

سهم در کنکور: ۲ سؤال

شیمی ۲

قدر هدایای زمینی را بدانیم
(از ابتدای نفت هدیه ای شگفت انگیز
تا انتهای فصل)
در پی غذای سالم (از ابتدای فصل
تا انتهای دمای یک ماده
از چه خبر می دهد؟)
صفحه های ۲۹ تا ۵۸

سهم در کنکور: ۳ سؤال

فیزیک ۲

**الکتریسیته ساکن +
جریان الکتریکی
و مدارهای جریان مستقیم**
(از خازن تا ابتدای
نیروی محرکه الکتریکی و مدارها)
صفحه های ۳۲ تا ۶۱

سهم در کنکور: ۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در نیم سال اول ۱۴۰۴

۸ آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید برای تسلط کامل بر مباحث نیم سال اول / شروع حرکت و یادگیری استفاده از ماشین پیشرفت ماز

۱- **شروع مسیر؛ آرامش و هماهنگی:** سه مرحله آزمون پوششی؛ فرصت برای شروع حرکت با ماشین پیشرفت ماز
(تکرار مباحث آزمون های قبل و فرصت برای شروع مسیر پیشرفت)

۲- **چالش استمرار؛ پیگیری و استقامت:** سه مرحله آزمون برای آمادگی امتحانات و تکمیل یادگیری نیم سال اول
(زمان تسلط کامل بر نیم سال اول)

۳- **جمع بندی پایان نیم سال اول:** دو مرحله آزمون جمع بندی بعد از امتحانات ترم اول و تکمیل یادگیری نیم سال اول + مرور و جمع بندی
(ایستگاه جمع بندی و جبران)



۳۱- فاصله بین صفحه‌های خازن تختی که به باتری وصل است را کاهش می‌دهیم. بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن و انرژی ذخیره شده در خازن به ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می‌کنند؟

(۱) کاهش - کاهش (۲) افزایش - افزایش (۳) کاهش - افزایش (۴) افزایش - کاهش

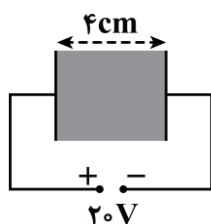
۳۲- فاصله بین صفحه‌های یک خازن تخت با ظرفیت $C = 36 \text{ nF}$ برابر با 2 mm است و بین آن‌ها عایقی با ثابت دی‌الکتریک $\kappa = 5$ قرار دارد. اگر صفحه‌های خازن، مربع شکل باشند، طول ضلع هر صفحه خازن چند سانتی‌متر است؟ $(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}})$

(۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

۳۳- یک خازن تخت باردار با ظرفیت $C = 20 \mu\text{F}$ در مدت زمان 50 ms در یک مدار، تخلیه می‌شود. اگر توان متوسط تخلیه خازن در این مدت 20 kW باشد، اختلاف بار اولیه صفحات آن چند میلی کولن بوده است؟

(۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۴۰۰

۳۴- شکل زیر، خازنی به ظرفیت $2/7 \times 10^{-12} \text{ F}$ را نشان می‌دهد که به یک باتری با اختلاف پتانسیل الکتریکی ثابت 20 V متصل است. اگر خازن را از باتری جدا کرده، دی‌الکتریک بین صفحات آن را خارج کرده و فاصله بین صفحات آن را ۵۰ درصد افزایش دهیم، اندازه میدان الکتریکی بین صفحات خازن نسبت به حالت نشان داده شده در شکل چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟ (مساحت هر یک از صفحات خازن برابر با 100 cm^2 و $\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$)



(۱) ۲۰ درصد افزایش

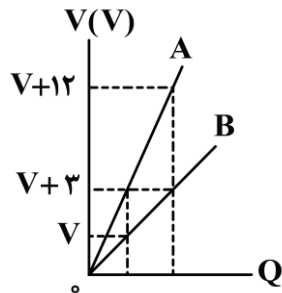
(۲) ۲۰ درصد کاهش

(۳) ۶۰ درصد افزایش

(۴) ۶۰ درصد کاهش

محل انجام محاسبات

- ۳۵- نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن های تخت A و B بر حسب بار الکتریکی ذخیره شده در آنها مطابق شکل زیر است. صفحات خازن A، دایره ای شکل و به قطر ۴cm و صفحات خازن B، مستطیلی شکل و به ابعاد ۳cm×۶cm هستند. اگر فاصله بین صفحات هر دو خازن، یکسان باشد، ثابت دی الکتریک بین صفحات خازن B، چند برابر ثابت دی الکتریک بین صفحات خازن A است؟ ($\pi = 3$)



- (۱) ۸
(۲) ۶
(۳) ۴
(۴) ۲

- ۳۶- خازن تختی را که بین دو صفحه آن هوا وجود دارد توسط یک باتری با ولتاژ ۸V پر می کنیم. سپس خازن را از باتری جدا نموده و فاصله بین صفحه های آن را ۱/۵ برابر می کنیم و یک عایق با ثابت دی الکتریک $\kappa = 3$ در بین صفحه های آن قرار می دهیم. اگر در این حالت انرژی ذخیره شده در خازن برابر ۴۸μJ باشد، بار الکتریکی خازن چند میکروکولن است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

- ۳۷- خازن تختی را پس از شارژ کردن از باتری جدا می کنیم. اگر فاصله بین صفحات خازن را ۱۰ درصد افزایش دهیم، انرژی ذخیره شده در خازن چند برابر می شود؟

- (۱) ۱/۲۱ (۲) ۱/۱ (۳) ۲/۱ (۴) ۲/۲۱

- ۳۸- اگر انرژی ذخیره شده در یک خازن تخت به ظرفیت ۴μF برابر با ۲μJ باشد، صفحه منفی این خازن چه تعداد الکترون برای باردار شدن دریافت کرده است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

- (۱) 5×10^{13} (۲) $2/5 \times 10^{13}$ (۳) 5×10^{12} (۴) $2/5 \times 10^{12}$

محل انجام محاسبات

۳۹- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) جریان الکتریکی، ناشی از شارش بارهای متحرک است، اما همه بارهای متحرک جریان ایجاد نمی کنند.
- (۲) اگر یک قطعه سیم رسانا را به دو سر یک باتری وصل کنیم، درون سیم از پتانسیل الکتریکی بیش تر به پتانسیل الکتریکی کم تر، میدان الکتریکی برقرار می شود.
- (۳) هنگامی که میدان الکتریکی، درون رسانا ایجاد می شود، الکترون ها حرکت کاتوره ای خود را کمی تغییر می دهند و در جهت میدان به طور آهسته سوق پیدا می کنند.
- (۴) جهت قراردادی جریان، در خلاف جهت سرعت سوق الکترون ها است.

۴۰- در یک آذرخش نوعی $1/2 \text{ GJ}$ انرژی تحت اختلاف پتانسیل 40 MV در مدت زمان 50 ms آزاد می شود. جریان الکتریکی متوسط در این یورش آذرخش چند آمپر است؟

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۶۰۰

۴۱- در آزمایش تحقیق قانون اهم برای یک مقاومت، نتایج جدول زیر به دست آمده است. در محدوده آزمایش شماره (۲) رفتار این مقاومت از قانون اهم پیروی و مقدار مقاومت آن در آزمایش (۴) اهم است.

شماره آزمایش	عدد ولت سنج (V)	عدد آمپرسنج (A)
۱	صفر	صفر
۲	۱/۶	۰/۱۶
۳	۴/۴	۰/۴۴
۴	۶/۳	۰/۷۰

(۱) می کند - ۱۰

(۲) می کند - ۹

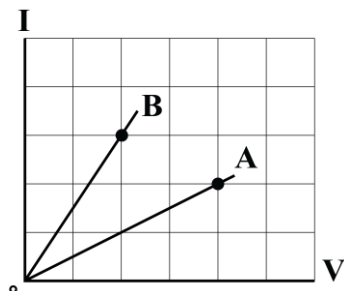
(۳) نمی کند - ۱۰

(۴) نمی کند - ۹

محل انجام محاسبات



۴۲- شکل زیر، نمودار $I-V$ را برای دو رسانای A و B نشان می‌دهد. اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی $15V$ به دو سر رسانای A اعمال شود، جریان $2/5A$ از آن عبور می‌کند. مقاومت الکتریکی رسانای B چند اهم از مقاومت الکتریکی رسانای A کم‌تر است؟



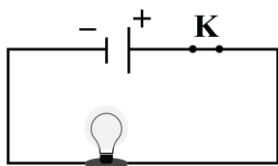
(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۸

۴۳- در مدار شکل زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر لامپ $4V$ است. اگر در مدت ۴ دقیقه تعداد 8×10^{20} الکترون از لامپ عبور کند، مقاومت الکتریکی لامپ چند اهم است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19}C$)



(۲) ۵

(۱) ۲/۵

(۴) ۱۰

(۳) ۷/۵

۴۴- المنت یک اجاق برقی شامل سیمی به طول $1/8m$ و سطح مقطع $3/2mm^2$ است. اگر در دمای $300^\circ C$ مقاومت آن 36Ω باشد، مقاومت ویژه آن در این دما چند واحد SI است؟

(۴) $3/3 \times 10^{-6}$ (۳) $6/6 \times 10^{-6}$ (۲) $3/3 \times 10^{-5}$ (۱) $6/6 \times 10^{-5}$

۴۵- دو رسانای فلزی A و B از یک ماده ساخته شده‌اند و طول یکسانی دارند. رسانای A سیم توپری به قطر D و رسانای B لوله‌ای توخالی به شعاع خارجی $2mm$ و شعاع داخلی $1mm$ است. اگر مقاومت الکتریکی رسانای B، ۲۵ درصد کم‌تر از مقاومت الکتریکی رسانای A باشد، D چند میلی‌متر است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱/۵

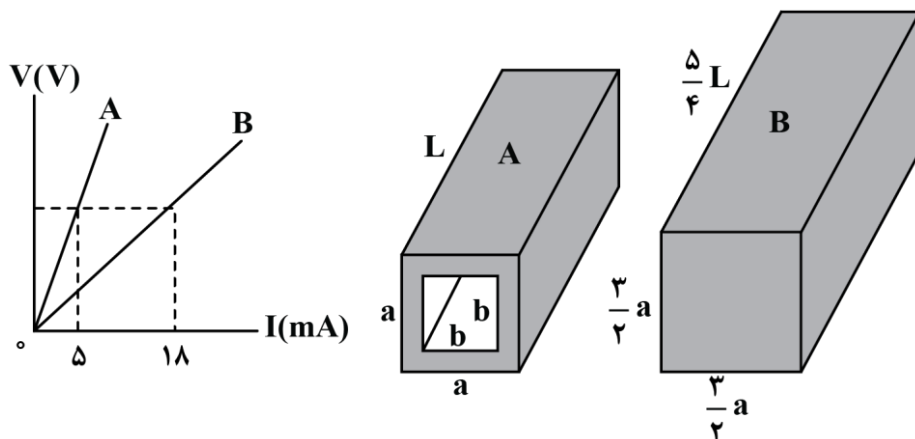
محل انجام محاسبات

۴۶- دو سیم هم جنس و هم جرم A و B در دمای یکسان در اختیار داریم. اگر طول سیم A، ۵ برابر طول سیم B باشد، مقاومت الکتریکی سیم A چند برابر مقاومت الکتریکی سیم B است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) ۱ (۳) ۵ (۴) ۲۵

۴۷- نمودار ولتاژ - جریان برای دو مقاومت الکتریکی مسی A و B، مطابق شکل زیر است. نسبت $\frac{a}{b}$ در کدام گزینه

به درستی آمده است؟



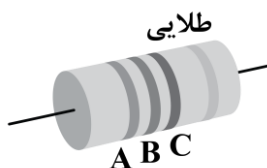
- (۱) $\sqrt{2}$
(۲) $\sqrt{3}$
(۳) $2\sqrt{2}$
(۴) $2\sqrt{3}$

۴۸- LUX چیست؟

- (۱) یکی از انواع ترمیستور است.
(۲) یکای سنجش مقاومت است.
(۳) یکای سنجش روشنایی است.
(۴) یکی از انواع مقاومت های نوری است.

محل انجام محاسبات

۴۹- مقدار مجاز انحراف مقاومت از مقدار دقیق آن برای مقاومت شکل زیر، $120\ \Omega$ است. رنگ‌های A، B و C به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



- (۱) بنفش - آبی - قرمز
- (۲) سبز - آبی - قهوه‌ای
- (۳) زرد - قرمز - نارنجی
- (۴) قرمز - زرد - نارنجی

جدول کد رنگی مقاومت‌ها			
رنگ	عدد	ضریب	تولرانس
سیاه	۰	۱	
قهوه‌ای	۱	10^1	
قرمز	۲	10^2	
نارنجی	۳	10^3	
زرد	۴	10^4	
سبز	۵	10^5	
آبی	۶	10^6	
بنفش	۷	10^7	
خاکستری	۸	10^8	
سفید	۹	10^9	
طلایی		10^{-1}	۵٪
نقره‌ای		10^{-2}	۱۰٪
بی‌رنگ			۲۰٪

۵۰- مقاومت الکتریکی سیمی از آلیاژ کروم و نیکل در دمای 20°C برابر با $60\ \Omega$ است. اگر دمای این سیم را به 270°C برسانیم، مقاومت الکتریکی آن چند اهم افزایش می‌یابد؟ (ضریب دمایی مقاومت ویژه آلیاژ کروم و نیکل برابر با $K^{-1} \times 10^{-4} \times 4$ است.)

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

محل انجام محاسبات

۵۱- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) جست و جوی انسان‌های پیشین برای جمع‌آوری دانه‌های خوراکی، نخستین انقلاب در کشاورزی است.
- (۲) همه انرژی و ماده‌ای که در بدن وجود دارد، از غذایی که مصرف می‌شود، به دست می‌آید.
- (۳) سرانه سالانه مصرف شیر برابر مقدار میانگین مصرف شیر یک فرد در یک سال خواهد بود.
- (۴) با تولید انبوه مواد غذایی توسط انسان، مشکل فساد مواد غذایی تا حدودی برطرف شد.

۵۲- کدام مورد درباره نفتالن نادرست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g. mol^{-1}$)

- (۱) به‌عنوان ضد بید برای نگهداری فرش و لباس کاربرد داشته است.
- (۲) حالت فیزیکی آن با حالت فیزیکی پنتان در دمای اتاق متفاوت است.
- (۳) در اثر سوختن کامل ۶۴ گرم از این ترکیب، ۷۲ گرم آب تولید می‌شود.
- (۴) شمار پیوندهای $C - H$ در این ترکیب برابر با این تعداد در ۲-پنتین است.

۵۳- کدام یک از مطالب زیر درست هستند؟

- الف - گازوئیل نسبت به نفت سفید از قسمت گرم‌تری از برج تقطیر جدا می‌شود.
- ب - نفت برنت دریای شمال نسبت به نفت سنگین ایران، دارای نقطه جوش بالاتری است.
- ج - همه فراورده‌های حاصل از سوختن زغال سنگ، در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.
- د - در اثر سوختن جرم برابری از زغال سنگ و بنزین، مقدار گرمای آزاد شده از بنزین بیشتر است.

- (۱) «الف» و «ج» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

۵۴- واکنش تولید سیلیسیم از اکسید آن در دمایی از نقطه ذوب سیلیسیم رخ می‌دهد و با تولید اکسید کربن همراه است.

- (۱) بالاتر - ناقطبی (۲) پایین‌تر - ناقطبی (۳) بالاتر - قطبی (۴) پایین‌تر - قطبی

۵۵- با افزایش در آلکان‌ها، کاهش می‌یابد.

- (۱) نقطه جوش - مقاومت در برابر جاری شدن
- (۲) شمار اتم‌های کربن - گشتاور دو قطبی به‌طور چشم‌گیری
- (۳) درصد جرمی هیدروژن - تمایل برای تبدیل شدن به حالت گاز
- (۴) نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار اتم‌های کربن - نیروی بین مولکولی

۵۶- اگر در فرایند استخراج مس با بازده ۸۰ درصد از یک تن سنگ معدن، حجم گاز تولیدشده در شرایط استاندارد ۷ مترمکعب باشد، درصد جرمی عنصر مس در سنگ معدن آن چقدر است؟ ($Cu = 64 g. mol^{-1}$)

- (۱) ۵۰ (۲) ۲۵ (۳) ۲/۵ (۴) ۵

محل انجام محاسبات



۵۷- اگر در ظرف A چهار لیتر آب با دمای $70^{\circ}C$ و در ظرف B یک لیتر آب با دمای $70^{\circ}C$ وجود داشته باشد، کدام مورد نادرست است؟

- (۱) مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده این دو نمونه هم به دما و هم به جرم ماده بستگی دارد.
 - (۲) جنبش‌های نامنظم ذره‌های آب موجود در ظرف A از ذره‌های آب موجود در ظرف B شدیدتر است.
 - (۳) میانگین انرژی جنبشی ذره‌های آب موجود در ظرف A با ذره‌های آب موجود در ظرف B برابر است.
 - (۴) انرژی گرمایی آب موجود در ظرف A از آب موجود در ظرف B به دلیل بیشتر بودن شمار مولکول‌های آن، بیشتر است.
- ۵۸- کدام گزینه زیر درست است؟

- (۱) در صورت واکنش گاز اتن با برم مایع، محلول بی‌رنگ ۲،۱-دی برمواتن تشکیل می‌شود.
 - (۲) شمار گروه‌های CH_3 در ۲-متیل بوتان از شمار گروه‌های CH_2 در ۱-بوتن، بیشتر است.
 - (۳) شمار اتم‌های هیدروژن در بنزن با این شمار در چهارمین عضو از خانواده آلکین‌ها برابر است.
 - (۴) نام ترکیب $CH_3C(CH_3)_2CH_2CH(CH_3)_2$ طبق قواعد آیوپاک به صورت ۴،۲،۲-متیل پنتان است.
- ۵۹- اگر نسبت جرم کربن دی‌اکسید تولیدشده به جرم اکسیژن مصرف‌شده در واکنش سوختن اتن برابر $0/825$ باشد، بازده این واکنش چند درصد است؟ ($C = 12, O = 16: g. mol^{-1}$)

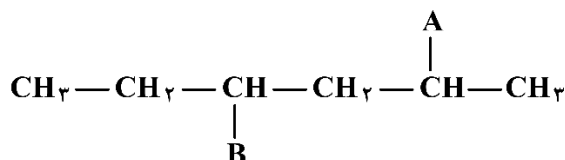
- (۱) ۶۰ (۲) ۷۵ (۳) ۸۰ (۴) ۹۰

۶۰- کدام مورد درباره ترکیبی آلی با فرمول مولکولی C_nH_{2n} ، به‌طور قطع درست است؟

- (۱) شمار گروه‌های CH_2 در این ترکیب با شمار اتم‌های کربن آن برابر است.
- (۲) می‌تواند با گاز هیدروژن واکنش دهد و تبدیل به یک هیدروکربن سیرشده شود.
- (۳) در اثر سوختن کامل مقداری از این ترکیب، مقدار (مول) برابری از آب و گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود.
- (۴) شمار پیوندهای یگانه کربن-هیدروژن در این ترکیب، دو برابر شمار پیوندهای یگانه کربن-کربن در آن است.

۶۱- کدام یک از گزینه‌های زیر جمله زیر را به‌درستی تکمیل نمی‌کند؟

«اگر در فرمول ساختاری زیر، شاخه فرعی A و شاخه فرعی B باشد، نام ترکیب مورد نظر طبق قواعد آیوپاک به صورت خواهد بود.»



- (۱) گروه متیل (CH_3) - گروه اتیل (C_2H_5) - ۴-اتیل-۲-متیل هگزان
- (۲) گروه اتیل (C_2H_5) - گروه اتیل (C_2H_5) - ۵-اتیل-۳-متیل هپتان
- (۳) گروه متیل (CH_3) - گروه متیل (CH_3) - ۴،۲-دی متیل هگزان
- (۴) گروه اتیل (C_2H_5) - گروه متیل (CH_3) - ۵،۳-دی متیل هپتان

محل انجام محاسبات

۶۲- اگر نسبت حجم اکسیژن مصرف شده به حجم کربن دی اکسید تولید شده در واکنش سوختن یک هیدروکربن در دما و فشار ثابت، برابر $1/2$ باشد، درصد جرمی کربن در این هیدروکربن به تقریب چقدر است؟

($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

- (۱) ۹۱ (۲) ۸۹ (۳) ۹۴ (۴) ۸۷

۶۳- کدام یک از عبارات های زیر درست هستند؟

الف - در برخی آلکان ها، اتم های کربن با چهار اتم دیگر پیوند دارند.

ب - وازلین نسبت به آلکانی که دارای ۷۰ پیوند اشتراکی است، دارای گرانروی بیشتری است.

ج - اختلاف جرم مولی بنزن با هگزان برابر با شمار اتم های کربن در یک مولکول از نفتالن است.

د - نسبت شمار پیوندهای $H - C$ به پیوندهای $C - C$ در چهارمین آلکان راست زنجیر مایع در دمای اتاق برابر با $\frac{18}{7}$ است.

- (۱) «الف» و «ج» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

۶۴- اگر هیدروکربنی با فرمول شیمیایی $C_{10}H_{18}$ در واکنش با بخار برم، رنگ این گاز را تغییر، به طور قطع در ساختار آن حلقه هیدروکربنی وجود

- (۱) ندهد - دارد (۲) ندهد - ندارد (۳) دهد - دارد (۴) دهد - ندارد

۶۵- در طی آزمایش هایی طبق جدول زیر، انرژی حاصل از سوزاندن مواد مختلف صرف گرم کردن حجم مشخصی از آب شده است:

شماره آزمایش	ماده غذایی	مقدار تغییر دمای آب ($^{\circ}C$)
۱	یک گرم گردو	۴
۲	دو گرم گردو	$\Delta\theta_2$
۳	دو گرم ماکارونی	$\Delta\theta_3$

کدام مورد درباره این آزمایش نادرست است؟ (حجم آب گرم شده در همه آزمایش ها برابر است و از اتلاف انرژی صرف نظر کنید.)

(۱) علت متفاوت بودن مقادیر $\Delta\theta_2$ و $\Delta\theta_3$ در نوع ماده سوزانده شده است.

(۲) اگر دمای آغازین آب در آزمایش ۲ برابر با $22^{\circ}C$ باشد، دمای انتهایی آن برابر با $28^{\circ}C$ خواهد بود.

(۳) علت متفاوت بودن مقدار تغییر دمای آب در آزمایش ۱ با این مقدار در آزمایش ۲، در مقدار ماده سوزانده شده است.

(۴) اگر $\Delta\theta_3$ برابر با ۷ درجه سلسیوس باشد، در اثر سوختن مقدار برابری از این دو ماده غذایی انرژی آزاد شده از گردو بیشتر خواهد بود.

۶۶- اگر جرم مولی آلکان X ، ۵۶ گرم از آلکان Y بیشتر باشد و نسبت اختلاف شمار اتم های کربن با شمار اتم های هیدروژن در آلکان X به این مقدار در آلکان Y برابر با $1/8$ باشد، شمار پیوندهای اشتراکی در یک مولکول از آلکنی که تعداد اتم های کربن آن با آلکان X برابر بوده، کدام است؟ ($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱

محل انجام محاسبات



۶۷- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) یکی از کاربردهای گاز استیلن، استفاده از آن در برش کاری فلزها است.
 - (۲) در ساختار ۲-بوتن هر اتم کربن به تعداد متفاوتی اتم هیدروژن متصل است.
 - (۳) در نام آیوپاک همه هیدروکربنهای حلقوی، پیشوند «سیکلو» دیده می شود.
 - (۴) اتین آزادشده از میوه های رسیده موجب رسیدن میوه های نارس خواهد شد.
- ۶۸- اگر در یک مول از یک آلکن $10^{24} \times 4/816$ اتم هیدروژن وجود داشته باشد، چند گرم از این آلکن توسط ۹ گرم گاز هیدروژن سیر می شود و کاتالیزگر فلزی این واکنش در کدام گروه جدول دوره ای قرار دارد؟
- ($H = 1, C = 12: g.mol^{-1}$)

(۱) ۲۵۲ - هشتم (۲) ۱۲۶ - هشتم (۳) ۲۵۲ - دهم (۴) ۱۲۶ - دهم

۶۹- کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

- (۱) در شرایط یکسان، چگالی هوا در ظهر از چگالی هوا در شب بیشتر است.
 - (۲) کاهش جرم خورشید به عنوان تنها منبع حیات بخش انرژی، نشان دهنده تبدیل ماده به انرژی است.
 - (۳) جنبش های نامنظم ذره های بخار آب $100^{\circ}C$ بیشتر از جنبش های نامنظم ذره های آب در دمای $100^{\circ}C$ است.
 - (۴) دما کمیتی است که علاوه بر میزان سردی و گرمی یک نمونه ماده، میانگین تندی ذره های سازنده آن را نشان می دهد.
- ۷۰- ترکیب A از جایگزینی یکی از اتم های هیدروژن بنزن با یک شاخه فرعی آلکیلی به دست می آید. اگر ۲۷ گرم از ترکیب A در واکنش با یک گرم گاز هیدروژن به یک ترکیب سیر شده تبدیل شود، در ساختار این شاخه آلکیلی چند اتم کربن وجود دارد؟ (گروه آلکیل گونه ای است که با برداشتن یک اتم هیدروژن از یک مولکول آلکان به دست می آید و فرمول شیمیایی آن C_nH_{2n+1} است. $H = 1, C = 12: g.mol^{-1}$)

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

محل انجام محاسبات



بودجه بندی دروس آزمون بعد....

تاریخ برگزاری: ۹ بهمن ماه

هندسه ۲

دایره (کل فصل ۱)
تبدیل های هندسی و کاربردها
(تبدیل های هندسی تا ابتدای انتقال)
صفحه های ۹ تا ۳۸

حسابان ۱

جبر و معادله (کل فصل ۱) /
تابع (کل فصل ۲) /
توابع نمایی و لگاریتم (تابع نمایی)
صفحه های ۱ تا ۷۹

فیزیک ۲

الکتریسیته ساکن + جریان الکتریکی
و مدارهای جریان مستقیم
(تا ابتدای توان در مدارهای الکتریکی)
صفحه های ۱ تا ۶۶

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات (کل فصل ۱)
احتمال
(کل درس ۱: مبانی احتمال و
کل درس ۲: احتمال غیر هم شانس)
صفحه های ۱ تا ۴۷

شیمی ۲

قدر هدایای زمینی را بدانیم (کل فصل)
در پی غذای سالم
(از ابتدای فصل تا انتهای گرما در واکنش های شیمیایی)
صفحه های ۱ تا ۶۵





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



تسلط بر نیم سال اول



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۲۵ دی ماه ۱۴۰۴

✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون

✓ تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید

✓ نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال

✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست

✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون

دیس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع زاده سید جواد نظری مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان کیوان دارابی - علیرضا شریف خطیبی	مائده بادن فیروز مهران جعفری - مهدی رضائی فاطمه روان بخش - فؤاد خیر آبادی علی اسدی
فیزیک	محمد جواد سورچی حسین عبدوی نژاد	محمد جواد سورچی - حسین عبدوی نژاد سجاد صادقی زاده - مهدی پارسا	حسین عبدوی نژاد محمد جواد سورچی مروارید شاه حسینی ایلیا فقیه میرزایی
شیمی	علی ترابی	علی ترابی - پرهام تیزپا	محمد مهدی معظمی محمد رضا جمشیدی سجاد سیفاللهی - سپهر احمدی

تیم اجرایی و تولید آزمون

مجتبی آدمیان

نازنین امیری

مائده بادن فیروز

زهره جعفری

مدیر تولید آزمون: محدثه شیخعلی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستند تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین. راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

دکتر رسول خنجری

دکمه ری استارت رو بزن

«نیم سال دوم کنکور از نگاه یک شروع تازه»

برگردیم به اول سال تحصیلی....

اون روزهایی که دفتر برنامه ریزی هنوز سفید بود، انگیزه ت بالاترین حد ممکن رو داشت و با خودت فکر می کردی «تا عید همه کتابا تمومه». یه برنامه رویایی داشتی و حس می کردی قراره همه چیز دقیق پیش بره.

اما حالا چی؟

نیم سال دوم شروع شده و شاید این جمله ها توی ذهنت بچرخه:

■ «عقب افتادم...»

■ «هیچی اون طوری که می خواستم نشد...»

■ «شروع دوباره دیگه فایده نداره...»

این دقیقاً همون دام ذهنیه که خیلی از داوطلب ها رو از بازی خارج می کنه.

واقعیت کنکور؛ هیچ مسیری بی افت نیست

یه نکته مهم رو خیلی صادقانه بگیم:

تقریباً هیچ کدوم از بچه های موفق کنکور، حتی رتبه های برتر، مسیرشون از مهر تا تیر صاف و بی نقص نبوده.

افت، خستگی، عقب ماندگی و حتی ناامیدی توی مسیر همه هست.

تفاوت آدم هایی که آخرش نتیجه می گیرن با بقیه، توی «بی افت بودن» نیست؛

توی اینکه که وقتی زمین می خورن، دوباره بلند می شن و ادامه می دن.

نیم سال دوم؛ فرصت واقعی برای بازسازی

نیم سال دوم کنکور، یک بازه خاصه.

حجم درس ها در شروعش کمتره، مباحث جدید معمولاً قابل جمع ترن، و مهم تر از همه:

ذهن تو از شوک شروع سال و فشارهای اولیه عبور کرده.

اینجا دقیقاً همون جاییه که می تونی دکمه «ری استارت» رو بزنی؛ نه فقط روی برنامه، بلکه روی ذهن خودت.

ری استارت یعنی:

■ برنامه ت رو واقع بینانه تر ببندی

■ عادت مطالعه ت رو دوباره بسازی

■ و مسیرت رو با هدف اصلی، یعنی کنکور، تنظیم کنی

«عقب ماندگی نیم سال اول» قرار نیست بازی رو تموم کنه.

شاید بگی: «ولی من از نیم سال اول خیلی عقبم... فلان درس رو تقریباً ول کردم.»

این نگرانی طبیعی، اما قرار نیست جلوت رو بگیره.

توی برنامه های راهبردی، برای جبران مباحت نیم سال اول زمان جداگانه دیده شده؛ مخصوصاً بازه نوروز که فرصت

طلایی برای جمع بندیه.

الان مهم ترین کار اینه که:

- روی مباحث جدید نیم سال دوم تمرکز کنی
- نذاری حس عقب ماندگی، کل حرکت رو متوقف کنه

جبران ممکنه؛ توقف نه

نتیجه، بهترین سازنده انگیزه است.

خیلی ها دنبال انگیزه می گردن؛

یه جمله خاص، یه ویدیو، یا حرف یک مشاور.

اما واقعیت اینه که قوی ترین انگیزه، دیدن نتیجه خودته.

اون لحظه ای که:

یه آزمون رو بهتر از قبل می دی یا اون مبحثی که مدت ها گیر بودی بالاخره برات جا می افته.

اون حس **«می تونم»** خودش تو رو جلو می بره.

پس منتظر حس خوب نمون تا شروع کنی؛

شروع کن تا حس خوب ساخته بشه.

حتی دو هفته مطالعه منظم و جدی، می تونه اعتماد به نفست رو بر گردونه و ذهنت رو یادش بندازه که هنوز هم همون آدم پر تلاش اول سالی.

ارزش زمان، هرچی جلوتر می ریم بیشتر می شه.

یه حقیقت مهم توی مسیر کنکور اینه که هرچی به آزمون نزدیک تر می شیم، ارزش زمانی که مطالعه می کنی چند برابر می شه. دو ساعت مطالعه در بهمن یا اسفند، می تونه به اندازه چهار یا پنج ساعت مطالعه مهر اثر داشته باشه؛ چون:

■ ذهنت پخته تر شده

■ هدفت شفاف تره

■ و مطالعه ت جهت داره

حتی یک ساعت مطالعه درست در اردیبهشت، می تونه بیشتر از یک شب بیداری طولانی در مهر به رتبه ت شکل بده. پس این روزها رو دست کم نگیر.

همین واسفند، سکه های طلایی کنکورن؛ فقط باید بد باشی درست فرجه شون کنی.

جمع بندی آخر...

اگه الان حس می کنی عقب افتادی، برون که فقط چند هفته مطالعه منظم و آگاهانه می تونه ورق رو برگردونه. شروع دوباره نشونه ضعف نیست؛ نشونه بلوغ و قدرت تصمیم گیری. به جای درگیر شدن با گذشته، تمرکزت رو بنابر روی کاری که امروز و فردا می تونی انجام بی. هر روزی که جلوم می ری، یک قدم واقعی به رتبه ای که برات تلاش می کنی. هیچ چیز دیر نشده.

نیم سال دوم هنوز می تونه بهترین بخش مسیرت باشه. از همین امروز، روی کاغذ بنویس:

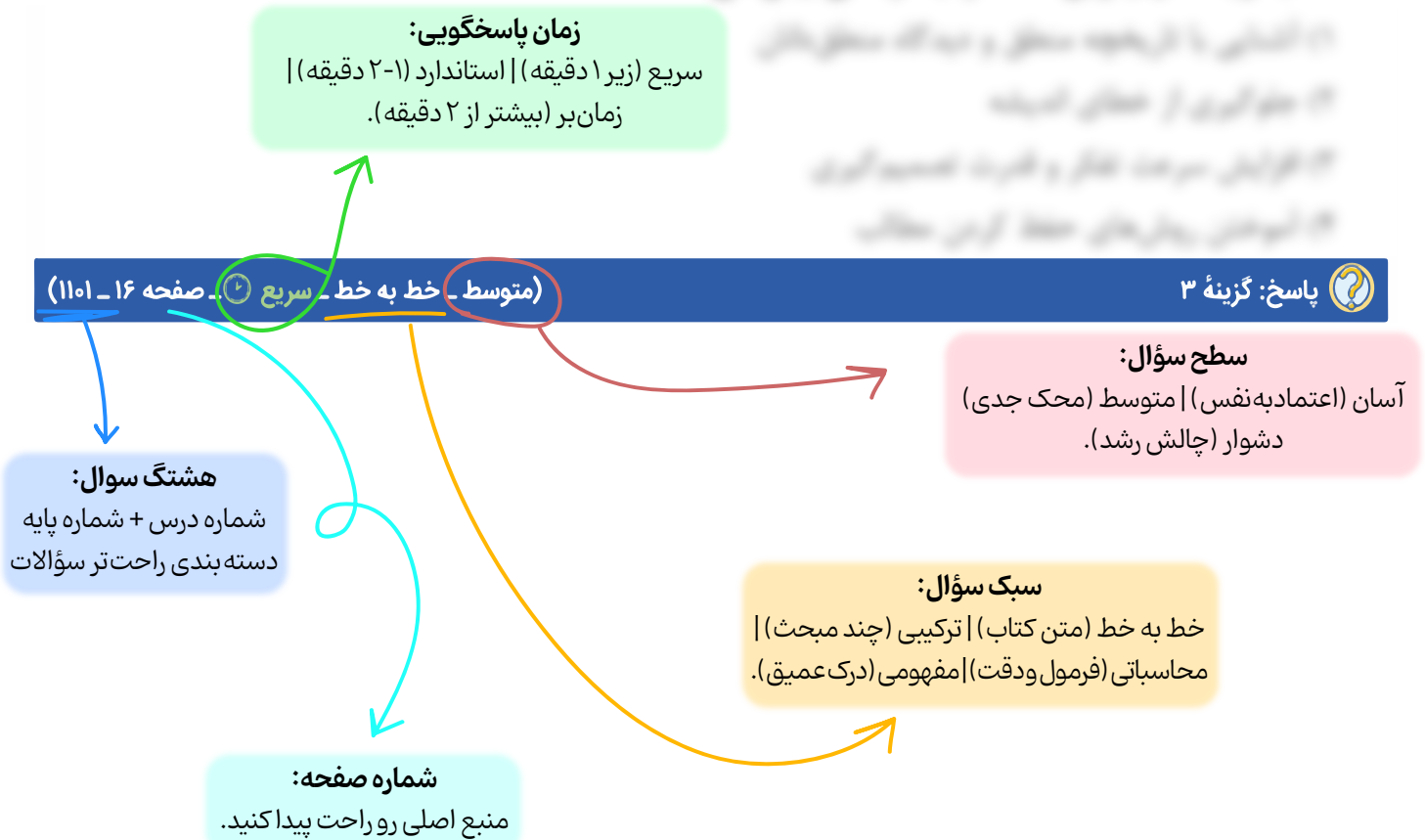
+ نقطه شروع دوباره: امروز

و بعدش فقط یک کار کن:

✓ انجامش بده.

راهنمای پاسخنامه آزمون‌ها

در ادامه، روش‌های صحیح و نادر پاسخ‌دهی به سوالات آزمون‌ها را بررسی می‌کنیم. این روش‌ها به شما کمک می‌کند تا در آزمون‌ها موفق‌تر باشید و بتوانید به راحتی سوالات را پاسخ دهید.



یادتون باشه:

- ✓ هر سؤال یک فرصت یادگیری، نه یک مانع.
- ✓ پاسخ‌نامه فقط جواب نیست؛ یک کارگاه آموزشی کامله.
- ✓ با هر آزمون و مرور این پاسخ‌نامه، یک پله بالاتر می‌رید و یک قدم به رؤیایون نزدیک‌تر می‌شید.
- ✓ موفقیت فقط برای کسانی که با برنامه و انگیزه حرکت می‌کنن. شما همون آدمید.



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

بودجه بندی
این آزمون

حسابان ۱: تابع (کل فصل ۲)، صفحه های ۳۷ تا ۷۰
هندسه ۲: دایره (درس ۳)، تبدیل های هندسی و کاربردها (تا ابتدای انتقال)، صفحه های ۲۴ تا ۳۸
آمار و احتمال: آشنایی با مبانی ریاضیات (از ابتدای قوانین) + احتمال (درس ۱)، صفحه های ۲۱ تا ۴۳

سهم در
کنکور

حسابان ۱: این مبحث در مجموع ۲ تست از ۱۰ تست کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۲: این مبحث در مجموع ۱ تست از ۴ تست کنکور را پوشش داده است.
آمار و احتمال: این مبحث در مجموع ۲ تست از ۴ تست کنکور را پوشش داده است.

$$f(x) = \begin{cases} 2x - \frac{3}{x} & x \geq 1 \\ ax^2 + \frac{2}{x} & x \leq 1 \end{cases} \quad \text{اگر } f \text{ یک تابع باشد، مقدار } f\left(-\frac{a}{3}\right) \text{ چه عددی است؟}$$

(۱) -۵ (۲) -۳ (۳) -۹ (۴) -۱

آسان - مفهومی - سریع (۶) - حسابان ۱ صفحه ۳۸ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

f به شرطی تابع است که مقدار $f(1)$ از دو ضابطه با هم برابر باشد، پس:

$$\begin{cases} f(1) = 2 - 3 \\ f(1) = a + 2 \end{cases} \Rightarrow a + 2 = -1 \Rightarrow a = -3$$

به این ترتیب:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - \frac{3}{x} & ; x \geq 1 \\ -3x^2 + \frac{2}{x} & ; x \leq 1 \end{cases}$$

$$f\left(-\frac{a}{3}\right) = f(1) \xrightarrow{\text{از ضابطه اول}} f(1) = 2 - 3 = -1$$

$$f\left(f\left(-\frac{a}{3}\right)\right) = f(f(1)) = f(-1) \xrightarrow{\text{از ضابطه دوم}} f(-1) = a - 2 = -5$$

قلقشو یاد بگیر!

یک تابع چندضابطه ای با دو شرط زیر تابع محسوب می شود:

۱) هر کدام از ضابطه ها در دامنه خود تابع باشند.

۲) دامنه ضابطه ها یا اشتراک نداشته باشند یا اگر اشتراک دارند به ازای دامنه مشترک مقدار یکسان تولید کنند.



۲- هرگاه $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 1)\}$ و $g = \{(2, 1), (3, 2), (0, 3)\}$ مقدار $f \circ g^{-1}(2) + g \circ f^{-1}(3)$ چه عددی است؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۶

(۱) ۲

آسان - خط به خط - سریع (۶) - حسابان ۱ صفحه ۶۹ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

توابع f و g یک به یک اند، پس می توانیم توابع f^{-1} و g^{-1} را با جابه جا کردن مؤلفه اول و دوم به دست آوریم:

$$f^{-1} = \{(2, 1), (3, 2), (1, 3)\}, g^{-1} = \{(1, 2), (2, 3), (3, 0)\}$$

پس:

$$\begin{aligned} \text{fog}^{-1}(2) &= f(g^{-1}(2)) = f(3) = 1 \\ \Rightarrow \text{fog}^{-1}(2) + \text{gof}^{-1}(3) &= 2 \\ \text{gof}^{-1}(3) &= g(f^{-1}(3)) = g(2) = 1 \end{aligned}$$

طریقه محاسبه تابع وارون در نمایش زوج مرتبی

برای وارون کردن توابع در نمایش زوج مرتبی کافی است زوج مرتب (a, b) در تابع اصلی تبدیل به (b, a) در تابع وارون آن شود.



تذکر!

حتماً توجه کن که تابع زوج مرتب یک به یک باشد.

شرط یک به یک بودن توابع زوج مرتب

هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای مولفه های دوم یکسان نباشند.

یه نمونه باحال ببین!

وارون تابع $f = \{(2, 1), (-1, 2), (4, 3)\}$ را به دست آورید.

پاسخ تشریحی:

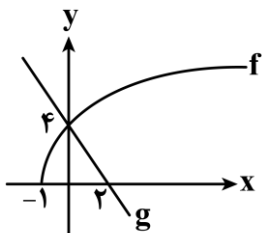
تابع یک به یک است پس وارون پذیر است.

$$f^{-1} = \{(1, 2), (2, -1), (3, 4)\}$$

اکنون در هر زوج مرتب جای مؤلفه اول و دوم را عوض می کنیم:



۳- نمودار توابع $y = f(x)$ و $y = g(x)$ به صورت مقابل است. مقدار $\text{fog}^{-1}(4)$ چه عددی است؟



(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) -۱

(۴) ۴

(آسان - محاسباتی - سریع) حسابان ۱ صفحه ۷۰ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۴

$$g(a) = b \Leftrightarrow g^{-1}(b) = a$$

اگر تابع g وارون پذیر باشد، آن گاه:

$$g(0) = 4 \Rightarrow g^{-1}(4) = 0$$

پس با توجه به نمودار:

$$\text{fog}^{-1}(4) = f(g^{-1}(4)) = f(0) = 4$$

بنابراین:



۴- اگر دامنه تعریف تابع f بازه $[-2, 3]$ باشد، دامنه تعریف $y = 2f(2 - \frac{x}{3})$ کدام بازه است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۴) $[0, 15]$ (۳) $[0, 12]$ (۲) $[-3, 15]$ (۱) $[-3, 12]$

(متوسط - محاسباتی - سریع) حسابان ۱ صفحه ۶۸ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به آن که دامنه تعریف تابع f بازه $[-2, 3]$ است، پس تابع $y = 2f(2 - \frac{x}{3})$ به شرطی تعریف شده است که:

$$2 - \frac{x}{3} \in D_f \Rightarrow -2 \leq 2 - \frac{x}{3} \leq 3$$

$$-1 \leq \frac{x}{3} \leq 4 \Rightarrow -1 \leq \frac{x}{3} < 5 \Rightarrow -3 \leq x < 15$$



اگر $n \leq [x] \leq m$ ، آن گاه $n \leq x < m+1$.



۵- تابع $f(x) = \frac{3x+a}{x+1}$ مفروض است. اگر مجموعه جواب معادله $f(x) = fof(x)$ فقط یک عضو داشته باشد، مقدار a چه عددی است؟
 (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

(سخت - مفهومی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۶۹ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

چون معادله $f(x) = fof(x)$ تنها یک جواب دارد، تابع $f(x) = \frac{3x+a}{x+1}$ غیر ثابت و $a \neq 3$ است؛ زیرا در غیر این صورت معادله مذکور بی شمار جواب دارد. در نتیجه $f(x)$ تابعی هموگرافیک است و از طرفی می دانیم تابع هموگرافیک در دامنه اش یک به یک است. دو تابع $fof(x)$ و $f(x)$ را تلاقی می دهیم:

$$fof(x) = f(x) \xrightarrow[\text{یک به یک است.}]{f, a \neq 3} f(f(x)) = f(x) \Rightarrow f(x) = x$$

$$\frac{3x+a}{x+1} = x \Rightarrow 3x+a = x^2 + x \Rightarrow x^2 - 2x - a = 0$$

چون معادله تنها یک ریشه دارد پس باید $\Delta = 0$ باشد، پس:

$$\Delta = 0 \Rightarrow 4 - 4(1)(-a) = 0 \Rightarrow 4 + 4a = 0 \Rightarrow 4a = -4 \Rightarrow a = -1$$

به ازای $a = -1$ معادله $f(x) = fof(x)$ تنها یک جواب دارد.

یک به یک بودن تابع

زمانی تابع $f(x)$ یک به یک است که برای هر دو عضو x_1 و x_2 از دامنه f داشته باشیم:

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$$

یعنی به ازای مقادیر متفاوت در ورودی، مقادیر متفاوت در خروجی بگیریم.

رفع ابهام!

یه وقتی باید عینک تبحر بزنی به چشمتون تا چیزی که باید رو ببینید! 😊

$$f(f(x)) = f(x) \xrightarrow[\text{یک به یک است.}]{f} f(x) = x$$



۶- تابع g محور طول ها را در نقاطی به طول ۲ و ۳ قطع می کند. اگر تابع $f(x) = 4 - \frac{2x}{3}$ باشد، تابع gof محور طول ها را در نقاطی با طول α و β قطع می کند، مقدار $\alpha + \beta$ چه عددی است؟

$$(1) \frac{9}{2} \quad (2) \frac{7}{2} \quad (3) \frac{11}{2} \quad (4) \frac{5}{2}$$

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۶۸ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

اگر قرار باشد $gof(x)$ محور طول ها را در α و β قطع کند، یعنی:

$$gof(\alpha) = 0 \Rightarrow g(f(\alpha)) = 0$$

$$gof(\beta) = 0 \Rightarrow g(f(\beta)) = 0$$

چون $g(2) = 0$ و $g(3) = 0$ است، پس داریم:

$$f(\alpha) = 2 \Rightarrow 4 - \frac{2\alpha}{3} = 2 \Rightarrow -\frac{2\alpha}{3} = -2 \Rightarrow \alpha = 3$$

$$f(\beta) = 3 \Rightarrow 4 - \frac{2\beta}{3} = 3 \Rightarrow -\frac{2\beta}{3} = -1 \Rightarrow \beta = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = 3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

••• i/o •••

۷- هرگاه $fog(x) = \frac{2x}{x+3}$ و $g^{-1}(3) = 2$ ، مقدار $f^{-1}(\frac{4}{5})$ چه عددی است؟

$$\frac{4}{5} \quad (4)$$

$$\frac{5}{4} \quad (3)$$

$$\frac{3}{5} \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

(آسان - خطبه خط - سریع) حسابان ۱ صفحه ۶۹ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

$$f^{-1}(\beta) = \alpha \Leftrightarrow f(\alpha) = \beta$$

اگر f تابعی وارون پذیر باشد داریم:

پس:

$$g^{-1}(3) = 2 \Rightarrow g(2) = 3$$

پس در تابع $y = fog(x)$ در ابتدا به جای x عدد ۲ را قرار می دهیم:

$$f(g(2)) = \frac{4}{5} \Rightarrow f(3) = \frac{4}{5} \Rightarrow f^{-1}(\frac{4}{5}) = 3$$

••• i/o •••

۸- اگر $A(4,1)$ روی نمودار وارون تابع $f(x) = \frac{ax}{\sqrt{x^2+3}}$ باشد، کدام نقطه روی نمودار $y = f(x)$ واقع شده است؟

$$(3, \frac{4\sqrt{3}}{3}) \quad (4)$$

$$(2, \frac{4\sqrt{3}}{3}) \quad (3)$$

$$(3, 4\sqrt{3}) \quad (2)$$

$$(3, \frac{8\sqrt{3}}{3}) \quad (1)$$

(متوسط - خطبه خط - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۶۱ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

چون نقطه $A(4,1)$ روی نمودار تابع وارون f واقع شده است، پس $A'(1,4)$ روی نمودار f واقع است.

$$f(1) = 4 \Rightarrow \frac{a}{2} = 4 \Rightarrow a = 8$$

$$f(x) = \frac{8x}{\sqrt{x^2+3}}$$

با توجه به گزینه ها مقادیر ۲ و ۳ را در تابع قرار می دهیم:

$$f(2) = \frac{16}{\sqrt{7}} \Rightarrow \text{مقدار } f(2) \text{ در گزینه ها نیست.}$$

$$f(3) = \frac{24}{\sqrt{12}} = \frac{24}{2\sqrt{3}} = \frac{12}{\sqrt{3}} \xrightarrow{\text{گویا کنیم}} \frac{12}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$$

••• i/o •••

۹- اگر $f(x) = x + \sqrt{6-x}$ و $g(x) = 2 + \sqrt{x+1}$ باشد، دامنه تعریف تابع fog شامل چند عدد صحیح است؟

$$18 \quad (4)$$

$$17 \quad (3)$$

$$16 \quad (2)$$

$$15 \quad (1)$$

(متوسط - خطبه خط - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۶۸ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

گام اول

دامنه توابع f و g را محاسبه می کنیم:

$$f(x) = x + \sqrt{6-x} \Rightarrow 6-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 6 \Rightarrow D_f = (-\infty, 6]$$

$$g(x) = 2 + \sqrt{x+1} \Rightarrow x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \Rightarrow D_g = [-1, +\infty)$$

به کمک تعریف دامنه ترکیب دو تابع داریم:

$$D_{f \circ g}(x) = \{x : \underbrace{x \in D_g}_{(1)} \wedge \underbrace{g(x) \in D_f}_{(2)}\}$$

$$\xrightarrow{(1)} x \in [-1, +\infty) \Rightarrow x \geq -1$$

$$\xrightarrow{(2)} g(x) \in (-\infty, 6] \Rightarrow g(x) \leq 6$$

حل نامعادله $g(x) \leq 6$:

$$g(x) \leq 6 \Rightarrow 2 + \sqrt{x+1} \leq 6 \Rightarrow \sqrt{x+1} \leq 4 \xrightarrow{\text{توان ۲}} x+1 \leq 16 \Rightarrow x \leq 15$$

در آخر از بازه‌های به دست آمده اشتراک می‌گیریم. اشتراک این دو برابر است با:

$$D_{f \circ g}(x) = [-1, 15]$$

بنابراین شامل ۱۷ عدد صحیح است.

اگر دو تابع f و g به گونه‌ای باشند که خروجی‌های $g(x)$ بتوانند ورودی‌های $f(x)$ باشند تابع ترکیبی $f \circ g(x)$ به وجود می‌آید و داریم:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$\xrightarrow{x \text{ ورودی}} \boxed{g} \rightarrow g(x) \rightarrow \boxed{f} \longrightarrow f \circ g(x)$$

دامنه $f \circ g$ ، مقادیری از x می‌باشد که در دامنه g باشند و به ازای آن‌ها مقادیر $g(x)$ در دامنه f قرار بگیرد، به عبارت دیگر:

$$D_{f \circ g}(x) = \{x : x \in D_g \wedge g(x) \in D_f\}$$

دامنه توابع رادیکالی: $(k \in \mathbb{N})$

$$\begin{cases} y = \sqrt[k]{f(x)} \Rightarrow D = D_f \\ y = \sqrt[k]{f(x)} \Rightarrow D = D_f \cap \{x : f(x) \geq 0\} \end{cases}$$

۱۰- اگر $gof(x) = 2x^2 - 4x$ و $f(x) = 2 - x$ تابع $g(x)$ با کدام تابع برابر است؟

(۴) $gof(x-2)$

(۳) $gof(x)$

(۲) $gof(2x)$

(۱) $gof(-x)$

(آسان - ترکیبی - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۶۷ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا با توجه به $g(f(x)) = 2x^2 - 4x$ و $f(x) = 2 - x$ تابع $g(x)$ را به دست می آوریم:

$$g(f(x)) = 2x^2 - 4x \xrightarrow{f(x)=2-x} g(2-x) = 2x^2 - 4x$$

$$\Rightarrow 2-x=t \Rightarrow x=2-t$$

$$g(2-x) = 2x^2 - 4x \xrightarrow{x=2-t} g(t) = 2(2-t)^2 - 4(2-t)$$

$$\Rightarrow g(t) = 2(4 - 4t + t^2) - 8 + 4t$$

$$\Rightarrow g(t) = 2t^2 - 4t \Rightarrow g(x) = 2x^2 - 4x$$

با توجه به این که $gof(x) = 2x^2 - 4x$ است، بنابراین:

$$g(x) = gof(x) = 2x^2 - 4x$$

محاسبه تابع درونی با داشتن تابع بیرونی و ترکیب دو تابع

محاسبه $g(x)$ وقتی $f(g(x))$ و $f(x)$ معلوم اند. (هرگاه ترکیب و تابع بیرونی را داده باشند و تابع درونی را بخواهند).
برای تعیین $g(x)$ وقتی که $f(g(x))$ و $f(x)$ معلوم باشند کافی است؛ $g(x)$ را در $f(x)$ به جای x قرار داده و $f(g(x))$ را تشکیل داده و مساوی $f(g(x))$ داده شده قرار داده و از حل این معادله $g(x)$ را به دست می آوریم.

یه نمونه باحال ببین!

اگر $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و $f(g(x)) = x^2 + 1$ باشد، $g(0)$ کدام است؟

(۴) -۲

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) -۱

پاسخ تشریحی:

$$f(g(0)) = \frac{2(g(0))+1}{g(0)-1} = 0+1 \Rightarrow 2g(0)+1 = g(0)-1 \Rightarrow g(0) = -2$$

پاسخ: گزینه ۴

یه نمونه باحال ببین!

اگر $f(x) = \frac{1}{x+3}$ با شرط آن که $fog(x) + f(x) = 0$ باشد، تابع $g(x)$ را بیابید.

$$fog(x) + f(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{g(x)+3} + \frac{1}{x+3} = 0 \Rightarrow \frac{1}{g(x)+3} = -\frac{1}{x+3}$$

$$g(x)+3 = -x-3 \Rightarrow g(x) = -x-6$$

محاسبه تابع بیرونی با داشتن تابع درونی و ترکیب دو تابع

محاسبه $f(x)$ وقتی $f(g(x))$ و $g(x)$ معلوم اند. (هرگاه تابع ترکیب و تابع درونی را داده باشند و تابع بیرونی را بخواهند).
از روش تغییر متغیر استفاده می کنیم. یعنی $g(x)$ را برابر t قرار می دهیم و x را بر حسب t در صورت امکان محاسبه می کنیم. با قرار دادن آن در عبارت $f(g(x))$ و $f(t)$ را محاسبه کرد سپس با تبدیل t به x ، $f(x)$ را مشخص می کنیم.

یه نمونه باحال ببین!

اگر $f(g(x)) = x^2 + x$ و $g(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ ، $f(x)$ را بیابید.

$$\underbrace{g(x)}_t = \frac{2x-3}{x+1} \Rightarrow tx+t=2x-3 \Rightarrow tx-2x=-t-3 \Rightarrow x = \frac{-3-t}{t-2} \Rightarrow x = \frac{t+3}{2-t}$$

$$f(t) = x^2 + x \Rightarrow f(t) = \left(\frac{t+3}{2-t}\right)^2 + \left(\frac{t+3}{2-t}\right)$$

$$f(x) = \left(\frac{x+3}{2-x}\right)^2 + \left(\frac{x+3}{2-x}\right)$$

یه نمونه باحال ببین!

اگر $f(x) = \frac{x}{2-x}$ و $gof(x) = \frac{1}{2}x$ باشند، ضابطه تابع $g(x)$ را بیابید.

$$\frac{x}{2-x} = t \Rightarrow x = 2t - xt \Rightarrow x + xt = 2t \Rightarrow x = \frac{2t}{1+t}$$

$$gof(x) = g(f(x)) \quad g(f(x)) = \frac{1}{2}x$$

$$g\left(\frac{x}{2-x}\right) = \frac{1}{2}x \Rightarrow g(t) = \frac{1}{2}\left(\frac{2t}{1+t}\right) \Rightarrow g(t) = \frac{t}{1+t} \Rightarrow g(x) = \frac{x}{1+x}$$



۱۱- تابع $f(x) = b\sqrt[3]{x-a}$ وارون خودش را در نقطه $A(-1, 2)$ قطع می‌کند. مقدار a چه عددی است؟

$$\frac{3}{5} \quad (4)$$

$$\frac{5}{9} \quad (3)$$

$$\frac{9}{5} \quad (2)$$

$$\frac{5}{3} \quad (1)$$

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) - حسابان ۱ صفحه ۶۱ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

نقطه A روی خود تابع $f(x)$ قرار دارد. $f(-1) = 2$

نقطه A روی وارون تابع $f(x)$ نیز قرار دارد. $f^{-1}(-1) = 2$

از طرفی می‌دانیم که $f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$ پس $f^{-1}(-1) = 2 \Rightarrow f(2) = -1$ اکنون با توجه به $f(-1) = 2$ و $f(2) = -1$ داریم:

$$f(-1) = 2 \Rightarrow b\sqrt[3]{-1-a} = 2 \quad (I)$$

$$f(2) = -1 \Rightarrow b\sqrt[3]{2-a} = -1 \quad (II)$$

با تقسیم کردن رابطه‌های (I) و (II) بر هم داریم:

$$\frac{b\sqrt[3]{-1-a}}{b\sqrt[3]{2-a}} = \frac{2}{-1} \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{-1-a}}{\sqrt[3]{2-a}} = -2 \Rightarrow \sqrt[3]{-1-a} = -2\sqrt[3]{2-a}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۳}} -1-a = -8(2-a) \Rightarrow -1-a = 16-8a \Rightarrow 9a = 17 \Rightarrow a = \frac{17}{9}$$



اگر $A(a, b)$ روی نمودار تابع f باشد، آن‌گاه $A'(b, a)$ روی نمودار f^{-1} است.

$$f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$$



۱۲- اگر $\left[\frac{x-2}{3}\right] = \frac{x-2}{3}$ باشد، مجموع مقادیر به دست آمده برای x چه عددی است؟

۲۸ (۴)

۱۳ (۳)

۱۵ (۲)

۲۴ (۱)

(سخت - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۵۱ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

می دانیم هرگاه $[f(x)] = g(x)$ ، آن گاه اولاً $g(x)$ عدد صحیح است، ثانیاً $g(x) + 1 < f(x) \leq g(x)$ ، پس:

$$\frac{x-2}{3} = k, (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \frac{x-2}{3} = k \Rightarrow x-2 = 3k \Rightarrow x = 3k+2 (k \in \mathbb{Z})$$

و طبق شرط دوم:

$$\left[\frac{x-2}{3}\right] = \frac{x-2}{3} \Rightarrow \frac{x-2}{3} \leq \frac{x-2}{3} < \frac{x-2}{3} + 1$$

$$\xrightarrow{x=3k+2} k \leq \frac{3k+2-2}{3} < k+1 \Rightarrow \underbrace{2k \leq 3k-1}_{(1)} < 2k+2 \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} (1) \rightarrow 3k-1 \geq 2k \Rightarrow k \geq 1 \\ (2) \rightarrow 3k-1 < 2k+2 \Rightarrow k < 3 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 1 \leq k < 3$$

$$1 \leq k < 3 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 1, 2$$

$$x = 3k+2 \Rightarrow \begin{cases} k=1 \Rightarrow x=5 \\ k=2 \Rightarrow x=8 \end{cases}$$

$$x \text{ مجموع مقادیر } \Rightarrow 8+5=13$$

ویژگی‌های جزء صحیح

مثال	ویژگی
$[-1/4] = -2$ $[6] = 6$	(۱) خروجی جزء صحیح همواره عددی صحیح است. $[x] = k, k \in \mathbb{Z}$
$[x-2] = [x] - 2$	(۲) اگر k عددی صحیح باشد، آن گاه: $[x+k] = [x] + k; k \in \mathbb{Z}$
$[2/5] = 2 \Rightarrow [2/5] < 2/5$	(۳) به ازای هر $x \in \mathbb{R}, [x] \leq x$ دو حالت داریم: ۱) $[x] < x : x \notin \mathbb{Z}$ ۲) $[x] = x : x \in \mathbb{Z}$ در حالت کلی: $x-1 < [x] \leq x$
$[-1/2] = - \left[\frac{1}{2} \right] - 1 = -2$	(۴) اگر $x \notin \mathbb{Z}$ باشد: $[-x] = -[x] - 1$
$[x] = -2 \Rightarrow -2 \leq x < -1$	(۵) برای هر $k \in \mathbb{Z}$ از $[x] = k$ می توان نتیجه گرفت: $[x] = k \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \leq x < k+1$

۱۳- اگر $f(x) = ax + 3$ باشد به طوری که $f \circ f(x) = bx + 9$ ، مقدار $f^{-1}(9)$ کدام است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۶

(۲) ۳

(۱) ۹

(آسان - محاسباتی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۶۹ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

با داشتن f ضابطه $f \circ f$ را به دست می آوریم:

$$f(x) = ax + 3 \Rightarrow f(f(x)) = af(x) + 3 \Rightarrow f \circ f(x) = a(ax + 3) + 3 \Rightarrow f \circ f(x) = a^2x + 3a + 3$$

از طرفی $f \circ f(x) = bx + 9$ پس:

$$f \circ f(x) = a^2x + 3a + 3 = bx + 9$$

از برابر قرار دادن نظیر به نظیر ضرایب داریم:

$$\begin{cases} 3a + 3 = 9 \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = 2 \\ b = a^2 = (2)^2 = 4 \end{cases}$$

به این ترتیب:

$$f(x) = ax + 3 \Rightarrow f(x) = 2x + 3$$

حال تابع $f^{-1}(x)$ را به دست می آوریم:

$$y = 2x + 3 \Rightarrow y - 3 = 2x \Rightarrow x = \frac{y-3}{2}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-3}{2} \xrightarrow{x=9} f^{-1}(9) = \frac{9-3}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

روش به دست آوردن ضابطه تابع وارون

در تابع یک به یک $y = f(x)$ ، ابتدا x را بر حسب y می نویسیم (یعنی x را تنها می کنیم و از معادله استخراج می کنیم). سپس با تبدیل y به x ضابطه $f^{-1}(x)$ به دست می آید.

یه نمونه باحال ببین!

وارون تابع $f(x) = \frac{3x-1}{2-x}$ را به دست آورید.

$$y = \frac{3x-1}{2-x} \Rightarrow 3x-1 = 2y-xy \Rightarrow 3x+xy = 2y+1 \Rightarrow x = \frac{2y+1}{3+y} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{3+x}$$

• • •

۱۴- اگر $f(x) = \sqrt{a-2x}$ و $g(x) = 6-2x$ به طوری که توابع f و $g \circ f$ روی محور عرض ها متقاطع باشند، مقدار $f \circ g(6)$ چه عددی است؟

(۴) ۴

(۳) ۲

(۲) ۶

(۱) ۸

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۶۹ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۴

چون دو تابع f و $g \circ f$ روی محور عرض ها متقاطع هستند، پس:

$$f(0) = g \circ f(0) \Rightarrow g \circ f(0) = g(f(0)) = g(\sqrt{a}) = 6 - 2\sqrt{a}$$

$$f(0) = \sqrt{a}$$

$$6 - 2\sqrt{a} = \sqrt{a} \Rightarrow \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow f(x) = \sqrt{4-2x}$$

$$f \circ g(6) = f(g(6)) = f(-6) = \sqrt{4-2(-6)} = 4$$

• • •

۱۵- اگر f تابعی وارون پذیر باشد و $g(x) = 3 - 2f\left(\frac{-x}{2}\right)$ ، مقدار $\frac{g^{-1}(1)}{f^{-1}(1)}$ چه عددی است؟

(۴) -۲

(۳) -۱

(۲) ۲

(۱) ۱

(سخت - مفهومی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۵۸ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به $f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$ داریم:

$$y = g(x) \Rightarrow x = g^{-1}(y) \quad (۱)$$

$$y = 3 - 2f\left(-\frac{x}{2}\right) \Rightarrow y - 3 = -2f\left(-\frac{x}{2}\right) \Rightarrow \frac{3-y}{2} = f\left(-\frac{x}{2}\right)$$

$$\Rightarrow -\frac{x}{2} = f^{-1}\left(\frac{3-y}{2}\right) \Rightarrow x = -2f^{-1}\left(\frac{3-y}{2}\right) \quad (۲)$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(۲), (۱)} g^{-1}(y) = -2f^{-1}\left(\frac{3-y}{2}\right) \Rightarrow g^{-1}(x) = -2f^{-1}\left(\frac{3-x}{2}\right) \xrightarrow{x=1} g^{-1}(1) = -2f^{-1}(1) \Rightarrow \frac{g^{-1}(1)}{f^{-1}(1)} = -2$$



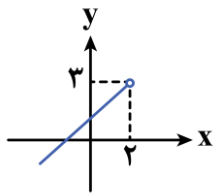
۱۶- هرگاه $f = \begin{cases} 3 - |x-2| & x < 2 \\ ax + 4 - 3a & x \geq 2 \end{cases}$ تابعی یک به یک باشد، حدود a کدام است؟

(۴) $0 < a \leq 1$ (۳) $a \geq 1$ (۲) $0 < a \leq 4$ (۱) $2 \leq a < 4$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۵۵ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا نمودار f را به ازای $x < 2$ رسم می کنیم و نمودار برای $x \geq 2$ را با توجه به آن مشخص می کنیم:



$$y = 3 - |x - 2|; x < 2$$

$$y = 3 - (-x + 2) \Rightarrow y = x + 1$$

می دانیم نمودار یک تابع زمانی یک به یک است که خطوط افقی نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کنند. پس برای آن که نمودار f در بازه $x \geq 2$ یک به یک باشد، باید اولاً شیب خط مثبت باشد، ثانیاً تابع $y = ax + 4 - 3a$ به ازای $x = 2$ مقداری کمتر از ۳ نداشته باشد، پس:

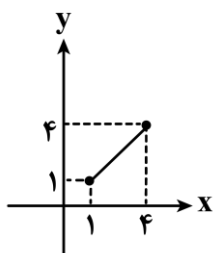
$$\begin{cases} a > 0 \quad (۱) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y(2) = 2a + 4 - 3a = -a + 4 \geq 3 \Rightarrow a \leq 1 \quad (۲) \end{cases}$$

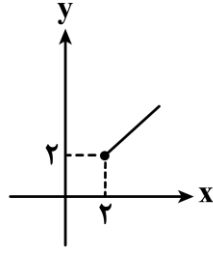
با اشتراک (۱) و (۲)، $0 < a \leq 1$ قابل قبول است.



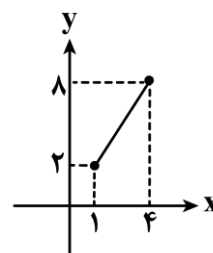
۱۷- هرگاه $f(x) = 1 + \sqrt{8 - 2x}$ نمودار تابع $y = f^{-1} \circ f(x) + f \circ f^{-1}(x)$ در کدام گزینه آمده است؟



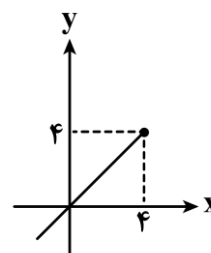
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

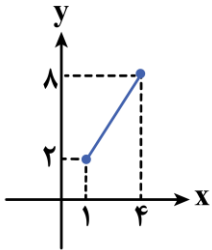
f تابعی وارون پذیر است، به طوری که $D_f = (-\infty, 4]$ و $R_f = [1, +\infty)$ و از طرفی $D_{f^{-1}} = R_f$ ، پس داریم:

$$y_1 = f^{-1} \circ f(x) = x, D_{f^{-1}} = (-\infty, 4]$$

$$y_2 = f \circ f^{-1}(x) = x, D_{f^{-1}} = R_f = [1, +\infty)$$

بنابراین از جمع دو تابع y_1 و y_2 داریم:

$$y = y_1 + y_2 = 2x \quad D_y = D_f \cap D_{f^{-1}} = [1, 4]$$



پس نمودار تابع داده شده به صورت زیر است:

که مانند نمودار گزینه ۲ است.

چهار عمل اصلی روی توابع

$$\begin{aligned} ۱) (f \pm g)(x) &= f(x) \pm g(x) & ; & \quad D_{f \pm g} = D_f \cap D_g \\ ۲) (f \times g)(x) &= f(x) \times g(x) & ; & \quad D_{f \times g} = D_f \cap D_g \\ ۳) \left(\frac{f}{g}\right)(x) &= \frac{f(x)}{g(x)} & ; & \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} \end{aligned}$$



نکته!

ترکیب هر تابع با معکوشش یک تابع همانی است. البته توجه داشته باشید که دامنه آن لزوماً تمام اعداد حقیقی نیست.

$$۱) (f^{-1} \circ f)(x) = x \quad : x \in D_f$$

$$۲) (f \circ f^{-1})(x) = x \quad : x \in D_{f^{-1}}$$



تذکر!

در حالت کلی توابع $(f^{-1} \circ f)(x)$ و $(f \circ f^{-1})(x)$ با هم برابر نیست زیرا دامنه هایشان برابر نیست.

$$\begin{cases} D_{f \circ f^{-1}} = D_{f^{-1}} \\ D_{f^{-1} \circ f} = D_f \end{cases}$$



نکته!

دامنه f با برد f^{-1} و برد f با دامنه f^{-1} برابر است.

$$D_f = R_{f^{-1}} \quad R_f = D_{f^{-1}}$$



۱۸- اگر $f(x) = 3|x| + x$ و $g(x) = ax - 2|x|$ به طوری که تابع $\text{gof}(x)$ تابعی خطی باشد، مقدار a کدام است؟
 (۱) ۴ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) -۴

(متوسط - ترکیبی - زمان ۲۰) - حسابان ۱ صفحه ۶۸ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا تابع $y = f(x)$ را به صورت تابع دوضابطه ای می نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} 4x & x \geq 0 \\ -2x & x \leq 0 \end{cases}$$

حال ضابطه gof را تشکیل می دهیم:

$$x \geq 0 \Rightarrow f(x) = 4x, f(x) \geq 0 \Rightarrow \text{gof}(x) = af(x) - 2|f(x)|$$

$$\text{gof}(x) = a(4x) - 2 \times 4x = (4a - 8)x$$

$$x \leq 0 \Rightarrow f(x) = -2x \Rightarrow f(x) \leq 0$$

$$\text{gof}(x) = a(-2x) - 2|-2x| = -2ax + 4x = (4 - 2a)x$$

پس برای آن که gof خطی باشد، باید:

$$4 - 2a = 4a - 8 \Rightarrow 6a = 12 \Rightarrow a = 2$$

۱۹- وارون تابع $f(x) = x + 2\sqrt{x-1}$ خط $3y = x + 6$ را با کدام طول قطع می کند؟

(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۹

(سخت - محاسباتی - زمان ۲۰) - حسابان ۱ صفحه ۵۸ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۴

برای آن که وارون تابع $f(x)$ خط $g(x) = \frac{x+6}{3}$ را قطع کند، یعنی باید معادله مقابل را حل کنیم:

به این ترتیب، چون توابع f و g وارون پذیر هستند به جای معادله فوق کافی است طرفین را وارون کنیم و معادله زیر را حل کنیم، یعنی:

$$(f^{-1}(x))^{-1} = g^{-1}(x) \Rightarrow \begin{cases} (f^{-1}(x))^{-1} = f(x) \\ g(x) = \frac{x+6}{3} \Rightarrow y = \frac{x+6}{3} \Rightarrow 3y = x+6 \Rightarrow x = 3y-6 \Rightarrow g^{-1}(x) = 3x-6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = 3x-6 \Rightarrow x+2\sqrt{x-1} = 3x-6 \Rightarrow 2\sqrt{x-1} = 2x-6 \Rightarrow \sqrt{x-1} = x-3$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} x-1 = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ یا } x = 5$$

جوابها را در معادله چک می کنیم:

$$x = 2 \Rightarrow \sqrt{2-1} = 2-3 \Rightarrow \sqrt{1} = -1 \times$$

$$x = 5 \Rightarrow \sqrt{5-1} = 5-3 \Rightarrow \sqrt{4} = 2 \checkmark$$

پس $x = 5$ قابل قبول است.

$$f^{-1} \Leftarrow A \Big|_9^5 \Leftarrow f \text{ شامل نقطه } A' \Big|_5^9 \text{ است.}$$

پس f^{-1} خط داده شده را در نقطه ای به طول ۹ قطع می کند.

تذکره!

در حل معادلات رادیکالی وقتی به توان ۲ می رسانیم ممکن است جواب اضافه تولید کند، به همین دلیل حتماً جوابها را در معادله اصلی چک کنید.

اگر خواست نباشه و $A \left| \begin{smallmatrix} 9 \\ 5 \end{smallmatrix} \right. \in f \Leftrightarrow A \left| \begin{smallmatrix} 9 \\ 5 \end{smallmatrix} \right. \in f^{-1}$ رو جا بندازی تو دام گزینه ۳ می افتی!



۲۰- اگر ضابطه وارون تابع $f(x) = 4x^2 - 8x - 1$; $x \leq 1$ به صورت $f^{-1}(x) = 1 + a\sqrt{x+b}$ باشد، مقدار $b-a$ کدام است؟

۵ (۴)

۵/۵ (۳)

۴/۵ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۶۱ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

روش اول

تابع f را به مربع کامل تبدیل می کنیم و داریم:

$$y = 4x^2 - 8x - 1$$

$$y = 4x^2 - 8x + 4 - 4 - 1$$

$$y = (2x - 2)^2 - 5 \Rightarrow y + 5 = (2x - 2)^2 \Rightarrow |2x - 2| = \sqrt{y + 5} \xrightarrow{x \leq 1} |x - 1| = \frac{\sqrt{y + 5}}{2}$$

$$-x + 1 = \frac{\sqrt{y + 5}}{2} \Rightarrow x = 1 - \frac{\sqrt{y + 5}}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{x + 5}$$

چون $x \leq 1$ ، پس:

$$b = 5, a = -\frac{1}{2} \Rightarrow b - a = 5/5$$

روش دوم

از طریق حل معادله درجه دوم به روش دلتا x را بر حسب y می نویسیم:

$$y = 4x^2 - 8x - 1$$

$$4x^2 - 8x - 1 - y = 0 \Rightarrow \Delta = 64 - 4(4)(-1 - y) = 80 + 16y$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{80 + 16y}}{8} = \frac{8 \pm 4\sqrt{5 + y}}{8} = \frac{2 \pm \sqrt{5 + y}}{2} = 1 \pm \frac{\sqrt{5 + y}}{2} \xrightarrow{x \leq 1} x = 1 - \frac{\sqrt{5 + y}}{2}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{x + 5}$$

$$b = 5, a = -\frac{1}{2} \Rightarrow b - a = 5/5$$



۲۱- یک دوزنقه متساوی الساقین بر دایره ای محیط است. این دایره در دو نقطه M و N بر ساق های دوزنقه مماس است. اگر قاعده کوچک ۳ و قاعده بزرگ ۵ باشد، طول پاره خط MN چقدر است؟

(۴) ۴

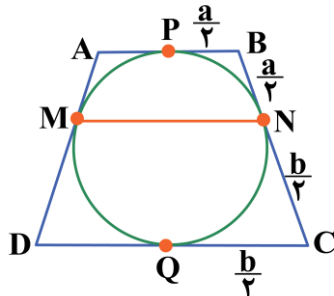
(۳) ۳/۷۵

(۲) ۳/۵

(۱) ۳/۲۵

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۲۸ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳



فرض می کنیم $AB = a$ و $DC = b$ باشد. می دانیم که طول مماس های رسم شده بر دایره از یک نقطه خارج دایره با هم برابر است. به علاوه چون دوزنقه متساوی الساقین است، پس داریم:

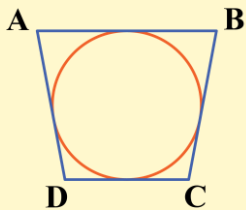
$$\begin{cases} BN = BP = \frac{a}{2} \\ CN = CQ = \frac{b}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{BN}{NC} = \frac{m}{n} = \frac{a}{b}$$

در نتیجه:

$$MN = \frac{na + mb}{m + n} = \frac{ba + ab}{a + b} \Rightarrow MN = \frac{2 \times 3 \times 5}{3 + 5} = 3/75$$

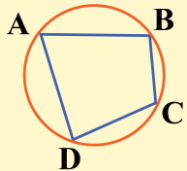
چهارضلعی های محیطی و محاطی

در چهارضلعی محیطی، جمع اضلاع روبه رو با هم برابرند.



$$AB + CD = AD + BC$$

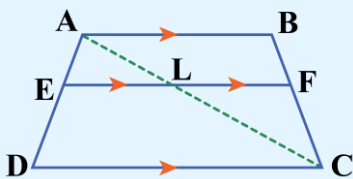
در چهارضلعی محاطی، زاویه های مقابل مکمل یکدیگرند.



$$\hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$$

راهنمای زنگ بازی!

در این گونه سؤال ها، کشیدن یکی از قطرهای دوزنقه می تواند کلید حل مسئله باشد. به عنوان مثال در شکل زیر با رسم قطر AC و استفاده از قضیه تالس در دو مثلث ADC و CBA ، می توان با توجه به اطلاعات مسئله، نسبت های مورد نظر را تشکیل داد و مجهول خواسته شده را به دست آورد.

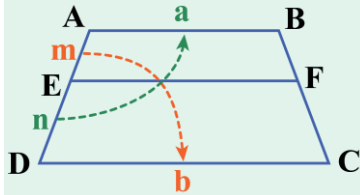


$$\begin{cases} \Delta ADC : EL \parallel DC \Rightarrow \begin{cases} \frac{AE}{ED} = \frac{AL}{LC} & \text{(جزء به جزء)} \\ \frac{AE}{AD} = \frac{AL}{AC} = \frac{EL}{DC} & \text{(جزء به کل)} \end{cases} \\ \Delta CBA : FL \parallel BA \Rightarrow \begin{cases} \frac{CF}{FB} = \frac{CL}{LA} & \text{(جزء به جزء)} \\ \frac{CF}{CB} = \frac{CL}{CA} = \frac{FL}{BA} & \text{(جزء به کل)} \end{cases} \end{cases}$$


 قَلِقْشو یاد بگیر!

اگر در سؤالی، اندازه پاره خط EF مدنظر باشد، می توان با استفاده از رابطه زیر مستقیماً طول EF را محاسبه کرد. به طوری که اگر

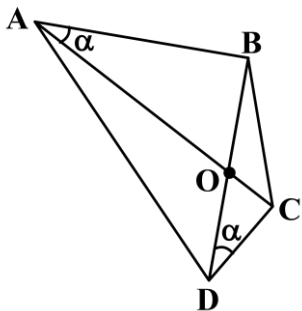
$$\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} = \frac{m}{n} \quad \text{باشد، داریم:}$$



$$EF = \frac{mb + na}{m + n}$$



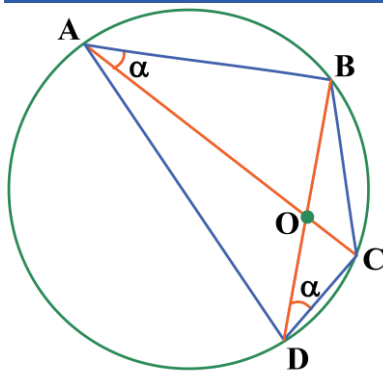
۲۲- چهارضلعی ABCD مفروض است. اگر $\hat{BAC} = \hat{BDC}$ و $AC = 3OC$ ، آن گاه $\frac{AC}{BD}$ کدام عدد نمی تواند باشد؟



- (۱) ۱
(۲) $\sqrt{3}$
(۳) $\frac{4}{3}$
(۴) $\sqrt{2}$

(سخت - مفهومی - زمان بر) - هندسه ۲ صفحه ۲۷ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲



چون ضلع BC توسط دو رأس A و D با زاویه یکسان رؤیت می شود، پس چهارضلعی محاطی است و دایره ای وجود دارد که بر آن محیط می شود. در نتیجه طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$OA \times OC = OB \times OD \quad (۱)$$

بنابراین، اگر $\frac{AC}{BD} = k$ و $OC = x$ ، آن گاه $AC = 3x$ و $BD = \frac{3x}{k}$ ، با جای گذاری در (۱) داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} OB \times OD = 2x^2 \\ OB + OD = \frac{3x}{k} \end{cases} \Rightarrow (OB + OD)^2 = OB^2 + OD^2 + 2OB \times OD$$

$$\Rightarrow \frac{9x^2}{k^2} = OB^2 + OD^2 + 4x^2 \Rightarrow OB^2 + OD^2 = \frac{9x^2}{k^2} - 4x^2 > 0$$

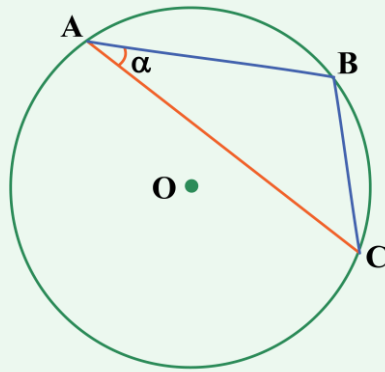
$$\Rightarrow \frac{9}{k^2} > 4 \Rightarrow k^2 < \frac{9}{4} \Rightarrow 0 < k < \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{3} \text{ در این بازه نیست.}$$

رفع ابهام!

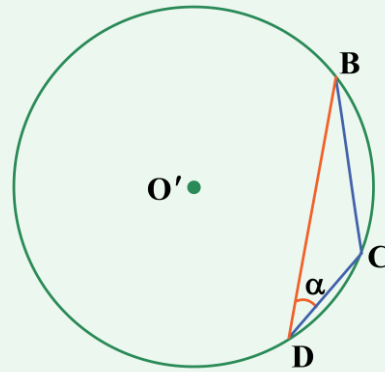
چطوری فهمیدیم چهارضلعی محاطیه؟

می دانیم که سه نقطه غیر هم خط می توانند تشکیل یک دایره دهند، پس فرض می کنیم که نقاط A, B, C روی دایره O و نقاط B, C, D نیز روی دایره O' واقع اند و می خواهیم ثابت کنیم که دایره O و O' بر هم منطبق اند.

از طرفی می‌دانیم که اندازه هر زاویه محاطی، نصف اندازه کمان روبه‌رو به آن می‌باشد، پس:



$$\widehat{BAC} = \frac{\widehat{BC}}{2}$$



$$\widehat{BDC} = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

پس در هر دو دایره، طول کمان BC برابر است. لذا در هر دو دایره O و O'، وتر BC مشترک است. پس می‌توان نتیجه گرفت که O و O' با هم برابرند و هر چهار نقطه A، B، C و D روی یک دایره واحد، واقع هستند. در نتیجه چهارضلعی ABCD، محاطی است.



۲۳- در مثلث ABC، AH ارتفاع وارد بر ضلع BC است به طوری که $BH < CH$. مثلث AHC را نسبت به خط شامل AH بازتاب می‌دهیم تا مثلث AHC' تشکیل شود. اگر مساحت مثلث ABC، ۷ برابر مساحت مثلث AC'B باشد، مساحت مثلث AHB چند برابر مساحت مثلث AHC است؟

$$\frac{3}{5} \quad (4)$$

$$\frac{4}{5} \quad (3)$$

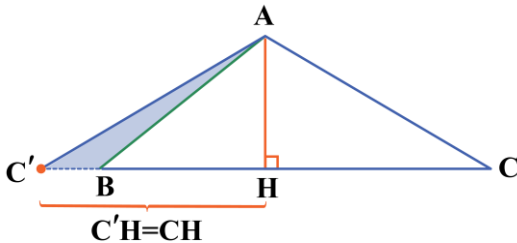
$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی - سریع) - هندسه ۲ صفحه ۳۶ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

طبق ویژگی‌های بازتاب می‌دانیم که وقتی یک نقطه نسبت به یک خط بازتاب می‌شود، فاصله بازتاب نقطه تا خط برابر با فاصله نقطه تا خط است. در نتیجه: $C'H = CH$.



$$\frac{S_{ABC}}{S_{AC'B}} = \frac{\frac{1}{2} AH \times BC}{\frac{1}{2} AH \times BC'} = 7 \Rightarrow BC = 7BC'$$

$$\Rightarrow BC = 7(CH - BH)$$

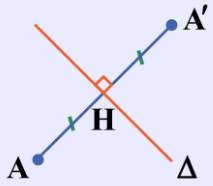
$$\Rightarrow BH + CH = 7CH - 7BH$$

$$\Rightarrow 8BH = 6CH \Rightarrow BH = \frac{3}{4}CH$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABH}}{S_{ACH}} = \frac{BH}{CH} = \frac{3}{4}$$

بازتاب

بازتاب نسبت به خط Δ تبدیلی است که تحت آن تصویر هر نقطه مانند A نسبت به خط Δ نقطه A' است، به طوری که خط Δ عمود منصف AA' باشد، به شکل زیر توجه کنید:



$$\begin{cases} AH = A'H \\ \hat{H} = 90^\circ \end{cases}$$

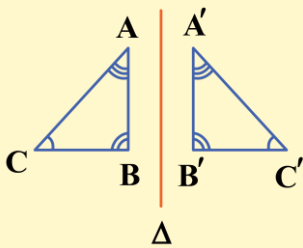
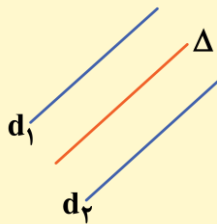
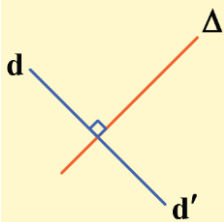
نقطه ثابت بازتاب

اگر نقطه A روی محور بازتاب باشد، تصویر آن بر خودش منطبق می شود. (نقطه ثابت بازتاب)



ویژگی های بازتاب

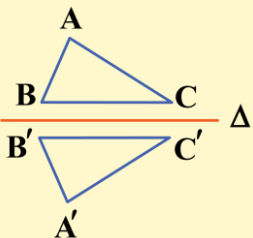
- (۱) بازتاب، یک تبدیل طولی است.
- (۲) بازتاب یک خط راست، یک خط راست است.
- (۳) بازتاب شیب خط را حفظ نمی کند، مگر که آن خط با محور بازتاب موازی یا بر آن عمود باشد.



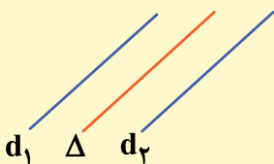
$$\begin{aligned} \hat{A} &= \hat{A}' \\ \hat{B} &= \hat{B}' \\ \hat{C} &= \hat{C}' \end{aligned}$$

(۴) بازتاب اندازه زاویه ها را حفظ می کند.

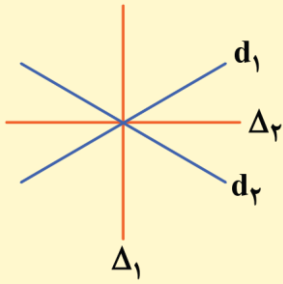
- (۵) در بازتاب می توان بی شمار نقطه ثابت یافت. (نقاطی که روی محور بازتاب واقع شوند، ثابت باقی می مانند).
- (۶) بازتاب جهت شکل را حفظ نمی کند.



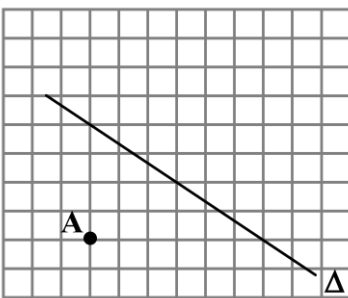
(۷) هر دو خط موازی، نسبت به خط موازی وسط آن دو خط، بازتاب یکدیگرند.



۸) هر دو خط متقاطع، نسبت به نیمسازهای زاویه‌های بین آن دو خط، بازتاب یکدیگرند، پس ۲ خط متقاطع دارای محور بازتاب‌اند.



۲۴- صفحه شطرنجی زیر از مربع‌هایی به ضلع واحد تشکیل شده است. تصویر A تحت تبدیل بازتاب نسبت به خط Δ را A' می‌نامیم. اندازه AA' چند برابر $\sqrt{13}$ است؟

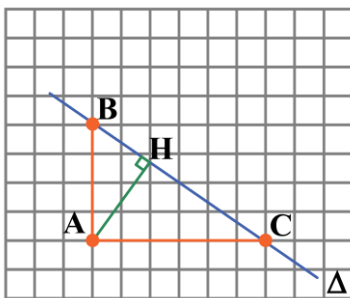


- (۱) $\frac{21}{13}$
 (۲) $\frac{23}{13}$
 (۳) $\frac{22}{13}$
 (۴) $\frac{24}{13}$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۳۶ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۴

اگر A' بازتاب A نسبت به Δ باشد، آن‌گاه: $AA' = 2AH$.
 اما ارتفاع وارد بر وتر یک مثلث قائم‌الزاویه است.



$$AB = 4, AC = 6$$

$$BC = \sqrt{16 + 36} = 2\sqrt{13}$$

از طرفی طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow AH = \frac{AB \times AC}{BC} \Rightarrow AH = \frac{4 \times 6}{2\sqrt{13}} = \frac{12\sqrt{13}}{13}$$

$$\Rightarrow AA' = 2AH = \frac{24\sqrt{13}}{13} = \frac{24}{13}\sqrt{13}$$



۲۵- در تبدیل بازتاب نسبت به خط d، نقطه (۱، ۱) یک نقطه ثابت است. اگر خط $x + 3y = 5$ در این تبدیل، خطی ثابت باشد (یعنی تصویرش بر خود منطبق می‌شود)، آن‌گاه خط d از کدام نقطه عبور می‌کند؟

- (۱، -۳) (۱) (-۱، -۵) (۲) (۲، ۲) (۳) (۳، ۶) (۴)

(آسان - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۳۶ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

چون نقطه (۱، ۱) نقطه ثابت بازتاب است، پس روی خط d واقع است.

از طرفی خط $x + 3y = 5$ خطی ثابت است (به این معنی که پس از تبدیل، همان خط به دست می‌آید)، پس یا بر خط d منطبق است یا بر آن عمود است. اما این خط نمی‌تواند بر d منطبق باشد، زیرا از نقطه $C(1, 1)$ نمی‌گذرد، پس بر d عمود است، در نتیجه:

$$m_d = \frac{-1}{-\frac{1}{3}} = 3 \xrightarrow{\text{معادله خط d}} y - 1 = 3(x - 1) \Rightarrow y = 3x - 2$$

۱

$$y = 3x - 2 \xrightarrow{x=-1} y = -5 \Rightarrow (-1, -3) \times$$

۲

$$y = 3x - 2 \xrightarrow{x=-1} y = -5 \Rightarrow (-1, -5) \checkmark$$

۳

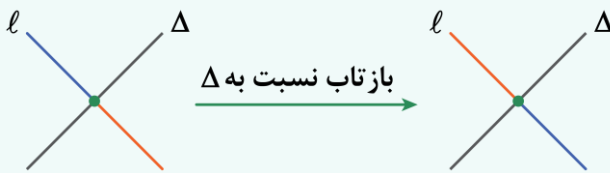
$$y = 3x - 2 \xrightarrow{x=2} y = 4 \Rightarrow (2, 2) \times$$

۴

$$y = 3x - 2 \xrightarrow{x=3} y = 7 \Rightarrow (3, 6) \times$$

جرقه ذهنی!

در حالت کلی تمام نقاط یک خط عمود بر محور بازتاب نقطه ثابت تبدیل نیستند! گرچه که بعد از بازتاب مجدداً همان خط قبلی به دست می‌آید. اما تفاوت اینجاست که جای نقاط دقیقاً برعکس شده به جز نقطه‌ای که روی محور بازتاب بوده است.



ایمن‌ها

۲۶- متمم $(A \cap C') \cup [(A \cup C) \cap A] \cup (A \cap B)$ برابر کدام است؟

$A \cup B$ (۴)

$A \cap B$ (۳)

A' (۲)

A (۱)

(آسان - ترکیبی - سریع) - آمار و احتمال صفحه ۲۶ - ۱۱۰۱

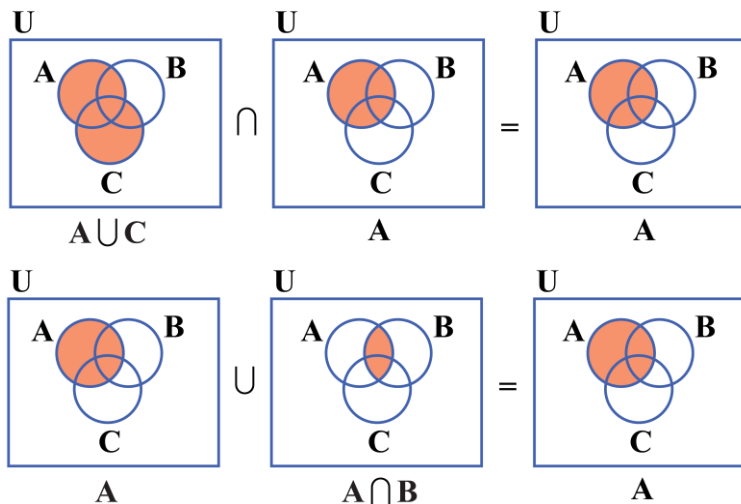
پاسخ: گزینه ۲

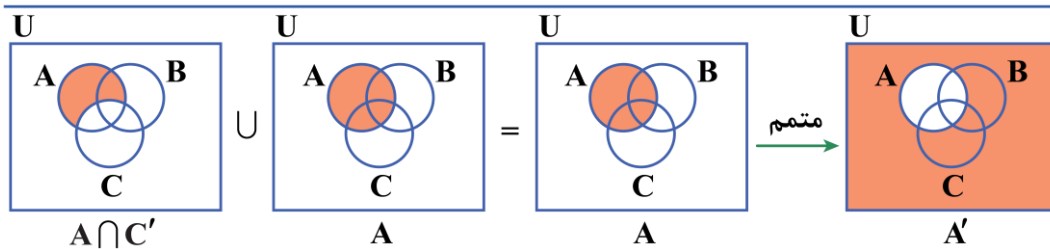
روش اول

$$(A \cap C') \cup [(A \cup C) \cap A] \cup (A \cap B) = (A \cap C') \cup (A \cup (A \cap B)) = (A \cap C') \cup A \xrightarrow{\text{متمم}} (A') \quad \text{قانون جذب}$$

روش دوم

رسم نمودار ون





قوانین مجموعه‌ها

اگر U مجموعه مرجع و A ، B و C زیرمجموعه‌های آن باشند؛ داریم:

$\begin{aligned} A - B &= A \cap B' \\ A - (A \cap B) &= A \cap B' \end{aligned}$	تبدیل تفاضل به اشتراک
$\begin{cases} A \cup B = B \cup A \\ A \cap B = B \cap A \end{cases}$	جاب‌جایی
$\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{cases}$	توزیع پذیری
$\begin{cases} A' \cap B' = (A \cup B)' \\ A' \cup B' = (A \cap B)' \end{cases}$	قوانین دمورگان
$\begin{cases} A \cap (A \cup B) = A \\ A \cup (A \cap B) = A \end{cases}$	قانون جذب
$\begin{cases} (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \\ (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \end{cases}$	شرکت پذیری



۲۷- اگر $A = \{x | x \in \mathbb{R}; |x-1| \leq 2\}$ و $B = \{x | x \in \mathbb{R}; x^2 - 4x \leq 0\}$ باشند، آنگاه مساحت نمودار

$[(A \times B) \cup (B \times A)] - [(A \times B) \cap (B \times A)]$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

(سخت - مفهومی - زمان‌بر) - آمار و احتمال صفحه ۳۴ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا مجموعه‌های A و B را به صورت بازه‌ای می‌نویسیم.

$$\begin{aligned} |x-1| \leq 2 &\Rightarrow -2 \leq x-1 \leq 2 \Rightarrow -1 \leq x \leq 3 \Rightarrow A = [-1, 3] \\ x^2 - 4x \leq 0 &\Rightarrow x(x-4) \leq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} B = [0, 4] \end{aligned}$$

اشتراک

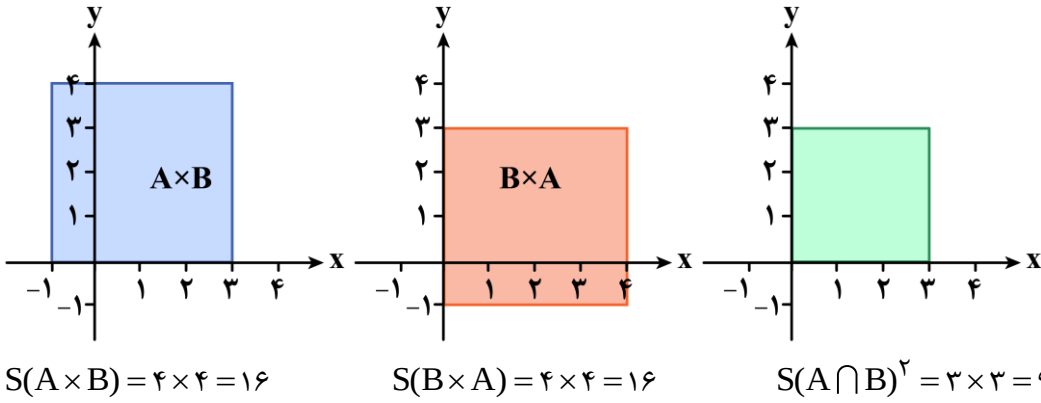
$$A \cap B = [0, 3]$$

از طرفی می‌دانیم که اگر M و N دو مجموعه ناتهی باشند، آنگاه:

$$S[(M \cup N) - (M \cap N)] = S(M) + S(N) - 2S(M \cap N)$$

پس:

$$\begin{aligned} S[(A \times B) \cup (B \times A) - ((A \times B) \cap (B \times A))] &= S(A \times B) + S(B \times A) - 2S[(A \times B) \cap (B \times A)] \\ &= S(A \times B) + S(B \times A) - 2S[(A \cap B) \times (B \cap A)] \\ &= S(A \times B) + S(B \times A) - 2S(A \cap B)^2 \end{aligned}$$



در نتیجه:

$$S[(A \times B) \cup (B \times A) - ((A \times B) \cap (B \times A))] = 16 + 16 - 4(4) = 32 - 16 = 16$$

ضرب دکارتی دو مجموعه

برای هر دو مجموعه A و B ضرب دکارتی آن‌ها به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A \wedge y \in B\}$$

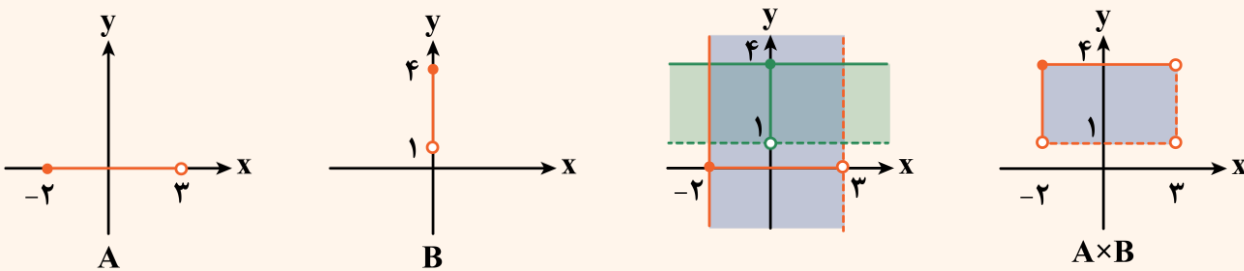
نمایش ضرب دکارتی روی محورهای مختصات

ابتدا مجموعه A را روی محور x ها، و مجموعه B را روی محور y ها مشخص می‌کنیم. سپس هر دو را در امتداد محور دیگر ادامه می‌دهیم. محل تلاقی هر دو ناحیه ذکر شده همان $A \times B$ است.

یه نمونه باحال ببین!

$$A = [-2, 3)$$

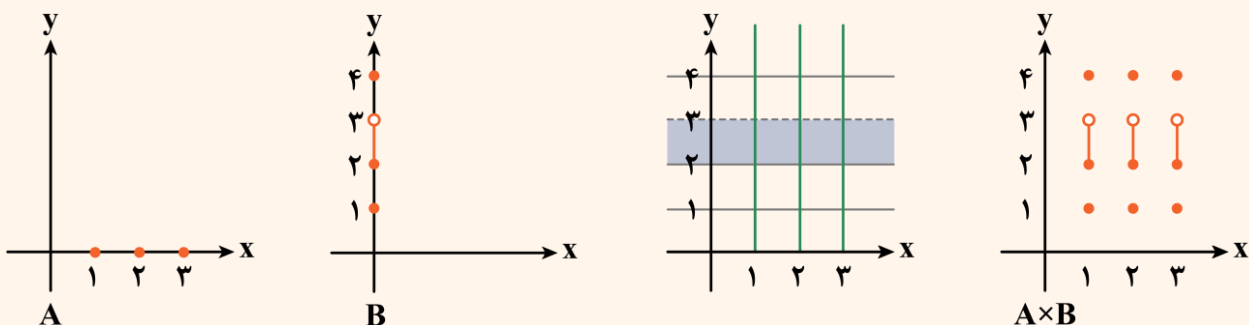
$$B = (1, 4]$$



یه نمونه باحال ببین!

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = [2, 3) \cup \{1, 4\}$$



۲۸- ظرفی شامل ۵ سیب زرد و ۴ سیب قرمز و ۵ سیب سبز است. اگر ۳ سیب از ظرف خارج کنیم، احتمال آن که در بین این سیب‌ها حداکثر دو سیب هم‌رنگ باشند، کدام است؟

$$\frac{۸۷}{۹۱} \quad (۴)$$

$$\frac{۸۵}{۹۱} \quad (۳)$$

$$\frac{۷۹}{۹۱} \quad (۲)$$

$$\frac{۷۵}{۹۱} \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۴۳ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

چون محاسبه مستقیم احتمال طولانی است از روش متمم استفاده می‌کنیم:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \left(\frac{\binom{۵}{۳}}{\binom{۱۴}{۳}} + \frac{\binom{۴}{۳}}{\binom{۱۴}{۳}} + \frac{\binom{۵}{۳}}{\binom{۱۴}{۳}} \right) = 1 - \left(\frac{۱۰ + ۴ + ۱۰}{۳۶۴} \right) = 1 - \frac{۲۴}{۳۶۴} = \frac{۳۴۰}{۳۶۴} = \frac{۸۵}{۹۱}$$

هر ۳ سیب هم‌رنگ باشند
حداکثر ۲ سیب هم‌رنگ باشند

فیلشوی یاد بگیر!

وقتی محاسبه یک احتمال به روش مستقیم خیلی طولانی و دارای حالت‌های زیادی باشد بهتر است از روش محاسبه احتمال متمم استفاده کنیم.

در این گونه سؤالات علی‌رغم این که می‌توان از روش مستقیم هم به جواب رسید، اما روش طولانی پر خطایی خواهد بود!

انتخاب یا چین؟ مسئله این است!

وقتی از بین یک دسته اشیاء صرفاً تعدادی را انتخاب می‌کنیم در واقع به ترکیب r شیء از n شیء اشاره دارد. اما زمانی که اشیاء را در یک ردیف کنار هم می‌چینیم به ترتیب یا جایگشت اشیاء اشاره دارد.

ترکیب

به هر انتخاب r شیء از n شیء متمایز که در آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد یا به عبارتی به هر زیرمجموعه r عضوی از یک مجموعه n عضوی، یک ترکیب r تایی از n شیء می‌گوییم.

تعداد ترکیب‌های r تایی از n شیء متمایز را معمولاً با $C(n, r)$ یا $\binom{n}{r}$ نمایش می‌دهیم و داریم:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad (0 \leq r \leq n)$$

ویژگی ترکیب

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

۲۹- در یک سالن همایش ۶ نفر جهت سخنرانی دعوت شده‌اند. احتمال آن که بین دو نفر از آن‌ها به نام‌های محمد و رضا دقیقاً فقط دو نفر دیگر سخنرانی کنند، کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{15} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{5} \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۴۳ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

مطابق شکل مقابل می‌توان جایگشت‌ها را نمایش داد:

— — رضا — — محمد

جایگشت محمد و رضا جایگشت بسته و ۲ نفر دیگر

$$3! \times \left(\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right) \times 2! \times 2!$$

انتخاب و جایگشت ۲ نفر از بقیه غیر محمد و رضا

تعداد جایگشت ۶ نفر وقتی بین محمد و رضا قرار است دو نفر سخنرانی کنند:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3! \times 2! \times \left(\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right) \times 2!}{6!} = \frac{6 \times 6 \times 2 \times 2}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2} = \frac{1}{5}$$

نماد فاکتوریل!

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$$

جایگشت

هر طریقه قرار گرفتن n شیء متمایز در یک ردیف و در کنار هم را یک «جایگشت» از آن n شیء می‌گوییم. تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز برابر با $n!$ است.

قلقشو یاد بگیر!

اگر در مسائل مربوط به جایگشت خطی اشیاء، چند شیء بخواهند کنار هم باشند اصطلاحاً اشیاء را به هم می‌بندیم و به عنوان یک شیء در نظر می‌گیریم. سپس جایگشت اشیاء کلی را در جایگشت اشیاء داخل دسته، ضرب می‌کنیم.

یه نمونه باحال ببین!

۳ مهندس و ۴ پزشک را به چند طریق می‌توان در یک ردیف صندلی کنار هم نشان داد به طوری که مهندس‌ها کنار هم باشند؟

پزشک، پزشک، پزشک، پزشک، مهندس، مهندس، مهندس

۳ مهندس را در یک بسته کنار هم قرار می‌دهیم. ببینید:

جایگشت کلی افراد
 $\uparrow$
 جواب = $5! \times 3!$
 $\downarrow$
 جایگشت افراد داخل دسته

کل دسته مهندس‌ها را یک شیء در نظر می‌گیریم. بنابراین:



۳۰- از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 60\}$ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که این عدد بر ۳ یا ۵ بخش پذیر باشد ولی بر ۱۵ بخش پذیر نباشد، چقدر است؟

$$\frac{7}{10} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{10} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{5} \quad (۱)$$

(متوسط - محاسباتی - زمان‌بر) - آمار و احتمال صفحه ۴۳ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

چون $15 = 3 \times 5$ می‌دانیم که اعداد بخش پذیر بر ۱۵ هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش پذیرند. پس اگر A پیشامد مجموعه اعداد بخش پذیر بر ۳ و B پیشامد مجموعه اعداد بخش پذیر بر ۵ باشد، در واقع $A \cap B$ همان اعداد بخش پذیر بر ۱۵ است. حال با توجه به فرمول محاسبه تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ داریم:

$$n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(A) + n(B) - 2n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{n(A \cup B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - 2 \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) - P(A \cap B) = \left[\frac{60}{3} \right] + \left[\frac{60}{5} \right] - 2 \times \left[\frac{60}{15} \right] = \frac{200 + 120 - 80}{60} = \frac{240}{60} = \frac{2}{5}$$

یک تیپ مسئله معروف!

در برخی سؤالات دو عدد اول p و q داده می‌شود و مسئله تعداد اعدادی که فقط بر یکی از آن‌ها و نه هر دوی آن‌ها بخش پذیرند را از ما می‌خواهد. در این مواقع مجموعه مورد نظر به صورت ریاضی با مجموعه زیر برابر است:

A : اعداد بخش پذیر بر p

B : اعداد بخش پذیر بر q

$A \cap B$: اعداد بخش پذیر بر $q \times p$

$A \cup B$: اعداد بخش پذیر بر حداقل یکی از p و q

$A \cup B - A \cap B = (A - B) \cup (B - A)$: اعداد بخش پذیر بر دقیقاً یکی از p یا q

تعداد اعداد بخش پذیر بر n

تعداد اعداد بخش پذیر بر n در مجموعه $\{1, 2, \dots, m\}$ برابر است با:

$$\left[\frac{m}{n} \right]$$

[] نماد جزء صحیح است.





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QR Code بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید!

الکتریسیته ساکن + جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم
(از خازن تا ابتدای نیروی محرکه الکتریکی و مدارها) - صفحه‌های ۳۲ تا ۶۱

بودجه‌بندی
این آزمون

درمجموع ۲ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

۳۱- فاصله بین صفحه‌های خازن تختی که به باتری وصل است را کاهش می‌دهیم. بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن و انرژی ذخیره‌شده در خازن به ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می‌کنند؟

(۱) کاهش - کاهش (۲) افزایش - افزایش (۳) کاهش - افزایش (۴) افزایش - کاهش

(آسان - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۳۹ - ۱۱۰

پاسخ: گزینه ۲

وقتی خازن به باتری وصل است، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین صفحات آن ثابت است، بنابراین داریم:

$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow[\text{کاهش: } d]{\text{ثابت: } V} E: \text{افزایش}$$

بنابراین بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن افزایش می‌یابد.

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow[\text{کاهش: } d]{\text{ثابت: } \kappa, A} C: \text{افزایش}$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow[\text{افزایش: } C]{\text{ثابت: } V} U: \text{افزایش}$$

بنابراین انرژی ذخیره‌شده در خازن افزایش می‌یابد.



نکته

برای مقایسه انرژی دو خازن از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

۱- اگر ظرفیت و ولتاژ خازن‌ها را بدانیم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2$$

۲- اگر بار الکتریکی و ظرفیت خازن‌ها را بدانیم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} \times \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^2$$

۳- اگر بار الکتریکی و ولتاژ خازن‌ها را بدانیم:

$$U = \frac{1}{2} QV \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{Q_2}{Q_1} \times \frac{V_2}{V_1}$$



نکته

بزرگی میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن از روابط زیر به دست می‌آید:

۱- اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی (ولتاژ) دو سر خازن و فاصله بین صفحات خازن را داشته باشیم:

$$E = \frac{V}{d}$$

۲- اگر بار ذخیره‌شده در خازن و مساحت صفحات خازن را داشته باشیم:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{Q}{Cd} = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \times d} \Rightarrow E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A}$$

اگر نتوانستی به این سؤال جواب درست بدی، حتماً برگرد به دور دیگه درسنامه خازن رو بخون!



۳۲- فاصله بین صفحه‌های یک خازن تخت با ظرفیت $C = 36 \text{ nF}$ برابر با 2 mm است و بین آن‌ها عایقی با ثابت دی‌الکتریک

$\kappa = 5$ قرار دارد. اگر صفحه‌های خازن، مربع شکل باشند، طول ضلع هر صفحه خازن چند سانتی‌متر است؟ $(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}})$

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

(آسان - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۳۶ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

راه نجات سریع

اول طبق رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، مساحت هر یک از صفحات خازن رو به دست بیار. بعدش با داشتن مساحت مربع، طول ضلع مربع رو حساب کن.

بر اساس رابطه ظرفیت خازن می‌توانیم بنویسیم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow 36 \times 10^{-9} = 5 \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{A}{0.2 \times 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow 7.2 \times 10^{-12} = 45 \times 10^{-12} \times A \Rightarrow A = 0.16 \text{ m}^2$$

حالا با داشتن مساحت صفحه مربعی شکل، طول ضلع مربع را حساب می‌کنیم:

$$A = a^2 = 0.16 \Rightarrow a = 0.4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

ظرفیت خازن

هرچه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه خازن، بیش‌تر باشد، بار ذخیره‌شده در آن بیش‌تر می‌شود. نسبت بار ذخیره‌شده در خازن به اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه آن را ظرفیت خازن می‌نامند. ظرفیت خازن، عددی ثابت است و آن را با C نشان می‌دهند و واحد آن فاراد یا کولن بر ولت است:

$$C = \frac{Q}{V}$$

نکته

با تغییر بار ذخیره‌شده و یا اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن، ظرفیت خازن تغییر نمی‌کند.

تذکر

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن با بار ذخیره‌شده در آن رابطه مستقیم دارد، یعنی هرچه اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن افزایش یابد به همان نسبت بار ذخیره‌شده در خازن افزایش می‌یابد تا ظرفیت خازن ثابت بماند.

عوامل مؤثر بر ظرفیت خازن:

ظرفیت خازن به ویژگی‌های هندسی و جنس عایق بین صفحه‌های خازن بستگی دارد.

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \rightarrow \begin{matrix} \text{مساحت صفحات (m}^2\text{)} \\ \text{فاصله بین صفحات (m)} \end{matrix}$$

ثابت دی‌الکتریک

۱- ظرفیت خازن با فاصله بین صفحات خازن، رابطه عکس دارد.

۲- ظرفیت خازن با مساحت مشترک صفحات خازن، رابطه مستقیم دارد.

نکته

۱- ضریب دی‌الکتریک، ضریبی بدون یکا است.

۲- ضریب دی‌الکتریک خلا برابر با یک است و ضریب دی‌الکتریک سایر رساناها از یک بیشتر است، بنابراین کمینه مقدار ممکن برای ضریب دی‌الکتریک برابر یک است.

 یه نمونه باحال

یک خازن تخت از صفحه‌هایی با مساحت 10^{-3} m^2 ساخته شده است که در فاصله 5 mm از هم قرار گرفته‌اند و بین صفحه‌ها هوا است. اگر این خازن را به اختلاف پتانسیل الکتریکی 20 V متصل کنیم تا شارژ شود، به سؤالات زیر پاسخ دهید:

(الف) ظرفیت خازن چند نانوفاراد است؟ $(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}})$

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} = 1 \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{10^{-3}}{5 \times 10^{-3}} = 18 \times 10^{-12} \text{ F} = 0.18 \text{ nF}$$

(ب) بار ذخیره‌شده در خازن چند نانوکولن است؟

$$Q = CV \Rightarrow Q = 0.18 \times 20 = 3.6 \text{ nC}$$

 آزمون سراسری تجربی ۱۳۹۸

۶۳- بار خازنی به ظرفیت $5 \mu\text{F}$ ، ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. ولتاژ و ظرفیت خازن به ترتیب چند برابر می‌شوند؟

(۱) $\frac{5}{4}, \frac{5}{4}$ (۲) $1, \frac{5}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}, \frac{4}{5}$ (۴) $1, \frac{4}{5}$

پاسخ تشریحی:

بار الکتریکی تغییر کرده، پس ولتاژ هم همانند آن تغییر کرده، ولی ظرفیت خازن ثابت می‌ماند:

$$\begin{cases} \frac{C_2}{C_1} = 1 \\ \frac{V_2}{V_1} = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1/25 Q_1}{Q_1} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

پاسخ: گزینه ۲



۳۳- یک خازن تخت باردار با ظرفیت $C = 20 \mu\text{F}$ در مدت زمان 50 ms در یک مدار، تخلیه می‌شود. اگر توان متوسط تخلیه خازن در این مدت 20 kW باشد، اختلاف بار اولیه صفحات آن چند میلی‌کولن بوده است؟

(۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۴۰۰

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۳۹ - ۱۱۰۱

 **پاسخ: گزینه ۴**

 راه نجات سریع

اول به کمک رابطه توان، انرژی خازن رو حساب کن. بعدش طبق رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ بار ذخیره‌شده در خازن رو به دست بیار.

 گام اول

ابتدا بر اساس رابطه توان می‌توانیم بنویسیم:

$$P = \frac{U}{\Delta t} \Rightarrow 20 \times 10^3 = \frac{U}{50 \times 10^{-3}} \Rightarrow U = 1000 \text{ J}$$

با داشتن انرژی ذخیره شده در خازن و ظرفیت خازن، بار ذخیره شده در خازن را به دست می آوریم:

$$U = \frac{Q^2}{2C} \Rightarrow 1000 = \frac{Q^2}{2 \times 20 \times 10^{-6}} \Rightarrow Q = 0.2C = 20.0 \text{ mC}$$

حالا که بار الکتریکی خازن، 20.0 mC است، پس بار الکتریکی یکی از صفحات خازن $+20.0 \text{ mC}$ و بار الکتریکی صفحه دیگر آن -20.0 mC می شود که اختلاف آن ها برابر با $40.0 \text{ mC} = (-20.0) - (-20.0)$ است.



اگر یک خازن با ظرفیت C ، توسط یک باتری با اختلاف پتانسیل V ، شارژ شود، در آن بار الکتریکی Q و انرژی الکتریکی U ذخیره می شود، رابطه بین این کمیت ها به صورت زیر است:

$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$



در هر یک از حالت های زیر، انرژی ذخیره شده در خازن را به دست آورید:

الف) خازن تختی با ظرفیت $5 \mu\text{F}$ که توسط یک باتری با ولتاژ 20 V شارژ شده است.

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{C=5\mu\text{F}=5 \times 10^{-6} \text{ F}, V=20 \text{ V}} U = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-6} \times (20)^2 = 10^{-3} \text{ J}$$

ب) خازن تختی با ظرفیت 1 nF که بار ذخیره شده در آن 2 nC است.

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \xrightarrow{Q=2 \text{ nC}=2 \times 10^{-9} \text{ C}, C=1 \text{ nF}=1 \times 10^{-9} \text{ F}} U = \frac{1}{2} \times \frac{(2 \times 10^{-9})^2}{1 \times 10^{-9}} = \frac{1}{2} \times \frac{4 \times 10^{-18}}{10^{-9}} = 2 \times 10^{-8} \text{ J}$$

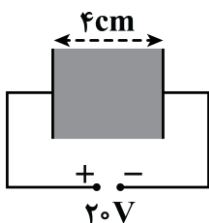
پ) خازن تختی که توسط یک باتری با ولتاژ 12 V شارژ می شود و $25 \mu\text{C}$ بار در آن ذخیره می شود.

$$U = \frac{1}{2} QV \xrightarrow{Q=25\mu\text{C}=25 \times 10^{-6} \text{ C}, V=12 \text{ V}} U = \frac{1}{2} \times 25 \times 10^{-6} \times 12 = 1.5 \times 10^{-4} \text{ J}$$



۳۴- شکل زیر، خازنی به ظرفیت $2/7 \times 10^{-12} \text{ F}$ را نشان می دهد که به یک باتری با اختلاف پتانسیل الکتریکی ثابت 20 V متصل است. اگر خازن را از باتری جدا کرده، دی الکتریک بین صفحات آن را خارج کرده و فاصله بین صفحات آن را 50% درصد افزایش دهیم، اندازه میدان الکتریکی بین صفحات خازن نسبت به حالت نشان داده شده در شکل چند درصد و چگونه تغییر می کند؟

(مساحت هر یک از صفحات خازن برابر با 100 cm^2 و $\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$)



(۱) 20% درصد افزایش

(۲) 20% درصد کاهش

(۳) 60% درصد افزایش

(۴) 60% درصد کاهش

گام اول

در حالت اول که خازن به باتری متصل است، بهتر است از رابطه $E = \frac{V}{d}$ به بررسی بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن بپردازیم:

$$E_1 = \frac{V}{d_1} \Rightarrow E_1 = \frac{20}{4 \times 10^{-2}} = 500 \frac{V}{m}$$

گام دوم

حالا که خازن را از باتری جدا می‌کنیم، بهتر است بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن را به کمک رابطه $E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A}$ به دست آوریم. امیدوارم حواستان باشد که بار الکتریکی خازن، ثابت است:

$$Q = C_1 V = 2 / 7 \times 10^{-12} \times 20 = 54 \times 10^{-12} C$$

$$E_2 = \frac{Q}{\epsilon_0 A} = \frac{54 \times 10^{-12}}{9 \times 10^{-12} \times 100 \times 10^{-4}} = 600 \frac{V}{m}$$

گام آخر

درصد تغییرات اندازه میدان الکتریکی بین صفحات خازن برابر است با:

$$\frac{\Delta E}{E_1} \times 100 = \left(\frac{E_2 - E_1}{E_1} \right) \times 100 = \left(\frac{600 - 500}{500} \right) \times 100 = 20\%$$

پس اندازه میدان الکتریکی بین صفحات خازن، ۲۰ درصد افزایش می‌یابد.

نکته

در حالتی که خازن به باتری متصل است و اختلاف پتانسیل الکتریکی بین صفحات آن ثابت است، بهتر است میدان الکتریکی بین صفحات خازن را با رابطه $E = \frac{V}{d}$ تحلیل کنید که V اختلاف پتانسیل الکتریکی و d فاصله بین صفحات خازن است. برای حالتی هم که خازن شارژ شده را از باتری جدا می‌کنیم و بار آن ثابت می‌ماند، بهتر است میدان الکتریکی بین صفحات خازن را با رابطه $E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A}$ تحلیل کنید که Q بار الکتریکی خازن، κ ثابت دی‌الکتریک خازن و A مساحت مؤثر صفحات خازن است.

آزمون سراسری تجربی ۱۳۹۹

۶۳- یک خازن تخت به یک باتری بسته شده است. پس از مدتی، درحالی‌که خازن همچنان به باتری متصل است، فاصله بین صفحه‌های خازن را دو برابر می‌کنیم. کدام موارد زیر درست است؟
الف: میدان الکتریکی میان صفحه‌ها نصف می‌شود.
ب: اختلاف پتانسیل میان صفحه‌ها نصف می‌شود.
پ: ظرفیت خازن، دو برابر می‌شود.
ت: بار روی صفحه‌ها نصف می‌شود.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «ت» (۳) «ب» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

پاسخ تشریحی:

چون خازن متصل به باتری است، پس اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت می‌ماند. (مورد «ب» نادرست است).
برای ظرفیت خازن:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{d_2 = 2d_1} \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{مورد «پ» نادرست است.}$$

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{Q_2}{Q_1} \xrightarrow{C_2 = \frac{1}{2} C_1} Q_2 = \frac{1}{2} Q_1 \Rightarrow \text{مورد «ت» صحیح است}$$

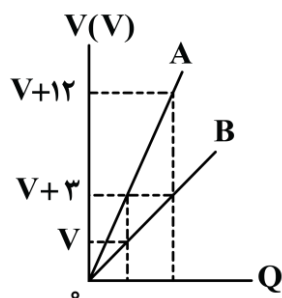
میدان الکتریکی:

$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow{d_2 = 2d_1} E_2 = \frac{1}{2} E_1 \Rightarrow \text{مورد «الف» درست است.}$$

پاسخ: گزینه ۲



۳۵- نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن‌های تخت A و B بر حسب بار الکتریکی ذخیره شده در آن‌ها مطابق شکل زیر است. صفحات خازن A، دایره‌ای شکل و به قطر ۴ cm و صفحات خازن B، مستطیلی شکل و به ابعاد ۳ cm × ۶ cm هستند. اگر فاصله بین صفحات هر دو خازن، یکسان باشد، ثابت دی‌الکتریک بین صفحات خازن B، چند برابر ثابت دی‌الکتریک بین صفحات خازن A است؟ ($\pi = 3$)



- (۱) ۸
- (۲) ۶
- (۳) ۴
- (۴) ۲

(سخت - محاسباتی - استاندارد ۶ - صفحه ۳۶ - ۱۱۰)

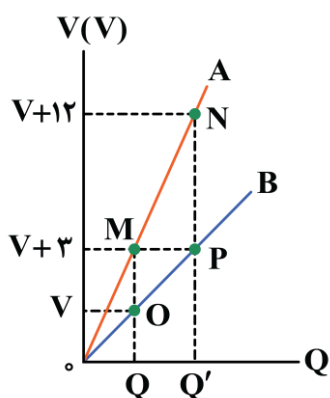
پاسخ: گزینه ۴

راه نجات سریع

به کمک شیب نمودار، نسبت ظرفیت دو خازن رو حساب کن. بعدش به کمک رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ به خواسته سؤال برس.

کلام اول

می‌دانیم شیب نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی خازن بر حسب بار الکتریکی آن برابر با عکس ظرفیت خازن ($\frac{1}{C}$) است، بنابراین به کمک اطلاعات روی نمودار و با توجه به شیب نمودارها داریم:



$$\begin{aligned} \text{شیب در مثلث MNP} &= \frac{NP}{MP} \Rightarrow \frac{1}{C_A} = \frac{NP}{MP} \Rightarrow C_A = \frac{MP}{NP} \\ \text{شیب در مثلث OMP} &= \frac{OM}{MP} \Rightarrow \frac{1}{C_B} = \frac{OM}{MP} \Rightarrow C_B = \frac{MP}{OM} \\ \Rightarrow \frac{C_B}{C_A} &= \frac{\frac{MP}{OM}}{\frac{MP}{NP}} = \frac{NP}{OM} = \frac{V+12-(V+3)}{V+3-V} \Rightarrow \frac{C_B}{C_A} = 3 \end{aligned}$$

کلام آخر

حالا که نسبت ظرفیت خازن‌ها را داریم، به کمک رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ادامه می‌دهیم (حواستان باشد که $d_A = d_B$ است):

$$\frac{C_B}{C_A} = \frac{\kappa_B}{\kappa_A} \times \frac{A_B}{A_A} \quad \frac{C_B}{C_A} = 3, A_B = 3 \times 6 = 18 \text{ cm}^2, A_A = \pi r_A^2 = 3 \times (2)^2 = 12 \text{ cm}^2 \rightarrow 3 = \frac{\kappa_B}{\kappa_A} \times \frac{18}{12} \Rightarrow \frac{\kappa_B}{\kappa_A} = 2$$



نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک خازن تخت بر حسب بار ذخیره شده در آن $(V - Q)$ به صورت یک خط راست می باشد که شیب آن برابر با معکوس ظرفیت خازن $(\frac{1}{C})$ است.



استفاده از شیب نمودار، گاهی وقت ها نیازمند تیزبینی شما هست که بدونین کجا و چطور شیب بزنین تا به راحتی از پس حل سؤال بریاین. این سؤال هم از اون دسته سؤال ها هست. پس اگر با کلی زحمت تونستی شیب بزنی، توصیه می کنم یه سر به پاسخ بزنی.



اگر خواست نباشه که قطر خازن A داده شده و قطر خازن A رو به اشتباه به عنوان شعاع در نظر بگیری در دام گزینه (۱) می افتی.



۳۶- خازن تختی را که بین دو صفحه آن هوا وجود دارد توسط یک باتری با ولتاژ ۸۷ پر می کنیم. سپس خازن را از باتری جدا نموده و فاصله بین صفحه های آن را $\frac{1}{5}$ برابر می کنیم و یک عایق با ثابت دی الکتریک $\kappa = 3$ در بین صفحه های آن قرار می دهیم. اگر در این حالت انرژی ذخیره شده در خازن برابر $48 \mu\text{J}$ باشد، بار الکتریکی خازن چند میکروکولن است؟

(۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۳۹ - ۱۱۰۱



وقتی خازن پر شده ای را از باتری جدا می کنیم، بار روی صفحه های آن ثابت می ماند ولی با تغییر ظرفیت خازن، ولتاژ و انرژی آن می تواند تغییر کند، بنابراین می توانیم بنویسیم:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow C_1 = \frac{Q}{\lambda} \quad (*)$$

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{d_1}{d_2} = 3 \times \frac{1}{1/5} = 15 \Rightarrow C_2 = 15C_1$$

در نهایت طبق رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ می توانیم بنویسیم:

$$U = \frac{Q^2}{2C_2} \Rightarrow 48 = \frac{Q^2}{2 \times 15C_1} \xrightarrow{(*)} 48 = \frac{Q^2}{4 \times \frac{Q}{\lambda}} \Rightarrow Q = 24 \mu\text{C}$$



۳۷- خازن تختی را پس از شارژ کردن از باتری جدا می کنیم. اگر فاصله بین صفحات خازن را ۱۰ درصد افزایش دهیم، انرژی ذخیره شده در خازن چند برابر می شود؟

(۱) ۱/۲۱ (۲) ۱/۱ (۳) ۲/۱ (۴) ۲/۲۱

(آسان - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۳۹ - ۱۱۰۱



می دانیم وقتی خازن از باتری جدا می شود، بار ذخیره شده در آن ثابت می ماند، بنابراین داریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{1/1d_1}{d_1} = 1/1$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} = 1/1$$



هنگامی که در ویژگی‌های یک خازن تغییر ایجاد کنیم، دو حالت زیر امکان‌پذیر است:

۱- اگر خازن پس از شارژ به باتری متصل باشد: در این حالت ولتاژ دو سر خازن با اعمال هر تغییری بر روی خازن، ثابت باقی می‌ماند. در این حالت هر تغییری در ساختمان خازن که موجب تغییر در ظرفیت خازن می‌شود باعث تغییری به نسبت مستقیم در بار و انرژی ذخیره‌شده در خازن می‌شود.

۲- اگر خازن پس از شارژ شدن از باتری جدا شود: در این حالت بار ذخیره‌شده در خازن با اعمال هر تغییری بر روی خازن، ثابت باقی می‌ماند. در این حالت هر تغییری در ساختمان خازن که موجب تغییر در ظرفیت خازن می‌شود باعث تغییری به نسبت معکوس در اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن و انرژی ذخیره‌شده در خازن می‌شود.



۳۸- اگر انرژی ذخیره‌شده در یک خازن تخت به ظرفیت $4\mu F$ برابر با $2\mu J$ باشد، صفحه منفی این خازن چه تعداد الکترون برای باردار شدن دریافت کرده است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

- (۱) 5×10^{13} (۲) $2/5 \times 10^{13}$ (۳) 5×10^{12} (۴) $2/5 \times 10^{12}$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۳۹ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

بر اساس رابطه انرژی ذخیره‌شده در خازن داریم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times \frac{Q^2}{4} \Rightarrow Q = 4\mu C$$

بنابراین یک صفحه خازن دارای بار $-4\mu C$ و صفحه دیگر آن دارای بار $+4\mu C$ است.

$$Q_{(-)} = -ne \Rightarrow -4 \times 10^{-6} = -n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 2/5 \times 10^{13}$$



وقتی خازن شارژ می‌شود، می‌گوییم دارای بار Q است و منظور این است که روی یک صفحه خازن بار $+Q$ و روی صفحه دیگر خازن بار $-Q$ قرار دارد.



۳۹- کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) جریان الکتریکی، ناشی از شارش بارهای متحرک است، اما همه بارهای متحرک جریان ایجاد نمی‌کنند.
- ۲) اگر یک قطعه سیم رسانا را به دو سر یک باتری وصل کنیم، درون سیم از پتانسیل الکتریکی بیش‌تر به پتانسیل الکتریکی کم‌تر، میدان الکتریکی برقرار می‌شود.
- ۳) هنگامی که میدان الکتریکی، درون رسانا ایجاد می‌شود، الکترون‌ها حرکت کاتوره‌ای خود را کمی تغییر می‌دهند و در جهت میدان به‌طور آهسته سوق پیدا می‌کنند.
- ۴) جهت قراردادی جریان، در خلاف جهت سرعت سوق الکترون‌ها است.

(آسان - مفهومی - سریع) (صفحه ۴۶ - ۱۱۰۲)

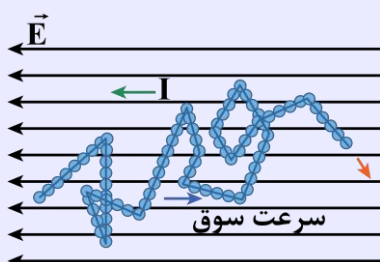
پاسخ: گزینه ۳

الکترون‌ها در خلاف جهت میدان با سرعتی متوسط موسوم به سرعت سوق به‌طور آهسته حرکت می‌کنند.



جریان الکتریکی

شکل مقابل، حرکت الکترون‌ها را درون یک رسانای فلزی در حضور میدان الکتریکی نشان می‌دهد:



در مورد این شکل به نکات زیر توجه کنید:

- ۱- در غیاب میدان الکتریکی، الکترون‌ها به صورت کاتوره‌ای، تصادفی و با سرعت زیاد در همه جهات حرکت می‌کنند و بار الکتریکی به طور خالص منتقل نمی‌شود؛ بنابراین جریان الکتریکی درون رسانا ایجاد نمی‌شود.
- ۲- در حضور میدان الکتریکی، الکترون‌ها با سرعتی متوسط موسوم به سرعت **سوق** در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کنند. علت این حرکت آن است که میدان الکتریکی، نیرویی در خلاف جهت میدان به الکترون‌ها وارد می‌کند.
- ۳- به دلیل حرکت الکترون‌ها با سرعت سوق در خلاف جهت میدان، بار الکتریکی منفی به طور خالص در خلاف جهت میدان الکتریکی به حرکت درمی‌آید؛ بنابراین جریان الکتریکی در جهت میدان الکتریکی در رسانا ایجاد می‌شود. دقت کنید که طبق قرارداد، جهت جریان الکتریکی در خلاف جهت حرکت الکترون‌ها است.
- ۴- میدان الکتریکی و جریان الکتریکی، هم‌جهت هستند، درحالی‌که جهت سرعت سوق الکترون‌ها در خلاف جهت آن‌ها است.
- ۵- سرعت سوق الکترون‌ها بسیار کم است و در سیم‌های مسی از مرتبه بزرگی $10^{-4} \frac{m}{s}$ یا $10^{-5} \frac{m}{s}$ است، در صورتی‌که سرعت حرکت کاتوره‌ای آن‌ها بسیار زیاد و از مرتبه $10^6 \frac{m}{s}$ است.



۴۰- در یک آذرخش نوعی $1/2 \text{ GJ}$ انرژی تحت اختلاف پتانسیل 40 MV در مدت زمان 50 ms آزاد می‌شود. جریان الکتریکی متوسط در این یورش آذرخش چند آمپر است؟

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۶۰۰

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۴۷ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

راه نجات سریع 

اول به کمک رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ ، بار الکتریکی تخلیه شده رو به دست بیار بعدش طبق رابطه $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ ، جریان متوسط رو حساب کن.

کلم اول 

بار الکتریکی تخلیه شده را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{\Delta q} \Rightarrow 40 \times 10^6 = \frac{1/2 \times 10^9}{\Delta q} \Rightarrow \Delta q = 30 \text{ C}$$

کلم آخر 

جریان الکتریکی متوسط را حساب می‌کنیم:

$$I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow I_{av} = \frac{30}{50 \times 10^{-3}} = 600 \text{ A}$$

جریان الکتریکی 

آهنگ شارش بار الکتریکی در یک سیم معادل با جریان الکتریکی گذرنده از آن سیم است:

$$I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Δq : بار الکتریکی شارش شده با یکای کولن (C)

Δt : مدت زمان عبور بار الکتریکی با یکای ثانیه (s)

I_{av} : جریان الکتریکی متوسط با یکای آمپر (A)

در مورد جریان الکتریکی به نکات زیر توجه کنید:

۱- جریان الکتریکی یک کمیت نرده‌ای است.

۲- یکای جریان الکتریکی برابر با آمپر است که معادل با کولن بر ثانیه می‌باشد. دقت کنید که آمپر یکی از هفت یکای اصلی SI است.



طبق رابطه $\Delta q = I_{av} \Delta t$ ، علاوه بر کولن، می توان یکای آمپر - ساعت را هم برای بار الکتریکی استفاده کرد. هر آمپر - ساعت معادل با ۳۶۰۰ کولن است.



۴۱- در آزمایش تحقیق قانون اهم برای یک مقاومت، نتایج جدول زیر به دست آمده است. در محدوده آزمایش شماره (۲) رفتار این مقاومت از قانون اهم پیروی و مقدار مقاومت آن در آزمایش (۴) اهم است.

شماره آزمایش	عدد ولت سنج (V)	عدد آمپرسنج (A)
۱	صفر	صفر
۲	۱/۶	۰/۱۶
۳	۴/۴	۰/۴۴
۴	۶/۳	۰/۷۰

(۱) می کند - ۱۰

(۲) می کند - ۹

(۳) نمی کند - ۱۰

(۴) نمی کند - ۹

(متوسط - محاسباتی - استاندارد ۲ - صفحه ۵۰ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

طبق قانون اهم، در دمای ثابت با تغییر ولتاژ، مقدار مقاومت، یعنی $R = \frac{V}{I}$ تغییر نمی کند، بنابراین داریم:

وقتی $V = 0$ است نمی توانیم از رابطه $\frac{V}{I}$ مقاومت را حساب کنیم: آزمایش (۱)

$$(۲) \text{ آزمایش: } R = \frac{V_2}{I_2} = \frac{1/6}{0/16} = 10 \Omega$$

$$(۳) \text{ آزمایش: } R_3 = \frac{V_3}{I_3} = \frac{4/4}{0/44} = 10 \Omega \quad \Rightarrow R_4 \neq R_2 = R_3$$

$$(۴) \text{ آزمایش: } R_4 = \frac{V_4}{I_4} = \frac{6/3}{0/7} = 9 \Omega$$

بنابراین در محدوده آزمایش های (۱) و (۲) و (۳) رفتار این مقاومت از قانون اهم پیروی می کند و در محدوده آزمایش (۴) از قانون اهم پیروی نمی کند و مقاومت رسنا در آزمایش (۴) برابر با 9Ω است.

قانون اهم

۱- اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک رسنا برابر با V و جریان عبوری از آن برابر با I در این صورت مقاومت الکتریکی رسنا برابر است با:

$$V = RI \rightarrow \text{قانون اهم}$$

V : اختلاف پتانسیل الکتریکی با یکای ولت (V) I : جریان الکتریکی با یکای آمپر (A) R : مقاومت الکتریکی با یکای اهم (Ω)



قانون اهم برای فلزات و بسیاری از رساناهای غیرفلزی در دمای ثابت برقرار است.



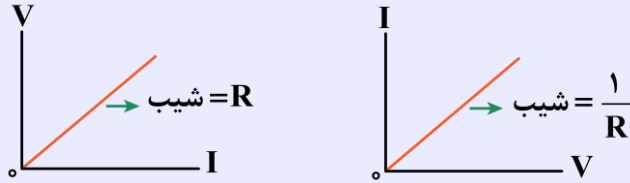
مقدار مقاومت الکتریکی یک رسنا به **ساختمان** و **دمای** رسنا وابسته است و با تغییر ولتاژ یا جریان تغییر نمی کند.

۲- رساناهای الکتریکی به دو دسته اهمی و غیراهمی تقسیم می شوند. اگر مقاومت الکتریکی یک رسنا در ولتاژهای مختلف (در دمای ثابت)، مقدار ثابتی باشد، گفته می شود که آن وسیله از قانون اهم پیروی می کند و آن وسیله را مقاومت یا رسانای اهمی می نامند.

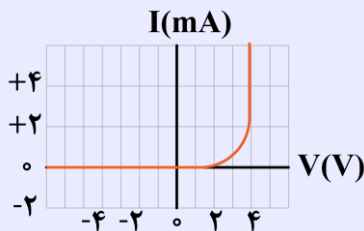


جریان عبوری از یک مقاومت اهمی همواره با اختلاف پتانسیل الکتریکی اعمال شده به دو سر آن رابطه مستقیم دارد.

۳- مطابق قانون اهم، برای یک مقاومت الکتریکی، نمودار تغییرات ولتاژ بر حسب جریان الکتریکی و نمودار تغییرات جریان الکتریکی بر حسب ولتاژ، مطابق شکل زیر به صورت یک خط راست صعودی است.



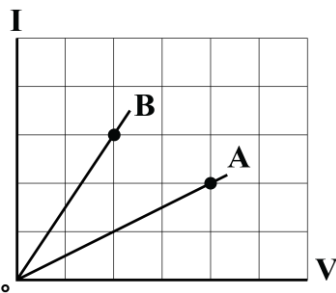
۴- برخلاف مقاومت‌های اهمی که در آن‌ها ولتاژ و جریان با هم رابطه مستقیم و خطی دارند، ولتاژ و جریان مقاومت‌های غیراهمی دارای رابطه غیرخطی با یکدیگر هستند، برای مثال شکل زیر، نمودار جریان - ولتاژ برای یک دیود نورگسیل (LED) را نشان می‌دهد که یک مقاومت غیراهمی است.



دقت کنید که در دمای ثابت، نسبت ولتاژ به جریان $(\frac{V}{I})$ در مقاومت‌های اهمی، همواره ثابت است، درحالی‌که این نسبت در مقاومت‌های غیراهمی، متغیر می‌باشد.



۴۲- شکل زیر، نمودار $I-V$ را برای دو رسانای A و B نشان می‌دهد. اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی ۱۵V به دو سر رسانای A اعمال شود، جریان ۲/۵A از آن عبور می‌کند. مقاومت الکتریکی رسانای B چند اهم از مقاومت الکتریکی رسانای A کم‌تر است؟



- ۲ (۱)
- ۴ (۲)
- ۶ (۳)
- ۸ (۴)

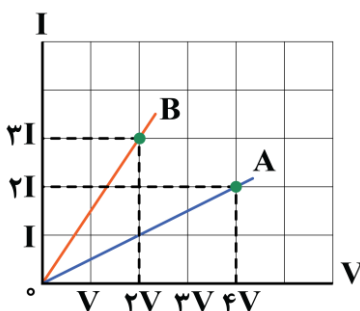
(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۴۹ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

راه نجات سریع

اول به کمک نمودار، نسبت مقاومت‌ها رو به دست بیار و بعد از حساب کردن مقاومت A از رابطه قانون اهم، مقاومت B رو به دست بیار. در نهایت اختلاف مقاومت‌ها رو حساب کن.

گام اول



از مقایسه نمودار $I-V$ دو رسانا، نسبت $\frac{R_B}{R_A}$ را حساب می‌کنیم. می‌دانیم $R = \frac{V}{I}$ است، بنابراین داریم:

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\frac{2V}{3I}}{\frac{4V}{2I}} = \frac{1}{3}$$

گام دوم

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow R_A = \frac{15}{2/5} = 6\Omega$$

با توجه به قانون اهم مقاومت الکتریکی رسانای A برابر است با:

گام سوم

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{R_B}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow R_B = 2\Omega$$

با توجه به قانون اهم مقاومت الکتریکی رسانای B برابر است با:

گام آخر

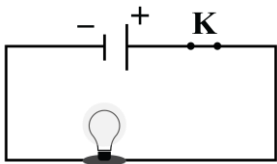
اختلاف مقاومت الکتریکی رسانای B با مقاومت الکتریکی رسانای A را حساب می‌کنیم:

$$R_B - R_A = 2 - 6 = -4\Omega$$

بنابراین مقاومت رسانای B، مقدار 4Ω از مقاومت رسانای A کمتر است.



۴۳- در مدار شکل زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر لامپ ۴V است. اگر در مدت ۴ دقیقه تعداد 8×10^{20} الکترون از لامپ عبور کند، مقاومت الکتریکی لامپ چند اهم است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} C$)



(۲) ۵

(۱) ۲/۵

(۴) ۱۰

(۳) ۷/۵

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۴۹ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

راه نجات سریع

اول طبق رابطه $q = ne$ ، بار خالص عبوری رو حساب کن. بعدش طبق رابطه $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ جریان رو به دست بیار. در نهایت طبق قانون اهم با داشتن ولتاژ و جریان، مقاومت رو حساب کن.

گام اول

بار خالص عبوری از لامپ را حساب می‌کنیم:

$$\Delta q = ne \Rightarrow \Delta q = 8 \times 10^{20} \times 1.6 \times 10^{-19} = 128 C$$

گام دوم

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow I = \frac{128}{4 \times 60} = \frac{8}{15} A$$

جریان الکتریکی را حساب می‌کنیم. با توجه به این که جریان، مستقیم فرض شده است، داریم:

گام آخر

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow R = \frac{4}{\frac{8}{15}} = 7.5\Omega$$

مقاومت الکتریکی لامپ را حساب می‌کنیم:



در سؤالاتی که تعداد الکترون‌های عبوری از یک مقطع رسانای متصل به باتری را در مدت زمان Δt می‌خواهیم، می‌توان به صورت زیر عمل کرد:

$$\begin{cases} I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \\ \Delta q = ne \end{cases} \Rightarrow I_{av} = \frac{ne}{\Delta t} \Rightarrow n = \frac{I_{av} \Delta t}{e}$$

کرد:



۴۴- المنت یک اجاق برقی شامل سیمی به طول $1/8\text{m}$ و سطح مقطع $3/3\text{mm}^2$ است. اگر در دمای 300°C مقاومت آن 36Ω باشد، مقاومت ویژه آن در این دما چند واحد SI است؟

- (۱) $6/6 \times 10^{-5}$ (۲) $3/3 \times 10^{-5}$ (۳) $6/6 \times 10^{-6}$ (۴) $3/3 \times 10^{-6}$

پاسخ: گزینه ۱

(آسان - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۵۲ - ۱۱۰۲

طبق رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ می‌توانیم بنویسیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow 36 = \frac{\rho \times 1/8}{3/3 \times 10^{-6}} \Rightarrow \rho = 6/6 \times 10^{-5} \Omega \cdot \text{m}$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر توی محاسبه صفرها اشتباه کنی توی دام گزینه (۳) میفتی.

عوامل مؤثر بر مقاومت الکتریکی

۱- مقدار مقاومت الکتریکی یک رسانا به ویژگی‌های ساختمانی و دمای آن وابسته است و ربطی به ولتاژ و جریان آن ندارد.

مقدار مقاومت الکتریکی یک رسانا برحسب ویژگی‌های ساختمانی آن را می‌توانیم از رابطه زیر به دست آوریم:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

ρ : مقاومت ویژه رسانا با یکای اهم $\times$ متر ($\Omega \cdot \text{m}$)

R : مقدار مقاومت الکتریکی رسانا با یکای اهم (Ω)

A : سطح مقطع رسانا با یکای مترمربع (m^2)

L : طول رسانا با یکای متر (m)

۲- با توجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، برای مقایسه مقاومت الکتریکی دو رسانا به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow[\text{قطر مقطع: } d]{A \propto d^2} \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

آزمون سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۳

۶۲- مساحت مقطع یک ریل فلزی 51cm^2 است. مقاومت 17km از این ریل چند اهم است؟ (مقاومت ویژه فلز $3 \times 10^{-5} \Omega \cdot \text{cm}$ است.)

- (۱) ۱ (۲) ۰/۰۱ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۰

پاسخ تشریحی:

اگر به یکاها دقت کنیم می‌بینیم که یکای مقاومت ویژه برحسب $\Omega \cdot \text{cm}$ است، پس برای سازگاری یکاها، در رابطه زیر می‌توان طول را به cm تبدیل کرد (می‌توان همه یکاها را برحسب SI نیز نوشت).

$$\Omega \leftarrow R = \rho \frac{L \rightarrow \text{cm}}{A \rightarrow \text{cm}^2}$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow R = (3 \times 10^{-5} \Omega \cdot \text{cm}) \times \frac{17 \times 10^5 \text{ cm}}{51 \text{ cm}^2} \Rightarrow R = 1 \Omega$$

پاسخ: گزینه ۱



۴۵- دو رسانای فلزی A و B از یک ماده ساخته شده‌اند و طول یکسانی دارند. رسانای A سیم توپری به قطر D و رسانای B لوله‌ای توخالی به شعاع خارجی ۲mm و شعاع داخلی ۱mm است. اگر مقاومت الکتریکی رسانای B، ۲۵ درصد کم‌تر از مقاومت الکتریکی رسانای A باشد، D چند میلی‌متر است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

(سخت - محاسباتی - زمانبر) - صفحه ۵۲ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

کام اول

نسبت مقاومت‌ها را به دست می‌آوریم. با توجه به این که مقاومت رسانای B، ۲۵ درصد کم‌تر از مقاومت رسانای A است، داریم:

$$R_B = R_A - \frac{25}{100} R_A = \frac{75}{100} R_A \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

کام دوم

نسبت مساحت مقطع دو رسانا را به دست می‌آوریم. طبق رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ داریم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \Rightarrow \frac{4}{3} = 1 \times 1 \times \frac{A_B}{A_A} \Rightarrow \frac{A_B}{A_A} = \frac{4}{3}$$

کام آخر

مقدار D را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} A_A = \pi r_A^2 = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{\pi D^2}{4} \\ A_B = \pi (r_{\text{خارجی}}^2 - r_{\text{داخلی}}^2) = \pi (2^2 - 1^2) = 3\pi (\text{mm}^2) \end{cases} \Rightarrow \frac{A_B}{A_A} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{3\pi}{\pi \frac{D^2}{4}} = \frac{4}{3} \Rightarrow D^2 = 9 \Rightarrow D = 3 \text{ mm}$$

اگر به جای قطر، شعاع رو اشتباه به دست بیاری، توی دام گزینه (۱) میفتی!



۴۶- دو سیم هم‌جنس و هم‌جرم A و B در دمای یکسان در اختیار داریم. اگر طول سیم A، ۵ برابر طول سیم B باشد، مقاومت الکتریکی سیم A چند برابر مقاومت الکتریکی سیم B است؟

۲۵ (۴)

۵ (۳)

۱ (۲)

۱/۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۵۲ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۴

دو سیم هم‌جنس و هم‌جرم دارای حجم مساوی هستند، بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$A_A L_A = A_B L_B \xrightarrow{L_A = 5L_B} A_A = \frac{1}{5} A_B$$

حالا طبق رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ می‌توانیم بنویسیم:

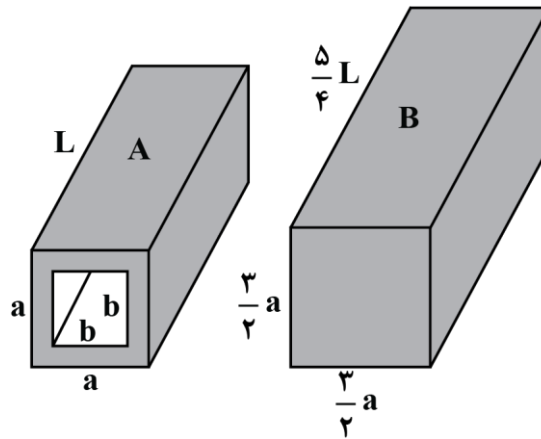
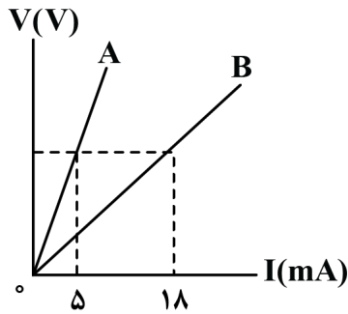
$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{\rho: \text{یکسان}} \frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} = 5 \times 5 = 25$$

راهنمای مسیرت

سؤالات نسبتی توی این قسمت جایگاه ویژه‌ای دارن. پس خوب حواستو جمع کن!



۴۷- نمودار ولتاژ - جریان برای دو مقاومت الکتریکی مسی A و B، مطابق شکل زیر است. نسبت $\frac{a}{b}$ در کدام گزینه به درستی آمده است؟



- است؟
- (۱) $\sqrt{2}$
 - (۲) $\sqrt{3}$
 - (۳) $2\sqrt{2}$
 - (۴) $2\sqrt{3}$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۵۲ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

کام اول

ابتدا با کمک اطلاعات ساختاری مقاومت‌های هم‌جنس A و B به کمک رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ داریم:

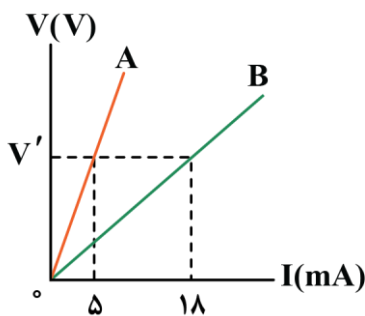
$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \quad L_A = L, L_B = \frac{5}{4}L, A_A = a^2 - b^2, A_B = \frac{9}{4}a^2$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{L}{\frac{5}{4}L} \times \frac{\frac{9}{4}a^2}{a^2 - b^2} = \frac{4}{5} \times \frac{9}{4} \times \frac{a^2}{a^2 - b^2}$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{9}{5} \times \frac{a^2}{a^2 - b^2} \quad (۱)$$

کام آخر

به کمک اطلاعات نمودار $V-I$ ، داریم:



$$\begin{cases} R = \frac{V}{I} \\ V_A = V_B = V' \end{cases} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{I_B}{I_A} = \frac{18}{5}$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{18}{5} = \frac{9}{5} \times \frac{a^2}{a^2 - b^2} \Rightarrow 2 = \frac{a^2}{a^2 - b^2} \Rightarrow 2a^2 - 2b^2 = a^2 \Rightarrow a^2 = 2b^2$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = 2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \sqrt{2}$$

۴۸- LUX چیست؟

- (۲) یکای سنجش مقاومت است.
- (۴) یکای از انواع مقاومت‌های نوری است.

- (۱) یکی از انواع ترمیستور است.
- (۳) یکای سنجش روشنایی است.

LUX یکای سنجش روشنایی است.

راهنمای مسیرت

این سؤال را از متن کتاب درسی طرح کردیم تا اگر متن کتاب رو نخوندی یادت باشه که برای رسیدن به درصدهای بالا توی آزمون حتماً باید متن کتاب رو خوب بخونی!

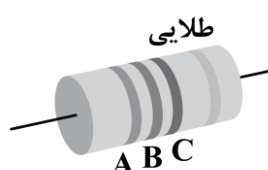
سوتی‌های پرتکرار

برای مقایسهٔ مقداری مقاومت‌های LDR و وابستگی آن‌ها به روشنایی، روشنایی را با یکای LUX نشان می‌دهیم و ممکن است به اشتباه فکر کنید LUX یکای مقاومت یا نوعی مقاومت نوری است و در تلهٔ گزینه‌های (۲) و (۴) بیفتید.



۴۹- مقدار مجاز انحراف مقاومت از مقدار دقیق آن برای مقاومت شکل زیر، $1200 \pm 5 \Omega$ است. رنگ‌های A، B و C به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

جدول کد رنگی مقاومت‌ها			
رنگ	عدد	ضریب	تولرانس
سیاه	۰	۱	
قهوه‌ای	۱	10^1	
قرمز	۲	10^2	
نارنجی	۳	10^3	
زرد	۴	10^4	
سبز	۵	10^5	
آبی	۶	10^6	
بنفش	۷	10^7	
خاکستری	۸	10^8	
سفید	۹	10^9	
طلایی		10^{-1}	۵٪
نقره‌ای		10^{-2}	۱۰٪
بی‌رنگ			۲۰٪



- (۱) بنفش - آبی - قرمز
- (۲) سبز - آبی - قهوه‌ای
- (۳) زرد - قرمز - نارنجی
- (۴) قرمز - زرد - نارنجی

راه نجات سریع

اول به کمک مقدار انحراف و تولرانس ۵٪ رنگ طلایی، مقدار مقاومت رو حساب کن. بعدش به کمک کدگذاری و جدول، رنگ‌ها رو به دست بیار.

با توجه به این که مقدار مجاز انحراف برابر با $1200 \pm 5 \Omega$ و حلقهٔ آخر، طلایی (تولرانس ۵٪) است، مقدار مقاومت برابر است با:

$$\frac{5}{100} R = 1200 \Rightarrow R = 24000 \Omega$$

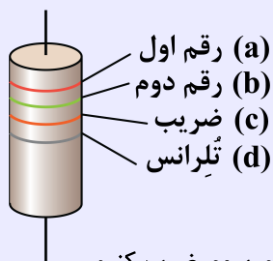
بنابراین با توجه به کدگذاری رنگی مقاومت‌ها داریم:

$$R = 240000 = 24 \times 10^3 = \overline{AB} \times 10^C$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = 2 & (\text{قرمز}) \\ B = 4 & (\text{زرد}) \\ C = 3 & (\text{نارنجی}) \end{cases}$$

کدگذاری رنگی مقاومت‌ها

برای خواندن مقدار مقاومت‌هایی که کدگذاری رنگی شده‌اند، به صورت زیر عمل می‌کنیم:



$$R = ab \times 10^c \pm d\%$$

مطابق رابطه فوق، کافی است رقم مربوط به دو رنگ اول را پشت سر هم بنویسیم و سپس آن را در ۱۰ به توان رقم سوم ضرب کنیم. رنگ حلقه چهارم که تُلرانس نامیده می‌شود، مقدار مجاز انحراف از مقدار دقیق مقاومت را برحسب درصد مشخص می‌کند.

یه نمونه باحال

مقدار مقاومت شکل مقابل چند اهم است؟ (۲ = قرمز، ۳ = نارنجی و ۵ = سبز)

پاسخ تشریحی:



رنگ سبز

رنگ نارنجی

$$R = 2 \quad 5 \quad \times 10^3 = 25000 \Omega$$

رنگ قرمز



۵۰- مقاومت الکتریکی سیمی از آلیاژ کروم و نیکل در دمای 20°C برابر با 60Ω است. اگر دمای این سیم را به 270°C برسانیم،

مقاومت الکتریکی آن چند اهم افزایش می‌یابد؟ (ضریب دمایی مقاومت ویژه آلیاژ کروم و نیکل برابر با $4 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ است.)

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

(آسان - محاسباتی - استاندارد ۶ - صفحه ۵۳-۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

طبق رابطه $\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta$ می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \Delta R = 60 \times 4 \times 10^{-4} \times 250 = 6 \Omega$$

اثر تغییر دما بر مقاومت الکتریکی رسانا

در مقاومت‌های فلزی، با افزایش دما، مقاومت الکتریکی هم افزایش می‌یابد. برای محاسبه تغییرات مقاومت الکتریکی فلزات برحسب دما از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\Delta R = R_T - R_1 = R_1 \alpha \Delta \theta$$

R_1 : مقاومت الکتریکی اولیه بر حسب اهم (Ω)

ΔR : تغییر مقاومت الکتریکی بر حسب اهم (Ω)

$\Delta \theta$: تغییر دما برحسب درجه سلسیوس ($^\circ\text{C}$) یا کلوین (K)

α : ضریب دمایی مقاومت ویژه ($\frac{1}{^\circ\text{C}}$ یا $\frac{1}{\text{K}}$)

بنابراین مقاومت الکتریکی رسانا پس از افزایش دما از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$R_T = R_1 (1 + \alpha \Delta \theta)$$

در مسائل مربوط به اثر دما بر مقاومت، ممکن است خواسته‌های زیر مطرح شود:

الف) مقاومت الکتریکی چند برابر می‌شود؟

در این حالت نسبت $\frac{R_2}{R_1}$ را می‌خواهیم و داریم:

$$R_2 = R_1(1 + \alpha\Delta\theta) \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 1 + \alpha\Delta\theta$$

ب) مقاومت الکتریکی چقدر تغییر می‌کند؟

در این حالت $R_2 - R_1 = R_1\alpha\Delta\theta$ موردنظر است و داریم:

$$\Delta R = R_2 - R_1 = R_1\alpha\Delta\theta$$

ج) مقاومت الکتریکی چند درصد تغییر کرده است؟

در این حالت $\frac{\Delta R}{R_1}$ را می‌خواهیم و داریم:

$$\frac{\Delta R}{R_1} = \frac{R_1\alpha\Delta\theta}{R_1} = \alpha\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییر مقاومت} = \alpha\Delta\theta \times 100$$



بودجه‌بندی
این آزمون

قدر هدایای زمینی را بدانیم (از ابتدای نفت هدیه‌ای شگفت‌انگیز تا انتهای فصل)
در پی غذای سالم (از ابتدای فصل تا انتهای دمای یک ماده از چه خبر می‌دهد؟) صفحه‌های ۲۹ تا ۵۸

 سهم در
کنکور

مباحث این آزمون در مجموع ۳ تست از ۳۰ تست کنکور را پوشش داده است.

۵۱- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) جست‌وجوی انسان‌های پیشین برای جمع‌آوری دانه‌های خوراکی، نخستین انقلاب در کشاورزی است.
- (۲) همه انرژی و ماده‌ای که در بدن وجود دارد، از غذایی که مصرف می‌شود، به دست می‌آید.
- (۳) سرانه سالانه مصرف شیر برابر مقدار میانگین مصرف شیر یک فرد در یک سال خواهد بود.
- (۴) با تولید انبوه مواد غذایی توسط انسان، مشکل فساد مواد غذایی تا حدودی برطرف شد.

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - خط به خط - سریع - صفحه ۵۴ - ۱۱۰۲)

سرانه مصرف ماده غذایی، مقدار میانگین آن را به ازای هر فرد در یک گستره زمانی معین نمایش می‌دهد. در جدول زیر سرانه مصرف کمترین و بیشترین ماده غذایی در ایران و جهان نمایش داده شده است:

سرانه مصرف (kg)		
مقدار خوراکی	ایران	جهان
بیشترین مقدار	نان	شیر
کمترین مقدار	نمک	نمک

پس وقتی سرانه صفت، سالانه می‌گیرد به معنای مصرف یک نفر در مدت زمان یک سال خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

نخستین انقلاب در کشاورزی کاشت دانه‌ها و درو کردن فراورده‌های تولیدشده بوده که باعث شد انسان‌ها حبوبات و غلات مورد نیاز خود را به مقدار زیادی تولید کنند. پیش از این، انسان‌ها بیشتر وقت خود را صرف تهیه وعده‌های غذایی می‌کردند و در حال جمع‌آوری دانه‌های خوراکی بودند.

غذا در طول تاریخ

غذا نقش مهمی در رشد، تندرستی و زندگی انسان‌ها دارد؛ آن‌چنان‌که نیاکان ما بیشتر وقت خود را صرف تهیه وعده‌های غذایی می‌کردند و در طول روز اغلب در جست‌وجوی غذا و جمع‌آوری دانه‌های خوراکی بودند. آن‌ها به تدریج یاد گرفتند که دانه‌ها را بکارند و فراورده‌های تولید شده را درو کنند. این فرایند نخستین انقلاب در کشاورزی بود و باعث شد انسان‌ها حبوبات و غلات مورد نیاز خود را به مقدار زیادی تولید کنند. با پیشرفت دانش و فناوری، تولید فراورده‌های کشاورزی و دامی افزایش یافته و غذا به روش صنعتی تولید می‌شود. امروزه با افزایش جمعیت جهان، تأمین غذای ۷/۵ میلیارد نفر ساکن کره زمین بسیار پیچیده و دشوار است؛ چرا که برای انجام این کار، سالانه بایستی حجم انبوهی از غلات، حبوبات و مواد پروتئینی تولید شود. در چنین شرایطی، یکی از مهم‌ترین و شاید دشوارترین مسئولیت هر دولت، تأمین غذای افراد جامعه است.

بخش عمده اتم‌ها، مولکول‌ها و یون‌های موجود در بدن از غذایی که می‌خوریم، تأمین می‌شود. بخشی از مواد موجود در بدن نیز از روش‌های دیگر مانند نفس کشیدن به دست می‌آیند.

پیشرفت دانش و فناوری موجب شد که تولید فراورده‌های کشاورزی و دامی افزایش یابد. این تولید انبوه، مشکل فساد مواد غذایی را به همراه داشت که دشواری نگهداری مواد غذایی و اهمیت حفظ کیفیت و ارزش مواد غذایی را نشان داد.

برای تولید غذا در حجم انبوه، به فعالیت‌های صنعتی گوناگون مثل تولید، حمل و نقل، نگهداری و فراوری نیاز است. مجموعه این فعالیت‌ها صنایع غذایی نامیده می‌شوند. در این صنعت نیز همانند سایر صنایع، بسیاری از منابع شیمیایی، سطح وسیعی از زمین‌های بایر و حجم عظیمی از آب‌های قابل استفاده در کشاورزی مصرف می‌شوند. در تولید انبوه، به دلیل فساد مواد غذایی و دشواری نگهداری این مواد، حفظ کیفیت و ارزش مواد غذایی اهمیت زیادی دارد. نان، برنج، روغن، شکر و نمک، از جمله مواد غذایی هستند که ایرانیان در مقایسه با سایر مردم جهان از آن‌ها بیشتر استفاده می‌کنند. گوشت قرمز و گوشت ماهی، افزون بر پروتئین‌ها، محتوی انواع ویتامین‌ها و مواد معدنی نیز هست.



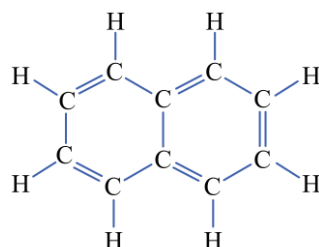
۵۲- کدام مورد درباره نفتالن نادرست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) به‌عنوان ضد بید برای نگهداری فرش و لباس کاربرد داشته است.
- (۲) حالت فیزیکی آن با حالت فیزیکی پنتان در دمای اتاق متفاوت است.
- (۳) در اثر سوختن کامل ۶۴ گرم از این ترکیب، ۷۲ گرم آب تولید می‌شود.
- (۴) شمار پیوندهای $C - H$ در این ترکیب برابر با این تعداد در ۲-پنتین است.

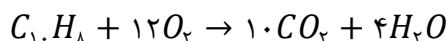
(متوسط - مفهومی - استاندارد ۱ - صفحه ۴۳ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

ساختار شیمیایی نفتالن به‌صورت زیر است:



نفتالن با فرمول مولکولی $C_{10}H_8$ طبق واکنش زیر به‌صورت کامل می‌سوزد:



حال باید جرم آب تولیدی در اثر سوختن ۶۴ گرم نفتالن را پیدا کنیم، بنابراین داریم:

$$g H_2O = 64 g C_{10}H_8 \times \frac{1 mol C_{10}H_8}{128 g C_{10}H_8} \times \frac{4 mol H_2O}{1 mol C_{10}H_8} \times \frac{18 g H_2O}{1 mol H_2O} = 36 g$$

در نتیجه جرم آب تولیدشده برابر با ۳۶ گرم است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) نفتالن مدت‌ها به‌عنوان ضد بید برای نگهداری فرش و لباس کاربرد داشته است.
- ۲) نفتالن در دمای اتاق به حالت جامد وجود دارد، در حالی که در دمای اتاق پنتان به‌صورت مایع قرار دارد.
- ۴) مطابق فرمول مولکولی نفتالن، شمار پیوندهای $C - H$ در این ترکیب برابر با ۸ است و این شمار در ۲-پنتین (C_5H_{10}) نیز برابر با ۸ است. به‌طور کلی، تعداد پیوندهای $C - H$ در یک هیدروکربن برابر تعداد اتم‌های هیدروژن می‌باشد.



۵۳- کدام یک از مطالب زیر درست هستند؟

- الف - گازوئیل نسبت به نفت سفید از قسمت گرم‌تری از برج تقطیر جدا می‌شود.
 - ب - نفت برنت دریای شمال نسبت به نفت سنگین ایران، دارای نقطه جوش بالاتری است.
 - ج - همه فرآورده‌های حاصل از سوختن زغال سنگ، در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.
 - د - در اثر سوختن جرم برابری از زغال سنگ و بنزین، مقدار گرمای آزاد شده از بنزین بیشتر است.
- (۱) «الف» و «ج» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

(سخت - مفهومی - زمان‌بر ۱ - صفحه ۴۶ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

موارد «الف» و «د» درست هستند.

الف) گازوئیل نسبت به نفت سفید دارای مولکول‌های بزرگ‌تر و نقطه جوش بالاتری است. در برج تقطیر از بالا به پایین دما افزایش می‌یابد و ترکیبات در محل نقطه جوش خود از برج خارج می‌شوند. نقطه جوش گازوئیل نسبت به نفت سفید بیشتر بوده و به همین علت در دماهای بالاتری از برج تقطیر به شکل مایع خارج می‌شود.

تقطیر جزء به جزء نفت

در برج تقطیر، با استفاده از تقطیر جزء به جزء هیدروکربن‌های نفت خام، طلای سیاه را به صورت مخلوط‌هایی با نقطه جوش نزدیک به هم جدا می‌کنند. هنگامی که نفت خام داغ به قسمت پایین برج وارد می‌شود، مولکول‌های سبک‌تر و فرارتر از جمله مواد پتروشیمیایی (پس مواد پتروشیمیایی از مواد فرار نفت به شمار می‌روند.) از مایع بیرون آمده و به سوی بالای برج حرکت می‌کنند. به تدریج که این مولکول‌ها بالاتر می‌روند، سرد شده و به مایع تبدیل می‌شوند و در سینی‌هایی که در فاصله‌های گوناگون برج قرار دارند، وارد شده و از برج خارج می‌گردند. به این ترتیب مخلوط‌هایی با نقطه جوش نزدیک به هم از نفت خام جدا می‌شوند.

ب) نفت برنت دریای شمال نسبت به نفت سنگین ایران دارای بنزین و خوراک پتروشیمیایی بیشتر و نفت کوره کمتری است و از آن‌جا که نقطه جوش بنزین و خوراک پتروشیمیایی پایین‌تر از سایر اجزای سازنده نفت خام است، نفت برنت دریای شمال نسبت به نفت سنگین ایران، دارای نقطه جوش کمتری است.

ج) CO_2 یکی از فراورده‌های حاصل از سوختن زغال سنگ، یک ترکیب ناقطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند. درحالی که سایر فراورده‌ها در میدان جهت‌گیری می‌کنند.

د) گرمای آزاد شده از بنزین و زغال سنگ به ترتیب برابر ۴۸ و ۳۰ کیلوژول بر گرم است، در نتیجه در اثر سوختن جرم برابری از زغال سنگ و بنزین، سوختن بنزین مقدار گرمای بیشتری آزاد می‌کند.

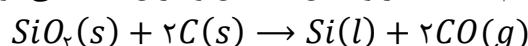


۵۴- واکنش تولید سیلیسیم از اکسید آن در دمایی از نقطه ذوب سیلیسیم رخ می‌دهد و با تولید اکسید کربن همراه است.
 (۱) بالاتر - ناقطبی (۲) پایین‌تر - ناقطبی (۳) بالاتر - قطبی (۴) پایین‌تر - قطبی

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۴۸)

پاسخ: گزینه ۳

عنصر اصلی سازنده سلول خورشیدی، سیلیسیم است که از واکنش سیلیس و کربن ایجاد می‌شود.

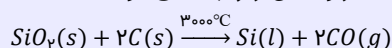


در این واکنش، سیلیسیم تولید شده مایع است، پس دمایی که این واکنش انجام می‌شود، از نقطه ذوب سیلیسیم بیشتر بوده و این عنصر به شکل مایع در می‌آید.

فراورده گازی این واکنش یعنی کربن مونوکسید، یک گاز قطبی بوده و همچنین دیگر اکسید کربن یعنی کربن دی‌اکسید یک گاز ناقطبی است.

تولید مهم‌ترین شبه‌فلز

سیلیسیم عنصر اصلی سازنده سلول‌های خورشیدی است که از واکنش زیر تهیه می‌شود:



از آن‌جا که طی این واکنش، اتم‌های سیلیسیم به کمک کربن از سیلیسیم دی‌اکسید خارج شده‌اند، پس می‌توان گفت که واکنش‌پذیری کربن از واکنش‌پذیری سیلیسیم بیشتر است. این واکنش در تمرینات دوره‌ای آخر فصل مطرح شده است و به خاطر سپردن آن، الزامی است. توجه داشته باشید که سیلیسیم تولید شده در این واکنش به حالت مایع است.



۵۵- با افزایش در آلکان‌ها، کاهش می‌یابد.

(۱) نقطه جوش - مقاومت در برابر جاری شدن

(۲) شمار اتم‌های کربن - گشتاور دو قطبی به‌طور چشم‌گیری

(۳) درصد جرمی هیدروژن - تمایل برای تبدیل شدن به حالت گاز

(۴) نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار اتم‌های کربن - نیروی بین مولکولی

در آلکان‌ها (C_nH_{2n+2}) با افزایش شمار اتم‌های کربن، نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار اتم‌های کربن کاهش می‌یابد. برای اثبات این موضوع داریم:

$$\frac{\text{شمار اتم‌های هیدروژن}}{\text{شمار اتم‌های کربن}} = \frac{2n+2}{n} = \frac{2n}{n} + \frac{2}{n} = 2 + \frac{2}{n}$$

حال با توجه به رابطه به‌دست آمده، مشخص است که با افزایش شمار اتم‌های کربن (n) مقدار نسبت خواسته‌شده کاهش می‌یابد. در نتیجه با افزایش مقدار نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار اتم‌های کربن یا به عبارتی کاهش تعداد اتم‌های کربن در آلکان‌ها، نیروی بین مولکولی کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

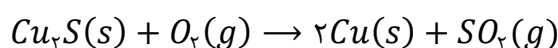
- ۱ با افزایش شمار اتم‌های کربن در آلکان‌ها، نقطه جوش آن‌ها افزایش می‌یابد و مقاومت آن‌ها در برابر جاری شدن (گران‌روی) نیز افزایش می‌یابد.
- ۲ گشتار و قطبی تمام آلکان‌ها حدود صفر است، در نتیجه با افزایش شمار اتم‌های کربن گشتار و دوقطبی آلکان‌ها تغییر نمی‌کند.
- ۳ با افزایش شمار اتم‌های کربن در آلکان‌ها، درصد جرمی هیدروژن در ترکیب آن‌ها کاهش می‌یابد. در نتیجه با افزایش درصد جرمی هیدروژن یا به عبارتی کاهش شمار اتم‌های کربن، فرآینت یا تمایل آن‌ها برای تبدیل شدن به حالت گازی افزایش می‌یابد. در واقع در این دسته، با افزایش شمار اتم‌های کربن، نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار اتم‌های کربن کاهش می‌یابد که نشان از افزایش درصد جرمی کربن و کاهش درصد جرمی هیدروژن است.



۵۶ - اگر در فرایند استخراج مس با بازده ۸۰ درصد از یک تن سنگ معدن، حجم گاز تولیدشده در شرایط استاندارد ۷ مترمکعب باشد، درصد جرمی عنصر مس در سنگ معدن آن چقدر است؟ ($Cu = 64 \text{ g.mol}^{-1}$)

- ۵۰ (۱) ۲۵ (۲) ۲/۵ (۳) ۵ (۴)

مس در سنگ معدن خود به‌صورت ترکیب یونی مس (I) سولفید و با فرمول شیمیایی Cu_2S دیده می‌شود. واکنش استخراج این فلز از سنگ معدن آن به‌صورت زیر است:



راه حل مسئله

کلید حل این سؤال آن است که بدانیم، رابطه میان دو فراورده یا دو واکنش‌دهنده در واکنش‌هایی با بازده درصدی غیر ۱۰۰ درصد نیز، به بازده درصدی واکنش مربوط نیست و تنها از استوکیومتری ساده تبعیت می‌کند.

ابتدا جرم مس تولیدشده را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ kg Cu} = 7 \text{ m}^3 SO_2 \times \frac{1000 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} \times \frac{1 \text{ mol } SO_2}{22.4 \text{ L } SO_2} \times \frac{2 \text{ mol Cu}}{1 \text{ mol } SO_2} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} = 40 \text{ kg}$$

به کمک بازده واکنش، جرم مس تولیدشده به‌صورت نظری را حساب می‌کنیم:

$$\text{بازده درصدی واکنش} = \frac{\text{جرم فراورده عملی}}{\text{جرم فراورده نظری}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{40}{x} \times 100 \Rightarrow x = 50 \text{ kg}$$

جرم مس به‌دست آمده معادل جرم مس موجود در ۱۰۰۰ کیلوگرم سنگ معدن است. بر این اساس درصد جرمی فلز مس را در این ماده حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی مس} = \frac{\text{جرم مس}}{\text{جرم کل}} \times 100 \Rightarrow P = \frac{50}{1000} \times 100 = 5\%$$

پس درصد جرمی مس برابر ۵ درصد است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

اگر ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول مس (II) سولفات با یک نمونه ۳۰ گرمی آلومینیم ناخالص به طور کامل واکنش داده و محلول ۰/۸ مولار آلومینیم سولفات و رسوب مس ایجاد کند، درصد خلوص آلومینیم در این نمونه چقدر است و چند گرم فلز مس در این واکنش تولید شده است؟ (از تغییر حجم محلول چشم‌پوشی کنید. $Al = ۲۷, Cu = ۶۴: g \cdot mol^{-1}$)

$$۱۱۵/۲ - ۷۲ (۴)$$

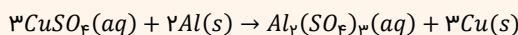
$$۱۱۵/۲ - ۸۱ (۳)$$

$$۷۶/۸ - ۷۲ (۲)$$

$$۷۶/۸ - ۸۱ (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

واکنش انجام شده به صورت زیر است:



ابتدا مقدار $Al_2(SO_4)_3$ تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$C = \frac{n}{V} \Rightarrow ۰/۸ = \frac{n}{۵۰۰ \text{ mL} \times \frac{۱ \text{ L}}{۱۰۰۰ \text{ mL}}} \Rightarrow n = ۰/۴ \text{ mol}$$

حال، جرم آلومینیم مصرف شده در این واکنش را حساب می‌کنیم.

$$? g Al = ۰/۴ \text{ mol } Al_2(SO_4)_3 \times \frac{۲ \text{ mol } Al}{۱ \text{ mol } Al_2(SO_4)_3} \times \frac{۲۷ \text{ g } Al}{۱ \text{ mol } Al} = ۲۱/۶ \text{ g}$$

پس، درصد خلوص این نمونه آلومینیم برابر است با:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم } Al \text{ خالص}}{\text{جرم کل } Al} \times ۱۰۰ \Rightarrow A = \frac{۲۱/۶}{۳۰} \times ۱۰۰ = ۷۲ \text{ درصد}$$

و در انتها جرم فلز مس تولید شده را به دست می‌آوریم:

$$? g Cu = ۰/۴ \text{ mol } Al_2(SO_4)_3 \times \frac{۳ \text{ mol } Cu}{۱ \text{ mol } Al_2(SO_4)_3} \times \frac{۶۴ \text{ g } Cu}{۱ \text{ mol } Cu} = ۷۶/۸ \text{ g}$$

پس در این واکنش ۷۶/۸ گرم فلز مس تولید می‌شود.



۵۷- اگر در ظرف A چهار لیتر آب با دمای $۷۰^\circ C$ و در ظرف B یک لیتر آب با دمای $۷۰^\circ C$ وجود داشته باشد، کدام مورد نادرست است؟

- (۱) مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده این دو نمونه هم به دما و هم به جرم ماده بستگی دارد.
- (۲) جنبش‌های نامنظم ذره‌های آب موجود در ظرف A از ذره‌های آب موجود در ظرف B شدیدتر است.
- (۳) میانگین انرژی جنبشی ذره‌های آب موجود در ظرف A با ذره‌های آب موجود در ظرف B برابر است.
- (۴) انرژی گرمایی آب موجود در ظرف A از آب موجود در ظرف B به دلیل بیشتر بودن شمار مولکول‌های آن، بیشتر است.

(آسان - مفهومی - استاندارد ۱ - صفحه ۵۷ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

جنبش‌های نامنظم ذره‌های یک ماده به دما و حالت فیزیکی آن ماده وابسته است. از آن جا که دما و حالت فیزیکی هر دو نمونه آب برابر است، جنبش‌های نامنظم ذره‌های آب در هر دو نمونه نیز باهم برابر است.

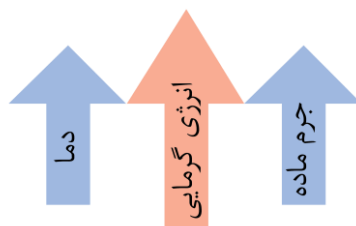
دما و حرکت

ذره‌های سازنده مواد در سه حالت فیزیکی پیوسته در جنب و جوش هستند؛ اما میزان این جنبش در این سه حالت متفاوت از یکدیگر است. جنبش‌های نامنظم ذره‌ها (یا همان جنب و جوش) در حالت گازی شدیدتر از حالت مایع و حالت مایع نیز شدیدتر از حالت جامد است. هرچه میزان این جنبش‌های نامنظم بیشتر باشد، دمای آن ماده نیز بیشتر است. در واقع دما نشان‌دهنده میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی (انرژی ناشی از همین حرکت نامنظم) ذره‌های سازنده ماده هست. به دیگر سخن، دما نشان‌دهنده انرژی جنبشی یک ذره از ماده است به همین خاطر است که دما به جرم ماده بستگی ندارد؛ اما انرژی گرمایی هم‌ارز با مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده یک نمونه ماده است. پس با افزایش تعداد ذره‌ها (یا همان افزایش جرم) انرژی گرمایی نیز افزایش می‌یابد. علاوه بر جرم ماده، با افزایش میانگین انرژی جنبشی ذرات، انرژی گرمایی نیز افزایش می‌یابد. بنابر توضیحات داده شده، افزایش دما نیز موجب افزایش انرژی گرمایی می‌شود. در واقع دما معیاری برای سنجش مقدار انرژی گرمایی یک ذره از ماده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) انرژی گرمایی یک ماده یا همان مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن ماده به دما و جرم آن ماده بستگی دارد.
- (۳) دمای یک ماده نشان‌دهنده میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن ماده است. از آن جا که دمای دو نمونه ماده آب یکسان است، پس میانگین انرژی جنبشی ذره‌های آب موجود در دو ظرف باهم برابرند.

انرژی گرمایی یک ماده به دما و جرم آن ماده بستگی دارد و از آنجا که جرم (شمار مولکول‌ها) آب موجود در ظرف A از آب موجود در ظرف B بیشتر بوده و دمای دو نمونه آب با هم برابر است، انرژی گرمایی آب موجود در ظرف A بیشتر خواهد بود.



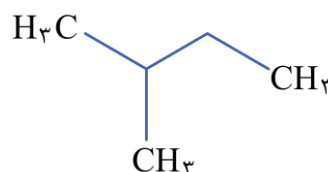
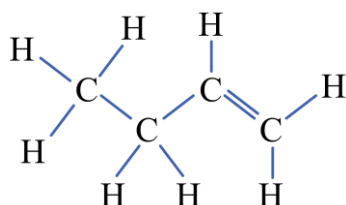
۵۸- کدام گزینه زیر درست است؟

- (۱) در صورت واکنش گاز اتن با برم مایع، محلول بی‌رنگ ۱،۲-دی‌برمواتن تشکیل می‌شود.
- (۲) شمار گروه‌های CH_3 در ۲-متیل بوتان از شمار گروه‌های CH_2 در ۱-بوتن، بیشتر است.
- (۳) شمار اتم‌های هیدروژن در بنزن با این شمار در چهارمین عضو از خانواده آلکین‌ها برابر است.
- (۴) نام ترکیب $CH_3C(CH_3)_2CH_2CH(CH_3)_2$ طبق قواعد آیوپاک به صورت ۲،۴،۴-متیل پنتان است.

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۴۰ - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

طبق فرمول ساختاری، در ۲-متیل بوتان، ۳ گروه CH_3 دیده می‌شود و در ساختار ۱-بوتن ۲ گروه CH_2 وجود دارد.

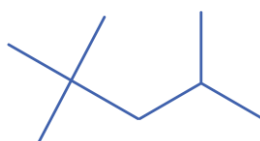


شمار اتم‌های متصل به هر اتم کربن در آلکان‌ها

شمار اتم‌های هیدروژن متصل به اتم کربن	شمار اتم‌های کربن متصل به اتم کربن	محل اتم کربن
۰	۴	در صورت اتصال دو شاخه فرعی هم‌زمان به یک اتم کربن
۱	۳	در صورت اتصال یک شاخه فرعی به اتم کربن
۲	۲	در وسط شاخه‌های فرعی و اصلی بدون اتصال به شاخه فرعی
۳	۱	انتهای شاخه فرعی و دو انتهای شاخه اصلی
۴	۰	تنها در متان

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) در صورت واکنش گاز اتن با برم مایع، رنگ قرمز محلول از بین می‌رود و فراورده واکنش ۱،۲-دی‌برمواتن است.
- (۳) بنزن با فرمول مولکولی (C_6H_6) ، در هر مولکول خود دارای ۶ اتم هیدروژن است و شمار اتم‌های هیدروژن آن با شمار اتم‌های هیدروژن در هر مولکول از بوتین (C_4H_6) که سومین عضو از خانواده آلکین‌ها است، برابر است.
- (۴) فرمول ساختاری ترکیب $CH_3C(CH_3)_2CH_2CH(CH_3)_2$ به صورت زیر است:



نام ترکیب فوق طبق قواعد آیوپاک به صورت ۲،۴،۴-تری‌متیل پنتان است.



۵۹- اگر نسبت جرم کربن دی اکسید تولید شده به جرم اکسیژن مصرف شده در واکنش سوختن اتن برابر 0.825 باشد، بازده این واکنش چند درصد است؟ ($C = 12, O = 16: g. mol^{-1}$)

(۴) ۹۰

(۳) ۸۰

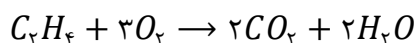
(۲) ۷۵

(۱) ۶۰

(متوسط - محاسباتی - سریع - صفحه ۴۱ - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۴

معادله واکنش سوختن اتن به صورت زیر است:



 راه حل مسئله

نسبت داده شده معادل کربن دی اکسید تولید شده عملی به ازای مصرف یک گرم گاز اکسیژن است. اگر جرم کربن دی اکسید تولید شده از یک گرم گاز اکسیژن به صورت نظری را حساب کنیم، می توانیم بازده درصدی واکنش را مشخص کنیم.

در این واکنش انتظار داریم به ازای مصرف ۳ مول اکسیژن دو مول کربن دی اکسید تولید شود. مطابق صورت سؤال، به ازای مصرف یک گرم اکسیژن در این واکنش 0.825 گرم کربن دی اکسید به صورت عملی تولید می شود. پس ابتدا جرم کربن دی اکسید تولید شده به صورت نظری از مصرف یک گرم اکسیژن در این واکنش را حساب می کنیم:

$$? g CO_2 = 1 g O_2 \times \frac{1 mol O_2}{32 g O_2} \times \frac{2 mol CO_2}{3 mol O_2} \times \frac{44 g CO_2}{1 mol CO_2} = \frac{11}{12} g$$

حال بازده درصدی واکنش را به دست می آوریم:

$$\text{بازده درصدی واکنش} = \frac{\text{جرم فراورده عملی}}{\text{جرم فراورده نظری}} \times 100 \Rightarrow R = \frac{0.825}{\frac{11}{12}} \times 100 = 90\%$$

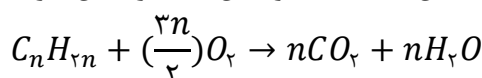
پس بازده درصدی این واکنش برابر ۹۰ درصد است.

۶۰- کدام مورد درباره ترکیبی آلی با فرمول مولکولی C_nH_{2n} به طور قطع درست است؟

- (۱) شمار گروه های CH_2 در این ترکیب با شمار اتم های کربن آن برابر است.
- (۲) می تواند با گاز هیدروژن واکنش دهد و تبدیل به یک هیدروکربن سیر شده شود.
- (۳) در اثر سوختن کامل مقداری از این ترکیب، مقدار (مول) برابری از آب و گاز کربن دی اکسید تولید می شود.
- (۴) شمار پیوندهای یگانه کربن-هیدروژن در این ترکیب، دو برابر شمار پیوندهای یگانه کربن-کربن در آن است.

(متوسط - مفهومی - استاندارد - صفحه ۴۳ - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۳

فرمول مولکولی C_nH_{2n} می تواند مربوط به یک آلکن یا یک سیکلوآلکان باشد. واکنش سوختن کامل این ترکیب طبق معادله زیر است:همان طور که مشخص است در اثر سوختن مقداری از این ترکیب، مقدار مولی برابری (n) از آب و گاز کربن دی اکسید تولید می شود.

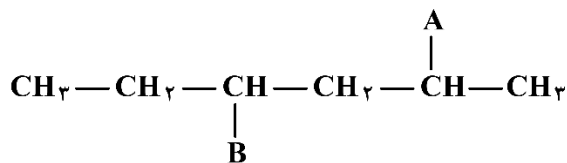
بررسی سایر گزینه ها:

- (۱) در سیکلوآلکان ها بر روی هر اتم کربن دو اتم هیدروژن وجود دارد، در نتیجه شمار گروه های CH_2 با شمار اتم های کربن در آن برابر است. اما این مورد برای آلکن ها درست نیست.
- (۲) آلکن ها به دلیل داشتن یک پیوند دوگانه کربن-کربن می توانند با گاز هیدروژن واکنش دهند و تبدیل به یک ترکیب سیر شده شوند. اما سیکلوآلکان ها سیر شده هستند و نمی توانند با گاز هیدروژن واکنش دهند.
- (۴) در یک سیکلوآلکان، شمار پیوندهای یگانه کربن-هیدروژن ($2n$) دو برابر شمار پیوندهای یگانه کربن-کربن (n) است. اما در آلکن ها این مورد درست نیست و شمار پیوندهای یگانه کربن-هیدروژن برابر با $2n$ و شمار پیوندهای یگانه کربن-کربن برابر با $n - 2$ است.



۶۱- کدام یک از گزینه‌های زیر جمله زیر را به درستی تکمیل نمی‌کند؟

«اگر در فرمول ساختاری زیر، شاخه فرعی A و شاخه فرعی B باشد، نام ترکیب مورد نظر طبق قواعد آیوپاک به صورت خواهد بود.»



- (۱) گروه متیل (CH_3) - گروه اتیل (C_2H_5) - ۴-اتیل-۲-متیل هگزان
- (۲) گروه اتیل (C_2H_5) - گروه اتیل (C_2H_5) - ۵-اتیل-۳-متیل هپتان
- (۳) گروه متیل (CH_3) - گروه متیل (CH_3) - ۴،۲-دی متیل هگزان
- (۴) گروه اتیل (C_2H_5) - گروه متیل (CH_3) - ۵،۳-دی متیل هپتان

(متوسط - مفهومی - زمان بر ۱ - صفحه ۳۹ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

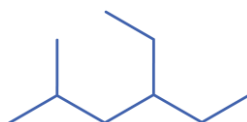
اگر هر دو شاخه فرعی، گروه اتیل باشند، فرمول ساختاری ترکیب به صورت زیر خواهد بود:



زنجیر اصلی این ترکیب ۷ کربنه است. فاصله شاخه فرعی از دو سمت مولکول یکسان بوده ولی از آن جا که شاخه اتیل بر متیل مقدم است شماره گذاری را از سمت چپ آغاز می‌کنیم و نام ترکیب طبق قواعد آیوپاک ۳-اتیل-۵-متیل هپتان است.

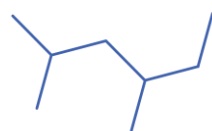
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ اگر شاخه فرعی A گروه متیل (CH_3) و شاخه فرعی B گروه اتیل (C_2H_5) باشد، فرمول ساختاری ترکیب به صورت زیر خواهد بود:



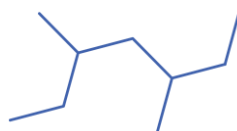
زنجیر اصلی این ترکیب ۶ کربنه است. از آن جا که از سمت چپ زودتر به شاخه فرعی می‌رسیم، شماره گذاری را از سمت چپ آغاز می‌کنیم. نام ترکیب فوق طبق قواعد آیوپاک ۴-اتیل-۲-متیل هگزان است.

۳ اگر هر دو شاخه فرعی گروه متیل باشند، فرمول ساختاری ترکیب به صورت زیر خواهد بود:



زنجیر اصلی این ترکیب ۶ کربنه است. از آن جا که از سمت چپ زودتر به شاخه فرعی می‌رسیم، شماره گذاری را از سمت چپ آغاز می‌کنیم. نام ترکیب فوق طبق قواعد آیوپاک ۴،۲-دی متیل هگزان است.

۴ اگر شاخه فرعی A گروه اتیل (C_2H_5) و شاخه فرعی B گروه متیل (CH_3) باشد، فرمول ساختاری ترکیب به صورت زیر خواهد بود:



زنجیر اصلی این ترکیب ۷ کربنه است. فاصله شاخه فرعی از دو سمت مولکول یکسان بوده و چون هر دو شاخه فرعی شاخه متیل هستند، تفاوتی نمی‌کند از کدام سمت شماره گذاری را آغاز کنیم. در نتیجه نام ترکیب طبق قواعد آیوپاک ۵،۳-دی متیل هپتان است.



۶۲- اگر نسبت حجم اکسیژن مصرف شده به حجم کربن دی‌اکسید تولید شده در واکنش سوختن یک هیدروکربن در دما و فشار ثابت،

برابر ۱/۲ باشد، درصد جرمی کربن در این هیدروکربن به تقریب چقدر است؟ ($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

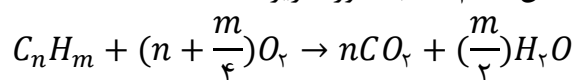
۸۷ (۴)

۹۴ (۳)

۸۹ (۲)

۹۱ (۱)

در واکنش سوختن یک مول از هیدروکربنی با n اتم کربن و m اتم هیدروژن، n مول کربن دی‌اکسید و $\frac{m}{4}$ مول آب تولید می‌شود و $n + \frac{m}{4}$ مول گاز اکسیژن مصرف می‌شود. معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



راه حل مسئله

به کمک نسبت میان مقدار اکسیژن مصرف شده و کربن دی‌اکسید تولید شده، نسبت مقدار n و m را مشخص کرده و بر این اساس درصد جرمی کربن را حساب می‌کنیم.

چون این واکنش در دما و فشار ثابت انجام می‌شود، نسبت حجمی گازها برابر نسبت مقداری آنها است.

قانون گازها

مطابق قانون گازها در دما و فشار مشخص، نسبت حجم دو گاز برابر نسبت مول آن دو گاز است:

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \xrightarrow{P_1=P_2, T_1=T_2} \frac{V_1}{n_1} = \frac{V_2}{n_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

پس در این واکنش نسبت مقدار گاز اکسیژن مصرف شده به مقدار گاز کربن دی‌اکسید تولید شده برابر است با:

$$A = \frac{n_{O_2}}{n_{CO_2}} \Rightarrow \frac{n + \frac{m}{4}}{n} = 1/2 \Rightarrow 12n = 10n + \frac{10}{4}m \Rightarrow 2n = \frac{10}{4}m \Rightarrow m = \frac{4}{5}n$$

پس فرمول شیمیایی هیدروکربن مورد نظر $C_n H_{\frac{4}{5}n}$ است. حال درصد جرمی کربن را حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{\text{جرم اتم‌های کربن}}{\text{جرم کل}} \times 100 \Rightarrow A = \frac{12n}{12n + \frac{4}{5}n} \times 100 = \frac{1200}{12/8} = \frac{12000}{128} = \frac{3000}{32} \approx 94\%$$

پس درصد جرمی کربن به تقریب برابر ۹۴ درصد است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

اگر جرم کربن دی‌اکسید تولید شده از سوختن ۵/۲۵ مول اتانول مطابق واکنش موازنه نشده $C_2H_5OH + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$ ، برابر جرم نمونه‌ای از یک آلکن باشد، برای سوختن کامل این نمونه از آلکن، چند گرم اکسیژن مصرف و چند مول بخار آب تولید می‌شود؟

($H = 1, C = 12, O = 16: g. mol^{-1}$)

$$33 - 1584 (4)$$

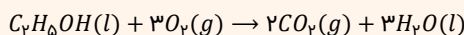
$$49/5 - 1584 (3)$$

$$49/5 - 1056 (2)$$

$$33 - 1056 (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

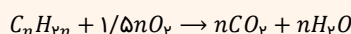
معادله موازنه شده سوختن اتانول به صورت زیر است:



ابتدا جرم کربن دی‌اکسید تولید شده در واکنش سوختن اتانول که برابر جرم نمونه آلکن مطرح شده است را محاسبه می‌کنیم:

$$? g CO_2 = 5/25 mol C_2H_5OH \times \frac{2 mol CO_2}{1 mol C_2H_5OH} \times \frac{44 g CO_2}{1 mol CO_2} = 462 g CO_2$$

بنابراین، جرم نمونه آلکن مطرح شده برابر ۴۶۲ گرم است. واکنش سوختن آلکن‌ها به صورت زیر است:



در انتها، جرم اکسیژن مورد نیاز برای سوختن آلکن و مقدار بخار آب تولید شده از این فرایند را به دست می‌آوریم:

$$? g O_2 = 462 g C_n H_{2n} \times \frac{1/2 n mol O_2}{1 mol C_n H_{2n}} \times \frac{32 g O_2}{1 mol O_2} = 1584 g O_2$$

$$? mol H_2O = 462 g C_n H_{2n} \times \frac{1 mol C_n H_{2n}}{14n g C_n H_{2n}} \times \frac{n mol H_2O}{1 mol C_n H_{2n}} = 33 mol$$

پس در این واکنش ۱۵۸۴ گرم اکسیژن مصرف و ۳۳ مول آب تولید می‌شود.



۶۳- کدام یک از عبارتهای زیر درست هستند؟

- الف - در برخی آلکانها، اتمهای کربن با چهار اتم دیگر پیوند دارند.
 ب - وازلین نسبت به آلکانی که دارای ۷۰ پیوند اشتراکی است، دارای گرانروی بیشتری است.
 ج - اختلاف جرم مولی بنزن با هگزان برابر با شمار اتمهای کربن در یک مولکول از نفتالن است.
 د - نسبت شمار پیوندهای $C-H$ به پیوندهای $C-C$ در چهارمین آلکان راست‌زنجیر مایع در دمای اتاق برابر با $\frac{18}{7}$ است.
- (۱) «الف» و «ج» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

پاسخ: گزینه ۴

(سخت - مفهومی - زمان بر ۱ - صفحه ۴۳ - ۱۱۰۱)

موارد «ب» و «د» درست هستند.

بررسی موارد:

- (الف) در همه آلکانها، تمام اتمهای کربن با چهار اتم دیگر (اتم کربن یا اتم هیدروژن) اتصال دارند.
 (ب) در یک آلکان $3n + 1$ پیوند اشتراکی وجود دارد، در نتیجه آلکانی با ۲۳ اتم کربن دارای ۷۰ پیوند اشتراکی است. وازلین با فرمول مولکولی $C_{25}H_{52}$ دارای شمار اتم کربن بیشتری نسبت به آلکان ۲۳ کربنه است، پس گرانروی بیشتری نیز خواهد داشت.
 (ج) جرم مولی بنزن (C_6H_6) و هگزان (C_6H_{14}) به ترتیب برابر با ۷۸ و ۸۶ گرم بر مول است. اختلاف جرم مولی این دو ترکیب برابر با ۸ گرم بر مول است و این عدد با شمار اتمهای هیدروژن موجود در نفتالن ($C_{10}H_8$) برابر است.
 (د) اولین آلکان مایع در دما و فشار اتاق پنتان است، در نتیجه چهارمین آلکان مایع اوکتان (C_8H_{18}) است. شمار پیوندهای $C-H$ و پیوندهای $C-C$ در یک آلکان به ترتیب برابر با $2n + 2$ و $n - 1$ است، پس شمار پیوندهای $C-H$ و پیوندهای $C-C$ در اوکتان به ترتیب برابر با ۱۸ و ۷ بوده و نسبت خواسته شده برابر با $\frac{18}{7}$ است.



۶۴- اگر هیدروکربنی با فرمول شیمیایی $C_{10}H_{18}$ در واکنش با بخار برم، رنگ این گاز را تغییر، به طور قطع در ساختار آن حلقه هیدروکربنی وجود

- (۱) ندهد - دارد (۲) ندهد - ندارد (۳) دهد - دارد (۴) دهد - ندارد

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - استدلالی - استاندارد ۱ - صفحه ۴۲ - ۱۱۰۱)

بیشترین تعداد هیدروژنی که یک هیدروکربن n کربنه در ساختار خود دارد، $2n + 2$ است که مربوط به یک آلکان n کربنه با فرمول شیمیایی C_nH_{2n+2} است. در یک هیدروکربن وجود پیوندهای دوگانه یا سه گانه و حلقه، تعداد اتمهای هیدروژن را کاهش می‌دهد. عدم واکنش یک هیدروکربن با بخار برم و عدم تغییر رنگ آن به معنای سیرشده بودن آن هیدروکربن است و یعنی در ساختار آن هیچ پیوند دوگانه یا سه گانه‌ای وجود ندارد. در این حالت تنها عاملی که موجب کاهش تعداد اتمهای هیدروژن نسبت به آلکان هم‌کربن خواهد شد، وجود حلقه است. در مقابل اگر ترکیب مورد نظر، با بخار برم واکنش دهد، یعنی ماده مورد نظر سیرنشده بوده و در ساختار آن پیوند چندگانه وجود دارد. در این حالت، نمی‌توان گفت تعداد کمتر هیدروژن نسبت به آلکان هم‌کربن به علت وجود فقط پیوند چندگانه است یا حلقه هم وجود دارد. (تنها استثنا زمانی است که فرمول شیمیایی هیدروکربن سیرنشده مورد نظر، C_nH_{2n} است که می‌دانیم این ترکیب یک آلکن بوده و در ساختار آن حلقه وجود ندارد.) به عنوان مثال این ترکیب ($C_{10}H_{18}$)، ۴ اتم هیدروژن کمتر از آلکان هم‌کربن ($C_{10}H_{22}$) خود دارد؛ در این حالت می‌توان گفت در ترکیب مورد نظر یک پیوند سه گانه یا دو پیوند دوگانه یا یک پیوند دوگانه و یک حلقه یا دو حلقه وجود دارد. اگر ترکیب مورد نظر سیرشده باشد، تنها حالت ممکن وجود دو حلقه است، اما اگر سیرنشده باشد، نمی‌توان گفت در ساختار آن حلقه وجود دارد یا ندارد.



۶۵- در طی آزمایش‌هایی طبق جدول زیر، انرژی حاصل از سوزاندن مواد مختلف صرف گرم کردن حجم مشخصی از آب شده است:

شماره آزمایش	ماده غذایی	مقدار تغییر دمای آب (°C)
۱	یک گرم گردو	۴
۲	دو گرم گردو	$\Delta\theta_2$
۳	دو گرم ماکارونی	$\Delta\theta_3$

کدام مورد درباره این آزمایش نادرست است؟ (حجم آب گرم‌شده در همه آزمایش‌ها برابر است و از اتلاف انرژی صرف نظر کنید).

(۱) علت متفاوت بودن مقادیر $\Delta\theta_2$ و $\Delta\theta_3$ در نوع ماده سوزانده شده است.

(۲) اگر دمای آغازین آب در آزمایش ۲ برابر با 22°C باشد، دمای انتهایی آن برابر با 28°C خواهد بود.

(۳) علت متفاوت بودن مقدار تغییر دمای آب در آزمایش ۱ با این مقدار در آزمایش ۲، در مقدار ماده سوزانده شده است.

(۴) اگر $\Delta\theta_3$ برابر با ۷ درجه سلسیوس باشد، در اثر سوختن مقدار برابری از این دو ماده غذایی انرژی آزاد شده از گردو بیشتر خواهد بود.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - استاندارد ۱ - صفحه ۵۵ - ۱۱۰۲)

از آن جا که در اثر سوختن یک گرم گردو مقدار تغییر دمای آب برابر 4°C است، پس در اثر سوختن ۲ گرم گردو مقدار تغییر دمای آب برابر با 8°C خواهد بود. در نتیجه اگر دمای آغازین آب در آزمایش ۲ برابر با 22°C باشد، دمای انتهایی آن باید به 30°C برسد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) این آزمایش‌ها نشان‌دهنده اثر نوع و مقدار ماده بر انرژی آن هستند. از آن جا که در آزمایش ۲ و ۳ جرم مواد سوزانده شده برابر است، علت متفاوت بودن مقدار انرژی آزادشده در این دو آزمایش در نوع ماده سوزانده شده است.

۲) چون در آزمایش ۱ و ۲ مقادیر متفاوتی از گردو سوزانده شده است، مقدار انرژی متفاوتی هم در دو آزمایش آزاد شده است. پس علت متفاوت بودن مقدار تغییر دمای آب در آزمایش ۱ و ۲، در مقدار ماده سوزانده شده است.

۳) طبق محاسبات انجام‌شده در گزینه دوم، $\Delta\theta_2$ برابر با 8°C بوده و $\Delta\theta_3$ برابر با 7°C فرض شده است. از آن جا که در اثر سوختن مقدار برابری از گردو و ماکارونی مقدار تغییر دما در آزمایش ۲ بیشتر است، پس سوختن مقداری گردو می‌تواند انرژی بیشتری نسبت به سوختن همان جرم از ماکارونی تولید کند.



۶۶- اگر جرم مولی آلکان X ، ۵۶ گرم از آلکان Y بیشتر باشد و نسبت اختلاف شمار اتم‌های کربن با شمار اتم‌های هیدروژن در آلکان X به این مقدار در آلکان Y برابر با $1/8$ باشد، شمار پیوندهای اشتراکی در یک مولکول از آلکنی که تعداد اتم‌های کربن آن با آلکان X برابر بوده، کدام است؟ ($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

۱۴ (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - محاسباتی - استاندارد ۱ - صفحه ۴۰ - ۱۱۰۱)

جرم مولی یک آلکان با فرمول مولکولی (C_nH_{2n+2}) برابر $14n + 2$ است و از آن جا که جرم مولی آلکان X ۵۶ گرم از آلکان Y بیشتر است، داریم:

$$M_X - M_Y = 14n_X + 2 - (14n_Y + 2) = 56 \Rightarrow 14(n_X - n_Y) = 56 \Rightarrow (n_X - n_Y) = 4$$

در نتیجه اختلاف شمار اتم‌های کربن در این دو آلکان برابر ۴ است. نسبت اختلاف شمار اتم‌های کربن با شمار اتم‌های هیدروژن در آلکان X به این مقدار در آلکان Y برابر است با:

$$\frac{(2n_X + 2) - n_X}{(2n_Y + 2) - n_Y} = 1/8 \Rightarrow \frac{n_X + 2}{n_Y + 2} = 1/8 \Rightarrow n_X + 2 = 1/8n_Y + 3/6 \Rightarrow n_X - 1/8n_Y = 1/6$$

با توجه به آن که شمار اتم‌های کربن X ، ۴ عدد بیشتر از Y است، شمار اتم‌های کربن X و Y را حساب می‌کنیم:

$$n_X - 1/8n_Y = 1/6 \Rightarrow (n_Y + 4) - 1/8n_Y = 1/6 \Rightarrow 7/8n_Y = 2/4 \Rightarrow n_Y = 3 \Rightarrow n_X = 7$$

پس به ترتیب آلکان X و Y ، هفت کربنه و سه کربنه هستند. فرمول مولکولی آلکنی هم کربن با آلکان X به صورت C_7H_{14} (هپتن) است.

جدول زیر، تعداد پیوندهای اشتراکی در آلکان‌ها، آلکین‌ها و به‌طور کلی هیدروکربن‌ها را نشان می‌دهد.

هیدروکربن	پیوند $C - C$	پیوند میان اتم‌های کربن	پیوند $C - H$	کل پیوندها
آلکان	$n - 1$	$n - 1$	$2n + 2$	$3n + 1$
آلکن	$n - 2$	n	$2n$	$3n$
آلکین	$n - 2$	$n + 1$	$2n - 2$	$3n - 1$
سیکلوآلکان	n	n	$2n$	$3n$
C_nH_m	-	$2n - \frac{m}{2}$	m	$2n + \frac{m}{2}$

شمار پیوندهای اشتراکی در یک آلکن برابر $3n$ است. در نتیجه شمار پیوندهای اشتراکی در هپتن برابر با ۲۱ خواهد بود.



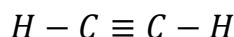
۶۷- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) یکی از کاربردهای گاز استیلن، استفاده از آن در برش کاری فلزها است.
- (۲) در ساختار ۲-بوتن هر اتم کربن به تعداد متفاوتی اتم هیدروژن متصل است.
- (۳) در نام آیوپاک همه هیدروکربن‌های حلقوی، پیشوند «سیکلو» دیده می‌شود.
- (۴) اتین آزادشده از میوه‌های رسیده موجب رسیدن میوه‌های نارس خواهد شد.

(متوسط - خط به خط - سریع ⁺ - صفحه ۴۳ - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

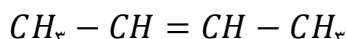
گاز مورد استفاده هم در جوشکاری و هم در برش فلزها، گاز اتین با ساختار زیر است:



این ماده نخستین عضو خانواده آلکین‌ها است. در گذشته به این گاز، استیلن گفته می‌شد. به علت گرمای بالای شعله این ماده در هنگام سوختن برای جوشکاری و برشکاری این گاز سوزانده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲-بوتن نام آلکنی با ۴ اتم کربن است که بر اتم کربن دوم آن، پیوند دوگانه وجود دارد. پس ساختار این ماده به صورت زیر است:



اولین و چهارمین و همچنین دومین و سومین اتم کربن در این هیدروکربن به تعداد اتم‌های هیدروژن مشابه‌ای متصل هستند.

۳-سیکلو (Cyclo) پیشوندی به معنای حلقوی است که برای نام‌گذاری برخی از ترکیبات آلی حلقوی به کار می‌رود. به‌عنوان مثال به هیدروکربن‌های سیرشده با یک حلقه کربنی، سیکلوآلکان می‌گویند. اما از پسوند سیکلو در نام‌گذاری ترکیباتی مانند بنزن و نفتالن استفاده نمی‌شود.

۴- اتن که اولین عضو خانواده آلکن‌ها است، در بیشتر گیاهان وجود دارد. موز و گوجه‌فرنگی رسیده گاز اتن آزاد می‌کنند. اتن آزادشده از میوه‌ها می‌تواند باعث رسیدن سریع‌تر میوه‌های نارس شود، از این رو گاز اتن در کشاورزی به‌عنوان عمل آورنده استفاده می‌شود. نام دیگر این هیدروکربن، اتیلن بوده و اتین اولین عضو خانواده آلکین‌ها است.



۶۸- اگر در یک مول از یک آلکن $4/816 \times 10^{24}$ اتم هیدروژن وجود داشته باشد، چند گرم از این آلکن توسط ۹ گرم گاز هیدروژن سیر

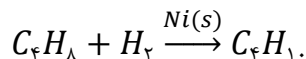
می‌شود و کاتالیزگر فلزی این واکنش در کدام گروه جدول دوره‌ای قرار دارد؟ ($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

- (۱) ۲۵۲ - هشتم (۲) ۱۲۶ - هشتم (۳) ۲۵۲ - دهم (۴) ۱۲۶ - دهم

ابتدا آلکن (C_nH_{2n}) مورد نظر را با توجه به تعداد اتم‌های هیدروژن در هر مول، پیدا می‌کنیم:

$$? atom H = 1 mol C_nH_{2n} \times \frac{2n mol H}{1 mol C_nH_{2n}} \times \frac{6.02 \times 10^{23} atom}{1 mol H} = 4.816 \times 10^{24} atom \Rightarrow 2n = 8 \Rightarrow n = 4$$

در نتیجه آلکن مورد نظر چهارکربنه بوده و معادله واکنش این آلکن (C_4H_8) با گاز هیدروژن به صورت زیر است:



حال جرمی از این آلکن را که با ۹ گرم گاز هیدروژن واکنش می‌دهد، محاسبه می‌کنیم:

$$? g C_4H_8 = 9 g H_2 \times \frac{1 mol H_2}{2 g H_2} \times \frac{1 mol C_4H_8}{1 mol H_2} \times \frac{56 g C_4H_8}{1 mol C_4H_8} = 252 g$$

در نتیجه در این واکنش ۲۵۲ گرم از این آلکن مصرف می‌شود. همچنین همان‌طور که در معادله واکنش مشخص است، کاتالیزگر این واکنش فلز نیکل (Ni) بوده که در گروه دهم جدول تناوبی قرار دارد.



۶۹- کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

- (۱) در شرایط یکسان، چگالی هوا در ظهر از چگالی هوا در شب بیشتر است.
- (۲) کاهش جرم خورشید به‌عنوان تنها منبع حیات‌بخش انرژی، نشان‌دهنده تبدیل ماده به انرژی است.
- (۳) جنبش‌های نامنظم ذره‌های بخار آب $100^\circ C$ بیشتر از جنبش‌های نامنظم ذره‌های آب در دمای $100^\circ C$ است.
- (۴) دما کمیتی است که علاوه بر میزان سردی و گرمی یک نمونه ماده، میانگین تندی ذره‌های سازنده آن را نشان می‌دهد.

پاسخ: گزینه ۱

(آسان - خط به خط - استاندارد ۱ - صفحه ۵۷ - ۱۱۰۲)

دمای هوا در هنگام ظهر بیشتر از دمای هوا در هنگام شب است، در نتیجه جنب و جوش ذره‌های هوا در هنگام ظهر بیشتر است و حجم بیشتری نیز خواهد داشت. طبق فرمول چگالی ($\rho = \frac{جرم}{حجم}$) با افزایش حجم، چگالی کاهش می‌یابد. پس در شرایط یکسان، چگالی هوا در ظهر از چگالی هوا در شب کمتر است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۲) انرژی از راه‌های گوناگون با ماده ارتباط دارد؛ آن چنان که کاهش جرم خورشید به‌عنوان تنها منبع حیات‌بخش انرژی، تبدیل ماده به انرژی را تأیید می‌کند.
- (۳) جنبش‌های نامنظم ذره‌های یک ماده به دما و حالت فیزیکی ماده بستگی دارد. ذره‌های سازنده بخار آب $100^\circ C$ و آب $100^\circ C$ دمای یکسانی دارند ولی از آن جا که بخار آب به حالت گازی وجود دارد، جنب و جوش ذره‌های سازنده آن بیشتر خواهد بود.
- (۴) دما کمیتی است که افزون بر میزان سردی و گرمی یک نمونه ماده، از میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن خبر می‌دهد.



۷۰- ترکیب A از جایگزینی یکی از اتم‌های هیدروژن بنزن با یک شاخه فرعی آلکیلی به دست می‌آید. اگر ۲۷ گرم از ترکیب A در واکنش با یک گرم گاز هیدروژن به یک ترکیب سیرشده تبدیل شود، در ساختار این شاخه آلکیلی چند اتم کربن وجود دارد؟ (گروه آلکیل گونه‌ای است که با برداشتن یک اتم هیدروژن از یک مولکول آلکان به دست می‌آید و فرمول شیمیایی آن C_nH_{2n+1} است.

$$(H = 1, C = 12: g.mol^{-1})$$

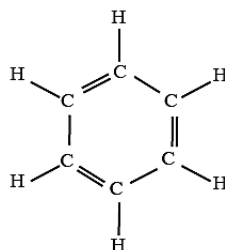
۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

ساختار بنزن به صورت زیر است.



اگر یکی از هیدروژن‌های بنزن را حذف کنیم، C_6H_5 باقی می‌ماند و اگر گروهی آلکیل با فرمول شیمیایی C_nH_{2n+1} به آن وصل کنیم در نهایت ترکیبی با فرمول شیمیایی $C_{n+6}H_{2n+6}$ حاصل می‌شود. در این ترکیب در بخش باقی مانده از بنزن ۳ پیوند دوگانه وجود دارد اما در بخش آلکیلی هیچ پیوند دوگانه یا چندگانه‌ای وجود ندارد. (زیرا این گروه تنها در یک اتم هیدروژن با آلکان‌ها تفاوت دارد). پس هر مول از این ماده با ۳ مول گاز هیدروژن، معادل ۶ گرم، واکنش می‌دهد. پس اگر جرمی از این ماده را که با ۶ گرم گاز هیدروژن به ترکیبی سیر شده تبدیل می‌شود، محاسبه کنیم، برابر جرم مولی آن خواهد بود. بر این اساس داریم:

$$? g C_{n+6}H_{2n+6} = 6 g H_2 \times \frac{27 g C_{n+6}H_{2n+6}}{1 g H_2} = 162 g$$

حال مقدار n را حساب می‌کنیم:

$$12(n+6) + 1(2n+6) \Rightarrow 14n + 78 = 162 \Rightarrow 14n = 84 \Rightarrow n = 6$$

پس در آلکیل مورد نظر ۶ اتم کربن وجود دارد.



شب امتحان حوصله نداری دیگه درس بخونی؟! خب درساتو گوش کن!

✓ پادکست های شب امتحان، ویژه مرور و یادگیری
دروس و نکات مهم در لحظات آخر قبل امتحان



اسکن کن!

برای دریافت
روی لینک بزن!
digimaze.org



دیجی ماز