



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



۲
نیم سال دوم

☐☐☐☐☐☐☒☒

ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۷ اسفندماه ۱۴۰۴

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۵۵ دقیقه	۳۰ سؤال ۵۵ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

آمار و احتمال

احتمال
(کل درس ۳: احتمال شرطی)
صفحه های ۴۸ تا ۶۲

سهم در کنکور: ۱ سؤال

هندسه ۲

تبدیل های هندسی و کاربردها
(تبدیل های هندسی از ابتدای انتقال
تا انتهای درس ۱)
صفحه های ۳۸ تا ۴۹

سهم در کنکور: —

حسابان ۱

توابع نمایی و لگاریتم
(از ابتدای تابع لگاریتمی و لگاریتم
تا انتهای فصل ۳)
مثلثات (رادیان)
صفحه های ۸۰ تا ۹۷

سهم در کنکور: ۲ سؤال

شیمی ۲

در پی غذای سالم
(از ابتدای آنتالپی
همان محتوای انرژی است
تا انتهای جمع پذیری گرمای واکنش ها،
قانون هس)
صفحه های ۶۵ تا ۷۷

سهم در کنکور: ۲ سؤال

فیزیک ۲

جریان الکتریکی
و مدارهای جریان مستقیم
(تا پایان فصل دوم)
صفحه های ۶۷ تا ۸۲

سهم در کنکور: ۳ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

اگر قصد داری از نیمه دوم سال شروع کنی و با موفقیت همه رو شگفت زده کنی، این برنامه برای توئه!

گام اول (گرم کردن با آزمون ۹ بهمن):

با استفاده از مطالعه ای که برای امتحانات نیمسال اول داشته اید، در آزمون ۹ بهمن شرکت کنید و فقط به دید تمرین برای شروع (گرم کردن اولیه) به این آزمون نگاه کنید.

گام دوم (شروع پرانرژی در بهمن و اسفند):

در آزمون های ۲۳ بهمن، ۷ اسفند و ۲۱ اسفند، به مطالب سه هشتم ابتدایی نیمسال دوم مسلط می شوید.

گام سوم (جبران نیمسال اول در فرصت طلایی نوروز):

از ۲۲ اسفند تا ۶ فروردین، به جبران، مرور و جمع بندی نیمسال اول می پردازید و با آزمون ۶ فروردین به مطالب نیمسال اول مسلط می شوید.

گام چهارم (تکمیل یادگیری نیمسال دوم بعد از ایام نوروز):

از ۷ فروردین تا ۲۴ اردیبهشت، به مطالب پنج هشتم پایانی نیمسال دوم مسلط می شوید و با آمادگی کامل به استقبال امتحانات خرداد ماه می روید.

گام پنجم (بهترین پایان برای سال تحصیلی):

تکمیل یادگیری و جمع بندی کامل برای ورود پر قدرت به سال تحصیلی بعد؛ آزمون جامع کل پایه در ۲۸ خردادماه



۱- اگر $\log_3^a = 2$ باشد، $\log_a^{\frac{1}{9}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۲- خط $g(x) = 1000$ نمودار تابع $f(x) = k^x$ را در نقطه‌ای با طول $-\frac{3}{4}$ قطع می‌کند. مقدار $\log(10k)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۱

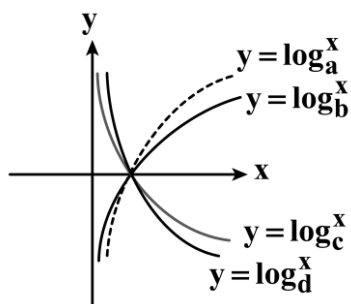
۳- اگر $a = \log 2$ و $b = \log 3$ باشد، حاصل $\log \frac{9}{8}$ کدام است؟

- (۱) $2b - 3a$ (۲) $3b - 2a$ (۳) $\frac{2b}{3a}$ (۴) $\frac{3b}{2a}$

۴- اگر $\log_{24}^2 k = \frac{1}{5} + 3k$ و $\log_{24}^2 = \frac{1}{5} + 3k$ باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) $0/28$ (۲) $0/24$ (۳) $0/2$ (۴) $1/8$

۵- با توجه به نمودار مقابل، کدام رابطه درست است؟



(۱) $a > b > c > d$

(۲) $a > b > d > c$

(۳) $b > a > c > d$

(۴) $b > a > d > c$

۶- اگر $\log_a^2 > \log_a^3$ باشد، $\log a$ کدام یک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱۰ (۲) $0/1$ (۳) -۱ (۴) ۱

۷- اگر ریشه معادله $\log(1-x) + \log(4-x) = 1$ باشد، حاصل $\log_4^{(\alpha+2)} - \alpha$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۳

محل انجام محاسبات

۸- مقدار ۴۰ گرم از یک عنصر موجود است. اگر این عنصر در هر مدت زمان ۲۰ روزه $\frac{1}{5}$ جرم باقی مانده را از دست بدهد،

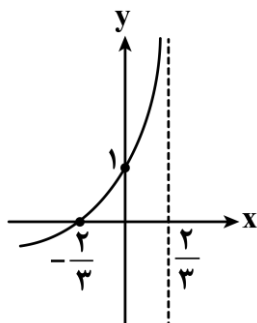
پس از چند روز ۵ گرم از این عنصر باقی می ماند؟ ($\log_2 = 0.3$)

(۴) ۳۶۰

(۳) ۳۲۰

(۲) ۱۸۰

(۱) ۱۶۰



۹- شکل مقابل، نمودار تابع $f(x) = 2 - \log_c(ax+b)$ است. $f(\frac{5}{8})$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

۱۰- اگر $\log_9^{12} = k$ باشد، حاصل $\log_{18}^{11}$ کدام است؟

(۴) $\frac{4}{2k+3}$ (۳) $\frac{4}{k+3}$ (۲) $\frac{8}{3k+2}$ (۱) $\frac{8}{2k+3}$

۱۱- حاصل عبارت $\log_0^{1/3} \log_3^{1/2} - (\log_3 2)^2$ کدام است؟

(۴) -۳

(۳) ۳

(۲) -۱

(۱) ۱

محل انجام محاسبات

۱۲- اگر $\log_b^a = n$ باشد، حاصل $\log_{ab}^a b$ کدام است؟

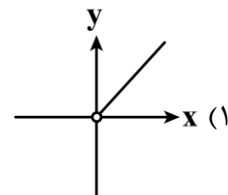
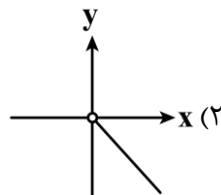
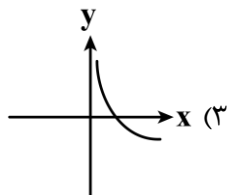
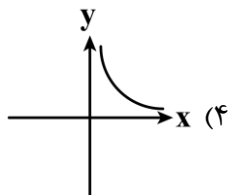
(۴) $\frac{2n+1}{3n+1}$

(۳) $\frac{n+2}{3n+1}$

(۲) $\frac{3n+1}{n+2}$

(۱) $\frac{2n+1}{n+3}$

۱۳- نمودار تابع $f(x) = \left(\frac{2}{5}\right)^{\log_{2/5}^x}$ به کدام صورت است؟



۱۴- اگر $x=3$ یکی از ریشه‌های معادله $\log_x^a - \log_{\sqrt{a}}^x = 1$ و $0 < a < 1$ باشد، ریشه دیگر معادله کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۳) $\sqrt{3}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) ۹

۱۵- انتهای کمان ۳ رادیان و ۵ رادیان به ترتیب در کدام ربع دایره مثلثاتی قرار دارند؟

(۴) دوم و چهارم

(۳) سوم و سوم

(۲) سوم و چهارم

(۱) دوم و سوم

۱۶- در دایره‌ای به شعاع $1/5$ ، طول کمان روبه‌رو به زاویه θ رادیان، برابر $\frac{\pi}{4}$ است. زاویه $\theta - \frac{4\pi}{9}$ رادیان، برابر چند درجه است؟

(۴) 27°

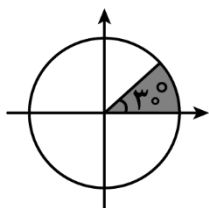
(۳) 18°

(۲) 24°

(۱) 20°

محل انجام محاسبات

۱۷- در شکل مقابل، مساحت قسمت رنگی برابر $\frac{\pi}{3}$ است. محیط این قسمت تقریباً چقدر است؟ ($\pi \approx 3$)



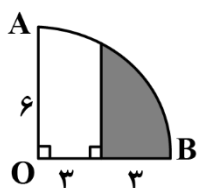
(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

۱۸- در ربع دایره شکل مقابل، محیط ناحیه رنگی چقدر از $3\sqrt{3}$ بیشتر است؟



$$\frac{5}{2}(1 + \pi) \quad (2)$$

$$3 + \frac{5\pi}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}(5 + 3\pi) \quad (4)$$

$$3 + 2\pi \quad (3)$$

۱۹- حاصل عبارت $A = [\cos 1] - [\cos 2] + [\sin 3]$ کدام است؟ ($[\]$ نماد جزء صحیح است و زوایا برحسب رادیان هستند.)

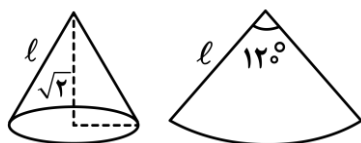
(۴) ۲

(۳) -۱

(۲) ۱

(۱) صفر

۲۰- شکل فضایی و نیز شکل گسترده یک مخروط به ارتفاع $\sqrt{2}$ داده شده است. مساحت شکل گسترده کدام است؟



$$\frac{\pi}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{4} \quad (1)$$

$$\pi \quad (4)$$

$$\frac{3\pi}{4} \quad (3)$$

۲۱- مربع ABCD به ضلع ۱۲ را تحت بردار $\vec{W}$ منتقل می‌کنیم تا به مربع $A'B'C'D'$ برسیم. اگر A' روی ضلع BC قرار گرفته و $A'C = 7$ باشد، آن‌گاه طول بردار $\vec{W}$ برابر کدام است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۸

(۲) ۱۳

(۱) ۱۰

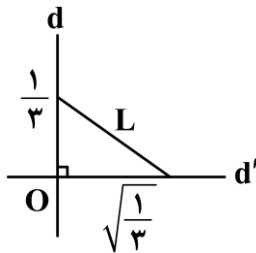
محل انجام محاسبات

۲۲- مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$) مفروض است. تحت کدام تبدیل، تصویر مثلث بر خودش منطبق می شود؟

(۱) دوران به مرکز A با زاویه $\hat{A}$ (۲) بازتاب نسبت به ارتفاع AH

(۳) دوران به مرکز A با زاویه $\frac{\hat{A}}{2}$ (۴) بازتاب نسبت به ارتفاع CH

۲۳- مجانس خط L به مرکز O و نسبت تجانس $\sqrt{1+\sqrt{3}}$ را خط L' می نامیم. مساحت ناحیه بین خط L و L' و خطوط d و d' برابر کدام است؟



(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{5}$

(۳) $\frac{1}{6}$

(۴) $\frac{1}{3}$

۲۴- در مثلث ABC به طول اضلاع $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ و $\frac{5}{6}$ ، نقطه O مرکز دایره محاطی داخلی است. اگر مثلث $A'B'C'$ انتقال

یافته مثلث ABC تحت بردار $\overrightarrow{AO}$ و مثلث $A''B''C''$ مجانس مثلث $A'B'C'$ به مرکز O با نسبت $-\frac{\sqrt{2}}{5}$ باشد،

مساحت مثلث $A''B''C''$ برابر کدام است؟

(۴) $\frac{6}{125}$

(۳) $\frac{3}{125}$

(۲) $\frac{6}{25}$

(۱) $\frac{2}{25}$

۲۵- محیط و مساحت یک دوزنقه هم محاطی و هم محیطی به ترتیب 30 و 45 است. اگر قاعده بزرگ مجانس قاعده کوچک

باشد، فاصله مرکز تجانس مستقیم و مرکز تجانس معکوس قاعده ها کدام است؟

(۴) $3/8$

(۳) $3/6$

(۲) $3/2$

(۱) $2/8$

محل انجام محاسبات

۲۶- در یک اتاق ۷ دانشجو و ۱۹ دانش آموز قرار دارند که ۳ نفر از دانشجوها و ۸ نفر از دانش آموزان دختر هستند. این افراد یکی یکی و به تصادف از اتاق خارج می شوند. احتمال آن که اولین دانشجوی خارج شده پسر باشد، چقدر است؟

$$(1) \frac{7}{26} \quad (2) \frac{4}{26} \quad (3) \frac{4}{7} \quad (4) \frac{7}{19}$$

۲۷- تاسی را پرتاب و به تعداد عدد رو شده سکه پرتاب می کنیم. احتمال آن که تعداد «رو»های ظاهر شده بیش تر از تعداد «پشت»های ظاهر شده باشد، کدام است؟

$$(1) \frac{61}{144} \quad (2) \frac{77}{192} \quad (3) \frac{71}{192} \quad (4) \frac{65}{144}$$

۲۸- جعبه ای شامل ۱۰ کارت است که دو تا از آن ها هر دو رو قرمز، سه تا از آن ها هر دو رو آبی و بالاخره پنج کارت دیگر چنان است که یک رو قرمز و یک رو آبی است. کارتی به تصادف انتخاب و به یک روی آن نگاه می کنیم. اگر روی دیده شده قرمز باشد، احتمال آن که کارتی دو رو قرمز بوده باشد، کدام است؟

$$(1) \frac{2}{7} \quad (2) \frac{2}{9} \quad (3) \frac{4}{9} \quad (4) \frac{3}{7}$$

۲۹- اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، آنگاه کدام یک از تساوی های زیر برقرار است؟

$$(1) P(C|A \cup B) = P(C|A) + P(C|B) \quad (2) P(C|A - B) = P(C|A) - P(C|B) \\ (3) P(A \cup B|C) = P(A|C) + P(B|C) \quad (4) P(A - B|C) = P(A|C) - P(B|C)$$

۳۰- علی و سامان به ترتیب صاحب ۴ و ۳ فرزند هستند. اگر بدانیم تعداد دختران سامان از تعداد دختران علی بیش تر است، آنگاه احتمال آن که تعداد دختران سامان بیش تر از تعداد پسرانش باشد، کدام است؟

$$(1) \frac{1}{2} \quad (2) \frac{13}{18} \quad (3) \frac{23}{26} \quad (4) \frac{26}{29}$$

محل انجام محاسبات





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز پایه یازدهم



۲/۸ نیم سال دوم



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۲

پنجشنبه ۷ اسفندماه ۱۴۰۴

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	فیزیک	۲۰	۳۱	۵۰	۲۵ دقیقه	۴۰ سؤال
۲	شیمی	۲۰	۵۱	۷۰	۲۰ دقیقه	۴۵ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

آمار و احتمال

احتمال
(کل درس ۳: احتمال شرطی)
صفحه های ۴۸ تا ۶۲

سهم در کنکور: ۱ سؤال

هندسه ۲

تبدیل های هندسی و کاربردها
(تبدیل های هندسی از ابتدای انتقال
تا انتهای درس ۱)
صفحه های ۳۸ تا ۴۹

سهم در کنکور: —

حسابان ۱

توابع نمایی و لگاریتم
(از ابتدای تابع لگاریتمی و لگاریتم
تا انتهای فصل ۳)
مثلثات (رادیان)
صفحه های ۸۰ تا ۹۷

سهم در کنکور: ۲ سؤال

شیمی ۲

در پی غذای سالم
(از ابتدای آنتالپی
همان محتوای انرژی است
تا انتهای جمع پذیری گرمای واکنش ها،
قانون هس)
صفحه های ۶۵ تا ۷۷

سهم در کنکور: ۲ سؤال

فیزیک ۲

جریان الکتریکی
و مدارهای جریان مستقیم
(تا پایان فصل دوم)
صفحه های ۶۷ تا ۸۲

سهم در کنکور: ۳ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

اگر قصد داری از نیمه دوم سال شروع کنی و با موفقیت همه رو شگفت زده کنی، این برنامه برای توئه!

گام اول (گرم کردن با آزمون ۹ بهمن):

با استفاده از مطالعه ای که برای امتحانات نیمسال اول داشته اید، در آزمون ۹ بهمن شرکت کنید و فقط به دید تمرین برای شروع (گرم کردن اولیه) به این آزمون نگاه کنید.

گام دوم (شروع پرانرژی در بهمن و اسفند):

در آزمون های ۲۳ بهمن، ۷ اسفند و ۲۱ اسفند، به مطالب سه هشتم ابتدایی نیمسال دوم مسلط می شوید.

گام سوم (جبران نیمسال اول در فرصت طلایی نوروز):

از ۲۲ اسفند تا ۶ فروردین، به جبران، مرور و جمع بندی نیمسال اول می پردازید و با آزمون ۶ فروردین به مطالب نیمسال اول مسلط می شوید.

گام چهارم (تکمیل یادگیری نیمسال دوم بعد از ایام نوروز):

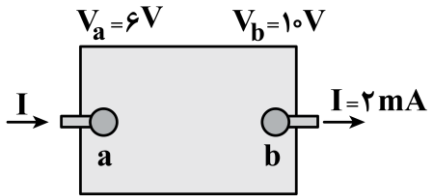
از ۷ فروردین تا ۲۴ اردیبهشت، به مطالب پنج هشتم پایانی نیمسال دوم مسلط می شوید و با آمادگی کامل به استقبال امتحانات خرداد ماه می روید.

گام پنجم (بهترین پایان برای سال تحصیلی):

تکمیل یادگیری و جمع بندی کامل برای ورود پر قدرت به سال تحصیلی بعد؛ آزمون جامع کل پایه در ۲۸ خردادماه



- ۳۱- شکل زیر، یک جزء از مدار است که اختلاف پتانسیل الکتریکی، بین دو سر آن برقرار است. توان الکتریکی این جزء از مدار چند میلی وات است؟



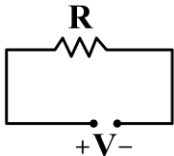
۱۲ (۲)

۸ (۱)

۱۶ (۴)

۱۰ (۳)

- ۳۲- در مدار شکل زیر، مقدار مقاومت الکتریکی R که به اختلاف پتانسیل الکتریکی ثابتی وصل است، چند اهم باشد تا در اثر عبور 60°C بار الکتریکی در مدت زمان 12s از یک سطح مقطع مشخص آن، 1200J گرما تولید شود؟ (اثر دما بر مقاومت الکتریکی R ناچیز است.)



۱ (۲)

۴ (۱)

۶ (۴)

۲ (۳)

- ۳۳- مقاومت الکتریکی یک سیم فلزی برابر با 24Ω است. 60% درصد از طول سیم را بریده و دور می اندازیم و 40% درصد باقی مانده را از دستگاهی عبور می دهیم تا بدون کاهش جرم، آن را به طور یکنواخت نازک کرده و طولش را به نصف طول سیم اولیه قبل از بریده شدن برسانند. اگر سیم جدید را به اختلاف پتانسیل الکتریکی 12V متصل کنیم، توان مصرفی آن چند وات می شود؟ (دمای سیم را ثابت در نظر بگیرید.)

۹۶ (۴)

۶ (۳)

۹/۶ (۲)

۶۰ (۱)

- ۳۴- بر روی یک لامپ رشته ای، اعداد 220V و 100W نوشته شده است. چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد این لامپ نادرست است؟

الف- هنگامی که لامپ خاموش بوده و در دمای اتاق قرار دارد، مقاومت الکتریکی آن 484Ω است.

ب- اگر این لامپ را به ولتاژهای کمتر از 220V وصل کنیم، توان مصرفی آن برابر با 100W می شود.

ج- اگر این لامپ را به ولتاژهای بیشتر از 220V وصل کنیم، ممکن است لامپ بسوزد.

۳ (۴)

۲ (۳)

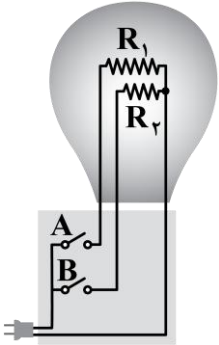
۱ (۲)

صفر (۱)

محل انجام محاسبات

۳۵- یک لامپ سه‌راهه $220V$ که دو رشته دارد، مطابق شکل برای کار در سه توان مختلف ساخته شده است. کمترین و

بیشترین توان مصرفی این لامپ به ترتیب $75W$ و $225W$ است. نسبت $\frac{R_2}{R_1}$ کدام گزینه می‌تواند باشد؟



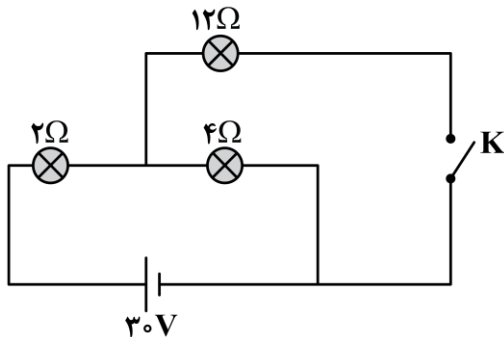
(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۶

۳۶- در مدار شکل زیر، با بسته شدن کلید K ، توان مصرفی لامپ رشته‌ای ۲ اهمی چند وات و چگونه تغییر می‌کند؟ (دمای لامپ‌ها را ثابت در نظر بگیرید.)



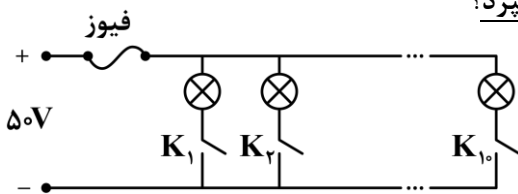
(۱) ۱۲ و کاهش

(۲) ۱۲ و افزایش

(۳) ۲۲ و افزایش

(۴) ۲۲ و کاهش

۳۷- در شکل زیر، ۱۰ لامپ رشته‌ای مشابه 100 وات با آرایش نشان داده شده، در مدار قرار گرفته‌اند. اگر فیوز، $15A$ باشد، حداکثر چه تعداد از کلیدها را می‌توانیم وصل کنیم تا فیوز نیپرد؟



(۱) ۹

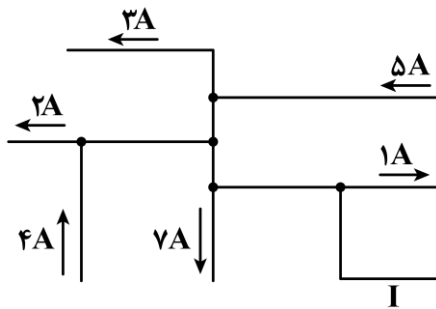
(۲) ۸

(۳) ۶

(۴) ۷

محل انجام محاسبات

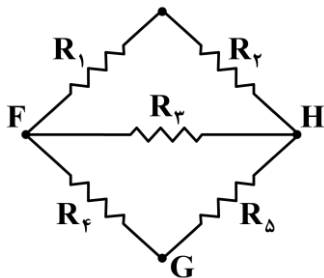
۳۸- شکل زیر، بخشی از یک مدار را نشان می‌دهد. بزرگی و جهت جریان I در سیم پایین سمت راست، چند آمپر و در چه جهتی است؟



- (۱) ۴ و $\rightarrow$
(۲) ۴ و $\leftarrow$
(۳) ۲ و $\leftarrow$
(۴) ۲ و $\rightarrow$

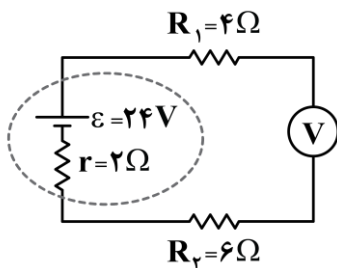
۳۹- در سیم‌کشی منازل، همه مصرف‌کننده‌ها به‌طور متصل می‌شوند تا اگر مصرف‌کننده‌ای سوخت، جریان الکتریکی عبوری سایر مصرف‌کننده‌ها
(۱) موازی، برقرار باشد. (۲) متوالی، برقرار باشد. (۳) متوالی، قطع شود. (۴) موازی، قطع شود

۴۰- شکل زیر، پنج مقاومت ۴ اهمی را نشان می‌دهد. مقاومت معادل بین دو نقطه F و H اهم از مقاومت معادل بین دو نقطه F و G است.



- (۱) ۵/۰، بیشتر
(۲) ۲۵/۰، بیشتر
(۳) ۲۵/۰، کمتر
(۴) ۵/۰، کمتر

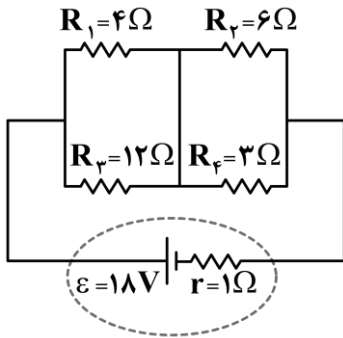
۴۱- در مدار شکل زیر، مقدار نشان داده‌شده توسط ولت‌سنج ایده‌آل، چند ولت است؟



- (۱) ۲۰
(۲) صفر
(۳) ۲۴
(۴) ۱۸

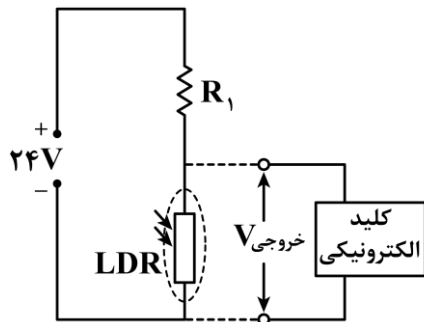
محل انجام محاسبات

۴۲- در مدار شکل زیر، اگر جای مقاومت R_1 و باتری عوض شود، جریان الکتریکی عبوری از مقاومت R_4 چند آمپر تغییر می‌کند؟



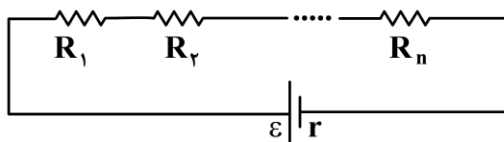
- (۱) ۰/۱
(۲) ۰/۲
(۳) ۰/۳
(۴) ۰/۴

۴۳- در مدار شکل زیر، ولتاژ مورد نیاز برای فعال شدن کلید الکترونیکی، $8V$ است. مقدار مقاومت R_1 چقدر باشد تا وقتی مقاومت LDR به $20\text{ k}\Omega$ می‌رسد، کلید الکترونیکی، فعال شود؟



- (۱) 400Ω
(۲) $20\text{ k}\Omega$
(۳) $40\text{ k}\Omega$
(۴) 200Ω

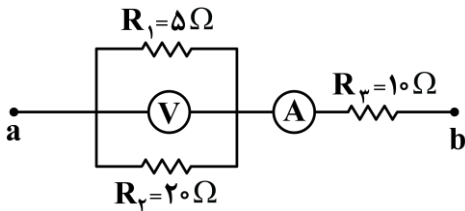
۴۴- مطابق شکل زیر، n عدد مقاومت الکتریکی مشابه R را یک بار به‌طور متوالی و یک بار هم به‌طور موازی به دو سر یک باتری با مقاومت داخلی $\frac{R}{n}$ بسته‌ایم. اگر جریان الکتریکی عبوری از هر یک از مقاومت‌های R_1 تا R_n ، در حالت موازی، 50% درصد بیشتر از جریان الکتریکی عبوری از هر یک از مقاومت‌ها در حالت متوالی باشد، n در کدام گزینه به‌درستی آمده است؟



- (۱) ۲
(۲) ۶
(۳) ۴
(۴) ۵

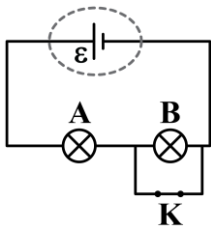
محل انجام محاسبات

۴۵- در مدار شکل زیر، حداکثر توان قابل تحمل مقاومت‌های الکتریکی R_1 ، R_2 و R_3 به ترتیب از راست به چپ برابر با 80 W ، 90 W و 80 W است. بیشترین اختلاف پتانسیل الکتریکی ممکن را به پایانه‌های a و b اعمال می‌کنیم، به طوری که هیچ‌یک از مقاومت‌ها آسیب نبینند. مقادیری که ولت‌سنج ایده‌آل و آمپرسنج ایده‌آل در این حالت نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ، چند واحد SI هستند؟



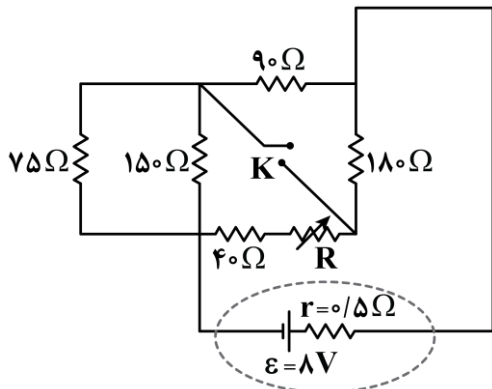
- (۱) ۳ و ۱۲
(۲) ۶ و ۱۲
(۳) ۶ و ۲۴
(۴) ۳ و ۲۴

۴۶- در مدار شکل زیر، لامپ‌های A ، B مشابه هستند. با باز کردن کلید K ، توان خروجی باتری ایده‌آل، برابر شده و روشنایی لامپ A ، می‌یابد.



- (۱) $\frac{1}{2}$ و کاهش
(۲) $\frac{1}{4}$ و افزایش
(۳) $\frac{1}{4}$ و کاهش
(۴) $\frac{1}{2}$ و افزایش

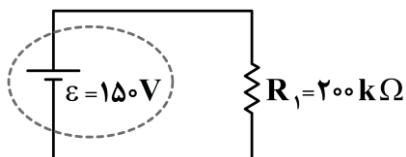
۴۷- در مدار شکل زیر، با بستن کلید K ، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری تغییری نمی‌کند. مقاومت R چند اهم است؟



- (۱) ۶۰
(۲) ۴۵
(۳) ۹۰
(۴) ۷۵

محل انجام محاسبات

۴۸- در مدار شکل زیر، اگر یک ولت‌سنج غیرایده‌آل با مقاومت $R_p = 1\text{M}\Omega$ را به دو سر مقاومت R_1 به صورت موازی وصل کنیم، جریان الکتریکی عبوری از باتری چند میکروآمپر تغییر می‌کند؟ (باتری، ایده‌آل است).



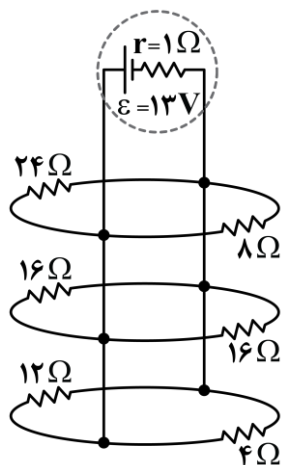
(۲) ۶۰

(۱) ۶

(۴) ۱۵۰

(۳) ۱۵

۴۹- در مدار شکل زیر، جریانی که از مقاومت ۴ اهمی عبور می‌کند، چند آمپر است؟



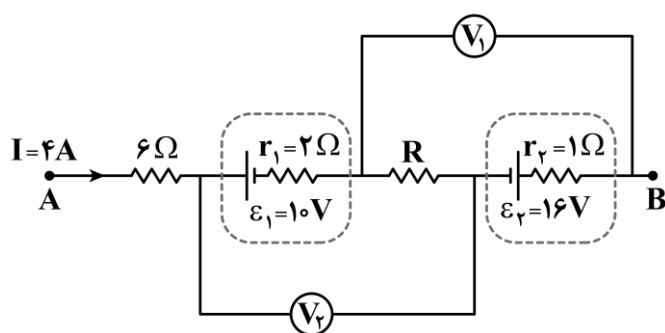
(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۸

(۴) ۶

۵۰- در شکل زیر که قسمتی از یک مدار الکتریکی است، مقداری که ولت‌سنج ایده‌آل V_1 نشان می‌دهد، ۳۰ درصد کمتر از مقداری است که ولت‌سنج ایده‌آل V_2 نشان می‌دهد. مقاومت R چند اهم است؟



(۱) ۲۰ / ۵

(۲) ۱۲ / ۵

(۳) ۸ / ۵

(۴) ۱۱ / ۵

محل انجام محاسبات

۵۱- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در صورت واکنش دادن گازهای آلاینده CO و NO با یکدیگر، گازهای پایدارتر N_2 و CO_2 تولید خواهند شد.
 (۲) برای محاسبه ΔH یک واکنش معین با استفاده از قانون هس باید شرایط انجام همه واکنش‌ها یکسان باشد.
 (۳) به کمک گرماسنج لیوانی می‌توان آنتالپی فرایند انحلال را در حجم ثابت به روش تجربی اندازه‌گیری کرد.
 (۴) سوخت‌های سبز، دارای اتم اکسیژن هستند و می‌توان آن‌ها را از دانه‌های روغنی استخراج کرد.

۵۲- کدام مورد عبارت زیر را به درستی تکمیل می‌کند؟ ($H = 1, O = 16: g. mol^{-1}$)

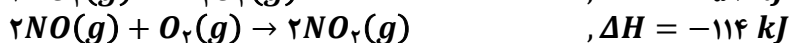
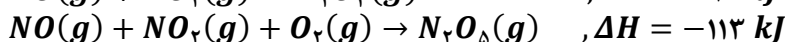
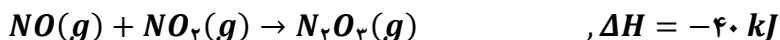
«اگر با دادن ۵۱/۴۴ کیلوژول گرما، به یک گرم بخار آب به اتم‌های گازی مجزا تبدیل شود. آنتالپی پیوند $O - H$ به تقریب برابر با کیلوژول بر مول است و این مقدار از آنتالپی پیوند $N - H$ است.»

- (۱) ۴۳۶ - بیشتر (۲) ۴۶۳ - بیشتر (۳) ۴۳۶ - کمتر (۴) ۴۶۳ - کمتر

۵۳- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) تغییر آنتالپی یک واکنش برابر مقدار انرژی است که سامانه با محیط در فشار یکسان مبادله می‌کند.
 (۲) علت انجام پذیر نبودن تولید آب اکسیژنه از عناصر سازنده، گرماده بودن این واکنش است.
 (۳) چربی‌ها همانند کربوهیدرات‌ها برای تولید انرژی در بدن به یک قند تبدیل می‌شوند.
 (۴) مقدار تغییر آنتالپی فرایند فتوسنتز برابر قدر مطلق آنتالپی سوختن قند خون است.

۵۴- با توجه به واکنش‌های مقابل:



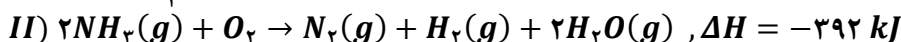
ΔH واکنش $N_2O_3(g) + N_2O_5(g) \rightarrow 2N_2O_4(g)$ برابر چند کیلوژول است؟

- (۱) ۱۲۹ - (۲) ۷۵ - (۳) ۱۱۵ - (۴) ۱۸ -

۵۵- به ازای تولید گرمای برابر از سوختن اتانول و اتان، سوخت سبز مقدار کربن دی‌اکسید تولید می‌کند و نسبت گاز کربن دی‌اکسید تولیدشده به گاز اکسیژن مصرف شده در واکنش سوختن بیشتر بوده است.

- (۱) بیشتری - اتانول (۲) کمتری - اتانول (۳) کمتری - اتان (۴) بیشتری - اتان

۵۶- با توجه به واکنش‌های زیر، اگر پنج لیتر گاز آمونیاک طبق واکنش $N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$ تولید شود، مقدار گرمای آزادشده چند کیلوژول است؟ (جرم مولی و چگالی گاز آمونیاک به ترتیب $17 g. mol^{-1}$ و $1/7 g. L^{-1}$ است.)



- (۱) ۴۸ (۲) ۴۰ (۳) ۲۴ (۴) ۲۰

محل انجام محاسبات



۵۷- کربن دی سولفید مطابق واکنش موازنه نشده $CS_2(g) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + SO_2(g)$ می سوزد. با توجه به جدول زیر، ارزش سوختی این گاز به تقریب برابر چند کیلوژول بر گرم است؟ ($C = ۱۲, S = ۳۲: g.mol^{-1}$)

پیوند	$C = O$	$S = O$	$O = O$	$C = S$	$S - O$
میانگین آنتالپی پیوند ($kJ.mol^{-1}$)	۸۰۵	۵۲۳	۴۹۶	۴۸۰	۳۲۴

(۴) ۱۰/۶

(۳) ۱۱/۳

(۲) ۱۰/۹

(۱) ۱۱/۷

۵۸- با توجه به ترکیب های «۲-هپتانون، بنز آلدهید، بنزن و سیکلوهپتان» کدام مقایسه درباره آن ها نادرست است؟ ($H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶: g.mol^{-1}$)

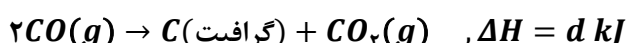
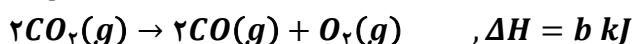
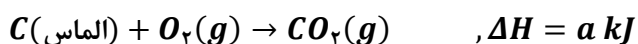
(۱) بیشترین شمار پیوند اشتراکی: ۲-هپتانون

(۲) کمترین جرم به ازای یک مول ماده: بنزن

(۳) بیشترین درصد جرمی اتم کربن: سیکلوهپتان

(۴) کمترین نسبت شمار اتم های هیدروژن به کربن: بنز آلدهید

۵۹- با توجه به واکنش های گرمایشیایی مقابل:



آنتالپی واکنش (گرافیت) $C \rightarrow C(\text{الماس})$ و علامت ΔH این واکنش کدام است؟

(۱) $a + 2b - c + 2d$, منفی(۲) $a + b + 2c - d$, منفی(۳) $a + 2b - c + 2d$, مثبت(۴) $a + b + 2c - d$, مثبت

۶۰- کدام یک از مطالب زیر در مورد اکسیژن و اوزون نادرست است؟

الف - نسبت شمار جفت الکترون های پیوندی به ناپیوندی در گاز اوزون بیشتر است.

ب - مجموع آنتالپی پیوند در یک گرم گاز اوزون کمتر از یک گرم گاز اکسیژن است.

ج - همانند گرافیت و الماس، این دو آلوتروپ یکدیگر هستند.

د - گاز قطبی نسبت به گاز ناقطبی پایدارتر است.

(۴) «ج» و «د»

(۳) «ب» و «ج»

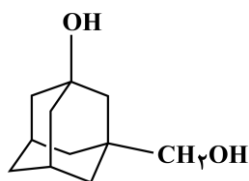
(۲) «الف» و «د»

(۱) «الف» و «ب»

محل انجام محاسبات



۶۱- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد ترکیب مقابل نادرست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g. mol^{-1}$)



(۱) ترکیب مورد نظر دارای دو گروه عاملی هیدروکسیل است.

(۲) تفاوت شمار گروه‌های CH و CH_2 در این ترکیب برابر با ۶ است.

(۳) نسبت درصد جرمی اتم‌های کربن به اتم‌های هیدروژن به تقریب برابر با $7/3$ است.

(۴) نسبت شمار پیوندهای اشتراکی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی برابر با $8/25$ است.

۶۲- به 207 گرم گاز بی‌رنگ دی‌نیتروژن تتراکسید در ظرفی با فشار ثابت، 123 کیلوژول گرما می‌دهیم تا به گاز قهوه‌ای‌رنگ تبدیل شود. اگر در پایان واکنش مقدار (مول) دو گاز موجود در ظرف برابر باشد، آنتالپی واکنش رخ داده برابر چند کیلوژول بر مول است؟

($N = 14, O = 16: g. mol^{-1}$)

(۴) $184/5$

(۳) 205

(۲) 164

(۱) 246

۶۳- کدام مورد درباره فرایند هابر، نادرست است؟

(۱) در این فرایند آمونیاک از گازهای نیتروژن و هیدروژن تولید می‌شود و از دو واکنش پی‌درپی تشکیل شده است.

(۲) در واکنش تولید هیدرازین از عناصر سازنده آن همانند واکنش تصعید یخ خشک، گرما از محیط به سامانه منتقل می‌شود.

(۳) از بین مولکول‌های آمونیاک و هیدرازین، مولکولی که در آن مجموع آنتالپی پیوندها بیشتر است، پایداری بیشتری نیز دارد.

(۴) ΔH واکنش تولید آمونیاک از هیدرازین و گاز هیدروژن در مقایسه با ΔH واکنش تولید آمونیاک از عناصر سازنده آن، منفی‌تر است.

۶۴- اگر واکنش سوختن کربن را دو مرحله‌ای در نظر بگیریم، مرحله‌ای که آنتالپی آن را به‌طور مستقیم اندازه‌گیری کرد، آنتالپی منفی‌تری دارد و همچنین در واکنش مرحله دوم، تعداد ذرات گازی موجود در ظرف واکنش می‌یابد.

(۱) نمی‌توان - کاهش (۲) می‌توان - کاهش (۳) نمی‌توان - افزایش (۴) می‌توان - افزایش

۶۵- اگر در اثر سوختن 0.5 مول از یک ترکیب آلی غیرحلقوی و سیرشده با فرمول مولکولی C_3H_xO ، 928 کیلوژول گرما آزاد شود و ارزش سوختی این ترکیب برابر با 32 کیلوژول بر گرم باشد، مقدار x کدام است و ترکیب مورد نظر می‌تواند دارای کدام گروه عاملی باشد؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g. mol^{-1}$)

(۱) ۸ - اتری (۲) ۸ - کتونی (۳) ۶ - آلدهیدی (۴) ۶ - هیدروکسیل

۶۶- اگر از سوختن مقداری آلکان، 2 مول گاز کربن‌دی‌اکسید، $40/5$ گرم آب و 1365 کیلوژول گرما تولید شود، مقدار آنتالپی سوختن این هیدروکربن چند کیلوژول بر مول است؟ ($H = 1, O = 16: g. mol^{-1}$)

(۱) -5460 (۲) -10920 (۳) -8190 (۴) -16380

محل انجام محاسبات

۶۷- چند مورد از مطالب زیر درباره گاز متان نادرست است؟

- الف - از تجزیه گیاهان به وسیله باکتری‌های هوازی در زیر آب تولید می‌شود.
 ب - نخستین عضو از خانواده آلکان‌ها و تشکیل‌دهنده بخش عمده گاز طبیعی است.
 ج - تعیین ΔH واکنش تولید متان از عناصر سازنده آن به روش تجربی امکان‌پذیر نیست.
 د - این گاز نخستین بار از سطح مرداب‌ها جمع‌آوری شده، از این رو به گاز مرداب معروف است.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۸- آنتالپی کدام یک از واکنش‌های زیر معادل، آنتالپی یک پیوند است؟



۶۹- در یک نوع ماده غذایی خشک درصد جرمی کربوهیدرات، چربی و پروتئین سازنده آن به ترتیب برابر با ۷۰، ۲۰ و ۱۰ درصد است. با استفاده از گرمای حاصل از سوختن ۱۵۰ گرم از این نوع ماده غذایی، چند مول گاز کربن‌دی‌اکسید را می‌توان به اتم‌های گازی مجزا تبدیل کرد؟ (آنتالپی پیوند $C=O$ برابر با ۷۹۵ کیلوژول بر مول است.)

ماده غذایی	کربوهیدرات	چربی	پروتئین
ارزش سوختی ($kJ \cdot g^{-1}$)	۱۷	۳۸	۱۷

- (۱) ۰/۷۵ (۲) ۱ (۳) ۱/۵ (۴) ۲

۷۰- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟ ($H = ۱, C = ۱۲: g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) آنتالپی سوختن یک ماده هم‌ارز با آنتالپی واکنش موازنه‌شده سوختن آن ماده با مقدار کافی اکسیژن است.
 (۲) در اثر سوختن جرم‌های برابری از متان و متانول، گرمای حاصل از سوختن ترکیبی دارای پیوند هیدروژنی، بیشتر است.
 (۳) قدر مطلق آنتالپی سوختن ترکیبی با بیشترین درصد جرمی هیدروژن بین اتان، اتن و اتین، از دو ترکیب دیگر بیشتر است.
 (۴) اگر آنتالپی سوختن اتان، بوتان و پروپان به ترتیب برابر با ۱۵۶۰، ۲۹۰۰- و x کیلوژول بر مول باشد، x به تقریب برابر ۲۱۳۰- است.

محل انجام محاسبات



بودجه بندی دروس آزمون بعد....

تاریخ برگزاری: ۲۱ اسفندماه

هندسه ۲

تبدیل های هندسی و کاربردها

(تبدیل های هندسی از ابتدای انتقال تا انتهای درس ۱،
کاربرد تبدیل ها تا ابتدای مسائل پیدا کردن کوتاه ترین مسیر)
صفحه های ۳۸ تا ۵۲

حسابان ۱

توابع نمایی و لگاریتم

(از ابتدای تابع لگاریتمی و لگاریتم تا انتهای فصل ۳)
مثلثات (رادیان، نسبت های مثلثاتی برخی زوایا)
صفحه های ۸۰ تا ۱۰۴

فیزیک ۲

جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم + مغناطیس

(تا ابتدای نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان)
صفحه های ۶۷ تا ۹۱

آمار و احتمال

احتمال (کل درس ۳: احتمال شرطی،
کل درس ۴: پیشامدهای مستقل و وابسته)
صفحه های ۴۸ تا ۶۸

شیمی ۲

در پی غذای سالم (از ابتدای آنتالپی همان محتوای انرژی است
تا انتهای آهنگ واکنش)
صفحه های ۶۵ تا ۸۵





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



۲
نیم سال دوم



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۷ اسفندماه ۱۴۰۴

✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون

✓ تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید

✓ نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال

✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست

✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون

دِرس	مَسْئولِ دِرس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع زاده سید جواد نظری مهرداد کیوان	محمد خانگلدی - حسن محمدبیگی رسول حاجی زاده	مآئده بادان فیروز - حمیدرضا ولی پور مهدی رمضانی - یزدان نیک قدم فؤاد خیرآبادی - علی اسدی
فیزیک	محمد جواد سورچی حسین عبدوی نژاد	حسین عبدوی نژاد	ایلیا فقیه میرزایی مروارید شاه حسینی
شیمی	علی ترابی	علی ترابی - پرهام تیزپا	محمد مهدی معظمی فرهنگ امیری - طاها حق بین محمد رضا جمشیدی محمد دارابی جم

تیم اجرایی و تولید آزمون

نازنین امیری

مآئده بادان فیروز

زهره جعفری

مروارید شاه حسینی

مدیر تولید آزمون: محدثه شیخعلی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستند تا آزمون‌های ما را با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنند و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنند. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستید. راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنید و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

دکتر رسول خنجری

حذف گزینه

در مقاله قبلی گفتیم؛ کنگور با امتحان مدرسه زمین تا آسمون فرق داره و طبیعتاً سبک خوندنش هم متفاوت؛ چون تو کنگور زمان محدوده، نمره منفی داریم و همه درس‌ها باهم سنجیده می‌شن. برای همین بغچه‌خونی و حفظی خوندن جواب نمیده و باید مطالب رو طبقه‌بندی شده و ترکیبی بخونی تا تو یکی دو دقیقه بتونی فراخوانی کنی. از طرف دیگه مدیریت جلسه و تحمل چند ساعت آزمون خیلی مهمه و فقط با آزمون‌های آزمایشی جا می‌افته. آخرش هم درباره‌ی تاکتیک مهم حرف زدیم:

شجاعت در زدن گزینه‌های شک دار، به شرطی که حذف گزینه‌ات آگاهانه باشه و این مهارت رو بارها تمرین کرده باشی.

توی این مقاله قراره بیشتر درباره‌ی حذف گزینه حرف بزنیم تا بتونیم توی سؤالی تستی، نتیجه‌ی بهتری بگیریم. **حذف گزینه یکی از مهم‌ترین مهارت‌های تست‌زنی، مخصوصاً توی موقعیت‌هایی که جواب دقیق سؤال یادت نیست ولی مطمئنی بعضی گزینه‌ها قطعاً غلط‌اند.**

خیلی وقت‌ها دانش‌آموز فکر می‌کنه تا جواب کامل تو ذهنش نیاد، نباید دست به گزینه‌ها بزنه، **در حالی که تو کنگور بلد بودن غلط‌ها، به اندازه بلد بودن جواب درست، ارزش داره.**

وقتی با دلیل مشخص روی گزینه‌های نادرست خط می‌کشی، عملاً احتمال خطا رو کم می‌کنی و ذهنت رو از شلوغی نجات می‌دی.

این کار باعث می‌شه سؤال از به معمای پیچیده، تبدیل بشه به به تصمیم منطقی بین گزینه‌های محدود.

نکته مهم اینه که **حذف گزینه باید آگاهانه باشه، نه احساسی.** یعنی دقیق بدونی چرا داری به گزینه رو کنار می‌ذاری؛ چون با متن کتاب نمی‌خونه، چون با صورت سؤال تناقض داره، چون واحدش غلطه، یا چون به شرط مهم رو رعایت نکرده. وقتی این دلایل رو داری، خط کشیدن روی گزینه‌ها فقط به حرکت نمایشی نیست، بلکه به ابزار کنترله. خیلی از اشتباهات سر جلسه آزمون به خاطر اینه که دانش‌آموز بعد از حذف گزینه، دوباره برمی‌گرده و به همون گزینه فکر می‌کنه و تو دام طراح سؤال می‌افته.

حذف گزینه یعنی «تصمیم گرفتم و برنمی‌گردم».

حذف گزینه مخصوصاً توی سؤال‌هایی که اطلاعات ناقص داری، خیلی نجات‌دهنده‌ست. لازم نیست همه اجزای سؤال رو بلد باشی؛ کافیه به بخشش رو خوب بدونی.

اینجاست که تست از حالت چهار جوابی تبدیل می‌شه به دو گزینه‌ای یا حتی تک گزینه‌ای.

قسمتی از امتیازهای کنگور دقیقاً از همین سؤال‌ها میان، نه از سؤال‌هایی که صد درصد بلد بودی. **یعنی تو با مدیریت دانستن، می‌تونی امتیاز بگیری.**

توی سؤال‌های دو قسمتی، حذف گزینه عملاً بهترین سلاحه. مثلاً سؤال می‌پرسه «جیوه در ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد چه حالتی دارد و عدد اتمی آن چیست؟» تو مطمئنی که جیوه تو این دما مایعه، ولی عدد اتمیش یادت نیست. همین دانستن نصف سؤال کافیه تا هر گزینه‌ای که «مابع» رو نیاورده حذف بشه.

حالا سؤال برای تو تبدیل می‌شه به دو گزینه. این جا با **تاکتیک تست زنی بین دو گزینه**، شانس درست زدن کاملاً واقعی و منطقیه، نه شانسی و بی حساب. خیلی‌ها چون عدد اتمی رو بلد نیستن، کل سؤال رو ول می‌کنن، **در حالی که تومی تونی از همون دانسته نصفه نیمه امتیاز بگیري**.

نکته طلایی اینه که وقتی بین دو گزینه موندی، یا باید واقعاً با منطق یکی رو انتخاب کنی، یا اگه هیچ ترجیحی نداری، کاملاً تصادفی بزنی و دیگه فکرش رو ادامه ندی.

تجربه نشون داده توی همین مرحله آخر، هرچی بیشتر فکر می‌کنی، احتمال اینکه ذهنت بره سمت گزینه غلط بیشتر می‌شه. **کنکور جای وسواس نیست؛ جای تصمیم‌های سریع و تمرین شده‌ست.**

روش فراوانی پاسخ

یه تکنیک دیگه که دقیقاً توی سؤال‌های چندقسمتی به کارت میاد، روش «فراوانی پاسخ»ه. این روش تقریباً عکس حذف گزینه است. یعنی این بار به جای اینکه دنبال گزینه‌های غلط بگردی، نگاه می‌کنی ببینی کدام جواب‌ها توی گزینه‌ها بیشتر تکرار شدن. توی سؤال‌های چندقسمتی معمولاً هر گزینه از چند تیکه جواب تشکیل شده و طراح برای گمراه کردن، جواب‌های درست رو بین گزینه‌ها پخش می‌کنه.

حالا کاری که تومی کنی اینه که هر بخشی از جواب که به نظرت مصطلح‌تر یا آشناتر رو توی گزینه‌ها علامت می‌زنی.

کم کم می‌بینی بعضی جواب‌ها مدام دارن تکرار می‌شن و بعضی‌ها خیلی کم یا اصلاً دیده نمی‌شن. این جا برعکس حذف گزینه، به جای خط زدن گزینه‌های غلط، دور جواب‌هایی که بیشتر تکرار شدن خط می‌کشی. آخرش معمولاً به یه گزینه می‌رسی که تقریباً دور همه بخش‌هاش خط کشیده شده؛ یعنی بیشترین اشتراک رو با بقیه گزینه‌ها داره و همون گزینه، با احتمال بالا جواب درست سؤاله.

این روش مخصوصاً وقتی جواب قطعی هیچ بخشی رو نمی‌دونی، ولی حس می‌کنی بعضی جواب‌ها منطقی‌تر یا آشناترند، خیلی کمک‌کننده‌ست.

اما یه هشدار خیلی مهم: این تکنیک‌ها قرار نیست معجزه کنن.

فراوانی پاسخ، مثل حذف گزینه، فقط وقتی جواب می‌ده که **قبلش بارها تمرینش کرده باشی**. اگه بدون تمرین، سر جلسه کنکور یهو بخوای ازش استفاده کنی، احتمال اینکه قاطی کنی یا وقتت تلف بشه زیاده. حتماً این روش‌ها رو توی شبیه‌سازها و آزمون‌های آزمایشی تمرین کن، نتیجه‌شون رو ببین و بعد تصمیم بگیر کی و کجا ازشون استفاده کنی. **کنکور جای آزمون و خطا نیست؛ جای اجرای چیزیه که قبلاً بارها تمرینش کردی.**

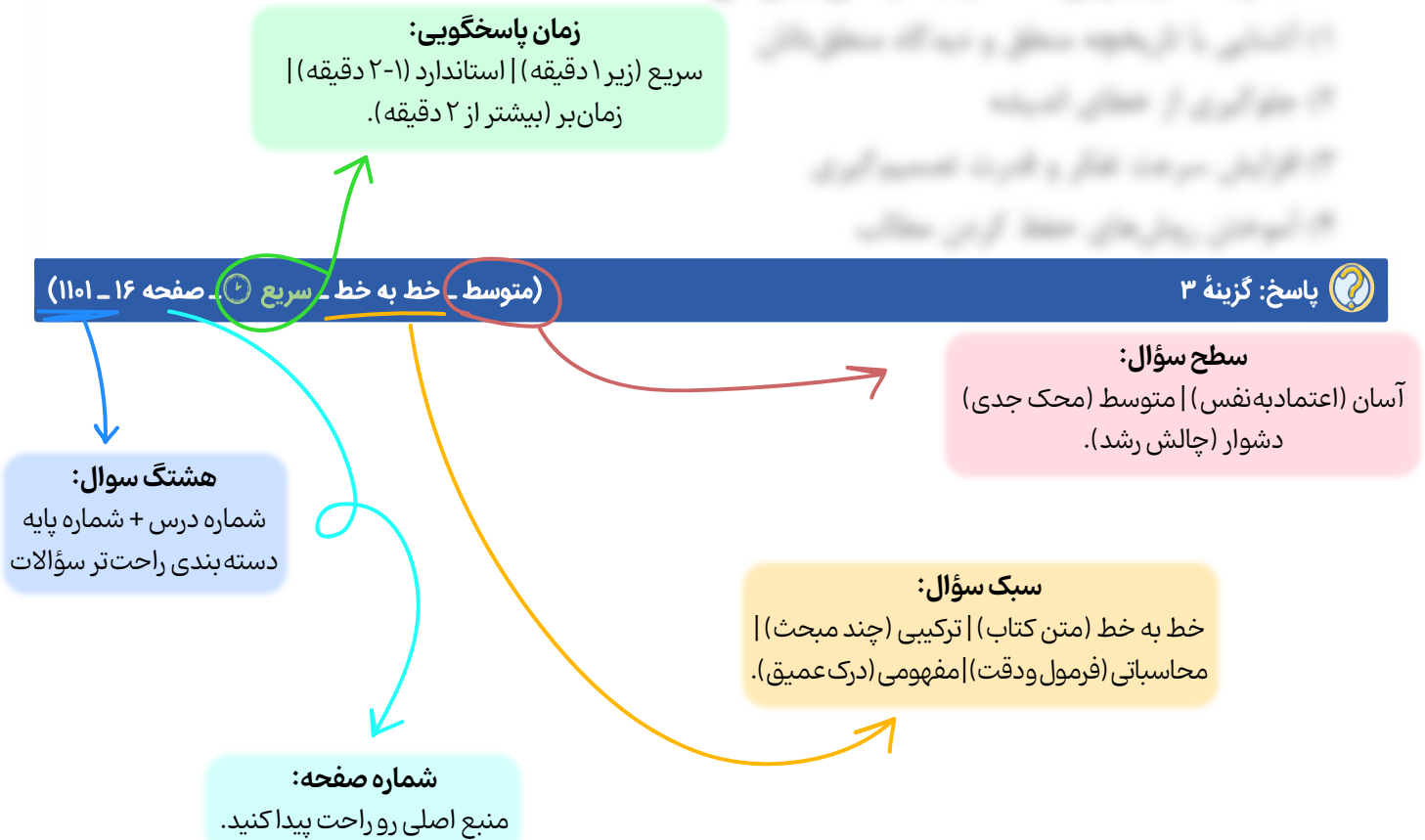
در نهایت یادت باشه حذف گزینه یه مهارت اکتسابیه، نه یه استعداد ذاتی.

هرچی بیشتر تو آزمون‌های آزمایشی تمرینش کنی، ذهنت سریع‌تر غلط‌ها رو تشخیص می‌ده و اعتماد به نفست تو جلسه کنکور بالاتر می‌ره.

خیلی وقت‌ها قرار نیست همه‌چی رو بلد باشی؛ کافیه بلد باشی چی جواب نیست و از همون مسیر، باهوش‌تر از بقیه به جواب درست برسی.

راهنمای پاسخنامه آزمون‌ها

در ادامه این بخش، به توضیح نحوه پاسخ‌گویی به سوالات و نحوه علامت‌گذاری آن‌ها در پاسخنامه می‌پردازیم. این بخش به شما کمک می‌کند تا با آشنایی با فرمت سوالات و نحوه پاسخ‌گویی به آن‌ها، بتوانید در آزمون‌ها با اطمینان بیشتری شرکت کنید.



یادتون باشه:

- ✓ هر سؤال یک فرصت یادگیری، نه یک مانع.
- ✓ پاسخ‌نامه فقط جواب نیست؛ یک کارگاه آموزشی کامله.
- ✓ با هر آزمون و مرور این پاسخ‌نامه، یک پله بالاتر می‌رید و یک قدم به رؤیایون نزدیک‌تر می‌شید.
- ✓ موفقیت فقط برای کسانی که با برنامه و انگیزه حرکت می‌کنن. شما همون آدمید.



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

حسابان ۱: توابع نمایی و لگاریتم (درس ۲ و ۳) + مثلثات (رادیان)، صفحه‌های ۸۰ تا ۹۷
هندسه ۲: تبدیل‌های هندسی و کاربردها (از ابتدای انتقال تا انتهای درس ۱)، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۹
آمار و احتمال: احتمال (درس ۳)، صفحه‌های ۴۸ تا ۶۲

بودجه‌بندی
این آزمون

حسابان ۱: این مبحث در مجموع ۲ تست از ۱۰ تست کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۲: از این مبحث به‌طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.
آمار و احتمال: این مبحث در مجموع ۱ تست از ۴ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

۱- اگر $\log_3^a = 2$ باشد، $\log_a^{\frac{1}{9}}$ کدام است؟
(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

آسان - محاسباتی - سریع (۶) - حسابان ۱ صفحه ۸۳ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

$$\log_3^a = 2 \Rightarrow a = 3^2 = 9$$

می‌دانیم:

$$\log_a^{\frac{1}{9}} = \log_a^{\frac{1}{9}} = -1$$

بنابراین:

تابع لگاریتمی

وارون یک تابع نمایی را تابع لگاریتمی می‌نامیم. تابع نمایی $f(x) = a^x$ با شرط $a > 0, a \neq 1$ یک‌به‌یک است. از این رو دارای تابع وارون f^{-1} است که تابع لگاریتمی با پایه یا مبنای a نامیده می‌شود و با نماد $y = \log_a^x$ نشان می‌دهیم.

$$y = \log_a^x$$

مبنای لگاریتم

$$y = \log_a^x \Leftrightarrow a^y = x$$

یعنی:

یه نمونه باحال ببین!

$$۱) \log_2^8 = 3 \Leftrightarrow 2^3 = 8 \quad ۲) \log_{10}^{\frac{1}{10}} = -1 \Leftrightarrow 10^{-1} = \frac{1}{10}$$



۲- خط $g(x) = 1000$ نمودار تابع $f(x) = k^x$ را در نقطه‌ای با طول $-\frac{3}{2}$ قطع می‌کند. مقدار $\log(10k)$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۱

آسان - محاسباتی - سریع (۶) - حسابان ۱ صفحه ۸۵ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم $f(x)$ و $g(x)$ در نقطه‌ای با طول $x = -\frac{3}{2}$ یکدیگر را قطع می‌کنند، پس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} g(x) = 1000 \\ f(x) = k^x \end{array} \right\} \xrightarrow{x = -\frac{3}{2}} g\left(-\frac{3}{2}\right) = f\left(-\frac{3}{2}\right) \Rightarrow 1000 = k^{-\frac{3}{2}}$$

$$k^{-\frac{3}{2}} = 1000 \Rightarrow k^{-\frac{3}{2}} = 10^3 \xrightarrow{\sqrt[3]{\quad}} k^{-\frac{1}{2}} = 10 \xrightarrow{\text{معکوس}} k^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{10} \xrightarrow{\text{توان ۲}} k = \frac{1}{100}$$

بنابراین داریم:

$$\log(1 \cdot k) = \log\left(1 \times \frac{1}{100}\right) = \log\left(\frac{1}{100}\right) = -2$$



وقتی در عبارت لگاریتمی مبنا داده نشود طبق قرار داد مبنا ۱۰ در نظر گرفته می‌شود. یعنی:

$$\log a = \log_{10} a$$

همچنین لگاریتم در پایه ۱۰ را لگاریتم اعشاری می‌نامیم.

۳- اگر $a = \log 2$ و $b = \log 3$ باشد، حاصل $\log \frac{9}{8}$ کدام است؟

$$\frac{3b}{2a} \quad (4)$$

$$\frac{2b}{3a} \quad (3)$$

$$3b - 2a \quad (2)$$

$$2b - 3a \quad (1)$$

(آسان - محاسباتی - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۸۷ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۱

$$\log \frac{9}{8}$$

$$= \log 9 - \log 8 \quad \left(\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y \text{ بنابر } \left(\frac{x}{y}\right)\right)$$

$$= \log 3^2 - \log 2^3$$

$$= 2 \log 3 - 3 \log 2 \quad \left(\log_a x^m = m \log_a x \text{ بنابر } x^m\right)$$

$$= 2b - 3a$$



با فرض آن که هر یک از لگاریتم‌ها تعریف شده باشند، مهم‌ترین ویژگی‌های لگاریتم به صورت زیر هستند:

$$1) \log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$2) \log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$3) \log_a x^m = m \log_a x$$

$$4) \log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_a x$$

$$5) \log_b^a = \frac{1}{\log_a^b}$$

$$6) \log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b}$$

$$7) x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$$

$$\log_{a^n} x^m = \frac{m}{n} \log_a x$$

حالت کلی ۳ و ۴:



۴- اگر $\log_{24}^2 = k$ و $\log_{24}^2 = \frac{1}{5} + 3k$ باشد، مقدار k کدام است؟

(۴) ۱/۸

(۳) ۰/۲

(۲) ۰/۲۴

(۱) ۰/۲۸

(آسان - محاسباتی - سریع) حسابان ۱ صفحه ۸۶ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۳

$$\log_c(ab) = \log_c^a + \log_c^b$$

$$\log_{24}^2 = \log_{24}^2 + \log_{24}^2$$

می دانیم:

پس خواهیم داشت:

$$\log_{24}^2 = k, \log_{24}^2 = \frac{1}{5} + 3k \Rightarrow 1 = k + \frac{1}{5} + 3k \Rightarrow 4k = \frac{4}{5} \Rightarrow k = \frac{1}{5} = 0.2$$

دو ویژگی مهم لگاریتم

$$\log_a^a = 1 \text{ و } \log_a^1 = 0 \quad (a > 0, a \neq 1)$$

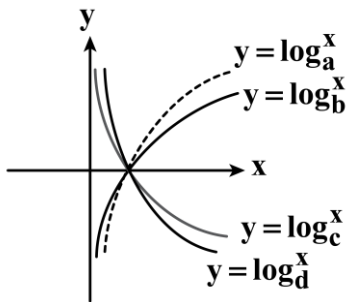
۵- با توجه به نمودار مقابل، کدام رابطه درست است؟

(۱) $a > b > c > d$

(۲) $a > b > d > c$

(۳) $b > a > c > d$

(۴) $b > a > d > c$



(متوسط - مفهومی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۸۳ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۴

توابع $y = \log_a^x$ و $y = \log_b^x$ مشابه حالتی هستند که مبنا بزرگتر از ۱ است، بنابراین $a, b > 1$ می باشند.

در سمت راست $x = 1$ هر چقدر مبنا بزرگتر باشد، نمودار پایین تر است، بنابراین $b > a$ می باشد.

توابع $y = \log_c^x$ و $y = \log_d^x$ مشابه حالتی هستند که مبنا کوچکتر از ۱ است، بنابراین $0 < c, d < 1$ می باشند.

در سمت راست $x = 1$ هر چقدر مبنا بزرگتر باشد، نمودار پایین تر است، بنابراین $d > c$ می باشد.

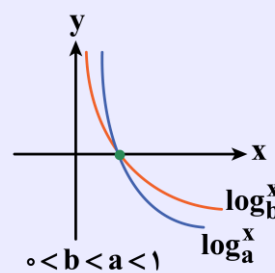
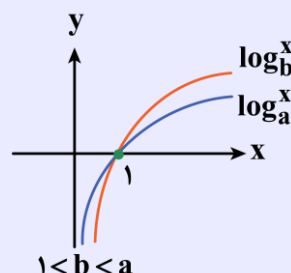
$$b > a > d > c$$

در نتیجه:

مقایسه نمودارهای لگاریتمی

در حالتی که $0 < b < a < 1$ یا $1 < b < a$ باشد هر دو نمودار از نقطه $(1, 0)$ می گذرند اما موقعیت آن ها نسبت به هم برای x های بزرگتر یا کوچکتر از ۱ متفاوت است.

برای x های بزرگتر از یک هر چه مبنا بزرگتر باشد نمودار آن پایین تر است و برای x های بین صفر و یک هر چه مبنا بزرگتر باشد نمودار بالاتر می باشد.



۶- اگر $\log_a^2 > \log_a^3$ باشد، $\log_a$ کدام یک از اعداد زیر می تواند باشد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۰/۱ (۳) -۱ (۴) ۱

(متوسط - مفهومی - سریع) حسابان ۱ صفحه ۸۵ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۳

چون $\log_a^2 > \log_a^3$ است، بنابراین طبق تعریف لگاریتم $0 < a < 1$ می باشد. در نتیجه $\log_a$ عددی منفی است و تنها گزینه ۳ می تواند درست می باشد.

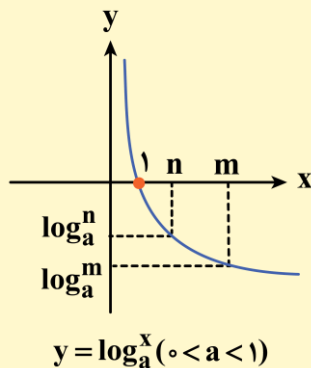
دام تستی!

مسئله از ما مقدار ممکن برای $\log_a$ رو می خواد نه خود a رو! اگه به این دقت نکنی می افتی تو دام گزینه ۱۲

مبنا کوچک تر از ۱ یا بزرگ تر از ۱!

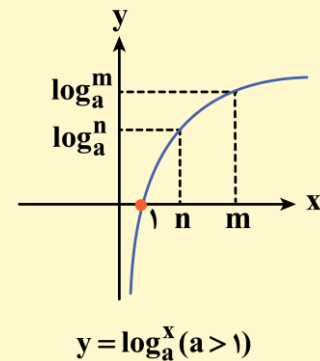
برای تابع $y = \log_a^x$ دو حالت وجود دارد:

حالت (۲)



$$n < m \Leftrightarrow \log_a^n > \log_a^m$$

حالت (۱)



$$n < m \Leftrightarrow \log_a^n < \log_a^m$$

۷- اگر α ریشه معادله $\log(1-x) + \log(4-x) = 1$ باشد، حاصل $\log_7^{(\alpha+2)} - \alpha$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۳

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۸۷ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۱

می دانیم $\log_c^{ab} = \log_c^a + \log_c^b$ ، پس:

$$\log(1-x) + \log(4-x) = 1 \Rightarrow \log(1-x)(4-x) = 1$$

$$\Rightarrow (1-x)(4-x) = 10 \Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow (x-6)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\text{دامنه مشترک} \begin{cases} 1-x > 0 \Rightarrow x < 1 \\ 4-x > 0 \Rightarrow x < 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x < 1$$

با توجه به دامنه تابع لگاریتمی، $x = -1$ قابل قبول است.

بنابراین $\alpha = -1$ است و خواهیم داشت:

$$\log_7^{(\alpha+2)} - \alpha = \log_7^1 - (-1) = 0 + 1 = 1$$

معادلات لگاریتمی

برای حل معادلات لگاریتمی تا حد امکان آن ها را به کمک ویژگی های لگاریتم ساده کرده، سپس با استفاده از روابط زیر، مجموعه جواب را تعیین می کنیم.

$$1) \log_a^x = y \Leftrightarrow x = a^y \quad (a, x > 0, a \neq 1)$$

$$۲) \log_a^x = \log_a^y \Leftrightarrow x = y \quad (a, x, y > 0, a \neq 1)$$



توجه داشته باشید که جواب‌های به‌دست آمده باید در شرط دامنه صدق کنند تا عبارتهای لگاریتمی تعریف شده باشند.

دامنه توابع لگاریتمی 

$$y = \log_{g(x)}^{f(x)} \Rightarrow D = \{x | f(x) > 0, g(x) > 0, g(x) \neq 1\} \cap D_f \cap D_g$$



۸- مقدار ۴۰ گرم از یک عنصر موجود است. اگر این عنصر در هر مدت زمان ۲۰ روزه $\frac{1}{5}$ جرم باقی‌مانده را از دست بدهد، پس از چند

روز ۵ گرم از این عنصر باقی می‌ماند؟ ($\log 2 = 0.3$)

۳۶۰ (۴)

۳۲۰ (۳)

۱۸۰ (۲)

۱۶۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۸۹ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲ 

این عنصر پس از هر ۲۰ روز $\frac{1}{5}$ یعنی ۲۰ درصد از جرم خود را از دست می‌دهد و مقدار اولیه آن ۴۰ است، پس داریم:

$$f(t) = A_0 \left(1 + \frac{k}{100}\right)^{\frac{t}{T}} \xrightarrow[k=-20, A_0=40]{T=20} f(t) = 40 \left(1 - \frac{20}{100}\right)^{\frac{t}{20}} \Rightarrow f(t) = 40 \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{t}{20}}$$

در گام بعد مدت زمانی که گذشته است تا ۵ گرم باقی بماند را محاسبه می‌کنیم:

$$f(t) = 5 \Rightarrow 40 \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{t}{20}} = 5 \Rightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{t}{20}} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{t}{20} = \log_{\frac{4}{5}} \frac{1}{8} = \log_{\frac{4}{5}} \frac{1}{\frac{8}{1}}$$

$$\Rightarrow \frac{t}{20} = \frac{\log \frac{1}{8}}{\log \frac{4}{5}} = \frac{-\log 8}{\log 4 - \log 5} = \frac{-\log 2^3}{\log 2^2 - \log 5} = \frac{-3 \log 2}{2 \log 2 - \log 5} = \frac{-0.9}{0.9 - 1} = 9$$

$$\Rightarrow \frac{t}{20} = 9 \Rightarrow t = 20 \times 9 \Rightarrow t = 180$$

 به نکته طلایی!

اگر از یک ماده، مقدار اولیه A_0 داشته باشیم و در هر دوره زمانی یعنی T به اندازه k درصد کم یا زیاد شود (کم شدن را با علامت منفی اعمال می‌کنیم) بعد از t واحد زمان مقدار آن از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

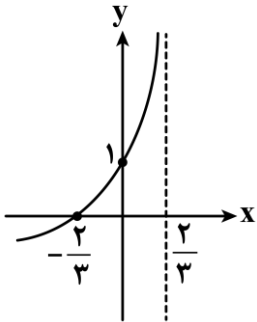
$$f(t) = A_0 \left(1 + \frac{k}{100}\right)^{\frac{t}{T}}$$

راهنمایی: جرم ماده را تا ۳ مرحله محاسبه کنید و از آنجا به فرمول بالا برسید! 😊



همیشه به واحدهای زمانی در این دست سؤالات توجه کنید.





۹- شکل مقابل، نمودار تابع $f(x) = 2 - \log_c(ax+b)$ است. $f(\frac{5}{8})$ کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۸۴ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۴

دامنه تابع برابر $(-\infty, \frac{2}{3})$ است، پس $x = \frac{2}{3}$ ریشه عبارت $ax + b$ است:

$$ax + b = 0 \xrightarrow{x=\frac{2}{3}} \frac{2}{3}a + b = 0 \Rightarrow b = -\frac{2}{3}a \quad (1)$$

از طرفی نقاط $(0, 1)$ و $(-\frac{2}{3}, 0)$ روی نمودار تابع f قرار دارند، پس:

$$f(0) = 1 \Rightarrow 2 - \log_c b = 1 \Rightarrow \log_c b = 1 \Rightarrow c = b \quad (2) \quad (b, c > 0, b, c \neq 1)$$

$$f(-\frac{2}{3}) = 0 \Rightarrow 2 - \log_c (-\frac{2}{3}a + b) = 0 \xrightarrow{(1), (2)} \log_c^2 b = 2 \Rightarrow b^2 = 2b \xrightarrow{b \neq 0} b = 2$$

$$b = 2, c = 2, a = -3$$

بنابراین:

$$f(x) = 2 - \log_2(-3x+2) \Rightarrow f(\frac{5}{8}) = 2 - \log_2^{\frac{1}{8}} = 2 - (-3) = 5$$

خواهیم داشت:



۱۰- اگر $\log_9^{12} = k$ باشد، حاصل $\log_{18}^{81}$ کدام است؟

$$\frac{4}{2k+3} \quad (4)$$

$$\frac{4}{k+3} \quad (3)$$

$$\frac{8}{3k+2} \quad (2)$$

$$\frac{8}{2k+3} \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - زمان بر) - حسابان ۱ صفحه ۸۴ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۱

$$\log_{b^m}^a = \frac{1}{m} \log_b^a$$

می دانیم که اگر a و b مثبت باشند، آن گاه:

$$\log_9^{12} = k \Rightarrow \log_{3^2}^{2^2} = k \Rightarrow \frac{1}{2} \log_3^{2^2} = k \Rightarrow \log_3^{2^2} = 2k \Rightarrow \log_3^4 + \log_3^2 = 2k \Rightarrow 2\log_3^2 + 1 = 2k$$

$$\Rightarrow 2\log_3^2 = 2k - 1 \Rightarrow \log_3^2 = \frac{2k-1}{2} = k - \frac{1}{2}$$

$$\log_{18}^{81} = \frac{\log_3^{81}}{\log_3^{18}} = \frac{\log_3^{3^4}}{\log_3^{2 \cdot 3^2}} = \frac{4}{\log_3^2 + \log_3^2} = \frac{4}{2 + (k - \frac{1}{2})} = \frac{4}{k + \frac{3}{2}} = \frac{8}{2k+3}$$

بنابراین خواهیم داشت:

قلقلشو یاد بگیر!

بسیاری از اوقات برای تغییر مبنای لگاریتم از ویژگی مقابل استفاده می کنیم.

$$\log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b} \quad (a, b, c > 0, b \neq 1, c \neq 1)$$



۱۱- حاصل عبارت $\log_0 3 - (\log 3)^2$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۳

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۸۶ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

عبارت داده شده را ساده می کنیم:

$$\begin{aligned}
 (\log \frac{3}{10}) (\log (3 \times 10)) - (\log 3)^2 &= (\log 3 - \log 10)(\log 3 + \log 10) - (\log 3)^2 \\
 &= (\log 3 - 1)(\log 3 + 1) - (\log 3)^2 = (\log 3)^2 - 1 - (\log 3)^2 = -1
 \end{aligned}$$

اتحاد مزدوج

یادآوری

اتحاد مزدوج: $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

۱۲- اگر $\log_b^a = n$ باشد، حاصل $\log_{ab}^a b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2n+1}{n+3}$ (۲) $\frac{3n+1}{n+2}$ (۳) $\frac{n+2}{3n+1}$ (۴) $\frac{2n+1}{3n+1}$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۸۶ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۱

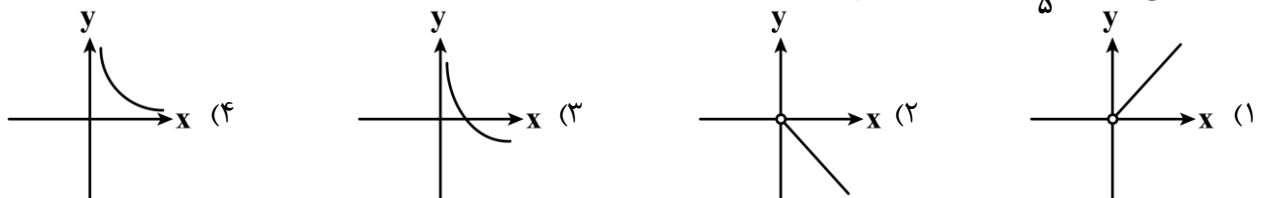
$$\log_b^a = n \Rightarrow a = b^n$$

می دانیم $\log_{y^k}^{x^m} = \frac{m}{k} \log_y^x$ و همچنین:

$$\log_{ab}^a b = \log_{b^n \times b}^{b^n \times b} = \log_{b^{n+1}}^{b^{n+1}} = \frac{2n+1}{n+3} \log_b^b = \frac{2n+1}{n+3}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

۱۳- نمودار تابع $f(x) = (\frac{2}{5})^{\log_{2/5}^x}$ به کدام صورت است؟



(متوسط - ترکیبی - سریع) حسابان ۱ صفحه ۹۰ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۴

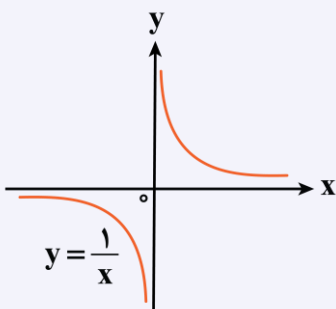
$$f(x) = (\frac{2}{5})^{\log_{2/5}^x} = (\frac{5}{2})^{-\log_{2/5}^x} = (\frac{5}{2})^{\log_{5/2}^{\frac{1}{x}}} = \frac{1}{x}$$

می دانیم که $a^{\log_a^x} = x$ است. حال ضابطه تابع را ساده می کنیم:

دامنه f نیز برابر $(0, +\infty)$ است، بنابراین گزینه ۴ درست است.

یادآوری!

نمودار ساده ترین تابع گویا که به تابع هموگرافیک معروف است، به صورت مقابل می باشد که بهتر است همیشه آن را به یاد داشته باشید.



۱۴- اگر $x=3$ یکی از ریشه‌های معادله $\log_x^a - \log_{\sqrt{a}}^x = 1$ و $0 < a < 1$ باشد، ریشه دیگر معادله کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (۴)$$

$$\sqrt{3} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۲)$$

$$9 \quad (۱)$$

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) - حسابان ۱ صفحه ۸۷ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۴

$$\log_3^a - \log_{\sqrt{a}}^3 = 1 \Rightarrow \log_3^a - 2 \log_a^3 = 1 \xrightarrow[\log_a^3 = \frac{1}{\log_3^a} = \frac{1}{k}]{\log_3^a = k} k - \frac{2}{k} = 1$$

$x=3$ ریشه معادله است، پس در آن صدق می‌کند:

$$\Rightarrow k^2 - k - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = -1 \Rightarrow \log_3^a = -1 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \checkmark \\ k = 2 \Rightarrow \log_3^a = 2 \Rightarrow a = 9 \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$\log_3^{\frac{1}{3}} - \log_{\sqrt{\frac{1}{3}}}^x = 1 \Rightarrow -\log_3^3 - (-2) \log_3^x = 1 \Rightarrow -\log_3^3 + 2 \log_3^x = 1$$

خواهیم داشت:

$$\xrightarrow[\log_3^x = \frac{1}{\log_3^x} = \frac{1}{t}]{\log_3^x = t} -\frac{1}{t} + 2t = 1 \Rightarrow 2t^2 - t - 1 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_3^x = 1 \Rightarrow x_1 = 3 \\ \log_3^x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{\sqrt{3}}{3} \checkmark \end{cases}$$



۱۵- انتهای کمان ۳ رادیان و ۵ رادیان به ترتیب در کدام ربع دایره مثلثاتی قرار دارند؟

(۴) دوم و چهارم

(۳) سوم و سوم

(۲) سوم و چهارم

(۱) دوم و سوم

(آسان - محاسباتی - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۹۳ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۴

هر ۱ رادیان تقریباً برابر 57° است، پس:

ناحیه دوم $3 \approx 3 \times 57^\circ = 171^\circ \Rightarrow 90^\circ < 171^\circ < 180^\circ$

ناحیه چهارم $5 \approx 5 \times 57^\circ = 285^\circ \Rightarrow 270^\circ < 285^\circ < 360^\circ$

تبدیل درجه به رادیان و برعکس

اگر θ یک زاویه در دایره مثلثاتی باشد که اندازه آن برحسب درجه برابر D و اندازه آن برحسب رادیان برابر با R باشد، آن‌گاه داریم:

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

یه نمونه باحال ببین!

اندازه زاویه‌های $\alpha = 1$ و β برحسب رادیان می‌باشد، هر کدام چند درجه می‌باشند؟

$$۱) \alpha = \frac{\pi}{180} \Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{\pi}{180} \Rightarrow D = \frac{180}{\pi} = 180 \Rightarrow \alpha = 180^\circ$$

$$۲) \beta = 1 \Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{1}{\pi} \Rightarrow D = \frac{180}{\pi} \approx \frac{180}{3.14} \approx 57 \Rightarrow \beta = 57^\circ$$

نتیجه: ۱ رادیان تقریباً برابر با 57° است.



اگر α برحسب درجه باشد، آن را با α° و اگر α برحسب رادیان باشد، آن را به صورت α نمایش می‌دهیم.



۱۶- در دایره‌ای به شعاع $1/5$ ، طول کمان روبه‌رو به زاویه θ رادیان، برابر $\frac{\pi}{3}$ است. زاویه $\theta - \frac{4\pi}{9}$ رادیان، برابر چند درجه است؟

(۴) 27° (۳) 18° (۲) 24° (۱) 20°

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۹۴ - ۱۱۰۴

$$\ell = R\theta \Rightarrow \frac{\pi}{3} = 1/5\theta \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$$

می‌دانیم:

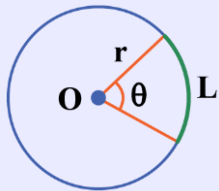
$$\Rightarrow \frac{4\pi}{9} - \theta = \frac{4\pi}{9} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{9}$$

بنابراین:

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{\pi}{\pi} = \frac{1}{9} \Rightarrow D = \frac{180^\circ}{9} \Rightarrow D = 20^\circ$$

از طرفی: $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ پس:

طول کمان



در یک دایره به شعاع r ، اگر اندازه زاویه مرکزی برحسب رادیان برابر θ باشد، طول کمان برابر است با:

$$L = r\theta$$



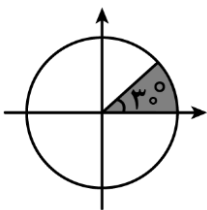
۱۷- در شکل مقابل، مساحت قسمت رنگی برابر $\frac{\pi}{3}$ است. محیط این قسمت تقریباً چقدر است؟ ($\pi \approx 3$)

(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

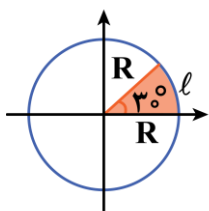
(۴) ۶



(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۹۴ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم 30° همان $\frac{\pi}{6}$ رادیان است. پس مساحت قطاع مورد نظر برابر است با:



$$S = \frac{1}{2} R^2 \theta \Rightarrow \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} R^2 \times \frac{\pi}{6} \Rightarrow R^2 = 4 \Rightarrow R = 2$$

$$\ell = R\theta = 2 \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

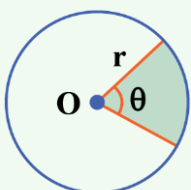
از طرفی:

$$\text{محیط قسمت رنگی} = 2R + \ell = 4 + \frac{\pi}{3} \approx 4 + 1 \approx 5$$

بنابراین:

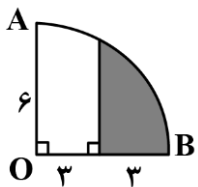
مساحت قطاع

مساحت قطاعی از یک دایره به شعاع r و زاویه مرکزی θ رادیان برابر است با:



$$S = \frac{1}{2} r^2 \theta$$

برحسب درجه	۰°	۳۰°	۴۵°	۶۰°	۹۰°	۱۸۰°	۲۷۰°	۳۶۰°
برحسب رادیان	۰	$\frac{\pi}{۶}$	$\frac{\pi}{۴}$	$\frac{\pi}{۳}$	$\frac{\pi}{۲}$	π	$\frac{۳\pi}{۲}$	۲π



۱۸- در ربع دایره شکل مقابل، محیط ناحیه رنگی چقدر از $۳\sqrt{۳}$ بیشتر است؟

$$\frac{۵}{۲}(۱ + \pi) \quad (۲)$$

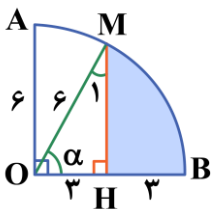
$$\frac{۱}{۲}(۵ + ۳\pi) \quad (۴)$$

$$۳ + \frac{۵\pi}{۲} \quad (۱)$$

$$۳ + ۲\pi \quad (۳)$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۹۴ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۳



$$\cos \alpha = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \alpha = ۶۰^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{۳}$$

$$\widehat{MB} = R \times \alpha = ۶ \times \frac{\pi}{۳} = ۲\pi$$

با توجه به شکل، شعاع دایره برابر ۶ می‌باشد، پس $OM = ۶$.

از طرفی $OH = ۳$ ، پس داریم:

$$\sin \alpha = \frac{MH}{R} \Rightarrow MH = R \sin \alpha = ۶ \times \sin \frac{\pi}{۳} = ۶ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۳\sqrt{۳}$$

بنابراین:

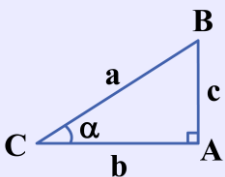
$$\text{محیط} = MH + BH + \widehat{MB} = ۳\sqrt{۳} + ۳ + ۲\pi$$

از طرفی:

پس خواهیم داشت:

در نتیجه محیط به اندازه $۳ + ۲\pi$ از $۳\sqrt{۳}$ بیشتر است.

یادآوری نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه



$$\sin \alpha = \frac{\text{اندازه ضلع مقابل } \alpha}{\text{اندازه وتر}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{اندازه ضلع مجاور } \alpha}{\text{اندازه وتر}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{اندازه ضلع مقابل } \alpha}{\text{اندازه ضلع مجاور } \alpha} = \frac{a}{b}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{اندازه ضلع مجاور } \alpha}{\text{اندازه ضلع مقابل } \alpha} = \frac{b}{a}$$

	0°	$\frac{\pi}{6}(30^\circ)$	$\frac{\pi}{4}(45^\circ)$	$\frac{\pi}{3}(60^\circ)$	$\frac{\pi}{2}(90^\circ)$	$\pi(180^\circ)$	$\frac{3\pi}{2}(270^\circ)$	$2\pi(360^\circ)$
$\sin \theta$	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۱	۰	-۱	۰
$\cos \theta$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰	-۱	۰	۱
$\tan \theta$	۰	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$	ت.ن	۰	ت.ن	۰
$\cot \theta$	ت.ن	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۰	ت.ن	۰	ت.ن



۱۹- حاصل عبارت $A = [2\cos 1] - [\cos 2] + [\sin 3]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است و زوایا برحسب رادیان هستند).
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

(متوسط - مفهومی/ترکیبی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۹۳ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم ۱ رادیان تقریباً 57° می‌باشد و کمتر از $\frac{\pi}{3}$ یا همان 60° ، پس خواهیم داشت:

$$0 < 1 < \frac{\pi}{3} \Rightarrow \cos \frac{\pi}{3} < \cos 1 < \cos 0 \Rightarrow \frac{1}{2} < \cos 1 < 1 \Rightarrow 1 < 2\cos 1 < 2 \Rightarrow [2\cos 1] = 1$$

از طرفی ۲ رادیان تقریباً $114^\circ \approx 2 \times 57^\circ$ می‌باشد. پس:

$$\frac{\pi}{2} < 2 < \pi \Rightarrow \cos \pi < \cos 2 < \cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow -1 < \cos 2 < 0 \Rightarrow [\cos 2] = -1$$

در آخر ۳ رادیان تقریباً $171^\circ \approx 3 \times 57^\circ$ می‌باشد. پس:

$$\frac{\pi}{2} < 3 < \pi \Rightarrow \sin \pi < \sin 3 < \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < \sin 3 < 1 \Rightarrow [\sin 3] = 0$$

$$A = 1 - (-1) + 0 = 2$$

بنابراین:

جزء صحیح (براکت)

بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر یا مساوی x را جزء صحیح x می‌نامیم.

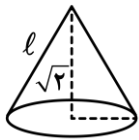
بزرگ‌ترین عدد صحیح n که $n \leq x$ باشد $[x]$

چند نمونه باحال ببین!

$$[-10] = -10, [2/9] = 2, [-2/5] = -3$$



۲۰- شکل فضایی و نیز شکل گسترده یک مخروط به ارتفاع $\sqrt{2}$ داده شده است. مساحت شکل گسترده کدام است؟



$$\frac{\pi}{2} \quad (2)$$

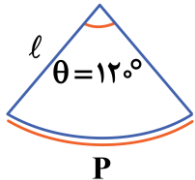
$$\pi \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{4} \quad (1)$$

$$\frac{3\pi}{4} \quad (3)$$

(سخت - ترکیبی - زمان‌بر) - حسابان ۱ صفحه ۹۶ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۳



$$P = l\theta = \frac{2\pi}{3} l$$

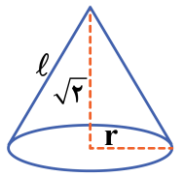
می‌دانیم 120° یعنی $\frac{2\pi}{3}$ ، پس طول کمان قطاع شکل گسترده برابر است با:

در ضمن طول این کمان همان محیط قاعده مخروط است.

اگر شعاع قاعده مخروط را r در نظر بگیریم محیط قاعده برابر $2\pi r$ است، بنابراین:

$$2\pi r = \frac{2\pi}{3} l \Rightarrow l = 3r$$

می‌دانیم:



$$l^2 = r^2 + h^2 \xrightarrow{l=3r} 9r^2 = r^2 + 2 \Rightarrow r^2 = \frac{1}{4} \xrightarrow{r>0} r = \frac{1}{2} \Rightarrow l = 3r = \frac{3}{2}$$

حال مساحت قطاع را محاسبه می‌کنیم:

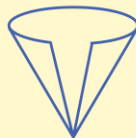
$$S = \frac{1}{2} l^2 \theta = \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \frac{2\pi}{3} = \frac{3}{4} \pi$$

گسترده مخروط

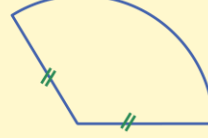
اگر یک مخروط (شکل ۱) را از روی یکی از خطوط عمودی سطح آن برش بدهیم (شکل ۲) و آن را کاملاً باز کنیم به یک قطاع (شکل ۳) می‌رسیم:



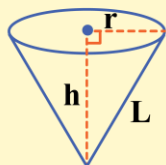
شکل ۱



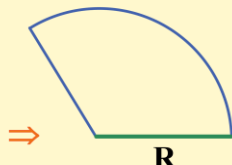
شکل ۲



شکل ۳



شکل (A)



R

با کمی دقت به نتایج زیر می‌رسیم:

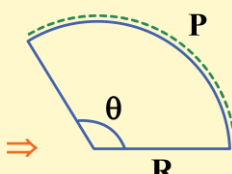
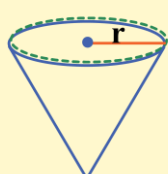
۱) طول شعاع قطاع (R) با طول مولد مخروط (L) برابر است.

$$L = R \Rightarrow \text{شعاع قطاع} = \text{مولد مخروط}$$

رابطه بین ارتفاع، شعاع قاعده و مولد مخروط

$$L^2 = r^2 + h^2$$

در مثلث شکل (A) رابطه فیثاغورس برقرار است:



R

۲) محیط قاعده مخروط با طول کمان قطاع برابر است.

$$2\pi r = P \Rightarrow 2\pi r = R\theta \Rightarrow \text{محیط قاعده مخروط} = \text{طول کمان قطاع}$$

تذکره!

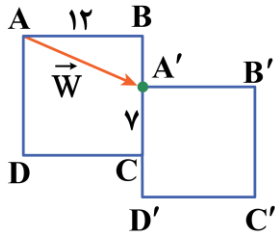
در تمامی محاسبات بالا باید θ برحسب رادیان باشد.

- ۲۱- مربع ABCD به ضلع ۱۲ را تحت بردار $\vec{W}$ منتقل می‌کنیم تا به مربع $A'B'C'D'$ برسیم. اگر A' روی ضلع BC قرار گرفته و $A'C = ۷$ باشد، آن‌گاه طول بردار $\vec{W}$ برابر کدام است؟
- ۱۰ (۱) ۱۳ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴)

(آسان - مفهومی - سریع) - هندسه ۲ صفحه ۳۹ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

چون تصویر A تحت انتقال با بردار $\vec{W}$ یعنی A' روی BC قرار دارد، پس بردار انتقال یعنی $\vec{W}$ همان بردار $\vec{AA'}$ است.



بنا بر فرض سوال $A'C = ۷$ ، پس داریم:

$$A'B = BC - A'C = 12 - 7 = 5$$

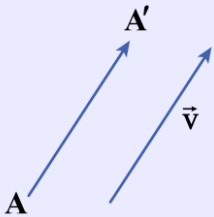
$$\triangle ABA': AA'^2 = AB^2 + A'B^2 = 12^2 + 5^2 = 169 \Rightarrow AA' = 13$$

در نتیجه:

بنابراین طول بردار انتقال $\vec{W}$ برابر طول بردار $\vec{AA'}$ یعنی ۱۳ است.

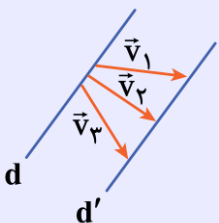
انتقال

انتقال با بردار $\vec{v}$ تبدیلی است در یک صفحه که در آن هر نقطه مانند A به نقطه‌ای مانند A' در آن صفحه تصویر می‌شود به طوری که $\vec{AA'} = \vec{v}$. به شکل مقابل توجه کنید:



ویژگی‌های انتقال:

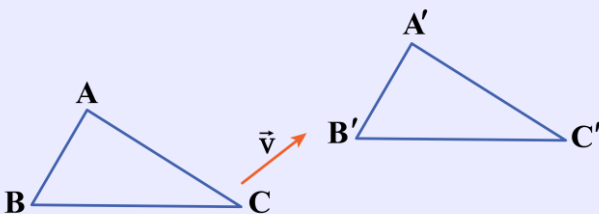
- انتقال یک تبدیل طولیاست.
- انتقال یافته هر خط، خطی موازی آن است، بنابراین انتقال شیب خط را حفظ می‌کند.
- هر دو خط موازی d و d' انتقال یافته یکدیگرند و بی‌شمار بردار انتقال برای آن‌ها وجود دارد. (باید ابتدا و انتهای بردار روی دو خط باشد).



۴) انتقال نقطه ثابت ندارد مگر آن‌که بردار انتقال صفر باشد.

۵) انتقال اندازه زاویه را حفظ می‌کند.

۶) انتقال جهت شکل را تغییر نمی‌دهد.



میانبر سه‌تایی فیثاغورس رو که بلدی نه؟

چند دسته عدد پرتکرار داریم که در رابطه فیثاغورس صدق می‌کنند و بهتر است همیشه آن‌ها را حفظ باشیم. این چند دسته عبارتند از:

$$۳, ۴, ۵ \longrightarrow ۳^2 + ۴^2 = ۵^2$$

$$۸, ۱۵, ۱۷ \longrightarrow ۸^2 + ۱۵^2 = ۱۷^2$$

$$۵, ۱۲, ۱۳ \longrightarrow ۵^2 + ۱۲^2 = ۱۳^2$$

$$۹, ۴۰, ۴۱ \longrightarrow ۹^2 + ۴۰^2 = ۴۱^2$$

این روش میانبر برای حذف محاسبات مربوط به رابطه فیثاغورس و سرعت عمل بیشتر است. وقتی دو عدد از بین این ۳ تا را داشته باشیم می‌توانیم بدون محاسبه، سومی را به دست بیاوریم.

ک برابر سه‌تایی‌های فیثاغورسی هم فیثاغورسی‌اند!

این نکته تکمیلی رو هم برای اونایی که دیگه خیلی می‌خوان خفن باشن بگیریم. اگه k به عدد صحیح باشه داریم:

$$(3k)^2 + (4k)^2 = (5k)^2$$

$$(5k)^2 + (12k)^2 = (13k)^2$$

$$(2 \times 3)^2 + (2 \times 4)^2 = (2 \times 5)^2 \Rightarrow 6^2 + 8^2 = 10^2$$

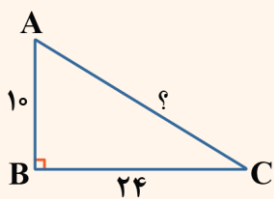
مثلاً:

تذکره!

توجه داشته باشید که هر ۳ عدد باید در یک ضریب یکسان ضرب شوند، تا همچنان رابطه فیثاغورس برقرار باشد.

یه نمونه باحال ببین!

برای به دست آوردن طول ضلع AC با دقت به طول دو ضلع دیگر می‌بینیم:



$$10 = 2 \times 5$$

$$24 = 2 \times 12$$

پس با سه‌تایی فیثاغورسی ۵، ۱۲ و ۱۳ سر و کار داریم که همگی دو برابر شده‌اند. در نتیجه طول ضلع سوم برابر است با:

$$2 \times 13 = 26$$



۲۲- مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$) مفروض است. تحت کدام تبدیل، تصویر مثلث بر خودش منطبق می‌شود؟

(۲) بازتاب نسبت به ارتفاع AH

(۴) بازتاب نسبت به ارتفاع CH

(۱) دوران به مرکز A با زاویه $\hat{A}$

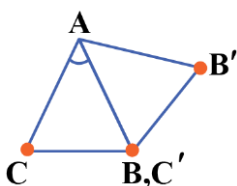
(۳) دوران به مرکز A با زاویه $\frac{\hat{A}}{2}$

(آسان - مفهومی - سریع) - هندسه ۲ صفحه ۴۱ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

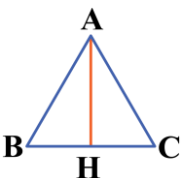
بررسی گزینه‌ها:

۱



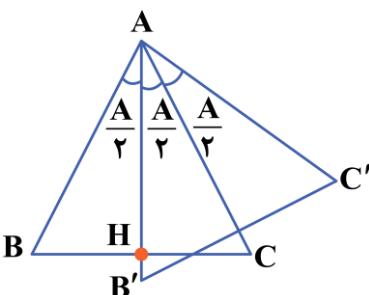
دوران به مرکز A و زاویه $\hat{A}$ ، نقطه C را به B و نقطه B را به B' تصویر می‌کند، پس تصویر $\triangle ABC$ تحت این تبدیل بر خودش منطبق نمی‌شود، پس گزینه (۱) **نادرست** است.

۲

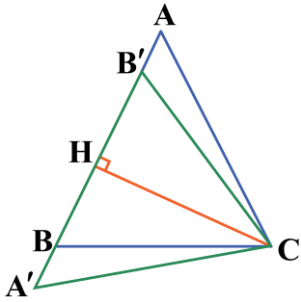


در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$) ارتفاع AH عمودمنصف قاعده BC است، پس AC و AB بازتاب هم نسبت به AH هستند. در نتیجه **بازتاب مثلث ABC نسبت به AH** بر خودش منطبق می‌شود.

۳



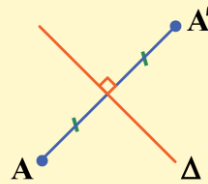
رأس B به مرکز A با زاویه $\frac{\hat{A}}{2}$ نقطه B' در امتداد AH است و دوران رأس C تحت همین تبدیل نقطه C' است و دیده می‌شود تصویر مثلث بر خودش منطبق نمی‌شود، پس گزینه (۳) هم **نادرست** است.



همچنین بازتاب مثلث ABC نسبت به ارتفاع CH نیز بر خودش منطبق نمی‌شود، پس گزینه (۴) هم نادرست است.

بازتاب

بازتاب نسبت به خط Δ تبدیلی است که تحت آن تصویر هر نقطه مانند A نسبت به خط Δ نقطه A' است، به طوری که خط Δ عمودمنصف AA' باشد. به شکل زیر توجه کنید:



نقطه ثابت بازتاب

اگر نقطه A روی محور بازتاب باشد، تصویر آن بر خودش منطبق می‌شود. (نقطه ثابت بازتاب)

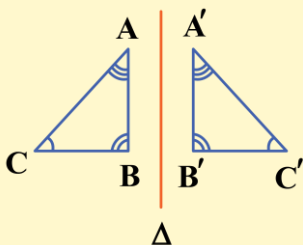
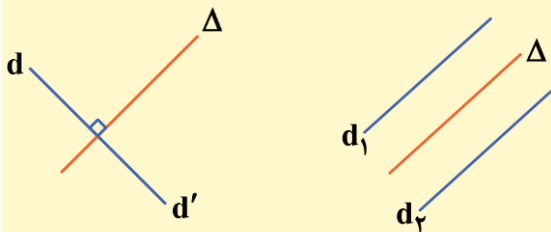


ویژگی‌های بازتاب:

(۱) بازتاب، یک تبدیل طولیاست.

(۲) بازتاب یک خط راست، یک خط راست است.

(۳) بازتاب شیب خط را حفظ نمی‌کند، مگر که آن خط با محور بازتاب موازی یا بر آن عمود باشد.

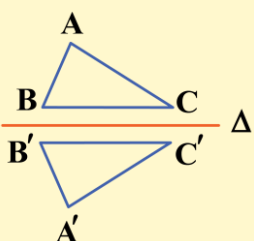


$$\hat{A} = \hat{A}'$$

$$\hat{B} = \hat{B}'$$

$$\hat{C} = \hat{C}'$$

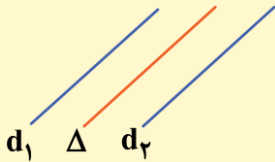
(۴) بازتاب اندازه زاویه‌ها را حفظ می‌کند.



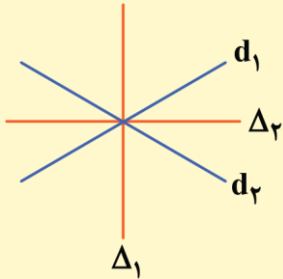
(۵) در بازتاب می‌توان بی‌شمار نقطه ثابت یافت. (نقاطی که روی محور بازتاب واقع شوند، ثابت باقی می‌مانند).

(۶) بازتاب جهت شکل را حفظ نمی‌کند.

۷) هر دو خط موازی، نسبت به خط موازی وسط آن دو خط، بازتاب یکدیگرند.

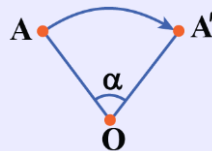


۸) هر دو خط متقاطع، نسبت به نیمسازهای زاویه‌های بین آن دو خط، بازتاب یکدیگرند. پس ۲ خط متقاطع دارای دو محور بازتاب‌اند.



دوران

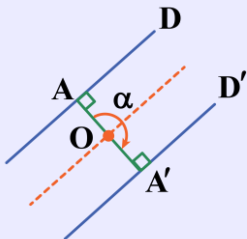
دوران به مرکز نقطه ثابت O و زاویه α تبدیلی است که تحت آن تصویر هر نقطه مانند A از صفحه، نقطه‌ای مانند A' از همان صفحه است. به شکل مقابل توجه کنید.



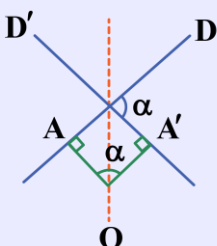
نقطه O را مرکز دوران و زاویه α را زاویه دوران می‌گوییم. جهت دوران (ساعتگرد یا پادساعتگرد) نیز مهم است.

ویژگی‌های دوران:

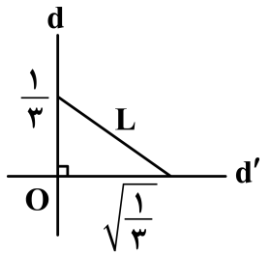
- ۱) دوران تبدیلی طولپاست.
- ۲) مرکز دوران، نقطه ثابت دوران است.
- ۳) دوران شیب خط را حفظ نمی‌کند مگر آن که زاویه دوران مضرب صحیح 180° باشد، بنابراین در حالت کلی دوران شیب خط را حفظ نمی‌کند.
- ۴) دوران با زاویه $n \times 360^\circ$ ($n \in \mathbb{N}$) هر نقطه را بر خودش تصویر می‌کند.
- ۵) دوران جهت شکل را حفظ می‌کند.
- ۶) دوران یافته هر خط، خطی است که با خط اول همان زاویه دوران را می‌سازد.
- ۷) هر دو خط موازی، دوران یافته یکدیگر با زاویه دوران $(2n+1) \times 180^\circ$ ($n \in \mathbb{N}$) هستند، به طوری که مرکز دوران روی خط وسط آن دو خط واقع است.



۸) هر دو خط متقاطع، دوران یافته یکدیگر به طوری که زاویه دوران، یکی از زوایای بین دو خط است و مرکز دوران روی نیمساز زاویه دیگر بین ۲ خط است.



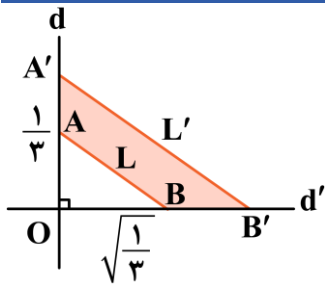
۲۳- مجانس خط L به مرکز O و نسبت تجانس $\sqrt{1+\sqrt{3}}$ را خط L' می‌نامیم. مساحت ناحیه بین خط L و L' و خطوط d و d' برابر کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{4}$
(۲) $\frac{1}{5}$
(۳) $\frac{1}{6}$
(۴) $\frac{1}{3}$

(متوسط - خط به خط - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۴۹-۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

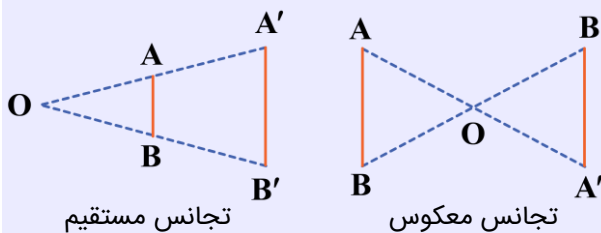


نسبت تجانس $\sqrt{1+\sqrt{3}}$ از یک بزرگ‌تر است، پس این تجانس انبساط می‌باشد و خط L' بالاتر از خط L قرار می‌گیرد. (شکل را ببینید).

می‌دانیم تجانس شیب خط را حفظ می‌کند، پس $L \parallel L'$ ، در نتیجه:

$$\begin{aligned} L \parallel L' &\xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle OAB \sim \triangle OA'B' \Rightarrow \frac{S_{\triangle OA'B'}}{S_{\triangle OAB}} = (\sqrt{1+\sqrt{3}})^2 \\ \Rightarrow \frac{S_{\triangle OA'B'}}{S_{\triangle OAB}} &= 1 + \sqrt{3} \Rightarrow \frac{S_{\triangle OA'B'}}{S_{\triangle OAB}} = \frac{1 + \sqrt{3}}{1} \xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}} \frac{S_{\triangle OA'B'} - S_{\triangle OAB}}{S_{\triangle OAB}} = \sqrt{3} \\ \Rightarrow \frac{S_{AA'B'B}}{\frac{1}{2} OA \times OB} &= \sqrt{3} \Rightarrow S_{AA'B'B} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}\right) \left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right) (\sqrt{3}) = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

تجانس



اگر $k > 0$ باشد تجانس را **مستقیم** و اگر $k < 0$ باشد تجانس را **معکوس** می‌نامیم.

چگونه مجانس یک شکل را بیابیم؟

برای پیدا کردن مجانس یک نقطه به مرکز تجانس O و با نسبت تجانس k به صورت زیر عمل می‌کنیم:

(۱) ابتدا از نقطه مورد نظر (M) به مرکز تجانس (O) وصل می‌کنیم.

(۲) $\left. \begin{aligned} &k > 0 \Rightarrow \text{در راستای } OM \text{ از } O \text{ به سمت } M \text{ به اندازه } k \text{ برابر فاصله } O \text{ تا } M \text{ پیش می‌رویم. نقطه به دست آمده مجانس } M \text{ است.} \\ &k < 0 \Rightarrow \text{در راستای } OM \text{ از } O \text{ به خلاف جهتی که } M \text{ قرار دارد به اندازه } |k| \text{ برابر فاصله } O \text{ تا } M \text{ پیش می‌رویم. نقطه به دست آمده مجانس } M \text{ است.} \end{aligned} \right\}$

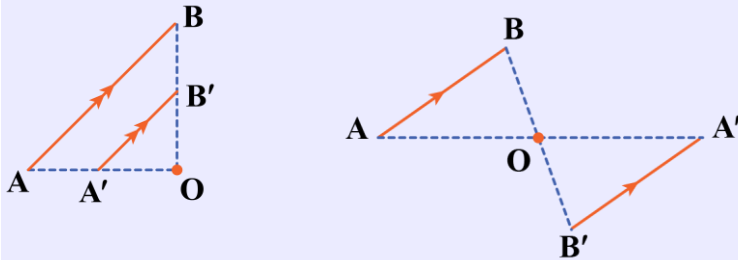
ویژگی‌های تجانس:

(۱) تجانس تبدیلی طولپا نیست.

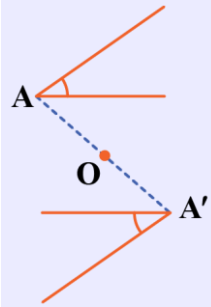
(۲) تجانس تمام طول‌ها را به یک نسبت مشخص ($|k|$) تغییر می‌دهد.

(۳) در تجانس با نسبت تجانس k دلخواه، O (مرکز تجانس) نقطه ثابت است. به ازای $k = 1$ تمام نقاط برای آن نقطه ثابت هستند.

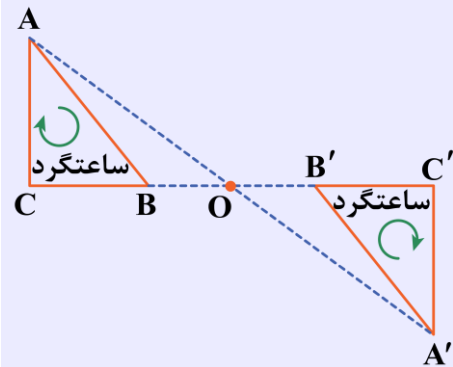
(۴) تجانس شیب را حفظ می‌کند.



(۵) تجانس اندازه زاویه را حفظ می‌کند.

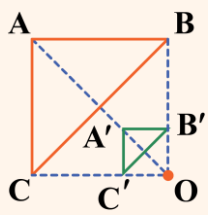


(۶) تجانس جهت شکل را حفظ می‌کند.

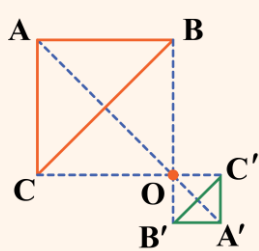


یه نمونه باحال بین!

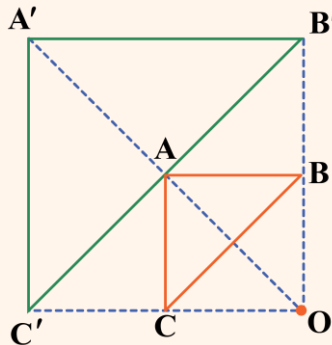
(O مرکز تجانس است.)



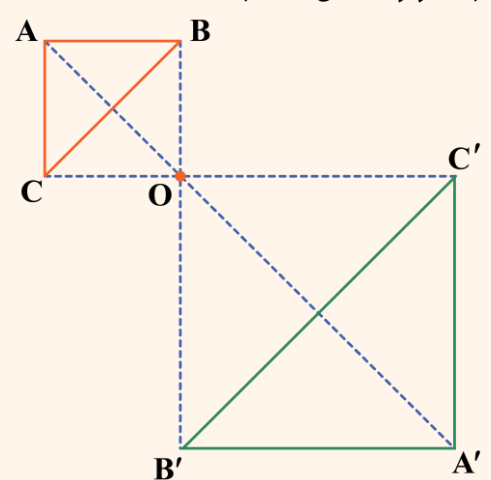
$$k = \frac{1}{3}$$



$$k = -\frac{1}{3}$$



$$k = 2$$



$$k = -2$$

۲۴- در مثلث ABC به طول اضلاع $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ ، نقطه O مرکز دایره محاطی داخلی است. اگر مثلث $A'B'C'$ انتقال یافته مثلث ABC تحت بردار $\overrightarrow{AO}$ و مثلث $A''B''C''$ مجانس مثلث $A'B'C'$ به مرکز O با نسبت $-\frac{\sqrt{2}}{5}$ باشد، مساحت مثلث $A''B''C''$ برابر کدام است؟

$$\frac{6}{125} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{125} \quad (۳)$$

$$\frac{6}{25} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{25} \quad (۱)$$

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۴۹ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

تبدیل انتقال ایزومتري (طوليا) است، پس دو مثلث ABC و $A'B'C'$ هم‌نهشت‌اند. پس مساحت‌های این دو مثلث برابر یکدیگرند. از طرف دیگر مجانس هر شکل با خودش متشابه است. بنابراین اگر k نسبت تجانس باشد، داریم:

$$S_{A''B''C''} = k^2 S_{A'B'C'} \xrightarrow{k = -\frac{\sqrt{2}}{5}} S_{A''B''C''} = \frac{2}{25} S_{A'B'C'} \quad (۱)$$

در ضمن مثلث با اضلاع $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{5}$ مثلث قائم‌الزاویه است، زیرا این اعداد مضرب اعداد فیثاغورسی ۵، ۱۲، ۱۳ هستند. در نتیجه:

$$S_{A'B'C'} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} \right) \left(\frac{1}{2} \right) = \left(\frac{1}{5} \right) \left(\frac{1}{6} \right) = \frac{1}{30} \quad (۲)$$

$$(۱) \text{ و } (۲) \Rightarrow S_{A''B''C''} = \frac{2}{25} \times \frac{1}{30} = \frac{2}{25} \times \frac{1}{10} = \frac{2}{250} = \frac{1}{125}$$

پس:

مساحت مجانس شکل

در تجانس با نسبت تجانس k مساحت شکل متجانس k^2 برابر شکل اولیه است. یعنی:

$$\frac{S'}{S} = k^2$$

توجه!

توجه کنید در این سوال موقعیت مرکز تجانس O در حل سؤال تاثیری ندارد و نیازی به پیدا کردن جایگاه O نیست!!

۲۵- محیط و مساحت یک دوزنقه هم محاطی و هم محیطی به ترتیب ۳۰ و ۴۵ است. اگر قاعده بزرگ مجانس قاعده کوچک باشد، فاصله مرکز تجانس مستقیم و مرکز تجانس معکوس قاعده‌ها کدام است؟

$$3/8 \quad (۴)$$

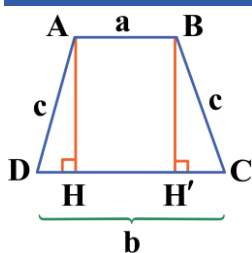
$$3/6 \quad (۳)$$

$$3/2 \quad (۲)$$

$$2/8 \quad (۱)$$

(سخت - مفهومی - زمان‌بر) - هندسه ۲ صفحه ۴۹ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲



می‌دانیم دوزنقه محاطی، دوزنقه متساوی‌الساقین است. در صورتی که a و b طول قاعده‌های دوزنقه متساوی‌الساقین $ABCD$ و c اندازه هر ساق آن باشد، داریم:

$$a + b + c + c = 30 \Rightarrow \text{محیط دوزنقه} = 30 \quad (۱)$$

$$a + b = c + c \xrightarrow{(۱)} a + b = 15 \quad (۲)$$

از طرف دیگر:

$$\sqrt{ab} \times \frac{a+b}{2} = \text{مساحت دوزنقه هم محاطی و هم محیطی} = 45$$

$$\Rightarrow 45 = \sqrt{ab} \times \frac{15}{2} \Rightarrow \sqrt{ab} = 6 \Rightarrow ab = 36 \quad (۳)$$

$$(۳) \text{ و } (۲) \Rightarrow \begin{cases} a + b = ۱۵ \\ ab = ۳۶ \end{cases} \Rightarrow a = ۳, b = ۱۲, ۲c = ۱۵ \Rightarrow c = \frac{۱۵}{۲}$$

اکنون ارتفاع‌های AH و BH' در این دوزنقه را رسم می‌کنیم. در این صورت دو مثلث قائم‌الزاویه ADH و BCH' هم‌نهشت می‌شوند.

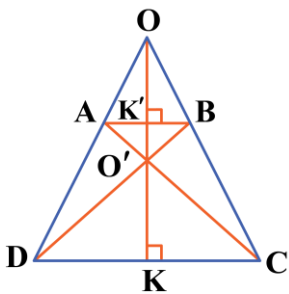
$$DH = CH' = \frac{DC - HH'}{۲} = \frac{۱۲ - ۳}{۲} = \frac{۹}{۲}$$

پس: $HH' = AB = ۳$

$$\triangle ADH : AH^2 = AD^2 - DH^2 = \left(\frac{۱۵}{۲}\right)^2 - \left(\frac{۹}{۲}\right)^2 = \left(\frac{۱۵}{۲} - \frac{۹}{۲}\right)\left(\frac{۱۵}{۲} + \frac{۹}{۲}\right) = ۳ \times ۱۲ = ۳۶ \Rightarrow AH = ۶$$

در نتیجه:

در ضمن مرکز تجانس مستقیم قاعده‌ها نقطه تلاقی امتداد ساق‌ها یعنی نقطه O در شکل و مرکز تجانس معکوس قاعده‌ها نقطه تلاقی قطرهای دوزنقه یعنی نقطه O' در شکل است.



چون امتداد OO' بر قاعده‌های AB و CD به ترتیب در نقاط K' و K عمود است، داریم:

$$AB \parallel DC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle OAB \sim \triangle ODC \Rightarrow \frac{OK'}{OK} = \frac{AB}{CD} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{OK'}{OK} = \frac{۳}{۱۲}$$

$$\Rightarrow \frac{OK'}{OK} = \frac{۱}{۴} \xrightarrow{\text{تفصیل در مخرج}} \frac{OK'}{KK'} = \frac{۱}{۳} \xrightarrow{KK' = AH = ۶} OK' = ۲$$

$$AB \parallel DC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle O'AB \sim \triangle O'CD \Rightarrow \frac{O'K'}{O'K} = \frac{AB}{CD} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{O'K'}{O'K} = \frac{۳}{۱۲}$$

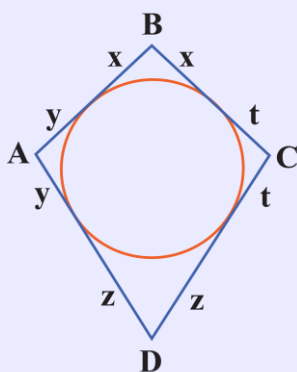
$$\Rightarrow \frac{O'K'}{O'K} = \frac{۱}{۴} \xrightarrow{\text{تجزیه در مخرج}} \frac{O'K'}{KK'} = \frac{۱}{۵} \xrightarrow{KK' = ۶} O'K' = \frac{۶}{۵} = ۱\frac{۱}{۵}$$

$$\text{فاصله دو مرکز تجانس } OO' = OK' + O'K' = ۲ + ۱\frac{۱}{۵} = ۳\frac{۱}{۵}$$

بنابراین:

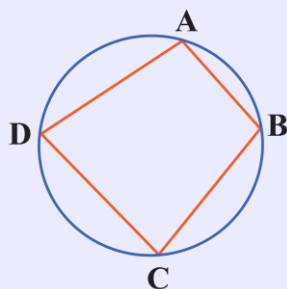
چهارضلعی‌های محیطی و محاطی

اگر ABCD یک چهارضلعی محیطی باشد، مجموع اضلاع روبه‌رو با هم برابر است و برعکس.



$$AB + CD = AD + BC = (x + y + z + t)$$

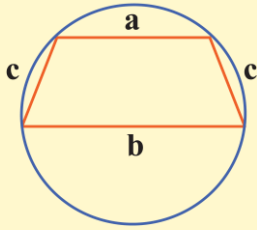
اگر ABCD یک چهارضلعی محاطی باشد، زوایای روبه‌رو مکمل همدیگر می‌باشند و برعکس.



$$\hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D} = ۱۸۰^\circ$$

دوزنقه محاطی و محیطی

۱) هر دوزنقه محاطی حتماً متساوی الساقین است و برعکس اگر دوزنقه‌ای متساوی الساقین باشد، حتماً محاطی است. (زیرا وترهای بین دو خط موازی در دایره با هم برابرند.)



۲) در دوزنقه‌های متساوی الساقین که محیطی هم باشند، داریم:

$$a + b = c + c \Rightarrow c = \frac{a + b}{2}$$

یعنی طول ساق واسطه حسابی قاعده‌ها است.

همچنین طول ارتفاع دوزنقه واسطه هندسی قاعده‌ها است، یعنی:

$$h = \sqrt{ab}$$

قلقشو یاد بگیر!

برای پیدا کردن مرکز تجانس در تجانس یک پاره‌خط کافی است سر و ته پاره‌خط را به متجانسشان وصل کنیم و امتداد دهیم تا این خطوط یکدیگر را قطع کنند، محل تلاقی‌شان مرکز تجانس خواهد بود. بدیهی است که، به دو صورت می‌توانیم سر و ته پاره‌خط اولیه و سر و ته پاره‌خط جدید را متجانس هم در نظر بگیریم، که در یک حالت تجانس مستقیم را می‌دهد و در حالت دیگر تجانس معکوس را.



۲۶- در یک اتاق ۷ دانشجو و ۱۹ دانش‌آموز قرار دارند که ۳ نفر از دانشجویها و ۸ نفر از دانش‌آموزان دختر هستند. این افراد یکی یکی و به تصادف از اتاق خارج می‌شوند. احتمال آن‌که اولین دانشجوی خارج شده پسر باشد، چقدر است؟

$$\frac{7}{19} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{7} \quad (۳)$$

$$\frac{4}{26} \quad (۲)$$

$$\frac{7}{26} \quad (۱)$$

(آسان - مفهومی - سریع) - آمار و احتمال صفحه ۴۹-۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

با استفاده از کاهش فضای نمونه معلوم می‌شود که فضای نمونه موردنظر ۷ حالت و تعداد حالات مطلوب ۴ حالت (پسران دانشجو) بوده و احتمال موردنظر $\frac{4}{7}$ خواهد شد.

کاهش فضای نمونه

گاهی در حل مسائل احتمال، با احتمال هم‌شانس می‌دانیم که یک پیشامد اتفاق افتاده، با دانستن وقوع این پیشامد خودمان را به این پیشامد خاص از فضای نمونه محدود می‌کنیم، در این صورت می‌توانیم فضای نمونه اولیه را فراموش کرده و پیشامد اتفاق افتاده را فضای نمونه جدید در نظر بگیریم. به فضای نمونه جدید، **فضای نمونه کاهش‌یافته** می‌گوییم. پس از کاهش فضای نمونه احتمال هر پیشامد در فضای جدید محاسبه می‌شود.

احتمال شرطی

اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، $P(A|B)$ یعنی احتمال وقوع A به شرط وقوع B که برابر است با:

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

و آن را **احتمال شرطی** می‌نامند.

در واقع این‌جا چون B رخ داده است، دیگر فضای نمونه‌ای همه S نیست و به B محدود شده و انگار B فضای نمونه‌ای جدیدی است و می‌خواهیم در این فضای جدید احتمال وقوع پیشامد A را بیابیم.
بنابراین می‌توان نتیجه گرفت:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B) \times P(A|B)$$

$P(A \cap B) = P(B) \times P(A|B)$ به **قانون ضرب احتمال** معروف است.



۲۷- تاسی را پرتاب و به تعداد عدد رو شده سکه پرتاب می‌کنیم. احتمال آن‌که تعداد «رو»های ظاهر شده بیش‌تر از تعداد «پشت»های ظاهر شده باشد، کدام است؟

$$\frac{65}{144} \quad (۴)$$

$$\frac{71}{192} \quad (۳)$$

$$\frac{77}{192} \quad (۲)$$

$$\frac{61}{144} \quad (۱)$$

(متوسط - محاسباتی - زمان‌بر) - آمار و احتمال صفحه ۵۵ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

بررسی سریع:

$$? = \frac{1 - P(\text{تعداد «رو»ها = تعداد «پشت»ها})}{2} = \frac{1 - [P(۱) + P(۲) + P(۳)]}{2} = \frac{1 - \left[\frac{1}{6} \times \frac{2}{4} + \frac{1}{6} \times \frac{6}{16} + \frac{1}{6} \times \frac{20}{64} \right]}{2} = \frac{77}{192}$$

گام اول

با توجه به این‌که در کل یا تعداد «رو»ها از تعداد «پشت»ها بیشتر است یا کمتر یا با هم مساوی هستند، می‌توانیم برای محاسبه احتمال مطلوب از روشی آسان‌تر به جز شمردن تک‌تک حالت‌ها استفاده کنیم. اولاً با توجه به این‌که فرقی ندارد تعداد «رو»ها بیشتر باشد یا تعداد «پشت»ها، تعداد حالت‌هایی که «رو»ها بیشتر است با تعداد حالت‌هایی که «پشت»ها بیشتر است، مساوی است. پس فقط کافی است از احتمال متمم استفاده کنیم و تعداد حالت‌هایی را بشماریم که تعداد «رو»ها و «پشت»ها مساوی هستند و حاصل را بر ۲ تقسیم کنیم. (چون مسئله تقارن دارد و فرقی ندارد تعداد «رو»ها بیشتر باشد یا تعداد «پشت»ها).

گام دوم

برای شمردن تعداد حالت‌هایی که تعداد «رو»ها با تعداد «پشت»ها برابر است، ابتدا توجه می‌کنیم که فقط در سه حالت می‌تواند این اتفاق بیفتد:

دو بار سکه پرتاب شود ← ۱ رو - ۱ پشت

چهار بار سکه پرتاب شود ← ۲ رو - ۲ پشت

شش بار سکه پرتاب شود ← ۳ رو - ۳ پشت

در تعداد پرتاب‌های فرد به وضوح تعداد «رو»ها نمی‌تواند با تعداد «پشت»ها برابر باشد.

گام سوم

محاسبه تعداد حالت‌هایی که تعداد «رو»ها با تعداد «پشت»ها برابر است.

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{\text{تاس ۲ بیاید}} \frac{1}{6} \xrightarrow{\text{۱ رو و ۱ پشت}} \frac{\binom{2}{1}}{4} = \frac{1}{2} \\ & \xrightarrow{\text{تاس ۴ بیاید}} \frac{1}{6} \xrightarrow{\text{۲ رو و ۲ پشت}} \frac{\binom{4}{2}}{16} = \frac{6}{16} \end{aligned}$$

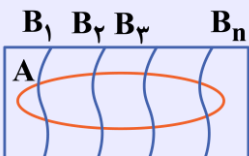
$$\xrightarrow{\text{تاس ۶ بیاید}} \frac{1}{6} \xrightarrow{\text{۳ رو و ۳ پشت}} \frac{\binom{6}{3}}{\binom{6}{3}} = \frac{20}{64}$$

در نتیجه:

$$P(\text{«رو» بیشتر از «پشت»}) = \frac{1 - \left[\frac{1}{6} \times \frac{2}{4} + \frac{1}{6} \times \frac{6}{16} + \frac{1}{6} \times \frac{20}{64} \right]}{2} = \frac{77}{192}$$

قانون احتمال کل

برخی مواقع وقوع یک رویداد پس از رویداد دیگری اتفاق می‌افتد و احتمال آن در هر حالت به این بستگی دارد که ابتدا کدام پیشامد در رویداد اول رخ داده است. در این صورت محاسبه احتمال وقوع رویداد A به صورت زیر خواهد بود که به آن **قانون احتمال کل** می‌گویند.



$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n)$$

به خصوص اگر فضای نمونه با رویداد اول به یک پیشامد و متممش تقسیم شود، در این صورت:



$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B') = P(B)P(A|B) + P(B')P(A|B')$$



۲۸- جعبه‌ای شامل ۱۰ کارت است که دو تا از آن‌ها هر دو رو قرمز، سه تا از آن‌ها هر دو رو آبی و بالاخره پنج کارت دیگر چنان است که یک رو قرمز و یک رو آبی است. کارتی به تصادف انتخاب و به یک روی آن نگاه می‌کنیم. اگر روی دیده شده قرمز باشد، احتمال آن‌که کارتی دو رو قرمز بوده باشد، کدام است؟

$$\frac{3}{7} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{9} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{7} \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۵۸-۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سریع:

در کل ۱۰ کارت ۲۰ رو دارند که ۹ رو از آن ۲۰ رو قرمز و ۱۱ روی دیگر همگی آبی هستند و احتمال دیده شدن هر یک از آن ۲۰ رو به یک اندازه است. با دیده شدن روی قرمز فضای نمونه از ۲۰ حالت به ۹ حالت کاهش می‌یابد که ۴ تا از آن ۹ رو مطلوب و ۵ تای آن‌ها نامطلوب هستند، بنابراین احتمال موردنظر $\frac{4}{9}$ است.

اعضای فضای نمونه را «رو»های ممکن ظاهر شده در نظر می‌گیریم. اگر پیشامد قرمز بودن روی دیده شده را A و انتخاب کارت‌های دو رو قرمز، دو رو آبی و یک رو آبی یک رو قرمز را به ترتیب B_1 ، B_2 و B_3 بنامیم، داریم:

روش اول

کاهش فضای نمونه:

چون می‌دانیم که روی دیده شده قرمز است یعنی حتما یکی از دو نوع کارت دو رو قرمز یا یک رو قرمز یک رو آبی انتخاب شده. پس می‌توانیم فضای نمونه را به این دو دسته کارت کاهش دهیم. یعنی در مجموع ۷ کارت داریم که ۱۴ رو دارند و از این ۱۴ رو فقط ۹ رو قرمز هستند و

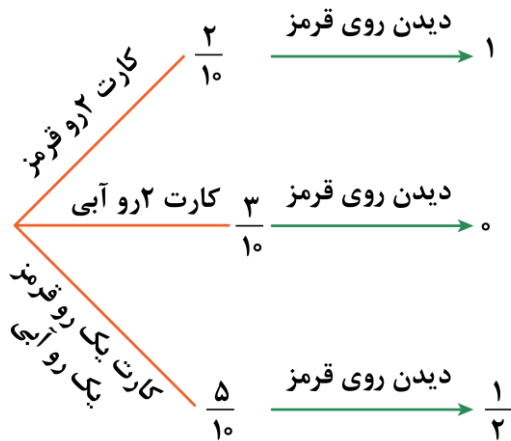
$$P(A) = \frac{9}{14}, \quad P(B_1) = \frac{2}{7}$$

۵ روی دیگر آبی‌اند. یعنی در فضای نمونه جدید داریم:

$$P(B_1 | A) = \frac{P(A \cap B_1)}{P(A)} = \frac{P(B_1)P(A | B_1)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{10} \times 1}{\frac{9}{14}} = \frac{4}{9}$$

قانون بیز:

روش دوم



$$\begin{aligned} P(B_1 | A) &= \frac{P(A \cap B_1)}{P(A)} = \frac{P(B_1)P(A | B_1)}{P(A)} \\ &= \frac{P(B_1)P(A | B_1)}{P(B_1)P(A | B_1) + P(B_2)P(A | B_2) + P(B_3)P(A | B_3)} \\ &= \frac{\frac{2}{10} \times 1}{\left(\frac{2}{10} \times 1\right) + \left(\frac{3}{10} \times 0\right) + \left(\frac{5}{10} \times \frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{2}{10}}{\frac{9}{20}} = \frac{4}{9} \end{aligned}$$

قانون بیز

قانون بیز در واقع فرم شرطی احتمال کل است، یعنی چند تصادف پی‌درپی رخ داده و نتیجه مشاهده شده است. حال می‌خواهیم بررسی کنیم ریشه این اتفاق به کدام یک از اتفاق‌های اولیه برمی‌گردد و هر کدام چند درصد در اتفاقی که افتاده، تاثیرگذار بوده‌اند. فرمول این احتمال همان فرمول احتمال شرطی است ولی باید ابتدا مخرج کسر را به وسیله احتمال کل و نمودار درختی پیدا کنیم. یعنی: اگر $B_1, B_2, \dots, B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند، که فضای نمونه را افراز می‌کنند، در این صورت برای هر پیشامد دلخواه A و هر $1 \leq i \leq n$ داریم:

$$P(B_i | A) = \frac{P(B_i)P(A | B_i)}{P(B_1)P(A | B_1) + \dots + P(B_n)P(A | B_n)}$$

احتمال کل $P(A)$



۲۹- اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، آنگاه کدام یک از تساوی‌های زیر برقرار است؟

(۲) $P(C | A - B) = P(C | A) - P(C | B)$

(۱) $P(C | A \cup B) = P(C | A) + P(C | B)$

(۴) $P(A - B | C) = P(A | C) - P(B | C)$

(۳) $P(A \cup B | C) = P(A | C) + P(B | C)$

(متوسط - محاسباتی - زمان‌بر) - آمار و احتمال صفحه ۵۰-۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سریع:

$$P(A \cup B | C) = \frac{P((A \cup B) \cap C)}{P(C)} = \frac{P((A \cap C) \cup (B \cap C))}{P(C)}$$

$$\underline{A \cap B = \emptyset \Rightarrow P((A \cap C) \cup (B \cap C)) = P(A \cap C) + P(B \cap C)} \Rightarrow \frac{P(A \cap C)}{P(C)} + \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = P(A | C) + P(B | C)$$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cap B) = 0$$

چون A و B ناسازگارند، می‌دانیم که:

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B)$$

$$\text{سمت چپ} = P(A \cup B | C) = \frac{P((A \cup B) \cap C)}{P(C)} = \frac{P((A \cap C) \cup (B \cap C))}{P(C)}$$

چون A و B ناسازگارند اشتراک این دو مجموعه با یک مجموعه دیگر نیز ناسازگار است، چون:

$$(A \cap C) \cap (B \cap C) = A \cap B \cap C = \emptyset \Rightarrow P((A \cap C) \cup (B \cap C)) = P(A \cap C) + P(B \cap C)$$

$$\text{سمت چپ} = \frac{P((A \cap C) \cup (B \cap C))}{P(C)} = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} + \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = P(A|C) + P(B|C) = \text{سمت راست}$$

پس تنها تساوی درست $P(A \cup B | C) = P(A|C) + P(B|C)$ است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

برای سایر گزینه‌ها، مثال نقض $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، $A = \{1, 2\}$ ، $B = \{3, 4\}$ و $C = \{3, 4\}$ وجود دارد.



$$P(C | A \cup B) = P(\{3, 4\} | \{1, 2\} \cup \{3, 4\}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \neq 1$$

$$P(C | A) + P(C | B) = P(\{3, 4\} | \{1, 2\}) + P(\{3, 4\} | \{3, 4\}) = 0 + 1$$



$$P(C | A - B) = P(\{3, 4\} | \{1, 2\} - \{3, 4\}) = 0$$

$$P(C | A) - P(C | B) = P(\{3, 4\} | \{1, 2\}) - P(\{3, 4\} | \{3, 4\}) = 0 - 1 \Rightarrow 0 \neq -1$$



$$P(A - B | C) = P(\{1, 2\} - \{3, 4\} | \{3, 4\}) = 0$$

$$P(A | C) - P(B | C) = P(\{1, 2\} | \{3, 4\}) - P(\{3, 4\} | \{3, 4\}) = 0 - 1 \Rightarrow 0 \neq -1$$

دو پیشامد ناسازگار

دو پیشامد A و B را ناسازگار گویند هرگاه هیچ عضو مشترکی نداشته باشند یا به عبارتی:

$$A \cap B = \emptyset$$

نتیجه این ناسازگاری این است که در محاسبه احتمال رخداد A یا B ، چون اشتراک تهی است تأثیری در احتمال وقوع حداقل یکی از این دو ندارد. یعنی:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B)$$



اشتراک دو پیشامد ناسازگار با هر مجموعه دیگری همچنان تهی است. به همین دلیل احتمال وقوع $A \cup B$ به شرط وقوع یک پیشامد دیگر هیچ فرقی با احتمال وقوع هر کدام به شرط پیشامد سوم ندارد. بد نیست این نکته را با فلسفه به دست آوردنش در ذهن داشته باشید تا درگیر فرمول‌های ساختگی و گیج‌کننده نشوید!

$$P(A \cup B | C) = P(A | C) + P(B | C)$$



۳۰- علی و سامان به ترتیب صاحب ۴ و ۳ فرزند هستند. اگر بدانیم تعداد دختران سامان از تعداد دختران علی بیش تر است، آنگاه احتمال آن که تعداد دختران سامان بیش تر از تعداد پسرانش باشد، کدام است؟

$$\frac{26}{29} \quad (۴)$$

$$\frac{23}{26} \quad (۳)$$

$$\frac{13}{18} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) - آمار و احتمال صفحه ۵۰-۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۴

احتمال آن که تعداد دختران سامان بیش تر از تعداد دختران علی باشد را می‌یابیم:

{	علی	علی هیچ دختری نداشته باشد.	$\frac{\binom{4}{0}}{2^4} = \frac{1}{16}$	{	سامان	سامان هیچ دختری نداشته باشد.	$\frac{\binom{3}{0}}{2^3} = \frac{1}{8}$
		علی ۱ دختر داشته باشد.	$\frac{\binom{4}{1}}{2^4} = \frac{4}{16}$			سامان ۱ دختر داشته باشد.	$\frac{\binom{3}{1}}{2^3} = \frac{3}{8}$
		علی ۲ دختر داشته باشد.	$\frac{\binom{4}{2}}{2^4} = \frac{6}{16}$			سامان ۲ دختر داشته باشد.	$\frac{\binom{3}{2}}{2^3} = \frac{3}{8}$
		علی ۳ دختر داشته باشد.	$\frac{\binom{4}{3}}{2^4} = \frac{4}{16}$			سامان ۳ دختر داشته باشد.	$\frac{\binom{3}{3}}{2^3} = \frac{1}{8}$
		علی ۴ دختر داشته باشد.	$\frac{\binom{4}{4}}{2^4} = \frac{1}{16}$				

$A =$ دختران سامان < دختران علی

$$P(A) = P(A | \text{سامان ۳ دختر}) + P(A | \text{سامان ۲ دختر}) + P(A | \text{سامان ۱ دختر})$$

$$= \frac{1}{8} \left[\frac{1}{16} + \frac{4}{16} + \frac{6}{16} \right] + \frac{3}{8} \left[\frac{1}{16} + \frac{4}{16} \right] + \frac{3}{8} \left[\frac{1}{16} \right] = \frac{11+15+3}{128} = \frac{29}{128}$$

حال برای این که تعداد دختران سامان از تعداد پسرانش بیشتر باشد، باید یا هر ۳ فرزندش دختر باشند یا ۲ دختر داشته باشد. پس:

$B =$ تعداد دختران سامان ۳ یا ۲ باشد

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{8} \left[\frac{1}{16} + \frac{4}{16} + \frac{6}{16} \right] + \frac{3}{8} \left[\frac{1}{16} + \frac{4}{16} \right]}{\frac{29}{128}} = \frac{\frac{12}{128}}{\frac{29}{128}} = \frac{12}{29}$$





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید QR Code

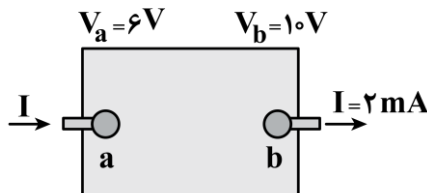
جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم
(تا پایان فصل دوم) - صفحه‌های ۶۷ تا ۸۲

بودجه‌بندی
این آزمون

درمجموع ۳ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

۳۱- شکل زیر، یک جزء از مدار است که اختلاف پتانسیل الکتریکی، بین دو سر آن برقرار است. توان الکتریکی این جزء از مدار چند میلی‌وات است؟



۱۲ (۲)
۱۶ (۴)

۸ (۱)
۱۰ (۳)

(آسان - محاسباتی - سریع ۵ - صفحه ۶۷ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

کلم اول

در این جزء از مدار، جریان الکتریکی از پایانه a وارد و از پایانه b خارج شده است، بنابراین ابتدا اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر این جزء از مدار را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V = V_b - V_a = 10 - 6 = 4V$$

کلم آخر

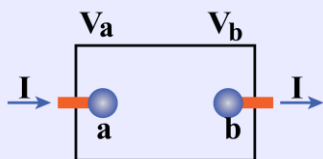
توان الکتریکی این جزء از مدار برابر است با:

$$P = I\Delta V \xrightarrow{I=2mA, \Delta V=4V} P = 2 \times 4 = 8mW$$

توان الکتریکی

شکل زیر، یک عنصر الکتریکی (مثل مقاومت، باتری و ...) را نشان می‌دهد که جریان الکتریکی به یک سر آن (a) وارد و از سر دیگر آن (b) خارج می‌شود. اگر فرض کنیم بار Δq در مدت زمان Δt از a تا b منتقل می‌شود، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی این بار برابر است با:

$$\Delta U_E = \Delta q \Delta V$$



$$P = \frac{\Delta U_E}{\Delta t} = \frac{\Delta q \Delta V}{\Delta t} \xrightarrow{I = \frac{\Delta q}{\Delta t}} P = I\Delta V = I(V_b - V_a)$$

توان الکتریکی این عنصر از رابطه زیر به دست می‌آید:

توان الکتریکی همان آهنگ مصرف (تولید) انرژی الکتریکی می‌باشد.
یکای توان الکتریکی برابر با ژول بر ثانیه می‌باشد که به اختصار به آن وات (W) می‌گویند.

نکات

۱- اگر $V_b - V_a > 0$ ، بنابراین $P > 0$ است و این جزء به مدار، انرژی می‌دهد. اگر $V_b - V_a < 0$ باشد، بنابراین $P < 0$ است و این جزء از مدار، انرژی می‌گیرد.

۲- با استفاده از رابطه $P = I\Delta V$ ، می‌توان توان هر وسیله الکتریکی (مثل مولد یا مقاومت الکتریکی) را حساب کرد.

۳- توان مصرفی مقاومت‌ها از رابطه‌های زیر قابل محاسبه است:

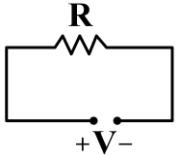
$$P = IV \xrightarrow{I = \frac{V}{R}} P = \frac{V^2}{R}$$

$$P = IV \xrightarrow{V = IR} P = RI^2$$

این سؤال رو از شکل کتاب درسی براتون طرح کردیم تا هم یک سؤال خلاقانه باشه و هم با ایده طرح سؤال از این شکل آشنا بشین. چه برای امتحان نهایی و چه برای کنکور، حواستون بهش باشه.



۳۲- در مدار شکل زیر، مقدار مقاومت الکتریکی R که به اختلاف پتانسیل الکتریکی ثابتی وصل است، چند اهم باشد تا در اثر عبور 60°C بار الکتریکی در مدت زمان 12 s از یک سطح مقطع مشخص آن، 1200 J گرما تولید شود؟ (اثر دما بر مقاومت الکتریکی R ناچیز است.)



(۲) ۱
(۴) ۶

(۱) ۴
(۳) ۲

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۶۷ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

راه نجات سریع

کافیه دو رابطه $I = \frac{q}{t}$ و $U = RI^2t$ رو با هم ترکیب کنی تا مسأله به راحتی حل بشه.

در این سؤال، حرف از بار الکتریکی عبوری و مدت زمان عبور آن و همچنین گرمای تولیدشده در مقاومت شده است، پس باید به روش زیر، شروع به حل این سؤال کنیم:

$$\begin{cases} U = RI^2t \\ I = \frac{q}{t} \end{cases} \xrightarrow{\text{ترکیب دو رابطه}} U = R\left(\frac{q}{t}\right)^2t = \frac{Rq^2}{t} \Rightarrow R = \frac{Ut}{q^2}$$

$$\xrightarrow{U=1200\text{ J}, t=12\text{ s}, q=60\text{ C}} R = \frac{1200 \times 12}{(60)^2} = \frac{1200 \times 12}{3600} = 4\Omega$$

انرژی مصرفی در یک مقاومت

می‌دانیم توان مصرفی برابر با انرژی مصرفی در واحد زمان است، بنابراین برای محاسبه انرژی مصرفی توسط یک مقاومت (انرژی گرمایی تولیدشده توسط مقاومت) در مدت زمان t از رابطه توان به شکل زیر استفاده می‌کنیم:

$$P = \frac{U}{t} \Rightarrow P = Ut \Rightarrow \begin{cases} P = VI \rightarrow U = VI t \\ P = RI^2 \rightarrow U = RI^2 t \\ P = \frac{V^2}{R} \rightarrow U = \frac{V^2}{R} t \end{cases}$$

نکته

یکای SI انرژی برابر با ژول (J) است.

یکای پرکاربرد دیگر انرژی برابر با کیلووات ساعت (kWh) می‌باشد که برابر با $J \times 10^6 / 3600$ است.

$$\text{kWh} \xleftrightarrow[\div 3600 \times 10^6]{\times 3600 \times 10^6} J$$

انرژی مصرفی مقاومت با استفاده از آهنگ شارش بار عبوری از رسانا

با توجه به مقدار بار جابه‌جاشده از هر سطح مقطع مشخص مدار، می‌توانیم رابطه انرژی مصرفی توسط مقاومت را به شکل زیر بنویسیم:

$$U = RI^2 t \xrightarrow{I = \frac{q}{t}} U = R \left(\frac{q}{t} \right)^2 t \Rightarrow U = \frac{Rq^2}{t}$$

رازهای پشت سوال

بچه‌ها خیلی وقت‌ها بسته به شرایط مسأله باید تصمیم بگیرید که از کدامیک از رابطه‌های $U = RI^2 t$ یا $U = VIt$ یا $U = \frac{V^2}{R} t$ استفاده کنید که با کمی دقت در داده‌های مسئله می‌توانید خیلی راحت به یک انتخاب مناسب برسید.

راهنمای مسیرت

بچه‌ها این تیپ سؤالات هم برای امتحان نهایی و هم برای کنکور خیلی مهم هستند و احتمال طرح شدنشون به شدت بالا هست. اگر نتوانستی این سؤال رو حل کنی حتماً به سر به پاسخنامه بزن تا روند درست و دقیق حل این سؤال رو یاد بگیری.



۳۳- مقاومت الکتریکی یک سیم فلزی برابر با 24Ω است. ۶۰ درصد از طول سیم را بریده و دور می‌اندازیم و ۴۰ درصد باقی‌مانده را از دستگاهی عبور می‌دهیم تا بدون کاهش جرم، آن را به‌طور یکنواخت نازک کرده و طولش را به نصف طول سیم اولیه قبل از بریده شدن برساند. اگر سیم جدید را به اختلاف پتانسیل الکتریکی ۱۲V متصل کنیم، توان مصرفی آن چند وات می‌شود؟ (دمای سیم را ثابت در نظر بگیرید.)

۹۶ (۴)

۶ (۳)

۹/۶ (۲)

۶۰ (۱)

(سخت - استدلالی - زمان‌بر - صفحه ۶۷ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول

جنس سیم و دمای آن ثابت مانده ولی طول و جرم آن تغییر کرده است، بنابراین به کمک رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{A} \times \left[\frac{L}{L} \right] = \rho \frac{L^2}{AL} \xrightarrow{\rho' = \frac{m}{V} = \frac{m}{AL}, \text{ چگالی سیم}, V = AL = \text{حجم سیم}} R = \rho \frac{L^2}{\frac{m}{\rho'}} = \rho \rho' \frac{L^2}{m}$$

$$\xrightarrow{\rho, \rho' \text{ ثابت هستند}} \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{L_2}{L_1} \right)^2 \times \frac{m_1}{m_2} \xrightarrow{m_2 = \frac{2}{5} m_1, \text{ ۴۰ درصد سیم باقی مانده}} \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{1}{2} \right)^2 \times \frac{1}{\frac{2}{5}} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{8}$$

$$\xrightarrow{R_1 = 24\Omega} \frac{R_2}{24} = \frac{5}{8} \Rightarrow R_2 = 15\Omega$$

گام آخر

توان مصرفی سیم جدید برابر است با:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow P = \frac{12 \times 12}{15} = \frac{48}{5} = 9.6W$$

این فرمول‌ها رو برای محاسبه مقاومت الکتریکی بر اساس ویژگی‌های ساختمانی آن به خاطر بسپرا!

۱- محاسبه مقاومت الکتریکی رسانا به کمک **طول** و **سطح مقطع**:

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

۲- محاسبه مقاومت الکتریکی رسانا به کمک **طول** و **حجم**:

$$R = \frac{\rho L^2}{V}$$

۳- محاسبه مقاومت الکتریکی رسانا به کمک **سطح مقطع** و **حجم**:

$$R = \frac{\rho V}{A^2}$$

۴- محاسبه مقاومت الکتریکی رسانا به کمک **طول**، **جرم** و **چگالی**:

$$R = \frac{\rho \rho' L^2}{m}$$

۵- محاسبه مقاومت الکتریکی رسانا به کمک **سطح مقطع**، **جرم** و **چگالی**:

$$R = \frac{\rho m}{\rho' A^2}$$

بچه‌ها توصیه می‌کنیم رابطه‌های $R = \rho \rho' \frac{L^2}{m}$ و $R = \frac{\rho m}{\rho' A^2}$ رو گوشه ذهنتون داشته باشید تا سرعت هلتون خیلی بالا بره!

یه نمونه باحال

مقاومت الکتریکی سیم‌های A و B با مشخصات زیر را برحسب اهم به دست آورید.

سیم A: جرم: ۲۰g، چگالی: $5 \frac{g}{cm^3}$ ، طول: ۳m و مقاومت ویژه: $2 \times 10^{-6} \Omega.m$

سیم B: جرم: ۱۰۰g، چگالی: $4 \frac{g}{cm^3}$ ، مساحت مقطع: $2 mm^2$ و مقاومت ویژه: $5 \times 10^{-6} \Omega.m$

پاسخ تشریحی:

$$R_A = \frac{\rho L^2 \rho'}{m} \xrightarrow{\rho = 2 \times 10^{-6} \Omega.m, L = 3m, \rho' = 5000 \frac{kg}{m^3}, m = 0.02kg} R_A = \frac{2 \times 10^{-6} \times 9 \times 5000}{0.02} = 4.5 \Omega$$

$$R_B = \frac{\rho m}{\rho' A^2} \xrightarrow{\rho = 5 \times 10^{-6} \Omega.m, m = 0.1kg, \rho' = 4000 \frac{kg}{m^3}, A = 2 \times 10^{-6} m^2} R_B = \frac{5 \times 10^{-6} \times 0.1}{4000 \times 4 \times 10^{-12}} = 31.25 \Omega$$

راهنمای مسیر

این که یک سری تغییرات در ساختار یک مقاومت بدیم و مقاومت جدید را به دست بیاریم، همیشه مورد علاقه طراحان کنکور بوده و خواهد بود. حالا ما اومدیم از این موضوع در بحث توان هم استفاده کردیم تا شما رو با یک سبک جدید طرح سؤال آشنا کنیم.



- ۳۴- بر روی یک لامپ رشته‌ای، اعداد $220V$ و $100W$ نوشته شده است. چه تعداد از عبارات‌های زیر در مورد این لامپ نادرست است؟
- الف- هنگامی که لامپ خاموش بوده و در دمای اتاق قرار دارد، مقاومت الکتریکی آن 484Ω است.
- ب- اگر این لامپ را به ولتاژهای کمتر از $220V$ وصل کنیم، توان مصرفی آن برابر با $100W$ می‌شود.
- ج- اگر این لامپ را به ولتاژهای بیشتر از $220V$ وصل کنیم، ممکن است لامپ بسوزد.
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(آسان - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۶۷ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی موارد:



با توجه به این که بر روی لامپ رشته‌ای، اعداد $220V$ و $100W$ نوشته شده است، داریم:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{P} \xrightarrow{P_{\text{اسمی}}=100W, V_{\text{اسمی}}=220V} R = \frac{220 \times 220}{100} = 484\Omega$$

امیدوارم حواستون باشه که در حالتی که لامپ رشته‌ای، روشن است (به ولتاژ $220V$ وصل است)، مقاومت الکتریکی آن برابر با 484Ω است که این مقدار بیشتر از مقاومت الکتریکی لامپ در حالت خاموش است. (*)



به کمک رابطه $R = \frac{V_{\text{اسمی}}^2}{P_{\text{اسمی}}}$ ، می‌توانیم مقاومت الکتریکی وسیله را در حالتی که به $V_{\text{اسمی}}$ متصل است و روشن است، پیدا کنیم. از طرفی هم چون افزایش دمای وسیله باعث افزایش مقاومت الکتریکی آن شده، بنابراین مقدار مقاومت به‌دست‌آمده برای لامپ خیلی بیشتر از مقدار مقاومت واقعی لامپ (مقاومت لامپ در حالت خاموش) است.



اگر این لامپ را به ولتاژهای کمتر از $220V$ وصل کنیم، توان مصرفی آن نیز کمتر از $100W$ می‌شود. (*)



اگر این لامپ را به ولتاژهای بیشتر از $220V$ وصل کنیم، توان مصرفی آن بیشتر از $100W$ می‌شود و ممکن است لامپ بسوزد. (✓)

توان اسمی

مقدار توانی است که در صورت اتصال به ولتاژ اسمی مصرف می‌کند:

$$P_{\text{اسمی}} = \frac{V_{\text{اسمی}}^2}{R}$$



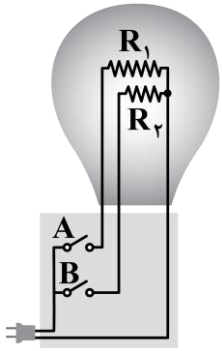
ولتاژ اسمی، مناسب‌ترین اختلاف پتانسیل الکتریکی است که می‌توان به دو سر یک قطعه الکترونیکی اعمال کرد. در اکثر مواقع در صورت اعمال ولتاژی بیشتر از ولتاژ اسمی به دو سر قطعه الکترونیکی، آن قطعه الکترونیکی ممکن است آسیب ببیند.



- ۱- مقدار مقاومتی که به کمک مقادیر توان اسمی و ولتاژ اسمی برای یک قطعه الکترونیکی به دست می‌آید، مقاومت الکتریکی آن قطعه در حالت روشن بودن است و این مقاومت از مقاومت آن قطعه در حالت خاموش خیلی بیشتر است.
- ۲- اگر یک قطعه الکترونیکی به ولتاژی کمتر از ولتاژ اسمی متصل شود، توان مصرفی آن قطعه کمتر از توان اسمی آن می‌شود.



۳۵- یک لامپ سه‌راهه $۲۲۰V$ که دو رشته دارد، مطابق شکل زیر برای کار در سه توان مختلف ساخته شده است. کمترین و بیشترین



توان مصرفی این لامپ به ترتیب $۷۵W$ و $۲۲۵W$ است. نسبت $\frac{R_2}{R_1}$ کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۶

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۷۳ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

گام اول

طبق رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ و با توجه به ثابت بودن V ، برای این که بیشترین توان مصرفی را داشته باشیم باید کمترین مقاومت الکتریکی را داشته باشیم، همچنین برای داشتن کمترین توان مصرفی، باید بیشترین مقاومت الکتریکی را داشته باشیم. می‌دانیم کمترین مقاومت الکتریکی زمانی اتفاق می‌افتد که مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی بسته شوند؛ پس بیشترین توان مصرفی مربوط به حالتی است که کلیدهای A و B هر دو وصل باشند:

$$R_{\min} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \xrightarrow{P_{\max} = \frac{V^2}{R_{\min}}} P_{\max} = \frac{V^2}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \right) V^2 \quad (۱)$$

گام دوم

کمترین توان مصرفی هم مربوط به حالتی است که کلید B وصل باشد تا بیشترین مقاومت الکتریکی را داشته باشیم (با توجه به گزینه‌ها متوجه می‌شویم که $R_2 > R_1$ است):

$$P_{\min} = \frac{V^2}{R_{\max}} = \frac{V^2}{R_2} \quad (۲)$$

گام آخر

حالا سراغ نسبت توان‌ها می‌رویم:

$$\xrightarrow{(۱), (۲)} \frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \right) V^2}{\frac{V^2}{R_2}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \xrightarrow{\substack{P_{\max} = 225W \\ P_{\min} = 75W}} \frac{225}{75} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow 3 = 1 + \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 2$$

نکات

۱- در اتصال موازی مقاومت‌ها به یکدیگر، با توجه به برابر بودن پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت‌ها و با توجه به رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، توان مصرفی در هر مقاومت با مقدار هر مقاومت، رابطه عکس دارد.

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{V: \text{ثابت}} \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2}$$

یعنی در اتصال موازی مقاومت‌ها، هر چه مقاومت، بزرگ‌تر باشد، توان مصرفی آن کمتر است.

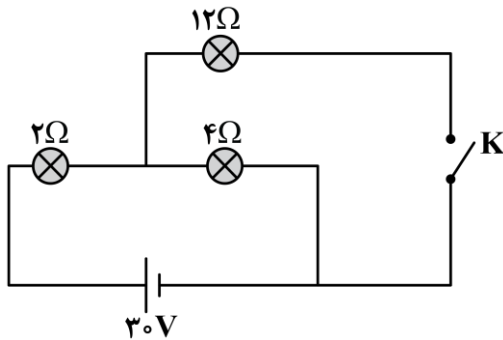
۲- در اتصال متوالی مقاومت‌ها به یکدیگر، با توجه به برابر بودن جریان عبوری از مقاومت‌ها و با توجه به رابطه $P = RI^2$ ، توان مصرفی هر مقاومت با مقدار هر مقاومت، رابطه مستقیم دارد.

$$P = RI^2 \xrightarrow{\text{ثابت } I} \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_2}{R_1}$$

یعنی در اتصال متوالی مقاومت‌ها، هرچه مقاومت، بزرگ‌تر باشد، توان مصرفی آن بیشتر است.



۳۶- در مدار شکل زیر، با بسته شدن کلید K، توان مصرفی لامپ رشته‌ای ۲ اهمی چند وات و چگونه تغییر می‌کند؟ (دمای لامپ‌ها را ثابت در نظر بگیرید.)



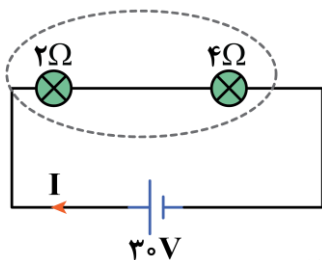
- (۱) ۱۲ و کاهش
- (۲) ۱۲ و افزایش
- (۳) ۲۲ و افزایش
- (۴) ۲۲ و کاهش

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۷۵ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول

ابتدا برای حالت کلید باز، جریان الکتریکی عبوری از لامپ رشته‌ای به مقاومت 2Ω را به دست می‌آوریم و به کمک رابطه $P = RI^2$ ، توان مصرفی آن را حساب می‌کنیم:

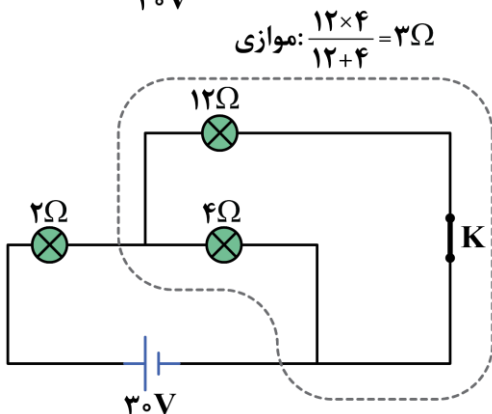


$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{30}{6} = 5A$$

$$P_{2\Omega} = RI_{2\Omega}^2 \xrightarrow{R=2\Omega, I_{2\Omega}=I=5A} P_{2\Omega} = 2 \times (5)^2 = 50W$$

گام دوم

برای حالت کلید بسته داریم:



$$\text{موازی: } \frac{12 \times 4}{12 + 4} = 3\Omega$$

$$\text{متوالی: } R'_{eq} = 2 + 3 = 5\Omega$$

$$I' = \frac{V}{R'_{eq}} = \frac{30}{5} = 6A$$

$$P'_{2\Omega} = RI_{2\Omega}^2 \xrightarrow{R=2\Omega, I'_{2\Omega}=I'=6A}$$

$$P'_{2\Omega} = 2 \times (6)^2 = 72W$$

گام آخر

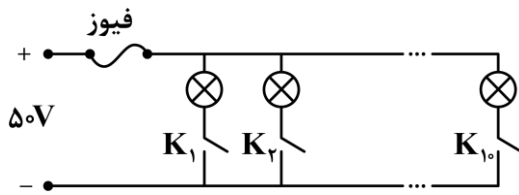
اختلاف توان مصرفی لامپ رشته‌ای ۲ اهمی را به دست می‌آوریم:

$$P'_{2\Omega} - P_{2\Omega} = 72 - 50 = 22W$$

پس توان مصرفی لامپ ۲ اهمی پس از بستن کلید، ۲۲ وات افزایش می‌یابد.



۳۷- در شکل زیر، ۱۰ لامپ رشته‌ای مشابه ۱۰۰ واتی با آرایش نشان داده‌شده، در مدار قرار گرفته‌اند. اگر فیوز، ۱۵A باشد، حداکثر چه تعداد از کلیدها را می‌توانیم وصل کنیم تا فیوز نپرد؟



- (۱) ۹
(۲) ۸
(۳) ۶
(۴) ۷

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۷۵ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۴

راه نجات سریع

یکی از کلیدها رو وصل کن و جریان عبوری از لامپ رو به دست بیار و بعدش به کمک حداکثر جریان قابل تحمل فیوز، محاسبه کن که چند تا کلید باید وصل بشه.

با بستن کلید متناظر با هر لامپ، لامپ موردنظر به ولتاژ ۵۰V متصل می‌شود و طبق رابطه $P = VI$ ، جریان عبوری از لامپ موردنظر برابر است با:

$$I = \frac{P}{V} = \frac{100}{50} = 2A$$

فرض کنید، n تا از کلیدها را وصل کنیم. در این صورت، جریان عبوری هر یک از لامپ‌هایی که کلیدشان وصل شده، برابر با ۲A می‌شود و چون این n لامپ با هم موازی می‌شوند، بنابراین جریان عبوری از فیوز که همان جریان کل مدار است، برابر با مجموع جریان عبوری از این لامپ‌ها می‌شود و داریم:

$$I_{\text{فیوز}} = n \times I = 2n \xrightarrow{I_{\text{فیوز}} = 15A} 2n = 15 \Rightarrow n = 15 / 2 \Rightarrow n = 7$$



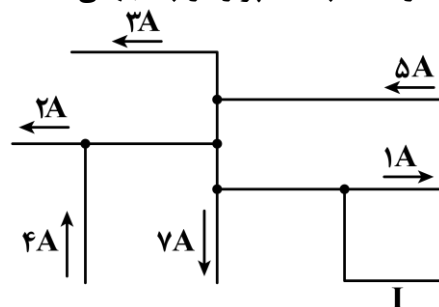
جریان عبوری از فیوز برابر مجموع جریان عبوری از هر یک از مصرف‌کننده‌های مدار است.



تذکر: بچه‌ها حواستون باشه که اولاً n نمی‌تونه ۷/۵ باشه چون به تعداد ربط داره! دوماً هم اگر n رو ۸ بگیرید، اون وقت جریان کل مدار، $16A = 8 \times 2$ می‌شه که فیوز می‌پره.



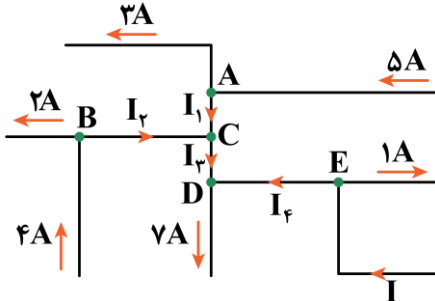
۳۸- شکل زیر، بخشی از یک مدار را نشان می‌دهد. بزرگی و جهت جریان I در سیم پایین سمت راست، چند آمپر و در چه جهتی است؟



- (۱) ۴ و →
(۲) ۴ و ←
(۳) ۲ و ←
(۴) ۲ و →

کافیه در هر نقطه (گره) از مدار، جمع جریان‌های ورودی رو مساوی جمع جریان‌های خروجی بزاری و به خواسته سؤال برسی.

می‌دانیم در هر نقطه (گره) از مدار، جمع جریان‌های ورودی برابر با جمع جریان‌های خروجی است، بنابراین با توجه به شکل زیر داریم:



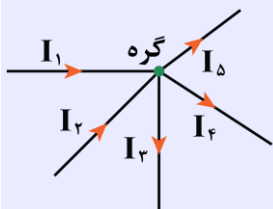
$$A: I_1 + 3 = 5 \Rightarrow I_1 = 2A$$

$$B: I_2 + 2 = 4 \Rightarrow I_2 = 2A$$

$$C: I_3 = I_1 + I_2 = 2 + 2 = 4A$$

$$D: I_3 + I_4 = 7 \Rightarrow 4 + I_4 = 7 \Rightarrow I_4 = 3A$$

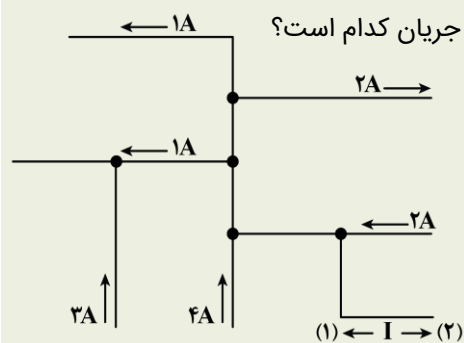
$$E: I = I_4 + 1 = 3 + 1 = 4A$$



مجموع جریان‌های ورودی به یک گره با مجموع جریان‌های خروجی از آن گره برابر است.

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5$$

قاعده انشعاب در واقع مبتنی بر **پایستگی بار الکتریکی** است و این‌که هیچ باری نمی‌تواند در یک نقطه انشعاب، جمع گردد.



۴۸- شکل زیر، بخشی از یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد. بزرگی جریان I ، چند آمپر و جهت جریان کدام است؟

(۱)، ۲ (۲)

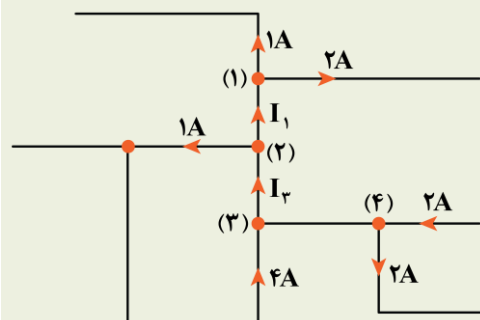
(۱)، ۲ (۲)

(۲)، ۶ (۳)

(۱)، ۶ (۴)

پاسخ تشریحی:

در هر گره، همواره مجموع جریان‌های ورودی برابر با مجموع جریان‌های خروجی است. با استفاده از این موضوع داریم:



گره (۱):

$$I_1 = 1 + 2 \Rightarrow I_1 = 3A$$

گره (۲):

$$I_3 = 1 + I_1 \Rightarrow I_3 = 1 + 3 \Rightarrow I_3 = 4A$$

گره (۳): جریان ورودی و خروجی، یکسان است، پس در شاخه سمت راست گره (۳) جریانی عبور نمی‌کند.

گره (۴): جریان در شاخه افقی بین گره‌های (۳) و (۴) برابر با صفر است؛ بنابراین جریان در شاخه موردنظر برابر با ۲A و به سمت راست خواهد بود.

پاسخ: گزینه ۱

۳۹- در سیم‌کشی منازل، همه مصرف‌کننده‌ها به‌طور متصل می‌شوند تا اگر مصرف‌کننده‌ای سوخت، جریان الکتریکی عبوری سایر مصرف‌کننده‌ها
 (۱) موازی، برقرار باشد. (۲) متوالی، برقرار باشد. (۳) متوالی، قطع شود. (۴) موازی، قطع شود.

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۷۳ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

در سیم‌کشی منازل، همه مصرف‌کننده‌ها به‌طور موازی وصل می‌شوند تا اگر مصرف‌کننده‌ای سوخت یا دوشاخه آن را از پریز برق کشیدیم، جریان الکتریکی سایر مصرف‌کننده‌ها برقرار باشد.

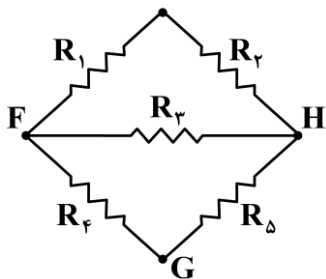


در سیم‌کشی منازل، همه مصرف‌کننده‌ها به‌طور موازی متصل می‌شوند.

اگر مصرف‌کننده‌ها را متوالی ببندیم، با سوختن مثلاً یک لامپ، مسیر عبور جریان قطع شده و جریانی از سایر مصرف‌کننده‌ها عبور نمی‌کند.



۴۰- شکل زیر، پنج مقاومت ۴ اهمی را نشان می‌دهد. مقاومت معادل بین دو نقطه F و H، اهم از مقاومت معادل بین دو نقطه F و G است.



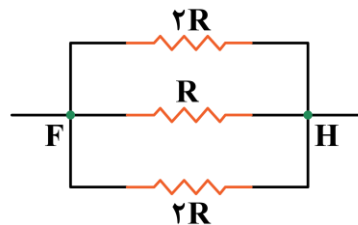
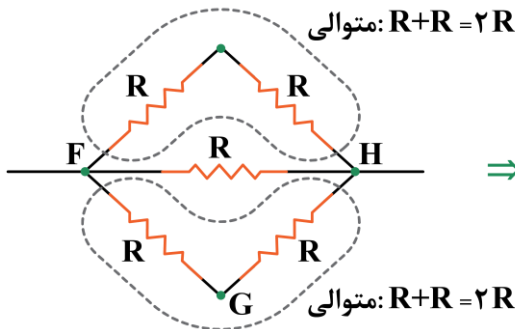
- (۱) ۵/۰، بیشتر
- (۲) ۲۵/۰، بیشتر
- (۳) ۲۵/۰، کمتر
- (۴) ۵/۰، کمتر

(متوسط - محاسباتی - زمان‌بر - صفحه ۷۳ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول

با فرض این که $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R$ باشد، مقاومت معادل بین دو نقطه F و H را به‌دست می‌آوریم:
 متوالی: $R + R = 2R$

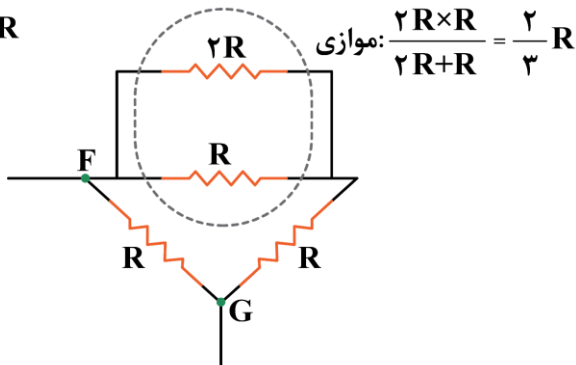
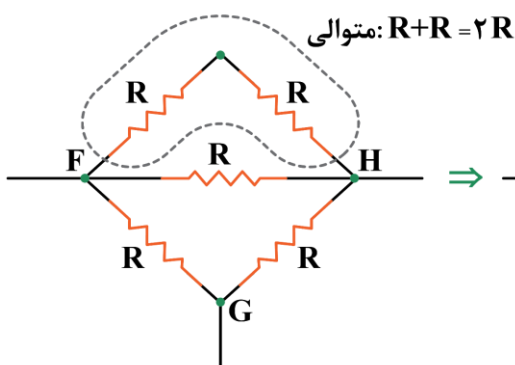


$$\frac{1}{R_{FH}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{2}{R}$$

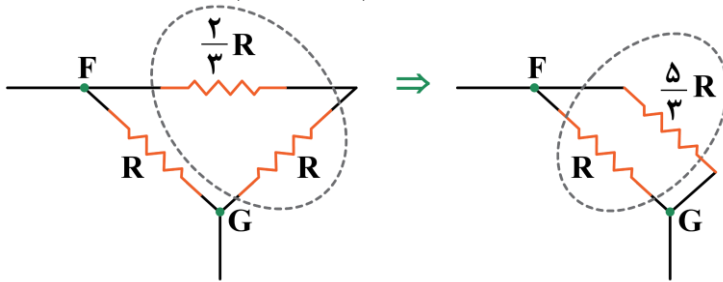
$$\Rightarrow R_{FH} = \frac{R}{2} = \frac{4}{2} = 2\Omega$$

گام دوم

مقاومت معادل بین دو نقطه F و G را به‌دست می‌آوریم:



$$\frac{2}{3}R + R = \frac{5}{3}R \text{ متوالی:}$$



$$R_{FG} = \frac{\frac{5}{3}R \times R}{\frac{5}{3}R + R} = \frac{5}{8}R = \frac{5}{8} \times 4 = 2.5 \Omega$$

کام‌آفر

حالا کافیت اختلاف مقاومت‌های معادل به دست آمده را پیدا کنیم:

$$R_{FH} - R_{FG} = 2 - 2.5 = -0.5 \Omega$$

پس مقاومت معادل بین دو نقطه F و H، 0.5Ω کمتر از مقاومت معادل بین دو نقطه F و G است.

مقاومت معادل

۱- هنگامی که دو مقاومت بدون هیچ انشعابی با یک سیم به هم بسته شده باشند، به اتصال آن‌ها سری یا متوالی می‌گوییم. در مقاومت‌های متوالی، روابط زیر برقرار است:

$$\begin{aligned} R_{eq} &= R_1 + R_2 \\ I_{eq} &= I_1 = I_2 = I \\ V_{eq} &= V_1 + V_2 \end{aligned}$$

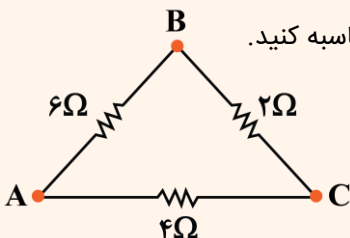
۲- هنگامی که دو سر دو مقاومت با سیم رسانا به هم متصل باشد، این دو مقاومت به صورت موازی به هم متصل شده‌اند. در مقاومت‌های موازی، روابط زیر برقرار است:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{eq}} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \\ I_{eq} &= I_1 + I_2 \\ V_{eq} &= V_1 = V_2 \end{aligned}$$

توجه: مقاومت معادل بین دو نقطه A و B به این معنی است که یک سیم به نقطه A وارد شده است و یک سیم از نقطه B خارج شده است.

یه نمونه باحال

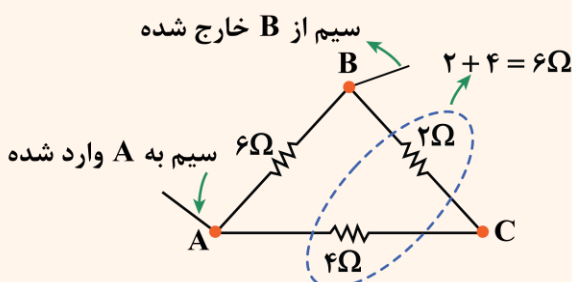
در شکل مقابل، مقاومت معادل بین نقاط A و B و مقاومت معادل بین نقاط A و C را بر حسب اهم محاسبه کنید.



پاسخ تشریحی:

حالت اول: ابتدا مقاومت معادل بین نقاط A و B را محاسبه می‌کنیم. در این حالت مقاومت‌های 2Ω و 4Ω باهم متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت 6Ω موازی است؛ بنابراین داریم:

$$R_{AB} = \frac{6 \times 6}{6 + 6} = \frac{36}{12} = 3 \Omega$$

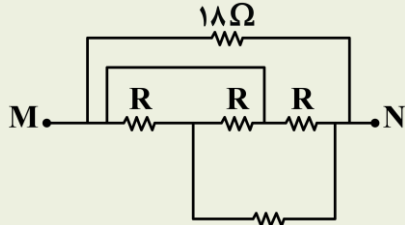


حالت دوم: مقاومت معادل بین نقاط A و C را محاسبه می‌کنیم. در این حالت مقاومت‌های 2Ω و 6Ω متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت 4Ω موازی است. در نتیجه:

$$R_{AC} = \frac{8 \times 4}{8 + 4} = \frac{32}{12} = \frac{8}{3} \Omega$$

سیم از C خارج شده سیم به A وارد شده

آزمون سراسری ریاضی ۱۳۹۸

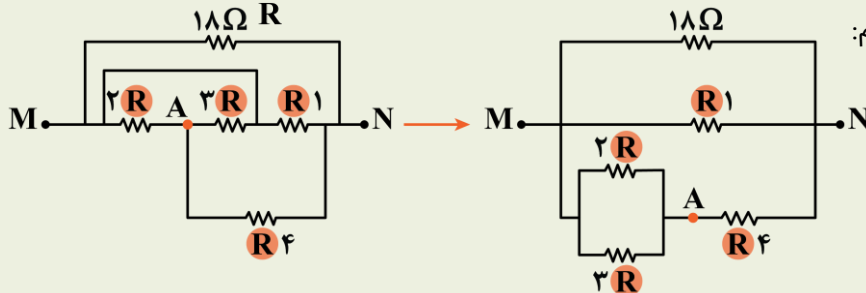


۶۵- در مدار مقابل، مقاومت معادل بین دو نقطه M و N برابر $\frac{R}{2}$ است. R چند اهم است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) ۳

پاسخ تشریحی:

ابتدا به روش نقاط هم‌پتانسیل، مدار را ساده‌تر می‌کنیم:



$$R_{eq1} = \frac{R}{2} \Rightarrow R_{eq2} = \frac{R}{2} + R = \frac{3}{2}R$$

شاخه پایینی

$$\Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{18} + \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{3}{2}R} \Rightarrow \frac{2}{R} = \frac{1}{18} + \frac{1}{R} + \frac{2}{3R} \Rightarrow \frac{1}{3R} = \frac{1}{18} \Rightarrow R = 6\Omega$$

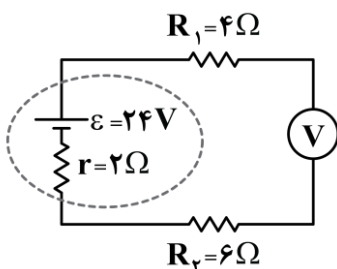
و در نهایت

پاسخ: گزینه ۳



۴۱- در مدار شکل زیر، مقدار نشان داده‌شده توسط ولت‌سنج ایده‌آل، چند ولت است؟

- (۱) ۲۰
(۲) صفر
(۳) ۲۴
(۴) ۱۸



(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۷۱ - ۱۱۰۲)

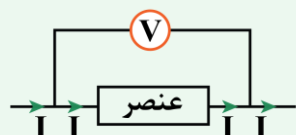
پاسخ: گزینه ۳

ولت‌سنج ایده‌آل، همان نیروی محرکه باتری را نشان می‌دهد:

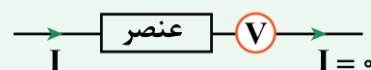
$$V = \varepsilon = 24V$$

تحلیل بیشتر

ولت‌سنج، وسیله‌ای برای اندازه‌گیری ولتاژ یا همان اختلاف پتانسیل دو سر یک عنصر مدار است و به صورت موازی با آن عنصر بسته می‌شود. مقاومت درونی ولت‌سنج ایده‌آل، خیلی خیلی بزرگ است و جریانی از آن عبور نمی‌کند.

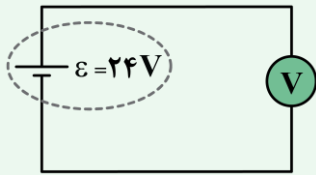


«شکل صحیح بستن ولت‌سنج»



«شکل غیر صحیح بستن ولت‌سنج»

چون ولت‌سنج در مسیر جریان کل مدار است، پس جریانی در مدار برقرار نمی‌شود و می‌توان به جای تمام مقاومت‌های مسیر، سیم بدون مقاومت در نظر گرفت که در شکل مقابل، این کار را انجام داده‌ایم.



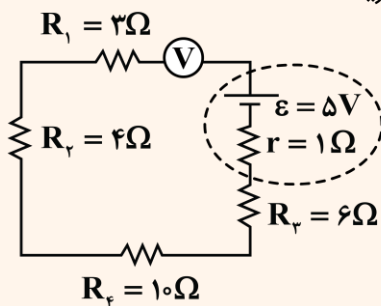
$$\text{ولت‌سنج ایده‌آل با باتری موازی است.} \rightarrow V = \varepsilon - rI \xrightarrow{I=0} V = \varepsilon = 24V$$



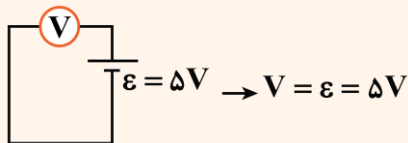
از ولت‌سنج ایده‌آل، جریانی عبور نمی‌کند، پس در تحلیل مدارها، اگر در شاخه‌ای ولت‌سنج ایده‌آل داشته باشیم، جریان عبوری از آن شاخه صفر می‌شود و به جای مقاومت‌های آن شاخه، می‌توانید سیم خالی () بکشید، اما در صورت وجود باتری، دست به نیروی محرکه باتری نمی‌زنیم، بنابراین در مدارهای تک‌حلقه با یک باتری، ولت‌سنج ایده‌آل، همان نیروی محرکه باتری را نشان می‌دهد.



در مدار شکل زیر، جریان مدار و مقداری که ولت‌سنج ایده‌آل نشان می‌دهد را بر حسب SI به دست آورید.



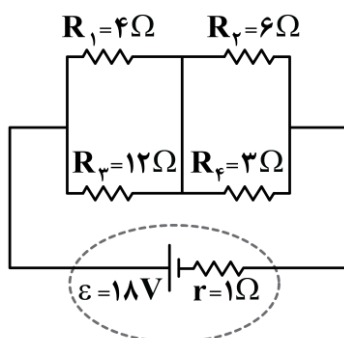
پاسخ تشریحی:



چون ولت‌سنج ایده‌آل در مسیر جریان مدار است؛ پس جریانی از مدار عبور نمی‌کند: $I = 0$



۴۲- در مدار شکل زیر، اگر جای مقاومت R_1 و باتری عوض شود، جریان الکتریکی عبوری از مقاومت R_4 چند آمپر تغییر می‌کند؟

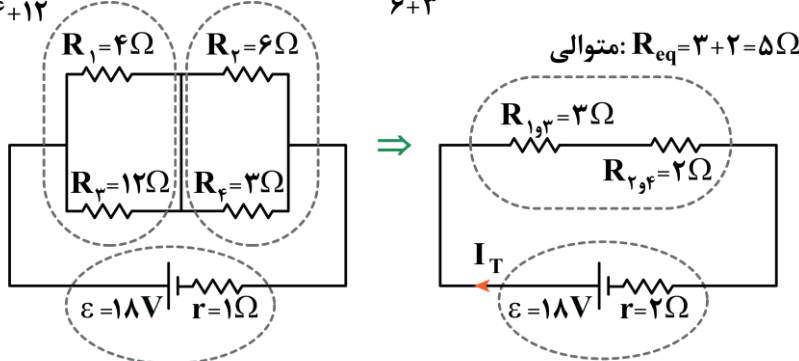


- ۱/ ۱
- ۲/ ۲
- ۳/ ۳
- ۴/ ۴

گام اول

ابتدا مقاومت الکتریکی معادل مدار را در حالت اول به دست می آوریم تا بتوانیم جریان کل مدار و در نتیجه جریان عبوری از مقاومت R_4 را به دست آوریم:

$$R_{1,3} = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3 \Omega \quad \text{موازی} \quad R_{2,4} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2 \Omega$$



$$I_T = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{18}{5 + 1} = 3 \text{ A}$$

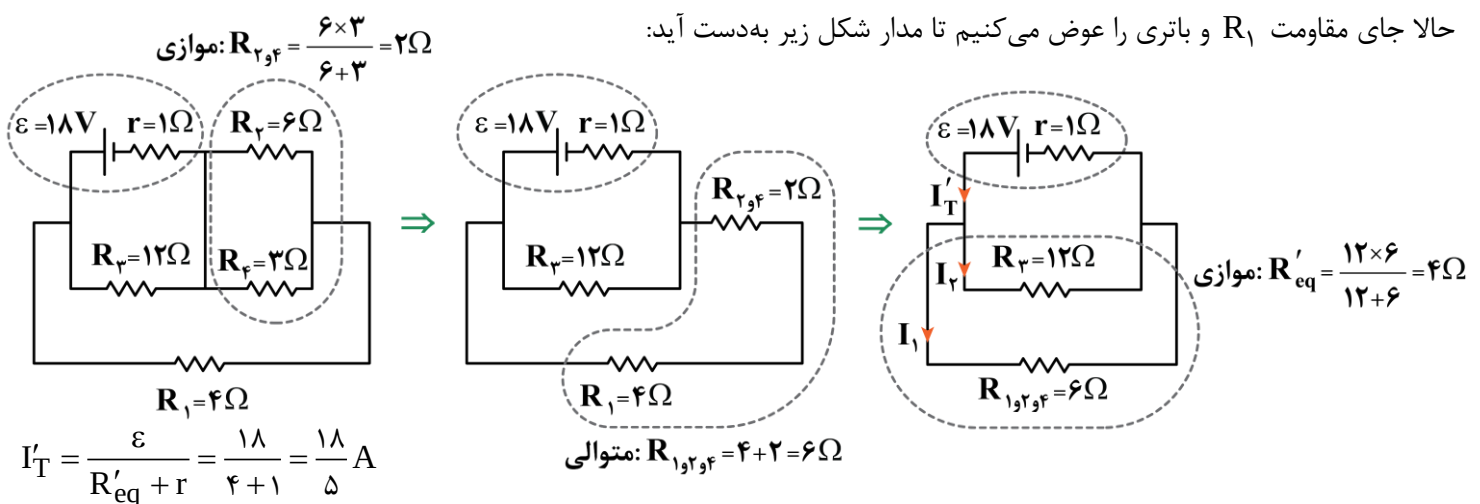
گام دوم

جریان کل مدار، بین دو مقاومت موازی R_2 و R_4 تقسیم می شود، بنابراین به کمک تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی داریم:

$$I_{R_4} = \frac{R_2}{R_2 + R_4} \times I_T = \frac{6}{9} \times 3 = 2 \text{ A}$$

گام سوم

حالا جای مقاومت R_1 و باتری را عوض می کنیم تا مدار شکل زیر به دست آید:



$$I'_T = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{18}{4 + 1} = \frac{18}{5} \text{ A}$$

$$\text{متوالی: } R_{1,2,4} = 4 + 2 = 6 \Omega$$

$$I_1 = \frac{R_3}{R_3 + R_{1,2,4}} \times I'_T = \frac{12}{18} \times \frac{18}{5} = \frac{12}{5} \text{ A}$$

به کمک تقسیم جریان بین دو مقاومت موازی داریم:

$$I'_{R_4} = \frac{R_2}{R_2 + R_4} \times I_1 = \frac{6}{9} \times \frac{12}{5} = \frac{8}{5} \text{ A}$$

گام چهارم

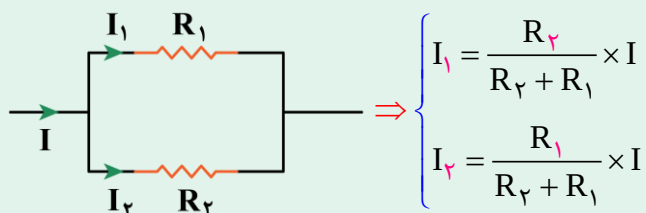
جریان الکتریکی عبوری از مقاومت $R_{1,2,4}$ از مقاومت $R_{2,4}$ نیز عبور می کند و باز هم به کمک تقسیم جریان داریم:

$$|I'_{R_4} - I_{R_4}| = \left| \frac{8}{5} - 2 \right| = \frac{2}{5} = 0.4 \text{ A}$$

گام آخر

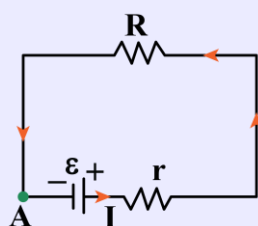
اختلاف جریان الکتریکی عبوری از مقاومت R_4 در این دو حالت برابر است با:

تکنیک تقسیم جریان در دو مقاومت موازی



مدار تک حلقه

مدار تک حلقه، یعنی مداری که از یک مسیر بسته تشکیل شده و در آن مسیر، تعدادی باتری و مقاومت به هم وصل شده‌اند. در هر مسیر بسته‌ای (در هر حلقه‌ای) اگر یک دور کامل بزنیم، باید جمع جبری اختلاف پتانسیل‌های الکتریکی اجزای آن حلقه، مساوی صفر باشد.



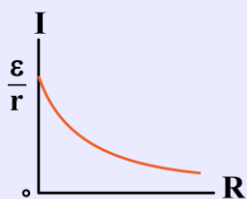
در مدار مقابل، از یک نقطه دلخواه مثل A شروع به حرکت کنید و دوباره به همان نقطه برسید:

$$V_A + \varepsilon - rI - RI = V_A \Rightarrow (r + R)I = \varepsilon \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

پس در مدار تک حلقه، جریان حلقه برابر است با نیروی محرکه باتری تقسیم بر مجموع مقاومت معادل حلقه و مقاومت داخلی باتری:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}, \quad R_{eq} = \text{مقاومت معادل حلقه}$$

نمودار جریان بر حسب مقاومت خارجی مدار به صورت مقابل است:

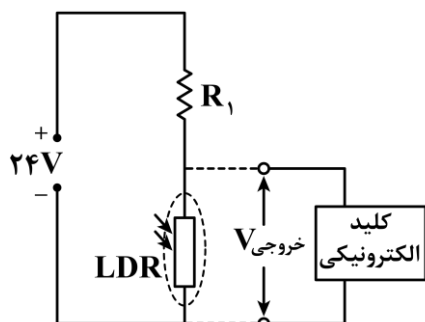


راهنمای مسیرت

این سؤال، به شدت دانه قدرت تحلیل مدار شما رو مورد سنجش قرار میدهند و خیلی برای کنکورتون مهم و حیاتی هست. پس اساسی یاد بگیرید.



۴۳- در مدار شکل زیر، ولتاژ مورد نیاز برای فعال شدن کلید الکترونیکی، ۸V است. مقدار مقاومت R_1 چقدر باشد تا وقتی مقاومت LDR به $20 \text{ k}\Omega$ می‌رسد، کلید الکترونیکی، فعال شود؟



(۱) $40 \text{ k}\Omega$

(۲) $20 \text{ k}\Omega$

(۳) $40 \text{ k}\Omega$

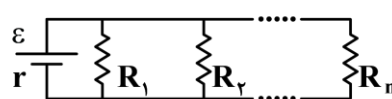
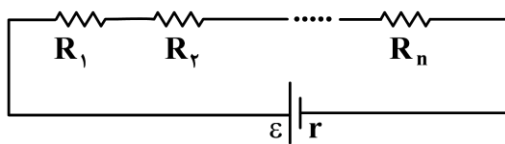
(۴) $20 \text{ k}\Omega$

مقاومت کلید الکترونیکی به قدری زیاد است که جریان قابل ملاحظه‌ای از آن عبور نمی‌کند و در نتیجه می‌توانیم R_1 و LDR را متوالی در نظر بگیریم، بنابراین به کمک قاعده حلقه داریم:

$$V_{\text{خروجی}} = R_{\text{LDR}} I \xrightarrow{I = \frac{V}{R_1 + R_{\text{LDR}}}} V_{\text{خروجی}} = \frac{V R_{\text{LDR}}}{R_1 + R_{\text{LDR}}}$$

$$\xrightarrow{V_{\text{خروجی}} = 8V, V = 24V, R_{\text{LDR}} = 200k\Omega} 8 = \frac{24 \times 200}{R_1 + 200} \Rightarrow R_1 + 200 = 600 \Rightarrow R_1 = 400k\Omega$$

۴۴- مطابق شکل زیر، n عدد مقاومت الکتریکی مشابه R را یک بار به‌طور متوالی و یک بار هم به‌طور موازی به دو سر یک باتری با مقاومت داخلی $\frac{R}{2}$ بسته‌ایم. اگر جریان الکتریکی عبوری از هر یک از مقاومت‌های R_1 تا R_n ، در حالت موازی، ۵۰ درصد بیشتر از جریان الکتریکی عبوری از هر یک از مقاومت‌ها در حالت متوالی باشد، n در کدام گزینه به‌درستی آمده است؟

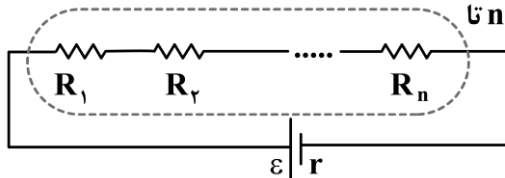


- (۱) ۲
(۲) ۶
(۳) ۴
(۴) ۵

گام اول

در حالتی که مقاومت‌ها متوالی بسته شده‌اند، جریان الکتریکی عبوری از تک‌تک مقاومت‌ها برابر با جریان کل مدار است و داریم:

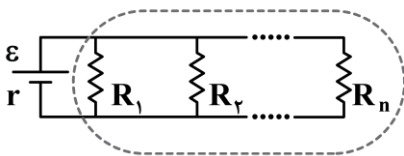
$$\text{متوالی: } R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = (R + R + \dots + R) = nR \quad I_T = \frac{\varepsilon}{R_{\text{eq}} + r} = \frac{\varepsilon}{nR + \frac{R}{2}} \xrightarrow{\text{جریان عبوری از تک‌تک مقاومت‌ها}} I = \frac{\varepsilon}{nR + \frac{R}{2}}$$



گام دوم

در حالی که مقاومت‌ها موازی بسته شده‌اند، به دلیل یکسان بودن مقاومت‌ها ($R_1 = R_2 = \dots = R_n = R$)، جریان عبوری از تک‌تک مقاومت‌ها، $\frac{1}{n}$ برابر جریان کل مدار می‌شود.

$$\text{موازی: } \frac{1}{R'_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \dots + \frac{1}{R} = \frac{n}{R} \Rightarrow R'_{\text{eq}} = \frac{R}{n}$$



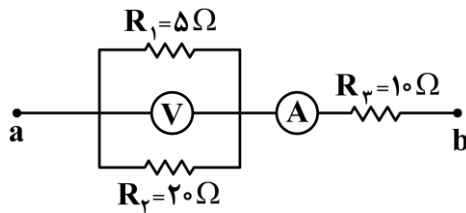
$$I'_T = \frac{\varepsilon}{R'_{\text{eq}} + r} = \frac{\varepsilon}{\frac{R}{n} + \frac{R}{2}} \xrightarrow{\text{جریان عبوری از تک‌تک مقاومت‌ها}} I' = \frac{1}{n} I'_T = \frac{\varepsilon}{R + \frac{nR}{2}}$$

گام آخر

جریان الکتریکی عبوری از تک‌تک مقاومت‌های R_1 تا R_n در حالت موازی، ۵۰ درصد بیشتر از حالت متوالی است، بنابراین داریم:

$$I' = \frac{3}{2} I \Rightarrow \frac{\varepsilon}{R + \frac{nR}{2}} = \frac{3}{2} \times \frac{\varepsilon}{nR + \frac{R}{2}} \Rightarrow 3 + \frac{3}{2}n = 2n + 1 \Rightarrow \frac{1}{2}n = 2 \Rightarrow n = 4$$

۴۵- در مدار شکل زیر، حداکثر توان قابل تحمل مقاومت‌های الکتریکی R_1 ، R_2 و R_3 به ترتیب از راست به چپ برابر با $۸۰W$ ، $۸۰W$ و $۹۰W$ است. بیشترین اختلاف پتانسیل الکتریکی ممکن را به پایانه‌های a و b اعمال می‌کنیم، به طوری که هیچ‌یک از مقاومت‌ها آسیب نبینند. مقادیری که ولت‌سنج ایده‌آل و آمپرسنج ایده‌آل در این حالت نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ، چند واحد SI هستند؟



SI هستند؟

(۱) ۱۲ و ۳

(۲) ۱۲ و ۶

(۳) ۲۴ و ۶

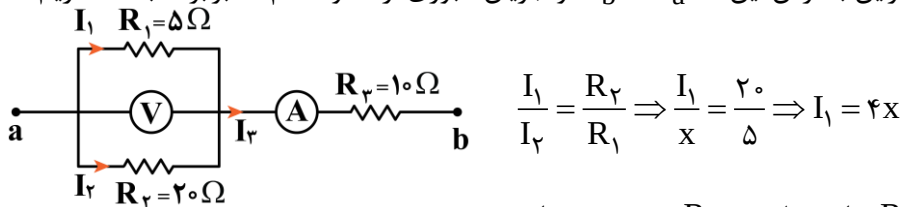
(۴) ۲۴ و ۳

(سخت - استدلالی - زمان‌بر ⚡ - صفحه ۷۴ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول

ابتدا جریان الکتریکی عبوری از هر یک از مقاومت‌ها را بررسی می‌کنیم. می‌دانیم در مقاومت‌های موازی، نسبت جریان الکتریکی عبوری از مقاومت‌ها، برابر با عکس نسبت مقاومت‌ها است، بنابراین با فرض این که $V_b < V_a$ و جریان عبوری از مقاومت R_2 برابر x باشد، داریم:



مجموع جریان‌های عبوری از مقاومت‌های R_1 و R_2 ، وارد مقاومت R_3 می‌شوند و داریم:

$$I_3 = I_1 + I_2 = 4x + x = 5x$$

گام دوم

به کمک رابطه $P = RI^2$ داریم:

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 5 \times (4x)^2 = 80x^2 \xrightarrow{P_1 \leq 80W} 80x^2 \leq 80 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow x \leq 1A$$

$$P_2 = R_2 I_2^2 = 20 \times (x)^2 = 20x^2 \xrightarrow{P_2 \leq 80W} 20x^2 \leq 80 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow x \leq 2A$$

$$P_3 = R_3 I_3^2 = 10 \times (5x)^2 = 250x^2 \xrightarrow{P_3 \leq 90W} 250x^2 \leq 90 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow x \leq 0.6A$$

بنابراین باید $x \leq 0.6A$ باشد، تا هیچ‌یک از مقاومت‌ها آسیب نبینند.

گام آخر

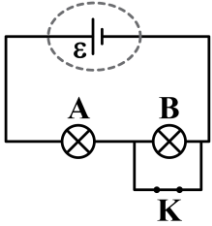
حالا مقادیر نشان داده‌شده توسط ولت‌سنج ایده‌آل و آمپرسنج ایده‌آل را پیدا می‌کنیم:

$$V = V_{R_2} = R_2 I_2 = 20 \times 0.6 = 12V$$

$$I = I_3 = 5x = 5 \times 0.6 = 3A$$



۴۶- در مدار شکل زیر، لامپ‌های A، B مشابه هستند. با باز کردن کلید K، توان خروجی باتری ایده‌آل، برابر شده و روشنایی لامپ A، می‌یابد.



(۲) $\frac{1}{4}$ و افزایش

(۱) $\frac{1}{4}$ و کاهش

(۴) $\frac{1}{2}$ و افزایش

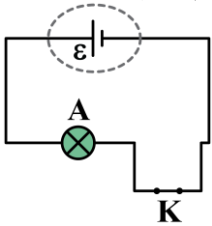
(۳) $\frac{1}{4}$ و کاهش

(آسان - استدلالی - استاندارد ۱) - صفحه ۷۱ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

گام اول

کلید K بسته است: در این حالت، مقاومت مربوط به لامپ B اتصال کوتاه شده و جریانی از آن عبور نمی‌کند و می‌توانیم لامپ B را از مدار حذف کنیم. از طرفی هم چون لامپ A با باتری موازی است، بنابراین داریم:



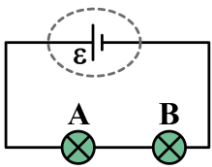
$$V_A = V_{\text{باتری}} \xrightarrow{V_{\text{باتری}} = \varepsilon} V_A = \varepsilon$$

با فرض این که مقاومت الکتریکی هر یک از لامپ‌های A و B برابر R باشد، برای توان خروجی باتری داریم:

$$P_{\text{خروجی}} = P_A \xrightarrow{P_A = \frac{V_A^2}{R_A}, V_A = \varepsilon} P_{\text{خروجی}} = \frac{\varepsilon^2}{R}$$

گام دوم

کلید K باز است: در این حالت، از مقاومت مربوط به لامپ B نیز جریان عبور می‌کند و چون لامپ‌ها یکسان بوده و به‌طور متوالی بسته شده‌اند، پس اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری (ε) به‌طور یکسان بین آن‌ها تقسیم می‌شود و داریم:



$$V_A = V_B = \frac{1}{2} \varepsilon$$

$$P'_{\text{خروجی}} = P'_A + P'_B = \frac{V_A'^2}{R_A} + \frac{V_B'^2}{R_B} = \frac{\varepsilon^2}{4R} + \frac{\varepsilon^2}{4R} = \frac{\varepsilon^2}{2R}$$

گام سوم

نسبت توان خروجی از باتری در دو حالت برابر است با:

$$\frac{P'_{\text{خروجی}}}{P_{\text{خروجی}}} = \frac{\frac{\varepsilon^2}{2R}}{\frac{\varepsilon^2}{R}} = \frac{1}{2}$$

نسبت اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر لامپ A در دو حالت برابر است با:

$$\frac{V'_A}{V_A} = \frac{\frac{\varepsilon}{2}}{\varepsilon} = \frac{1}{2}$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر لامپ A، کاهش یافته و طبق رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، توان مصرفی و در نتیجه **روشنایی لامپ A نیز کاهش**

می‌یابد.

در حالت کلید بسته، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر لامپ A با اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری، یکسان است. اما با باز شدن کلید، لامپ B هم روشن می‌شود و چون لامپ‌ها مشابه‌اند، پس اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری بین لامپ‌ها نصف شده و روشنایی لامپ A کاهش می‌یابد (رد گزینه‌های (۲) و (۴)). از طرفی هم چون توان خروجی باتری برابر توان مصرفی لامپ‌ها است، داریم:

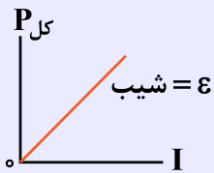
$$P_{\text{خروجی}} = \frac{R_{\text{eq}} \varepsilon^2}{(R_{\text{eq}} + r)^2} \xrightarrow{r=0} P_{\text{خروجی}} = \frac{\varepsilon^2}{R_{\text{eq}}} \Rightarrow \frac{P'_{\text{خروجی}}}{P_{\text{خروجی}}} = \frac{R_{\text{eq}}}{R'_{\text{eq}}} = \frac{R}{R+R} = \frac{1}{2}$$

انواع توان باتری

باتری، توان کل را تولید می‌کند. بخشی از این توان توسط مقاومت داخلی باتری مصرف می‌شود و به شکل حرارت و گرما تلف می‌شود و باقی‌مانده توان کل به نام توان مفید (توان خروجی) باتری به سایر اجزای مدار تحویل داده شده و توسط آن‌ها مصرف می‌شود؛ یعنی توان مفید باتری همان مجموع توان مصرفی سایر اجزای مدار است.

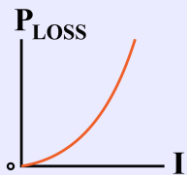
$$P_{\text{مصرفی کل}} = P_{\text{مفید یا خروجی باتری}}$$

توان کل یا توان تولیدی باتری



$$P_{\text{کل}} = \varepsilon I \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R+r}} P_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon^2}{R+r}$$

توان اتلافی یا توان حرارتی یا توان مصرفی باتری یا توان غیرمفید



$$P_{\text{اتلافی}} = rI^2 \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R+r}} P_{\text{اتلافی}} = \frac{r\varepsilon^2}{(R+r)^2}$$

توان مفید یا توان خروجی باتری یا توان مصرفی سایر اجزای مدار

$$P_{\text{خروجی}} = P_{\text{کل}} - P_{\text{اتلافی}} \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I - rI^2$$

$$P_{\text{خروجی}} = 0 \Rightarrow I(\varepsilon - rI) = 0 \Rightarrow I = 0 \text{ یا } I = \frac{\varepsilon}{r}$$

حال به بررسی چند حالت مهم می‌پردازیم:

$I = 0$: یعنی جریان مدار، قطع باشد و از باتری، جریانی عبور نکند، بنابراین:

$$P_{\text{خروجی}} = P_{\text{کل}} = P_{\text{اتلافی}} = 0$$

$I = \frac{\varepsilon}{r}$: این حالت زمانی رخ می‌دهد که دو سر باتری توسط یک سیم بدون مقاومت، به هم وصل شده باشد؛ یعنی باتری، اتصال کوتاه شده باشد ($R = 0$):

$$P_{\text{خروجی}} = 0, P_{\text{کل}} = P_{\text{اتلافی}} = \frac{\varepsilon^2}{r}$$

در این حالت، باتری هرچه توان، تولید کند، همه را خودش تلف می‌کند. ضمناً در این حالت، $P_{\text{کل}}$ و $P_{\text{اتلافی}}$ ، بیشینه هستند.

$R = r$: در این حالت، $I = \frac{\varepsilon}{2r}$ و توان مفید باتری، بیشینه و برابر $\frac{\varepsilon^2}{4r}$ است.

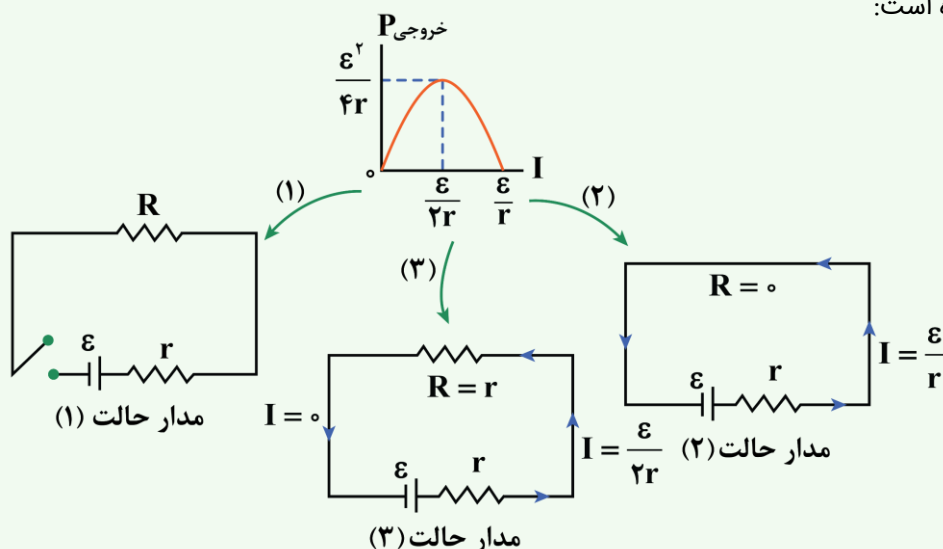
$$R = r \Leftrightarrow I = \frac{\varepsilon}{2r}, P_{\text{خروجی, max}} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

$$P_{\text{کل}} = \varepsilon I = \varepsilon \left(\frac{\varepsilon}{2r} \right) = \frac{\varepsilon^2}{2r} \xrightarrow{P_{\text{خروجی}} = \frac{\varepsilon^2}{4r}} P_{\text{خروجی}} = \frac{1}{2} P_{\text{کل}}$$

$$P_{\text{اتلافی}} = rI^2 = r \left(\frac{\varepsilon}{2r} \right)^2 = r \times \frac{\varepsilon^2}{4r^2} = \frac{\varepsilon^2}{4r} \Rightarrow P_{\text{اتلافی}} = P_{\text{خروجی}}$$



نمودار توان خروجی باتری یا همان توان مصرفی سایر اجزای مدار (R) برحسب جریان مدار به صورت شکل زیر است. در نقاط سه گانه مهم نیز، شکل مدار رسم شده است:



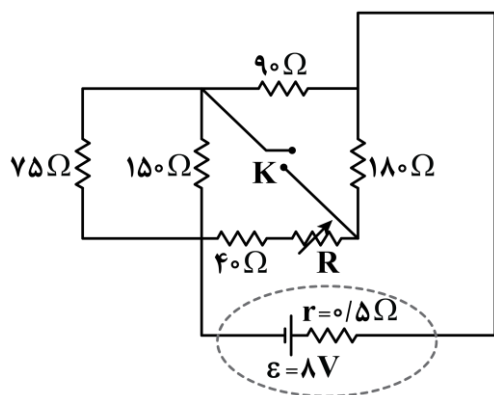
مقاومت داخلی یک باتری برابر با 2Ω و بیشینه توانی که از این باتری وارد مدار می شود، برابر با $12/5 \text{ W}$ است. نیروی محرکه الکتریکی باتری چند ولت است؟

پاسخ تشریحی:

$$P_{\text{max}} = \frac{\varepsilon^2}{4r} \Rightarrow 12/5 = \frac{\varepsilon^2}{4 \times 2} \Rightarrow \varepsilon^2 = 100 \Rightarrow \varepsilon = 10 \text{ V}$$



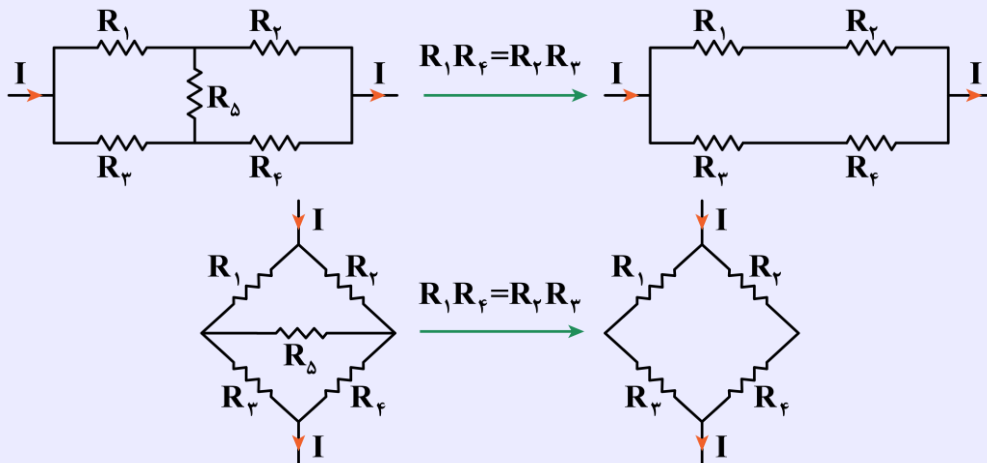
۴۷- در مدار شکل زیر، با بستن کلید K ، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری تغییری نمی کند. مقاومت R چند اهم است؟



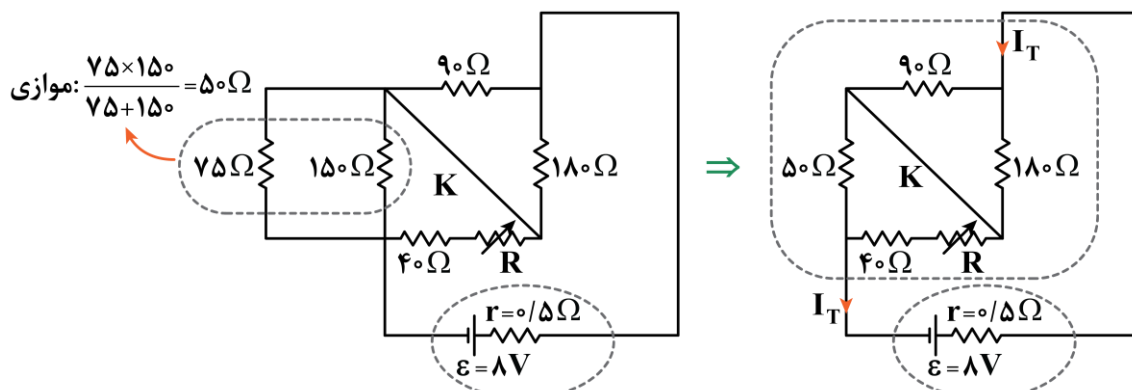
- (۱) ۶۰
- (۲) ۴۵
- (۳) ۹۰
- (۴) ۷۵

پل وتستون

در مدارهایی به شکل زیر، هرگاه $R_1 R_4 = R_2 R_3$ باشد، از مقاومت R_5 جریان عبور نمی‌کند، یعنی بودن و نبودن مقاومت R_5 هیچ فرقی به حال مدار نمی‌کند. پس مقاومت R_5 را حذف می‌کنیم و سپس تحلیل مدار را انجام می‌دهیم.



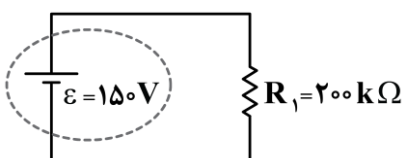
ابتدا مقاومت‌های موازی $(150\Omega, 75\Omega)$ را ساده می‌کنیم:



با کمی دقت متوجه می‌شوید که در این بخش از مدار، تکنیک پل وتستون برقرار بوده است که وصل یا باز بودن کلید K ، تاثیری در مقاومت معادل مدار، با مقدار جریان کل و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری نداشته است، بنابراین داریم:

$$90 \times (R + 40) = 180 \times 50 \Rightarrow R + 40 = 100 \Rightarrow R = 60\Omega$$

۴۸- در مدار شکل زیر، اگر یک ولت‌سنج غیرایده‌آل با مقاومت $R_p = 1M\Omega$ را به دو سر مقاومت R_1 به صورت موازی وصل کنیم، جریان الکتریکی عبوری از باتری چند میکروآمپر تغییر می‌کند؟ (باتری، ایده‌آل است).



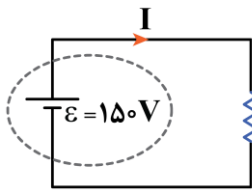
(۲) ۶۰

(۴) ۱۵۰

(۱) ۶

(۳) ۱۵

گام اول



قبل از موازی بسته شدن مقاومت R_2 داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \xrightarrow{r=0} I = \frac{\varepsilon}{R_1} = \frac{150}{200 \times 10^3} = \frac{3}{4} \times 10^{-3} \text{ A} \Rightarrow I = 7.5 \times 10^{-4} \text{ A}$$

گام دوم

بعد از موازی بسته شدن مقاومت R_2 داریم:

$$V_{R_1} = V_{R_2} = \varepsilon = 150 \text{ V}$$

$$I' = I_1 + I_2 = \frac{V_{R_1}}{R_1} + \frac{V_{R_2}}{R_2}$$

$$\Rightarrow I' = \frac{150}{200 \times 10^3} + \frac{150}{1 \times 10^6}$$

$$\Rightarrow I' = 7.5 \times 10^{-4} + 1.5 \times 10^{-4} = 9 \times 10^{-4} \text{ A}$$

گام آخر

اختلاف جریان عبوری از باتری در این دو حالت برابر است با:

$$I' - I = 9 \times 10^{-4} - 7.5 \times 10^{-4} = 1.5 \times 10^{-4} \text{ A} \Rightarrow I' - I = 150 \mu\text{A}$$

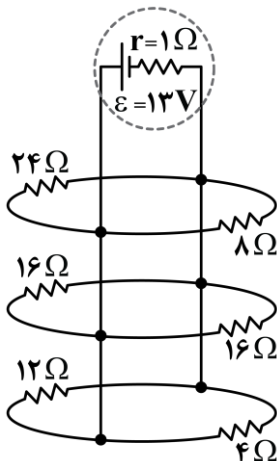
جرعه ذهنی

با توجه به آرمانی بودن باتری، در حالت دوم هم اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R_1 برابر ۱۵۰ ولت بوده و جریان عبوری از آن برابر با حالت اول است. پس تغییر جریان عبوری از باتری برابر با جریان عبوری از مقاومت R_2 است.



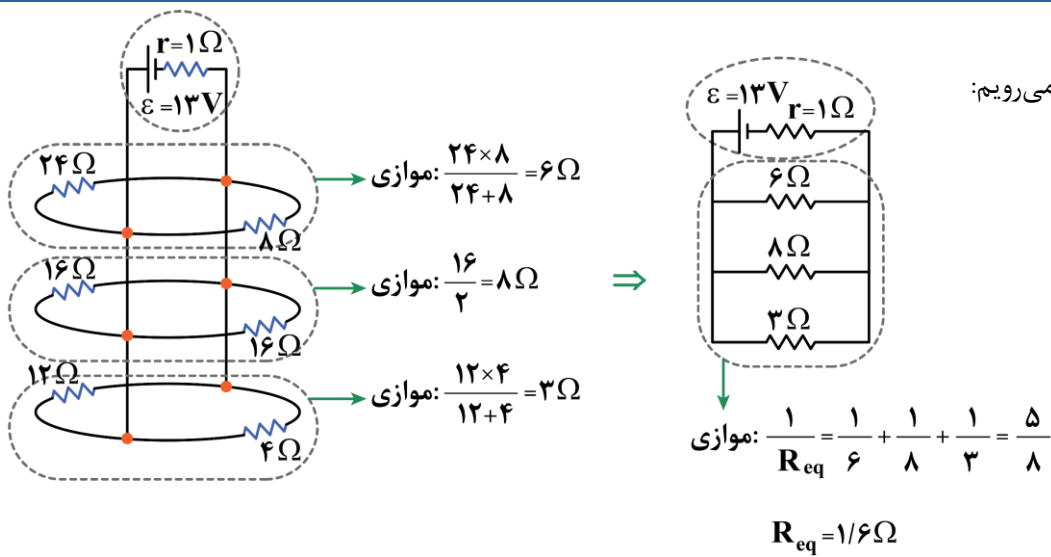
۴۹- در مدار شکل مقابل، جریانی که از مقاومت ۴ اهمی عبور می‌کند، چند آمپر است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۴
- (۳) ۸
- (۴) ۶



گام اول

در قدم اول، سراغ ساده‌سازی مدار می‌رویم:



گام دوم

در مدار اولیه، هر یک از مقاومت‌های موازی با خود باتری هم موازی بسته شده‌اند و اختلاف پتانسیل الکتریکی هر یک از آن‌ها برابر با اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری است، بنابراین داریم:

$$V_{4\Omega} = V_{\text{مولد}} = \frac{\varepsilon R_{eq}}{R_{eq} + r} \rightarrow V_{4\Omega} = \frac{13 \times 1/6}{1/6 + 1} = 8V$$

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I_{4\Omega} = \frac{V_{4\Omega}}{4} = \frac{8}{4} = 2A$$

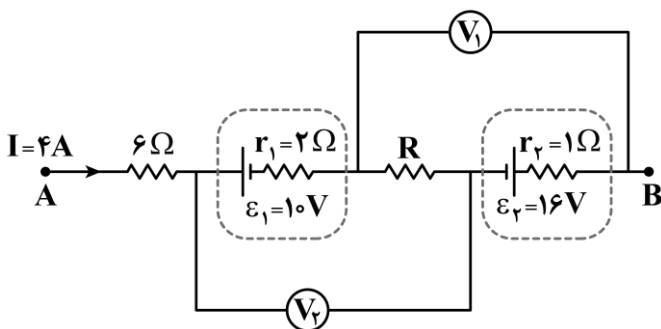
اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک باتری از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$V = \varepsilon - Ir \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R+r}} V = \varepsilon - \frac{\varepsilon r}{R_{eq} + r} \Rightarrow V = \frac{\varepsilon R_{eq}}{R_{eq} + r}$$

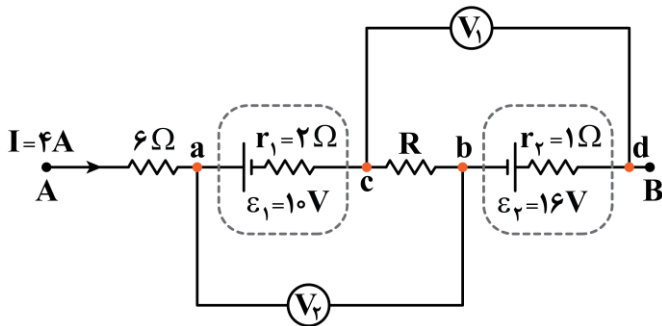
۵۰- در شکل زیر که قسمتی از یک مدار الکتریکی است، مقداری که ولت‌سنج ایده‌آل V_1 نشان می‌دهد، ۳۰ درصد کمتر از مقداری است

که ولت‌سنج ایده‌آل V_2 نشان می‌دهد. مقاومت R چند اهم است؟



- (۱) ۲۰/۵
- (۲) ۱۲/۵
- (۳) ۸/۵
- (۴) ۱۱/۵

با رعایت پروتکل‌های تحلیل مدار، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین نقاط a و b و همچنین بین نقاط c و d را می‌یابیم:



$$V_a - \varepsilon_1 - r_1 I - RI = V_b$$

$$\Rightarrow V_a - V_b = \varepsilon_1 + r_1 I + RI = 10 + 8 + 4R = 18 + 4R$$

$$\xrightarrow{V_1 = |V_a - V_b|} V_1 = |18 + 4R|$$

$$V_c - RI + \varepsilon_2 - r_2 I = V_d$$

$$\Rightarrow V_c - V_d = -\varepsilon_2 + RI + r_2 I = -16 + 4R + 4 = -12 + 4R$$

$$\xrightarrow{V_2 = |V_c - V_d|} V_2 = |-12 + 4R|$$

مقداری که ولت‌سنج ایده‌آل V_1 نشان می‌دهد، ۳۰ درصد کمتر از مقداری است که ولت‌سنج ایده‌آل V_2 نشان می‌دهد، بنابراین داریم:

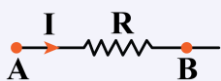
$$|V_1| = (1 - 0.3) |V_2| \Rightarrow \frac{|V_1|}{|V_2|} = \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{|-12 + 4R|}{|18 + 4R|} = \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{-6 + 2R}{9 + 2R} = \frac{7}{10}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{-6 + 2R}{9 + 2R} = \frac{7}{10} \Rightarrow -60 + 20R = 63 + 14R \Rightarrow 6R = 123 \Rightarrow R = 20.5 \Omega \\ \text{یا} \\ \frac{-6 + 2R}{9 + 2R} = -\frac{7}{10} \Rightarrow -60 + 20R = -63 - 14R \Rightarrow 34R = -3 \Rightarrow R = -\frac{3}{34} \Omega \end{cases}$$

در مدارهای الکتریکی با حرکت از یک نقطه مدار و محاسبه اختلاف پتانسیل اجزای مختلف، می‌توانیم به نقاط دیگر مدار برسیم و اختلاف پتانسیل الکتریکی نقاط مختلف مدار را به دست آوریم. برای این کار از تکنیک پتانسیل‌نویسی استفاده می‌کنیم که به شرح زیر است:

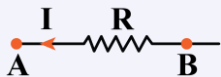
۱- هنگامی که به یک مقاومت الکتریکی (مقاومت داخلی باتری یا سایر مقاومت‌های مدار) رسیدیم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

الف) اگر در حال حرکت در جهت جریان بودیم، پتانسیل الکتریکی به اندازه RI کاهش می‌یابد و تغییرات ولتاژ برابر $(-RI)$ است.



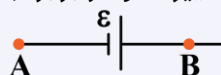
$$V_A - RI = V_B$$

ب) اگر در حال حرکت در خلاف جهت جریان بودیم، پتانسیل الکتریکی به اندازه RI افزایش می‌یابد و تغییرات ولتاژ برابر $(+RI)$ است.



$$V_A + RI = V_B$$

۲- هنگامی که به باتری آرمانی رسیدیم، اگر از سر مثبت باتری خارج شویم، پتانسیل الکتریکی به اندازه ε افزایش می‌یابد و تغییرات ولتاژ برابر $(+\varepsilon)$ است. همچنین اگر از سر منفی باتری خارج شویم، پتانسیل الکتریکی به اندازه ε کاهش می‌یابد و تغییرات ولتاژ برابر $(-\varepsilon)$ است.



$$V_A + \varepsilon = V_B$$

۳- پتانسیل الکتریکی زمین که معمولاً با نماد $\perp$ در مدار مشخص می‌شود، طبق قرارداد، برابر صفر است.



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

در پی غذای سالم (از ابتدای آنتالپی همان محتوای انرژی است تا انتهای جمع‌پذیری گرمای واکنش‌ها،
قانون هس)
صفحه‌های ۶۵ تا ۷۷

بودجه‌بندی
این آزمون

مباحث این آزمون در مجموع ۲ تست از ۳۰ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

۵۱- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در صورت واکنش دادن گازهای آلاینده CO و NO با یکدیگر، گازهای پایدارتر N_2 و CO_2 تولید خواهند شد.
- (۲) برای محاسبه ΔH یک واکنش معین با استفاده از قانون هس باید شرایط انجام همه واکنش‌ها یکسان باشد.
- (۳) به کمک گرماسنج لیوانی می‌توان آنتالپی فرایند انحلال را در حجم ثابت به روش تجربی اندازه‌گیری کرد.
- (۴) سوخت‌های سبز، دارای اتم اکسیژن هستند و می‌توان آن‌ها را از دانه‌های روغنی استخراج کرد.

(آسان - خط به خط - استاندارد) - صفحه ۷۶ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

گرماسنج لیوانی برای تعیین ΔH فرایندهای انحلال و واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند، مناسب است و به کمک این دستگاه می‌توان گرمای واکنش را در فشار ثابت (نه حجم ثابت) به روش تجربی تعیین کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) گازهای آلاینده CO و NO طبق واکنش زیر با یکدیگر واکنش داده و به گازهایی پایدارتر و با آلایندگی کمتر تبدیل می‌شوند.
 $CO(g) + NO(g) \rightarrow CO_2(g) + N_2(g)$
- ۲) طبق قانون هس با استفاده از ΔH دو یا چند واکنش می‌توان ΔH یک واکنش معین را به‌دست آورد، به شرطی که شرایط انجام همه واکنش‌ها یکسان باشد.
- ۴) سوخت‌های سبز علاوه بر داشتن اتم‌های کربن و هیدروژن، دارای اتم‌های اکسیژن نیز هستند. اتانول، یکی از سوخت‌های سبز است. سوخت‌های سبز از پسماندهای گیاهانی مانند سویا، نیشکر و دیگر دانه‌های روغنی استخراج می‌شوند.



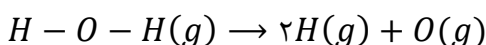
۵۲- کدام مورد عبارت زیر را به‌درستی تکمیل می‌کند؟ ($H = 1, O = 16: g \cdot mol^{-1}$)

- «اگر با دادن ۵۱/۴۴ کیلوژول گرما، به یک گرم بخار آب به اتم‌های گازی مجزا تبدیل شود. آنتالپی پیوند $O - H$ به تقریب برابر با کیلوژول بر مول است و این مقدار از آنتالپی پیوند $N - H$ است.»
- (۱) ۴۳۶ - بیشتر (۲) ۴۶۳ - بیشتر (۳) ۴۳۶ - کمتر (۴) ۴۶۳ - کمتر

(متوسط - محاسباتی - سریع) - صفحه ۶۸ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:



راحل مسئله

در واکنش مورد نظر، تمام پیوندها می‌شکنند و گرمای مصرف‌شده برابر آنتالپی این پیوندها است. پس با محاسبه تعداد پیوندهای شکسته‌شده در این فرایند، آنتالپی پیوند $O - H$ را می‌توان حساب کرد.

در ابتدا باید مقدار (مول) پیوندهای موجود در یک گرم بخار آب را پیدا کنیم، بنابراین داریم:

$$n \text{ mol } O - H = 1 \text{ g } H_2O \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18 \text{ g } H_2O} \times \frac{2 \text{ mol } O - H}{1 \text{ mol } H_2O} = \frac{1}{9} \text{ mol}$$

پس در این نمونه، $\frac{1}{9}$ مول پیوند $O - H$ وجود دارد. از آن جا که $51/44$ کیلوژول گرما سبب شکسته شدن این مقدار پیوند شده است، آنتالپی پیوند $O - H$ برابر است با:

$$? \text{ kJ} = 1 \text{ mol } (O - H) \times \frac{51/44 \text{ kJ}}{\frac{1}{9} \text{ mol } (O - H)} \approx 463 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

در نتیجه آنتالپی پیوند $O - H$ به تقریب برابر با 463 کیلوژول بر مول است. همچنین شعاع اتمی اکسیژن نسبت به نیتروژن کمتر است و به همین علت استحکام پیوند آن با اتم هیدروژن بیشتر خواهد بود؛ در نتیجه آنتالپی پیوند $O - H$ نسبت به آنتالپی پیوند $N - H$ بیشتر است.



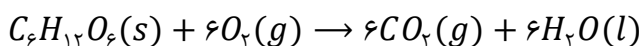
۵۳- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) تغییر آنتالپی یک واکنش برابر مقدار انرژی است که سامانه با محیط در فشار یکسان مبادله می کند.
- (۲) علت انجام پذیر نبودن تولید آب اکسیژنه از عناصر سازنده، گرماده بودن این واکنش است.
- (۳) چربی ها همانند کربوهیدرات ها برای تولید انرژی در بدن به یک قند تبدیل می شوند.
- (۴) مقدار تغییر آنتالپی فرایند فتوسنتز برابر قدر مطلق آنتالپی سوختن قند خون است.

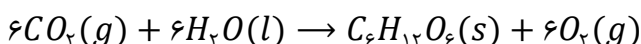
(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۷۶ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۴

قند خون همان گلوکز است که واکنش سوختن آن به صورت زیر است:



همچنین معادله فرایند فتوسنتز که در آن گلوکز از آب و کربن دی اکسید تولید می شود، به صورت زیر است:



همان طور که مشخص است این دو معادله عکس یکدیگر هستند و به همین علت آنتالپی این دو واکنش قرینه یکدیگر هستند.

بررسی سایر گزینه ها:

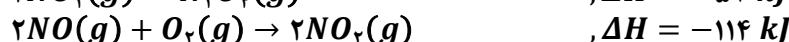
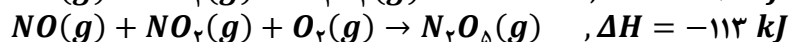
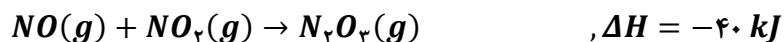
- (۱) تغییر آنتالپی یک واکنش برابر اختلاف آنتالپی واکنش دهنده ها و فراورده های موجود در آن واکنش است. برای یک واکنش اغلب به جای تغییر آنتالپی از واژه آنتالپی استفاده می شود. تغییر آنتالپی یک واکنش شیمیایی معادل گرمایی (و نه انرژی) است که در دما و فشار ثابت، در اثر انجام آن واکنش میان سامانه و محیط منتقل می گردد؛ بر این اساس می توان گفت Q_p برابر ΔH واکنش است. مقدار ΔH معادل گرمای مبادله شده در واکنش بوده و علامت آن نشان دهنده گرماگیر ($\Delta H > 0$) یا گرماده ($\Delta H < 0$) بودن آن واکنش است.
- (۲) اگر چه واکنش تشکیل آب اکسیژنه از عناصر سازنده گرماده بوده و انجام آن در آزمایشگاه امکان پذیر نیست، اما علت این عدم انجام، تغییر آنتالپی واکنش نیست. در واقع از آن جا که آب پایدارتر از هیدروژن پراکسید است، از واکنش میان گازهای اکسیژن و هیدروژن به طور مستقیم آب حاصل می شود و آب اکسیژنه به این صورت تولید نمی شود. ساختار لوویس این ماده به صورت زیر است:



- (۳) از میان انواع مواد غذایی که ما مصرف می کنیم، کربوهیدرات ها، چربی ها و پروتئین ها در بدن انسان انرژی تولید می کنند. از میان این سه ماده، تنها کربوهیدرات ها به قند خون یا همان گلوکز تبدیل می شوند. گلوکز توسط خون به یاخته ها می رسد و در یاخته ها گلوکز با شرکت در فرایند اکسایش، انرژی آزاد می کند.



۵۴- با توجه به واکنش های مقابل:



ΔH واکنش $N_2O_3(g) + N_2O_5(g) \rightarrow 2N_2O_4(g)$ برابر چند کیلوژول است؟

(۴) -۱۸

(۳) -۱۱۵

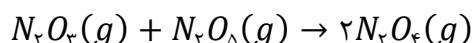
(۲) -۷۵

(۱) -۱۲۹

(متوسط - محاسباتی - زمانبر) - صفحه ۷۵ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

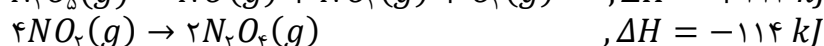
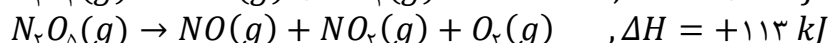
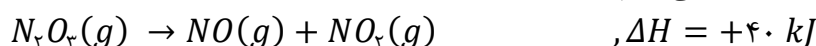
واکنش اصلی به صورت زیر است:



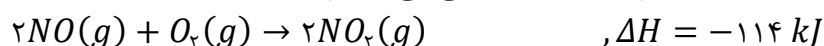
آنتالپی این واکنش را به کمک قانون هس محاسبه می کنیم:

در واکنش اول $N_2O_3(g)$ ، در واکنش دوم $N_2O_5(g)$ و در واکنش سوم $N_2O_4(g)$ غیر تکراری هستند. پس باید این واکنش ها را به گونه ای تغییر دهیم تا ضریب و جهت آن ها در این ۳ واکنش برابر واکنش اصلی باشد:

پس واکنش اول و دوم را معکوس می کنیم و واکنش سوم را در ۲ ضرب می کنیم.



برای واکنش دوم که ماده غیر تکراری ندارد، به گاز اکسیژن توجه می کنیم که در واکنش اصلی وجود ندارد و تنها در واکنش دوم و چهارم دیده می شود. ضریب این ماده در واکنش چهارم باید به گونه ای باشد که با ضریب آن در واکنش دوم برابر و جهت آن مخالف واکنش دوم باشد. (البته باید به واکنش دوم پس از تغییر توجه کرد.) بنابراین واکنش چهارم را بدون تغییر باقی می گذاریم:



در نهایت آنتالپی این واکنش طبق قانون هس برابر است با:

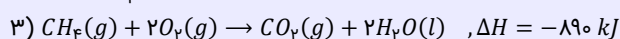
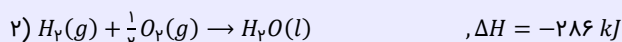
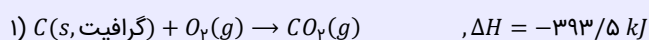
$$\Delta H = 40 + 113 + (-114) + (-114) = -75 \text{ kJ}$$

در نتیجه آنتالپی واکنش اصلی برابر با -۷۵ کیلوژول است.

قانون هس

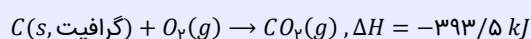
گرمای یک واکنش معین به راهی که برای انجام واکنش در پیش گرفته می شود، بستگی ندارد. بر اساس قانون هس، اگر معادله واکنش را بتوان از جمع دو یا چند معادله دیگر به دست آورد، ΔH آن واکنش را نیز می توان از جمع ΔH های واکنش های دیگر محاسبه کرد.

به عنوان مثال، آنتالپی واکنش $CH_4(g) + 2H_2(g) \rightarrow C(s, \text{گرافیت})$ را با استفاده از واکنش های زیر حساب می کنیم:

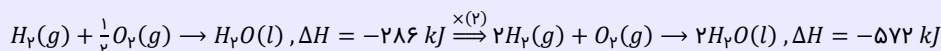


ابتدا از میان مواد شرکت کننده در واکنش ها، موادی که غیر تکراری هستند را انتخاب می کنیم و ضریب و جهت آن ها را مطابق واکنش اصلی قرار می دهیم؛ در این جا $C(s, \text{گرافیت})$ از واکنش اول، $H_2(g)$ از واکنش دوم و $CH_4(g)$ از واکنش سوم، غیر تکراری هستند؛ بنابراین واکنش ها را بر اساس ضریب این سه ماده در واکنش اصلی تغییر می دهیم:

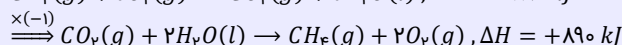
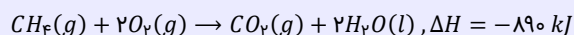
★ واکنش اول: ضریب و جهت $C(s, \text{گرافیت})$ مشابه واکنش اصلی است؛ پس این واکنش را بدون تغییر قرار می دهیم.



★ واکنش دوم: ضریب $H_2(g)$ نصف واکنش اصلی است؛ پس این واکنش را در ۲ ضرب می کنیم:



★ واکنش سوم: جهت $CH_4(g)$ برعکس واکنش اصلی است؛ پس این واکنش را در (-۱) ضرب می کنیم:



حال، ΔH واکنش اصلی را بر اساس قانون هس به دست می آوریم:

$$\Delta H = (-393/5) + (-572) + (+890) = -75/5 \text{ kJ}$$



اگر پس از در نظر گرفتن مواد غیر تکراری، واکنشی باقی ماند، در میان مواد شرکت کننده در این واکنش به دنبال ماده‌ای می‌گردیم که در واکنش اصلی نبوده و تنها در یک واکنش دیگر دیده شود. ضریب این ماده را در این واکنش برابر واکنش دیگر قرار می‌دهیم، اما جهت آن را عکس قرار می‌دهیم، تا با یکدیگر حذف شوند و در واکنش مجموع نیایند.



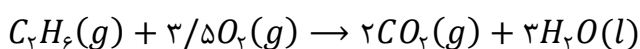
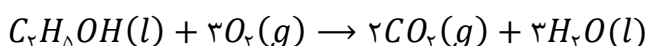
۵۵- به‌ازای تولید گرمای برابر از سوختن اتانول و اتان، سوخت سبز مقدار کربن‌دی‌اکسید تولید می‌کند و نسبت گاز کربن‌دی‌اکسید تولید شده به گاز اکسیژن مصرف شده در واکنش سوختن بیشتر بوده است.

(۱) بیشتری - اتانول (۲) کمتری - اتانول (۳) کمتری - اتان (۴) بیشتری - اتان

(متوسط - مفهومی - سریع ۵) - صفحه ۷۳ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

واکنش سوختن این دو ماده به‌صورت زیر است:

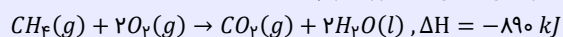


در این دو واکنش از سوختن هر مول از این دو ماده، مقدار برابری گاز کربن‌دی‌اکسید تولید می‌شود. همچنین از سوختن یک مول اتان نسبت به یک مول اتانول، گرمای بیشتری آزاد می‌شود؛ پس برای تولید مقداری برابر گرما از سوختن این دو ماده، مقدار بیشتری اتانول باید بسوزد و به دنبال آن مقدار بیشتری گاز کربن‌دی‌اکسید تولید می‌شود.

همچنین در این دو واکنش به‌ازای تولید ۲ مول کربن‌دی‌اکسید، در سوختن اتانول اکسیژن کمتری مصرف می‌شود و به همین علت در واکنش سوختن اتانول نسبت به اتان، نسبت کربن‌دی‌اکسید تولید شده به اکسیژن مصرف شده بیشتر است.

آنتالپی سوختن

آنتالپی سوختن یک ماده، معادل با گرمای واکنش در فشار ثابت و دمای $25^\circ C$ است که در آن واکنش، یک مول از ماده در اکسیژن کافی می‌سوزد. چون مقدار اکسیژن کافی است، در نتیجه واکنش سوختن، کامل خواهد بود و چون در دمای $25^\circ C$ است، حالت فیزیکی آب به‌صورت مایع است. واکنش سوختن، گرماده است؛ در نتیجه علامت آنتالپی واکنش سوختن، منفی است. برای مثال آنتالپی واکنش سوختن متان به‌صورت زیر است:



این واکنش نشان می‌دهد که به‌ازای سوختن کامل یک مول متان، 890 کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

توالی زیر را در مورد آنتالپی‌های سوختن ترکیب‌های هم‌کربن به‌خاطر بسپارید:

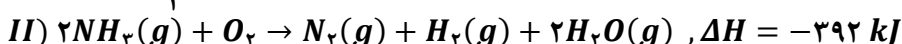
آلکین > الکل > آلکن > آلکان: آنتالپی سوختن

برای مثال ترتیب آنتالپی سوختن اتان، اتن، اتانول و اتین به‌صورت زیر است:

اتین > اتانول > اتن > اتان: آنتالپی سوختن



۵۶- با توجه به واکنش‌های زیر، اگر پنج لیتر گاز آمونیاک طبق واکنش $N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$ تولید شود، مقدار گرمای آزاد شده چند کیلوژول است؟ (جرم مولی و چگالی گاز آمونیاک به ترتیب 17 g.mol^{-1} و $1/7 \text{ g.L}^{-1}$ است.)



۲۰ (۴)

۲۴ (۳)

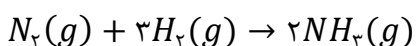
۴۰ (۲)

۴۸ (۱)

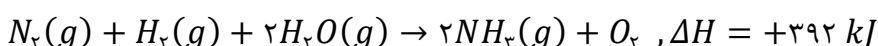
(متوسط - محاسباتی - استاندارد ۵) - صفحه ۷۵ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

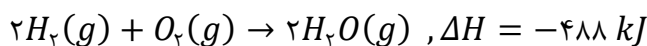
در ابتدا باید با استفاده از قانون هس، آنتالپی واکنش تولید آمونیاک را پیدا کنیم. معادله واکنش اصلی به‌صورت زیر است:



در واکنش دوم آمونیاک غیر تکراری است پس ضریب آن در این واکنش و واکنش اصلی باید برابر باشد. بر این اساس واکنش دوم را معکوس کرده و مقدار آنتالپی آن قرینه می‌شود:



در واکنش اول هیچ ماده غیرتکراری وجود ندارد. پس به آب که در واکنش اصلی وجود ندارد توجه می‌کنیم. ضریب این واکنش را به گونه‌ای قرار می‌دهیم تا ضریب آن در دو واکنش برابر ولی جهت آن‌ها قرینه شود. بنابراین واکنش را در ۲ ضرب می‌کنیم.



بر اساس قانون هس آنتالپی واکنش اصلی برابر مجموع آنتالپی واکنش‌های تغییر یافته است، پس آنتالپی واکنش اصلی برابر است با:

$$\Delta H = -488 + 392 = -96 \text{ kJ}$$

پس آنتالپی واکنش تولید آمونیاک از عناصر سازنده آن برابر با -96 کیلوژول است. حال باید مقدار گرمای آزاد شده در اثر تولید ۵ لیتر آمونیاک را محاسبه کنیم:

$$\text{گرمای } 96 \text{ kJ} = 2 \text{ mol } NH_3 \times \frac{17 \text{ g } NH_3}{1 \text{ mol } NH_3} \times \frac{1}{17 \text{ g } NH_3} \times \frac{1}{2} = 24 \text{ kJ}$$

پس مقدار گرمای آزاد شده در این واکنش برابر با ۲۴ کیلوژول است.



۵۷- کربن‌دی‌سولفید مطابق واکنش موازنه‌نشده $CS_2(g) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + SO_2(g)$ می‌سوزد. با توجه به جدول زیر، ارزش سوختی این گاز به تقریب برابر چند کیلوژول بر گرم است؟ ($C = 12, S = 32; g \cdot mol^{-1}$)

پیوند	$C=O$	$S=O$	$O=O$	$C=S$	$S-O$
میانگین آنتالپی پیوند ($kJ \cdot mol^{-1}$)	۸۰۵	۵۲۳	۴۹۶	۴۸۰	۳۲۴

(۴) ۱۰/۶

(۳) ۱۱/۳

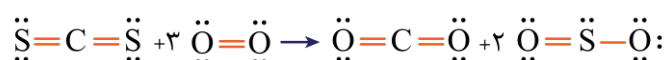
(۲) ۱۰/۹

(۱) ۱۱/۷

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۷۲ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

واکنش انجام شده به صورت زیر است:



راه حل مسئله

برای به دست آوردن ارزش سوختی یک ماده می‌توان از فرمول آنتالپی سوختن آن ماده تقسیم بر جرم مولی استفاده کرد. برای این منظور باید آنتالپی واکنش سوختن که در شرایط گازی انجام شده را به کمک آنتالپی پیوندها حساب کنیم.

ابتدا، آنتالپی این واکنش را حساب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \Delta H_{\text{واکنش}} &= [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}] \\ \Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش}} &= [2\Delta H(C=O) + 2\Delta H(S=O) + 2\Delta H(S-O)] - [2\Delta H(C=S) + 3\Delta H(O=O)] \\ \Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش}} &= (2 \times 805 + 2 \times 523 + 2 \times 324) - (2 \times 480 + 3 \times 496) = -856 \text{ kJ} \end{aligned}$$

پس آنتالپی سوختن این ترکیب برابر -856 کیلوژول بر مول است. حال ارزش سوختی این ماده را به دست می‌آوریم:

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{|\text{آنتالپی سوختن}|}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow A = \frac{856}{76} \approx 11/3 \text{ kJ} \cdot g^{-1}$$

پس ارزش سوختی این ماده به تقریب برابر $11/3$ کیلوژول بر گرم است.

آنتالپی واکنش در حالت گازی

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}]$$



۵۸- با توجه به ترکیب‌های «۲-هپتانول، بنزالدهید، بنزن و سیکلوهپتان» کدام مقایسه درباره آن‌ها نادرست است؟

$$(H = 1, C = 12, O = 16; g \cdot mol^{-1})$$

(۲) کمترین جرم به ازای یک مول ماده: بنزن

(۴) کمترین نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن: بنزالدهید

(۱) بیشترین شمار پیوند اشتراکی: ۲-هپتانول

(۳) بیشترین درصد جرمی اتم کربن: سیکلوهپتان

فرمول مولکولی ترکیب‌های ۲-هپتانون، بنزالدهید، بنزن و سیکلوهپتان به ترتیب به صورت $C_7H_{14}O$ ، $C_7H_{12}O$ ، C_6H_6 و C_7H_{14} است. رابطه درصد جرمی اتم کربن در ترکیب به صورت زیر است:

$$\text{درصد جرمی اتم کربن} = \frac{\text{جرم اتم‌های کربن}}{\text{جرم کل مولکول}} \times 100$$

در ابتدا، باید ترکیبات هفت کربنه را بررسی کنیم. از آنجا که در این ترکیبات جرم اتم‌های کربن یکسان است، در نتیجه ترکیبی دارای بیشترین درصد جرمی اتم کربن است که مجموع جرم اتم‌های دیگر آن کمتر باشد. پس، سیکلوهپتان (C_7H_{14}) از بین ترکیبات هفت کربنه دارای بیشترین درصد جرمی اتم کربن است. حال درصد جرمی کربن در سیکلوهپتان و بنزن را مقایسه می‌کنیم. هر دو ماده هیدروکربن هستند، پس درصد جرمی کربن در بنزن که نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار اتم‌های کربن در آن کمتر است، بیشتر بوده و از سایر ترکیبات بیشتر است.

شمار پیوندهای اشتراکی در یک ترکیب با فرمول شیمیایی $C_nH_mO_x$ برابر است با:

$$2n + \frac{m}{2} + x$$

بر این اساس در میان این چهار ترکیب، ۲-هپتانون ($C_7H_{14}O$) دارای بیشترین شمار پیوندهای اشتراکی است.

راحل سریع

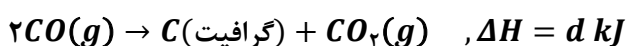
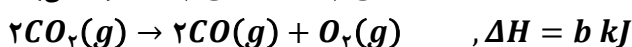
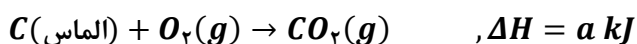
برای پیدا کردن ترکیب دارای بیشترین شمار پیوندهای اشتراکی باید به سراغ ترکیبی برویم که دارای بیشترین شمار اتم‌های کربن، هیدروژن و اکسیژن (در صورت وجود آن در ترکیب) است. با توجه به فرمول مولکولی این چهار ترکیب، ۲-هپتانون ($C_7H_{14}O$) دارای بیشترین شمار اتم‌های کربن، هیدروژن و اکسیژن است و در نتیجه، آن دارای بیشترین شمار پیوندهای اشتراکی در بین ترکیبات بیان شده است.

کمترین جرم به ازای یک مول ماده یا همان کمترین جرم مولی مربوط به ترکیبی است که دارای شمار اتم‌های کربن، هیدروژن و اکسیژن کمتری است. با توجه به فرمول مولکولی این چهار ترکیب، بنزن (C_6H_6) دارای کمترین جرم مولی در بین ترکیبات بیان شده است.

نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن در ۲-هپتانون، بنزالدهید، بنزن و سیکلوهپتان به ترتیب برابر با $\frac{2}{7}$ ، $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{1}$ است. در نتیجه کمترین مقدار برای این نسبت مربوط به بنزالدهید است.



۵۹- با توجه به واکنش‌های گرمایشیایی مقابل:



آنتالپی واکنش $C(\text{گرافیت}) \rightarrow C(\text{الماس})$ و علامت ΔH این واکنش کدام است؟

(۲) $a + b + 2c - d$ ، منفی

(۴) $a + b + 2c - d$ ، مثبت

(۱) $a + 2b - c + 2d$ ، منفی

(۳) $a + 2b - c + 2d$ ، مثبت

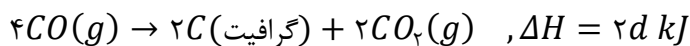
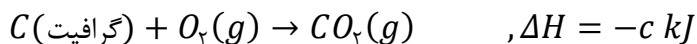
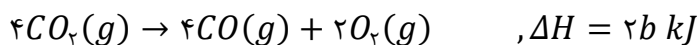
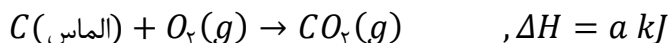
میانبر

بررسی رسیدن به معادله اصلی از ضریب‌های داده شده به آنتالپی واکنش‌ها در $a + 2b - c + 2d$ و $a + b + 2c - d$.

برای $a + 2b - c + 2d$: واکنش اول و سوم بدون تغییر و واکنش دوم و چهارم ضرب در ۲.

برای $a + b + 2c - d$: واکنش اول و دوم بدون تغییر، واکنش سوم قرینه و ضرب در ۲ و قرینه کردن واکنش چهارم.

اگر واکنش دوم و چهارم را در ۲ ضرب کنیم و واکنش‌های اول و سوم را بدون تغییر باقی بگذاریم، واکنش هدف ما « $\rightarrow$ (الماس) C (گرافیت)» به دست می‌آید. بنابراین معادله واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر می‌شود:

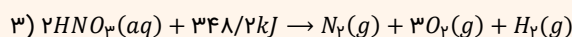
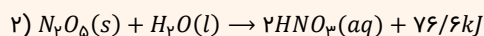
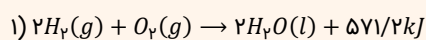


در نتیجه آنتالپی واکنش هدف برابر با $a + 2b - c + 2d$ کیلوژول است.

همچنین می‌دانیم الماس دارای سطح انرژی بیشتری نسبت به گرافیت است، پس در واکنش تبدیل الماس به گرافیت، یک ماده با انرژی (آنتالپی) بیشتر به ماده‌ای با انرژی (آنتالپی) کمتر تبدیل می‌شود. در نتیجه این واکنش، یک واکنش گرماده بوده و ΔH آن منفی است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

با توجه به معادله‌های شیمیایی مقابل:

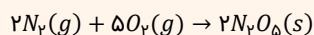


با تولید ۲۷۰ گرم N_2O_5 جامد از عناصر سازنده این ماده، کیلوژول گرما می‌شود. ($N_2O_5 = 108 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۱) ۳۵ - مصرف ۲) ۴۰ - آزاد ۳) ۳۵ - آزاد ۴) ۴۰ - مصرف

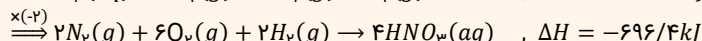
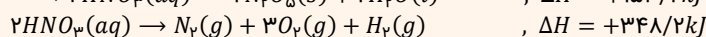
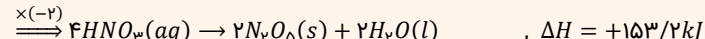
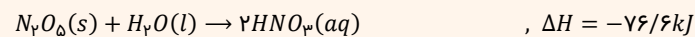
پاسخ: گزینه ۱

واکنش تولید N_2O_5 از عناصر N_2 و O_2 به صورت مقابل انجام می‌گیرد:

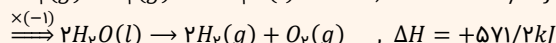
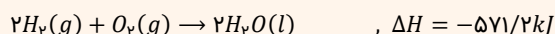


ابتدا با استفاده از قانون هس آنتالپی این واکنش را به دست می‌آوریم. برای استفاده از قانون هس در این واکنش به روش زیر عمل می‌کنیم:

۱) در میان مواد شرکت‌کننده در واکنش‌های اول تا سوم، تنها N_2O_5 در واکنش دوم و N_2 در واکنش سوم غیر تکراری هستند، پس ضریب و جهت این مواد را در این دو واکنش مطابق واکنش اصلی قرار می‌دهیم:



۲) فقط واکنش اول مانده است. در میان مواد شرکت‌کننده در واکنش اول آب در واکنش اصلی نیست و در واکنش دوم دیده می‌شود. پس ضریب آب را در واکنش اول برابر واکنش دوم قرار می‌دهیم، اما جهت آن را به صورت عکس قرار می‌دهیم:



آنتالپی واکنش اصلی برابر مجموع آنتالپی واکنش‌های تغییر یافته است؛ پس، آنتالپی واکنش اصلی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta H = (+153/2) + (-696/4) + (+571/2) = +28 \text{ kJ}$$

با توجه به مثبت بودن آنتالپی واکنش، با انجام واکنش مورد نظر، گرما مصرف می‌گردد. در نهایت مقدار گرمای مصرف شده را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ kJ گرما} = 270 \text{ g } N_2O_5 \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_5}{108 \text{ g } N_2O_5} \times \frac{28 \text{ kJ}}{2 \text{ mol } N_2O_5} = 35 \text{ kJ}$$

پس در این واکنش ۳۵ کیلوژول گرما مصرف می‌شود.



۶۰- کدام یک از مطالب زیر در مورد اکسیژن و اوزون نادرست است؟

الف - نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در گاز اوزون بیشتر است.

ب - مجموع آنتالپی پیوند در یک گرم گاز اوزون کمتر از یک گرم گاز اکسیژن است.

ج - همانند گرافیت و الماس، این دو آلوتروپ یکدیگر هستند.

د - گاز قطبی نسبت به گاز ناقطبی پایدارتر است.

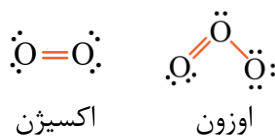
۴) «ج» و «د»

۳) «ب» و «ج»

۲) «الف» و «د»

۱) «الف» و «ب»

ساختار اوزون و اکسیژن به صورت زیر است:

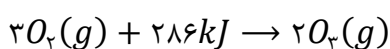


عبارت‌های (الف) و (د) نادرست هستند.

بررسی موارد:

(الف) نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در اوزون و اکسیژن به ترتیب برابر با $\frac{3}{6}$ و $\frac{2}{4}$ است که با یکدیگر مساوی هستند.

(پ) واکنش تبدیل گاز اکسیژن به گاز اوزون به صورت زیر انجام می‌شود:



این واکنش یک واکنش گرماگیر بوده و بر اساس آن می‌توان گفت که آنتالپی پیوند در واکنش‌دهنده بیشتر از فراورده است:

$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}] > 0$$

$$[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] > [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}]$$

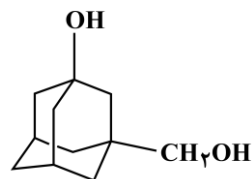
پس مجموع آنتالپی پیوند در اوزون فراورده کمتر از اکسیژن واکنش‌دهنده است.

(ج) آلوتروپ یا دگرشکل به هر یک از شکل‌های مولکولی یا بلوری یک عنصر گفته می‌شود. پس دو ماده که تنها از اتم‌های یک عنصر ایجاد شده‌اند اما نحوه اتصال آن اتم‌ها در دو ماده مشابه نباشند، آلوتروپ یکدیگر هستند مانند اکسیژن و اوزون، گرافیت و الماس و فسفر سفید و فسفر قرمز.

(د) سطح انرژی و آنتالپی اوزون بیشتر از اکسیژن بوده و به همین علت اوزون ناپایدارتر است. (این مورد از گرماگیر بودن واکنش بالا استنباط می‌شود. در یک واکنش گرماگیر، سطح انرژی فراورده بالاتر از واکنش‌دهنده بوده و واکنش‌دهنده پایدارتر است.) گاز اوزون به علت وجود جفت الکترون ناپیوندی بر روی عنصر مرکزی، قطبی بوده و اکسیژن یک گاز ناقطبی است.



۶۱- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد ترکیب مقابل نادرست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16; g.mol^{-1}$)



(۱) ترکیب مورد نظر دارای دو گروه عاملی هیدروکسیل است.

(۲) تفاوت شمار گروه‌های CH و CH_2 در این ترکیب برابر با ۶ است.

(۳) نسبت درصد جرمی اتم‌های کربن به اتم‌های هیدروژن به تقریب برابر با $7/3$ است.

(۴) نسبت شمار پیوندهای اشتراکی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی برابر با $8/25$ است.

فرمول مولکولی این ماده به صورت $C_{11}H_{18}O_2$ است.

در این ترکیب سه حلقه وجود دارد و هیچ پیوند چندگانه‌ای دیده نمی‌شود. پس شمار اتم‌های هیدروژن در آن برابر است با:

$$m \Rightarrow (\text{پیوند سه گانه}) \times 4 - (\text{حلقه} + \text{پیوند دوگانه}) \times 2 + 2 + (\text{اتم کربن}) \times 2 = \text{اتم هیدروژن}$$

$$= ((11 \times 2) + 2 - (2 \times 3)) = 18$$

شمار گروه‌های CH_2 (اتم کربن متصل به دو اتم هیدروژن) و CH (اتم کربن متصل به یک اتم هیدروژن) موجود در این مولکول به ترتیب برابر با ۷ و ۲ است. در نتیجه تفاوت شمار آن‌ها برابر با ۵ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) همان‌طور که در ساختار مولکول مشخص است، ترکیب مورد نظر دارای دو گروه عاملی هیدروکسیل ($-OH$) است.

فرمول این ماده به صورت $C_{11}H_{18}O_2$ است. پس نسبت درصد جرمی اتم‌های کربن به اتم‌های هیدروژن برابر است با:

$$\frac{\text{درصد جرمی اتم‌های کربن}}{\text{درصد جرمی اتم‌های هیدروژن}} = \frac{\text{جرم اتم‌های کربن}}{\text{جرم اتم‌های هیدروژن}} = \frac{11 \times 12}{18 \times 1} \approx 7/3$$

در نتیجه نسبت خواسته شده به تقریب برابر با ۷/۳ است.

شمار پیوندهای اشتراکی در این مولکول ($C_{11}H_{18}O_2$) برابر است با:

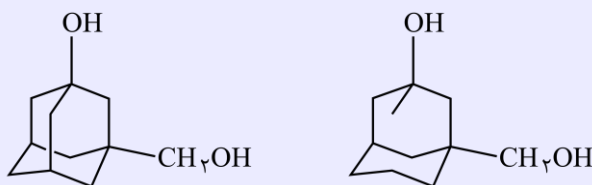
$$\begin{aligned} \text{شمار پیوندهای اشتراکی} &= \frac{4 \times (\text{شمار اتم‌های C}) + 1 \times (\text{شمار اتم‌های H}) + 2 \times (\text{شمار اتم‌های O})}{2} \\ &= \frac{4 \times 11 + 1 \times 18 + 2 \times 2}{2} = 33 \end{aligned}$$

و در ترکیبات آلی به ازای هر اتم اکسیژن دو جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. بنابراین این مولکول دارای ۴ جفت الکترون ناپیوندی است. در نتیجه نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{33}{4} = 8/25$$

تعداد حلقه در ترکیبات

برای شمارش تعداد حلقه‌ها در مولکول‌هایی که ساختار آن‌ها به صورت سه بعدی رسم می‌شوند، ابتدا حلقه یا حلقه‌هایی را که ساختار سه بعدی به مولکول می‌دهند، شکسته و بعد از ایجاد یک ساختار مسطح، تعداد حلقه‌ها را می‌شماریم. به عنوان مثال در ساختار زیر داریم:



در این مولکول ۳ حلقه (۲ حلقه در حالت مسطح و شکستن یک حلقه برای مسطح شدن) وجود دارد.



۶۲- به ۲۰۷ گرم گاز بی‌رنگ دی‌نیتروژن تتراکسید در ظرفی با فشار ثابت، ۱۲۳ کیلوژول گرما می‌دهیم تا به گاز قهوه‌ای رنگ تبدیل شود. اگر در پایان واکنش مقدار (مول) دو گاز موجود در ظرف برابر باشد، آنتالپی واکنش رخ داده برابر چند کیلوژول بر مول است؟ ($N = 14, O = 16: g. mol^{-1}$)

۱۸۴/۵ (۴)

۲۰۵ (۳)

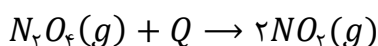
۱۶۴ (۲)

۲۴۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۶۶ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

واکنش شیمیایی انجام شده به صورت زیر است:



ابتدا مقدار گاز N_2O_4 موجود در ابتدای واکنش را حساب می‌کنیم:

$$? mol N_2O_4 = 207 g N_2O_4 \times \frac{1 mol N_2O_4}{92 g N_2O_4} = 2/25 mol$$

در این واکنش به ازای مصرف یک مول واکنش دهنده، دو مول فراورده تولید می‌شود. پس جدول زیر را می‌توان برای این واکنش رسم کرد:

ماده	$N_2O_4(g)$	$NO_2(g)$
مقدار اولیه	۲/۲۵	۰
تغییر	$-x$	$+2x$
مقدار نهایی	$2/25 - x$	$2x$

پس در هنگام برابر بودن مقدار دو ماده داریم:

$$2/25 - x = 2x \Rightarrow 3x = 2/25 \Rightarrow x = 0/75 mol$$

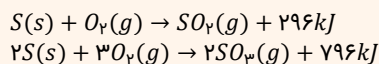
بنابراین مقدار N_2O_4 مصرف شده در این واکنش برابر 0.75 مول بوده است. بر این اساس آنتالپی واکنش را که معادل گرمای مصرف شده در واکنش یک مول گاز N_2O_4 است، به دست می آوریم:

$$123 \text{ kJ گرم} \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_4}{0.75 \text{ mol } N_2O_4} = 164 \text{ kJ}$$

پس آنتالپی این واکنش برابر 164 کیلوژول است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

اگر 128 گرم گوگرد مطابق معادله های زیر در واکنش با گاز اکسیژن، 1541 کیلوژول گرما تولید کند، چند گرم گاز اکسیژن در کل این فرایند مصرف شده و نسبت جرم گاز گوگرد تری اکسید تولید شده به جرم گاز گوگرد دی اکسید تولید شده چقدر است؟ ($O = 16, S = 32: g. mol^{-1}$)



$$6/25 - 176 \text{ (۴)}$$

$$8/75 - 176 \text{ (۳)}$$

$$8/75 - 184 \text{ (۲)}$$

$$6/25 - 184 \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۲

کل گوگرد مصرف شده در واکنش ها برابر 128 گرم (معادل با 4 مول گوگرد) است. اگر مقدار گوگرد مصرف شده در واکنش اول و دوم را به ترتیب برابر x و y مول در نظر بگیریم، گرمای تولید شده در واکنش اول و دوم به ترتیب برابر $296x$ و $796y$ کیلوژول می شود؛ بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 296x + 796y = 1541 \\ x + y = 4 \end{cases} \Rightarrow x = 0.5 \text{ و } y = 3.5$$

البته، برای محاسبه مقدار گوگرد مصرف شده در این واکنش ها، می توانستیم مقدار گوگرد مصرف شده در واکنش اول را برابر x مول و مقدار گوگرد مصرف شده در واکنش دوم را برابر با $4 - x$ مول در نظر بگیریم و بر این اساس، مقدار x را به دست آوریم. با توجه به محاسبات انجام شده، در واکنش اول 0.5 مول گوگرد و در واکنش دوم 3.5 مول گوگرد مصرف شده است. حال جرم اکسیژن مصرف شده در دو واکنش را محاسبه می کنیم:

$$\begin{cases} \text{واکنش اول: } ? \text{ g } O_2 = 0.5 \text{ mol } S \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } S} \times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 16 \text{ g} \\ \text{واکنش دوم: } ? \text{ g } O_2 = 3.5 \text{ mol } S \times \frac{1.5 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } S} \times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 168 \text{ g} \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع: } ? \text{ g } O_2 = 16 + 168 = 184 \text{ g}$$

در نهایت جرم گوگرد دی اکسید، جرم گوگرد تری اکسید و نسبت خواسته شده را حساب می کنیم:

$$\begin{cases} \text{واکنش اول: } ? \text{ g } SO_2 = 0.5 \text{ mol } S \times \frac{1 \text{ mol } SO_2}{1 \text{ mol } S} \times \frac{64 \text{ g } SO_2}{1 \text{ mol } SO_2} = 32 \text{ g} \\ \text{واکنش دوم: } ? \text{ g } SO_3 = 3.5 \text{ mol } S \times \frac{2 \text{ mol } SO_3}{2 \text{ mol } S} \times \frac{80 \text{ g } SO_3}{1 \text{ mol } SO_3} = 280 \text{ g} \end{cases} \Rightarrow A = \frac{280}{32} = 8.75$$

پس در این دو واکنش 184 گرم گاز اکسیژن مصرف می شود و نسبت خواسته شده در سؤال برابر 8.75 است.

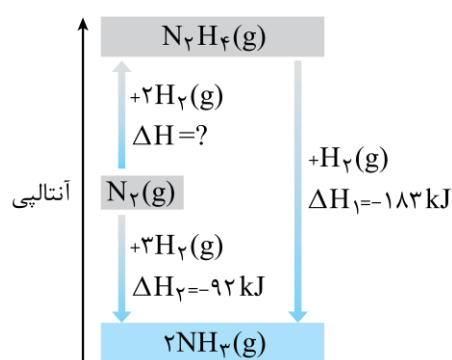


۶۳- کدام مورد درباره فرایند هابر، نادرست است؟

- (۱) در این فرایند آمونیاک از گازهای نیتروژن و هیدروژن تولید می شود و از دو واکنش پی در پی تشکیل شده است.
- (۲) در واکنش تولید هیدرازین از عناصر سازنده آن همانند واکنش تصعید یخ خشک، گرما از محیط به سامانه منتقل می شود.
- (۳) از بین مولکول های آمونیاک و هیدرازین، مولکولی که در آن مجموع آنتالپی پیوندها بیشتر است، پایداری بیشتری نیز دارد.
- (۴) ΔH واکنش تولید آمونیاک از هیدرازین و گاز هیدروژن در مقایسه با ΔH واکنش تولید آمونیاک از عناصر سازنده آن، منفی تر است.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۷۷ - ۱۱۰۲

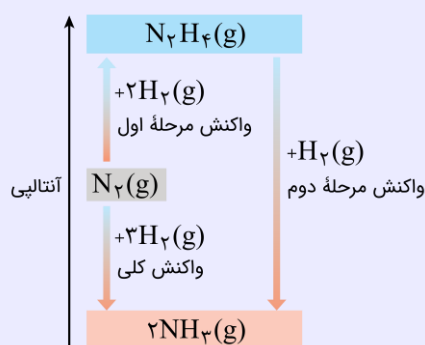


در مولکول آمونیاک سه پیوند $N-H$ و در مولکول هیدرازین یک پیوند $N-N$ و چهار پیوند $N-H$ وجود دارد. در نتیجه مجموع آنتالپی پیوندهای موجود در مولکول هیدرازین بیشتر است. اما طبق نمودار انرژی مقابل، مشخص است که محتوای انرژی هیدرازین از آمونیاک بیشتر است و در نتیجه هیدرازین از آمونیاک ناپایدارتر است.

- ۱) مطابق نمودار بالا تهیه آمونیاک به روش هابر از گازهای نیتروژن و هیدروژن، از دو واکنش پی در پی تشکیل شده است.
- ۲) همان‌طور که مشخص است، واکنش تولید هیدرازین از عناصر سازنده آن (گازهای نیتروژن و هیدروژن) گرماگیر است. واکنش تصعید نیز یک فرایند گرماگیر است و در هر دوی این واکنش‌ها گرما از محیط به سامانه منتقل می‌شود.
- ۳) با توجه به نمودار، می‌توان نتیجه گرفت که مقدار قدر مطلق آنتالپی واکنش تولید آمونیاک از گازهای هیدرازین و هیدروژن (B) نسبت به مقدار قدر مطلق آنتالپی واکنش تولید آمونیاک از گازهای نیتروژن و هیدروژن (A) بیشتر است. اما از آن جا که این دو واکنش گرماده هستند و علامت آنتالپی واکنش‌ها منفی است، مقدار B نسبت به A منفی‌تر خواهد بود.

فرایند هابر

با توجه به شواهد تجربی، واکنش تولید آمونیاک به روش هابر از عناصر نیتروژن و هیدروژن که به صورت $N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$ بوده، در واقع یک فرایند دو مرحله‌ای با نمودار آنتالپی زیر است:



- ★ واکنش اول: $N_2(g) + 2H_2(g) \rightarrow N_2H_4(g), \Delta H > 0$
در این مرحله هیدرازین تولید می‌شود. این مرحله گرماگیر بوده و واکنش‌دهنده‌ها (نیتروژن و هیدروژن) پایدارتر از هیدرازین هستند. با توجه به ناپایداری هیدرازین، این ماده به سرعت با هیدروژن واکنش داده و به همین علت نمی‌توان ΔH این مرحله را به صورت مستقیم حساب کرد.
- ★ واکنش دوم: $N_2H_4(g) + H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g), \Delta H < 0$
در این مرحله، گاز هیدرازین طی یک واکنش گرماده با هیدروژن، آمونیاک را تولید می‌کند. به علت گرماده بودن این واکنش، می‌توان گفت آمونیاک نسبت به واکنش‌دهنده‌ها (نیتروژن و هیدروژن) پایدارتر است.
- ★ واکنش کلی: $N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g), \Delta H < 0$
از آن‌جا که مقدار گرمای آزاد شده در واکنش مرحله دوم بیشتر از گرمای مصرف شده در واکنش مرحله اول بوده، ΔH واکنش کلی منفی می‌شود.

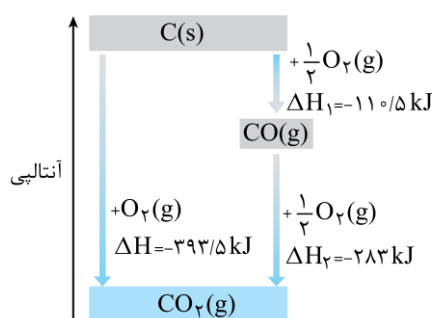


- ۶۴- اگر واکنش سوختن کربن را دو مرحله‌ای در نظر بگیریم، مرحله‌ای که آنتالپی آن را به طور مستقیم اندازه‌گیری کرد، آنتالپی منفی‌تری دارد و همچنین در واکنش مرحله دوم، تعداد ذرات گازی موجود در ظرف واکنش می‌یابد.
- (۱) نمی‌توان - کاهش (۲) می‌توان - کاهش (۳) نمی‌توان - افزایش (۴) می‌توان - افزایش

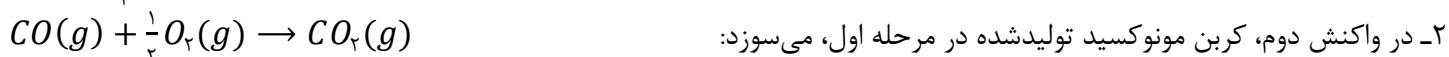
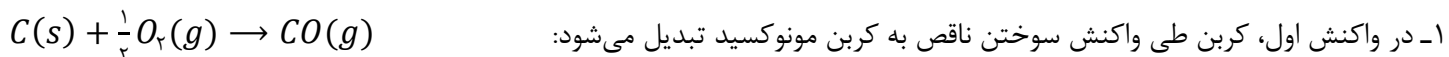
(متوسط - مفهومی - سریع - صفحه ۷۶ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

نمودار آنتالپی واکنش سوختن کربن به صورت زیر است:



واکنش سوختن کامل کربن را می‌توان مجموعه‌ای از دو واکنش پی‌درپی دانست:



مقدار آنتالپی واکنش تبدیل گرافیت به کربن مونوکسید را نمی‌توان با روش تجربی (مستقیم) اندازه‌گیری کرد، چون CO تولیدشده در این واکنش به سرعت با اکسیژن واکنش داده و به ماده پایدارتر CO_2 تبدیل می‌شود. پس آنتالپی مرحله اول را نمی‌توان به‌صورت تجربی اندازه‌گیری کرد. آنتالپی مرحله دوم منفی‌تر از آنتالپی مرحله اول است. پس آنتالپی واکنشی منفی‌تر است که می‌توان آنتالپی آن را به‌صورت مستقیم محاسبه کرد.

همچنین در واکنش دوم از مصرف در مجموع $\frac{1}{5}$ مول گاز ۱ مول گاز تولید می‌شود. پس در این واکنش نیز تعداد مولکول‌های گاز کاهش می‌یابد.



۶۵- اگر در اثر سوختن $\frac{1}{5}$ مول از یک ترکیب آلی غیرحلقوی و سیرشده با فرمول مولکولی C_7H_xO ، ۹۲۸ کیلوژول گرما آزاد شود و ارزش سوختی این ترکیب برابر با ۳۲ کیلوژول بر گرم باشد، مقدار x کدام است و ترکیب مورد نظر می‌تواند دارای کدام گروه عاملی باشد؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g.mol^{-1}$)

۱) اتری ۲) کتونی ۳) آلدهیدی ۴) هیدروکسیل

(متوسط - محاسباتی - سریع) - صفحه ۷۳ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

راهنمای مسئله

با توجه به ارزش سوختی و مقدار گرمای آزادشده از سوختن نیم مول ماده آلی، جرم مولی این ماده را حساب می‌کنیم و بر اساس آن مقدار هیدروژن موجود در این ماده را مشخص می‌کنیم.

ابتدا جرم سوخت مصرف‌شده را حساب می‌کنیم:

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{\text{گرمای سوختن}}{\text{جرم سوخت}} \Rightarrow 32 = \frac{928}{m} \Rightarrow m = \frac{928}{32} = 29 \text{ g}$$

این جرم برابر جرم نیم مول از این ماده بوده و بر همین اساس می‌توان گفت، جرم مولی این ماده برابر ۵۸ گرم بر مول است. اکنون با داشتن مقدار جرم مولی ترکیب مورد نظر، شمار اتم‌های هیدروژن موجود در آن را محاسبه می‌کنیم:

$$58 = 3 \times 12 + 1 \times x + 1 \times 16 \Rightarrow x = 58 - 36 - 16 \Rightarrow x = 6$$

در نتیجه شمار اتم‌های هیدروژن این ترکیب (x) برابر با ۶ است و فرمول مولکولی آن به‌صورت C_7H_6O می‌باشد. از آن جا که این ترکیب آلی سیرشده است و فرمول مولکولی آن به‌صورت $C_nH_{2n}O$ است می‌توان فهمید که این ترکیب آلی دارای گروه عاملی کتونی یا آلدهیدی است.



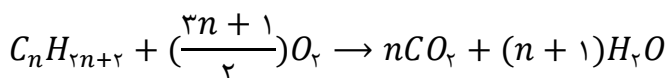
۶۶- اگر از سوختن مقداری آلکان، ۲ مول گاز کربن‌دی‌اکسید، ۴۰/۵ گرم آب و ۱۳۶۵ کیلوژول گرما تولید شود، مقدار آنتالپی سوختن این هیدروکربن چند کیلوژول بر مول است؟ ($H = 1, O = 16: g.mol^{-1}$)

۱) ۵۴۶۰ ۲) ۱۰۹۲۰ ۳) ۸۱۹۰ ۴) ۱۶۳۸۰

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۷۳ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

واکنش سوختن آلکان‌ها به‌صورت زیر است:



راه حل مساله: در واکنش سوختن هر مول آلکان، تفاوت مقدار گاز کربن‌دی‌اکسید و آب برابر یک مول است، پس تفاوت این دو، برابر با مقدار مول آلکان سوخته شده است. بر این اساس مقدار آلکان محاسبه و سپس مقدار آنتالپی واکنش سوختن به دست می‌آید.

ابتدا مقدار آب تولیدشده را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ mol } H_2O = 40.5 \text{ g } H_2O \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18 \text{ g } H_2O} = 2.25 \text{ mol}$$

در این واکنش ۲ مول گاز کربن دی اکسید و ۲/۲۵ مول آب تولید می شود. همچنین ۱۳۶۵ کیلوژول گرما آزاد شده است. همان طور که در واکنش بالا می بینیم به هنگام سوختن یک مول آلکان، تفاوت مقدار کربن دی اکسید و آب یک مول است؛ پس در این فرایند ۰/۲۵ مول آلکان مصرف شده است. پس مقدار آنتالپی سوختن آن که معادل سوختن یک مول از این ماده است، برابر خواهد بود با:

$$\text{گرما } 1365 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol } C_n H_{2n+2}}{0.25 \text{ mol } C_n H_{2n+2}} = 5460 \text{ kJ}$$

پس مقدار آنتالپی سوختن این ماده برابر ۵۴۶۰- کیلوژول بر مول است.



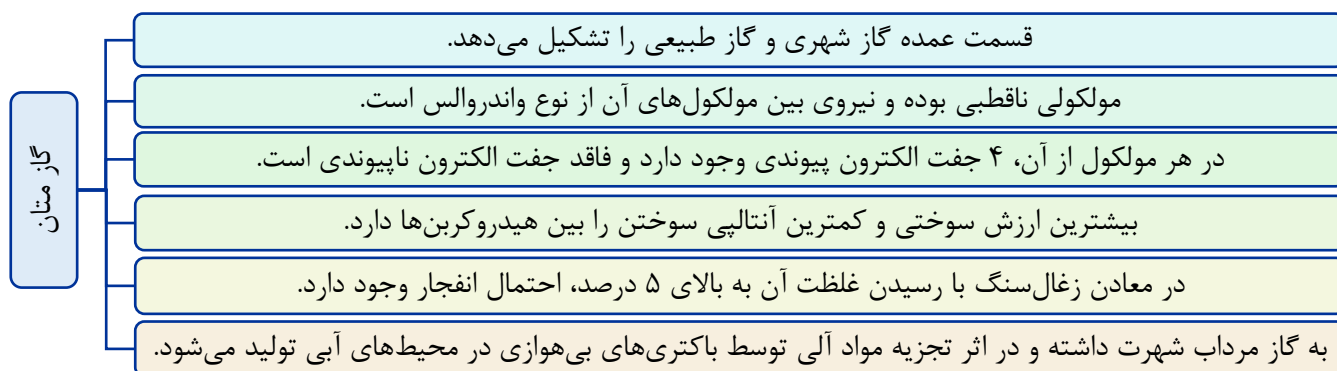
۶۷- چند مورد از مطالب زیر درباره گاز متان نادرست است؟

- الف - از تجزیه گیاهان به وسیله باکتری های هوازی در زیر آب تولید می شود.
 ب - نخستین عضو از خانواده آلکان ها و تشکیل دهنده بخش عمده گاز طبیعی است.
 ج - تعیین ΔH واکنش تولید متان از عناصر سازنده آن به روش تجربی امکان پذیر نیست.
 د - این گاز نخستین بار از سطح مرداب ها جمع آوری شده، از این رو به گاز مرداب معروف است.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(متوسط - مفهومی - استاندارد ۱) - صفحه ۷۴ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

ساده ترین هیدروکربن، گاز متان است. نمودار زیر برخی از ویژگی های گاز متان را نمایش می دهد:



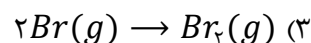
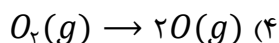
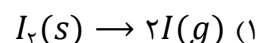
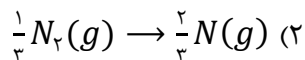
تنها عبارت «الف» نادرست است.

بررسی موارد:

- الف) گاز متان از تجزیه گیاهان به وسیله باکتری های بی هوازی در زیر آب تولید می شود.
- ب) متان ساده ترین هیدروکربن و نخستین عضو از خانواده آلکان ها است و بخش عمده گاز طبیعی را تشکیل می دهد.
- ج) تأمین شرایط بهینه برای تولید متان از واکنش میان گرافیت و گاز هیدروژن بسیار دشوار و پرهزینه است، به همین علت تعیین ΔH این واکنش به روش تجربی امکان پذیر نیست.
- د) گاز متان نخستین بار از سطح مرداب ها جمع آوری شده، از این رو به گاز مرداب معروف است.



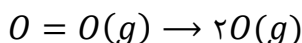
۶۸- آنتالپی کدام یک از واکنش‌های زیر معادل، آنتالپی یک پیوند است؟



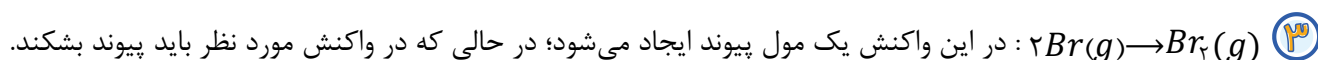
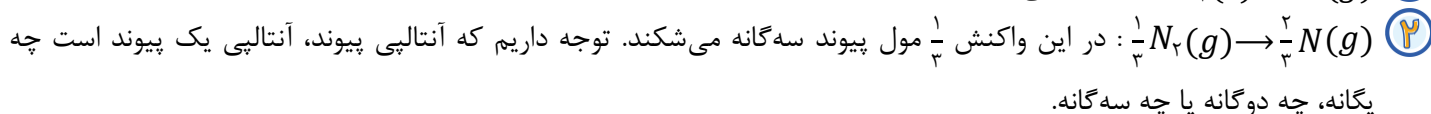
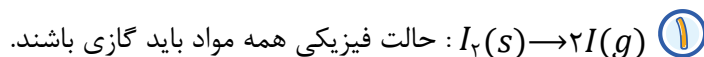
(آسان - خط به خط - سریع ۵ - صفحه ۶۷ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

به مقدار انرژی لازم برای شکستن یک مول پیوند اشتراکی میان دو اتم در حالت گازی، آنتالپی پیوند می‌گویند. بنابراین، شرط آن که گرمای مبادله‌شده در یک واکنش برابر آنتالپی پیوند باشد، این است که در آن واکنش یک مول پیوند کووالانسی میان دو اتم شکسته شود و مواد شرکت‌کننده در واکنش نیز به حالت گازی باشند. تنها گزینه ۴ چنین واکنشی را نشان می‌دهد.



بررسی سایر گزینه‌ها:



۶۹- در یک نوع ماده غذایی خشک درصد جرمی کربوهیدرات، چربی و پروتئین سازنده آن به ترتیب برابر با ۷۰، ۲۰ و ۱۰ درصد است. با استفاده از گرمای حاصل از سوختن ۱۵۰ گرم از این نوع ماده غذایی، چند مول گاز کربن‌دی‌اکسید را می‌توان به اتم‌های گازی مجزا تبدیل کرد؟ (آنتالپی پیوند $C = O$ برابر با ۷۹۵ کیلوژول بر مول است.)

ماده غذایی	کربوهیدرات	چربی	پروتئین
ارزش سوختی ($kJ \cdot g^{-1}$)	۱۷	۳۸	۱۷

۲ (۴)

۱/۵ (۳)

۱ (۲)

۰/۷۵ (۱)

(آسان - محاسباتی - استاندارد ۵ - صفحه ۷۲ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا گرمای حاصل از سوختن این ماده غذایی را مشخص می‌کنیم.
در ۱۵۰ گرم از این ماده، ۱۵۰ × ۰/۷ گرم کربوهیدرات، ۱۵۰ × ۰/۲ گرم چربی و ۱۵۰ × ۰/۱ گرم پروتئین وجود دارد. پس مقدار گرمای آزادشده را حساب می‌کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{گرمای کربوهیدرات} = 17 \times 150 \times 0.7 = 1785 \text{ kJ} \\ \text{گرمای چربی} = 38 \times 150 \times 0.2 = 1140 \text{ kJ} \\ \text{گرمای پروتئین} = 17 \times 150 \times 0.1 = 255 \text{ kJ} \end{array} \right.$$

پس در مجموع $1785 + 1140 + 255 = 3180$ کیلوژول گرما تولید می‌شود.

حال مقدار گاز کربن‌دی‌اکسید که به واسطه این مقدار گرما می‌توان به اتم‌های گازی مجزا تبدیل نمود را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } CO_2 = 3180 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol } C = O}{795 \text{ kJ}} \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{2 \text{ mol } C = O} = 2 \text{ mol}$$

در نتیجه ۲ مول گاز کربن‌دی‌اکسید به اتم‌های گازی مجزا تبدیل می‌شود.

۷۰- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟ ($H = 1, C = 12: g.mol^{-1}$)

- (۱) آنتالپی سوختن یک ماده هم‌ارز با آنتالپی واکنش موازنه‌شده سوختن آن ماده با مقدار کافی اکسیژن است.
- (۲) در اثر سوختن جرم‌های برابری از متان و متانول، گرمای حاصل از سوختن ترکیبی دارای پیوند هیدروژنی، بیشتر است.
- (۳) قدر مطلق آنتالپی سوختن ترکیبی با بیشترین درصد جرمی هیدروژن بین اتان، اتن و اتین، از دو ترکیب دیگر بیشتر است.
- (۴) اگر آنتالپی سوختن اتان، بوتان و پروپان به ترتیب برابر با -1560 ، -2900 و x کیلوژول بر مول باشد، x به تقریب برابر -2130 است.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - خط به خط - استاندارد) - صفحه ۷۳ - ۱۱۰۲

در بین آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌های هم‌کربن، بیشترین درصد جرمی اتم هیدروژن مربوط به آلکان‌ها است و همچنین در بین این سه نوع هیدروکربن، منفی‌ترین مقدار آنتالپی سوختن یا به عبارتی بیشترین مقدار قدرمطلق آنتالپی سوختن نیز مربوط به آلکان‌ها است. در نتیجه از بین اتان، اتن و اتین، اتان دارای بیشترین درصد جرمی هیدروژن و مقدار قدرمطلق آنتالپی سوختن است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) آنتالپی سوختن یک ماده هم‌ارز با آنتالپی واکنشی است که یک مول ماده در اکسیژن کافی به طور کامل می‌سوزد. باید توجه کرد که در برخی از واکنش‌های سوختن ترکیبات آلی مانند سوختن کامل اتان، ضریب اتان در واکنش موازنه‌شده برابر با دو است و آنتالپی واکنش برابر با گرمای آزاد شده ناشی از سوختن کامل دو مول اتان خواهد بود و دیگر مطابق با تعریف آنتالپی سوختن نیست.

۲) از بین آلکان‌ها و الکل‌های هم‌کربن، قدر مطلق آنتالپی سوختن آلکان‌ها بیشتر است. ارزش سوختی طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{ارزش سوختی} (kJ.g^{-1}) = \frac{| \text{آنتالپی سوختن} (kJ.mol^{-1}) |}{\text{جرم مولی} (g.mol^{-1})}$$

از آن جا که جرم مولی یک آلکان (C_nH_{2n+2}) در مقایسه با یک الکل هم‌کربن ($C_nH_{2n+2}O$) کمتر است و همچنین قدر مطلق آنتالپی سوختن آلکان‌ها نیز بیشتر است، می‌توان نتیجه گرفت ارزش سوختی یک آلکان از الکل هم‌کربن خود بیشتر است.

ارزش سوختی

انرژی تولید شده به ازای سوختن یک گرم ماده سوختنی، معادل با ارزش سوختی آن ماده بوده و یکای آن برحسب $kJ.g^{-1}$ است. برای مثال اگر ارزش سوختی ماده‌ای برابر 30 کیلوژول بر گرم است؛ بدین معناست که از سوختن یک گرم از آن ماده، 30 کیلوژول انرژی تولید می‌شود. رابطه بین ارزش سوختی و آنتالپی سوختن یک ماده به صورت زیر است:

$$\text{ارزش سوختی} (kJ.g^{-1}) = \frac{| \text{آنتالپی سوختن} (kJ.mol^{-1}) |}{\text{جرم مولی} (g.mol^{-1})}$$

۴) به طور کلی مقدار اختلاف بین آنتالپی سوختن آلکان‌های متوالی به تقریب برابر است. در نتیجه رابطه زیر برقرار است:

$$\Delta H_{\text{سوختن}} C_4H_{10} - \Delta H_{\text{سوختن}} C_3H_8 = \Delta H_{\text{سوختن}} C_3H_8 - \Delta H_{\text{سوختن}} C_2H_6 \Rightarrow 2\Delta H_{\text{سوختن}} C_3H_8 \\ = \Delta H_{\text{سوختن}} C_4H_{10} + \Delta H_{\text{سوختن}} C_2H_6$$

$$\Rightarrow 2\Delta H_{\text{سوختن}} C_3H_8 = -2900 + (-1560) \Rightarrow \Delta H_{\text{سوختن}} C_3H_8 = -2230 kJ.mol^{-1}$$

در نتیجه آنتالپی سوختن پروپان برابر با -2230 کیلوژول بر مول است.



شب امتحان حوصله نداری دیگه درس بخونی؟! خب درساتو گوش کن!

✓ پادکست های شب امتحان، ویژه مرور و یادگیری
دروس و نکات مهم در لحظات آخر قبل امتحان



اسکن کن!

برای دریافت
روی لینک بزن!
digimaze.org



دیجی ماز