



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



۴
۸ نیم سال دوم



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۱

جمعه ۱۴ فروردین ماه ۱۴۰۵

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۵۵ دقیقه	۳۰ سؤال ۵۵ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

آمار و احتمال

احتمال

(کل درس ۳: احتمال شرطی،
کل درس ۴: پیشامدهای
مستقل و وابسته)
آمار توصیفی (کل درس ۱: توصیف
و نمایش داده‌ها)
صفحه‌های ۴۸ تا ۷۸

سهم در کنکور: ۱ سؤال

هندسه ۲

تبدیل‌های هندسی و کاربردها

(تبدیل‌های هندسی از
ابتدای انتقال تا انتهای درس ۱
و کل درس ۲: کاربرد تبدیل‌ها)
صفحه‌های ۳۸ تا ۵۴

سهم در کنکور: ۱ سؤال

حسابان ۱

توابع نمایی و لگاریتم

(از ابتدای تابع لگاریتمی
و لگاریتم تا انتهای فصل ۳)
مثلثات (کل فصل ۴)
صفحه‌های ۸۰ تا ۱۱۲

سهم در کنکور: ۳ سؤال

شیمی ۲

در پی غذای سالم

(از ابتدای آنتالپی همان محتوای
انرژی است تا انتهای خوراکی‌های
طبیعی رنگین، باز دارنده‌هایی
مفید و موثر)
صفحه‌های ۶۵ تا ۹۲

سهم در کنکور: ۳ سؤال

فیزیک ۲

جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم + مغناطیس

(تا ابتدای میدان مغناطیسی حاصل
از سیم‌لوله حامل جریان)
صفحه‌های ۶۷ تا ۹۹

سهم در کنکور: ۴ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

اگر قصد داری از نیمه دوم سال شروع کنی و با موفقیت همه رو شگفت زده کنی، این برنامه برای توئه!

گام اول (گرم کردن با آزمون ۹ بهمن):

با استفاده از مطالعه‌ای که برای امتحانات نیمسال اول داشته‌اید، در آزمون ۹ بهمن شرکت کنید و فقط به دید تمرین برای شروع (گرم کردن اولیه) به این آزمون نگاه کنید.

گام دوم (شروع پرانرژی در بهمن و اسفند):

در آزمون‌های ۲۳ بهمن، ۷ اسفند و ۲۱ اسفند، به مطالب سه هشتم ابتدایی نیمسال دوم مسلط می‌شوید.

گام سوم (جبران نیمسال اول در فرصت طلایی نوروز):

از ۲۲ اسفند تا ۶ فروردین، به جبران، مرور و جمع بندی نیمسال اول می‌پردازید و با آزمون ۶ فروردین به مطالب نیمسال اول مسلط می‌شوید.

گام چهارم (تکمیل یادگیری نیمسال دوم بعد از ایام نوروز):

از ۷ فروردین تا ۲۴ اردیبهشت، به مطالب پنج هشتم پایانی نیمسال دوم مسلط می‌شوید و با آمادگی کامل به استقبال امتحانات خرداد ماه می‌روید.

گام پنجم (بهترین پایان برای سال تحصیلی):

تکمیل یادگیری و جمع بندی کامل برای ورود پر قدرت به سال تحصیلی بعد؛ آزمون جامع کل پایه در ۲۸ خردادماه



۱- نمودار تابع $f(x) = 4 - \log_3(2x+1)$ ، محور xها را در نقطه A و محور yها را در نقطه B قطع می کند. شیب خط AB کدام است؟

- (۱) $0/1$ (۲) $-0/1$ (۳) $1/0$ (۴) $-1/0$

۲- ضابطه وارون تابع $f(x) = 10^{(4x-1)}$ به صورت $f^{-1}(x) = a + b \log x$ است. حاصل $4a + b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۳- قدرمطلق تفاضل ریشه های معادله $\log_{\sqrt{5}}^x = 1 + \log_{\sqrt{5}}^{(6x-1)}$ کدام است؟

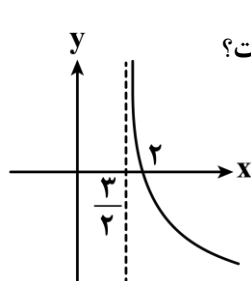
- (۱) $1/2$ (۲) $0/8$ (۳) $1/6$ (۴) $0/4$

۴- با فرض $\log_2 = 0/2$ ، مقدار $\log \sqrt[5]{1250}$ کدام است؟

- (۱) $0/78$ (۲) $0/68$ (۳) $0/72$ (۴) $0/62$

۵- اگر $A = \frac{1}{\log_{27}^6} + \frac{1}{\log_{27}^8}$ و $B = 5^{\log_{25}^3}$ ، حاصل $\frac{A}{B}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $3\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) 3



۶- شکل مقابل، نمودار تابع $f(x) = \log_5\left(\frac{1}{ax+b}\right)$ را نمایش می دهد. حاصل $f^{-1}(-2)$ کدام است؟

- (۱) $6/5$ (۲) $7/5$ (۳) $8/5$ (۴) $9/5$

۷- اگر $\left[\log_3^{22}\right] + \left[\log_3^a\right] = 5$ باشد، جمع مقادیر طبیعی به دست آمده برای a کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) 92 (۲) 108 (۳) 115 (۴) 99

محل انجام محاسبات

۸- تعداد اعداد طبیعی که در نامعادله $|\log_7(x-4)| < 3$ صدق می‌کنند، کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۹

۹- اگر $\log_{\sqrt[3]{3}}^k = k$ باشد، حاصل $\log_{\sqrt[3]{3}}^{\sqrt{12}}$ برحسب k کدام است؟

- (۱) $\frac{k+18}{2k+9}$ (۲) $\frac{k+8}{2k+19}$ (۳) $\frac{2k+19}{k+8}$ (۴) $\frac{2k+9}{k+18}$

۱۰- در یک ظرف ۲۰۰ لیتر محلول قرار دارد. هر روز ۸ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می‌کنیم.

پس از گذشت چند روز غلظت محلول به $\frac{1}{3}$ غلظت محلول اول می‌رسد؟ ($\log 2 = 0.3$ و $\log 3 = 0.48$)

- (۱) ۱۶ (۲) ۲۱ (۳) ۴۸ (۴) ۲۴

۱۱- در دایره‌ای به شعاع ۱۲ واحد، طول کمان روبه‌رو به زاویه مرکزی θ برحسب رادیان، برابر $\frac{4\pi}{3}$ است. مساحت قطاع نظیر این زاویه کدام است؟

- (۱) 6π (۲) 8π (۳) 12π (۴) 16π

۱۲- مقدار $4\cos\frac{53\pi}{12}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}+1$ (۲) $\sqrt{3}-1$ (۳) $\sqrt{6}+\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{6}-\sqrt{2}$

۱۳- اگر $\cot\alpha = -3$ و انتهای کمان مقابل به زاویه α در ناحیه چهارم باشد، حاصل عبارت

$$A = \frac{2\cos(\frac{17\pi}{2} + \alpha) - \sin(13\pi - \alpha)}{\tan(\frac{2\alpha - 31\pi}{2})}$$

کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ (۲) $\frac{-1}{\sqrt{10}}$ (۳) $\frac{9}{\sqrt{10}}$ (۴) $\frac{-9}{\sqrt{10}}$

۱۴- حاصل عبارت $A = \frac{\sin 63^\circ \sin 33^\circ + \sin 27^\circ \sin 57^\circ}{\sin 17^\circ \cos 13^\circ + \sin 13^\circ \cos 17^\circ}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

محل انجام محاسبات



۱۵- اگر $\sin x - \cos x = \sqrt{\frac{3}{5}}$ باشد، مقدار $\cos 4x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{17}{25}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{21}{25}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۱۶- اگر $\tan 2a = \frac{7}{5}$ و $\frac{\cos(2a+b)}{\cos(2a-b)} = \frac{4}{3}$ باشد، مقدار $\cot b$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{9}{8}$ (۲) $\frac{9}{8}$ (۳) $-\frac{10}{8}$ (۴) $\frac{10}{8}$

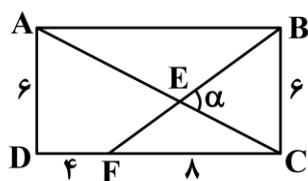
۱۷- بیشترین مقدار تابع $f(x) = (5 - \sin x)(6 + \sin x)$ کدام است؟

- (۱) ۳۰ (۲) $\frac{121}{4}$ (۳) $\frac{61}{2}$ (۴) ۳۱

۱۸- اگر $\frac{\pi}{8} < x < \frac{\pi}{3}$ و $\sin x \cos x = \frac{m-1}{12}$ باشد، حدود m شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹- چهارضلعی ABCD در شکل مقابل، مستطیل است. مقدار $\sin \alpha$ کدام است؟



- (۱) $\frac{12}{5\sqrt{5}}$ (۲) $\frac{8}{5\sqrt{5}}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۴) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

۲۰- حاصل عبارت $A = \frac{\sin 65^\circ \times \sqrt{1 - \sin 40^\circ}}{\cos 40^\circ}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۲

۲۱- چه تعداد از نگاشت‌های زیر تبدیل همانی است؟

(الف) دوران با زاویه 180°

(ب) تجانس با نسبت ۱-

(ج) بازتاب نسبت به خط

(د) انتقال با بردار صفر

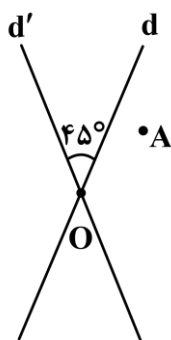
(هـ) تجانس با نسبت صفر

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

محل انجام محاسبات

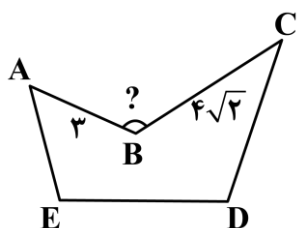


- ۲۲- دو خط d و d' در نقطه $O(1, -3)$ متقاطع هستند. اگر بازتاب نقطه $A(5, 0)$ نسبت به خط d ، نقطه A' و بازتاب A' نسبت به خط d' نقطه A'' باشد، آنگاه مساحت مثلث OAA'' برابر کدام است؟



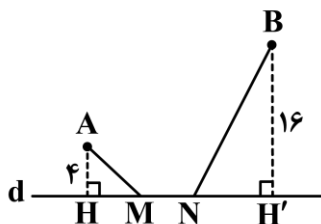
- (۱) $12/5$
(۲) 12
(۳) $10/5$
(۴) 10

- ۲۳- زمینی به شکل زیر داریم. می‌خواهیم بدون آن‌که محیط این زمین تغییر کند مساحتش را افزایش دهیم. اگر میزان افزایش مساحت ۱۲ واحد مربع باشد، اندازه زاویه $\widehat{ABC}$ چند درجه است؟



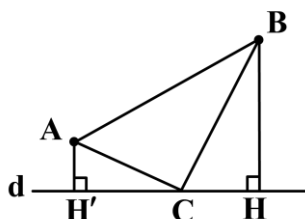
- (۱) 150°
(۲) 125°
(۳) 120°
(۴) 135°

- ۲۴- نقاط A و B در یک طرف خط d قرار دارند. اگر $HH' = 43$ و $AMNB$ کوتاه‌ترین مسیر ممکن به طول ۴۸ باشد، اندازه MN کدام است؟



- (۱) ۵
(۲) $5/5$
(۳) ۶
(۴) $6/5$

- ۲۵- در شکل زیر، فاصله نقاط A و B از خط d به ترتیب ۲ و ۸ واحد است و نقطه C روی خط d تغییر مکان می‌دهد، به طوری که محیط مثلث ABC کمترین باشد. اگر مساحت چهارضلعی $ABHH'$ برابر $45\sqrt{3}$ باشد، اندازه CH' چند برابر $\sqrt{3}$ است؟



- (۱) ۲
(۲) $1/5$
(۳) $2/2$
(۴) $1/8$

محل انجام محاسبات

۲۶- جعبه‌ای شامل ۴ مهره سبز و ۶ مهره قرمز است. مهره‌های آن را یکی پس از دیگری از ظرف خارج می‌کنیم. احتمال آن که مهره دوم سبز و هر دو مهره پنجم و نهم قرمز باشند، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{9}$

۲۷- جعبه A شامل ۲ مهره سفید و ۱ مهره قرمز و جعبه B شامل ۴ مهره سفید و ۳ مهره قرمز است. دو مهره به تصادف از B برداشته و در جعبه A می‌اندازیم و سپس یک مهره به تصادف از A بیرون می‌آوریم. احتمال سفید بودن این مهره کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{42}$ (۲) $\frac{15}{28}$ (۳) $\frac{22}{35}$ (۴) $\frac{10}{21}$

۲۸- حسن و حسین فرزندان از یک خانواده چهار فرزندی هستند. احتمال این که حسین فرزند اول خانواده باشد در صورتی که بین حسن و حسین خواهری وجود داشته باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{5}{14}$

۲۹- اگر دو پیشامد A و B مستقل، $P(A|B') = \frac{3}{10}$ و $P(B'|A') = \frac{2}{3}$ باشد، آن گاه $P(A-B)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{10}$

۳۰- در یک اجتماع n نفری فراوانی نسبی افرادی که گروه خونی A دارند $\frac{1}{11}$ ، زاویه مرکزی مربوط به افرادی که گروه خونی B دارند، 60° و درصد فراوانی نسبی افرادی که گروه خونی AB دارند ۲۵ درصد است. اگر ۴۸ نفر از این اجتماع، گروه خونی O داشته باشند، آن گاه رقم دهگان عدد n کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

محل انجام محاسبات





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز پایه یازدهم



۴
۸ نیم سال دوم



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۲

جمعه ۱۴ فروردین ماه ۱۴۰۵

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	فیزیک	۲۰	۳۱	۵۰	۲۵ دقیقه	۴۰ سؤال
۲	شیمی	۲۰	۵۱	۷۰	۲۰ دقیقه	۴۵ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

آمار و احتمال

احتمال

(کل درس ۳: احتمال شرطی،
کل درس ۴: پیشامدهای
مستقل و وابسته)
آمار توصیفی (کل درس ۱: توصیف
و نمایش داده‌ها)
صفحه‌های ۴۸ تا ۷۸

سهم در کنکور: ۱ سؤال

هندسه ۲

تبدیل‌های هندسی و کاربردها

(تبدیل‌های هندسی از
ابتدای انتقال تا انتهای درس ۱
و کل درس ۲: کاربرد تبدیل‌ها)
صفحه‌های ۳۸ تا ۵۴

سهم در کنکور: ۱ سؤال

حسابان ۱

توابع نمایی و لگاریتم

(از ابتدای تابع لگاریتمی
و لگاریتم تا انتهای فصل ۳)
مثلثات (کل فصل ۴)
صفحه‌های ۸۰ تا ۱۱۲

سهم در کنکور: ۳ سؤال

شیمی ۲

در پی غذای سالم

(از ابتدای آنتالپی همان محتوای
انرژی است تا انتهای خوراکی‌های
طبیعی رنگین، باز دارنده‌هایی
مفید و موثر)
صفحه‌های ۶۵ تا ۹۲

سهم در کنکور: ۳ سؤال

فیزیک ۲

جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم + مغناطیس

(تا ابتدای میدان مغناطیسی حاصل
از سیم‌لوله حامل جریان)
صفحه‌های ۶۷ تا ۹۹

سهم در کنکور: ۴ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

اگر قصد داری از نیمه دوم سال شروع کنی و با موفقیت همه رو شگفت زده کنی، این برنامه برای توئه!

گام اول (گرم کردن با آزمون ۹ بهمن):

با استفاده از مطالعه‌ای که برای امتحانات نیمسال اول داشته‌اید، در آزمون ۹ بهمن شرکت کنید و فقط به دید تمرین برای شروع (گرم کردن اولیه) به این آزمون نگاه کنید.

گام دوم (شروع پرانرژی در بهمن و اسفند):

در آزمون‌های ۲۳ بهمن، ۷ اسفند و ۲۱ اسفند، به مطالب سه هشتم ابتدایی نیمسال دوم مسلط می‌شوید.

گام سوم (جبران نیمسال اول در فرصت طلایی نوروز):

از ۲۲ اسفند تا ۶ فروردین، به جبران، مرور و جمع بندی نیمسال اول می‌پردازید و با آزمون ۶ فروردین به مطالب نیمسال اول مسلط می‌شوید.

گام چهارم (تکمیل یادگیری نیمسال دوم بعد از ایام نوروز):

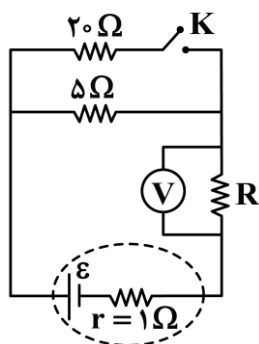
از ۷ فروردین تا ۲۴ اردیبهشت، به مطالب پنج هشتم پایانی نیمسال دوم مسلط می‌شوید و با آمادگی کامل به استقبال امتحانات خرداد ماه می‌روید.

گام پنجم (بهترین پایان برای سال تحصیلی):

تکمیل یادگیری و جمع بندی کامل برای ورود پر قدرت به سال تحصیلی بعد؛ آزمون جامع کل پایه در ۲۸ خردادماه



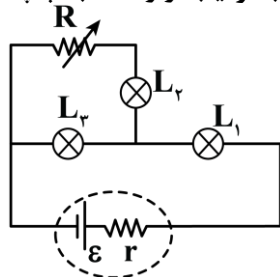
۳۱- در مدار شکل زیر، با بستن کلید K، عدد نشان داده شده توسط ولتسنج ایده آل از $25V$ به $27V$ افزایش می یابد.



نیروی محرکه باتری چند ولت است؟

- (۱) ۳۰
- (۲) ۳۵
- (۳) ۴۰
- (۴) ۴۵

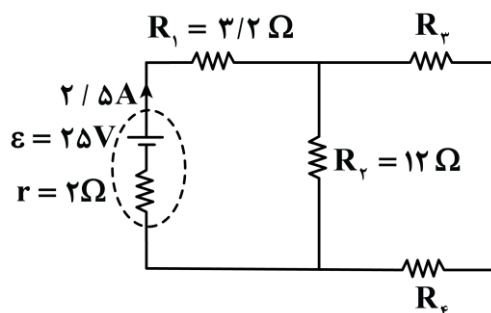
۳۲- در مدار شکل زیر، با افزایش مقاومت رئوستا، روشنایی هر یک از لامپ های L_1 ، L_2 و L_3 به ترتیب از راست به چپ،



چگونه تغییر می کند؟

- (۱) کاهش، کاهش و کاهش
- (۲) افزایش، افزایش و کاهش
- (۳) کاهش، کاهش و افزایش
- (۴) کاهش، افزایش و کاهش

۳۳- در مدار شکل زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R_3 برابر با $3V$ است. توان مصرفی مقاومت R_4 چند

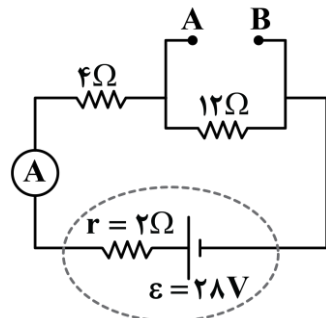


وات است؟

- (۱) ۶
- (۲) ۱۳/۵
- (۳) ۱۲
- (۴) ۱۴/۵

محل انجام محاسبات

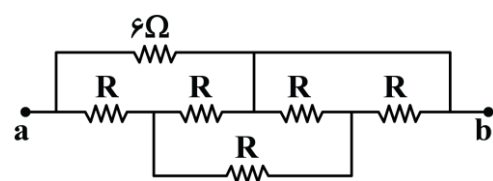
۳۴- در مدار شکل زیر، یک بار مقاومت R_1 و بار دیگر مقاومت R_2 را بین نقاط A و B قرار می‌دهیم. اگر در هر دو حالت، توان مصرفی مقاومت قرار داده شده بین نقاط A و B، $\frac{2}{3}$ برابر توان مقاومت 4Ω باشد، اختلاف عددی که آمپرسنج



آرمانی در این دو حالت نشان می‌دهد، چند آمپر است؟

- (۱) ۰/۸
- (۲) ۰/۴
- (۳) ۱/۸
- (۴) ۱/۴

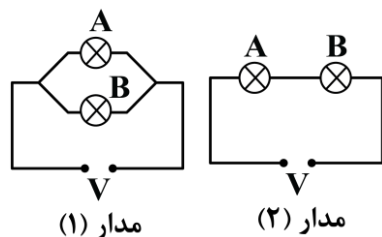
۳۵- در مدار شکل زیر، مقدار R چند اهم باشد تا مقاومت الکتریکی معادل بین دو نقطه a و b برابر با $8R/5$ باشد؟



- (۱) ۱/۷۵
- (۲) ۲/۷۵
- (۳) ۳/۷۵
- (۴) ۴/۷۵

۳۶- دو لامپ رشته‌ای در اختیار داریم که جنس و طول رشته آن‌ها یکسان است، ولی رشته لامپ B ضخیم‌تر از رشته لامپ A است. این دو لامپ را یک‌بار طبق مدار شکل (۱) و بار دیگر طبق مدار شکل (۲) به منبع نیروی محرکه وصل

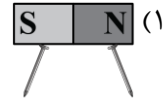
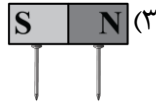
می‌کنیم. کدام لامپ، پرنورترین لامپ خواهد بود؟



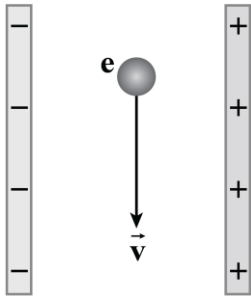
- (۱) لامپ A در مدار
- (۲) لامپ A در مدار
- (۳) لامپ B در مدار
- (۴) لامپ B در مدار

محل انجام محاسبات

۳۷- دو میخ آهنی را به قسمت‌های مختلف یک آهنربای میله‌ای نزدیک می‌کنیم. کدام یک از شکل‌های زیر در مورد القای مغناطیسی درست است؟



۳۸- مطابق شکل زیر، الکترونی با سرعت ثابت $\vec{v}$ در حال عبور از یک میدان الکتریکی یکنواخت است. برای این که این الکترون بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد، کدام یک از عبارات‌های زیر صحیح هستند؟ (از نیروی وزن وارد بر الکترون صرف نظر کنید.)



الف- میدان مغناطیسی حتماً باید عمود بر صفحه کاغذ و به سمت داخل باشد.

ب- نیروی مغناطیسی حتماً باید به سمت چپ باشد.

ج- خطوط میدان مغناطیسی حتماً باید عمود بر خطوط میدان الکتریکی باشد.

د- نیروی مغناطیسی حتماً باید هم‌راستا با خطوط میدان الکتریکی باشد.

(۴) فقط «الف» و «ب»

(۳) فقط «ب» و «د»

(۲) «الف»، «ج» و «د»

(۱) «الف»، «ب» و «د»

۳۹- پروتونی با تندی $\frac{m}{s} \times 10^4 \times 1/4$ و با زاویه 53° نسبت به خطوط میدان مغناطیسی در یک میدان مغناطیسی یکنواخت

پرتاب می‌شود. اگر زاویه بین جهت حرکت پروتون و خطوط میدان مغناطیسی، 8° کاهش یابد، برای این که اندازه

نیروی مغناطیسی وارد بر پروتون، ثابت بماند، باید تندی آن چند کیلومتر بر ثانیه افزایش یابد؟

$$(\sin 53^\circ = 0.8, \sqrt{2} = 1/4)$$

(۴) ۴

(۳) ۴۰۰۰

(۲) ۲

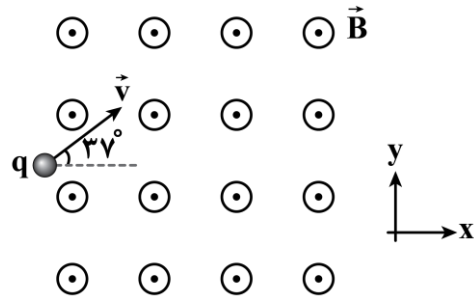
(۱) ۲۰۰۰

محل انجام محاسبات

۴۰- ذره‌ای با بار $2\mu\text{C}$ و با تندی $10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ وارد فضایی دارای دو میدان الکتریکی و مغناطیسی یکنواخت و هم‌جهت $E = 2000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ و $B = 1500 \text{G}$ می‌شود. اندازه نیروی خالص وارد بر این ذره چند نیوتون است؟ (از اثر نیروی گرانش و مقاومت هوا صرف نظر شود و جهت حرکت ذره بر خطوط میدان‌ها عمود است.)

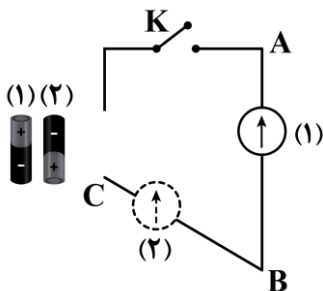
- (۱) $2/5 \times 10^{-3}$ (۲) $2/5 \times 10^{-4}$ (۳) 5×10^{-3} (۴) 5×10^{-4}

۴۱- مطابق شکل زیر، یک ذره باردار در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ ، پرتاب شده است. در این حالت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره است و اگر زاویه بین $\vec{v}$ و $\vec{B}$ ، 37° کاهش یابد، بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر ذره، می‌یابد. ($\sin 37^\circ = 0/6$)



- (۱) $0/6$ نیروی مغناطیسی بیشینه - افزایش
(۲) بیشینه - کاهش
(۳) $0/6$ نیروی مغناطیسی بیشینه - کاهش
(۴) بیشینه - افزایش

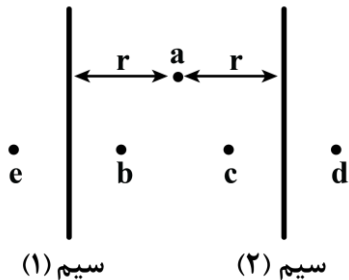
۴۲- در مدار شکل زیر، اگر باتری را در مدار قرار دهیم، بعد از بستن کلید K، عقربه (۱) که بر روی سیم AB قرار دارد، در جهت حرکت عقربه‌های ساعت شروع به چرخش می‌کند و عقربه (۲) که در زیر سیم BC قرار دارد، بعد از تعادل، به شکل قرار می‌گیرد.



- (۱) و (۱) $\nearrow$
(۲) و (۱) $\swarrow$
(۳) و (۲) $\swarrow$
(۴) و (۲) $\nearrow$

محل انجام محاسبات

۴۳- شکل زیر، دو سیم موازی و بلند حامل جریان را نشان می‌دهد که برآیند میدان‌های مغناطیسی حاصل از این دو سیم در نقطه a برابر با صفر است. اگر جهت جریان عبوری یکی از سیم‌ها را برعکس کرده و اندازه جریان عبوری از سیم دیگر را افزایش دهیم، برآیند میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم در کدام یک از نقاط نشان داده شده می‌تواند برابر با صفر شود؟



- (۱) c و b
(۲) d و e
(۳) d و b
(۴) e و c

۴۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد میدان‌های مغناطیسی بدن انسان درست است؟

الف- جریان‌های الکتریکی ضعیف در بدن انسان، میدان‌های مغناطیسی ضعیف ولی قابل اندازه‌گیری تولید می‌کنند.

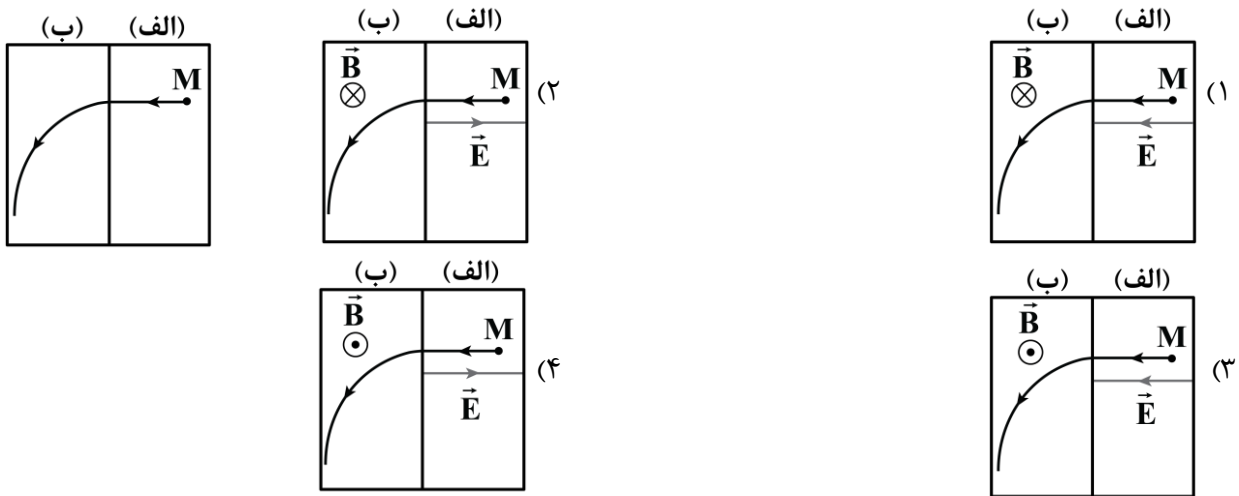
ب- اندازه میدان‌های مغناطیسی حاصل از عضله‌های اسکلتی و مغز به ترتیب در حدود $10^{-6} G$ و $10^{-12} T$ است.

ج- برای اندازه‌گیری میدان مغناطیسی حاصل از مغز، از دستگاهی به نام اسکویید استفاده می‌شود.

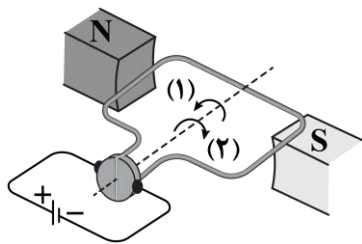
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

محل انجام محاسبات

۴۵- در شکل زیر در هر یک از مناطق مجزای «الف» و «ب» فقط یک میدان الکتریکی یا یکمیدان مغناطیسی یکنواخت وجود دارد. اگر یک الکترون را از نقطه M رها کنیم، این الکترون مسیری مطابق شکل زیر را طی می‌کند. در کدام گزینه جهت میدان‌ها به درستی رسم شده است؟ (از اثر نیروی وزن صرف نظر کنید.)

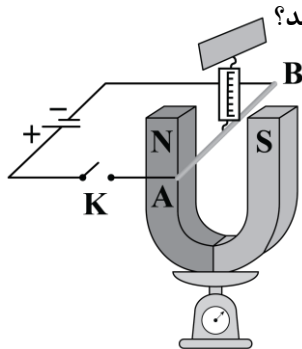


۴۶- کدام گزینه در مورد ابزار نشان داده شده در شکل زیر نادرست است؟



- (۱) طراحی ساده از یک موتور الکتریکی را نشان می‌دهد.
- (۲) این ابزار انرژی الکتریکی را به انرژی مکانیکی تبدیل می‌کند.
- (۳) این ابزار اساس کار بسیاری از دستگاه‌ها نظیر جاروی برقی، ماشین لباسشویی، پنکه و ... را تشکیل می‌دهد.
- (۴) در لحظه نشان داده شده حلقه در جهت (۲) می‌چرخد.

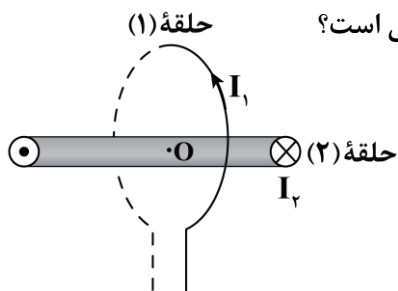
۴۷- در شکل زیر، سیم افقی AB به طول 20 cm در میدان مغناطیسی یکنواخت بین دو قطب آهنربا به بزرگی 4 T معلق است و اعدادی که نیروسنج فنری و ترازو نشان می‌دهند، به ترتیب T و F_N هستند. وقتی کلید K بسته شود، از سیم، جریان 10 A می‌گذرد. با وصل کلید K ، مقدار $F_N - T$ چند نیوتون تغییر می‌کند؟



- (۱) $+0/8$
- (۲) $-0/8$
- (۳) $+1/6$
- (۴) $-1/6$

محل انجام محاسبات

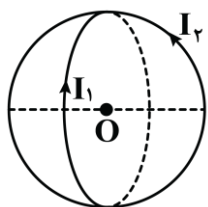
۴۸- شکل زیر، دو حلقه رسانای هم مرکز و حامل جریان را نشان می دهد که میدان مغناطیسی حاصل از آن ها در مرکز حلقه ها (نقطه O) هم اندازه هستند. میدان خالص در مرکز حلقه ها در چه جهتی است؟



- (۱) ←
(۲) ↑
(۳) ↖
(۴) ↗

۴۹- مطابق شکل زیر، دو حلقه رسانای مشابه حامل جریان با شعاع ۱۰ cm بر هم عمود هستند. اگر $I_1 = 6A$ و $I_2 = 8A$ باشد، اندازه میدان مغناطیسی خالص حاصل از حلقه ها در نقطه O (مرکز حلقه ها) چند تسلا است؟

$$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A})$$



- (۱) 6×10^{-5}
(۲) $7/5 \times 10^{-5}$
(۳) 6×10^{-4}
(۴) $7/5 \times 10^{-4}$

۵۰- پیچه ای مسطح به شعاع ۵ cm از N حلقه تشکیل شده است. اگر جریان عبوری از این پیچه را $\frac{5}{\pi}$ میلی آمپر تغییر دهیم، بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از پیچه در مرکز آن ۴ G / ۰ کاهش می یابد. پیچه از چند دور سیم تشکیل شده است؟ $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A})$

(۴) ۲

(۳) ۲۰

(۲) ۲۰۰

(۱) ۲۰۰۰

محل انجام محاسبات

۵۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) میوه‌ها نسبت به آبمیوه‌های طبیعی ماندگاری بیشتر و کیفیت بهتری دارند.
 (۲) سرعت متوسط تولید فراورده‌های گازی را می‌توان با اندازه‌گیری فشار آن‌ها تعیین کرد.
 (۳) هر چه آهنگ یک واکنش بیشتر باشد، زمان ماندگاری واکنش‌دهنده‌ها بیشتر خواهد بود.
 (۴) در انفجار یک ماده منفجره جامد یا مایع، حجم زیادی گاز طی زمان بسیار کم تولید می‌شود.
- ۵۲- در یک سیلندر با پیستون متحرک ۴۴/۸ لیتر گاز نیتروژن مونوکسید با مقدار کافی گاز اکسیژن در شرایط استاندارد طبق معادله موازنه‌نشده $NO(g) + O_2(g) \rightarrow NO_2(g)$ واکنش می‌دهد. اگر پس از گذشت ۱۵۰ ثانیه حجم گاز نیتروژن مونوکسید به ۱۱/۲ لیتر برسد، سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن در این مدت برابر با چند مول بر دقیقه است؟

(۱) ۰/۱۵ (۲) ۰/۳ (۳) ۱/۵ (۴) ۳

- ۵۳- اگر ۴/۴۸ لیتر مخلوطی از گازهای نیتروژن و هیدروژن مطابق معادله موازنه‌نشده $N_2(g) + H_2(g) \rightarrow NH_3(g)$ در شرایط استاندارد به‌طور کامل واکنش دهند، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ (آنتالپی پیوندهای $N \equiv N$ ، $N-H$ و $H-H$ به ترتیب برابر با ۹۴۰، ۳۹۱ و ۴۳۶ کیلوژول بر مول است.)

(۱) ۴/۶ (۲) ۴/۹ (۳) ۹/۲ (۴) ۹/۸

۵۴- کدام یک از مقایسه‌های زیر میان مقدار آنتالپی پیوندها نادرست است؟



- ۵۵- آنتالپی سوختن اتانول در دما و فشار معین برابر ۱۳۶۵- کیلوژول بر مول است. از گرمای حاصل از سوختن کامل چند گرم اتانول گرمای مورد نیاز برای تولید در مجموع ۱۲۶ گرم فراورده در واکنش $C(s) + H_2O(g) \rightarrow CO(g) + H_2(g)$ ، $\Delta H = +۱۳۰ \text{ kJ}$ تأمین می‌شود؟

($H = ۱$, $C = ۱۲$, $O = ۱۶$: $g \cdot mol^{-1}$)

(۱) ۳۶/۸ (۲) ۳۳/۶ (۳) ۱۸/۴ (۴) ۱۶/۸

- ۵۶- اگر در واکنش سوختن ۵۶ گرم از یک ترکیب آلی اکسیژن‌دار، ۵۶ لیتر گاز کربن‌دی‌اکسید در شرایط استاندارد و ۵۴ گرم آب تولید شود، درصد جرمی اکسیژن در این ترکیب به تقریب چقدر است؟

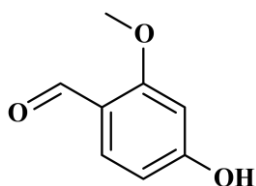
($H = ۱$, $C = ۱۲$, $O = ۱۶$: $g \cdot mol^{-1}$)

(۱) ۳۹/۳ (۲) ۴۲/۹ (۳) ۳۲/۱ (۴) ۳۵/۷

محل انجام محاسبات



۵۷- کدام یک از گزینه های زیر در مورد مولکولی با ساختار مقابل، درست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g. mol^{-1}$)



(۱) اختلاف جرم مولی آن با ۲-هپتانول برابر با ۳۴ گرم است.

(۲) حدود ۴۳ درصد از جفت الکترون های پیوندی آن میان اتم های کربن قرار دارند.

(۳) آلدهید موجود در بادام برخلاف ترکیب مورد نظر دارای یک گروه عاملی کربونیل در ساختار خود است.

(۴) در سوختن کامل آن در دما و فشار مشخص، حجم اکسیژن مصرف شده و کربن دی اکسید تولید شده برابر است.

۵۸- اگر Δn یک ماده در واکنش $A(g) \rightarrow B(g) + C(g)$ مقداری باشد، آن ماده این واکنش است و در طول زمان انجام این واکنش، سرعت این ماده می یابد.

(۱) مثبت - فراورده - کاهش (۲) منفی - فراورده - افزایش

(۳) مثبت - واکنش دهنده - کاهش (۴) منفی - واکنش دهنده - افزایش

۵۹- واکنش تجزیه ۶ مول گوگرد تری اکسید مطابق واکنش موازنه نشده $SO_2(g) \rightarrow SO_2(g) + O_2(g)$ در یک ظرف در حال انجام است. اگر از زمانی که جرم گوگرد تری اکسید و اکسیژن در ظرف واکنش برابر می شود تا پایان واکنش، ۲۰ دقیقه طول بکشد، سرعت تولید گوگرد دی اکسید در این بازه زمانی برابر چند میلی مول بر دقیقه است؟

($O = 16, S = 32: g. mol^{-1}$)

(۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) ۶۰

۶۰- کدام یک از موارد زیر درست است؟

(۱) مقدار انرژی مصرف شده برای شکستن پیوندهای موجود در یک مول ید در دما و فشار اتاق برابر با آنتالپی پیوند $I - I$ است.

(۲) گرمای حاصل از سوختن $2m$ گرم پروتئین در مقایسه با گرمای حاصل از سوختن m گرم چربی، بیشتر است.

(۳) مجموع آنتالپی پیوندهای موجود در یک مول ۱-بوتن و یک مول ۲-بوتن یکسان است.

(۴) با افزایش شمار اتم های کربن در آلکان ها، ارزش سوختی آنها کاهش می یابد.

۶۱- کدام گزینه، عبارت زیر را به درستی تکمیل نمی کند؟

«اگر در یک واکنش، مواد فراورده از مواد واکنش دهنده بیشتر باشد، علامت ΔH این واکنش همانند واکنش خواهد بود.»

(۱) آنتالپی - فتوسنتز

(۲) آنتالپی - تبدیل گاز کربن دی اکسید به اتم های گازی مجزا

(۳) مجموع آنتالپی پیوندهای - تشکیل هیدرازین از عناصر سازنده آن

(۴) مجموع آنتالپی پیوندهای - تشکیل هیدروژن پراکسید از عناصر سازنده آن

محل انجام محاسبات

۶۲- چند مورد از مطالب زیر درباره رادیکال های آزاد درست است؟

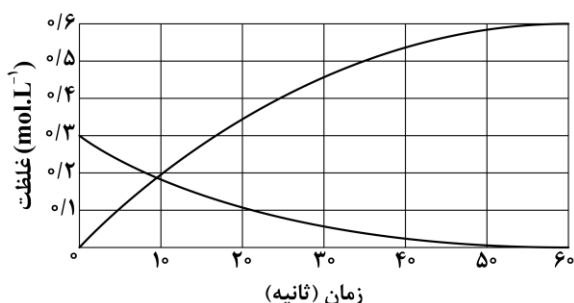
- الف - اگر در مولکولی حداقل یک اتم از آرایش هشت تایی پیروی نکند، آن ماده رادیکال آزاد است.
 ب - رادیکال های آزاد گونه هایی ناپایدار هستند که واکنش پذیری بسیار بالایی دارند.
 ج - در ساختار رادیکال های آزاد همه اتم ها از ساختار هشت تایی تبعیت نمی کنند.
 د - در ساختار این مواد حداقل یک الکترون جفت نشده وجود دارد.
 ه - در ساختار این مواد جفت الکترون ناپیوندی وجود ندارد.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۶۳- برای یک ترکیب آلی بدون شاخه با فرمول مولکولی $C_5H_{10}O$ ، به ترتیب چند ساختار آلدهیدی و چند ساختار کتون می توان در نظر گرفت؟

(۱) ۱ - ۲ (۲) ۲ - ۳ (۳) ۱ - ۳ (۴) ۲ - ۲

۶۴- واکنش $2Cl_2O(g) \rightarrow 4Cl(g) + O_2(g)$ در یک ظرف ۵ لیتری در حال انجام است. اگر نمودار زیر تغییرات غلظت مولی دو ماده شرکت کننده در این واکنش را نشان دهد، سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن از ابتدا تا انتهای واکنش بر حسب مول بر دقیقه کدام است و طی این واکنش چند گرم گاز Cl تولید شده است؟ ($Cl = 35.5 \text{ g.mol}^{-1}$)



(۱) $10.6/5 - 0.75$

(۲) $10.6/5 - 3$

(۳) $426 - 3$

(۴) $426 - 0.75$

۶۵- با توجه به جدول زیر، آنتالپی واکنش موازنه شده تجزیه آب اکسیژنه در شرایط گازی، برابر چند کیلوژول بر مول است؟

$O - O$	$H - H$	$O - H$	$O = O$	پیوند
۱۴۶	۴۳۶	۴۶۳	۴۹۵	میانگین آنتالپی پیوند (kJ.mol^{-1})

(۱) -۱۴۴ (۲) -۳۴۹ (۳) -۲۹۰ (۴) -۲۰۳

محل انجام محاسبات

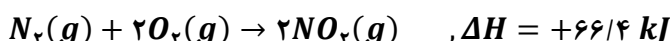
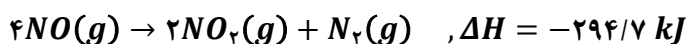
۶۶- در یک ظرف سرباز ۳۵۰ گرم کلسیم کربنات مطابق معادله $CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$ به طور کامل تجزیه می شود. اگر جدول زیر نشان دهنده جرم توده جامد موجود در ظرف با گذشت زمان باشد، کدام گزینه درباره این واکنش نادرست است؟

($C = ۱۲, O = ۱۶, Ca = ۴۰: g.mol^{-1}$)

زمان (s)	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰
جرم توده جامد (g)	۳۵۰	۳۰۶	۲۷۳	۲۵۱	۲۴۰

- (۱) شیب نمودار مول-زمان برای فراورده های این واکنش، با یکدیگر برابر و مثبت است.
 (۲) سرعت متوسط تشکیل کلسیم اکسید در ۴۰ ثانیه اول واکنش برابر با $\frac{3}{75}$ مول بر دقیقه است.
 (۳) اگر سرعت تجزیه کلسیم کربنات پس از ۳۰ ثانیه نخست ثابت بماند، زمان کل انجام واکنش برابر با ۷۰ ثانیه خواهد بود.
 (۴) نسبت سرعت متوسط مصرف کلسیم کربنات در ده ثانیه اول به سرعت متوسط مصرف این ماده در ده ثانیه سوم برابر با ۲ است.

۶۷- با توجه به واکنش های گرمایشیایی زیر:



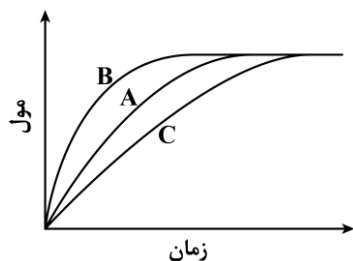
آنتالپی واکنش $3N_2(g) + 4O_2(g) \rightarrow 2NO_2(g) + 4NO(g)$ برابر چند کیلوژول بر است؟

- (۱) $+384/5$ (۲) $+427/5$ (۳) $+452/6$ (۴) $+350/4$

۶۸- بازدارنده موجود در هندوانه یک ترکیب آلی و است.

- (۱) سیرشده - بدون شاخه (۲) سیرنشده - بدون شاخه (۳) سیرشده - شاخه دار (۴) سیرنشده - شاخه دار

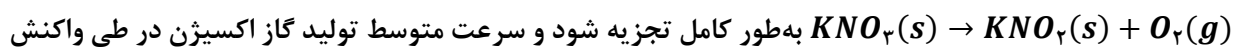
۶۹- چند مورد از موارد زیر به ترتیب با انجام تغییرات گفته شده باعث تغییر منحنی واکنش از A به B و از A به C می شوند؟ (نمودار، نشان دهنده تغییر مول های یکی از مواد فراورده در واکنش است.)



- الف - افزودن مقداری بنزوئیک اسید به ماده غذایی در حال فاسد شدن.
 ب - افزودن آب مقطر به محلول هیدروکلریک اسید در واکنش آن با فلز آهن.
 ج - فرایند هضم کلم و حبوبات در افرادی که با خوردن آن ها دچار نفخ می شوند.
 د - استفاده از ۱ مول فلز روبیدیم به جای ۱ مول فلز پتاسیم در واکنش با آب سرد.

- (۱) ۱ - ۳ (۲) ۲ - ۲ (۳) ۳ - ۱ (۴) ۴ - صفر

۷۰- اگر در یک ظرف ۲ لیتری، یک نمونه از پتاسیم نیترات مطابق واکنش موازنه نشده



برابر با $\frac{0}{3}$ مول بر دقیقه باشد، پس از گذشت چند ثانیه از ابتدای واکنش ۱۰۲ گرم فراورده جامد تولید می شود؟ ($N = ۱۴, O = ۱۶, K = ۳۹: g.mol^{-1}$)

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۲۴۰

محل انجام محاسبات

بودجه بندی دروس آزمون بعد....

تاریخ برگزاری: ۲۷ فروردین ماه

هندسه ۲

تبدیل های هندسی و کاربردها
(کل درس دوم: کاربرد تبدیل ها)
روابط طولی در مثلث (کل درس اول: قضیه سینوس ها)
صفحه های ۵۰ تا ۶۳

حسابان ۱

مثلثات (از ابتدای توابع مثلثاتی تا انتهای فصل ۴)
حد و پیوستگی
(مفهوم حد و فرایندهای حدی، حد های یکطرفه)
صفحه های ۱۰۵ تا ۱۲۹

فیزیک ۲

مغناطیس + القای الکترومغناطیسی
و جریان متناوب
(از نیروی مغناطیسی وارد
بر سیم حامل جریان تا ابتدای قانون لنز)
صفحه های ۹۱ تا ۱۱۷

آمار و احتمال

آمار توصیفی
(کل فصل ۳)
صفحه های ۶۹ تا ۹۴

شیمی ۲

در پی غذای سالم (از ابتدای سرعت تولید یا مصرف مواد
شکر کننده در واکنش از دیدگاه کمی تا پایان فصل)
پوشاک، نیازی پایان ناپذیر (از ابتدای فصل تا انتهای
الیاف و درشت مولکول ها)
صفحه های ۸۵ تا ۱۰۴





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



۴
نیم سال دوم



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه پاسخ

جمعه ۱۴ فروردین ماه ۱۴۰۵

✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون

✓ تحلیل تمام گزینه های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده اید

✓ نکات و درسنامه های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال

✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش های حل تست

✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون

دِرس	مَسْئُول دِرس	طِراحان	وِیرا سِتانان
ریاضیات	حسین شفیع زاده سید جواد نظری مهرداد کیوان	محمد پورسعید - حسن محمدبیگی رسول حاجی زاده	مائده بادن فیروز - مهرداد اسپیدکار مهدی رمضانی - حمیدرضا ولی پور یزدان نیک قدم - حسین صنمی فؤاد خیرآبادی - علی اسدی
فیزیک	حسین عبدوی نژاد محمد جواد سورچی	حسین عبدوی نژاد - مهدی پارسا محمد جواد سورچی - مروارید شاه حسینی	مروارید شاه حسینی ایلیا فقیه میرزایی علیرضا ملک حسینی
شیمی	علی ترابی	علی ترابی - پرهام تیزپا فرهنگ امیری - طاهّا حق بین	محمد مهدی معظّمی فرهنگ امیری - طاهّا حق بین امیرعلی حسینی فرد محمد دارابی جم

تیم اجرایی و تولید آزمون

نازنین امیری

مائده بادن فیروز

زهره جعفری

مروارید شاه حسینی

مدیر تولید آزمون: محدثه شیخعلی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستند تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین. راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

دکتر رسول خنجری

شاید بعضی وقت‌ها وقتی می‌خوای برای کنگور درس بخونی، توی ذهنت این فکر بیاد که شرایط خونه خیلی برای درس خوندن ایده‌آل نیست. مثلاً با خودت بگی: «اگه خونه آروم‌تر بود یا شرایط یه کم بهتر بود، راحت‌تر می‌تونستم درس بخونم.» این فکر تا حدی طبیعی و خیلی از دانش آموزها تجربه‌ش می‌کنن.

اما اینجا قرار نیست درباره‌ی این صحبت کنیم که خانواده دقیقاً چه کارهایی باید انجام بدن تا شرایط بهتر بشه. چون اگر بیش از حد روی این موضوع تمرکز کنیم، ممکنه کم‌کم ذهنمون عادت کنه همه چیز رو به شرایط بیرونی ربط بده و تمرکزمون از چیزی که واقعاً دست خودمونه دور بشه.

هدف این مطلب بیشتر اینه که یاد بگیریم چطور در کنار خانواده و اطرافیان، با آرامش بیشتری درس بخونیم و رابطه‌ای داشته باشیم که تنش کمتری ایجاد کنه؛ طوری که هم حال خودمون بهتر باشه و هم تمرکزمون برای درس خوندن حفظ بشه.

اینجا قراره یاد بگیریم چطوری هیجانات خودت و خانواده‌ت رو کنترل کنی تا وقتی برای کنگور درس می‌خونی (و حتی بقیه وقتا) بتونی با آرامش بیشتری کنار بقیه زندگی کنی و درس بخونی.

واقعیت اینه که هر کسی در کنار خانواده و اطرافیان گاهی با اختلاف نظر روبه‌رو می‌شه و این کاملاً طبیعی. تعارض یعنی دقیقاً همین لحظه‌هایی که خواسته‌تو با خواسته‌ی یک نفر دیگه جور درنمیاد. مثلاً تو می‌خوای توی سکوت درس بخونی، اما یکی از اعضای خانواده تلویزیون رو روشن کرده؛ یا تو برنامه‌ریزی کردی شب زودتر بخوابی، ولی بقیه هنوز بیدارن و سر و صدا هست.

در این جور موقعیت‌ها معمولاً هر دو طرف احساس می‌کنن حق با خودشونه و همین‌جا جرقه بحث یا دلخوری زده می‌شه. **به این موقعیت‌ها می‌گیم «تعارض».**

حالا سؤال مهم اینه که وقتی چنین موقعیت‌هایی پیش میاد، باید چه کار کنیم؟ جالبه بدونی برای برخورد با تعارض‌ها در کل **چهار نوع واکنش یا راه‌حل** وجود داره؛ نه بیشتر. توی ادامه می‌خوایم این چهار مدل رو با هم مرور کنیم تا بدونی در هر موقعیتی کدوم انتخاب می‌تونه منطقی‌تر و کم‌هزینه‌تر باشه.

قبل از اینکه بریم سراغشون یه مثال بزنم. فرض کن تو و داداشت می‌خواین تلویزیون ببینن. تو می‌خوای شبکه آموزش ببینی، اون می‌خواد فوتبال ببینه. خب اینجا دعوا شروع می‌شه! حالا بین چه مدل‌هایی برای حلش داریم:

۱. جنگیدن

اولین چیزی که معمولاً به ذهن آدم می‌رسه، جنگیدن! مثلاً دعوا می‌کنی، کنترل رو می‌گیری، اونم جیغ می‌زنه و اعصاب داغون می‌شه.

این روش هزار تا ضرر داره — از آسیب جسمی گرفته تا اعصاب خوردی. **پس فقط وقتایی ازش استفاده کن که واقعاً چیزی که می‌خوای ارزش اون همه هزینه رو داشته باشه. وگرنه نرو سمتش!**

۳. قهر، خراب، تصریم

راه دوم هم معمولاً کار آدماییه که هنوز از نظر روحی کاملاً پخته نیستن. قهر کردن یعنی باخت - باخت. چون هم تو از بودن با اون محروم می‌شی، هم اون از بودن با تو. این در واقع به هیچ کدومتون سود نمی‌رسونه.

فقط وقتی از این روش استفاده کن که همه‌چی رو امتحان کردی و طرف مقابل با گفت‌وگو و تعامل درست نشد؛ اونم نه بیشتر از دو سه روز. چون وقتی طولش بدی، ذهن شروع می‌کنه از اون آدم به «دشمن» می‌سازه و همه خوبی‌هاشو فراموش می‌کنی. نتیجه‌اش؟ اعصاب داغون خودت!

۴. تسلیم شدن

تسلیم شدن همیشه بد نیست! اگه با فکر و حساب باشه حتی از گفت‌وگو هم مؤثرتره. مثلاً شاید دیدن شبکه آموزش برای تو ۵۰٪ مهمه، ولی برای داداشت فوتبال ۸۰٪ اهمیت داره. اینجور وقتا اگه بتونی کوتاه بیای و بگی:

«باشه عزیزم، تو فوتبال ببین، من آموزش رو بعداً می‌بینم.»

با همین کار ساده هم فداکار دیده می‌شی، هم احتمال زیاد بعداً اونم وقتی نوبت شد، باهات راه میاد.

۵. گفت‌وگو

با کلاس‌ترین و عاقلانه‌ترین گزینه همینه. گفت‌وگو یعنی به‌جای داد و سکوت قهرآلود، حرف بزنی. خیلی وقتا فقط با یه گفت‌وگوی آروم و محترمانه، راه‌حل خودبه‌خود پیدا می‌شه.

اجازه نده ناراحتی‌ها و فکرای منفی هی تو ذهنت بمونن و تمرکزت رو از درس خوندن برای کنکور بگیرن. فقط بگو چی اذیتت کرده.

مثلاً ساده بگو:

«فلان کارت منو ناراحت کرد.»

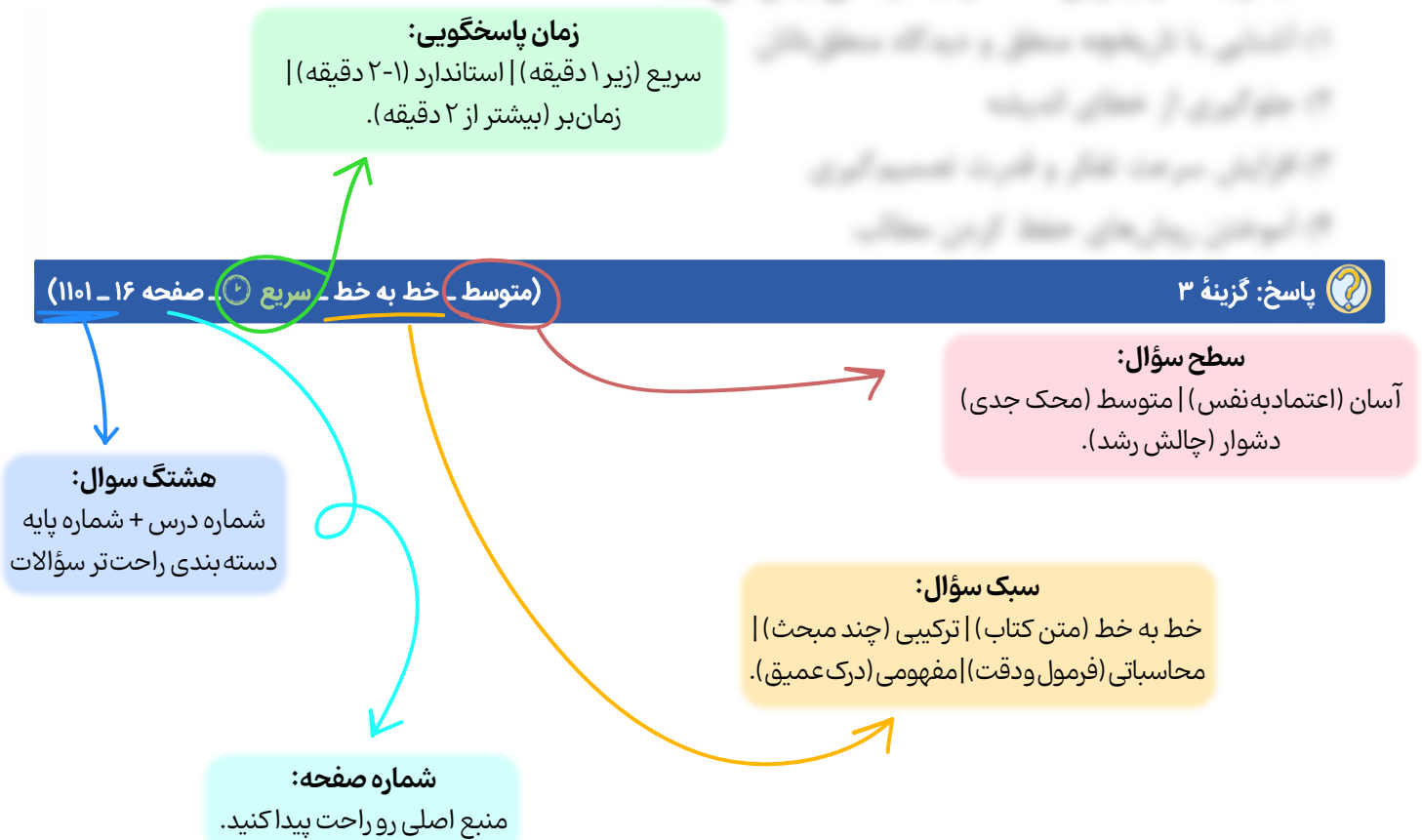
بدون داد زدن و فحش دادن و جنجال!

جمع‌بندی آخر...

وقتی برای کنکور درس می‌خونی، جنگ و قهر رو تا حد ممکن کنار بذار.
در عوض یاد بگیر آگاهانه از تسلیم سنجیده و گفت‌وگو استفاده کنی.
اینطوری هم اعصاب راحت‌تره، هم رابطه‌هات آروم‌تر می‌شن، هم تمرکزت برای درس خوندن برای کنکور حفظ می‌شه.

راهنمای پاسخنامه آزمون‌ها

در ادامه این بخش، به توضیح در مورد نحوه پاسخ‌دهی به سوالات و نحوه استفاده از پاسخنامه‌ها پرداخته می‌شود. این بخش شامل توضیحاتی در مورد نحوه پاسخ‌دهی به سوالات و نحوه استفاده از پاسخنامه‌ها است.



یادتون باشه:

- ✓ هر سؤال یک فرصت یادگیری، نه یک مانع.
- ✓ پاسخ‌نامه فقط جواب نیست؛ یک کارگاه آموزشی کامله.
- ✓ با هر آزمون و مرور این پاسخ‌نامه، یک پله بالاتر می‌رید و یک قدم به رؤیایون نزدیک‌تر می‌شید.
- ✓ موفقیت فقط برای کسانی که با برنامه و انگیزه حرکت می‌کنن. شما همون آدمید.



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

حسابان ۱: توابع نمایی و لگاریتم (درس ۲ و ۳) + مثلثات (کل فصل ۴)، صفحه‌های ۸۰ تا ۱۱۲
هندسه ۲: تبدیل‌های هندسی و کاربردها (از ابتدای انتقال تا آخر فصل)، صفحه‌های ۳۸ تا ۵۴
آمار و احتمال: احتمال (درس ۳ و ۴) + آمار توصیفی (درس ۱)، صفحه‌های ۴۸ تا ۷۸

بودجه‌بندی
این آزمون

حسابان ۱: این مبحث در مجموع ۳ تست از ۱۰ تست کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۲: این مبحث در مجموع ۱ تست از ۴ تست کنکور را پوشش داده است.
آمار و احتمال: این مبحث در مجموع ۱ تست از ۴ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

۱- نمودار تابع $f(x) = 4 - \log_3(2^{x+1})$ محور x ها را در نقطه A و محور y ها را در نقطه B قطع می‌کند. شیب خط AB کدام است؟

(۴) -۱۰

(۳) ۱۰

(۲) -۰/۱

(۱) ۰/۱

(آسان - خطبه‌خط - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۸۲ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

برای به‌دست آوردن محل تقاطع تابع با محور x باید $f(x)$ را مساوی صفر قرار دهیم:

$$f(x) = 0 \Rightarrow 4 - \log_3(2^{x+1}) = 0 \Rightarrow \log_3(2^{x+1}) = 4 \Rightarrow 2^{x+1} = 3^4 = 81 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow A(4, 0)$$

و برای به‌دست آوردن محل تقاطع تابع با محور y ها باید در ضابطه تابع x را مساوی صفر قرار دهیم:

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = 4 - \log_3^1 = 4 - 0 = 4 \Rightarrow B(0, 4)$$

حال می‌توانیم شیب خط AB را محاسبه کنیم:

$$m_{AB} = \frac{4 - 0}{0 - 4} = -\frac{1}{1} = -0/1$$

عرض از مبدأ و طول از مبدأ

عرض از مبدأ: محل تلاقی نمودار با محور y ها است که با جای‌گذاری $x = 0$ در ضابطه تابع به‌دست می‌آید، به عبارتی برابر با $f(0)$ است.

طول از مبدأ: محل تلاقی نمودار با محور x ها است و از حل معادله $f(x) = 0$ به‌دست می‌آید.

تذکره!

هر دو نقطه در ضابطه تابع صدق می‌کنند.

معادلات لگاریتمی

برای حل معادلات لگاریتمی تا حد امکان آن‌ها را به کمک ویژگی‌های لگاریتم ساده کرده، سپس با استفاده از روابط زیر مجموعه جواب را تعیین می‌کنیم.

$$1) \log_a^x = y \Leftrightarrow x = a^y \quad (a, x > 0, a \neq 1)$$

$$2) \log_a^x = \log_a^y \Leftrightarrow x = y \quad (a, x, y > 0, a \neq 1)$$

تذکره!

توجه داشته باشید که به‌ازای جواب‌های به‌دست آمده باید عبارت‌های لگاریتمی تعریف شده باشند.

یادآوری! (تعیین شیب خط با داشتن دو نقطه)

اگر دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ را داشته باشیم آن‌گاه شیب خط AB برابر است با:

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

۲- ضابطه وارون تابع $f(x) = 10^{(4x-1)}$ به صورت $f^{-1}(x) = a + b \log x$ است. حاصل $4a + b$ کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{5}{4} \quad (3)$$

$$\frac{7}{4} \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - محاسباتی - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۸۱ - ۱۱۰۳

با توجه به تعریف لگاریتم ($y = \log_a^x \Leftrightarrow x = a^y$) در تابع داده شده، x را بر حسب y به دست می آوریم، سپس با تعویض نام x و y ، $f^{-1}(x)$ را تعیین می کنیم:

$$f(x) = 10^{4x-1} \Rightarrow y = 10^{4x-1} \xrightarrow{\text{از طرفین لگاریتم در مبنای ۱۰ می گیریم}} \log_{10}^y = \log_{10}^{10^{4x-1}} \Rightarrow \log_{10}^y = 4x - 1$$

$$\Rightarrow 4x = \log_{10}^y + 1 \Rightarrow x = \frac{1 + \log y}{4} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1 + \log x}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \log x$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \log x = a + b \log x \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$4a + b = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

وارون تابع نمایی

وارون یک تابع نمایی را تابع لگاریتمی می نامیم. تابع نمایی $f(x) = a^x$ با شرط $a > 0$ و $a \neq 1$ یک به یک است و از این رو دارای تابع وارون $f^{-1}(x)$ است که تابع لگاریتمی با مبنای a نامیده می شود و آن را با نماد $y = \log_a^x$ نشان می دهیم. به عبارت دیگر داریم:

$$y = a^x \xrightarrow{\text{از طرفین لگاریتم در مبنای a می گیریم}} \log_a^y = x$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \log_a^x$$

• • •

۳- قدرمطلق تفاضل ریشه های معادله $\log_{\sqrt{5}}^{(6x-1)} = 1 + \log_{\sqrt{5}}^x$ کدام است؟

$$0/4 \quad (4)$$

$$1/6 \quad (3)$$

$$0/8 \quad (2)$$

$$1/2 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - خط به خط - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۸۷ - ۱۱۰۳

برای حل معادله دو روش وجود دارد.

روش اول

به کمک رابطه $\log_a^x = y \Leftrightarrow x = a^y$:

$$\log_{\sqrt{5}}^{(6x-1)} = 1 + \log_{\sqrt{5}}^x \Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^{(6x-1)} - \log_{\sqrt{5}}^x = 1 \Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^{(6x-1)} - \frac{1}{\frac{1}{2}} \log_{\sqrt{5}}^x = 1$$

$$\log_{\sqrt{5}}^{(6x-1)} - 2 \log_{\sqrt{5}}^x = 1 \Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^{(6x-1)} - \log_{\sqrt{5}}^{x^2} = 1$$

$$\log_{\sqrt{5}}^{x^2} = 1 \Rightarrow \frac{6x-1}{x^2} = 5 \Rightarrow 5x^2 - 6x + 1 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر}} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{5} \end{cases}$$

هر دو جواب قابل قبول هستند، زیرا هم در معادله اولیه صدق می کنند و هم در دامنه تابع لگاریتمی جای دارند.

روش دوم

به کمک رابطه $\log_a^x = \log_a^y \Leftrightarrow x = y$

$$\log_{\Delta}^{(6x-1)} = 1 + \log_{\sqrt{\Delta}}^x \Rightarrow \log_{\Delta}^{(6x-1)} = \log_{\Delta}^{\Delta} + \frac{1}{\frac{1}{2}} \log_{\Delta}^x = \log_{\Delta}^{\Delta} + 2 \log_{\Delta}^x$$

$$\Rightarrow \log_{\Delta}^{(6x-1)} = \log_{\Delta}^{\Delta} + \log_{\Delta}^{x^2} \Rightarrow \log_{\Delta}^{(6x-1)} = \log_{\Delta}^{\Delta x^2} \Rightarrow 6x - 1 = \Delta x^2$$

$$\Rightarrow \Delta x^2 - 6x + 1 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر}} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{\Delta} \end{cases}$$

هر دو جواب قابل قبول هستند، زیرا هم در معادله اولیه صدق می کنند و هم در دامنه تابع لگاریتمی جای دارند. بنابراین داریم:

$$|x_2 - x_1| = \left| \frac{1}{\Delta} - 1 \right| = \frac{4}{\Delta} = 0.8$$

ویژگی‌های لگاریتم

با فرض آن که هر یک از لگاریتم‌ها تعریف شده باشند مهمترین قوانین و ویژگی‌های لگاریتم به صورت زیر هستند:

$$1) \log_a^x - \log_a^y = \log_a^{\frac{x}{y}}$$

$$2) \log_a^x + \log_a^y = \log_a^{(xy)}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3) \log_a^{x^m} = m \log_a^x \\ 4) \log_{a^n}^x = \frac{1}{n} \log_a^x \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{حالت کلی}} \log_{a^n}^{x^m} = \frac{m}{n} \log_a^x$$

$$5) \log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b}$$

$$6) \log_b^a = \frac{1}{\log_a^b}$$

$$7) x^{\log_a^y} = y^{\log_a^x}$$

حالت‌های خاص حل معادله درجه دوم

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ داریم:

$$a + b + c = 0 \xrightarrow{\text{ریشه‌های معادله}} x_1 = 1, x_2 = -\frac{c}{a}$$

$$b = a + c \xrightarrow{\text{ریشه‌های معادله}} x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}$$

به نمونه باحال ببین!

$$\sqrt{3}x^2 + (\sqrt{3} + 5)x + 5 = 0 \Rightarrow b = a + c \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = \frac{-c}{a} = \frac{-5}{\sqrt{3}}$$

۴- با فرض $\log 2 = 0/3$ ، مقدار $\log \sqrt[5]{1250}$ کدام است؟

۰/۶۲ (۴)

۰/۷۲ (۳)

۰/۶۸ (۲)

۰/۷۸ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۸۶ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به ویژگی‌های لگاریتم داریم:

$$\begin{aligned}\log \sqrt[5]{1250} &= \log (1250)^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \log (5^4 \times 2) \\&= \frac{1}{5} (4 \log 5 + \log 2) = \frac{1}{5} (4 \log \frac{10}{2} + \log 2) \\&= \frac{1}{5} (4 \log 10 - 4 \log 2 + \log 2) = \frac{1}{5} (4 - 3 \log 2) \\&= \frac{1}{5} (4 - 3(0/3)) = \frac{1}{5} (4 - 0/9) = 0/62\end{aligned}$$

قلقشو یاد بگیر!

برای تبدیل $\log 2$ و $\log 5$ به یکدیگر از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\log 10 = \log 5 + \log 2 \Rightarrow \begin{cases} \log 2 = 1 - \log 5 \\ \log 5 = 1 - \log 2 \end{cases}$$

••• i •••

۵- اگر $A = \frac{1}{\log_{27} 6} + \frac{1}{\log_8 6}$ و $B = 5^{\log_{25} 3}$ ، حاصل $\frac{A}{B}$ کدام است؟

۳ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

$3\sqrt{3}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۸۶ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا به کمک ویژگی‌های لگاریتم A و B را ساده می‌کنیم:

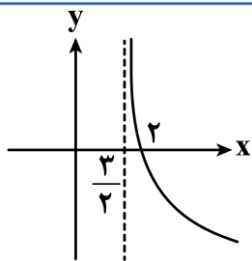
$$A = \frac{1}{\log_{27} 6} + \frac{1}{\log_8 6} \Rightarrow A = \log_6^{27} + \log_6^8 = \log_6^{8 \times 27} = \log_6^{216} = \log_6^{6^3} = 3$$

$$B = 5^{\log_{25} 3} = 3^{\log_{25} 5} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{A}{B} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

••• i •••



۶- شکل مقابل، نمودار تابع $f(x) = \log_4\left(\frac{1}{ax+b}\right)$ را نمایش می‌دهد. حاصل $f^{-1}(-2)$ کدام است؟

- (۱) ۶/۵
(۲) ۷/۵
(۳) ۸/۵
(۴) ۹/۵

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - محاسباتی - زمان ۵ دقیقه) - حسابان ۱ صفحه ۸۴ - ۱۱۰۳

بررسی سریع:

$$f(x) = -\log_4(ax+b)$$

$$\begin{cases} (2,0) \rightarrow f(2) = 0 \Rightarrow -\log_4(2a+b) = 0 \Rightarrow 2a+b = 4^0 \Rightarrow 2a+b = 1 \\ ax+b \xrightarrow{x=\frac{3}{2}} \frac{3}{2}a+b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \end{cases}$$

$$f(x) = -\log_4(2x-3) \quad f^{-1}(-2) = \alpha \Leftrightarrow f(\alpha) = -2 \Rightarrow -\log_4(2\alpha-3) = -2 \Rightarrow \alpha = 9/5$$

$$f(x) = \log_4\left(\frac{1}{ax+b}\right) = \log_4(ax+b)^{-1} = -\log_4(ax+b)$$

ابتدا ضابطه تابع را ساده‌تر می‌کنیم:

چون دامنه تابع $\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$ است، پس $x = \frac{3}{2}$ ریشه عبارت جلوی لگاریتم است.

$$ax+b = 0 \xrightarrow{x=\frac{3}{2}} \frac{3}{2}a+b = 0 \quad (I)$$

از طرفی نقطه $(2,0)$ روی نمودار قرار دارد، پس:

$$f(2) = 0 \Rightarrow -\log_4(2a+b) = 0 \Rightarrow 2a+b = 4^0 \Rightarrow 2a+b = 1 \quad (II)$$

$$\begin{cases} \frac{3}{2}a+b = 0 \Rightarrow b = -\frac{3}{2}a \xrightarrow{a=2} b = -3 \\ 2a+b = 1 \xrightarrow{b=-\frac{3}{2}a} 2a - \frac{3}{2}a = 1 \Rightarrow \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \end{cases} \xrightarrow{(I),(II)}$$

$$f(x) = -\log_4(2x-3)$$

و همچنین می‌دانیم اگر $(-2, \alpha) \in f^{-1}$ باشد، آن‌گاه $(\alpha, -2) \in f$ است، پس خواهیم داشت:

$$f^{-1}(-2) = \alpha \Rightarrow f(\alpha) = -2 \Rightarrow -\log_4(2\alpha-3) = -2 \Rightarrow 2\alpha-3 = 4^2$$

$$\Rightarrow 2\alpha-3 = 16 \Rightarrow 2\alpha = 19 \Rightarrow \alpha = \frac{19}{2} = 9/5$$

نکته!

اگر $A(a, b)$ روی نمودار f باشد، آن‌گاه $A'(b, a)$ روی نمودار f^{-1} است.

$$f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$$

۷- اگر $\lceil \log_3^a \rceil + \lceil \log_3^{22} \rceil = 5$ باشد، جمع مقادیر طبیعی به دست آمده برای a کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

۹۹ (۴)

۱۱۵ (۳)

۱۰۸ (۲)

۹۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۸۲ - ۱۱۰۳

برای برداشتن جزء صحیح ابتدا باید دید که هر کدام از لگاریتم‌ها بین کدام دو عدد صحیح قرار دارند.

$$9 < 22 < 27 \Rightarrow 3^2 < 22 < 3^3 \xrightarrow{3>1} \log_3^3 < \log_3^{22} < \log_3^{27} \Rightarrow 2 < \log_3^{22} < 3 \Rightarrow \lceil \log_3^{22} \rceil = 3$$

مقدار آن را در معادله جای گذاری می‌کنیم:

$$\lceil \log_3^{22} \rceil + \lceil \log_3^a \rceil = 5 \Rightarrow 3 + \lceil \log_3^a \rceil = 5 \Rightarrow \lceil \log_3^a \rceil = 2 \Rightarrow 2 \leq \log_3^a < 3$$

$$\Rightarrow 3 \log_3^2 \leq \log_3^a < 4 \log_3^2 \Rightarrow \log_3^{2^3} \leq \log_3^a < \log_3^{2^4} \xrightarrow{2>1} 2^3 \leq a < 2^4 \Rightarrow 8 \leq a < 16$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$a \text{ طبیعی } : 8 + 9 + \dots + 15 = 92$$

تعیین لگاریتم بین دو عدد صحیح

برای تعیین این که لگاریتم یک عدد در پایه b بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار می‌گیرد، کافی است تعیین کنیم که آن عدد در بین کدام دو توان صحیح و متوالی b قرار می‌گیرد.

یه نمونه باحال ببین!

لگاریتم ۱۶ در پایه ۵ بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟

$$5^1 < 16 < 5^2 \Rightarrow 1 < \log_5^{16} < 2$$

پس $\log_5^{16}$ بین ۱ و ۲ قرار دارد.

یادآوری

جزء صحیح (براکت): بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر یا مساوی x را جزء صحیح x می‌نامیم.

یه نمونه باحال ببین!

$$[-10] = -10, [2/9] = 2, [-2/5] = -3$$

نکته!

برای هر $k \in \mathbb{Z}$ از $[x] = k$ می‌توان نتیجه گرفت:

$$[x] = k \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \leq x < k+1$$

۸- تعداد اعداد طبیعی که در نامعادله $\left| \log_3^{(x-4)} \right| < 3$ صدق می‌کنند، کدام است؟

۹ (۴)

۶ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۸۷ - ۱۱۰۳

$$\left| \log_3^{(x-4)} \right| < 3 \Rightarrow -3 < \log_3^{(x-4)} < 3$$

ابتدا با استفاده از حل نامعادله قدرمطلق داریم:

$$\begin{cases} \log_3^{(x-4)} > -3 \xrightarrow{2>1} x-4 > 3^{-3} \Rightarrow x-4 > \frac{1}{8} \Rightarrow x > \frac{33}{8} \\ \log_3^{(x-4)} < 3 \xrightarrow{2>1} x-4 < 3^3 \Rightarrow x-4 < 27 \Rightarrow x < 31 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} \frac{33}{8} < x < 31$$

دامنه تابع لگاریتمی بالا نیز به صورت $(4, +\infty)$ است، که اشتراک آن با مجموعه جواب به دست آمده به صورت $12 < x < \frac{33}{8}$ خواهد بود. اعداد طبیعی که در نامعادله صدق می کنند عبارتند از ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱ که تعداد آن ها برابر ۷ است.

نامعادلات لگاریتمی

$$۱) \log_a^x > y \xrightarrow{a>1} x > a^y$$

$$\log_a^x > y \Rightarrow \log_a^x > y \log_a^a \Rightarrow \log_a^x > \log_a^{a^y} \xrightarrow{a>1} x > a^y$$

$$۲) \log_a^x > y \xrightarrow{0<a<1} x < a^y$$

$$\log_a^x > y \Rightarrow \log_a^x > y \log_a^a \Rightarrow \log_a^x > \log_a^{a^y} \xrightarrow{0<a<1} x < a^y$$

و از روی نمودار تابع لگاریتمی هم مشخص می شود که:

$$۳) \log_a^x > \log_a^y \xrightarrow{a>1} x > y$$

$$۴) \log_a^x > \log_a^y \xrightarrow{0<a<1} x < y$$



در هر یک از روابط بالا فرض شده که تمام عبارت ها تعریف شده اند.



۹- اگر $\log_{\sqrt[3]{3}}^{\sqrt{12}} = k$ باشد، حاصل $\log_{\sqrt{18}}^{\sqrt{12}}$ بر حسب k کدام است؟

$$\frac{2k+9}{k+18} \quad (۴)$$

$$\frac{2k+19}{k+8} \quad (۳)$$

$$\frac{k+8}{2k+19} \quad (۲)$$

$$\frac{k+18}{2k+9} \quad (۱)$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۸۶ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا داده مسئله را با استفاده از ویژگی های لگاریتم ساده تر می کنیم:

$$\log_{\sqrt[3]{3}}^{\sqrt{12}} = k \Rightarrow \log_{\frac{1}{3^{\frac{1}{3}}}}^{\sqrt{12}} = k \Rightarrow 3 \times 3 \times \log_3^{\sqrt{12}} = k \Rightarrow \log_3^{\sqrt{12}} = \frac{k}{9}$$

حال سعی می کنیم با ساده سازی خواسته مسئله و ظاهر شدن $\log_3^{\sqrt{12}}$ در آن مقدارش را بر حسب k بیابیم:

$$\log_{\sqrt{18}}^{\sqrt{12}} = \frac{\log_3^{\sqrt{12}}}{\log_3^{\sqrt{18}}} = \frac{\log_3^{\sqrt{12}}}{\log_3^{\sqrt{2} \times \sqrt{9}}} = \frac{\log_3^{\sqrt{12}}}{\log_3^{\sqrt{2}} + \log_3^3} = \frac{\log_3^{\sqrt{12}} + \frac{1}{2} \log_3^{\sqrt{12}}}{1 + \frac{1}{2} \log_3^{\sqrt{12}}} = \frac{\frac{k}{9} + \frac{1}{2} \times \frac{k}{9}}{1 + \frac{1}{2} \times \frac{k}{9}} = \frac{\frac{2k+9}{18}}{\frac{18+k}{18}} = \frac{2k+9}{18+k}$$



۱۰- در یک ظرف ۲۰۰ لیتر محلول قرار دارد. هر روز ۸ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می‌کنیم. پس از گذشت

چند روز غلظت محلول به $\frac{1}{3}$ غلظت محلول اول می‌رسد؟ ($\log 2 = 0.3$ و $\log 3 = 0.48$)

(۴) ۲۴

(۳) ۴۸

(۲) ۲۱

(۱) ۱۶

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۸۹ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۴

$$\text{غلظت محلول} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}}$$

می‌دانیم که:

فرض کنیم غلظت اولیه محلول A_0 و جرم حل شونده موجود در محلول اولیه x باشد. در این صورت داریم:

$$A_0 = \frac{x}{200} \Rightarrow x = 200 \cdot A_0$$

حال برای یافتن غلظت محلول در روزهای بعدی باید نسبت جرم حل شونده به جرم محلول را در هر روز بیابیم. دقت کنید که در مجموع جرم محلول ثابت می‌ماند. اما چون از محلول ۸ لیتر برمی‌داریم از جرم حل شونده کم می‌شود و با اضافه کردن حلال جرم کل ثابت می‌ماند. پس برای محاسبه غلظت روزهای بعد داریم:

$$A_1 = \frac{x - 8A_0}{200} = \frac{200A_0 - 8A_0}{200} = \frac{192A_0}{200} = \frac{192}{200} A_0 \quad (1)$$

$$A_2 = \frac{200A_1 - 8A_1}{200} = \frac{192}{200} A_1 = \left(\frac{192}{200}\right)^2 A_0$$

و به همین ترتیب غلظت محلول پس از n روز برابر می‌شود با:

$$A_n = \left(\frac{192}{200}\right)^n A_0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} A_0 = \left(\frac{96}{100}\right)^n A_0 \xrightarrow{\text{تعریف لگاریتم}} n = \log_{\frac{96}{100}} \frac{1}{3} \Rightarrow n = \frac{\log 3^{-1}}{\log 96 - \log 100} = \frac{-\log 3}{\log(2^5 \times 3) - 2} = \frac{-\log 3}{5\log 2 + \log 3 - 2}$$

$$n = \frac{-0.48}{5(0.3) + 0.48 - 2} = \frac{-0.48}{-0.02} = \frac{48}{2} = 24$$

در نتیجه بعد از گذشت ۲۴ روز به غلظت مورد نظر می‌رسیم.

غلظت محلول (ترکیب مواد)

اگر ترکیبی از حلال و حل شونده به ترتیب به جرم x و y موجود باشد و k واحد به حل شونده اضافه شود، غلظت محلول برابر است با:

$$\text{غلظت محلول} = \frac{y + k}{x + y + k}$$

و اگر k واحد به حلال اضافه شود، غلظت محلول برابر است با:

$$\text{غلظت محلول} = \frac{y}{x + y + k}$$

توجه!

توجه کنید که به هر کدام از حلال (معمولاً آب) یا حل شونده (معمولاً نمک) می‌توان k واحد اضافه کرد و غلظت محلول به طور معمول نسبت جرم حل شونده به محلول است.

۱۱- در دایره‌ای به شعاع ۱۲ واحد، طول کمان روبه‌رو به زاویه مرکزی θ برحسب رادیان، برابر $\frac{4\pi}{3}$ است. مساحت قطاع نظیر این زاویه کدام است؟

(۴) 16π (۳) 12π (۲) 8π (۱) 6π

(آسان - محاسباتی - سریع) حسابان ۱ صفحه ۹۴ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۲

روش اول

طول کمان مقابل به زاویه مرکزی θ رادیان در دایره‌ای به شعاع R ، از رابطه $L = R \cdot \theta$ به دست می‌آید، بنابراین داریم:

$$\frac{4\pi}{3} = 12 \times \theta \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{9} \text{ rad}$$

اگر در دایره‌ای به شعاع R زاویه قطاعی برابر با θ رادیان باشد، مساحت این قطاع برابر $S = \frac{1}{2} R^2 \theta$ است، بنابراین داریم:

$$S = \frac{1}{2} \times 12^2 \times \frac{\pi}{9} = 8\pi$$

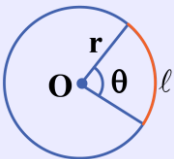
روش دوم

$$S = \frac{1}{2} Lr = \frac{1}{2} \left(\frac{4\pi}{3} \right) (12) = 8\pi$$

با استفاده از نکته انتهای سؤال به طور مستقیم داریم:

طول کمان

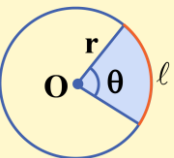
در یک دایره به شعاع r ، اگر زاویه مرکزی برحسب رادیان برابر θ باشد، آن‌گاه طول کمان برابر است با:



$$l = r\theta$$

مساحت قطاع

مساحت قطاعی از دایره به شعاع r و زاویه مرکزی θ رادیان برابر است با:



$$S = \frac{1}{2} r^2 \theta$$

نکته

از ترکیب دو فرمول قبل داریم:

$$S = \frac{1}{2} r^2 \theta = \frac{1}{2} (r\theta)(r) = \frac{1}{2} Lr$$



۱۲- مقدار $4 \cos \frac{52\pi}{12}$ کدام است؟

(۴) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3} - 1$ (۱) $\sqrt{3} + 1$

(آسان - خط‌به‌خط - سریع) حسابان ۱ صفحه ۱۰۱ و ۱۱۱ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۴

$$\cos \frac{52\pi}{12} = \cos \left(4\pi + \frac{5\pi}{12} \right) = \cos \frac{5\pi}{12} = \cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} \right)$$

$$= \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

ابتدا کمان مقابل کسینوس را کوچک‌تر می‌کنیم:

$$\Rightarrow 4 \cos \frac{53\pi}{12} = \sqrt{6} - \sqrt{2}$$

روابط سینوس و کسینوس مجموع و تفاضل دو کمان



$$1) \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$2) \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$3) \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$4) \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$



$$13- \text{ اگر } \cot \alpha = -3 \text{ و انتهای کمان مقابل به زاویه } \alpha \text{ در ناحیه چهارم باشد، حاصل عبارت } A = \frac{2 \cos(\frac{17\pi}{2} + \alpha) - \sin(13\pi - \alpha)}{\tan(\frac{2\alpha - 31\pi}{2})} \text{ کدام}$$

است؟

$$\frac{-9}{\sqrt{10}} \quad (4)$$

$$\frac{9}{\sqrt{10}} \quad (3)$$

$$\frac{-1}{\sqrt{10}} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{10}} \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۱۰۰ و ۱۰۳ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۱

 ابتدا با توجه به نسبت‌های مثلثاتی $\frac{k\pi}{2} \pm \alpha$ ، عبارت‌ها را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$2 \cos(\frac{17\pi}{2} + \alpha) \xrightarrow[\text{فر } k]{\text{ناحیه دوم } < 90^\circ \text{ COS}} -2 \sin \alpha$$

$$\sin(13\pi - \alpha) \xrightarrow[\text{زوج } k]{\text{ناحیه دوم } > 90^\circ \text{ SIN}} + \sin \alpha$$

$$\tan(\frac{2\alpha - 31\pi}{2}) = -\tan(15\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha) = -\tan(\frac{\pi}{2} - \alpha) \xrightarrow[\text{فر } k]{\text{ناحیه اول } > 90^\circ \text{ TAN}} -\cot \alpha$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$A = \frac{2 \cos(\frac{17\pi}{2} + \alpha) - \sin(13\pi - \alpha)}{\tan(\frac{2\alpha - 31\pi}{2})} = \frac{-2 \sin \alpha - \sin \alpha}{-\cot \alpha} = \frac{3 \sin \alpha}{\cot \alpha}$$

 اکنون برای محاسبه $\sin \alpha$ دو روش وجود دارد:

روش اول: به کمک روابط اولیه مثلثات:

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \xrightarrow{\cot \alpha = -3} 1 + 9 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{10}$$

$$\xrightarrow[\sin \alpha < 0]{\text{ناحیه چهارم } \alpha} \sin \alpha = \frac{-1}{\sqrt{10}}$$

به کمک مثلث قائم الزاویه:

روش دوم

$$\cot \alpha = -3 \Rightarrow \text{در مثلث قائم الزاویه مقابل } AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow 9 + 1 = AC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{10}$$

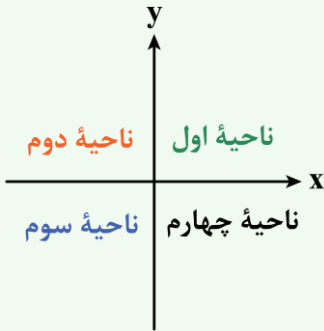
$$|\sin \alpha| = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{10}} \xrightarrow[\sin \alpha < 0]{\text{ناحیه چهارم } \alpha} \sin \alpha = \frac{-1}{\sqrt{10}}$$

$$A = \frac{3 \sin \alpha}{\cot \alpha} = \frac{-\frac{3}{\sqrt{10}}}{-3} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

بنابراین با توجه به مقادیر $\sin \alpha$ و $\cot \alpha$ داریم:

علامت نسبت‌های مثلثاتی

در ناحیه اول دایره مثلثاتی همه نسبت‌های مثلثاتی مثبت‌اند. در ناحیه دوم فقط علامت سینوس مثبت است. در ناحیه سوم فقط تانژانت و کتانژانت مثبت هستند و در ناحیه چهارم فقط علامت کسینوس مثبت است.



نسبت‌های مثلثاتی قرینه کمان

با توجه به دایره مثلثاتی نسبت‌های مثلثاتی کمان $(-\theta)$ به صورت زیر می‌باشند:

۱) $\sin(-\theta) = -\sin \theta$ ۲) $\cos(-\theta) = \cos \theta$ ۳) $\tan(-\theta) = -\tan \theta$ ۴) $\cot(-\theta) = -\cot \theta$

نسبت‌های مثلثاتی کمان‌های $\frac{k\pi}{2} \pm \theta$

برای محاسبه این نسبت‌ها، ابتدا مشخص می‌کنیم که انتهای کمان در کدام ناحیه است (فرض می‌کنیم θ زاویه حاده است) و علامت آن را مشخص می‌کنیم. حال اگر k زوج باشد همان نسبت مثلثاتی را با زاویه θ می‌نویسیم (عبارت $\frac{k\pi}{2} \pm \theta$ را حذف می‌کنیم) اما اگر k فرد باشد، نسبت‌های مثلثاتی به صورت زیر تغییر می‌کنند:

۱) $\sin \rightarrow \cos$ ۲) $\cos \rightarrow \sin$ ۳) $\tan \rightarrow \cot$ ۴) $\cot \rightarrow \tan$

و مجدداً پس از تعیین علامت و تغییر نسبت، آن را با کمان θ می‌نویسیم.

یه نمونه باحال ببین!

۱) $\sin(12\pi + \alpha) = \frac{\sin > 0 \text{ در ناحیه اول}}{k \text{ زوج}} \rightarrow +\sin \alpha$

۲) $\tan(\frac{13\pi}{2} - \alpha) = \frac{\tan > 0 \text{ در ناحیه اول}}{k \text{ فرد}} \rightarrow +\cot \alpha$

رابطه مثلثاتی برای تبدیل کسینوس و تانژانت به یکدیگر و سینوس و کتانژانت به یکدیگر

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$



۱۴- حاصل عبارت $A = \frac{\sin 63^\circ \sin 33^\circ + \sin 27^\circ \sin 57^\circ}{\sin 17^\circ \cos 13^\circ + \sin 13^\circ \cos 17^\circ}$ کدام است؟

$\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$2\sqrt{3}$ (۱)

(آسان - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۹۸ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۲

$$A = \frac{\sin 63^\circ \sin 33^\circ + \sin 27^\circ \sin 57^\circ}{\sin 17^\circ \cos 13^\circ + \sin 13^\circ \cos 17^\circ}$$

چون دو زاویه ۲۷° و ۶۳° و همچنین ۵۷° و ۳۳° متمم یکدیگرند، آن گاه:

$$\begin{cases} \sin ۲۷^\circ = \cos ۶۳^\circ \\ \sin ۵۷^\circ = \cos ۳۳^\circ \end{cases}$$

$$A = \frac{\sin ۶۳^\circ \sin ۳۳^\circ + \cos ۶۳^\circ \cos ۳۳^\circ}{\sin ۱۷^\circ \cos ۱۳^\circ + \cos ۱۷^\circ \sin ۱۳^\circ} = \frac{\cos(۶۳^\circ - ۳۳^\circ)}{\sin(۱۷^\circ + ۱۳^\circ)} = \frac{\cos ۳۰^\circ}{\sin ۳۰^\circ} = \cot ۳۰^\circ = \sqrt{3}$$

پس خواهیم داشت:

نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های متمم

دو زاویه α و β را متمم گویند هرگاه مجموع آن‌ها ۹۰° یا $\frac{\pi}{۲}$ رادیان باشد، به عبارت دیگر دو زاویه α و $\frac{\pi}{۲} - \alpha$ متمم یکدیگرند.

$$۱) \sin\left(\frac{\pi}{۲} - \alpha\right) = \cos \alpha \quad ۲) \cos\left(\frac{\pi}{۲} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$۳) \tan\left(\frac{\pi}{۲} - \alpha\right) = \cot \alpha \quad ۴) \cot\left(\frac{\pi}{۲} - \alpha\right) = \tan \alpha$$

(این تبدیل نسبت‌ها نیز به نوعی حالت خاص درسنامه سؤال قبل‌اند.)



۱۵- اگر $\sin x - \cos x = \sqrt{\frac{۳}{۵}}$ باشد، مقدار $\cos ۴x$ کدام است؟

$$\frac{۴}{۵} \quad (۴)$$

$$\frac{۲۱}{۲۵} \quad (۳)$$

$$\frac{۱}{۵} \quad (۲)$$

$$\frac{۱۷}{۲۵} \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی - سریع) حسابان ۱ صفحه ۱۱۲ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۱

$$\sin x - \cos x = \sqrt{\frac{۳}{۵}} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x = \frac{۳}{۵}$$

$$\Rightarrow 1 - \sin 2x = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \sin 2x = \frac{۲}{۵}$$

$$\Rightarrow \cos 4x = 1 - 2 \sin^2 2x \Rightarrow \cos 4x = 1 - 2\left(\frac{۴}{۲۵}\right) = 1 - \frac{۸}{۲۵} = \frac{۱۷}{۲۵}$$

نسبت‌های مثلثاتی دو برابر کمان

$$۱) \sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$۲) \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$



۱۶- اگر $\tan 2a = \frac{۷}{۵}$ و $\frac{\cos(2a+b)}{\cos(2a-b)} = \frac{۴}{۳}$ باشد، مقدار $\cot b$ کدام است؟

$$۱۰/۸ \quad (۴)$$

$$-۱۰/۸ \quad (۳)$$

$$۹/۸ \quad (۲)$$

$$-۹/۸ \quad (۱)$$

(آسان - محاسباتی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۱۱۱ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۱

با استفاده از فرمول‌های مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا داریم:

$$\frac{\cos(2a+b)}{\cos(2a-b)} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow ۴ \cos(2a-b) = ۳ \cos(2a+b)$$

$$\Rightarrow 4(\cos^2 a \cos b + \sin^2 a \sin b) = 3(\cos^2 a \cos b - \sin^2 a \sin b)$$

$$\Rightarrow \cos^2 a \cos b = -7 \sin^2 a \sin b \Rightarrow \frac{\cos b}{\sin b} = -7 \frac{\sin^2 a}{\cos^2 a}$$

$$\Rightarrow \cot b = -7 \tan^2 a \Rightarrow \cot b = (-7) \left(\frac{7}{5} \right) = -\frac{49}{5} = -9 \frac{4}{5}$$

●● **ib** ●●

۱۷- بیشترین مقدار تابع $f(x) = (5 - \sin x)(6 + \sin x)$ کدام است؟

(۴) ۳۱

(۳) $\frac{61}{2}$ (۲) $\frac{121}{4}$

(۱) ۳۰

(متوسط - محاسباتی - استاندارد ۶) - حسابان ۱ صفحه ۱۰۷ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۲

برای یافتن بیشترین مقدار تابع $f(x)$ دو روش وجود دارد.

روش اول: به کمک مربع کامل کردن:

$$f(x) = (5 - \sin x)(6 + \sin x) \Rightarrow f(x) = -\sin^2 x - \sin x + 30$$

$$f(x) = -(\sin^2 x + \sin x) + 30 = -(\sin^2 x + \sin x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}) + 30$$

$$f(x) = -(\sin x + \frac{1}{2})^2 + \frac{121}{4}$$

بیشترین مقدار عبارت $(\sin x + \frac{1}{2})^2$ برابر صفر است، بنابراین بیشترین مقدار $f(x)$ برابر $\frac{121}{4}$ است.

روش دوم: به کمک تعیین رأس سهمی در تابع درجه دوم:

$$f(x) = -\sin^2 x - \sin x + 30$$

$$\sin x = t \Rightarrow y = -t^2 - t + 30 \quad -1 \leq t \leq 1$$

$$t_{\text{رأس}} = -\frac{1}{2}$$

ابتدا رأس t را به دست می آوریم:

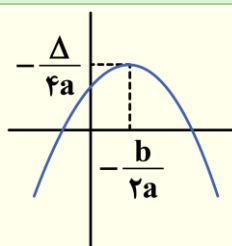
چون $t = -\frac{1}{2}$ در بازه $[-1, 1]$ (محدوده مجاز سینوس) قرار دارد، پس ماکزیمم مقدار y در رأس سهمی اخذ می شود:

$$y = -t^2 - t + 30 \xrightarrow{t = -\frac{1}{2}} y = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 30 = \frac{121}{4}$$

ماکزیمم و مینیمم تابع درجه دوم

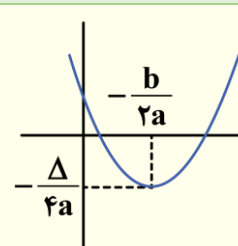
در تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ با توجه به نمودار آن دو حالت وجود دارد:

حالت دوم: $a < 0$



$$\text{ماکزیمم} = \frac{-\Delta}{4a}$$

حالت اول: $a > 0$



$$\text{مینیمم} = \frac{-\Delta}{4a}$$

برای راحت تر شدن محاسبات می‌تونیم برای به دست آوردن y رأس سهمی، $x_{\text{رأس}} = -\frac{b}{2a}$ رو به دست بیاری و بعد در تابع قرار بدی یعنی $f(-\frac{b}{2a})$ رو محاسبه کنی.



۱۸- اگر $\frac{\pi}{8} < x < \frac{\pi}{3}$ و $\sin x \cos x = \frac{m-1}{12}$ باشد، حدود m شامل چند عدد صحیح است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

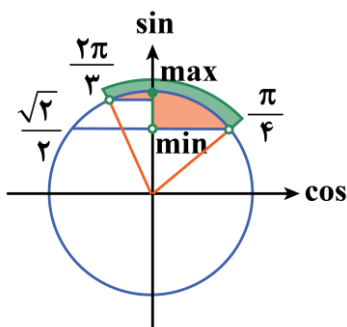
(متوسط - مفهومی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۱۱۲ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا معادله داده شده را بازنویسی می‌کنیم:

$$\sin x \cos x = \frac{m-1}{12} \Rightarrow \frac{1}{2} \sin 2x = \frac{m-1}{12} \Rightarrow \sin 2x = \frac{m-1}{6}$$

حال محدوده $2x$ را مشخص می‌کنیم:



$$\frac{\pi}{8} < x < \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{4} < 2x < \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\text{طبق شکل}} \frac{\sqrt{2}}{2} < \sin 2x \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{m-1}{6} \leq 1 \Rightarrow 3\sqrt{2} < m-1 \leq 6 \Rightarrow 3\sqrt{2} + 1 < m \leq 7$$

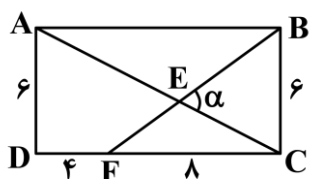
m فقط دو مقدار صحیح می‌تواند اختیار کند. ($m=7$, $m=6$)

دام تستی!

اگر اشتباهی $\frac{\sqrt{2}}{2} < \sin 2x < \frac{\sqrt{3}}{2}$ را در نظر بگیرید، در دام گزینه ۱ می‌افتید!



۱۹- چهارضلعی ABCD در شکل مقابل، مستطیل است. مقدار $\sin \alpha$ کدام است؟



$$\frac{1}{5\sqrt{5}} \quad (2)$$

$$\frac{12}{5\sqrt{5}} \quad (1)$$

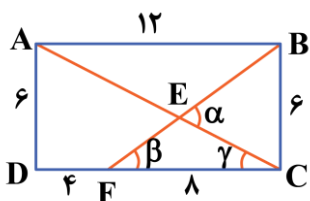
$$\frac{2}{\sqrt{5}} \quad (4)$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \quad (3)$$

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) - حسابان ۱ صفحه ۱۱۱ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا طبق قضیه فیثاغورس در مثلث‌های ACD و BCF داریم:



$$AC = \sqrt{144 + 36} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

$$BF = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$$

از طرفی α زاویه خارجی مثلث ECF است و با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور برابر است، یعنی داریم:

$$\alpha = \beta + \gamma \Rightarrow \sin \alpha = \sin(\beta + \gamma) \Rightarrow \sin \alpha = \sin \beta \cos \gamma + \cos \beta \sin \gamma$$

حال طبق شکل داریم:

$$\triangle BCF: \sin \beta = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}, \quad \cos \beta = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\triangle ACD: \sin \gamma = \frac{6}{6\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}, \quad \cos \gamma = \frac{12}{6\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{5} \times \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{10}{5\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$



۲۰- حاصل عبارت $A = \frac{\sin 65^\circ \times \sqrt{1 - \sin 40^\circ}}{\cos 40^\circ}$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۱) ۱

(سخت - محاسباتی - زمان ۵ دقیقه) - حسابان ۱ صفحه ۱۱۲ - ۱۱۴ (۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم $\sin 40^\circ = 2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ$ و $\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ = 1$ پس داریم:

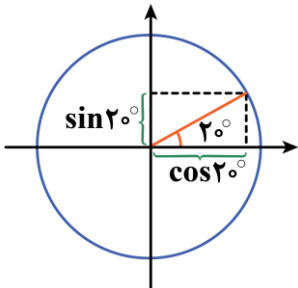
$$1 - \sin 40^\circ = \sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ - 2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ = (\sin 20^\circ - \cos 20^\circ)^2$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$A = \frac{\sin 65^\circ \times \sqrt{1 - \sin 40^\circ}}{\cos 40^\circ} = \frac{\sin 65^\circ \times \sqrt{(\sin 20^\circ - \cos 20^\circ)^2}}{\cos^2 20^\circ - \sin^2 20^\circ}$$

$$= \frac{\sin 65^\circ \times |\sin 20^\circ - \cos 20^\circ|}{(\cos 20^\circ - \sin 20^\circ)(\cos 20^\circ + \sin 20^\circ)}$$

توجه شود که $\cos 20^\circ > \sin 20^\circ$ ، بنابراین عبارت داخل قدرمطلق منفی است و خواهیم داشت:



$$A = \frac{\sin 65^\circ \times (\cos 20^\circ - \sin 20^\circ)}{(\cos 20^\circ - \sin 20^\circ)(\cos 20^\circ + \sin 20^\circ)} = \frac{\sin 65^\circ}{\cos 20^\circ + \sin 20^\circ}$$

$$= \frac{\sin 65^\circ}{\sqrt{2} \sin(45^\circ + 20^\circ)} = \frac{\sin 65^\circ}{\sqrt{2} \sin 65^\circ} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

دو اتحاد مهم!

$$۱) \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$۲) \sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$



۲۱- چه تعداد از نگاشت‌های زیر تبدیل همانی است؟

الف) دوران با زاویه 180°

ب) تجانس با نسبت ۱-

ج) بازتاب نسبت به خط

د) انتقال با بردار صفر

هـ) تجانس با نسبت صفر

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲

(آسان - مفهومی - سریع) - هندسه ۲ صفحه ۴۸ - ۱۱۰۲

تبدیل همانی، تبدیلی است که هر نقطه از صفحه را به خودش تصویر کند.

دوران 360° (و مضارب صحیح 360°) و تجانس با نسبت ۱ و انتقال با بردار صفر، تبدیل همانی هستند.

بازتاب نسبت به خط، تبدیل همانی نیست و تجانس با نسبت صفر، اصلاً تبدیل نیست چون تابع یک‌به‌یک نیست. پس بین نگاشت‌های داده شده فقط ۱ مورد یعنی انتقال با بردار صفر، تبدیل همانی است.

تبدیل همانی

به تبدیلی که هر نقطه از صفحه را به خود آن نقطه نظیر می‌کند، تبدیل همانی می‌گوییم.

کدام تبدیل‌های هندسی می‌توانند در یک حالت خاص یک تبدیل همانی باشند؟

۱) انتقال با بردار صفر

۲) دوران با زاویه 360° (و مضارب صحیح 360°)

۳) تجانس با نسبت ۱

۲۲- دو خط d و d' در نقطه $O(1, -3)$ متقاطع هستند. اگر بازتاب نقطه $A(5, 0)$ نسبت به خط d ، نقطه A' و بازتاب A' نسبت به خط d'

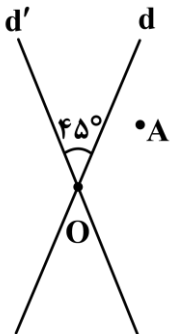
نقطه A'' باشد، آنگاه مساحت مثلث OAA'' برابر کدام است؟

(۱) $12/5$

(۲) ۱۲

(۳) $10/5$

(۴) ۱۰



(متوسط - خط‌به‌خط - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۴۱ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم حاصل دو بازتاب نسبت به دو خط متقاطع، یک دوران به مرکز نقطه تلاقی دو خط و زاویه‌ای مساوی دو برابر زاویه بین دو خط است. پس در این جا A'' دوران یافته A به مرکز O با زاویه $90^\circ = 2 \times 45^\circ$ است. در نتیجه $\angle AOA'' = 90^\circ$ و چون دوران یک تبدیل ایزومتري است، نتیجه می‌گیریم $OA = OA''$ و داریم:

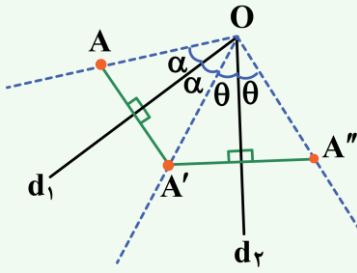
$$OA = \sqrt{(5-1)^2 + (0+3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

چون مثلث OAA'' متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه است، بنابراین:

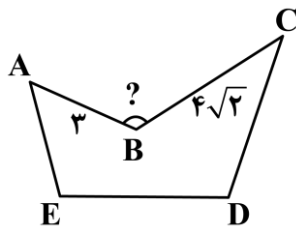
$$S_{\triangle OAA''} = \frac{1}{2} OA \times OA'' = \frac{1}{2} (5)(5) = \frac{25}{2} = 12.5$$

ترکیب دو بازتاب = دوران

اگر نقطه A را یک بار نسبت به خط d_1 بازتاب دهیم تا نقطه A' به دست آید و A' را نسبت به خط d_2 بازتاب دهیم تا نقطه A'' به دست آید، می‌توان گفت A'' دوران یافته نقطه A با زاویه 2 برابر زاویه بین خط d_1 و d_2 و مرکز دوران O می‌باشد.



۲۳- زمینی به شکل زیر داریم. می‌خواهیم بدون آن که محیط این زمین تغییر کند مساحتش را افزایش دهیم. اگر میزان افزایش مساحت 12 واحد مربع باشد، اندازه زاویه $\hat{A}BC$ چند درجه است؟

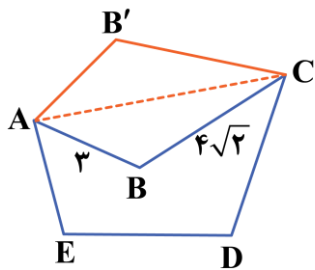


- (۱) 150°
(۲) 125°
(۳) 120°
(۴) 135°

(آسان - خط به خط - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۵۱ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۴

در صورتی که B' بازتاب B نسبت به خط AC باشد، آن گاه محیط چندضلعی جدید $AB'CDE$ برابر محیط زمین اولیه است زیرا بازتاب تبدیلی طولپاست، ولی به مساحت زمین اولیه مساحت چهارضلعی $ABCB'$ که مساوی دو برابر مساحت مثلث ABC می‌باشد، افزوده شده است. بنابراین:



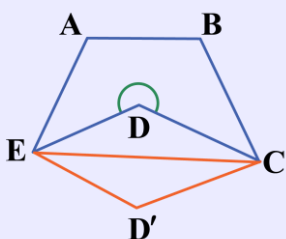
$$2S_{\triangle ABC} = 12 \Rightarrow 2\left(\frac{1}{2} AB \times BC \sin \hat{A}BC\right) = 12 \Rightarrow 3 \times 4\sqrt{2} \sin \hat{A}BC = 12$$

$$\Rightarrow \sin \hat{A}BC = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \hat{A}BC = 135^\circ$$

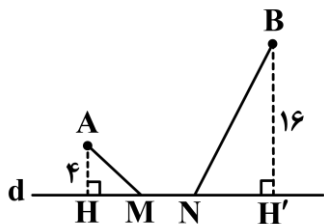
توجه کنید زاویه $\hat{A}BC$ می‌تواند 45° هم باشد ولی با توجه به شکل و گزینه‌ها این زاویه منفرجه است.

افزایش مساحت بدون تغییر محیط

در مسائلی که صحبت از افزایش مساحت یک چندضلعی بدون تغییر محیط آن باشد، کافی است مطابق شکل زیر قسمت‌هایی از چندضلعی که دارای زاویه بیشتر از 180° باشند را تحت بازتاب قرار دهیم، ببینید:



۲۴- نقاط A و B در یک طرف خط d قرار دارند. اگر $HH' = 43$ و $AMNB$ کوتاه‌ترین مسیر ممکن به طول ۴۸ باشد، اندازه MN کدام است؟

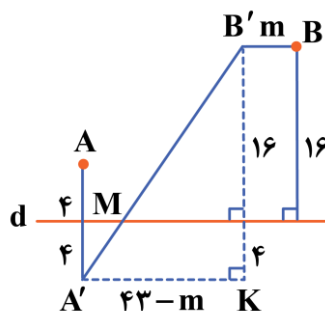


- است؟
 (۱) ۵
 (۲) ۵/۵
 (۳) ۶
 (۴) ۶/۵

(متوسط - ترکیبی/محاسباتی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۵۳-۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

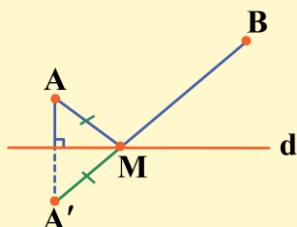
ابتدا نقطه B را در راستای خط d به سمت A به اندازه $MN = m$ منتقل می‌کنیم. سپس بازتاب A نسبت به خط d را A' می‌نامیم. از A' به B' وصل می‌کنیم آن‌گاه بنابر مسئله هرون، کوتاه‌ترین طول $AMNB$ برابر $A'B' + m$ است. با توجه به شکل در مثلث قائم‌الزاویه $A'B'K$ می‌نویسیم:



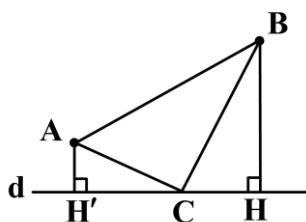
$$\begin{aligned} A'B'^2 &= A'K^2 + B'K^2 \xrightarrow{A'B'+m=48} (48-m)^2 = (43-m)^2 + 20^2 \\ \Rightarrow 48^2 + m^2 - 96m &= 43^2 + m^2 - 86m + 400 \\ \Rightarrow 48^2 - 43^2 &= 10m + 400 \Rightarrow (48-43)(48+43) = 10m + 400 \\ \Rightarrow 5(91) &= 10m + 400 \xrightarrow{\div 5} 91 = 2m + 80 \Rightarrow 2m = 11 \Rightarrow m = 5.5 \end{aligned}$$

مسئله هرون

دو نقطه A و B در یک طرف خط d قرار دارند. برای یافتن نقطه‌ای روی خط d که مجموع فاصله‌های آن از A و B به کمینه باشد، باید بازتاب نقطه A را نسبت به خط d یافته و از آن به نقطه B وصل کنیم. طبق شکل زیر، $MA + MB$ همواره کمترین مقدار را دارد.

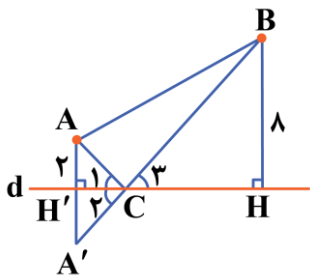


۲۵- در شکل زیر، فاصله نقاط A و B از خط d به ترتیب ۲ و ۸ واحد است و نقطه C روی خط d تغییر مکان می‌دهد، به طوری که محیط مثلث ABC کمترین باشد. اگر مساحت چهارضلعی $ABHH'$ برابر $45\sqrt{3}$ باشد، اندازه CH' چند برابر $\sqrt{3}$ است؟



- (۱) ۲
 (۲) ۱/۵
 (۳) ۲/۲
 (۴) ۱/۸

چهارضلعی $ABHH'$ دوزنقه قائم الزاویه با ارتفاع HH' و قاعده‌های $AH' = ۲$ و $BH = ۸$ است، پس:



$$S_{ABHH'} = \frac{1}{2} HH' (AH' + BH) \Rightarrow ۴۵\sqrt{3} = \frac{1}{2} HH' (۲ + ۸) \Rightarrow HH' = ۹\sqrt{3} \quad (۱)$$

از طرف دیگر برای پیدا کردن نقطه C روی خط d به طوری که محیط مثلث ABC کمترین باشد از مسئله هرون استفاده می‌کنیم. به این صورت که بازتاب A را نسبت به d نقطه A' می‌نامیم و از A' به B وصل می‌کنیم تا خط d را در نقطه C قطع کند. در این صورت $CA + CB$ کمترین مقدار را خواهد داشت، در نتیجه محیط ABC کمترین مقدار را دارد. در ضمن می‌دانیم بازتاب اندازه زاویه را حفظ می‌کند، بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \xrightarrow{\hat{C}_2 = \hat{C}_3} \hat{C}_1 = \hat{C}_3 \\ \hat{H} = \hat{H}' = ۹۰^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{(ز)} \triangle ACH' \sim \triangle BCH \Rightarrow \frac{CH'}{CH} = \frac{AH'}{BH}$$

$$\Rightarrow \frac{CH'}{CH} = \frac{۲}{۸} = \frac{۱}{۴} \xrightarrow{\text{ترکیب درمخرج}} \frac{CH'}{CH + CH'} = \frac{۱}{۴ + ۱} \xrightarrow{\text{از (۱)}} \frac{CH'}{۹\sqrt{3}} = \frac{۱}{۵}$$

$$\Rightarrow CH' = \frac{۹\sqrt{3}}{۵} = ۱/۸\sqrt{3}$$



۲۶- جعبه‌ای شامل ۴ مهره سبز و ۶ مهره قرمز است. مهره‌های آن را یکی پس از دیگری از ظرف خارج می‌کنیم. احتمال آن که مهره دوم سبز و هر دو مهره پنجم و نهم قرمز باشند، کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (۱) \qquad \frac{1}{8} \quad (۳) \qquad \frac{1}{6} \quad (۲) \qquad \frac{1}{9} \quad (۴)$$

احتمال آن که مهره دوم سبز و هر دو مهره پنجم و نهم قرمز باشند، با احتمال آن که مهره اول سبز و هر دو مهره دوم و سوم قرمز باشند، معادل است، (زیرا با در نظر گرفتن تمام حالت‌ها برای مهره‌های مابین می‌بینیم که در نهایت تأثیری ندارند):

$$P(\text{سومی قرمز} \cap \text{دومی قرمز} \cap \text{اولی سبز}) = P$$

$$P(\text{دومی قرمز} \cap \text{اولی سبز} \mid \text{سومی قرمز}) \cdot P(\text{اولی سبز} \mid \text{دومی قرمز}) \cdot P(\text{اولی سبز}) = P$$

$$= \frac{4}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{1}{6}$$

$|S|$ تعداد حالت‌های چیدن ۴ مهره سبز و ۶ مهره قرمز در یک ردیف است. که به $\binom{10}{4} = \frac{10!}{4! \times 6!}$ طریق امکان‌پذیر است. $|A|$ تعداد

حالت‌های چیدن ۴ مهره سبز و ۶ مهره قرمز است به شرطی که جایگاه دوم سبز و هر دو جایگاه پنجم و نهم قرمز باشند:

		س		ق		ق			
--	--	---	--	---	--	---	--	--	--

که این کار به $\binom{7}{3} = \frac{7!}{3! \times 4!}$ طریق امکان پذیر است، پس:

$$P = \frac{\frac{7!}{3! \times 4!}}{\frac{10!}{4! \times 6!}} = \frac{1}{6}$$

پیشامدهای مستقل و وابسته

اگر A و B دو پیشامد باشند به طوری که احتمال رخ دادن یکی روی دیگری تأثیری نداشته باشد این دو پیشامد را **مستقل** می گویند. مثلاً احتمال قبولی سارا و تارا در درس ریاضی مستقل از هم است و فقط به تلاش هر کدام از آنها بستگی دارد. در پیشامدهای مستقل A و B داریم:

$$P(A|B) = P(A) \text{ (چون B تأثیری روی A ندارد)}$$

در نتیجه:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Leftrightarrow A, B \text{ مستقل اند}$$

دو پیشامدی که مستقل نباشند، **وابسته** هستند. یعنی در محاسبه احتمال A که وابسته به وقوع B است ابتدا باید ببینیم کدام حالت برای B رخ داده!

مثلاً می خواهیم بدانیم آیا در سال گذشته میزان بارندگی بالاتر ۱۰ میلی متر مکعب بوده است یا خیر؟ برای آن ابتدا باید بدانیم اصلاً بارندگی رخ داده یا نداده؟ اگر هیچ بارندگی ای رخ نداده باشد، اندازه گیری حجم آب حاصل از آن دیگر معنی ندارد! پس اینجا A (بیشتر بودن حجم بارندگی از ۱۰ میلی متر) به B (وقوع یا عدم وقوع بارش) بستگی دارد.

قانون ضرب احتمال

برای محاسبه احتمال رخداد همزمان دو پیشامد A و B با استفاده از احتمال شرطی به دست می آید:

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A|B)$$

که به **قانون ضرب احتمال** معروف است. تعمیم آن برای ۳ پیشامد A، B و C به صورت زیر است:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B|A) \times P(C|A \cap B)$$



۲۷- جعبه A شامل ۲ مهره سفید و ۱ مهره قرمز و جعبه B شامل ۴ مهره سفید و ۳ مهره قرمز است. دو مهره به تصادف از B برداشته و در جعبه A می‌اندازیم و سپس یک مهره به تصادف از A بیرون می‌آوریم. احتمال سفید بودن این مهره کدام است؟

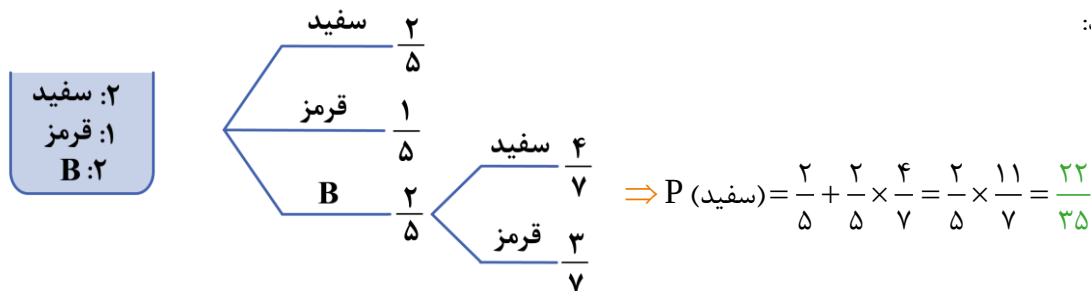
(۱) $\frac{25}{42}$ (۲) $\frac{15}{28}$ (۳) $\frac{22}{35}$ (۴) $\frac{10}{21}$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۵۵ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

روش اول

جعبه A به شکل زیر تغییر می‌کند:



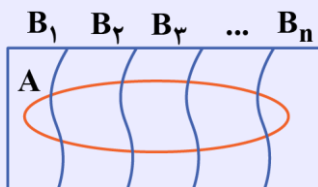
روش دوم

اگر مهره انتخاب شده از مهره‌های متعلق به خود A باشد، احتمال سفید یا قرمز بودن آن با توجه به مهره‌هایی که از ابتدا در آن بوده تعیین می‌شود، اما اگر مهره انتخاب شده از جعبه B آمده باشد، احتمال سفید یا قرمز بودنش با توجه به جعبه B مشخص می‌شود:

$$\Rightarrow P(\text{سفید}) = P(A)P(\text{سفید} | A) + P(B)P(\text{سفید} | B) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{2}{5} + \frac{8}{35} = \frac{22}{35}$$

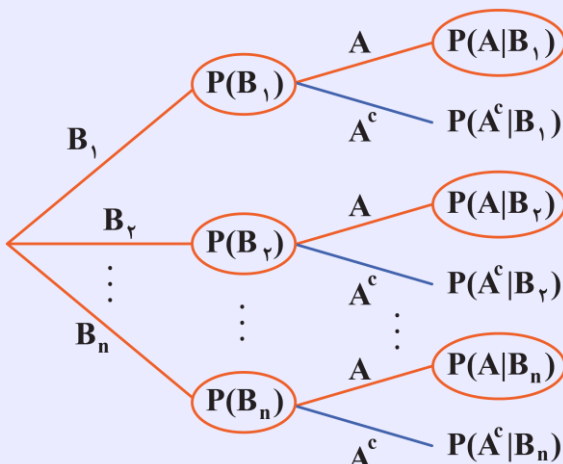
قانون احتمال کل

برخی مواقع وقوع یک رویداد پس از رویداد دیگری اتفاق می‌افتد و احتمال آن در هر حالت به این بستگی دارد که ابتدا کدام پیشامد در رویداد اول رخ داده است. در این صورت محاسبه احتمال وقوع رویداد A به صورت زیر خواهد بود که به آن **قانون احتمال کل** می‌گویند.



$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n)$$

رسم نمودار درختی برای محاسبه چنین احتمال‌هایی بسیار مفید است.



اعداد یک مسیر نارنجی افقی را در هم ضرب کرده و سپس مجموع اعداد تمام شاخه‌ها را به دست می‌آوریم.

۲۸- حسن و حسین فرزندان از یک خانواده چهار فرزندی هستند. احتمال این که حسین فرزند اول خانواده باشد در صورتی که بین حسن و حسین خواهری وجود داشته باشد، چقدر است؟

$$(۱) \frac{3}{8} \quad (۲) \frac{1}{4} \quad (۳) \frac{1}{3} \quad (۴) \frac{5}{14}$$

پاسخ: گزینه ۴

(سخت - ترکیبی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۵۸ - ۱۱۰۲

روش اول

با استفاده از قانون بیز داریم:

$$P(\text{خواهری بین حسن و حسین} \mid \text{حسین فرزند اول}) = \frac{P(\text{خواهری بین حسن و حسین} \cap \text{حسین فرزند اول})}{P(\text{خواهری بین حسن و حسین})}$$

حال برای محاسبه احتمال این که بین حسن و حسین یک خواهر وجود داشته باشد داریم:

$$P(\text{حسن و حسین دوم و چهارم}) + P(\text{حسن و حسین اول و چهارم}) + P(\text{حسن و حسین اول و سوم}) = P(\text{وجود خواهر بین حسن و حسین})$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + 2 \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{7}{24}$$

↑ خواهر بین حسن و حسین ↑ خواهر بین حسن و حسین ↑ خواهر بین حسن و حسین
↓ حسین ↓ حسن ↓ حداقل ۱ خواهر بین حسن و حسین

حال در صورت کسر چون فقط می‌خواهیم حسین اول باشد داریم:

$$P(\text{خواهری بین حسن و حسین} \cap \text{حسین فرزند اول}) = \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{48}$$

$$P(\text{خواهری بین حسن و حسین} \mid \text{حسین فرزند اول}) = \frac{\frac{5}{48}}{\frac{7}{24}} = \frac{5}{14}$$

دقت کنید که برای این که حسین فرزند اول باشد فقط حالت اول و دوم می‌تواند قابل قبول باشد و در این صورت هم چون جای حسین مشخص شده، دیگر حالتی برای جابه‌جایی حسن و حسین نداریم.

روش دوم

با استفاده از کاهش فضای نمونه داریم:

اگر این خانواده ۳ فرزند پسر و یک فرزند دختر داشته باشد:

$$4 = 2! + 2! = \text{تعداد حالت‌ها} \Rightarrow (\text{حسن}, \boxed{\text{پ}}, \boxed{\text{د}}, \text{حسن}) \text{ یا } (\text{حسین}, \boxed{\text{د}}, \boxed{\text{پ}}, \text{حسن})$$

$$2 = 2! = \text{تعداد حالت‌ها} \Rightarrow \boxed{\text{پ}}, \text{حسن}, \boxed{\text{د}}, \text{حسین}$$

$$2 = 2! = \text{تعداد حالت‌ها} \Rightarrow \boxed{\text{د}}, \text{حسن}, \boxed{\text{پ}}, \text{حسین}$$

اگر این خانواده ۲ فرزند پسر و ۲ فرزند دختر داشته باشد:

$$2 = 2! = \text{تعداد حالت‌ها} \Rightarrow \boxed{\text{د}}, \text{حسن}, \boxed{\text{د}}, \text{حسین}$$

$$2 = 2! = \text{تعداد حالت‌ها} \Rightarrow \boxed{\text{د}}, \text{حسن}, \boxed{\text{پ}}, \text{حسین}$$

$$2 = 2! = \text{تعداد حالت‌ها} \Rightarrow \boxed{\text{د}}, \text{حسین}, \boxed{\text{د}}, \text{حسن}$$

در بین تمام حالت‌ها که ۱۴ تا هستند فقط در ۵ مورد حسین فرزند اول است، پس:

$$P(\text{خواهری بین حسن و حسین} \mid \text{حسین فرزند اول}) = \frac{5}{14}$$

قانون بیز در واقع فرم شرطی احتمال کل است، یعنی چند تصادف پی‌درپی رخ داده و نتیجه مشاهده شده است. حال می‌خواهیم بررسی کنیم ریشه این اتفاق به کدام یک از اتفاق‌های اولیه برمی‌گردد و هر کدام چند درصد در اتفاقی که افتاده، تاثیرگذار بوده‌اند. فرمول این احتمال همان فرمول احتمال شرطی است ولی باید ابتدا مخرج کسر را به وسیله احتمال کل و نمودار درختی پیدا کنیم. یعنی:

اگر $B_1, B_2, \dots, B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند، که فضای نمونه را افراز می‌کنند، در این صورت برای هر پیشامد دلخواه A و هر $1 \leq i \leq n$ داریم:

$$P(B_i | A) = \frac{P(B_i)P(A | B_i)}{\underbrace{P(B_1)P(A | B_1) + \dots + P(B_n)P(A | B_n)}_{P(A) \text{ احتمال کل}}}$$



۲۹- اگر دو پیشامد A و B مستقل، $P(A|B') = \frac{2}{3}$ و $P(B'|A') = \frac{2}{3}$ باشد، آنگاه $P(A-B)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{10}$

پاسخ: گزینه ۱  آسان - محاسباتی - سریع  - آمار و احتمال صفحه ۶۴ - ۱۱۰۲

اگر A و B مستقل باشند، آنگاه A و B' همچنین A' و B' نیز مستقل خواهند بود:

$$P(A|B') = \frac{2}{3} \Rightarrow P(A) = \frac{2}{3}$$

$$P(B'|A') = \frac{2}{3} \Rightarrow P(B') = \frac{2}{3}$$

$$P(A-B) = P(A \cap B') = P(A) \times P(B') = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$



اگر A و B مستقل باشند جفت مجموعه‌های زیر نیز مستقل‌اند:

$(A, B'), (A', B), (A', B')$



۳۰- در یک اجتماع n نفری فراوانی نسبی افرادی که گروه خونی A دارند $\frac{1}{11}$ ، زاویه مرکزی مربوط به افرادی که گروه خونی B دارند، 60° و درصد فراوانی نسبی افرادی که گروه خونی AB دارند ۲۵ درصد است. اگر ۴۸ نفر از این اجتماع، گروه خونی O داشته باشند، آنگاه رقم دهگان عدد n کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

پاسخ: گزینه ۱  متوسط - ترکیبی - استاندارد  - آمار و احتمال صفحه ۷۸ - ۱۱۰۳

می‌دانیم که درصد فراوانی نسبی دسته α م در جامعه‌ای n عضوی برابر است با:

$$\frac{f_i}{n} \times 100$$

و اگر زاویه مرکزی نظیر دسته α م برابر با α درجه باشد، فراوانی آن برابر است با:

$$f_i = \frac{\alpha}{360} \times n$$

بنابراین برای محاسبه فراوانی نسبی گروه خونی B و گروه خونی AB داریم:

$$\theta_B = 6^\circ \Rightarrow \frac{f_B}{n} = \frac{6^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{f_{AB}}{n} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

حال می‌دانیم که مجموع فراوانی نسبی همه دسته‌ها برابر با ۱ می‌شود، پس:

$$\frac{f_A + f_B + f_{AB} + f_O}{n} = 1 \Rightarrow \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{f_O}{n} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{f_O}{n} = 1 - \left[\frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} \right] = \frac{6}{12} \Rightarrow \frac{48}{n} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow n = 96$$

فراوانی

به تعداد دفعات تکرار یک نوع داده در بین کل اعضای نمونه فراوانی می‌گویند.

اگر k نوع داده متفاوت داشته باشیم، فراوانی آن‌ها را به ترتیب با $f_1, f_2, \dots, f_k$ نشان می‌دهند. توجه داریم که هر کدام از آن‌ها حتما عددی بین صفر تا n (تعداد اعضای کل نمونه) است.

توجه!

$$f_1 + f_2 + \dots + f_k = n$$

جمع کل فراوانی‌ها برابر است با n .

فراوانی نسبی

به نسبتی که از تقسیم فراوانی یک داده بر تعداد کل اعضای نمونه به دست می‌آید، فراوانی نسبی داده می‌گویند.

در نمونه‌ای به تعداد اعضای n و فراوانی‌های $f_1, f_2, \dots, f_k$ ، فراوانی‌های نسبی برابرند با:

$$\frac{f_1}{n}, \frac{f_2}{n}, \dots, \frac{f_k}{n}$$

توجه!

$$\frac{f_1}{n} + \frac{f_2}{n} + \dots + \frac{f_k}{n} = \frac{n}{n} = 1$$

جمع کل فراوانی نسبی‌ها برابر است با ۱.

درصد فراوانی نسبی (درصد فراوانی نسبی)

اگر فراوانی نسبی را در ۱۰۰ ضرب کنیم، درصد فراوانی نسبی به دست می‌آید.

در نمونه‌ای به تعداد اعضای n و فراوانی‌های نسبی $\frac{f_1}{n}, \frac{f_2}{n}, \dots, \frac{f_k}{n}$ ، درصدهای فراوانی نسبی برابرند با:

$$\frac{f_1}{n} \times 100, \frac{f_2}{n} \times 100, \dots, \frac{f_k}{n} \times 100$$

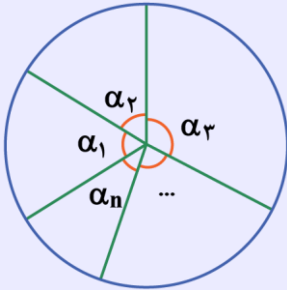
توجه!

$$\left(\frac{f_1}{n} + \frac{f_2}{n} + \dots + \frac{f_k}{n} \right) \times 100 = \frac{n}{n} \times 100 = 100$$

جمع کل درصدهای فراوانی نسبی برابر است با ۱۰۰ درصد است.

 نمودار دایره‌ای برای نمایش داده‌ها

برای نمایش داده‌ها با استفاده از نمودار دایره‌ای، فراوانی نسبی هر داده در 360° را در نظر گرفته و آن را به منزله زاویه مرکزی نظیر این داده در دایره قرار می‌دهیم. به عنوان مثال اگر جامعه n عضو و k نوع داده داشته باشد برای هر α_i ، $1 \leq i \leq k$ زاویه نظیر داده دسته i ام در دایره است و داریم:



$$\alpha_i = \frac{\text{تعداد اعضای دسته } i\text{-ام}}{\text{تعداد اعضای کل جامعه}} \times 360^\circ = \frac{f_i}{n} \times 360^\circ$$





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید QR Code

جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم + مغناطیس

(تا ابتدای میدان مغناطیسی حاصل از سیملوله حامل جریان) - صفحه‌های ۶۷ تا ۹۹

بودجه‌بندی
این آزمون

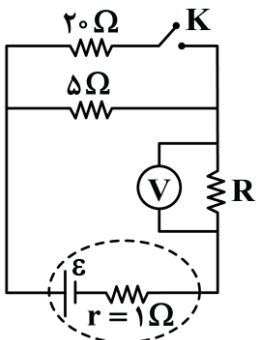
سهم در
کنکور

درمجموع ۴ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.

۳۱- در مدار شکل زیر، با بستن کلید K، عدد نشان داده شده توسط ولت‌سنج ایده‌آل از ۲۵V به ۲۷V افزایش می‌یابد. نیروی محرکه

باتری چند ولت است؟

- (۱) ۳۰
(۲) ۳۵
(۳) ۴۰
(۴) ۴۵



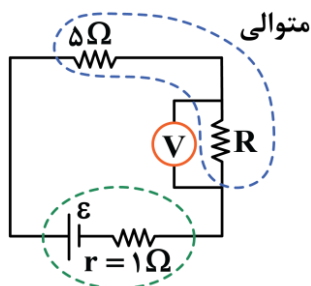
(متوسط - محاسباتی - زمان‌بَر - صفحه ۷۳ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

راه نجات سریع

برای دو حالت کلید باز و کلید بسته، اول R_{eq} رو به دست بیار. بعد به کمک رابطه $I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r}$ جریان عبوری از مقاومت R رو پیدا کن. در نهایت از رابطه $V = RI$ ، ولتاژ مقاومت R رو برای دو حالت حساب کن و با مقایسه اون‌ها ادامه بده.

گام اول



$$R_{eq} = 5 + R$$

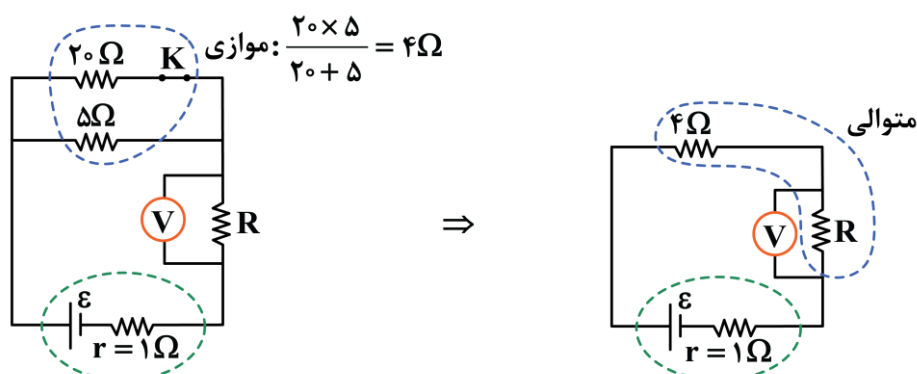
$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{\epsilon}{5 + R + 1} = \frac{\epsilon}{R + 6}$$

ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R را نشان می‌دهد، بنابراین با توجه به قانون اهم داریم:

$$V_R = RI \xrightarrow{I = \frac{\epsilon}{R+6}} V_R = \frac{R\epsilon}{R+6} = 25 \quad (1)$$

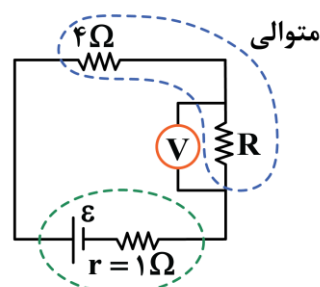
گام دوم

بعد از بسته شدن کلید K داریم:



$$\text{موازی: } \frac{20 \times 5}{20 + 5} = 4 \Omega$$

$\Rightarrow$



$$R'_{eq} = R + r$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{\varepsilon}{R + r + 1} = \frac{\varepsilon}{R + 5}$$

$$V'_R = RI' \xrightarrow{I' = \frac{\varepsilon}{R+5}} V'_R = \frac{R\varepsilon}{R+5} = 27 \quad (2)$$

کام آخر

با تقسیم طرفین روابط (۱) و (۲) داریم:

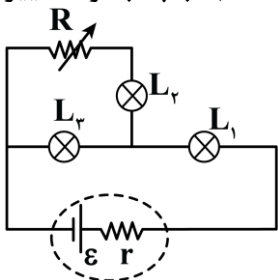
$$\frac{V'_R}{V_R} = \frac{\frac{R\varepsilon}{R+5}}{\frac{R\varepsilon}{R+6}} = \frac{R+6}{R+5} \xrightarrow{\frac{V'_R=27V}{V_R=25V}} \frac{27}{25} = \frac{R+6}{R+5} \Rightarrow 27R + 135 = 25R + 150 \Rightarrow 2R = 15 \Rightarrow R = \frac{15}{2} \Omega$$

بنابراین با توجه به رابطه (۱) داریم:

$$\frac{R\varepsilon}{R+6} = 25 \Rightarrow \frac{\frac{15}{2} \times \varepsilon}{\frac{15}{2} + 6} = 25 \Rightarrow \frac{3\varepsilon}{27} = 5 \Rightarrow \varepsilon = 45V$$



۳۲- در مدار شکل زیر، با افزایش مقاومت رئوستا، روشنایی هر یک از لامپ‌های L_1 ، L_2 و L_3 به ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می‌کند؟



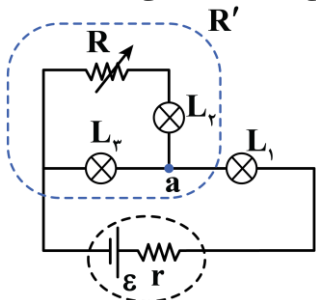
- (۱) کاهش، کاهش و کاهش
- (۲) افزایش، افزایش و کاهش
- (۳) کاهش، کاهش و افزایش
- (۴) کاهش، افزایش و کاهش

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۷۳ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

کام اول

با افزایش مقاومت رئوستا، مقاومت کل مدار افزایش یافته و جریان خروجی از باتری که از لامپ L_1 نیز عبور می‌کند، کاهش می‌یابد:



$$R \uparrow \Rightarrow R_{eq} \uparrow \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}} I \downarrow$$

$$P_{L_1} = R_{L_1} I^2 \xrightarrow{I \downarrow, R_{L_1} \text{ ثابت}} P_{L_1} \downarrow \Rightarrow \text{روشنایی لامپ } L_1 \text{ کاهش می‌یابد.}$$

کام دوم

با کاهش جریان خروجی از باتری، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری، افزایش و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر لامپ L_1 کاهش می‌یابد، بنابراین داریم:

$$V_{\text{باتری}} = V_{L_1} + V_{R'} \xrightarrow{\substack{V_{L_1} \downarrow \\ V_{\text{باتری}} \uparrow}} V_{R'} \uparrow$$

با افزایش اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R' ، نتیجه می‌گیریم اختلاف پتانسیل الکتریکی لامپ L_3 افزایش یافته و در نتیجه توان مصرفی و روشنایی لامپ L_3 نیز افزایش می‌یابد.

$$V_{L_3} \uparrow \xrightarrow[\text{ثابت: } R_{L_3}]{V_{L_3} = R_{L_3} I_{L_3}} I_{L_3} \uparrow$$

$$\xrightarrow[\text{در نقطه } a]{I \downarrow, I_{L_3} \uparrow} I_{L_2} \downarrow \Rightarrow \text{توان مصرفی و روشنایی لامپ } L_2 \text{ کاهش می‌یابد.}$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر در ترتیب تحلیل روشنایی لامپ‌های L_2 و L_3 اشتباه کنید، در دام گزینه (۴) می‌افتید.

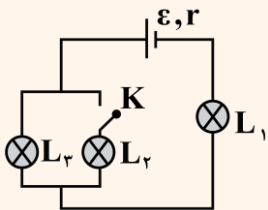
بررسی تغییر در مدارهای الکتریکی

در این درس‌نامه به بررسی سؤالاتی می‌پردازیم که در آن‌ها مقدار یک مقاومت تغییر می‌کند یا کلیدی باز یا بسته می‌شود و اثر این تغییرات بر مقادیر ولت‌سنج‌ها، آمپرسنج‌ها و یا نور لامپ‌ها از ما پرسیده می‌شود. برای حل این نوع از سؤالات می‌توانیم گام‌های زیر را طی کنیم.

- ۱- تعیین می‌کنیم مقاومت معادل مدار چگونه تغییر کرده است.
- ۲- با توجه به نتیجه گام قبل، تعیین می‌کنیم جریان خروجی از باتری چگونه تغییر می‌کند.
- ۳- با مشخص شدن تغییرات جریان خروجی از باتری، تغییر نور برخی از لامپ‌ها و یا تغییرات اعداد برخی از ولت‌سنج‌ها و آمپرسنج‌های مدار مشخص می‌شود. برای تعیین تغییرات نور لامپ‌های دیگر و مقادیر سایر ولت‌سنج‌ها و آمپرسنج‌ها ولتاژ باتری را بررسی می‌کنیم.

یه نمونه باحال

در مدار مقابل با بستن کلید K ، نور لامپ‌های L_1 و L_3 چگونه تغییر می‌کند؟



پاسخ تشریحی:

برای حل این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم.

گام اول: با بستن کلید K ، دو لامپ L_2 و L_3 باهم موازی می‌شوند و در نتیجه مقاومت معادل مدار، کاهش می‌یابد.

گام دوم: با کاهش مقاومت معادل مدار، جریان خروجی از باتری زیاد می‌شود. چون جریان باتری به‌طور کامل از لامپ L_1 می‌گذرد، با افزایش جریان، نور L_1 هم زیاد می‌شود.

گام آخر: جریان کل مدار زیاد شده است، ولی این جریان با بسته شدن کلید باید بین دو لامپ L_2 و L_3 تقسیم شود؛ بنابراین با کمک جریان نمی‌توانیم تغییرات نور لامپ L_3 را بررسی کنیم. برای این کار از تغییرات ولتاژ باتری در مدار کمک می‌گیریم.

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI \quad \uparrow \Rightarrow V_{\text{باتری}} \downarrow$$

$$\downarrow V_{\text{باتری}} = \uparrow V_{L_1} + V_{L_3} \Rightarrow V_{L_3} \downarrow$$

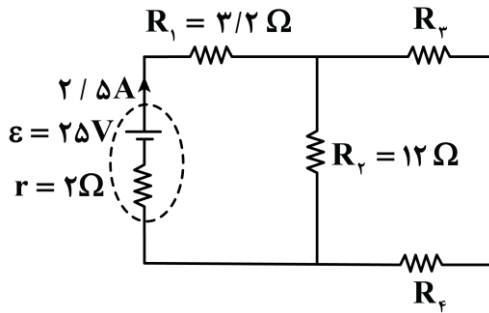
بنابراین نور لامپ L_3 با کاهش ولتاژ آن کم شده است. راه‌حل این مثال را می‌توان به‌صورت زیر خلاصه کرد:

$$K \text{ بستن کلید} \Rightarrow R_{eq} \downarrow \Rightarrow I_t \uparrow \Rightarrow L_1 \text{ پرنورتر}$$

$$I_t \uparrow \Rightarrow V_{\text{باتری}} \downarrow \Rightarrow V_{L_3} \downarrow \Rightarrow L_3 \text{ کم‌نورتر}$$



۳۳- در مدار شکل زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R_3 برابر با $3V$ است. توان مصرفی مقاومت R_4 چند وات است؟



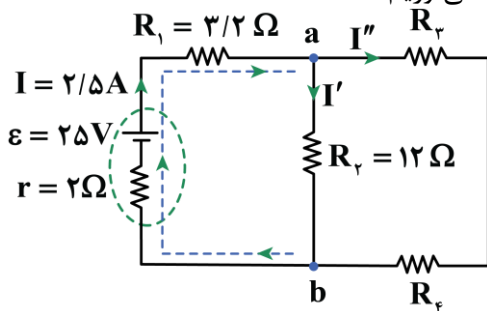
- (۱) ۶
(۲) $13/5$
(۳) ۱۲
(۴) $14/5$

(متوسط - محاسباتی - زمان بر - صفحه ۷۳ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول

ابتدا به کمک مسیر نشان داده شده، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه a و b را به دست می آوریم:



$$V_b + \varepsilon - rI - R_1 I = V_a$$

$$\Rightarrow V_{ab} = \varepsilon - (r + R_1)I = 25 - (2 + 3/2) \times 2/5$$

$$\Rightarrow V_{ab} = 12V$$

گام دوم

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R_3 نیز برابر V_{ab} است، بنابراین جریان عبوری از آن (I') برابر است با:

$$I' = \frac{V_{ab}}{R_3} = \frac{12}{12} = 1A$$

$$I = I' + I'' \Rightarrow 2/5 = 1 + I'' \Rightarrow I'' = 1/5 A$$

مجموع جریان های ورودی به نقطه a برابر با مجموع جریان های خروجی از آن نقطه است، بنابراین:

$$I = I' + I'' \Rightarrow 2/5 = 1 + I'' \Rightarrow I'' = 1/5 A$$

گام سوم

حالا که جریان عبوری از مقاومت های متوالی R_3 و R_4 را داریم، به کمک اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R_3 می توانیم مقاومت R_3 را به دست آوریم:

$$V_{R_3} = R_3 I'' \Rightarrow 3 = R_3 \times 1/5 \Rightarrow R_3 = 2\Omega$$

گام چهارم

اختلاف پتانسیل الکتریکی مقاومت معادل مقاومت های R_3 و R_4 نیز برابر با V_{ab} است، بنابراین داریم:

$$V_{R_3,4} = V_{ab} \xrightarrow{\text{مقاومت های } R_3, R_4 \text{ متوالی اند.}} (R_3 + R_4)I'' = V_{ab} \Rightarrow (2 + R_4) \times 1/5 = 12 \Rightarrow R_4 = 6\Omega$$

گام آخر

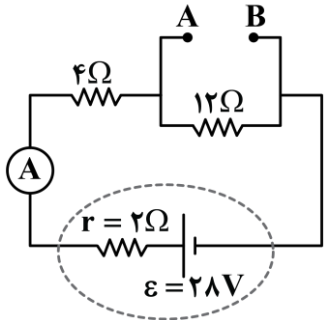
$R_4 = 6\Omega$ و جریان عبوری از آن $I'' = 1/5 A$ است، پس به کمک رابطه $P = RI^2$ ، توان مصرفی آن را به دست می آوریم:

$$P_{R_4} = R_4 I''^2 = 6 \times (1/5)^2 = 13/5 W$$

بچه‌ها برای این‌که بتونین خیلی راحت از پس حل این تیپ تست‌ها بریباین، باید پروتکل‌های اختلاف پتانسیل‌نویسی رو خوب بلد باشین. پس حتماً یه سر به درسنامه بزنین تا این روش بسیار مهم تحلیل مدار رو بلد بشین.



۳۴- در مدار شکل زیر، یک بار مقاومت R_1 و بار دیگر مقاومت R_2 را بین نقاط A و B قرار می‌دهیم. اگر در هر دو حالت، توان مصرفی مقاومت قرار داده‌شده بین نقاط A و B، $\frac{2}{3}$ برابر توان مقاومت 4Ω باشد، اختلاف عددی که آمپرسنج آرمانی در این دو حالت نشان می‌دهد، چند آمپر است؟

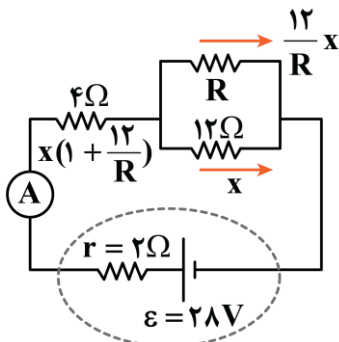


- (۱) ۸/۰
- (۲) ۴/۰
- (۳) ۸/۱
- (۴) ۴/۱

(متوسط - محاسباتی - زمان‌بر ۵ - صفحه ۷۳ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

اگر بین نقاط A و B، یک مقاومت مجهول (R) قرار دهیم، برای مقایسه توان مصرفی مقاومت R و توان مصرفی مقاومت 4Ω به صورت زیر عمل می‌کنیم:



$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_R}{P_{4\Omega}} = \frac{R(\frac{12}{R}x)^2}{4x^2(1 + \frac{12}{R})^2} \Rightarrow \frac{R \times \frac{144}{R^2}}{4(1 + \frac{12}{R})^2} = \frac{2}{3}$$

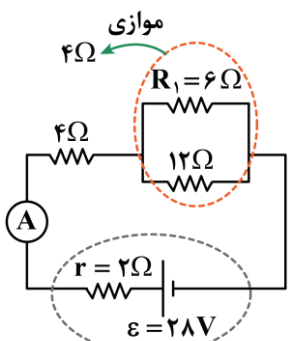
$$\Rightarrow \frac{54}{R} = (1 + \frac{12}{R})^2 \Rightarrow \frac{54}{R} = 1 + \frac{24}{R} + \frac{144}{R^2}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{30}{R} + \frac{144}{R^2} = 0 \Rightarrow R^2 - 30R + 144 = 0$$

$$\Rightarrow (R - 6)(R - 24) = 0 \Rightarrow \begin{cases} R_1 = 6\Omega \\ R_2 = 24\Omega \end{cases}$$

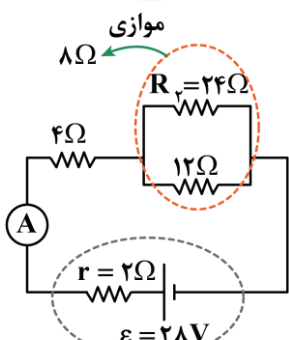
حال عدد آمپرسنج را در دو حالت محاسبه می‌کنیم:

حالت اول



$$R_{eq} = 4 + 4 = 8\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{28}{2 + 8} = 2/8A$$



$$R'_{eq} = 8 + 4 = 12\Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{r + R'_{eq}} = \frac{28}{2 + 12} = 2A$$

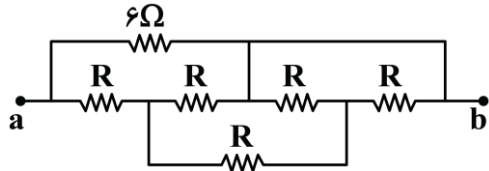
حالت دوم

بنابراین اختلاف عدد نشان داده شده توسط آمپرسنج در دو حالت برابر است با:

$$I - I' = 0.8A$$



۳۵- در مدار شکل زیر، مقدار R چند اهم باشد تا مقاومت الکتریکی معادل بین دو نقطه a و b برابر با $8R/5$ باشد؟



(۱) $1/75$

(۲) $2/75$

(۳) $3/75$

(۴) $4/75$

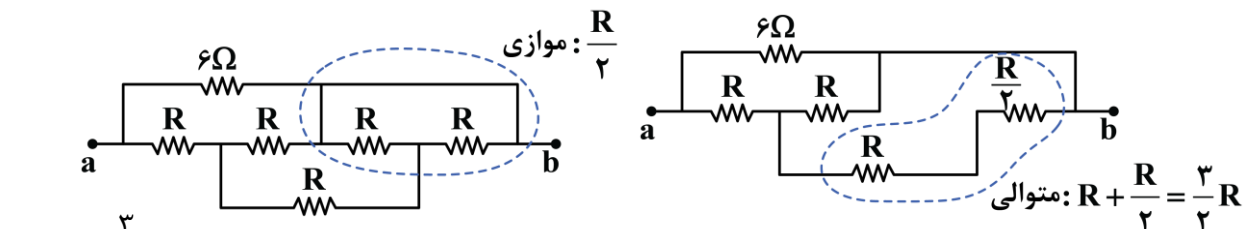
(متوسط - محاسباتی - زمان ۲۰ - صفحه ۷۳ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

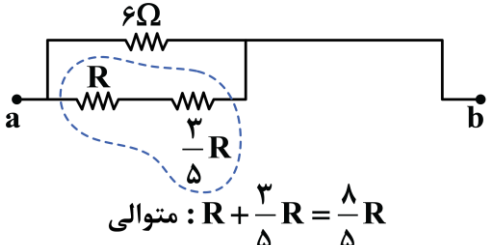
راهنمای زنگ بازی

در ساده سازی مدار اگر n تا مقاومت موازی داریم، به جز یکی، بقیه مقاومت ها رو حذف کنید و به جای اون یه دونه ای که نگه داشتین، مقاومت معادل این n تا موازی ها رو بنویسین.

دوتا مقاومت R که نشون دادیم با هم موازی هستند و یکی رو حذف کردیم و به جای اون یه دونه، معادل رو نوشتیم:



$$\frac{3}{2}R \parallel R = \frac{\frac{3}{2}R \times R}{\frac{3}{2}R + R} = \frac{3}{5}R \Rightarrow \frac{3}{5}R \text{ خواهیم داشت.}$$

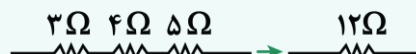


مشاهده می کنید که مقاومت $8R/5$ با مقاومت 6Ω موازی بوده و داریم:

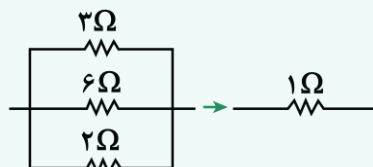
$$R_{ab} = \frac{8R}{5} \parallel 6 = \frac{\frac{8R}{5} \times 6}{\frac{8R}{5} + 6} = \frac{48R}{8R + 30} \xrightarrow{R_{ab} = \frac{4}{5}R} \frac{48R}{8R + 30} = \frac{4}{5}R \Rightarrow \frac{6}{4R + 15} = \frac{1}{5} \Rightarrow 4R = 15 \Rightarrow R = \frac{15}{4} = 3.75\Omega$$

جرقه ذهنی

وقتی چند مقاومت با هم متوالی هستند، می توانید یکی از آن ها را نگه داشته و به جای بقیه آن ها سیم خالی بکشید و مقاومت معادلشان را بر روی آن مقاومتی که نگه داشته اید، بنویسید. به عنوان مثال در شکل زیر، به جای سه مقاومت 3Ω ، 4Ω و 5Ω مقاومت معادل آن ها یعنی 12Ω را قرار می دهیم.



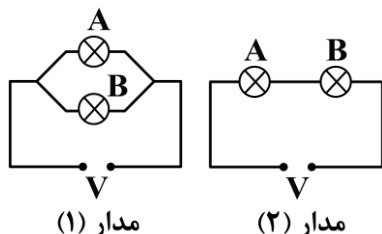
در حالتی که چند مقاومت با هم موازی هستند، می توانید یکی از آن ها را نگه داشته و بقیه را پاک کنید و مقاومت معادلشان را بر روی آن مقاومتی که نگه داشته اید بنویسید. به عنوان مثال در شکل مقابل داریم:



چهارها در این تست یک قلق خیلی خفن بهتون یاد دادیم تا خیلی سریع و راحت بتونین مدار رو ساده کنین. این قلق در واقع به شما دید مداری میده تا به راحتی از عهده تحلیل ترکیب مقاومت‌ها بریاین. پس حتماً به سر به پاسخ‌نامه بزنین.



۳۶- دو لامپ رشته‌ای در اختیار داریم که جنس و طول رشته آن‌ها یکسان است، ولی رشته لامپ B ضخیم‌تر از رشته لامپ A است. این دو لامپ را یک‌بار طبق مدار شکل (۱) و بار دیگر طبق مدار شکل (۲) به منبع نیروی محرکه وصل می‌کنیم. کدام لامپ، پرنورترین لامپ خواهد بود؟



- (۱) لامپ A در مدار
- (۲) لامپ A در مدار
- (۱) لامپ B در مدار
- (۲) لامپ B در مدار

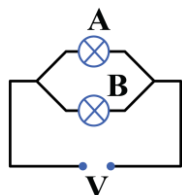
(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۷۳ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

رشته لامپ B ضخیم‌تر است، بنابراین طبق رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، مقاومت الکتریکی لامپ B کمتر از مقاومت الکتریکی لامپ A است.

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow[\rho_A = \rho_B]{L_A = L_B} \frac{R_B}{R_A} = \frac{A_A}{A_B} \xrightarrow{A_B > A_A} R_B < R_A$$

هنگامی که لامپ‌ها به‌طور متوالی به منبع ولتاژ وصل می‌شوند، ولتاژ منبع بین آن‌ها تقسیم می‌شود، در حالی که در اتصال موازی، ولتاژ هر دو لامپ، برابر ولتاژ منبع است، بنابراین در مدار (۱) که لامپ‌ها به‌طور موازی متصل شده‌اند، توان مصرفی آن‌ها بیشتر است و نور آن‌ها نیز بیشتر خواهد بود.



برای مقایسه توان مصرفی لامپ‌ها در مدار (۱) داریم:

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{V_A = V_B = V} \frac{P_A}{P_B} = \frac{R_B}{R_A} \xrightarrow{R_B < R_A} \frac{P_A}{P_B} < 1 \Rightarrow P_A < P_B$$

بنابراین پرنورترین لامپ، لامپ B در مدار (۱) است.

یادآوری

طبق رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ درمی‌یابیم مقاومت الکتریکی یک سیم به جنس، طول و سطح مقطع سیم وابسته است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2}$$

نکته

۱- در اتصال موازی مقاومت‌ها به یکدیگر، با توجه به برابر بودن اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت‌ها و با توجه به رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، توان مصرفی در هر مقاومت با مقدار هر مقاومت، رابطه عکس دارد.

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{V: \text{ثابت}} \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2}$$

یعنی در اتصال موازی مقاومت‌ها، هر چه مقاومت، بزرگ‌تر باشد، توان مصرفی آن کمتر است.

۲- در اتصال متوالی مقاومت‌ها به یکدیگر، با توجه به برابر بودن جریان عبوری از مقاومت‌ها و با توجه به رابطه $P = RI^2$ ، توان مصرفی هر

$$P = RI^2 \xrightarrow{I: \text{ثابت}} \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_2}{R_1}$$

مقاومت با مقدار هر مقاومت، رابطه مستقیم دارد.

یعنی در اتصال متوالی مقاومت‌ها، هرچه مقاومت، بزرگ‌تر باشد، توان مصرفی آن بیشتر است.

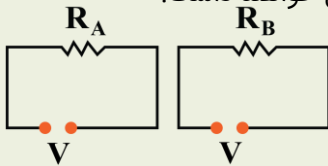
آزمون سراسری ریاضی اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۳

۶۳- دو مقاومت الکتریکی A و B را وقتی به تنهایی به اختلاف پتانسیل الکتریکی ثابتی می‌بندیم، توان مصرفی مقاومت A دو برابر توان مصرفی مقاومت B است. حال اگر آن‌ها را با هم متوالی بسته و دو سر آن‌ها را به همان اختلاف پتانسیل ثابت ببندیم، توان مصرفی مقاومت A چند برابر توان مصرفی مقاومت B است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۲ (۴) ۴

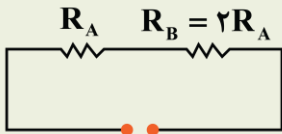
پاسخ تشریحی:

حالت اول: چون اختلاف پتانسیل آن‌ها برابر است، طبق رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، توان و مقاومت باهم رابطه عکس خواهند داشت:



$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{R_B}{R_A} \Rightarrow \frac{2P_B}{P_B} = \frac{R_B}{R_A} \Rightarrow R_B = 2R_A$$

حالت دوم: وقتی که دو مقاومت را به صورت متوالی می‌بندیم، جریان عبوری از آن‌ها برابر با هم است و طبق رابطه $P = RI^2$ ، توان و مقاومت با هم رابطه مستقیم خواهند داشت:

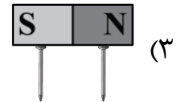
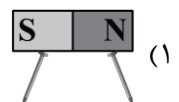
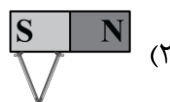


$$R_B = 2R_A \Rightarrow P_B = 2P_A \Rightarrow P_A = \frac{1}{2} P_B$$

پاسخ: گزینه ۱



۳۷- دو میخ آهنی را به قسمت‌های مختلف یک آهنربای میله‌ای نزدیک می‌کنیم. کدامیک از شکل‌های زیر در مورد القای مغناطیسی درست است؟

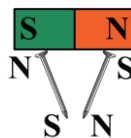


(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۸۵ - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

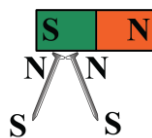
با توجه به القای مغناطیسی، وقتی دو سوزن را به آهنربا نزدیک می‌کنیم یکی از حالات زیر اتفاق می‌افتد:

حالت اول



دو قطب متفاوت: جاذبه

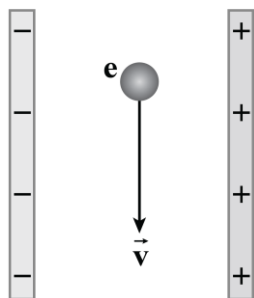
حالت دوم



یک قطب: دافعه



۳۸- مطابق شکل زیر، الکترونی با سرعت ثابت $\vec{v}$ در حال عبور از یک میدان الکتریکی یکنواخت است. برای این که این الکترون بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد، کدام یک از عبارات‌های زیر صحیح هستند؟ (از نیروی وزن وارد بر الکترون صرف نظر کنید.)



الف- میدان مغناطیسی حتماً باید عمود بر صفحه کاغذ و به سمت داخل باشد.

ب- نیروی مغناطیسی حتماً باید به سمت چپ باشد.

ج- خطوط میدان مغناطیسی حتماً باید عمود بر خطوط میدان الکتریکی باشد.

د- نیروی مغناطیسی حتماً باید هم‌راستا با خطوط میدان الکتریکی باشد.

(۴) فقط «الف» و «ب»

(۳) فقط «ب» و «د»

(۲) «الف»، «ج» و «د»

(۱) «الف»، «ب» و «د»

(متوسط - مفهومی - استاندارد) صفحه ۸۹ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

برای این که الکترون بدون انحراف به حرکت خود ادامه دهد، باید نیروی مغناطیسی، نیروی الکتریکی را خنثی کند؛ در نتیجه داریم:



بنابراین عبارات‌های «ب» و «د» درست هستند.

از طرفی برای این که نیروی مغناطیسی وارد بر ذره‌ای که به سمت پایین حرکت می‌کند، به سمت چپ باشد، بی‌شمار جهت برای میدان مغناطیسی وجود دارد و لزومی ندارد که حتماً میدان مغناطیسی درون سو یا عمود بر میدان الکتریکی باشد.

بنابراین عبارات‌های «الف» و «ج» نادرست هستند.

راهنمای مسیر 

مشابه این سؤال به شکل دیگه‌ای توی کنکور مطرح شده. مطمئن باش با بررسی این سؤال مفهوم رو خیلی بهتر می‌فهمی!



۳۹- پروتونی با تندی $\frac{m}{s} \times 10^4 \times \frac{1}{4}$ و با زاویه 53° نسبت به خطوط میدان مغناطیسی در یک میدان مغناطیسی یکنواخت پرتاب می‌شود. اگر زاویه بین جهت حرکت پروتون و خطوط میدان مغناطیسی، 8° کاهش یابد، برای این که اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر پروتون، ثابت بماند، باید تندی آن چند کیلومتر بر ثانیه افزایش یابد؟ ($\sin 53^\circ = 0.8$, $\sqrt{2} = 1.4$)

(۴) ۴

(۳) ۴۰۰۰

(۲) ۲

(۱) ۲۰۰۰

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) صفحه ۸۹ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

طبق رابطه اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در یک میدان مغناطیسی داریم:

$$F = |q|vB \sin \theta \xrightarrow{\text{ثابت } q, B} \frac{F_2}{F_1} = \frac{v_2}{v_1} \times \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \xrightarrow{F_2 = F_1, \theta_1 = 53^\circ, \theta_2 = 53^\circ - 8^\circ = 45^\circ} 1 = \frac{v_2}{v_1} \times \frac{\sin 45^\circ}{\sin 53^\circ}$$

$$\xrightarrow{v_1 = \frac{m}{s} \times 10^4 \times \frac{1}{4}} 1 = \frac{v_2}{\frac{m}{s} \times 10^4 \times \frac{1}{4}} \times \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{0.8} \Rightarrow v_2 = \frac{m}{s} \times 10^4 \times \frac{1}{4} \times \frac{0.8}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow v_2 = \frac{m}{s} \times 10^4 \times \frac{1}{6}$$

در نهایت داریم:

$$v_2 - v_1 = \frac{m}{s} \times 10^4 \times \frac{1}{6} - \frac{m}{s} \times 10^4 \times \frac{1}{4} = \frac{m}{s} \times 10^4 \times \frac{1}{12} = \frac{m}{s} \times 10^4 \times \frac{1}{12} = \frac{km}{s}$$

سوتی‌های پرتکرار 

اگر حواستان به واحد خواسته شده برای کمیت v نباشد، در دام گزینه (۱) می‌افتید!



۴۰- ذره‌ای با بار $2\mu\text{C}$ و با تندی $10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ وارد فضایی دارای دو میدان الکتریکی و مغناطیسی یکنواخت و هم‌جهت $E = 2000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ و $B = 150 \text{G}$ می‌شود. اندازه نیروی خالص وارد بر این ذره چند نیوتون است؟ (از اثر نیروی گرانش و مقاومت هوا صرف‌نظر شود و جهت حرکت ذره بر خطوط میدان‌ها عمود است.)

(۱) $2/5 \times 10^{-3}$ (۲) $2/5 \times 10^{-4}$ (۳) 5×10^{-3} (۴) 5×10^{-4}

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۸۹ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۳

راه نجات سریع

اول اندازه هر کدوم از نیروهای الکتریکی و مغناطیسی رو به دست بیار. بعدش با توجه به عمود بودن نیروها به کمک قضیه فیثاغورس، نیروی خالص رو حساب کن.

گام اول

اندازه نیروی الکتریکی وارد بر ذره را به دست می‌آوریم:

$$F_E = E|q| \Rightarrow F_E = 2000 \times 2 \times 10^{-6} = 4 \times 10^{-3} \text{ N}$$

با توجه به این که بار ذره مثبت است، جهت نیروی الکتریکی، هم‌جهت با خطوط میدان الکتریکی است.

گام دوم

اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره برابر است با:

$$F_B = |q|vB \sin \theta \Rightarrow F_B = 2 \times 10^{-6} \times 10^4 \times 1500 \times 10^{-4} \times 1 = 3 \times 10^{-3} \text{ N}$$

جهت نیروی مغناطیسی، عمود بر خطوط میدان مغناطیسی است.

گام آخر

با توجه به این که نیروی الکتریکی هم‌سو با خطوط میدان‌ها و نیروی مغناطیسی عمود بر خطوط میدان‌ها است، اندازه نیروی خالص وارد بر ذره برابر است با:

$$F_{\text{net}} = \sqrt{F_E^2 + F_B^2} = \sqrt{(4 \times 10^{-3})^2 + (3 \times 10^{-3})^2} = 5 \times 10^{-3} \text{ N}$$

ذره باردار متحرک تحت تأثیر میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی

اگر ذره باردار با سرعت $\vec{v}$ در دو میدان مغناطیسی $\vec{B}$ و الکتریکی $\vec{E}$ که بر هم عمود هستند، عمود بر $\vec{B}$ حرکت کند، دو حالت داریم:

۱- نیروی حاصل از میدان الکتریکی و نیروی حاصل از میدان مغناطیسی یکدیگر را خنثی کنند، ذره با تندی ثابت حرکت می‌کند و از مسیر منحرف نمی‌شود. در این صورت تندی حرکت ذره برابر است با:

$$v = \frac{E}{B}$$

۲- نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی، هم‌جهت باشند، در این صورت داریم:

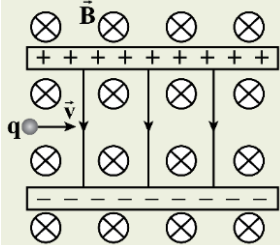
$$F_{\text{net}} = F_E + F_B$$

۳- نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی، بر هم عمود باشند، در این صورت داریم:

$$F_{\text{net}} = \sqrt{F_E^2 + F_B^2}$$

مطابق شکل زیر، ذره‌ای به بار $q = 2\mu\text{C}$ با جرم ناچیز با تندی $v = 2 \times 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در جهت نشان داده شده که عمود بر میدان‌های یکنواخت

$E = 500 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ و $B = 0.2 \text{ T}$ است، وارد فضای این میدان‌ها می‌شود. نیروی خالص وارد بر این ذره در لحظه ورود به میدان‌ها چند نیوتون



$1/8 \times 10^{-3} \text{ (f)}$

$2 \times 10^{-4} \text{ (3)}$

$3 \times 10^{-4} \text{ (2)}$

صفر (۱)

پاسخ تشریحی:

جهت نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت در جهت میدان الکتریکی است و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار مثبت را می‌توانیم به کمک قاعده دست راست مشخص کنیم.

$$F_E = E|q| \rightarrow F_E = 500 \times 2 \times 10^{-6} = 10^{-3} \text{ N}$$

$$F_B = |q|vB \sin \theta \rightarrow F_B = 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^4 \times 0.2 \times 1 = 8 \times 10^{-4} \text{ N}$$

با توجه به این که $\vec{F}_B$ و $\vec{F}_E$ در خلاف جهت هم هستند، داریم:

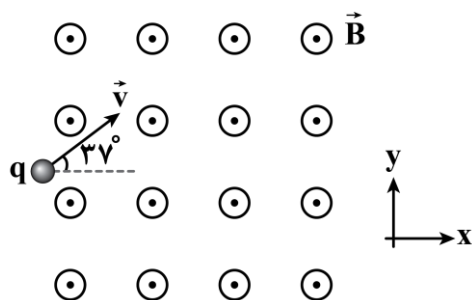
$$F_{\text{net}} = F_E - F_B \rightarrow F_{\text{net}} = 10^{-3} - (8 \times 10^{-4}) = 2 \times 10^{-4} \text{ N}$$

پاسخ: گزینه ۳



۴۱- مطابق شکل زیر، یک ذره باردار در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ ، پرتاب شده است. در این حالت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره است و اگر زاویه بین $\vec{B}$ و $\vec{v}$ ، 37° کاهش یابد، بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر ذره، می‌یابد.

$(\sin 37^\circ = 0.6)$



(۱) 0.6 نیروی مغناطیسی بیشینه - افزایش

(۲) بیشینه - کاهش

(۳) 0.6 نیروی مغناطیسی بیشینه - کاهش

(۴) بیشینه - افزایش

(متوسط - مفهومی - استاندارد ۱ - صفحه ۸۹ - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

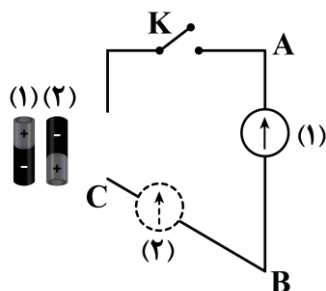
با توجه به شکل درمی‌یابیم که میدان مغناطیسی بر صفحه عمود است؛ بنابراین زاویه بین $\vec{B}$ و $\vec{v}$ 90° درجه است؛ در نتیجه اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره بیشینه است. از طرفی اگر این زاویه 37° کاهش یابد، $\theta = 90 - 37 = 53^\circ$ خواهد شد و اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره طبق رابطه $F = |q|vB \sin \theta$ کاهش می‌یابد.

سوتی‌های پرتکرار

حواست باشه زاویه 37° درجه توی این سؤال انحرافیه تا توی دام گزینه (۱) بیفتی!



۴۲- در مدار شکل زیر، اگر باتری را در مدار قرار دهیم، بعد از بستن کلید K، عقربه (۱) که بر روی سیم AB قرار دارد، در جهت حرکت عقربه‌های ساعت شروع به چرخش می‌کند و عقربه (۲) که در زیر سیم BC قرار دارد، بعد از تعادل، به شکل قرار می‌گیرد.



- (۱) و (۱) ☐
- (۲) و (۱) ☒
- (۳) و (۲) ☒
- (۴) و (۲) ☐

(متوسط - مفهومی - سریع) - صفحه ۹۵ - ۱۱۰۳

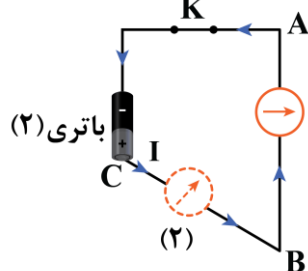
پاسخ: گزینه ۴

کام اول

با قرار دادن یکی از باتری‌ها در مدار و بستن کلید، جریان الکتریکی در مدار برقرار می‌شود. جهت جریان در سیم AB یا در جهت A به B و یا در جهت B به A خواهد بود. با توجه به این که عقربه (۱) در جهت حرکت عقربه‌های ساعت چرخش می‌کند و از طرفی هم این عقربه بر روی سیم AB قرار دارد، پس طبق قاعده دست راست، باید جریان سیم AB در جهت B به A باشد تا جهت چرخش چهار انگشت دست راست در بالای سیم AB به سمت راست باشد، بنابراین باید باتری (۲) در مدار قرار بگیرد.

کام آخر

با توجه به جهت جریان عبوری از سیم BC و به کمک قاعده دست راست، میدان مغناطیسی در زیر سیم BC و در محل عقربه (۲) در جهت خواهد بود، پس عقربه مغناطیسی (۲) هم در این جهت قرار می‌گیرد.



سوئی‌های پرتکرار

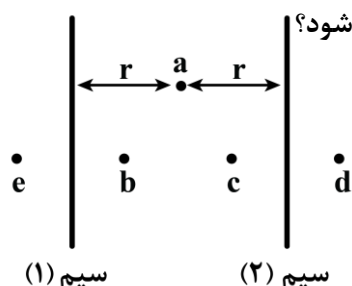
اگر حواست نباشه که عقربه (۲) در زیر سیم BC قرار داره در دام گزینه (۳) می‌افتید!

راهنمای مسیر

اگر این سؤال رو نتونستی جواب بدی، پس مفهوم میدان مغناطیسی اطراف سیم راست و یا استفاده از قاعده دست راست رو هنوز کامل یاد نگرفتی و حتماً با مراجعه به درسنامه و پاسخنامه سعی کن تسلطت رو بر روی این مباحث بالا ببری تا هم در کنکور و هم در امتحان نهایی مشکلی نداشته باشی.



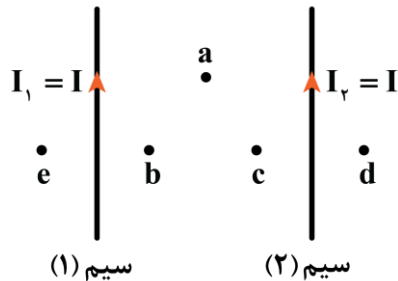
۴۳- شکل زیر، دو سیم موازی و بلند حامل جریان را نشان می‌دهد که برآیند میدان‌های مغناطیسی حاصل از این دو سیم در نقطه a برابر با صفر است. اگر جهت جریان عبوری یکی از سیم‌ها را برعکس کرده و اندازه جریان عبوری از سیم دیگر را افزایش دهیم، برآیند میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم در کدام یک از نقاط نشان داده شده می‌تواند برابر با صفر شود؟



- (۱) b و c
- (۲) d و e
- (۳) d و b
- (۴) c و e

گام اول

می‌دانیم در دو سیم موازی و بلند حامل جریان، اگر جریان‌ها هم‌جهت باشند، در ناحیه‌ای بین دو سیم و نزدیک سیمی با جریان کوچک‌تر، میدان مغناطیسی برآیند برابر با صفر می‌شود. در حالتی که جریان‌ها هم‌اندازه و هم‌جهت باشند، میدان مغناطیسی برآیند دقیقاً در وسط دو سیم برابر با صفر می‌شود. با این توضیح جامع، قطعاً متوجه شدید که در این تست، در ابتدا دو سیم، حامل جریان الکتریکی هم‌اندازه و هم‌جهت هستند. می‌توانیم مطابق شکل مقابل، فرض کنیم که جهت جریان‌ها به سمت بالا باشد:

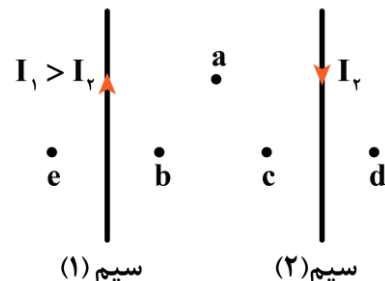


گام دوم

می‌دانیم در دو سیم موازی و بلند حامل جریان، اگر جریان‌ها در خلاف جهت هم باشند، در ناحیه‌ای خارج از بین دو سیم و نزدیک سیمی با جریان کوچک‌تر، میدان مغناطیسی برآیند برابر با صفر می‌شود. در حالتی هم که جریان‌ها هم‌اندازه و خلاف جهت هم باشند، چنین نقطه‌ای که میدان مغناطیسی برآیند در آن صفر باشد، وجود نخواهد داشت (البته به جز نقاطی که در فاصله‌های خیلی دور از سیم‌ها قرار دارند).

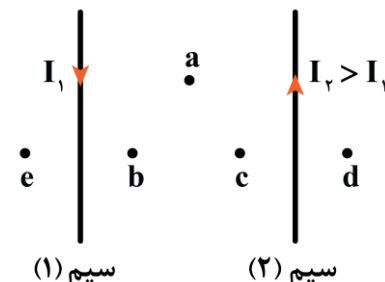
حالت اول

فرض کنید جهت جریان عبوری از سیم (۲) را برعکس کرده و اندازه جریان عبوری از سیم (۱) را افزایش دهیم، بنابراین باید در ناحیه‌ای خارج از فضای بین دو سیم و نزدیک به سیمی با جریان کوچک‌تر (I_2)، میدان مغناطیسی برآیند صفر باشد، پس با توجه به شکل زیر، میدان مغناطیسی برآیند می‌تواند در نقطه d برابر با صفر باشد.



حالت دوم

فرض کنید جهت جریان عبوری از سیم (۱) را برعکس کرده و اندازه جریان عبوری از سیم (۲) را افزایش دهیم. بدیهی است که در این حالت، میدان مغناطیسی برآیند در نقطه e می‌تواند برابر با صفر باشد.



گام آخر

پس بسته به این که جهت جریان کدام سیم برعکس شده و اندازه جریان عبوری از سیم دیگر افزایش یابد، **میدان مغناطیسی برآیند می‌تواند در نقطه d یا در نقطه e برابر با صفر شود.**

سوئی‌های پرتکرار

اگر در تعیین جهت اولیه جریان سیم‌ها دچار اشتباه شوید، در دام گزینه (۱) می‌افتین.



هرگاه دو سیم بلند حامل جریان داشته باشیم، میدان مغناطیسی می‌تواند در بین دو سیم یا خارج از فاصله دو سیم، صفر شود:

۱- اگر جریان سیم‌ها هم‌جهت باشند، برآیند میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم، در خطی به موازات آن دو سیم و در بین آن‌ها و نزدیک به سیم حامل جریان کوچک‌تر، صفر می‌شود.

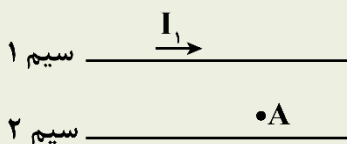


اگر جریان‌ها هم‌اندازه و هم‌جهت باشند، درست در وسط فاصله بین آن‌ها برآیند میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم، صفر می‌شود.

۲- اگر جریان سیم‌ها در خلاف جهت هم باشند، برآیند میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم، در خطی به موازات آن دو سیم و در خارج فاصله دو سیم و در نزدیکی سیم حامل جریان کوچک‌تر می‌تواند صفر شود.

آزمون سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۰

در شکل زیر، از دو سیم موازی و بلند، جریان‌های الکتریکی عبور می‌کند. اگر میدان مغناطیسی در نقطه A برابر صفر باشد، کدام مورد درست است؟



- (۱) I_2 در خلاف جهت I_1 و کوچک‌تر از آن است.
- (۲) I_2 در خلاف جهت I_1 و بزرگ‌تر از آن است.
- (۳) I_2 هم‌جهت با I_1 و بزرگ‌تر از آن است.
- (۴) I_2 هم‌جهت با I_1 و کوچک‌تر از آن است.

پاسخ تشریحی:

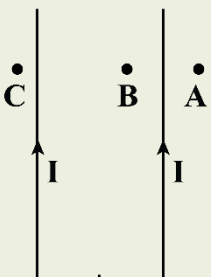
با توجه به این‌که میدان حاصل از سیم I_1 در نقطه A با استفاده از قاعده دست راست، درون‌سو است، پس باید میدان حاصل از سیم I_2 ، برون‌سو باشد تا میدان خالص در این نقطه صفر شود. در نتیجه جریان I_2 باید به سمت راست (هم‌جهت با I_1) باشد.

از طرفی چون نقطه A به سیم I_2 نزدیک‌تر است، بنابراین باید جریان I_2 کوچک‌تر از جریان I_1 باشد تا بزرگی میدان‌ها برابر شود.

پاسخ: گزینه ۴

آزمون سراسری ریاضی تیرماه ۱۴۰۳

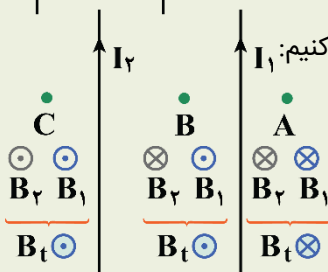
۶۵- در شکل زیر، جریان‌های الکتریکی هم‌اندازه و هم‌جهت در سیم‌ها جاری است. جهت میدان مغناطیسی حاصل از جریان‌های الکتریکی در نقاط A، B و C به ترتیب کدام‌اند؟



- (۱) $\odot - \odot - \otimes$
- (۲) $\otimes - \otimes - \odot$
- (۳) $\odot - \otimes - \otimes$
- (۴) $\otimes - \odot - \odot$

پاسخ تشریحی:

با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی هر یک از سیم‌ها را در نقاط موردنظر مشخص می‌کنیم:



نقطه A: چون هر دو میدان، درون‌سو هستند، پس جهت میدان خالص، درون‌سو است. ($\otimes$)

نقطه B: جریان دو سیم، برابر است. از طرفی نقطه B به سیم (۱) نزدیک‌تر است (r کمتر)، پس میدان سیم (۱) در نقطه B قوی‌تر است.

میدان خالص برون‌سو ($\odot$) $\rightarrow$ میدان خالص در جهت $\vec{B}_1$ $B_1 > B_2$

نقطه C: چون هر دو میدان، برون‌سو هستند، پس میدان خالص، برون‌سو است. ($\odot$)

پاسخ: گزینه ۱



۴۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد میدان‌های مغناطیسی بدن انسان درست است؟

- الف- جریان‌های الکتریکی ضعیف در بدن انسان، میدان‌های مغناطیسی ضعیف ولی قابل اندازه‌گیری تولید می‌کنند.
 ب- اندازه میدان‌های مغناطیسی حاصل از عضله‌های اسکلتی و مغز به ترتیب در حدود 10^{-6} G و 10^{-12} T است.
 ج- برای اندازه‌گیری میدان مغناطیسی حاصل از مغز، از دستگاهی به نام اسکویید استفاده می‌شود.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(آسان - خطبه‌خط - سریع - صفحه ۹۶ - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

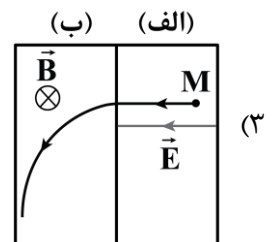
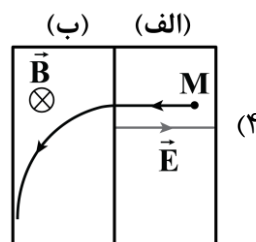
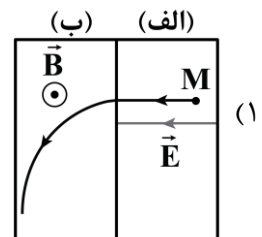
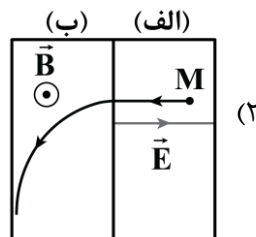
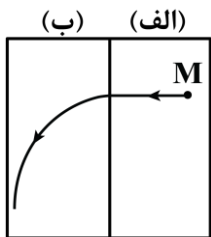
تمام عبارت‌های مطرح‌شده، طبق متن کتاب درسی، درست هستند.

میدان‌های مغناطیسی بدن

تمام یاخته‌های زنده بدن انسان به‌طور الکتریکی فعال‌اند. **جریان‌های الکتریکی ضعیف** در بدن، **میدان‌های مغناطیسی ضعیف** ولی قابل اندازه‌گیری تولید می‌کنند. اندازه میدان‌های حاصل از عضله‌های اسکلتی کوچک‌تر از 10^{-1} T ، یعنی در حدود یک میلیونیم میدان مغناطیسی زمین است. میدان‌های مغناطیسی حاصل از مغز بسیار ضعیف‌تر و در حدود 10^{-12} T هستند و برای اندازه‌گیری آن‌ها باید مغناطیس‌سنج‌های بسیار حساس به کار برد. در حال حاضر، چنین مغناطیس‌سنج‌هایی به نام **اسکویید** ساخته شده‌اند.



۴۵- در شکل زیر در هر یک از مناطق مجزای «الف» و «ب» فقط یک میدان الکتریکی یکنواخت یا میدان مغناطیسی یکنواخت وجود دارد. اگر یک الکترون را از نقطه M رها کنیم، این الکترون مسیری مطابق شکل زیر را طی می‌کند. در کدام گزینه جهت میدان‌ها به‌درستی رسم شده‌است؟ (از اثر نیروی وزن صرف‌نظر کنید).



(متوسط - مفهومی - سریع - صفحه ۸۹ - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

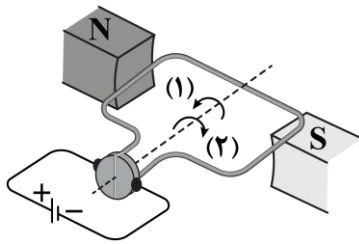
با توجه به این که ذره باردار در جهت نیروی وارد بر آن حرکت می‌کند، بنابراین نیروی وارد بر الکترون از طرف میدان الکتریکی در بخش «الف» به سمت چپ است. از طرفی می‌دانیم که نیروی الکتریکی وارد بر ذره باردار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی است، پس میدان الکتریکی به سمت راست می‌باشد (نادرستی گزینه‌های (۱) و (۳)).
 باتوجه به قاعده دست راست برای بار منفی، جهت میدان مغناطیسی، برون‌سو می‌باشد (نادرستی گزینه‌های (۳) و (۴)).



برای تشخیص جهت میدان مغناطیسی در منطقه «ب» از قاعده دست چپ استفاده می‌کنیم.



۴۶- کدام گزینه در مورد ابزار نشان داده شده در شکل زیر نادرست است؟



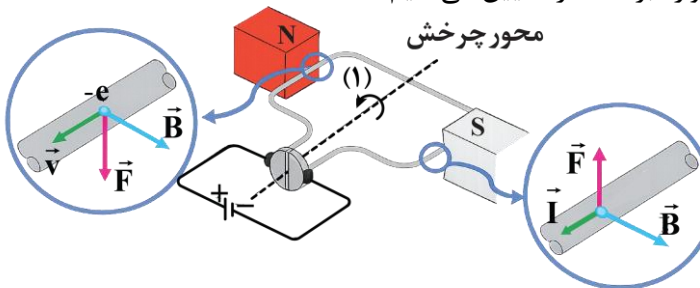
- (۱) طرحی ساده از یک موتور الکتریکی را نشان می‌دهد.
- (۲) این ابزار انرژی الکتریکی را به انرژی مکانیکی تبدیل می‌کند.
- (۳) این ابزار اساس کار بسیاری از دستگاه‌ها نظیر جاروی برقی، ماشین لباسشویی، پنکه و ... را تشکیل می‌دهد.
- (۴) در لحظه نشان داده شده حلقه در جهت (۲) می‌چرخد.

پاسخ: گزینه ۴

(آسان - خطبه خط - سریع - صفحه ۹۱ - ۱۱۰۳)

شکل، طرحی ساده از اجزای اصلی یک موتور الکتریکی را نشان می‌دهد.

موتورهای الکتریکی، ابزارهایی هستند که انرژی الکتریکی را به انرژی مکانیکی تبدیل می‌کنند و اساس کار بسیاری از دستگاه‌ها نظیر جاروی برقی، مت‌برقی، آسیاب برقی، ماشین لباسشویی، پنکه و ... را تشکیل می‌دهند. در هر موتور الکتریکی، سیم‌هایی وجود دارند که حامل جریان‌اند (یعنی بارهای الکتریکی در آن‌ها در حرکت‌اند) و آهنرباهایی نیز وجود دارند که بر بارهای متحرک نیرو وارد می‌کنند. از این‌رو، بر هر سیم حامل جریان، نیروی مغناطیسی وارد می‌شود و این نیروها حلقه را می‌چرخانند. مطابق شکل زیر، به کمک قاعده دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر حلقه را تعیین می‌کنیم:



بنابراین حلقه در جهت (۱) می‌چرخد.

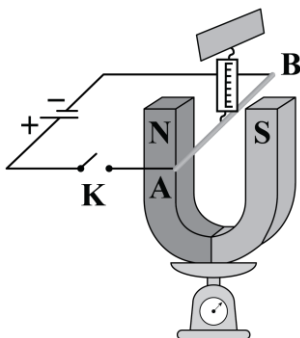
تذکر 

دقت کنید که جهت میدان مغناطیسی از قطب مثبت به قطب منفی است و جهت حرکت الکترون‌ها در درون سیم، در خلاف جهت جریان در سیم می‌باشد.



۴۷- در شکل زیر، سیم افقی AB به طول ۲۰cm در میدان مغناطیسی یکنواخت بین دو قطب آهنربا به بزرگی ۴T / معلق است و

اعدادی که نیروسنج فنری و ترازو نشان می‌دهند، به ترتیب T و F_N هستند. وقتی کلید K بسته شود، از سیم، جریان ۱۰A می‌گذرد. با وصل کلید K، مقدار $F_N - T$ چند نیوتون تغییر می‌کند؟



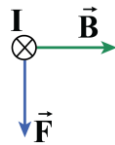
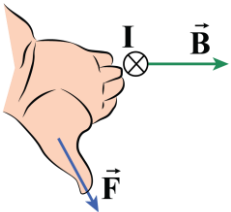
- (۱) ۰/۸
- (۲) ۰/۸
- (۳) ۱/۶
- (۴) ۱/۶

قبل از وصل کلید، نیروسنج، وزن سیم و ترازو وزن آهنربا را نشان می‌دهند.

$$T_1 = W = \text{وزن سیم}$$

$$F_{N_1} = W' = \text{وزن آهنربا}$$

با وصل کلید K و برقراری جریان، به سیم نیروی مغناطیسی وارد می‌شود. اندازه و جهت این نیرو را به دست می‌آوریم:



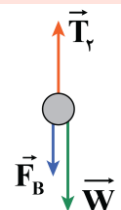
$$F_B = BIl \sin \theta = 0.4 \times 10 \times 0.2 \times \sin 90^\circ = 0.8 \text{ N}$$



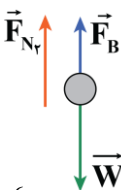
تذکر

جهت میدان مغناطیسی از قطب N به قطب S می‌باشد.

با توجه به نیروهای وارد بر سیم می‌توان نوشت:



$$T_1 = W + F_B \xrightarrow{F_B = 0.8 \text{ N}} T_1 = W + 0.8$$



$$F_{N_2} = W' - F_B \xrightarrow{F_B = 0.8 \text{ N}} F_{N_2} = W' - 0.8$$

طبق قانون سوم نیوتون، نیروی وارد بر آهنربا ۰.۸ N و به سمت بالا می‌باشد، بنابراین:

برای دو حالت قبل و بعد از وصل کلید، مقدار $F_N - T$ را به دست می‌آوریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{قبل از وصل کلید: } F_{N_1} - T_1 = W' - W \\ \text{بعد از وصل کلید: } F_{N_2} - T_2 = (W' - 0.8) - (W + 0.8) = W' - W - 1.6 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow (W' - W - 1.6) - (W' - W) = -1.6 \text{ N}$$

اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

$$F = IlB \sin \theta$$

I: جریان الکتریکی بر حسب آمپر (A)

θ : زاویه بین جهت جریان و جهت میدان مغناطیسی

F: اندازه نیروی مغناطیسی بر حسب نیوتون (N)

B: بزرگی میدان مغناطیسی بر حسب تسلا (T)

l : طول بخشی از سیم (بر حسب m) که در میدان مغناطیسی B قرار دارد.



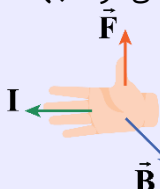
نکات

۱- شکل سیم هرگونه باشد، نیروی مغناطیسی وارد بر آن، عمود بر راستای میدان است.

۲- اگر راستای سیم و خطوط میدان مغناطیسی، یکسان باشد، نیروی وارد بر آن صفر و اگر سیم عمود بر خطوط میدان مغناطیسی باشد، نیروی وارد بر آن بیشینه ($F_{\max} = IlB$) است.

جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

اگر از سیمی به طول l که درون میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ قرار دارد، جریان I عبور کند، به آن نیروی مغناطیسی $\vec{F}$ وارد می‌شود. جهت این نیرو مطابق قاعده دست راست تعیین می‌شود.



اگر دست راست را طوری نگه داریم که انگشتان باز شده ما در جهت I باشد، به گونه‌ای که وقتی چهار انگشت را در جهت چرخش طبیعی خم کنیم، در جهت $\vec{B}$ قرار گیرد، انگشت شست ما در جهت نیروی وارد بر سیم حامل جریان خواهد بود.

عبور سیم حامل جریان الکتریکی از بین قطب‌های یک آهنربای لاشکل که بر روی ترازو قرار دارد

اگر فرض کنیم وزن آهنربا به تنهایی برابر با mg باشد، آن‌گاه داریم:

$$mg + F_B = \text{عدد ترازو}$$

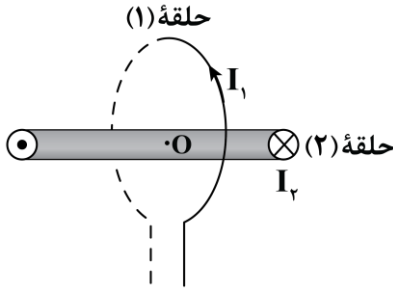
اگر $\vec{F}_B$ وارد بر سیم به سمت بالا باشد $\leftarrow$ عدد ترازو افزایش می‌یابد.

$$mg - F_B = \text{عدد ترازو}$$

اگر $\vec{F}_B$ وارد بر سیم به سمت پایین باشد $\leftarrow$ عدد ترازو کاهش می‌یابد.



۴۸- شکل زیر، دو حلقهٔ رسانای هم‌مرکز و حامل جریان را نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی حاصل از آن‌ها در مرکز حلقه‌ها (نقطهٔ O) هم‌اندازه هستند. میدان خالص در مرکز حلقه‌ها در چه جهتی است؟

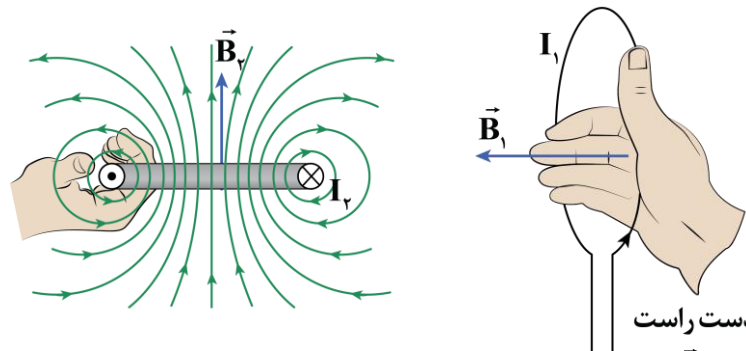


- (۱) $\leftarrow$
- (۲) $\uparrow$
- (۳) $\nwarrow$
- (۴) $\swarrow$

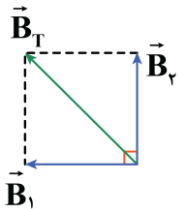
(متوسط - مفهومی - استاندارد) (صفحه ۹۷ - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینهٔ ۳

به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی هر یک از حلقه‌ها را در نقطهٔ O به دست می‌آوریم:



با توجه به این که میدان‌های $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ عمود بر هم هستند، داریم:



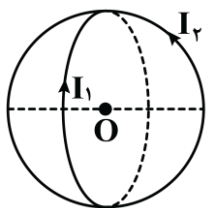
راهنمای مسیر

این سؤال بدون هیچ تغییری، برگرفته از دو شکل از کتاب درسی است. برای حل این‌گونه سؤالات، آشنایی با دو روش ترسیم حلقه و همچنین قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت میدان مغناطیسی، ضروری است.



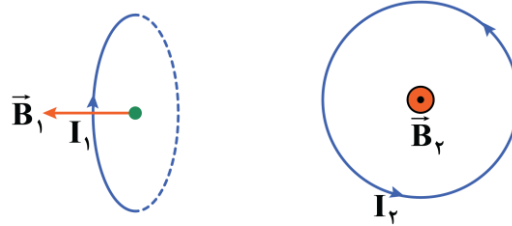
۴۹- مطابق شکل زیر، دو حلقهٔ رسانای مشابه حامل جریان با شعاع 10 cm بر هم عمود هستند. اگر $I_1 = 6\text{ A}$ و $I_2 = 8\text{ A}$ باشد، اندازهٔ

میدان مغناطیسی خالص حاصل از حلقه‌ها در نقطهٔ O (مرکز حلقه‌ها) چند تسلا است؟ $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$



- (۱) 6×10^{-5}
- (۲) $7/5 \times 10^{-5}$
- (۳) 6×10^{-4}
- (۴) $7/5 \times 10^{-4}$

طبق قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از حلقه‌ها را در نقطه O به دست می‌آوریم:



بنابراین میدان‌های $\vec{B}_1$ ، $\vec{B}_2$ بر هم عمود هستند.

اندازه هر کدام از میدان‌های $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ را به دست می‌آوریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \Rightarrow \begin{cases} B_1 = \frac{12 \times 10^{-7} \times 1 \times 6}{2 \times 0.1} = 3.6 \times 10^{-5} \text{ T} \\ I_2 = \frac{4}{3} I_1 \Rightarrow B_2 = \frac{4}{3} B_1 = \frac{4}{3} \times 3.6 \times 10^{-5} \text{ T} = 4.8 \times 10^{-5} \text{ T} \end{cases}$$

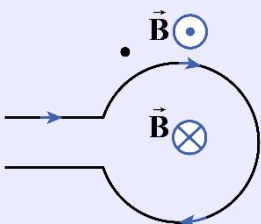
بزرگی میدان مغناطیسی خالص در نقطه O برابر است با:

$$B_t = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{(3.6 \times 10^{-5})^2 + (4.8 \times 10^{-5})^2} \\ \Rightarrow B_t = 6 \times 10^{-5} \text{ T}$$

میدان مغناطیسی پیچه حامل جریان

حلقه رسانا (یا پیچه‌ای شامل N حلقه نزدیک به هم) با شعاع R که از آن جریان I عبور می‌کند، درون فضای داخل و اطراف خود میدان مغناطیسی تولید می‌کند.

جهت میدان درون پیچه طبق قاعده دست راست تعیین می‌شود:



شست دست راست را طوری در جهت جریان قرار می‌دهیم که چرخش طبیعی چهار انگشت (جهت بسته شدن) جهت میدان را درون پیچه نشان دهد.

جهت میدان مغناطیسی داخل پیچه همواره مخالف خارج پیچه است.



۵۰- پیچه‌ای مسطح به شعاع ۵cm از N حلقه تشکیل شده است. اگر جریان عبوری از این پیچه را $\frac{5}{\pi}$ میلی‌آمپر تغییر دهیم، بزرگی

میدان مغناطیسی حاصل از پیچه در مرکز آن ۴G / کاهش می‌یابد. پیچه از چند دور سیم تشکیل شده است؟

$$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$$

۲ (۴)

۲۰ (۳)

۲۰۰ (۲)

۲۰۰۰ (۱)

با توجه به رابطه بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه داریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \Rightarrow |\Delta B| = \frac{\mu_0 N |\Delta I|}{2R} \Rightarrow 0.4 \times 10^{-4} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times N \times \frac{5}{2} \times 10^{-3}}{2 \times 5 \times 10^{-2}} \Rightarrow N = 2000$$

میدان مغناطیسی حاصل از یک پیچه حامل جریان

اگر از یک پیچه رسانا با N حلقه جریان I عبور کند و شعاع حلقه R باشد، بزرگی میدان مغناطیسی در داخل پیچه از رابطه زیر به دست می آید:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$$

B: بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه بر حسب تسلا (T) μ_0 : تراوایی مغناطیسی خلأ $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A})$

N: تعداد حلقه I: جریان الکتریکی بر حسب آمپر (A) R: شعاع حلقه بر حسب متر (m)



نکته

بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه با تعداد حلقه های پیچه و جریان عبوری از آن رابطه مستقیم و با شعاع پیچه رابطه عکس دارد.





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

در پی غذای سالم

(از ابتدای آنتالپی همان محتوای انرژی است تا انتهای خوراکی‌های طبیعی رنگین، بازدارنده‌هایی مفید و مؤثر)
صفحه‌های ۶۵ تا ۹۲

بودجه‌بندی
این آزمونسهم در
کنکور

مباحث این آزمون در مجموع ۳ تست از ۳۰ تست کنکور را پوشش داده است.

۵۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) میوه‌ها نسبت به آبمیوه‌های طبیعی ماندگاری بیشتر و کیفیت بهتری دارند.
- (۲) سرعت متوسط تولید فراورده‌های گازی را می‌توان با اندازه‌گیری فشار آن‌ها تعیین کرد.
- (۳) هر چه آهنگ یک واکنش بیشتر باشد، زمان ماندگاری واکنش‌دهنده‌ها بیشتر خواهد بود.
- (۴) در انفجار یک ماده منفجره جامد یا مایع، حجم زیادی گاز طی زمان بسیار کم تولید می‌شود.

(آسان - خط به خط - سریع ۵ - صفحه ۷۹ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

هر چه سرعت یک واکنش بیشتر باشد، واکنش‌دهنده‌های آن واکنش با سرعت بیشتری مصرف می‌شوند و زمان ماندگاری آن‌ها کمتر خواهد بود.
بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) پوست و پوشش میوه‌ها و خشکبار مانع از ورود اکسیژن به درون مواد غذایی می‌گردد و به همین علت، مانع از فساد سریع این مواد می‌شود. پس تولید آبمیوه از میوه‌ها، آن‌ها را در معرض اکسیژن قرار می‌دهد و موجب فاسد شدن و کمتر شدن زمان ماندگاری آن‌ها می‌شود.
- ۲) سرعت متوسط مصرف یا تولید مواد شرکت‌کننده را می‌توان با اندازه‌گیری کمیت‌هایی مانند جرم، فشار و ... تعیین کرد.
- ۴) انفجار، واکنش شیمیایی بسیار سریعی است که در آن، از مقدار کمی ماده منفجرشونده به حالت جامد یا مایع، حجم زیادی از گازهای داغ تولید می‌شود. با توجه به سرعت بسیار زیاد این واکنش، می‌توان گفت این واکنش طی زمان بسیار کم انجام می‌شود.



۵۲- در یک سیلندر با پیستون متحرک ۴۴/۸ لیتر گاز نیتروژن مونوکسید با مقدار کافی گاز اکسیژن در شرایط استاندارد طبق معادله موازنه‌نشده $NO(g) + O_2(g) \rightarrow NO_2(g)$ واکنش می‌دهد. اگر پس از گذشت ۱۵۰ ثانیه حجم گاز نیتروژن مونوکسید به ۱۱/۲ لیتر برسد، سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن در این مدت برابر با چند مول بر دقیقه است؟

۳ (۴)

۱/۵ (۳)

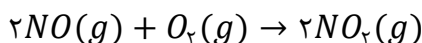
۰/۳ (۲)

۰/۱۵ (۱)

(آسان - محاسباتی - استاندارد ۵ - صفحه ۸۶ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



ابتدا مقدار گاز اکسیژن مصرف‌شده در این واکنش را محاسبه می‌کنیم. از آنجا که حجم گاز نیتروژن مونوکسید از ۴۴/۸ لیتر به ۱۱/۲ لیتر رسیده است، پس ۳۳/۶ لیتر از این گاز مصرف شده است.

$$? \text{ mol } O_2 = 33/6 \text{ L } NO \times \frac{1 \text{ mol } NO}{22/4 \text{ L } NO} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } NO} = 0/75 \text{ mol}$$

در نتیجه، ۰/۷۵ مول گاز اکسیژن در این واکنش مصرف شده است.

در نهایت سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن را در این واکنش به دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{|\Delta n(O_2)|}{\Delta t} = \frac{0/75 \text{ mol}}{150 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 0/3 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

بنابراین سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن در این مدت برابر با ۰/۳ مول بر دقیقه است.

سرعت متوسط مواد

در یک واکنش شیمیایی، به مرور زمان از مقدار واکنش دهنده‌ها کاسته شده و به مقدار فراورده‌ها اضافه می‌شود. برای واکنش دهنده‌ها، سرعت متوسط مصرف و برای فراورده‌ها، سرعت متوسط تولید به کار می‌رود. سرعت متوسط مصرف یا تولید، مثبت بوده و با $\bar{R}$ نمایش داده می‌شود. معادله‌های زیر سرعت متوسط مصرف واکنش دهنده و تولید فراورده را نمایش می‌دهد:

$$\bar{R}_{\text{واکنش دهنده}} = \frac{-\Delta n}{\Delta t} = \frac{|\Delta n|}{\Delta t}, \quad \bar{R}_{\text{فراورده}} = \frac{\Delta n}{\Delta t}$$

منظور از Δn ، اختلاف مول‌ها در بازه زمانی Δt است. برای مثال، اگر مقدار یک واکنش دهنده در آغاز واکنش (ثانیه ۰)، ۲ مول بوده باشد و بعد از ۱۰ ثانیه، مقدار آن به ۱ مول رسیده باشد؛ سرعت متوسط مصرف آن واکنش دهنده برابر است با:

$$\bar{R}_{\text{واکنش دهنده}} = \frac{-(1-2)}{10} = 0.1 \frac{\text{mol}}{\text{s}}$$

همان‌طور که مشخص است، علامت منفی در فرمول مربوط به سرعت متوسط مصرف واکنش دهنده، به‌خاطر این است که مقدار عددی سرعت را مثبت کند؛ چون سرعت کمیتی مثبت است. به‌جای علامت منفی، می‌توان از قدر مطلق نیز استفاده کرد.



۵۳- اگر ۴/۴۸ لیتر مخلوطی از گازهای نیتروژن و هیدروژن مطابق معادله موازنه‌نشده $N_2(g) + H_2(g) \rightarrow NH_3(g)$ در شرایط استاندارد به‌طور کامل واکنش دهند، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ (آنتالپی پیوندهای $N \equiv N$ ، $N-H$ و $H-H$ به ترتیب برابر با ۳۹۱، ۹۴۰ و ۴۳۶ کیلوژول بر مول است.)

۹/۸ (۴)

۹/۲ (۳)

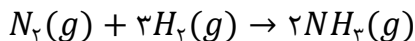
۴/۹ (۲)

۴/۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۶۹ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

معادله موازنه‌شده واکنش به‌صورت زیر است:


 ابتدا ΔH واکنش مورد نظر را با استفاده از آنتالپی پیوند محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \Delta H_{\text{واکنش}} &= [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] \\ &= [\Delta H(N \equiv N) + 3\Delta H(H-H)] - [2 \times 3\Delta H(N-H)] = [940 + 3 \times 436] - [2 \times 3 \times 391] \\ &= 2248 - 2346 = -98 \text{ kJ} \end{aligned}$$

در نتیجه، آنتالپی این واکنش برابر با ۹۸- کیلوژول است.

در این واکنش ۴/۴۸ لیتر گاز مصرف شده است که معادل ۰/۲ مول گاز است. همچنین از آنجا که گازهای هیدروژن و نیتروژن به‌طور کامل واکنش داده‌اند، می‌توان فهمید که مقدار گاز هیدروژن ۳ برابر مقدار گاز نیتروژن است؛ بنابراین مقدار گاز نیتروژن مصرف شده برابر است با:

$$n_{H_2} + n_{N_2} = 0.2 \Rightarrow 3n_{N_2} + n_{N_2} = 0.2 \Rightarrow 4n_{N_2} = 0.2 \Rightarrow n_{N_2} = 0.05$$

پس در این واکنش ۰/۰۵ مول گاز نیتروژن مصرف شده است. در نهایت مقدار گرمای آزاد شده در این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ kJ گرما} = 0.05 \text{ mol } N_2 \times \frac{98 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } N_2} = 4.9 \text{ kJ}$$

در نتیجه، در این واکنش ۴/۹ کیلوژول گرما آزاد می‌شود.



۵۴- کدام یک از مقایسه‌های زیر میان مقدار آنتالپی پیوندها نادرست است؟

- (۱) $C = C < C = O$
(۲) $Br - Br < Cl - Cl$
(۳) $H - F < H - Cl$
(۴) $N - N < N = O$

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۶۸ - ۱۱۰۲)

برای مقایسه آنتالپی پیوندها ابتدا به مرتبه پیوندها توجه می‌کنیم. هر کدام مرتبه بالاتری داشت، آنتالپی پیوند بزرگ‌تری دارد. (تنها استثنا در کتاب درسی $H - F$ است که آنتالپی پیوندی بزرگ‌تر از پیوند $O = O$ دارد). پس از آن به شعاع اتم‌های سازنده پیوند توجه می‌کنیم؛ هر کدام شعاع اتم‌های کوچک‌تری داشت، آنتالپی بزرگ‌تری دارد.

در مقایسه بین $H - F$ و $H - Cl$ ، شعاع اتمی فلوئور کوچک‌تر از کلر بوده و به همین علت آنتالپی پیوند $H - F$ بزرگ‌تر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) شعاع اتمی اکسیژن کوچک‌تر از کربن بوده و به همین علت آنتالپی پیوند $C = O$ بزرگ‌تر از پیوند $C = C$ است.
۲) شعاع اتمی کلر کوچک‌تر از برم بوده و این موضوع موجب بیشتر بودن آنتالپی پیوند $Cl - Cl$ نسبت به $Br - Br$ می‌شود.
۴) پیوند $N = O$ از مرتبه دوگانه و پیوند $N - N$ یگانه است. پس پیوند $N = O$ قوی‌تر بوده و آنتالپی پیوند بزرگ‌تری دارد.



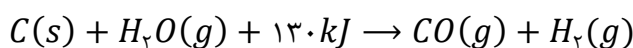
۵۵- آنتالپی سوختن اتانول در دما و فشار معین برابر -۱۳۶۵ کیلوژول بر مول است. از گرمای حاصل از سوختن کامل چند گرم اتانول گرمای مورد نیاز برای تولید در مجموع ۱۲۶ گرم فراورده در واکنش $C(s) + H_2O(g) \rightarrow CO(g) + H_2(g)$, $\Delta H = +۱۳۰ \text{ kJ}$ تأمین می‌شود؟ ($H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶: g. \text{mol}^{-1}$)

- (۱) $۳۶/۸$ (۲) $۳۳/۶$ (۳) $۱۸/۴$ (۴) $۱۶/۸$

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - محاسباتی - زمان‌بر - صفحه ۷۲ - ۱۱۰۲)

معادله واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:



در ابتدا مقدار گرمای مورد نیاز برای انجام واکنش بالا را محاسبه می‌کنیم. در این واکنش به‌ازای تولید ۳۰ گرم از فراورده‌ها در مجموع (۲) گرم گاز هیدروژن و ۲۸ گرم گاز کربن مونوکسید، ۱۳۰ کیلوژول گرما مصرف می‌شود. پس داریم:

$$\text{گرما } ۱۳۰ \text{ kJ} \times \frac{\text{فراورده } ۱۲۶ \text{ g}}{\text{فراورده } ۳۰ \text{ g}} = ۵۴۶ \text{ kJ}$$

آنتالپی سوختن اتانول برابر با -۱۳۶۵ کیلوژول بر مول است؛ پس، از سوختن هر مول از آن ۱۳۶۵ کیلوژول گرما آزاد می‌شود. بر این اساس جرم اتانول سوخته‌شده برای تولید ۵۴۶ کیلوژول گرما را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ g } C_2H_5OH = ۵۴۶ \text{ kJ گرما} \times \frac{۱ \text{ mol } C_2H_5OH}{۱۳۶۵ \text{ kJ گرما}} \times \frac{۴۶ \text{ g } C_2H_5OH}{۱ \text{ mol } C_2H_5OH} = ۱۸/۴ \text{ g}$$

در نتیجه برای انجام واکنش، به گرمای سوختن $۱۸/۴$ گرم اتانول نیاز است.



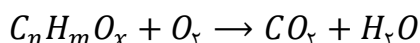
۵۶- اگر در واکنش سوختن ۵۶ گرم از یک ترکیب آلی اکسیژن دار، ۵۶ لیتر گاز کربن دی اکسید در شرایط استاندارد و ۵۴ گرم آب تولید شود، درصد جرمی اکسیژن در این ترکیب به تقریب چقدر است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g. mol^{-1}$)

(۱) ۳۹/۳ (۲) ۴۲/۹ (۳) ۳۲/۱ (۴) ۳۵/۷

پاسخ: گزینه ۴

(سخت - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۷۱ - ۱۱۰۲

واکنش سوختن ترکیبات آلی اکسیژن دار مانند سوخت های سبز به صورت زیر است:



بر اساس قانون پایستگی جرم، جرم اتم های هر یک از عناصر در دو طرف واکنش، برابر است. پس جرم کربن موجود در کربن دی اکسید و جرم هیدروژن موجود در آب برابر جرم این دو عنصر در ترکیب آلی است. با مشخص شدن جرم این دو عنصر در ترکیب آلی، باقی جرم مربوط به اتم های اکسیژن است.

$$? g H = 54 g H_2O \times \frac{1 mol H_2O}{18 g H_2O} \times \frac{2 mol H}{1 mol H_2O} \times \frac{1 g H}{1 mol H} = 6 g$$

$$? g C = 56 L CO_2 \times \frac{1 mol CO_2}{22.4 L CO_2} \times \frac{1 mol C}{1 mol CO_2} \times \frac{12 g C}{1 mol C} = 30 g$$

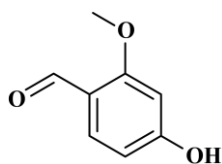
در نتیجه در ۵۶ گرم از این ترکیب، ۳۶ گرم کربن و هیدروژن و در نتیجه ۲۰ گرم اکسیژن وجود دارد. در نهایت درصد جرمی اتم های اکسیژن را محاسبه می کنیم:

$$O \text{ درصد جرمی} = \frac{O \text{ جرم اتم های}}{O \text{ جرم ماده}} \times 100 \Rightarrow A = \frac{20}{56} \times 100 \approx 35.7\%$$

بنابراین درصد جرمی عنصر اکسیژن در این ترکیب به تقریب برابر ۳۵/۷ درصد است.



۵۷- کدام یک از گزینه های زیر در مورد مولکولی با ساختار مقابل، درست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g. mol^{-1}$)



(۱) اختلاف جرم مولی آن با ۲-هپتانول برابر با ۳۴ گرم است.

(۲) حدود ۴۳ درصد از جفت الکترون های پیوندی آن میان اتم های کربن قرار دارند.

(۳) آلدئید موجود در بادام برخلاف ترکیب مورد نظر دارای یک گروه عاملی کربونیل در ساختار خود است.

(۴) در سوختن کامل آن در دما و فشار مشخص، حجم اکسیژن مصرف شده و کربن دی اکسید تولید شده برابر است.

پاسخ: گزینه ۲

(سخت - مفهومی - زمان بر) - صفحه ۷۱ - ۱۱۰۲

فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر به صورت « $C_8H_8O_3$ » است. در ابتدا شمار کل پیوندهای اشتراکی موجود در این ترکیب برابر است با:

$$\begin{aligned} \text{شمار پیوندهای اشتراکی} &= \frac{4 \times (\text{شمار اتم های } C) + 1 \times (\text{شمار اتم های } H) + 2 \times (\text{شمار اتم های } O)}{2} \\ &= \frac{4 \times 8 + 1 \times 8 + 2 \times 3}{2} = \frac{32 + 8 + 6}{2} = \frac{46}{2} = 23 \end{aligned}$$

پس در این ترکیب ۲۳ پیوند اشتراکی وجود دارد و با توجه به ساختار این مولکول ۱۰ پیوند اشتراکی بین اتم های کربن موجود است. در نتیجه حدوداً ۴۳ درصد از پیوندهای اشتراکی این مولکول مربوط به پیوندهای موجود بین دو اتم کربن است.

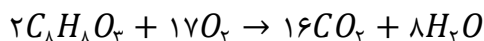
بررسی سایر گزینه ها:

۱) جرم مولی این ترکیب با فرمول مولکولی $C_8H_8O_3$ برابر ۱۵۲ گرم است و جرم مولی ۲-هپتانول با فرمول مولکولی $C_7H_{14}O$ برابر

۱۱۴ گرم است. اختلاف جرم مولی آن ها برابر با ۳۸ گرم است.

۲) این ترکیب همانند بنزآلدئید (آلدئید موجود در بادام) دارای یک گروه عاملی کربونیل ($C = O$) در ساختار خود است.

۴ معادله موازنه شده واکنش سوختن کامل این ترکیب به صورت زیر است:



در این واکنش مقدار و همچنین حجم کربن دی اکسید تولید شده کمتر از اکسیژن مصرف شده است.



۵۸- اگر Δn یک ماده در واکنش $A(g) \rightarrow B(g) + C(g)$ مقداری باشد، آن ماده این واکنش است و در طول زمان انجام این واکنش، سرعت این ماده می یابد.

- (۱) مثبت - فراورده - کاهش
(۲) منفی - فراورده - افزایش
(۳) مثبت - واکنش دهنده - کاهش
(۴) منفی - واکنش دهنده - افزایش

(آسان - مفهومی - سریع ۵ - صفحه ۸۶ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

در یک واکنش، Δn یک ماده مقدار (مول) تغییرات آن ماده را در مدت زمان مشخص نشان می دهد. اگر این مقدار منفی باشد، یعنی ماده مصرف شده و واکنش دهنده است؛ اما اگر این مقدار مثبت شود، یعنی به مقدار ماده اضافه شده و ماده مورد نظر فراورده است. به طور کلی، در اکثر واکنش ها با شروع واکنش و پیشرفت آن، سرعت واکنش و در نتیجه سرعت مصرف یا تولید همه مواد کاهش می یابد. علت این موضوع مصرف شدن واکنش دهنده ها و کاهش غلظت آن ها در محیط واکنش است. تنها واکنش هایی که واکنش دهنده های آن ها فقط مایع یا جامد خالص هستند، سرعت واکنش کاهش نیافته و ثابت می ماند.



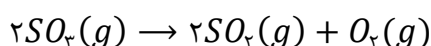
۵۹- واکنش تجزیه ۶ مول گوگرد تری اکسید مطابق واکنش موازنه نشده $SO_2(g) \rightarrow SO_2(g) + O_2(g)$ در یک ظرف در حال انجام است. اگر از زمانی که جرم گوگرد تری اکسید و اکسیژن در ظرف واکنش برابر می شود تا پایان واکنش، ۲۰ دقیقه طول بکشد، سرعت تولید گوگرد دی اکسید در این بازه زمانی برابر چند میلی مول بر دقیقه است؟ ($O = 16, S = 32: g.mol^{-1}$)

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) ۶۰

(متوسط - محاسباتی - استاندارد ۵ - صفحه ۸۸ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

واکنش موازنه شده به صورت زیر است:



مطابق معادله واکنش، با مصرف $2x$ مول گوگرد تری اکسید، x مول اکسیژن تولید می شود. چون مقدار اولیه گوگرد تری اکسید ۶ مول بوده، مقدار آن در لحظه مورد نظر برابر $6 - 2x$ است. جرم x مول اکسیژن برابر $32x$ گرم و جرم $6 - 2x$ مول گوگرد تری اکسید برابر $(6 - 2x) \times 80$ گرم است. پس مقدار x برابر است با:

$$80(6 - 2x) = 32x \Rightarrow 10(6 - 2x) = 4x \Rightarrow 5(3 - x) = x \Rightarrow x = \frac{15}{6} = \frac{5}{2} \text{ mol}$$

پس در این واکنش تا به این لحظه مقدار گوگرد دی اکسید تولید شده برابر $2x = 5$ مول است. همچنین اگر واکنش به انتها برسد، با توجه به مقدار اولیه ۶ مول گوگرد تری اکسید، انتظار داریم ۶ مول گوگرد دی اکسید در انتهای واکنش تولید شده باشد. پس سرعت متوسط تولید گوگرد دی اکسید در این بازه ۲۰ دقیقه ای برابر است با:

$$\bar{R}_{SO_2} = \frac{\Delta n_{SO_2}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{SO_2} = \frac{(6 - 5) \text{ mol} \times \frac{1000 \text{ mmol}}{1 \text{ mol}}}{20 \text{ min}} = 50 \text{ mmol} \cdot \text{min}^{-1}$$

پس سرعت خواسته شده برابر ۵۰ میلی مول بر دقیقه است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

۴ مول گاز فلوئور و ۴ مول گاز هیدروژن را در دمای ۱۴۵- درجه سانتی‌گراد و فشار ۱ اتمسفر در یک ظرف در فشار ثابت نگه می‌داریم. این دو گاز بر اساس واکنش $H_2(g) + F_2(g) \rightarrow 2HF(l)$ با هم واکنش می‌دهند. پس از گذشتن ۵ دقیقه، حجم گازهای درون مخزن نصف شده و دمای آن‌ها به ۱۷- درجه سانتی‌گراد می‌رسد. در طول این بازه زمانی، سرعت متوسط تولید هیدروژن فلوئورید برابر با چند مول بر ساعت بوده است؟

۱) ۳۶ ۲) ۷۲ ۳) ۱۴۴ ۴) ۱۸

پاسخ: گزینه ۲

به کمک قانون گازها، باید شمار مول‌های گازی موجود در مخزن واکنش را پس از گذشتن ۵ دقیقه محاسبه کنیم. رابطه مقایسه‌ای قانون گازها برای مقایسه میان مؤلفه‌های مختلف دو نمونه گازی استفاده می‌شود و به شرح زیر است:

$$\frac{PV}{T} \propto n \rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{T_1}{T_2} \times \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1}$$

در ابتدای واکنش ۸ مول گاز در ظرف وجود داشته است. با توجه به دما و حجم جدید گازها، مقدار آن‌ها را پس از گذشتن ۵ دقیقه محاسبه می‌کنیم. توجه داریم که فشار گازها در طول انجام واکنش ثابت است.

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{T_1}{T_2} \times \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{n_2}{8 \text{ mol}} = \frac{273 + (-145)}{273 + (-17)} \times \frac{1 \text{ atm}}{1 \text{ atm}} \times \frac{1}{2} \Rightarrow n_2 = 2 \text{ mol}$$

جدول زیر را بر اساس معادله این واکنش رسم می‌کنیم:

ماده	H_2	F_2	HF	مجموع مول‌های گازها
شمار مول‌های اولیه	۴	۴	۰	۸
شمار مول‌های ثانویه	$4 - x$	$4 - x$	$2x$	$8 - 2x$

بر اساس شمار مول‌های گازی موجود در ظرف واکنش، پس از گذشتن ۵ دقیقه از شروع واکنش، مقدار هیدروژن فلوئورید تولیدشده را محاسبه می‌کنیم:
 $8 - 2x = 2 \Rightarrow x = 3 \text{ mol}$

با توجه به مقدار x ، مقدار HF تولیدشده در این بازه ۵ دقیقه‌ای برابر ۶ مول است. حال سرعت متوسط تولید آن را به دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{HF} = \frac{\text{مول HF تولیدشده}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{HF} = \frac{6 \text{ mol}}{5 \text{ min} \times \frac{1 \text{ hour}}{60 \text{ min}}} = 72 \text{ mol} \cdot \text{hour}^{-1}$$

پس سرعت تولید این ماده برابر ۷۲ مول بر ساعت بوده است.



۶۰- کدام یک از موارد زیر درست است؟

- ۱) مقدار انرژی مصرف‌شده برای شکستن پیوندهای موجود در یک مولید در دما و فشار اتاق برابر با آنتالپی پیوند $I - I$ است.
- ۲) گرمای حاصل از سوختن $2m$ گرم پروتئین در مقایسه با گرمای حاصل از سوختن m گرم چربی، بیشتر است.
- ۳) مجموع آنتالپی پیوندهای موجود در یک مول ۱-بوتن و یک مول ۲-بوتن یکسان است.
- ۴) با افزایش شمار اتم‌های کربن در آلکان‌ها، ارزش سوختی آن‌ها کاهش می‌یابد.

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۷۶ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۴

در آلکان‌ها با افزایش شمار اتم‌های کربن، آنتالپی سوختن منفی‌تر و ارزش سوختی کمتر می‌شود؛ به‌طوری‌که متان در بین آلکان‌ها بیشترین ارزش سوختی را دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) I_2 در دما و فشار اتاق به‌صورت جامد وجود دارد و واکنش شکستن پیوندهای آن در این شرایط به‌صورت زیر خواهد بود:
 $I_2(s) \rightarrow 2I(g)$

اما گرمای مصرف‌شده در این واکنش برابر با آنتالپی پیوند $I - I$ نیست؛ زیرا حالت فیزیکی مولکولید باید به حالت گازی باشد.

۲) ارزش سوختی چربی بیش از دو برابر ارزش سوختی کربوهیدرات و پروتئین است. پس گرمای حاصل از سوختن یک گرم چربی از دو گرم پروتئین بیشتر خواهد بود. بر همین اساس، گرمای حاصل از سوختن $2m$ گرم پروتئین کمتر از گرمای حاصل از سوختن m گرم چربی است.

۳) مجموع آنتالپی پیوندها در ایزومرها یکسان نیست، هر چند در ساختار هر کدام، نوع و شمار پیوندها یکسان باشد. این موضوع از آنجایی مشخص می‌شود که پیوندهای کووالانسی مشابه در یک مولکول ساده مانند متان نیز مقدار یکسانی ندارند و مجموع آنتالپی پیوندهایی که از جدول آنتالپی پیوندها حاصل می‌شود در واقع، مجموع میانگین آنتالپی پیوندها است و نه مقدار دقیق آن! توجه داریم که هر ایزومری که مجموع آنتالپی پیوند بیشتری داشته باشد، پایدارتر است.

۶۱- کدام گزینه، عبارت زیر را به درستی تکمیل نمی کند؟

«اگر در یک واکنش، مواد فراورده از مواد واکنش دهنده بیشتر باشد، علامت ΔH این واکنش همانند واکنش خواهد بود.»

(۱) آنتالپی - فتوسنتز

(۲) آنتالپی - تبدیل گاز کربن دی اکسید به اتم های گازی مجزا

(۳) مجموع آنتالپی پیوندهای - تشکیل هیدرازین از عناصر سازنده آن

(۴) مجموع آنتالپی پیوندهای - تشکیل هیدروژن پراکسید از عناصر سازنده آن

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۷۶ - ۱۱۰۲

برای تعیین آنتالپی یک واکنش با استفاده از آنتالپی پیوند، رابطه زیر را داریم:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]$$

در نتیجه در واکنشی که مجموع آنتالپی پیوندهای مواد فراورده از مواد واکنش دهنده بیشتر باشد، علامت ΔH آن منفی خواهد بود. واکنش تشکیل هیدرازین از عناصر سازنده آن (گازهای نیتروژن و هیدروژن) یک واکنش گرماگیر است و علامت ΔH آن مثبت است.

بررسی سایر گزینه ها:

۱

نماد آنتالپی « H » است و آنتالپی یک واکنش با استفاده از آنتالپی مواد شرکت کننده در واکنش به صورت زیر به دست می آید:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = H_{\text{فراورده}} - H_{\text{واکنش دهنده}}$$

در نتیجه در واکنشی که آنتالپی مواد فراورده از آنتالپی مواد واکنش دهنده بیشتر باشد، علامت ΔH آن مثبت خواهد بود. فتوسنتز یک فرایند گرماگیر است و علامت ΔH آن مثبت است.

۲

واکنشی که آنتالپی مواد فراورده از آنتالپی مواد واکنش دهنده بیشتر باشد، علامت ΔH آن مثبت خواهد بود. شکسته شدن پیوندهای موجود در گاز کربن دی اکسید و تبدیل آن به اتم های گازی مجزا نیازمند دریافت گرما است و در نتیجه علامت ΔH این واکنش مثبت است.

۴

در واکنشی که مجموع آنتالپی پیوندهای مواد فراورده از مواد واکنش دهنده بیشتر باشد، علامت ΔH آن منفی خواهد بود. واکنش تشکیل هیدروژن پراکسید از عناصر سازنده آن (گازهای اکسیژن و هیدروژن) یک واکنش گرماده است و علامت ΔH آن منفی است.



۶۲- چند مورد از مطالب زیر درباره رادیکال های آزاد درست است؟

الف - اگر در مولکولی حداقل یک اتم از آرایش هشت تایی پیروی نکند، آن ماده رادیکال آزاد است.

ب - رادیکال های آزاد گونه هایی ناپایدار هستند که واکنش پذیری بسیار بالایی دارند.

ج - در ساختار رادیکال های آزاد همه اتم ها از ساختار هشت تایی تبعیت نمی کنند.

د - در ساختار این مواد حداقل یک الکترون جفت نشده وجود دارد.

ه - در ساختار این مواد جفت الکترون ناپیوندی وجود ندارد.

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۹۱ - ۱۱۰۲

عبارت های (ب) و (د) درست هستند.

الف) وجود الکترون جفت نشده عامل رادیکال آزاد شدن یک گونه است. در این گونه، اتمی که حاوی تک الکترون است، از قاعده هشت تایی پیروی نمی کند. اما باید در نظر گرفت که همه ترکیباتی که یک یا چند اتم آن ها از قاعده هشت تایی پیروی نمی کنند، رادیکال نیستند. به عنوان مثال، یکی از اتم هایی که در ترکیبات زیادی یافت می شود و از قاعده هشت تایی پیروی نمی کند، هیدروژن است. این اتم همواره یک پیوند کووالانسی تشکیل می دهد و به آرایش هلیوم می رسد که آرایش آن غیر هشت تایی است. همچنین سایر اتم ها مانند فسفر در PCl_5 یا گوگرد در SF_6 ممکن است که از قاعده هشت تایی پیروی نکنند، اما در ساختار مولکول حاوی آن ها، تک الکترون ناپیوندی وجود نداشته باشد و ماده مورد نظر یک رادیکال محسوب نخواهد شد. پس وجود تک الکترون نسبت به نرسیدن به آرایش هشت تایی، نشانه بهتری برای شناسایی رادیکال ها بوده و ترکیبی که در ساختار خود الکترون جفت نشده داشته باشد، رادیکال محسوب می شود.

ب) رادیکال، گونه فعال و ناپایداری بوده و واکنش پذیری بالایی دارد. علت واکنش پذیری بالای این دسته از مواد وجود تک الکترون در ساختار این گونه ها است. یکی از واکنش های این مواد، واکنش با بافت های زنده بوده که به سرعت انجام می شود. این واکنش ها به بدن انسان آسیب می رساند.

ج) در ساختار این مواد ممکن است، اتم هایی از قاعده هشت تایی پیروی کنند و تنها اتم حاوی الکترون تکی، از قاعده هشت تایی پیروی نخواهد کرد. به عنوان مثال نیتروژن مونوکسید (NO) و نیتروژن دی اکسید (NO_2) دو رادیکال هستند. که در ساختار آن ها اتم های اکسیژن از قاعده هشت تایی تبعیت می کنند.



د) وجود الکترون جفت نشده عامل تبدیل شدن یک ماده به رادیکال آزاد است و در همه رادیکال های آزاد مشاهده می شود.

ه) وجود جفت الکترون ناپیوندی مغایرتی با رادیکال آزاد بودن آن گونه ندارد. به عنوان مثال، در دو اکسید نیتروژن مطرح شده، جفت الکترون ناپیوندی دیده می شود.

رادیکال ها

رادیکال، گونه فعال و ناپایداری است که برخی از اتم های موجود در ساختار آن الکترون جفت نشده دارند. در واقع، رادیکال ها محتوی اتم هایی هستند که از قاعده هشت تایی پیروی نمی کنند. به عنوان مثال، به ساختار مولکول های نیتروژن مونوکسید (NO) و نیتروژن دی اکسید (NO_2) دقت کنید:



همان طور که مشخص است، اتم های نیتروژن موجود در این ترکیب ها دارای یک الکترون جفت نشده هستند؛ پس این ترکیب ها رادیکال محسوب می شوند. با توجه به حضور یک یا چند الکترون جفت نشده در ساختار رادیکال ها، این گونه های شیمیایی واکنش پذیری بالایی دارند. در بدن ما نیز به دلیل انجام واکنش های متنوع و پیچیده، رادیکال هایی به وجود می آیند که اگر تأثیر آن ها خنثی نشود، می توانند با انجام واکنش های سریع به بافت های بدن آسیب برسانند.

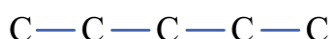


۶۳- برای یک ترکیب آلی بدون شاخه با فرمول مولکولی $C_5H_{10}O$ ، به ترتیب چند ساختار آلدهیدی و چند ساختار کتونی می توان در نظر گرفت؟

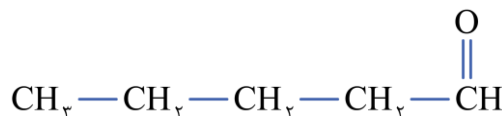
(۱) ۲ - ۱ (۲) ۲ - ۳ (۳) ۱ - ۳ (۴) ۲ - ۲

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مفهومی - استاندارد) (صفحه ۷۰ - ۱۱۰۲)

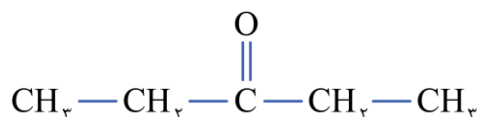
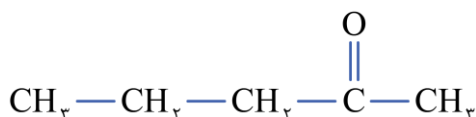
در ساختار مورد نظر یک اتم اکسیژن وجود دارد و بر همین اساس در ساختار آن یک گروه عاملی وجود دارد. همچنین ترکیب مورد نظر بدون شاخه است. پس ساختارهای آلدهیدی و کتونی که می توان به آن نسبت داد، بر روی یک زنجیره پنج کربنی قرار دارند:



گروه آلدهیدی تنها می‌تواند در ابتدای زنجیره کربنی قرار گیرد و به همین علت اگر گروه کربونیل بر روی اتم کربن اول قرار گیرد، ترکیب مورد نظر آلدهید است. (توجه داریم که چه از سمت چپ و چه از سمت راست گروه آلدهیدی را بر کربن اول قرار دهیم، فرقی ندارد و ساختار مشابه ایجاد می‌شود.)



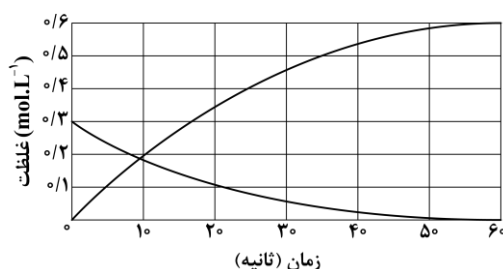
گروه کتونی بر اتم کربن اول و آخر قرار نمی‌گیرد. پس اگر گروه کربونیل بر کربن دوم یا سوم قرار گیرد، ترکیب حاصل کتون خواهد بود. (توجه داریم که کربن دوم از دو سمت، ساختار مشابه ایجاد می‌کنند.)



در نتیجه برای این ترکیب آلی، یک ساختار با گروه عاملی آلدهیدی و دو ساختار با گروه عاملی کتونی دارد.



۶۴- واکنش $2\text{Cl}_2\text{O}(g) \rightarrow 4\text{Cl}(g) + \text{O}_2(g)$ در یک ظرف ۵ لیتری در حال انجام است. اگر نمودار زیر تغییرات غلظت مولی دو ماده شرکت کننده در این واکنش را نشان دهد، سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن از ابتدا تا انتهای واکنش بر حسب مول بر دقیقه کدام است و طی این واکنش چند گرم گاز Cl تولید شده است؟ ($\text{Cl} = 35.5 \text{ g.mol}^{-1}$)



۱) $10.6/5 - 0.75$

۲) $10.6/5 - 3$

۳) $42.6 - 3$

۴) $42.6 - 0.75$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد ۶ - صفحه ۹۰ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

همان‌طور که در نمودار مشخص است، در مدت ۶۰ ثانیه غلظت یکی از مواد شرکت کننده در واکنش از صفر به ۰/۶ مولار و غلظت یکی دیگر از مواد از ۰/۳ مولار به صفر می‌رسد. ماده‌ای که غلظت آن کاهش می‌یابد، واکنش‌دهنده بوده و چون تنها یک واکنش‌دهنده وجود دارد، آن ماده Cl_2O است. پس غلظت اولیه Cl_2O برابر ۰/۳ مولار بوده و همه این ماده در واکنش مصرف شده است. ابتدا مقدار اولیه Cl_2O را حساب می‌کنیم:

$$C = \frac{n}{V} \Rightarrow 0.3 = \frac{n}{5} \Rightarrow n = 1.5 \text{ mol}$$

در نتیجه در این واکنش ۱/۵ مول Cl_2O مصرف شده که ۰/۷۵ مول اکسیژن تولید می‌کند. بر این اساس سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن را در این واکنش که در مدت زمان ۶۰ ثانیه (یک دقیقه) انجام شده است، حساب می‌کنیم:

$$\bar{R}_{\text{O}_2} = \frac{\Delta n(\text{O}_2)}{\Delta t} = \frac{0.75 \text{ mol}}{1 \text{ min}} = 0.75 \text{ mol.min}^{-1}$$

بنابراین سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن برابر با ۰/۷۵ مول بر دقیقه است.

در ادامه مقدار گاز Cl تولیدشده را به دست می‌آوریم. از آنجا که غلظت نهایی این گاز به ۰/۶ مولار رسیده است، مقدار (مول) آن برابر است با:

$$C = \frac{n}{V} \Rightarrow 0.6 = \frac{n}{5} \Rightarrow n = 3 \text{ mol}$$

پس جرم گاز Cl تولیدشده برابر است با:

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow 3 = \frac{m}{35.5} \Rightarrow m = 3 \times 35.5 = 106.5 \text{ g}$$

در نتیجه، ۱۰۶/۵ گرم گاز Cl در این واکنش تولید شده است.



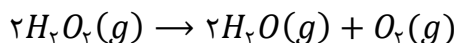
۶۵- با توجه به جدول زیر، آنتالپی واکنش موازنه شده تجزیه آب اکسیژنه در شرایط گازی، برابر چند کیلوژول بر مول است؟

پیوند	$O=O$	$O-H$	$H-H$	$O-O$
میانگین آنتالپی پیوند ($kJ \cdot mol^{-1}$)	۴۹۵	۴۶۳	۴۳۶	۱۴۶
(۱) -۱۴۴	(۲) -۳۴۹	(۳) -۲۹۰	(۴) -۲۰۳	

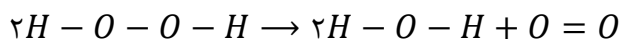
پاسخ: گزینه ۴

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۶۸ - ۱۱۰۲)

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



همچنین ساختار مواد شرکت کننده در این واکنش به صورت زیر است:



همان طور که مشخص است، در این واکنش دو پیوند $O-O$ می شکند و یک پیوند $O=O$ تشکیل می شود. پس آنتالپی این واکنش را به کمک آنتالپی پیوندها محاسبه می کنیم:

[مجموع آنتالپی پیوندهای ایجاد شده در مواد فراورده] - [مجموع آنتالپی پیوندهای شکسته شده در مواد واکنش دهنده] = واکنش ΔH

$$\Delta H = -203 \text{ kJ} = \text{واکنش} \Rightarrow \Delta H = 2(146) - 495 = -203 \text{ kJ} \Rightarrow \Delta H(O-O) = 2\Delta H(O-O) - \Delta H(O=O)$$

بنابراین آنتالپی این واکنش برابر -203 کیلوژول بر مول است.

محاسبه آنتالپی واکنش به کمک آنتالپی پیوند

[مجموع آنتالپی پیوندهای ایجاد شده در مواد فراورده] - [مجموع آنتالپی پیوندهای شکسته شده در مواد واکنش دهنده] = واکنش ΔH



۶۶- در یک ظرف سرباز 350 گرم کلسیم کربنات مطابق معادله $CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$ به طور کامل تجزیه می شود.

اگر جدول زیر نشان دهنده جرم توده جامد موجود در ظرف با گذشت زمان باشد، کدام گزینه درباره این واکنش نادرست است؟

($C = 12, O = 16, Ca = 40; g \cdot mol^{-1}$)

زمان (s)	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰
جرم توده جامد (g)	۳۵۰	۳۰۶	۲۷۳	۲۵۱	۲۴۰

(۱) شیب نمودار مول-زمان برای فراورده های این واکنش، با یکدیگر برابر و مثبت است.

(۲) سرعت متوسط تشکیل کلسیم اکسید در 40 ثانیه اول واکنش برابر با $3/75$ مول بر دقیقه است.

(۳) اگر سرعت تجزیه کلسیم کربنات پس از 30 ثانیه نخست ثابت بماند، زمان کل انجام واکنش برابر با 70 ثانیه خواهد بود.

(۴) نسبت سرعت متوسط مصرف کلسیم کربنات در ده ثانیه اول به سرعت متوسط مصرف این ماده در ده ثانیه سوم برابر با 2 است.

پاسخ: گزینه ۳

(سخت - مفهومی - زمان بر - صفحه ۸۷ - ۱۱۰۲)

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



کاهش جرم توده جامد موجود در ظرف ناشی از تولید گاز کربن دی اکسید و خارج شدن آن از ظرف سرباز است. در ابتدا باید جرم کلسیم کربنات مصرف شده در 40 ثانیه اول را پیدا کنیم. از آنجا که کاهش جرم توده جامد در این مدت زمان برابر با 110 گرم است، جرم گاز کربن دی اکسید تولید شده برابر با این مقدار است:

$$g \text{ CaCO}_3 = 110 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{100 \text{ g CaCO}_3}{1 \text{ mol CaCO}_3} = 250 \text{ g}$$

در نتیجه تا ثانیه 40 واکنش، 250 گرم کلسیم کربنات مصرف شده و 100 گرم از آن باقی مانده است. با توجه به اینکه سرعت مصرف کلسیم کربنات پس از 30 ثانیه اول واکنش ثابت مانده است و از ثانیه 30 تا 40 (ده ثانیه) واکنش، 11 گرم گاز کربن دی اکسید که معادل $\frac{1}{4}$ مول از آن است، تولید شده و به همان مقدار یعنی $\frac{1}{4}$ مول کلسیم کربنات (25 گرم کلسیم کربنات) مصرف شده است می توان فهمید 100 گرم کلسیم کربنات باقی مانده در مدت 40 ثانیه مصرف می شود و مدت زمان کل واکنش برابر با 80 ثانیه خواهد بود.

۱) شیب نمودار مول-زمان مواد موجود در واکنش متناسب با ضریب استوکیومتری آن‌ها است. از آن‌جا که ضریب استوکیومتری فراورده‌های این واکنش برابر است، شیب نمودار مول-زمان آن‌ها با هم برابر خواهد بود و همچنین چون مقدار (مول) فراورده‌های واکنش با گذر زمان افزایش می‌یابند، شیب آن‌ها مثبت خواهد بود.

۲) همان‌طور که گفته شد، در ۴۰ ثانیه اول واکنش ۱۱۰ گرم گاز کربن‌دی‌اکسید تولید شده است. در نتیجه مقدار (مول) کلسیم اکسید تولیدشده برابر است با:

$$n_{CaO} = 110 \text{ g } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } CaO}{1 \text{ mol } CO_2} = 2.5 \text{ mol}$$

حال سرعت متوسط تشکیل کلسیم اکسید در این مدت زمان (۴۰ ثانیه) را حساب می‌کنیم:

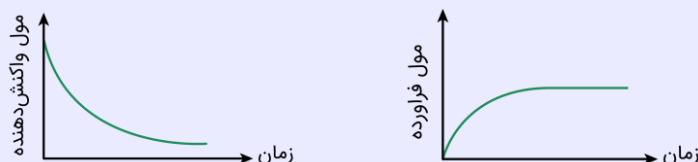
$$\bar{R}_{CaO} = \frac{\Delta n(CaO)}{\Delta t} = \frac{2.5 \text{ mol}}{40 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 3.75 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

۳) در ده ثانیه اول واکنش (ثانیه صفر تا ۱۰)، ۴۴ گرم یا یک مول گاز کربن‌دی‌اکسید تولید می‌شود و همین مقدار (مول) یعنی یک مول از کلسیم کربنات نیز مصرف می‌شود. در ده ثانیه سوم واکنش (ثانیه ۲۰ تا ۳۰)، ۲۲ گرم یا نیم مول گاز کربن‌دی‌اکسید تولید می‌شود و همین مقدار (مول) از کلسیم کربنات نیز مصرف می‌شود. حال نسبت سرعت متوسط مصرف کلسیم کربنات در ده ثانیه اول به سرعت متوسط مصرف این ماده در ده ثانیه سوم برابر است با:

$$\frac{\bar{R}_{CaCO_3}(0-10 \text{ s})}{\bar{R}_{CaCO_3}(20-30 \text{ s})} = \frac{\frac{\Delta n(CaCO_3)}{\Delta t}}{\frac{\Delta n'(CaCO_3)}{\Delta t'}} = \frac{\frac{1 \text{ mol}}{10 \text{ s}}}{\frac{0.5 \text{ mol}}{10 \text{ s}}} = 2$$

شیب نمودار مول-زمان

در اکثر واکنش‌ها سرعت متوسط مصرف واکنش‌دهنده‌ها و سرعت متوسط تولید فراورده‌ها با گذشت زمان کاهش می‌یابد (مگر در برخی واکنش‌ها مانند تبدیل کلسیم کربنات به کلسیم اکسید و کربن‌دی‌اکسید) و نمودار مول - زمان مربوط به واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها خطی نیست و به‌صورت زیر است:



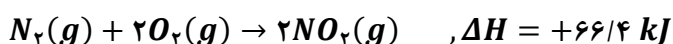
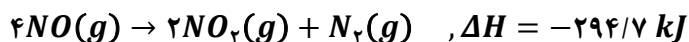
هرچه شیب نمودار مول - زمان، در یک بازه زمانی مشخص برای ماده‌ای در واکنش بیشتر باشد، سرعت متوسط آن ماده در آن بازه زمانی بیشتر است. می‌توان گفت هرچه ضریب استوکیومتری یک ماده در واکنش موازنه شده بیشتر باشد، سرعت متوسط آن ماده، بیشتر بوده و شیب نمودار مول - زمان برای آن ماده در نمودار تندتر است.

! به تذکر کوچک اما مهم!!!

این واکنش در شرایط مشخص با سرعت ثابت انجام می‌شود؛ ولی اگر شرایط ثابت نباشد، سرعت تغییر می‌کند. این سؤال به‌طور عمدی مطرح شده تا یک تذکر برای شما باشد که در نظر بگیرید که همواره صورت سؤال و اطلاعات مطرح‌شده در سؤال بر هر اطلاعات یا دانش دیگری که ما داریم ارجح است. مثلاً ممکن است در سؤال برای محاسبه آنتالپی واکنشی با استفاده آنتالپی پیوند شما بدانید که واکنش مطرح‌شده گرماده است و تنها یک آنتالپی منفی نیز در گزینه‌ها وجود داشته باشد؛ در این سؤال شما حق ندارید با دانش خود این گزینه را انتخاب کنید، بلکه باید آنتالپی را حساب کنید و ممکن است در محاسبات آنتالپی واکنش گرماگیر به‌دست آید.

اما در مورد واکنش بالا که در دمای مشخص با سرعت ثابت انجام می‌شود چطور ممکن است، سرعت آن تغییر کند؟ با انجام یک واکنش گرماگیر (اگر دما ثابت نباشد)، دمای محیط واکنش کاهش و به همین علت، سرعت انجام واکنش کاهش می‌یابد. همچنین در نظر داریم این که سرعت واکنش ثابت است، در حالتی است که سطح تماس ثابت بماند، این در حالی است که در این واکنش با کاهش مقدار واکنش‌دهنده، سطح تماس کاهش می‌یابد.

۶۷- با توجه به واکنش‌های گرمایشیمیایی زیر:



آنتالپی واکنش $2N_2(g) + 4O_2(g) \rightarrow 2NO_2(g) + 4NO(g)$ چقدر کیلوژول بر است؟

$$+384/5 \text{ (۱)} \quad +427/5 \text{ (۲)} \quad +452/6 \text{ (۳)} \quad +350/4 \text{ (۴)}$$

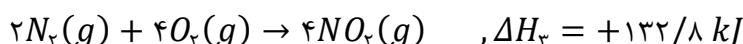
(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۷۵ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

در این واکنش‌ها $NO(g)$ در واکنش اول غیر تکراری است. پس واکنش اول را معکوس می‌کنیم تا جهت و ضریب $NO(g)$ در واکنش اول و واکنش نهایی مشابه شود:



در مورد واکنش دوم نیز $O_2(g)$ ماده غیر تکراری است و ضریب آن باید ۴ و در جهت واکنش دهنده‌ها باشد. پس واکنش دوم را در ۲ ضرب می‌کنیم:



با جمع واکنش‌های تغییر یافته، واکنش مورد نظر به دست می‌آید. در نتیجه بر اساس قانون هس آنتالپی واکنش اصلی برابر مجموع آنتالپی واکنش‌های تغییر یافته است:

$$\Delta H = 294/7 + 132/8 = 427/5 \text{ kJ}$$

بنابراین آنتالپی واکنش مورد نظر برابر با $427/5$ کیلوژول است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

گلوکز طی واکنشی تخمیری به لاکتیک اسید ($C_3H_5O_3$) تبدیل می‌شود. اگر ارزش سوختی گلوکز و لاکتیک اسید به ترتیب برابر $15/6$ و $15/1$ کیلوژول بر گرم باشد، با تخمیر 150 گرم گلوکز در این واکنش، کیلوژول گرما می‌شود.

$$(H = 1, C = 12, O = 16: g. mol^{-1})$$

(۴) ۹۰ - مصرف

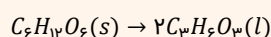
(۳) ۷۵ - تولید

(۲) ۹۰ - تولید

(۱) ۷۵ - مصرف

پاسخ: گزینه ۳

واکنش تخمیری انجام شده به صورت زیر است:



بر اساس قانون هس ΔH یک واکنش را می‌توان از طریق فرمول زیر محاسبه کرد:

$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی سوختن مواد فرآورده}] - [\text{مجموع آنتالپی سوختن مواد واکنش دهنده}] = \text{واکنش } \Delta H$$

بنابراین ابتدا آنتالپی سوختن گلوکز و لاکتیک اسید را حساب می‌کنیم:

$$\frac{|\Delta H \text{ سوختن گلوکز}|}{\text{جرم مولی گلوکز}} = 15/6 \Rightarrow \frac{|\Delta H \text{ سوختن گلوکز}|}{180} = 15/6$$

آنتالپی سوختن منفی است.

$$\Rightarrow \Delta H \text{ سوختن گلوکز} = -2808 \text{ kJ}$$

$$\frac{|\Delta H \text{ سوختن لاکتیک اسید}|}{\text{جرم مولی لاکتیک اسید}} = 15/1 \Rightarrow \frac{|\Delta H \text{ سوختن لاکتیک اسید}|}{90} = 15/1$$

آنتالپی سوختن همواره منفی است.

$$\Rightarrow \Delta H \text{ سوختن لاکتیک اسید} = -1359 \text{ kJ}$$

حال ΔH واکنش تخمیر گلوکز را حساب می‌کنیم:

$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی سوختن مواد فرآورده}] - [\text{مجموع آنتالپی سوختن مواد واکنش دهنده}] = \text{واکنش } \Delta H$$

$$\Rightarrow \Delta H = [2 \times (-1359)] - [-2808] = (-2718) - (-2808) = 90 \text{ kJ}$$

البته می‌توان ΔH این واکنش را بر اساس قانون هس و با استفاده از واکنش‌های سوختن لاکتیک اسید و گلوکز محاسبه کرد. با توجه به علامت ΔH ، با انجام این واکنش گرما تولید می‌شود. در نهایت، مقدار گرمای آزاد شده از تخمیر 150 گرم گلوکز را به دست می‌آوریم:

$$? \text{ kJ گرما} = 150 \text{ g } C_6H_{12}O_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6} \times \frac{90 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} = 75 \text{ kJ}$$

در نتیجه در این واکنش 75 کیلوژول گرما آزاد شده است.



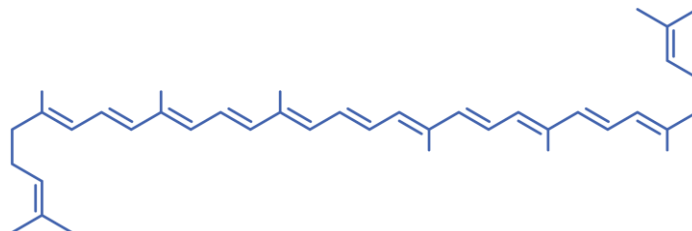
۶۸- بازدارنده موجود در هندوانه یک ترکیب آلی و است.

(۱) سیر شده - بدون شاخه (۲) سیر نشده - بدون شاخه (۳) سیر شده - شاخه دار (۴) سیر نشده - شاخه دار

(آسان - خط به خط - سریع) صفحه ۹۱ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۴

بازدارنده موجود در هندوانه لیکوپن با ساختار زیر است:



این ماده یک هیدروکربن سیر نشده است. همچنین در ساختار آن هیچ حلقه‌ای وجود ندارد و حاوی تعدادی شاخه متیل بر زنجیره اصلی است.

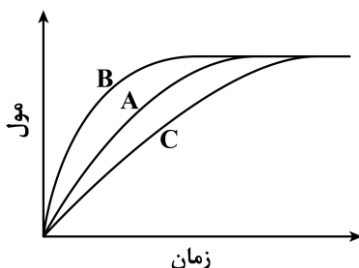
بازدارنده‌ها

بازدارنده‌ها، موادی هستند که از انجام واکنش نامطلوب و ناخواسته در بدن به دلیل حضور رادیکال‌ها جلوگیری می‌کنند. با این توصیف، مصرف خوراکی‌های محتوی بازدارنده‌ها سبب به دام افتادن و جذب رادیکال‌ها شده و با کاهش مقدار آن‌ها، از سرعت واکنش‌های ناخواسته کاسته می‌شود. لیکوپن یکی از انواع بازدارنده‌ها است که در هندوانه و گوجه‌فرنگی وجود دارد. از آنجا که مولکول‌های لیکوپن فقط شامل اتم‌های کربن و هیدروژن می‌باشند، این ماده همانند آلکان‌ها، آلکین‌ها و آلکین‌ها در دسته هیدروکربن‌ها قرار می‌گیرد. فرمول شیمیایی لیکوپن به صورت $C_{11}H_{18}$ بوده و در ساختار آن مجموعاً ۱۰۸ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها وجود دارد. توجه داریم که در این ماده، ۱۳ پیوند دوگانه حضور دارد.



۶۹- چند مورد از موارد زیر به ترتیب با انجام تغییرات گفته شده باعث تغییر منحنی واکنش از A به B و از A به C می‌شوند؟ (نمودار،

نشان‌دهنده تغییر مول‌های یکی از مواد فراورده در واکنش است.)



زمان

۴ - صفر

۳ - ۱

۲ - ۲

۱ - ۳

الف - افزودن مقداری بنزوئیک اسید به ماده غذایی در حال فاسد شدن.

ب - افزودن آب مقطر به محلول هیدروکلریک اسید در واکنش آن با فلز آهن.

ج - فرایند هضم کلم و حبوبات در افرادی که با خوردن آن‌ها دچار نفخ می‌شوند.

د - استفاده از ۱ مول فلز روبیدیم به جای ۱ مول فلز پتاسیم در واکنش با آب سرد.

(متوسط - مفهومی - استاندارد) صفحه ۹۲ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

تغییر منحنی واکنش از A به B مربوط به افزایش سرعت واکنش و تغییر منحنی واکنش از A به C مربوط به کاهش سرعت واکنش در حال انجام است. در هر دو منحنی، مقدار فراورده نهایی واکنش تغییر نمی‌کند. مورد «د» باعث تغییر منحنی واکنش از A به B و موارد «الف»، «ب» و «ج» باعث تغییر منحنی واکنش از A به C می‌شوند.

بررسی موارد:

الف) بنزوئیک اسید یک ماده نگهدارنده است که سرعت واکنش‌های شیمیایی که منجر به فساد ماده غذایی می‌شوند را کاهش می‌دهد.

پ) با افزودن آب مقطر به محلول هیدروکلریک اسید، غلظت آن کاهش می‌یابد؛ در واکنش‌های شیمیایی با کاهش غلظت واکنش‌دهنده‌ها، سرعت واکنش کاهش می‌یابد.

ج) افرادی که آنزیم (کاتالیزگر) هضم‌کننده کلم و حبوبات را ندارند، دچار نفخ می‌شوند. در نتیجه سرعت واکنش هضم این مواد غذایی در بدن آن‌ها کاهش می‌یابد.

د) فلز روبیدیم در دوره پایین‌تری نسبت به فلز پتاسیم قرار گرفته است؛ در نتیجه، دارای خصلت فلزی و واکنش‌پذیری بیشتری است و به این علت می‌تواند با آب سرد واکنش شدیدتر و سریع‌تری دهد.



۷۰- اگر در یک ظرف ۲ لیتری، یک نمونه از پتاسیم نیترات مطابق واکنش موازنه‌نشده $KNO_3(s) \rightarrow KNO_2(s) + O_2(g)$ به‌طور کامل تجزیه شود و سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن در طی واکنش برابر با $\frac{1}{3}$ مول بر دقیقه باشد، پس از گذشت چند ثانیه از ابتدای واکنش ۱۰۲ گرم فراورده جامد تولید می‌شود؟ ($N = 14, O = 16, K = 39: g.mol^{-1}$)

(۱) ۱۲۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۲۴۰

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۸۶ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:



در ابتدا مقدار اکسیژن تولیدشده به ازای تولید ۱۰۲ گرم پتاسیم نیتريت را محاسبه می‌کنیم:

$$? mol O_2 = 102 g KNO_3 \times \frac{1 mol KNO_3}{85 g KNO_3} \times \frac{1 mol O_2}{2 mol KNO_3} = \frac{1}{6} mol$$

پس در این واکنش $\frac{1}{6}$ مول گاز اکسیژن تولید می‌شود. حال با توجه به سرعت متوسط تولید این ماده، زمان انجام واکنش را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta n_{O_2}}{\Delta t} \Rightarrow \frac{1}{6} mol.min^{-1} = \frac{1}{6} mol \Rightarrow \Delta t = 2 min \times \frac{60 s}{1 min} = 120 s$$

در نتیجه پس از گذشت ۱۲۰ ثانیه از ابتدای واکنش مقدار فراورده مورد نظر به‌دست می‌آید.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

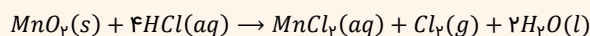
واکنش موازنه‌نشده $MnO_2(s) + HCl(aq) \rightarrow MnCl_2(aq) + Cl_2(g) + H_2O(l)$ را در نظر بگیرید. اگر سرعت متوسط مصرف هیدروکلریک اسید در این واکنش برابر با $\frac{1}{5} mol.s^{-1}$ باشد، سرعت متوسط تولید منگنز (II) کلرید در این واکنش برابر با چند گرم بر دقیقه است؟

$$(Mn = 55, Cl = 35.5: g.mol^{-1})$$

(۱) ۱۲۶ (۲) ۶۳ (۳) ۴۷/۲۵ (۴) ۹۴/۵

پاسخ: گزینه ۴

معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر به‌صورت زیر است:



در قدم اول، مقدار هیدروکلریک اسید مصرف‌شده در طول یک دقیقه را محاسبه می‌کنیم:

$$? mol HCl = 1 min \times \frac{1 min}{60 s} \times \frac{1}{5} mol.s^{-1} = \frac{1}{3} mol$$

در قدم بعد، جرم منگنز (II) کلرید تولیدشده در طول همین بازه زمانی را به دست می‌آوریم:

$$? g MnCl_2 = \frac{1}{3} mol HCl \times \frac{1 mol MnCl_2}{4 mol HCl} \times \frac{126 g MnCl_2}{1 mol MnCl_2} = 94.5 g$$

در قدم آخر، سرعت متوسط تولید منگنز (II) کلرید را حساب می‌کنیم:

$$\bar{R}_{MnCl_2} = \frac{جرم تولیدشده MnCl_2}{\Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{MnCl_2} = \frac{94.5 g}{1 min} = 94.5 g.min^{-1}$$

بنابراین سرعت متوسط تولید منگنز (II) کلرید برابر ۹۴/۵ گرم بر دقیقه است.

