



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



مرور و تثبیت پایه دهم



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه پاسخ

جمعه ۲۷ شهریورماه ۱۴۰۵

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده اید
- ✓ نکات و درسنامه های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

دِرس	مَسْئولِ دِرس	طِراحان	وِیرا سِتان
ریاضیات	حسین شفیع زاده مهر داد کیوان سید جواد نظری	حسین شفیع زاده – مهر داد کیوان سوگند روشنی – محمدرضا حسینی فرد	ندا فرهختی – مائده بادن فیروز یزدان نیک قدم – ارسلان حسونند علی اسدی
فیزیک	حسین عبدوی نژاد مروارید شاه حسینی	محمد باغبان	سپهر صادقی ایلیا فقیه میرزایی
شیمی	علی ترابی	علی ترابی – پرهام تیزپا فرهنگ امیری – طاهای حق بین محمد دارابی جم	معید ایری – امیر حسین مخانی محمدرضا جمشیدی سعیده محبی محمد داود آبادی فراهانی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستند تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین. راستی! حتماً در نظر سنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

تابستون؛ سکوی پرتاب به سمت کنکور!

عبور از خط پایان تابستان؛ حالا وقت «جمع‌بندی» و نمایش قدرته!

خسته نباشی قهرمان! تبریک می‌گم؛

آزمون ۲۷ شهریور رو هم پشت سر گذاشتی و این یعنی پرونده یادگیریِ مباحث پایه قبلی عملاً بسته شد. وقتی به مسیر این چند هفته نگاه می‌کنی، متوجه میشی که خیلی فراتر از «درس خوندن ساده» عمل کردی. تو الآن صاحب یک مهارت کلیدی روان‌شناختی شدی: «پیوستگی در شرایط متغیر». در حالی که خیلی از رقبای تو، هنوز درگیرِ رُخوتِ روزهای آخر تابستون هستن یا تازه دارن فکر می‌کنن که «کی باید استارت بزnm؟»، تو همین الآن با خیالی راحت و دانشی که در حافظه بلندمدت تثبیت شده، این دوره رو با موفقیت به پایان رسوندی. این یعنی تو نه فقط درس، بلکه «نظم شخصی» رو هم یاد گرفتی.

اما صبر کن! هنوز یه قدم آخر و سرنوشت‌ساز باقی مونده: **آزمون ۱۰ مهر**. این «آزمون جامع بزرگ»، حکم مراسم اختتامیه تابستان تو رو داره. فرقی با آزمون‌های قبلی اینه که قراره تمام اون قطعات پازلی که توی تابستون شخم زدی و ساختی رو یک‌جا کنار هم بذاری و تصویر کلی رو ببینی. این آزمون، در واقع «سند تأیید زحمات توئه». تا الآن داشتی روی بخش‌های مجزا کار می‌کردی، اما ۱۰ مهر قراره بفهمی چطور می‌تونی اطلاعات پراکنده رو از توی ذهنت فراخوانی کنی و به کار بگیری. این یک «شبه‌سازی ذهنی» از **کنکور اصلیه**؛ فرصتی برای اینکه ببینی چقدر از آموخته‌های مرداد و شهریور، هنوز توی ذهنت زنده و در دسترسه.

می‌دونم که الآن همزمان با مدرسه رفتن و شروع کلاس‌های سال جدید، سراسیمه‌ای و شاید نگران فشارِ درس‌های جدید باشی. اما بذار یه واقعیت علمی جذاب رو بهت بگم: اون «پیش‌خوانی‌هایی» که توی تابستون انجام دادی، الآن دارن به دات می‌رسن. وقتی سر کلاس پایه جدید می‌شینی و می‌بینی معلم داره مفهومی رو توضیح میده که تو قبلاً یه بار با آزمون‌های تابستون تمرینش کردی، همون لحظه‌ست که «سِد یادگیری» می‌شکنه. اون حسِ «من قبلاً اینو دیدم»، همون چیزیه که بهت آرامش میده؛ در حالی که بقیه بچه‌ها دارن با استرسِ «تازگیِ مطالب» دست و پنجه نرم می‌کنن، تو داری «تحلیل» می‌کنی. این همون اعتمادبه‌نفس واقعی و ریشه‌داریه که تو رو چند پله از بقیه جلو می‌ندازه.

حالا استراتژی برای این چند روز باقی‌مانده تا آزمون جامع چیه؟ خیلی ساده‌ست: **«مرور هوشمندانه و لکه‌گیری»**. مطالبی که قبلاً یاد گرفتی رو با بررسی تست‌های آزمون‌های قبلی مرور کن و تا جایی که برنامه‌ات جواب میده مطالبی که نرسیدی توی آزمون‌های قبلی بخونی جبران کن.

رفیق، ۱۰ مهر قرار نیست فقط امتحان بدی؛ قراره با قدرت تمام، پرونده تابستون رو ببندی و مهر رو با برنده‌بودن و اعتمادبه‌نفس حداکثری آغاز کنی. این آزمون، یعنی پایانِ دورانِ آماتوری و شروعِ دورانِ حرفه‌ای تو. تو حالا دیگه یک کنکوری آماده‌ای که می‌دونه چطور باید از پسِ حجم بالای مطالب بریاد. برو که با یه نتیجه‌ی درخشان در آزمون جامع، به خودت ثابت کنی که این تابستون، همون «سکو و جهش بزرگی» بوده که از قبل قولش رو داده بودیم. پرچم بالاست،

ما منتظر گزارشِ درخششِ تو در آزمون جامع هستیم؛ این آخرین ضربه برای محکم‌کاریِ موفقیتته! ♥

پاسخنامه کلیدی

ریاضیات

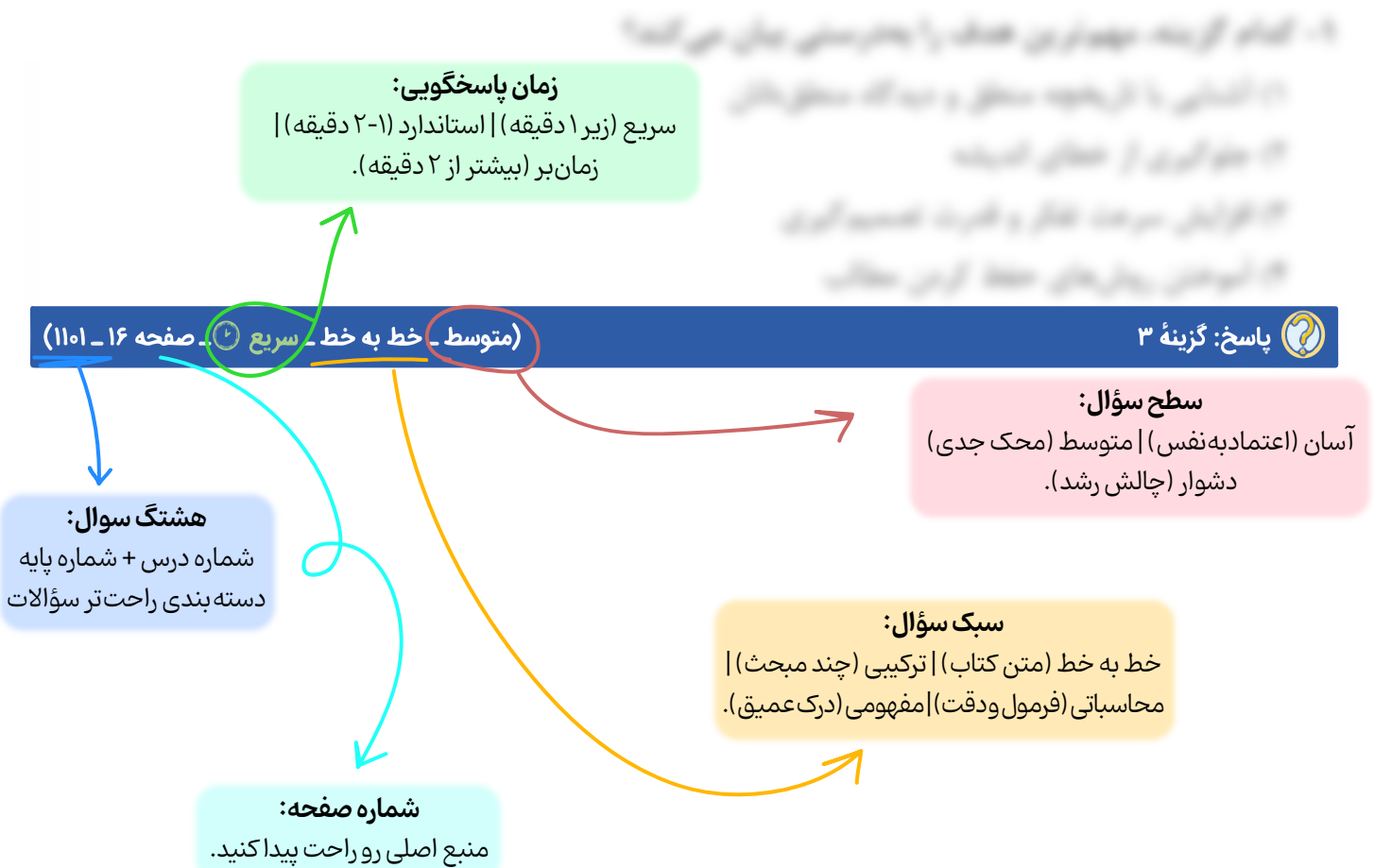
۱	۱	۲	۳	۴	۱۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴	۱۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴	۱۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴	۱۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴	۱۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴	۱۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴	۱۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴	۱۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴	۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴	۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴					
۲۲	۱	۲	۳	۴					
۲۳	۱	۲	۳	۴					
۲۴	۱	۲	۳	۴					
۲۵	۱	۲	۳	۴					
۲۶	۱	۲	۳	۴					
۲۷	۱	۲	۳	۴					
۲۸	۱	۲	۳	۴					
۲۹	۱	۲	۳	۴					
۳۰	۱	۲	۳	۴					

فیزیک

۳۱	۱	۲	۳	۴	۴۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴	۴۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴	۴۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴	۴۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴	۴۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴	۴۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴	۴۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴	۴۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴	۴۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴	۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴	۶۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴	۶۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴	۶۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴	۶۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴	۶۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴	۶۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴	۶۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴	۶۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴	۶۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴	۷۰	۱	۲	۳	۴

شیمی

راهنمای پاسخنامه آزمون‌ها



یادتون باشه:

- ✓ هر سؤال یک فرصت یادگیری، نه یک مانع.
- ✓ پاسخنامه فقط جواب نیست؛ یک کارگاه آموزشی کامله.
- ✓ با هر آزمون و مرور این پاسخنامه، یک پله بالاتر می‌رید و یک قدم به رؤیایون نزدیک‌تر می‌شید.
- ✓ موفقیت فقط برای کسانی که با برنامه و انگیزه حرکت می‌کنن. شما همون آدمید.



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

بودجه‌بندی
این آزمون

ریاضی ۱: شمارش، بدون شمردن + آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۷۰
هندسه ۱: تجسم فضایی، صفحه‌های ۷۷ تا ۹۶

سهم در
کنکور

ریاضی ۱: این مباحث در مجموع ۲ تست از ۴ تست کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۱: این مباحث در مجموع ۱ تست از ۴ تست کنکور را پوشش داده است.

- ۱- در علم آمار در مرحله اول جمع‌آوری اعداد و ارقام را داریم و در مرحله سوم تحلیل و تفسیر داده‌ها را داریم. در مرحله دوم و چهارم به ترتیب کدام اعمال را انجام می‌دهیم؟
- (۱) محاسبه اعداد- انجام عملیات
(۲) محاسبه پارامترها- نتیجه‌گیری
(۳) سازمان‌دهی و نمایش داده‌ها- قضاوت و پیش‌بینی
(۴) مرتب کردن اعداد- محاسبه پارامترها

(آسان - خطبه‌خط - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۱۵۲ - ۱۰۰۷

پاسخ: گزینه ۳

مطابق تعریف آمار و علم آمار مرحله دوم سازمان‌دهی و نمایش داده‌ها و مرحله چهارم قضاوت و پیش‌بینی است.

تعریف آمار

آمار، مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است.

علم آمار و مراحل علم آمار

علم آمار مجموعه روش‌هایی است که شامل مراحل زیر می‌شود:

- ۱) جمع‌آوری اعداد و ارقام
- ۲) سازمان‌دهی و نمایش
- ۳) تحلیل و تفسیر داده‌ها
- ۴) نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب در مورد پدیده‌ها و آزمایش‌های تصادفی



۲- کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) اعضای جامعه همان اعضای نمونه است.
(۲) متغیر کیفی قابل اندازه‌گیری است.
(۳) متغیری که قابل اندازه‌گیری باشد، متغیر کمی است.
(۴) متغیر کیفی به دو حالت ترتیبی و گسسته تقسیم می‌شود.

(آسان - خطبه‌خط - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۱۵۸ و ۱۶۳ - ۱۰۰۷

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به تعریف متغیرها، گزینه «۳» صحیح است.

جامعه و نمونه

جامعه (جمعیت): به مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره یک یا چند ویژگی آن‌ها تحقیق می‌کنیم، جامعه یا جمعیت گفته می‌شود. به این افراد یا اشیاء عضو جامعه می‌گوییم.

اندازه یا حجم جامعه: تعداد اعضای جامعه را اندازه یا حجم جامعه می‌نامیم.

نمونه: بخشی (زیرمجموعه‌ای) از جامعه را که برای مطالعه انتخاب می‌شود، نمونه می‌گوییم و هر یک از افراد یا اشیاء انتخاب شده را عضو نمونه می‌نامیم.

اندازه یا حجم نمونه: تعداد اعضای نمونه را اندازه یا حجم نمونه می‌گوییم.

یه نکته باحال

- ♦ اندازه نمونه همواره کوچک‌تر یا مساوی اندازه جامعه است.
- ♦ اگر اندازه نمونه با اندازه جامعه برابر باشد، می‌گوییم سرشماری انجام داده‌ایم.

انواع متغیرهای کمی

متغیر کمی پیوسته: متغیری است که اگر دو مقدار a و b را بتواند اختیار کند، هر مقدار بین a و b را نیز بتواند بگیرد، مثلاً قد یک فرد می‌تواند $۱/۶$ متر، $۱/۷$ متر و یا هر عددی بین این دو عدد باشد.

یه نمونه باحال ببین!

سرعت خودرو، وزن افراد، شاخص توده بدنی، دمای هوا در قله کوه و ...

متغیر کمی گسسته: متغیری کمی است که پیوسته **نباشد**.

یه نمونه باحال ببین!

تعداد دانش‌آموزان یک مدرسه، تعداد سؤالات کنکور و ...

انواع متغیرهای کیفی

متغیر کیفی ترتیبی: متغیری است که نوعی ترتیب طبیعی دارد.

یه نمونه باحال ببین!

- سطح تحصیلات یک فرد (دیپلم، فوق دیپلم، کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکتری)
- مراحل رشد انسان (نوزاد، کودک، نونهال، نوجوان، جوان، میانسال، کهنسال)
- میزان هوش یک فرد (زیاد، متوسط، کم)
- مقام یک ورزشکار در مسابقه (اول، دوم، سوم و ...)

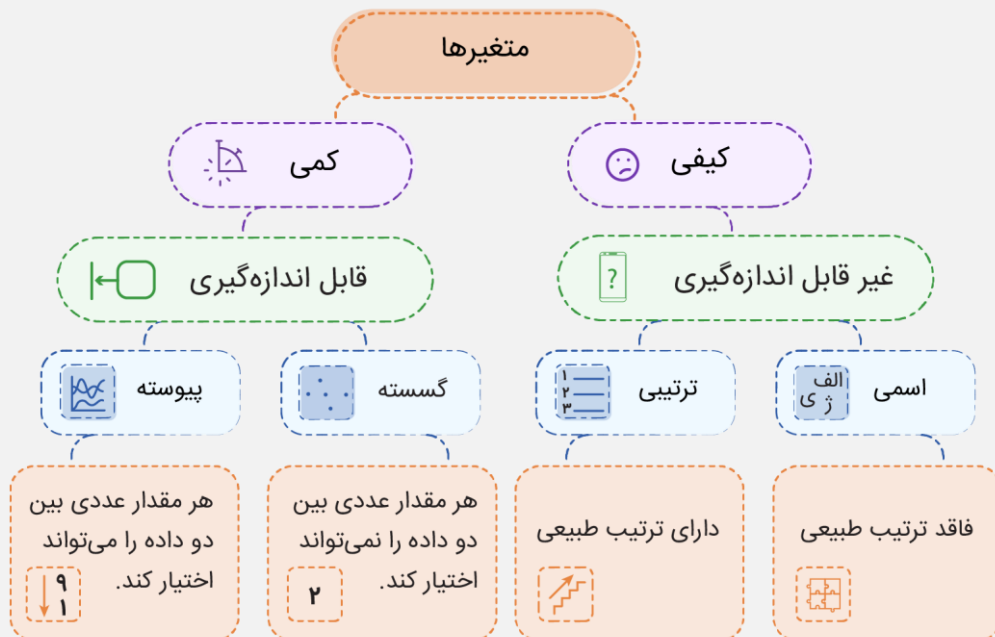
متغیر کیفی اسمی: به متغیر کیفی که ترتیبی **نباشد**، متغیر کیفی اسمی می‌گوییم.

یه نمونه باحال ببین!

جنسیت افراد (زن و مرد)، انواع وضعیت هوا (آفتابی، ابری، بارانی و برفی)

جمع‌بندی انواع متغیرها

متغیرها



۳- اگر $\binom{n}{2} + \binom{n+1}{n} = 22$ باشد، مقدار $\binom{n}{1} + \binom{n+1}{2}$ چه عددی است؟

(۴) ۳۱

(۳) ۲۷

(۲) ۳۵

(۱) ۳۹

(متوسط - محاسباتی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۱۳۴ - ۱۰۰۶

پاسخ: گزینه ۳

در ابتدا به کمک تعریف داریم:

$$\binom{n}{2} + \binom{n+1}{n} = 22 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} + \binom{n+1}{1} = 22 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} + n + 1 = 22$$

$$\Rightarrow \frac{n^2 - n}{2} + n = 21 \Rightarrow \frac{n^2 + n}{2} = 21 \Rightarrow n(n+1) = 42 = 6 \times 7 \Rightarrow n = 6$$

حال عبارت خواسته شده را می‌یابیم:

$$\binom{n}{1} + \binom{n+1}{2} = \binom{6}{1} + \binom{7}{2} = 6 + \frac{7 \times 6}{2} = 6 + 21 = 27$$

محاسبات ترکیب

$$۱) \binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n \quad ۲) \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$$

$$۳) \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \quad ۴) \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

••• bio •••

۴- با حروف کلمه «بازنگری» یک کلمه ۷ حرفی نوشته‌ایم. در چند حالت کلمه «زرنگ» دیده می‌شود؟

(۴) ۲۴

(۳) $(4!)^2$

(۲) ۵!

(۱) $5! \times 4!$

(آسان - مفهومی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۱۳۰ - ۱۰۰۶

پاسخ: گزینه ۴

چون قرار است کلمه «زرنگ» دیده شود، جابه‌جایی بین حروف آن را نخواهیم داشت، پس تعداد حالات موردنظر آن است که کلمه «زرنگ» را با سه حرف باقی‌مانده جایگشت دهیم:

ب، ی، ا، (زرنگ)

در یک بسته

$$\Rightarrow 24 = 4! = \text{تعداد حالات}$$

جایگشت و جایگشت اعضاء در یک بسته

تعریف: هر حالت از قرار گرفتن n شیء متمایز در یک ردیف را یک جایگشت از این n شیء می‌گویند و تعداد کل جایگشت‌های آن‌ها برابر با $n!$ است، که:

$$n! = n(n-1)(n-2) \times \dots \times 1$$

قلقلش رو یاد بگیر!

اگر در مسائل مربوط به جایگشت خطی اشیاء، چند شیء بخواهند کنار هم باشند اصطلاحاً اشیاء را به هم می‌بندیم و به عنوان یک شیء در نظر می‌گیریم. سپس جایگشت اشیاء کلی را در جایگشت اشیاء داخل دسته، ضرب می‌کنیم. در صورتی که بخواهیم اشیاء داخل بسته با یک ترتیب مشخص باشند، جایگشت اشیاء داخل جعبه را حساب نمی‌کنیم.

یه نمونه باحال ببین!

۳ مهندس و ۴ پزشک را به چند طریق می‌توان در یک ردیف صندلی کنار هم نشان داد به طوری که مهندس‌ها کنار هم باشند؟

پزشک، پزشک، پزشک، پزشک، مهندس، مهندس، مهندس

۳ مهندس را در یک بسته کنار هم قرار می‌دهیم. ببینید:

کل دسته مهندس ها را یک شیء در نظر می گیریم. بنابراین:

جایگشت کلی افراد
 $\uparrow$
 $3! \times 5! = \text{جواب}$
 $\downarrow$
 جایگشت افراد داخل دسته



۵- دانش آموز تجربی و ۶ دانش آموز رشته ریاضی کنار هم ایستاده اند. تعداد حالتی که دانش آموزان تجربی کنار هم هستند، کدام است؟

(۴) $4! - 10!$

(۳) $4! \times 7!$

(۲) $6! - 10!$

(۱) $4! \times 6!$

(آسان - محاسباتی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۱۳۰ - ۱۰۰۶

پاسخ: گزینه ۳

وقتی دانش آموزان تجربی کنار هم هستند آن ها را مانند یک دسته در نظر می گیریم، پس تعداد حالت در این مورد برابر است با:

جایجایی تجربی ها با هم $4! \times 7!$
 گروه تجربی و رشته ریاضی



۶- سه نامه برای سه فرد A، B و C نوشته شده است، سه پاکت با ذکر این اسامی انتخاب کرده ایم. در چند حالت هیچ نامهای در پاکت خودش قرار نمی گیرد؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

(آسان - ترکیبی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۱۲۰ - ۱۰۰۶

پاسخ: گزینه ۲

فقط در ۲ حالت هیچ نامهای در پاکت خودش قرار نمی گیرد که حالت های آن در زیر آورده شده است:

نامه	A	B	C
پاکت	C	A	B

نامه	A	B	C
پاکت	B	C	A

در مابقی حالات حداقل یک نامه در پاکت خودش قرار خواهد گرفت.



۷- اگر $A = \{1, 2, \dots, 5\}$ و $B = \{1, 2, \dots, 10\}$ ، چند تابع $f: A \rightarrow B$ می توانیم بنویسیم به طوری که $f(1) = 1$ ، $f(2) > 2$ و $f(3) \leq 3$ باشد؟

(۴) ۶۳۰

(۳) ۲۴۰۰

(۲) ۱۶۰۰

(۱) ۲۱۰۰

(متوسط - محاسباتی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۱۲۳ - ۱۰۰۶

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به آن که:

(۱) با توجه به شرط $f(1) = 1$ ، برای $x = 1$ فقط ۱ انتخاب داریم.

(۲) با توجه به شرط $f(2) > 2$ ، برای $x = 2$ ، ۸ انتخاب داریم.

(۳) با توجه به شرط $f(3) \leq 3$ ، برای $x = 3$ ، ۳ انتخاب داریم.

برای $x = 4$ و $x = 5$ چون هیچ محدودیتی ندارند هر کدام ۱۰ انتخاب داریم: $10 \times 10 \times 3 \times 8 \times 1 = 2400$ = تعداد توابع

اصل ضرب و اصل جمع

اصل جمع: اگر کاری را بتوان به دو طریق انجام داد، به طوری که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد، برای انجام کار مورد نظر در مجموع $m + n$ روش وجود دارد.

اصل ضرب: اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به طوری که برای انجام مرحله اول m روش و برای هر کدام از این m روش، مرحله دوم را بتوان به n روش انجام داد، در کل کار مورد نظر با $m \times n$ روش قابل انجام است.

نکته!

در ادبیات سؤال های شمارشی «و» نشان دهنده اصل ضرب و «یا» نشان دهنده اصل جمع است.

- ۸- با ارقام ۰, ۱, ۲, ۳, ۵, ۸, ۹, چند عدد ۳ رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت به طوری که از ۵۲۰ کمتر باشد؟
 (۱) ۱۱۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۹۰

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۱۲۲ و ۱۲۳ - ۱۰۰۶

پاسخ: گزینه ۳

اگر رقم صدگان ۱، ۲ یا ۳ باشد، تمام اعداد به دست آمده قابل قبول هستند، پس تعداد حالات برابر است با:

$$\frac{3}{\text{صدگان}} \times \frac{6}{\text{}} \times \frac{5}{\text{}} = 90$$

اگر رقم صدگان ۵ باشد، رقم دهگان ۰ یا ۱ می تواند باشد:

$$\frac{1}{\text{رقم صدگان ۵}} \times \frac{2}{\text{یا ۱}} \times \frac{5}{\text{}} = 10$$

پس بنا به اصل جمع، کل حالات، ۱۰۰ حالت است.

$$90 + 10 = 100$$



- ۹- چند عدد ۴ رقمی داریم که در آن رقم ۸ به کار رفته باشد؟

- (۱) ۷۲۹۰ (۲) ۳۱۶۸ (۳) ۵۸۳۲ (۴) ۵۱۲۰

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۱۲۲ - ۱۰۰۶

پاسخ: گزینه ۲

از متمم آن استفاده می کنیم یعنی تعداد اعداد ۴ رقمی ای که رقم ۸ در آن ها بکار نرفته باشد را از کل اعداد چهار رقمی کم می کنیم:

$$\text{تعداد کل اعداد چهار رقمی} = \frac{9}{\text{غیر صفر}} \times 10^3 = 9000$$

$$\text{تعداد اعداد چهار رقمی فاقد رقم ۸} = \frac{8}{\text{غیر ۸ غیر صفر و ۸}} \times \frac{9^3}{\text{}} = 8 \times 729 = 5832$$

$$8 \text{ شامل رقم ۴} = 9000 - 5832 = 3168$$

اصل متمم

بسیاری از اوقات استفاده از روش متمم سریع تر از استفاده از روش مستقیم است. همان طور که در این سؤال هم مشاهده شد روش مستقیم می تواند به مراتب، خیلی طولانی تر و با خطای بیشتر همراه باشد. پس با تعریف درست پیشامدها و استفاده از اطلاعات مسئله می توانیم با روش شمارش متمم سریع تر به جواب برسیم.



- ۱۰- در یک جمع n داور ایرانی و ۴ داور غیر ایرانی داریم. می خواهیم ۳ نفر از بین آن ها انتخاب کنیم. تعداد حالاتی که حداقل دو داور ایرانی داشته باشیم، ۸۰ است، عدد طبیعی n کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۶

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۱۳۶ - ۱۰۰۶

پاسخ: گزینه ۴

مطابق تعریف ترکیب داریم:

$$\text{حداقل ۲ ایرانی} = \binom{n}{2} \binom{4}{1} + \binom{n}{3} = 80 \Rightarrow 4 \times \frac{n(n-1)}{2} + \frac{n!}{3!(n-3)!} = 80$$

$$\Rightarrow 2n(n-1) + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 80 \Rightarrow n(n-1)\left(2 + \frac{n-2}{6}\right) = 80$$

$$\Rightarrow n(n-1)(n+10) = 480$$

با توجه به گزینه ها، n = ۶ قابل قبول است، زیرا ۴۸۰ مضرب n است، پس n = ۷ و n = ۹ رد می شود و اگر n = ۱۰ را قرار دهیم، داریم:

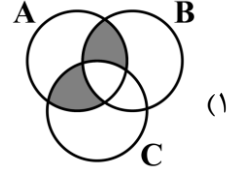
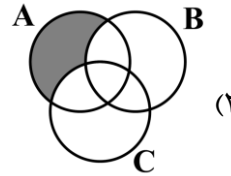
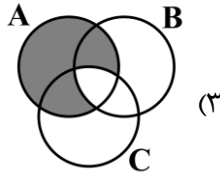
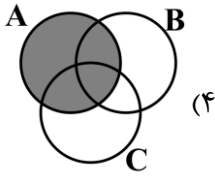
$$n(n-1)(n+10) = 10 \times 9 \times 20 = 1800 \neq 480$$


 قَلِقش رو یاد بگیر!

در مسائلی که به فرمول ترکیب برمی‌گردند و باید به مقدار مجهول n برسیم معمولاً در انتهای راه‌حل اگر به یک معادله درجه سوم یا بالاتر برخورد کنیم باید با امتحان گزینه‌ها و یا حدس، جواب را به دست آوریم.



۱۱- اگر A ، B و C سه پیشامد در فضای نمونه S باشند، پیشامد آن که فقط A رخ دهد، در کدام نمودار مشخص شده است؟



(آسان - خط‌به‌خط - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۱۵۰ - ۱۰۰۷

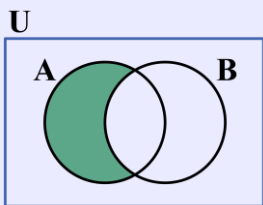
پاسخ: گزینه ۲

در واقع باید A رخ دهد و B و C رخ ندهند، پس گزینه «۲» نمودار مناسب آن است.

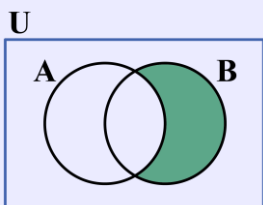
اعمال روی پیشامدها در نمودار ون

پیشامدهای مهم روی نمودار ون به صورت زیر هستند:

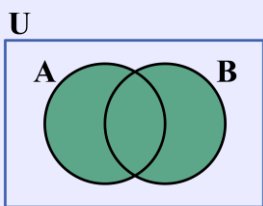
(۱) فقط A رخ دهد:



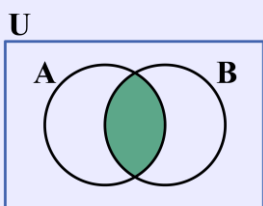
(۲) فقط B رخ دهد:



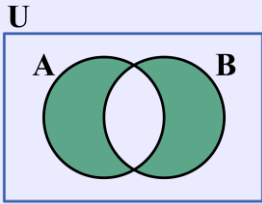
(۳) حداقل یکی از A یا B رخ دهد:



(۴) هر دوی A و B رخ دهند:

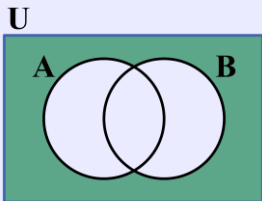


۵) فقط یکی از A یا B رخ دهد:



$$(A - B) \cup (B - A)$$

۶) هیچ کدام از پیشامدهای A و B رخ ندهند:



$$A' \cap B' = (A \cup B)'$$

نمودارها برای سه پیشامد را شما رسم کنید. 😊



۱۲- اگر A و B دو پیشامد غیرتهی ناسازگار در فضای S باشند، کدام نادرست است؟

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \quad (۲)$$

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A) + P(B) \quad (۱)$$

$$P(A - B) = P(A) \quad (۴)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (۳)$$

(آسان - خطبه خط - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۱۴۵ و ۱۴۶ - ۱۰۰۷

پاسخ: گزینه ۲

$$A \cap B = \emptyset$$

دو پیشامد A و B به شرطی ناسازگار هستند که:

بررسی گزینه‌ها:

۱ و ۴ درست هستند:

$$P(A - B) = P(A), P(B - A) = P(B) \Rightarrow P(A - B) + P(B - A) = P(A) + P(B)$$

۲

می‌دانیم اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند:

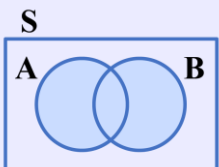
$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cap B) = P(\emptyset) = 0 \neq P(A)P(B)$$

سمت راست در شرط $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ قطعاً ناصفر است چون دوپیشامد ناتهی داریم حاصل ضرب احتمال آن‌ها ناصفر است.

۳ درست است:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

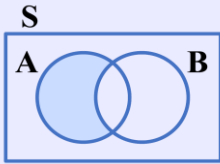
قوانین احتمال



احتمال آن که A و B باهم (همزمان) رخ دهند

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

احتمال آن که از بین پیشامدهای A و B حداقل یکی اتفاق بیفتد



$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

↓
احتمال آن که A اتفاق بیفتد ولی B اتفاق نیفتد (فقط A اتفاق بیفتد)

پیشامد ناسازگار و احتمال‌های مربوط به آن‌ها

زمانی دو پیشامد ناسازگار هستند که **اشتراکی با یکدیگر نداشته باشند** در نتیجه احتمال وقوع هر دوی آن‌ها با یکدیگر صفر است و محاسبه احتمال سایر پیشامدها به صورت زیر ساده‌تر می‌شود:

$$1) A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cap B) = P(\emptyset) = 0$$

$$2) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$3) P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A)$$

$$4) P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = P(B)$$



۱۳- در ظرفی ۴ مهره قرمز و ۳ مهره سفید داریم و دو مهره باهم به تصادف خارج می‌کنیم، احتمال آن که هر دو مهره هم‌رنگ باشند چند برابر احتمال آن است که از هر رنگ یک مهره بیرون آمده باشد؟

$$\frac{3}{5} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

(آسان - محاسباتی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۱۴۷ - ۱۰۰۷

پاسخ: گزینه ۱

$$P(A) = \frac{\binom{3}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{7}{2}}$$

A پیشامد آن که هر دو مهره هم‌رنگ باشند:

$$P(B) = \frac{\binom{3}{1} \binom{4}{1}}{\binom{7}{2}}$$

B پیشامد آن که از هر رنگ یک مهره بیرون بیاید:

$$\Rightarrow \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\binom{3}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{3}{1} \binom{4}{1}} = \frac{3 + 6}{3 \times 4} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

احتمال

اگر S مجموعه همه حالت‌های ممکن برای یک آزمایش تصادفی باشد، آن را فضای نمونه‌ای می‌نامیم و $n(S)$ تعداد اعضای آن است. حال اگر $A \subseteq S$ باشد A را یک **پیشامد** از S می‌گوییم و احتمال وقوع آن برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$



۱۴- در بین ۹ نفر دو نفر آن‌ها باهم برادر هستند. آن‌ها را به تصادف در کنار هم قرار می‌دهیم. به کدام احتمال فقط یک نفر بین دو برادر قرار می‌گیرد؟

$$\frac{1}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{7}{36} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{36} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۱۵۱ - ۱۰۰۷

ابتدا یک نفر از بین ۷ نفر دیگر انتخاب کرده، آن را بین دو برادر A و B قرار می‌دهیم و این ۳ نفر را مانند یک بسته در نظر می‌گیریم. البته دقت کنید A و B را هم می‌توانیم جابه‌جا کنیم، پس:

$$\boxed{AOB} \circ \circ \circ \circ \circ \circ$$

جایگشت بسته باقیه افراد

$$n(\text{مطلوب}) = \binom{7}{1} \times 7! \times 2! = 7 \times 7! \times 2$$

جایگشت A, B

انتخاب یک نفر بین A, B

$$\Rightarrow P(\text{مطلوب}) = \frac{7 \times 7! \times 2}{9!} = \frac{7 \times 2 \times 7!}{9 \times 8 \times 7!} = \frac{7 \times 2}{9 \times 8} = \frac{7}{36}$$



۱۵- اگر دو تاس سالم را پرتاب کنیم، به کدام احتمال اختلاف دو عدد ظاهر شده عددی فرد است؟

$$\frac{1}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۱۴۶ - ۱۰۰۷

اگر پیشامد موردنظر را A فرض کنیم، آن‌گاه باید یکی از تاس‌ها زوج و تاس دیگر فرد ظاهر شود. پس:

$$n(A) = \frac{3}{3} \times \frac{3}{3} + \frac{3}{3} \times \frac{3}{3} \Rightarrow n(A) = 9 + 9 = 18$$

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

تاس دوم تاس اول

$$P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$



۱۶- اگر $3P(A) = 4P(B) = 2P(A \cup B)$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{12}$ ، مقدار $P(A - B)$ چه عددی است؟

$$\frac{1}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{16} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{9} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۱۴۸ - ۱۰۰۷

بنا به فرض داریم:

$$3P(A) = 4P(B) = 2P(A \cup B) = x \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{x}{2}, P(A) = \frac{x}{3}, P(B) = \frac{x}{4}$$

از طرفی می‌دانیم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

پس:

$$\frac{x}{2} = \frac{x}{3} + \frac{x}{4} - \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{x}{3} + \frac{x}{4} - \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{4x + 3x - 6x}{12} \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{x}{12} \Rightarrow x = 1$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A - B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

••• iko •••

۱۷- یک تاس و ۴ سکه را می‌اندازیم. به کدام احتمال تعداد دفعاتی که سکه «رو» آمده با شماره تاس برابر است؟

$$\frac{9}{32} \quad (4)$$

$$\frac{6}{32} \quad (3)$$

$$\frac{15}{32} \quad (2)$$

$$\frac{5}{32} \quad (1)$$

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) - ریاضی ۱ صفحه ۱۴۶ - ۱۰۰۷

پاسخ: گزینه ۱

حالات قابل قبول احتمال موردنظر را معلوم می‌کنیم:

$$P(A) = \frac{1}{6} \times \frac{\binom{4}{1}}{16} + \frac{1}{6} \times \frac{\binom{4}{2}}{16} + \frac{1}{6} \times \frac{\binom{4}{3}}{16} + \frac{1}{6} \times \frac{\binom{4}{4}}{16}$$

یک بار رو آید ۲ بار رو آید ۳ بار رو آید ۴ بار رو آید

تاس ۱ آید تاس ۲ آید تاس ۳ آید تاس ۴ آید

بنابراین احتمال مطلوب برابر است با:

$$P(A) = \frac{1}{6} \left(\frac{4}{16} + \frac{6}{16} + \frac{4}{16} + \frac{1}{16} \right) = \frac{1}{6} \times \frac{15}{16} = \frac{5}{32}$$

••• iko •••

۱۸- دو تاس سالم پرتاب می‌کنیم. به کدام احتمال جمع اعداد ظاهر شده مضرب ۳ است؟

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{11}{36} \quad (3)$$

$$\frac{15}{36} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۱۴۹ - ۱۰۰۷

پاسخ: گزینه ۴

روش اول

در پرتاب دو تاس، جمع اعداد ظاهر شده ۲ تا ۱۲ است. به جدول زیر دقت کنید:

جمع	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
احتمال	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

پس احتمال آن که جمع اعداد ظاهر شده مضرب ۳ باشد:

$$P(A) = \frac{2+5+4+1}{36} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

روش دوم

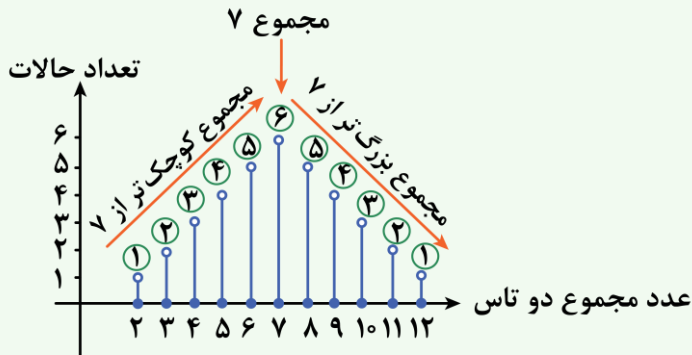
اعضای پیشامد مطلوب را می‌نویسیم:

$$A = \{ \underbrace{(1,2)(2,1)}_{\text{مجموع ۳}}, \underbrace{(1,5)(2,4)(3,3)(4,2)(5,1)}_{\text{مجموع ۶}}, \underbrace{(3,6)(4,5)(5,4)(6,3)}_{\text{مجموع ۹}}, \underbrace{(6,6)}_{\text{مجموع ۱۲}} \}$$

$$\Rightarrow n(A) = 12 \Rightarrow P(A) = \frac{12}{6 \times 6} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

این جدول رو خوب بلد باش خیلی به کار میاد...

یکی از مسائل پرتکرار در مورد تاس، حالتی است که یک تاس را دو بار پرتاب می‌کنیم (یا دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم) و پیشامد ما بر اساس مجموع دو عدد رو شده است. در این حالت، بهتر است از نمودار زیر کمک بگیریم.



اولین چیزی که می‌توان از این نمودار متوجه شد، این است که تعداد حالات مجموع دو تاس کوچک‌تر از ۷ برابر ۱۵ است و تعداد حالات مجموع بزرگ‌تر از ۷ هم نیز برابر ۱۵ است.

تفسیر نمودار: در پرتاب دو تاس، هر مجموعی را که نیاز داریم پیدا کنیم، ابتدا به این نکته توجه می‌کنیم که مجموع دو تاس بزرگ‌تر از یک و کوچک‌تر از ۱۳ است. حال، آن مجموع به هر کدام از اعداد ۱ یا ۱۳ نزدیک‌تر بود، فاصله آن تا این عدد تعداد حالات این مجموع را به شما می‌دهد.

جمع اعداد ظاهر شده در پرتاب دو تاس

به‌طور کلی احتمال آن‌که جمع دو عدد برابر n باشد، برابر است با:

$$P(A) = \begin{cases} \frac{n-1}{36} & 2 \leq n \leq 7 \\ \frac{13-n}{36} & 7 \leq n \leq 12 \end{cases}$$



۱۹- به چند طریق می‌توانیم ۶ نفر از بین ۱۰ دوست خود را به یک مهمانی دعوت کنیم به‌طوری‌که دو نفر از آن‌ها که نمی‌خواهند باهم در

مهمانی شرکت کنند را دعوت نکنیم؟

۷۰ (۴)

۱۱۲ (۳)

۱۴۰ (۲)

۵۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۱۵۰ - ۱۰۰۷

پاسخ: گزینه ۲

روش مستقیم:

روش اول

هیچ‌یک از آن دو نفر را دعوت نمی‌کنیم، یعنی: $\begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}$

حالت اول

فقط یکی از دو نفر را دعوت کنیم، یعنی: $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \end{pmatrix}$

حالت دوم

$$\begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \end{pmatrix} = \frac{8 \times 7}{2} + 2 \times \frac{8 \times 7 \times 6}{6} = 28 + 112 = 140$$

تعداد کل حالت‌ها را حساب کنیم و تعداد حالاتی که دو نفر باهم انتخاب می‌شوند را از آن کم کنیم، یعنی:

$$\binom{10}{6} - \binom{2}{2} \binom{8}{4} = 210 - 70 = 140$$



۲۰- در یک خانواده با ۵ فرزند احتمال کدام پیشامد کم‌تر است؟

- (۱) تمام فرزندان با یک جنسیت باشند.
 (۲) دو فرزند اول و آخر دختر و سایر فرزندان پسر باشند.
 (۳) پسرهای یک در میان باشند.
 (۴) تعداد پسرها از تعداد دختران بیشتر باشد.

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) - ریاضی ۱ (صفحه ۱۵۰ - ۱۰۷)

پاسخ: گزینه ۲

در ابتدا می‌دانیم در یک خانواده n فرزندی، احتمال آن که k فرزند دختر (پسر) داشته باشیم برابر است با:

$$P(A) = \frac{\binom{n}{k}}{2^n}$$

$$P(A) = \frac{\binom{5}{5} + \binom{5}{5}}{2^5} = \frac{2}{32} = \frac{1}{16}$$

تمام فرزندان پسر باشند تمام فرزندان دختر باشند

$$P(A) = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1}{2^5} = \frac{1}{32}$$

$$P(A) = \frac{2}{32} = \frac{1}{16}$$

۱ وضعیت جنسیت تمام فرزندان معلوم است، پس:

۲ یا ۳ پسر و ۲ دختر یا ۳ دختر و ۲ پسر داریم، پس:

$$P(A) = \frac{\binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5}}{2^5} = \frac{10 + 5 + 1}{32} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$$

↓ پسر ۳
↓ پسر ۴
↓ پسر ۵

پس چون $\frac{1}{32} < \frac{1}{16} < \frac{1}{2}$ یعنی احتمال این که دو فرزند اول و آخر دختر و سایر فرزندان پسر باشند از همه کم‌تر است.

توجه!

توجه کنید اگر تعداد فرزندان فرد باشد در نصف حالات دختران بیشتر هستند و نصف حالات تعداد پسران بیشتر است.



۲۱- صفحه P در فضا مفروض است. چه تعداد از گزاره‌های زیر، نادرست است؟

- الف: اگر خط L با صفحه P موازی باشد، آن‌گاه هر خطی که بر L عمود باشد، بر صفحه P نیز عمود است.
 ب: از نقطه A در فضا، دقیقاً یک صفحه عمود بر صفحه P می‌گذرد.
 ج: اگر دو خط L_1 و L_2 با صفحه P موازی باشند، آن‌گاه L_1 و L_2 با هم موازی‌اند.

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

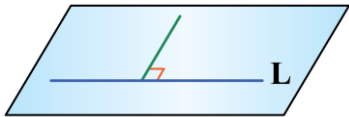
(۱) صفر

(آسان - مفهومی - سریع) - هندسه ۱ صفحه ۸۳ - ۱۰۰۴

پاسخ: گزینه ۴

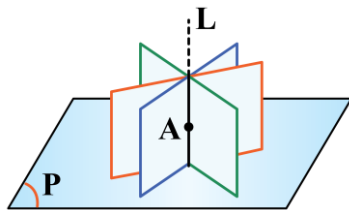
بررسی موارد:

الف) نادرست است.



اگر خط L با صفحه P موازی باشد، خطی که بر L عمود است می‌تواند در صفحه‌ای موازی با P قرار داشته باشد و این خط با صفحه P موازی باشد (نه عمود بر آن).

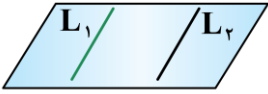
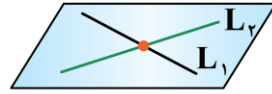
پ) نادرست است.



از نقطه A ، یک خط منحصر به فرد (مثلاً خط L) عمود بر صفحه P می‌گذرد. هر صفحه‌ای که شامل این خط L باشد بر صفحه P عمود است و از آن‌جا که بی‌شمار صفحه می‌توان حول خط L دوران داد، بی‌شمار صفحه وجود دارد که از نقطه A می‌گذرند و بر صفحه P عمود هستند.

ج) نادرست است.

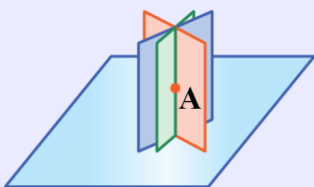
این دو خط می‌توانند نسبت به یکدیگر متقاطع، متناظر یا موازی باشند.



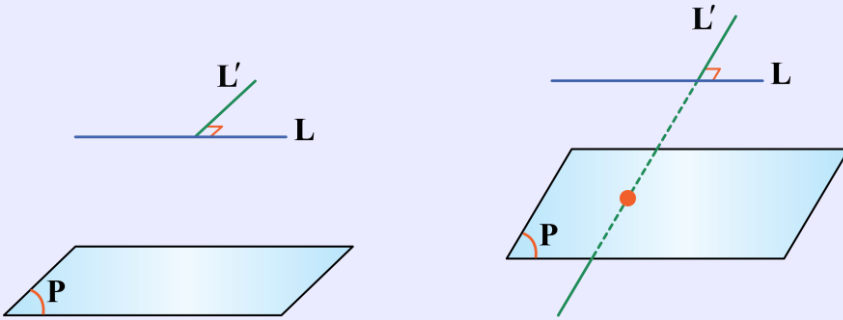
پس هر ۳ مورد نادرست هستند.

تجسم فضایی

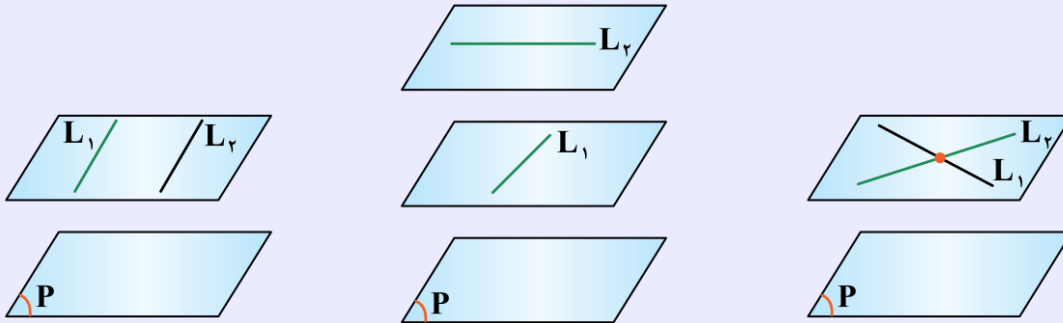
۱) از یک نقطه خارج یک صفحه بی‌شمار صفحه عمود بر آن می‌توان رسم کرد.



(۲) اگر خطی با یک صفحه موازی باشد، خطوط عمود بر آن ممکن است با صفحه موازی یا متقاطع باشند.



(۳) اگر دو خط با یک صفحه موازی باشند، ممکن است نسبت به یکدیگر متقاطع، متناظر یا موازی باشند.

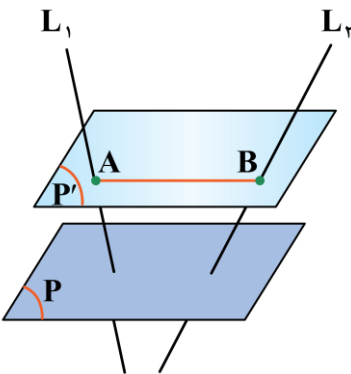


۲۲- دو خط متناظر L_1 و L_2 با صفحه P متقاطع هستند. چند خط موازی با صفحه P می‌توان رسم کرد که هر دو خط L_1 و L_2 را قطع کند؟
 (۱) یک یا صفر (۲) صفر یا بی‌شمار (۳) بی‌شمار (۴) یک یا دو

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۸۱ - ۱۰۰۴

پاسخ: گزینه ۳

چون هر دو خط L_1 و L_2 ، صفحه P را قطع می‌کنند، هر صفحه P' موازی با P نیز هر دو خط L_1 و L_2 را قطع می‌کند.



حال اگر نقاط تقاطع را A و B فرض کنیم، خط AB خطی است که:

(۱) دو خط L_1 و L_2 را قطع می‌کند.

(۲) در صفحه P' قرار دارد، بنابراین خط AB با صفحه P موازی است.

توجه داشته باشید که با تغییر صفحه P' ، بی‌شمار خط مانند AB به دست می‌آید.

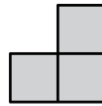


۲۳- تصویر سه نمای یک سازه متشکل از مکعب‌های به یال واحد در شکل زیر آمده است. حجم این سازه کدام است؟



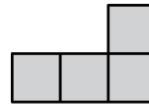
بالا

۹ (۴)



چپ

۸ (۳)



روبه‌رو

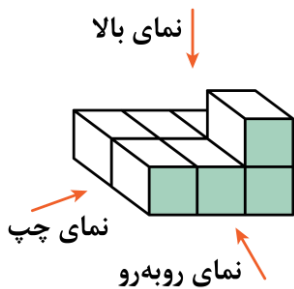
۷ (۲)

۶ (۱)

(آسان - مفهومی - سریع) - هندسه ۱ صفحه ۸۹ - ۱۰۰۴

پاسخ: گزینه ۲

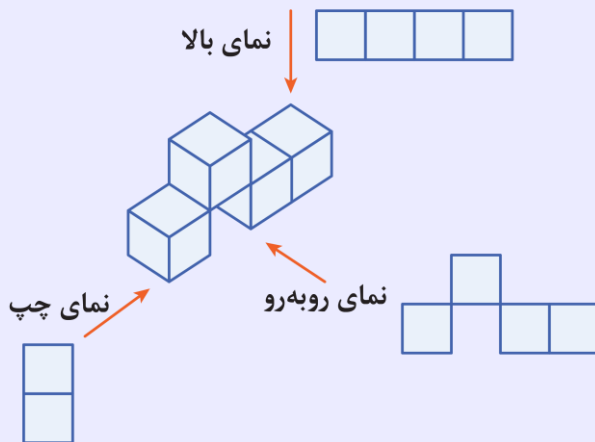
مطابق شکل، حجم ساخته شده شامل ۷ مکعب کوچک به ضلع واحد است.



بنابراین حجم این سازه برابر $V = 7 \times (1 \times 1 \times 1) = 7$ واحد مکعب است.

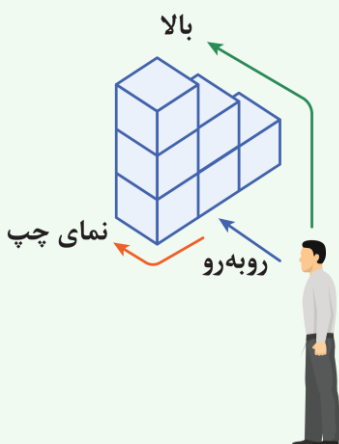
نماهای مختلف اشکال هندسی

در هنگام نگاه کردن به یک شیء هندسی بسیار مهم است از چه زاویه‌ای به آن نگاه کنیم. وقتی از زوایای مختلف به یک شیء نگاه می‌کنیم، اشکال متفاوتی را می‌بینیم. ۳ زاویه دید مهم **نمای روبه‌رو**، **نمای چپ** و **نمای بالا** مهم‌ترین زوایای دید هستند که در تفکر تجسمی سعی می‌کنیم آن‌ها را ترسیم کنیم. به نمونه زیر توجه کنید:

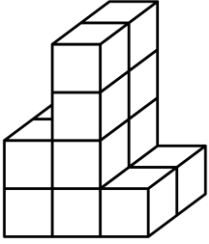


نکته!

دقت کنید که در تشخیص نمای بالا همیشه **روبه‌روی شکل** قرار بگیرید و از بالا به شکل نگاه کنید.



۲۴- شکل مقابل، از ۱۴ مکعب کوچک ساخته شده است. اگر تمام وجه‌های این شکل را رنگ آمیزی کنیم، چند مکعب کوچک وجود دارد



که ۴ وجه آن‌ها رنگ شده باشد؟

(۱) ۶

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۴

(آسان - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۹۰ - ۱۰۰۴

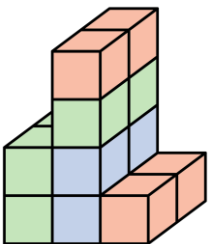
پاسخ: گزینه ۴

اگر تمام وجه‌های شکل مقابل را رنگ آمیزی کنیم:

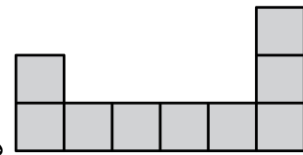
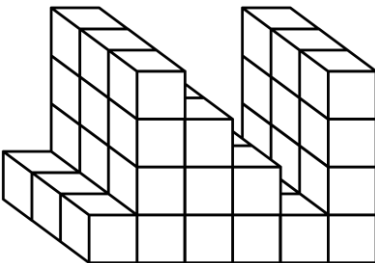
مکعب‌هایی که با رنگ قرمز نشان داده شده‌اند، چهار وجه‌شان رنگ آمیزی خواهد شد. (۴ مکعب)

مکعب‌هایی که با رنگ سبز نشان داده شده‌اند، سه وجه‌شان رنگ آمیزی می‌شود. (۶ مکعب)

مکعب‌هایی که با رنگ آبی نشان داده شده‌اند، دو وجه‌شان رنگ آمیزی خواهد شد. (۴ مکعب)



۲۵- شکل مقابل از ۴۵ مکعب کوچک ساخته شده است. کدام گزینه نمی‌تواند تعداد مکعب‌هایی باشد که با حذف آن‌ها نمای بالای شکل



دیده می‌شود؟

به صورت

(۱) ۳۶

(۲) ۳۰

(۳) ۲۶

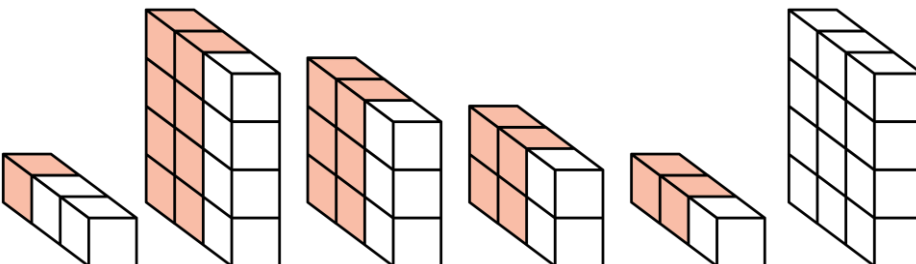
(۴) ۲۰

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۹۱ - ۱۰۰۴

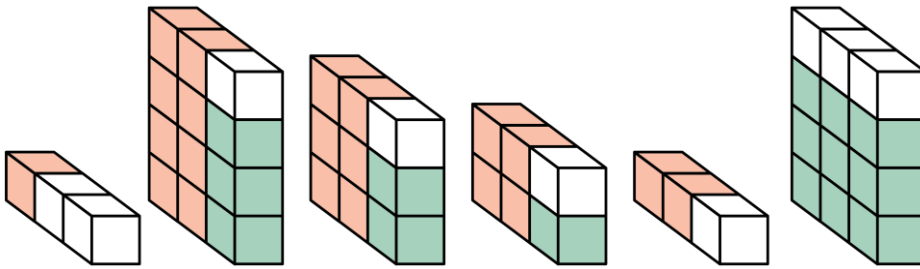
پاسخ: گزینه ۴

برای داشتن نمای موردنظر، در کمترین حالت ممکن، مکعب‌های قرمز رنگ زیر، حتماً باید حذف شوند که تعداد آن‌ها برابر ۲۱ است. بنابراین

هیچ‌گاه با حذف ۲۰ مکعب نمی‌توانیم نمای موردنظر را مشاهده کنیم.



حال برای دیدن نمای موردنظر، حداکثر تعداد مکعبی که باید حذف کنیم را به دست می آوریم. با توجه به شکل زیر، علاوه بر مکعب های قرمز رنگ که در حالت قبل بررسی شده، مکعب های سبز رنگ نیز باید حذف شوند که در این حالت برای دیدن نمای موردنظر، حداکثر باید ۳۶ مکعب را حذف کنیم.



اضافه یا کم شدن یک مربع کوچک در نمایی خاص

در سؤال هایی که از یک نمای خاص به یک مکعب مستطیل متشکل از مکعب های کوچک تر نگاه می کنیم باید توجه داشته باشید که برای دیدن یک شکل خاص که نسبت به شکل اولیه مربع کم دارد باید تمام یک ردیف یا ستون حذف شود. اما برای دیدن شکلی که نسبت به شکل اولیه مربع اضافه دارد، اضافه کردن ۱ مربع برای هر خانه ای که اضافه شده کافی است.



۲۶- کدام یک از گزینه های زیر نادرست است؟

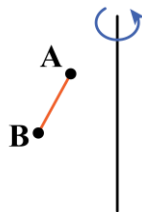
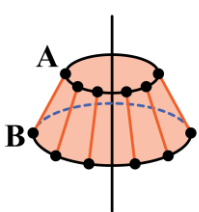
- (۱) شکل حاصل از دوران یک پاره خط حول یک محور می تواند سطح جانبی یک مخروط ناقص باشد.
- (۲) شکل حاصل از دوران یک نیم دایره حول یک محور می تواند کره باشد.
- (۳) سطح مقطع یک استوانه با یک صفحه، می تواند سهمی باشد.
- (۴) سطح مقطع یک مکعب مستطیل با قاعده مربع با یک صفحه، می تواند دوزنقه باشد.

(آسان - مفهومی - سریع) - هندسه ۱ صفحه ۹۲ و ۹۶ - ۱۰۰۴

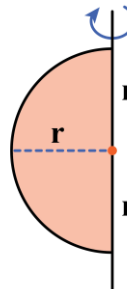
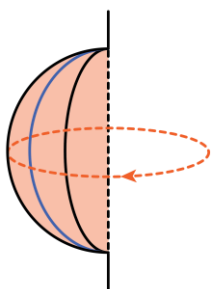
پاسخ: گزینه ۳

بررسی گزینه ها:

① درست است.



② درست است. اگر یک نیم دایره، حول قطر خودش، دوران کند که شکل حاصل، کره خواهد بود.

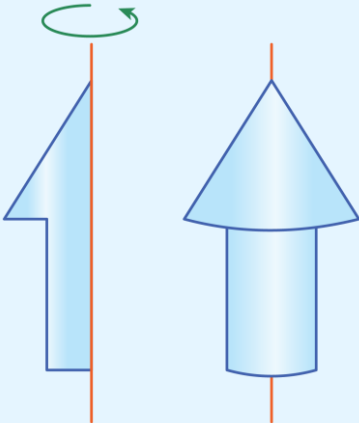


③ نادرست است.

در هیچ حالتی سطح مقطع نمی تواند سهمی باشد.

④ درست است.

از دوران دادن یک شکل، حول یک خط که **محور دوران** نامیده می‌شود، یک شیء هندسی جدید حاصل می‌شود.



سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه با استوانه

سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه‌ای افقی با یک استوانه، **دایره** خواهد بود.

سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه‌ای عمودی با یک استوانه، **مستطیل** خواهد بود.

سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه‌ای مایل با یک استوانه به طوری که این صفحه با قاعده‌های استوانه متقاطع نباشد، بیضی خواهد بود.

برش مایل	برش قائم	برش افقی
بیضی	مستطیل	دایره

سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه با مکعب مستطیل

سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه‌ای افقی با یک مکعب مستطیل با قاعده مربع، مربع خواهد بود.

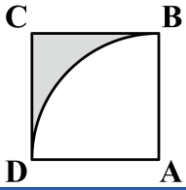
سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه‌ای عمودی با یک مکعب مستطیل با قاعده مربع، مستطیل خواهد بود.

سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه‌ای مایل با یک مکعب مستطیل با قاعده مربع، می‌تواند شکل‌های متفاوتی مانند مثلث، مستطیل، دوزنقه و ...

برش مایل	برش قائم	برش افقی
دوزنقه	مستطیل	مربع



۲۷- در شکل مقابل، مربع ABCD به ضلع ۱ واحد داده شده است. درون این مربع، ربع دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۱ واحد رسم شده و ناحیه بین این ربع دایره و اضلاع BC و CD رنگ شده است. اگر ناحیه رنگی حول ضلع AB دوران کند، مساحت سطح شکل حاصل از این دوران کدام است؟



(۲) 6π

(۱) 5π

(۴) $\frac{14}{3}\pi$

(۳) $\frac{10}{3}\pi$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۹۵ - ۱۰۰۴

پاسخ: گزینه ۱

شکل حاصل از دوران، استوانه‌ای است که یک نیم‌کره از درون آن حذف شده است و مساحت سطح این شکل عبارت است از:

$$S_1 = \pi r^2 = \pi(1)^2 = \pi$$

یک دایره (قاعده بالایی استوانه) به شعاع ۱ واحد:

$$S_2 = 2\pi r h = 2\pi(1)(1) = 2\pi$$

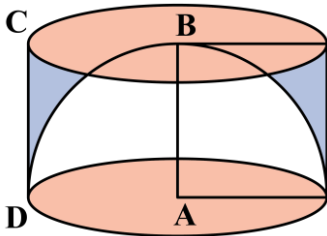
سطح جانبی استوانه به شعاع ۱ واحد و ارتفاع ۱ واحد:

$$S_3 = 2\pi r^2 = 2\pi(1)^2 = 2\pi$$

نیم‌کره‌ای به شعاع ۱ واحد:

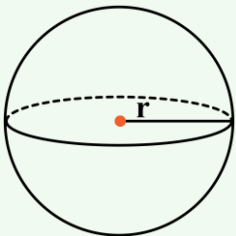
بنابراین کل مساحت شکل حاصل از دوران برابر است با:

$$S_{\text{کل}} = S_1 + S_2 + S_3 = \pi + 2\pi + 2\pi = 5\pi$$



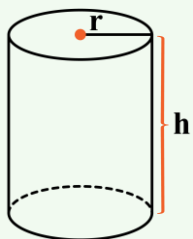
مساحت جانبی

(۱) مساحت جانبی کره‌ای به شعاع r:



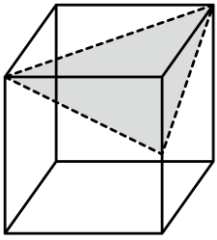
$$S = 4\pi r^2$$

(۲) مساحت جانبی استوانه‌ای به شعاع قاعده r و ارتفاع h:



$$S = 2\pi r h$$

۲۸- مکعبی به طول ضلع ۴ واحد در شکل مقابل داده شده است. صفحه‌ای از قطر یک وجه و نقطه میانی یکی از یال‌های عمود بر آن وجه عبور می‌کند. مساحت مقطع حاصل از این برش کدام است؟



(۲) ۸

(۱) $6\sqrt{2}$

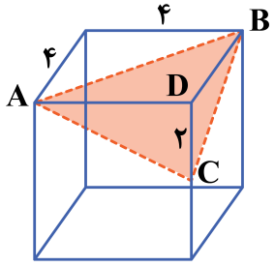
(۴) ۱۲

(۳) $4\sqrt{6}$

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۹۲ - ۱۰۰۴

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به شکل مقابل، مقطع حاصل یک مثلث متساوی الساقین است که قاعده مثلث همان قطر وجه بالایی مکعب است.



$$AB = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$$

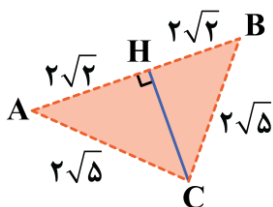
از طرفی، چون نقطه C، نقطه میانی یال مکعب است، پس:

$$DC = \frac{4}{2} = 2$$

حال برای به دست آوردن طول BC و AC به کمک قضیه فیثاغورس در یکی از مثلث‌های BDC یا ADC خواهیم داشت:

$$AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

به طور مشابه محاسبه می‌شود $BC = 2\sqrt{5}$ ، اکنون در مثلث متساوی الساقین ABC ارتفاع وارد بر قاعده AB را محاسبه می‌کنیم. توجه داریم که در مثلث متساوی الساقین ارتفاع میانۀ نیز می‌باشد:



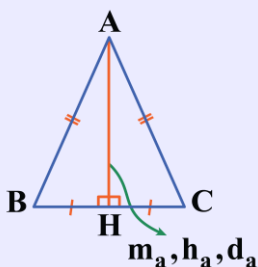
$$CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{2})^2} \Rightarrow CH = \sqrt{20 - 8} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times CH = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{6}$$

در نهایت مساحت مثلث ABC برابر است با:

مثلث متساوی الساقین

در مثلث متساوی الساقین، ۲ ضلع برابر (ساق) وجود دارد و زاویهٔ روبه‌رو به این دو ضلع نیز با هم برابرند، ۲ ضلع برابر ساق مثلث و ضلع دیگر قاعدهٔ مثلث نامیده می‌شود. ارتفاع، میانه، عمودمنصف و نیمساز وارد بر قاعده بر هم منطبق‌اند. مثلث متساوی الاضلاع حالت خاصی از مثلث متساوی الساقین با ۳ ضلع برابر است.



$$AB = AC = \text{ساق مثلث} \quad BC = \text{قاعدهٔ مثلث}$$

$$\hat{B} = \hat{C}$$

۲۹- صفحه‌ای یک کره به شعاع R را قطع می‌کند. اگر مساحت سطح مقطع حاصل $\frac{1}{\lambda}$ مساحت سطح کره باشد، فاصله مرکز کره از این صفحه چند برابر R است؟

$$\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} \quad (۲)$$

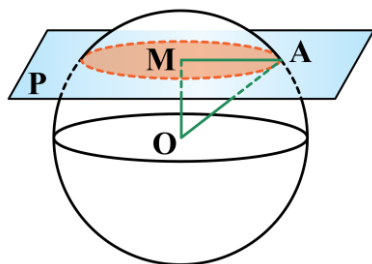
$$\frac{1}{4} \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۹۴ - ۱۰۰۴

پاسخ: گزینه ۳

روش اول

شعاع کره برابر R است حال اگر فاصله مرکز کره تا صفحه P را برابر h فرض کنیم، خواهیم داشت:



$$\text{مساحت مقطع} = \pi(AM)^2$$

$$\text{مساحت سطح کره} = 4\pi R^2$$

از طرفی، در مثلث قائم‌الزاویه OAM به کمک قضیه فیثاغورس داریم:

$$OA^2 = OM^2 + AM^2 \xrightarrow[\text{OM}=h]{\text{OA}=R} R^2 = h^2 + AM^2 \Rightarrow AM^2 = R^2 - h^2$$

می‌دانیم که مساحت سطح مقطع $\frac{1}{\lambda}$ مساحت سطح کره است، پس:

$$\frac{\pi(AM)^2}{4\pi R^2} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \frac{R^2 - h^2}{R^2} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow R^2 = \lambda R^2 - \lambda h^2 \Rightarrow R^2 = \lambda h^2 \Rightarrow \frac{h^2}{R^2} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \frac{h}{R} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

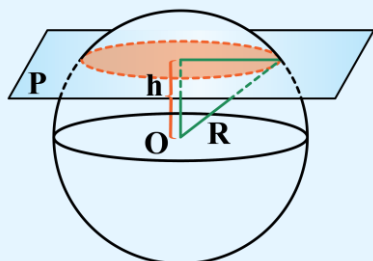
روش دوم

با روش فوق می‌توان ثابت کرد اگر مساحت سطح مقطع $\frac{1}{n}$ مساحت کره باشد، آن‌گاه فاصله مرکز کره از این صفحه برابر است با:

$$h = R \sqrt{1 - \frac{4}{n}} \xrightarrow{n=\lambda} h = R \sqrt{1 - \frac{4}{\lambda}} \Rightarrow \frac{h}{R} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

فرمول تستی برای فرمول‌دوست‌ها!

اگر صفحه‌ای به گونه‌ای یک کره را قطع کند که سطح مقطع حاصل از برخورد کره و صفحه $\frac{1}{n}$ مساحت کره باشد، آن‌گاه فاصله مرکز کره از این صفحه برابر است با:



$$h = R \sqrt{1 - \frac{4}{n}}$$

۳۰- حجم حاصل از دوران مثلثی با طول اضلاع ۵، ۵ و $2\sqrt{10}$ حول یکی از ساق‌های آن چقدر است؟

(۴) 45π (۳) 40π (۲) 30π (۱) 25π

(سخت - مفهومی/محاسباتی - زمان بر) - ریاضی ۱ صفحه ۹۶ - ۱۰۰۴

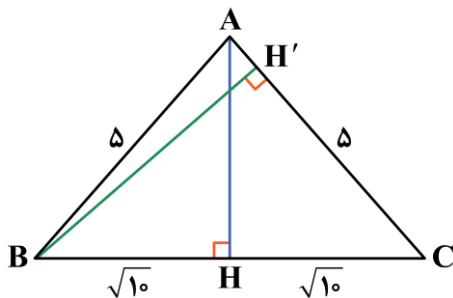
پاسخ: گزینه ۳

روش اول

مثلث به طول اضلاع ۵، ۵ و $2\sqrt{10}$ مثلثی متساوی الساقین با قاعده $2\sqrt{10}$ است. حال برای پیدا کردن حجم حاصل از دوران حول یکی از ساق‌ها، به ارتفاع وارد بر ساق نیاز داریم.

از طرفی می‌دانیم که در مثلث متساوی الساقین، ارتفاع وارد بر قاعده، آن را نصف می‌کند، پس:

$$BC = 2\sqrt{10} \Rightarrow BH = CH = \sqrt{10}$$



حال در مثلث قائم‌الزاویه ABH، به کمک رابطه فیثاغورس طول AH را به دست می‌آوریم:

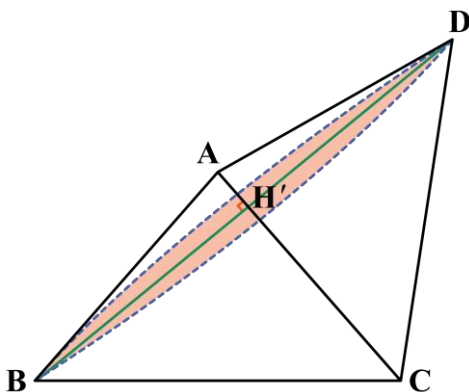
$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} \Rightarrow AH = \sqrt{25 - 10} = \sqrt{15}$$

$$\frac{1}{2} \times BC \times AH = \frac{1}{2} \times AC \times BH'$$

اکنون به کمک مساحت مثلث ABC، داریم:

$$2\sqrt{10} \times \sqrt{15} = 5 \times BH' \Rightarrow BH' = \frac{2\sqrt{10} \times \sqrt{15}}{5} = \frac{2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5}}{5} = \frac{2 \times 5 \times \sqrt{6}}{5} = 2\sqrt{6}$$

همانطور که می‌بینید، حجم حاصل از دوران، دو مخروط با قاعده مشترک است، یک مخروط با شعاع قاعده $BH' = 2\sqrt{6}$ و ارتفاع AH' و مخروط دیگر به شکل قاعده $BH' = 2\sqrt{6}$ و ارتفاع CH' ، پس:



$$V_{\text{کل}} = V_1 + V_2 = \frac{1}{3} \pi (BH')^2 \times AH' + \frac{1}{3} \pi (BH')^2 \times CH'$$

$$V_{\text{کل}} = \frac{1}{3} \pi (BH')^2 \times (AH' + CH') = \frac{1}{3} \times \pi \times (2\sqrt{6})^2 \times \underbrace{AC}_{AC}$$

$$\Rightarrow V_{\text{کل}} = \frac{24 \times 5 \times \pi}{3} = 40\pi$$

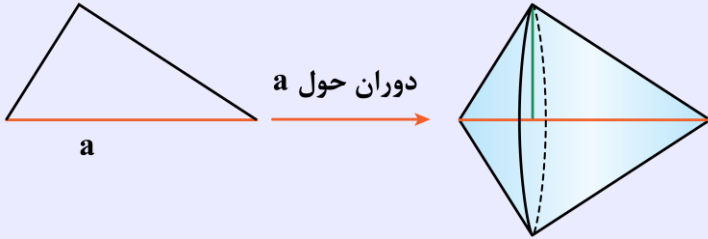
روش دوم

هرگاه یک مثلث حول یکی از اضلاع خودش به طول a دوران کند، حجم حاصل از دوران برابر است با:

$$V = \frac{\pi S^2}{3a} \xrightarrow{\text{در این سوال}} \begin{cases} S = \frac{1}{2} \times AH \times BC \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times \sqrt{15} \times 2\sqrt{10} = \sqrt{150} \\ a = 5 \end{cases}$$

$$V = \frac{4\pi \times (\sqrt{150})^2}{3 \times 5} = \frac{4\pi \times 150}{15} = 40\pi$$

در نتیجه:


 حجم حاصل از دوران یک مثلث حول یک ضلع آن
حجم حاصل از دوران مثلثی به مساحت S حول ضلعی به طول a برابر است با:

$$V = \frac{4\pi S^2}{3a}$$





فیزیک ۱: ترمودینامیک
صفحه های ۱۲۷ تا ۱۴۹

بودجه بندی
این آزمون

درمجموع ۲ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

۳۱- در یک فرایند ترمودینامیکی، دستگاه 380J گرما از محیط گرفته و 80J کار روی محیط انجام می دهد. انرژی درونی گاز چند ژول تغییر کرده است؟

- (۱) $+460$ (۲) -460 (۳) $+300$ (۴) -300

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۱۳۰ - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

دستگاه از محیط گرما گرفته است، بنابراین $Q = +380\text{J}$ است.
کار توسط دستگاه روی محیط انجام شده است، بنابراین $W = -80\text{J}$ است.
بنابراین طبق قانون اول ترمودینامیک داریم:

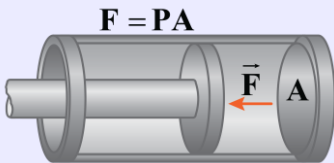
$$\Delta U = Q + W = +380 - 80 = +300\text{J}$$

تبادل گرما 

اگر دستگاه، گرما بگیرد $Q > 0$ و اگر گرما از دست بدهد، $Q < 0$ است.

تبادل کار 

در ترمودینامیک هرگاه حجم دستگاه تغییر کند، کار انجام شده است.



در فرایند انبساطی، کار محیط روی دستگاه، منفی ($W < 0$) و کار دستگاه روی محیط، مثبت است ($W' > 0$).
در فرایند تراکمی، کار محیط روی دستگاه، مثبت ($W > 0$) و کار دستگاه روی محیط، منفی است ($W' < 0$).

قانون اول ترمودینامیک 

طبق قانون اول ترمودینامیک، تغییر انرژی درونی یک دستگاه برابر با جمع جبری کار انجام شده روی دستگاه و گرمای مبادله شده با آن است.

درواقع همان قانون پایستگی انرژی است. اگر دستگاه در فرایندی گرمای Q را بگیرد و کار W بر روی آن انجام شود، تغییرات انرژی درونی (ΔU) برابر است با:

$$\Delta U = Q + W$$

یه نمونه باحال 

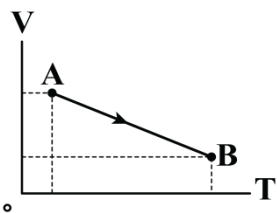
ظرفی شامل 3kg آب است. با هم زدن آب داخل ظرف، 40kJ کار روی آن انجام می دهیم و 31kJ گرما از ظرف به بیرون منتقل می شود. انرژی درونی آب چند کیلوژول تغییر می کند؟

پاسخ تشریحی:

$$\begin{cases} W = +40\text{kJ} \\ Q = -31\text{kJ} \end{cases} \Rightarrow \Delta U = Q + W = -31 + 40 = 9\text{kJ}$$



۳۲- شکل زیر، نمودار حجم بر حسب دمای مقدار معینی از یک گاز کامل را نشان می‌دهد. علامت کار انجام‌شده روی گاز (W) و تغییرات انرژی درونی گاز (ΔU) به ترتیب در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



- (۱) مثبت و منفی
- (۲) منفی و مثبت
- (۳) مثبت و مثبت
- (۴) منفی و منفی

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۱۳۰ - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

کام‌اول

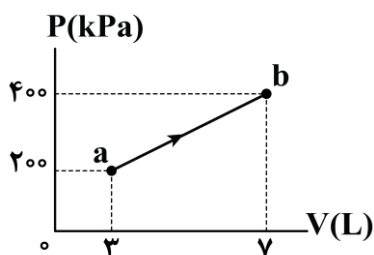
در طی این فرایند، دمای گاز افزایش یافته است، بنابراین $\Delta U > 0$ است. (رد گزینه‌های (۱) و (۴))

کام‌آخر

در طی این فرایند، حجم گاز کاهش یافته است، بنابراین $W > 0$ است. (رد گزینه‌های (۲) و (۴))



۳۳- شکل زیر، نمودار فشار بر حسب حجم یک گاز کامل را نشان می‌دهد. اگر انرژی درونی گاز در ابتدای فرایند (نقطه a) برابر با 300 J باشد، کدام گزینه در ارتباط با گرمای مبادله‌شده توسط گاز در این فرایند درست است؟



- (۱) ۱۰۰ ژول گرما گرفته است.
- (۲) ۱۰۰ ژول گرما از دست داده است.
- (۳) ۲۳۰۰ ژول گرما گرفته است.
- (۴) ۲۳۰۰ ژول گرما از دست داده است.

(متوسط - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۱۳۴ - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

کام‌اول

انرژی درونی گاز متناسب با دمای مطلق گاز است، انرژی درونی گاز را در نقطه b به دست می‌آوریم:

$$\frac{U_b}{U_a} = \frac{T_b}{T_a} = \frac{(PV)_b}{(PV)_a} = \frac{400 \times 7}{200 \times 3} = \frac{14}{3} \Rightarrow \frac{U_b}{300} = \frac{14}{3} \Rightarrow U_b = 1400 \text{ J}$$

مساحت محدود به نمودار P - V بیانگر قدرمطلق کار انجام‌شده توسط گاز است، بنابراین:

$$|W_{ab}| = (P - V) \text{ مساحت} = \frac{(400 + 200) \times 10^3 \times (7 - 3) \times 10^{-3}}{2} = 1200 \text{ J} \xrightarrow{\Delta V > 0} W = -1200 \text{ J}$$

کام‌آخر

به کمک قانون اول ترمودینامیک، گرمای مبادله‌شده را به دست می‌آوریم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow 1400 - 300 = Q - 1200 \Rightarrow Q = +2300 \text{ J}$$

انرژی درونی (U)

۱- به مجموع انرژی‌های اجزای تشکیل‌دهنده ماده، انرژی درونی (مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل ذره‌های ماده) آن می‌گویند.

۲- انرژی درونی گاز آرمانی فقط تابع دمای آن است.

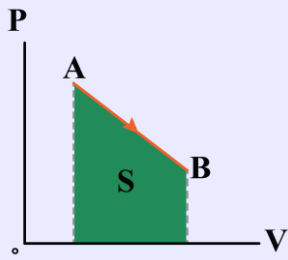
۳- انرژی درونی گاز آرمانی متناسب با دمای مطلق گاز است.

$$U \propto T \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1}$$

۴- تغییر انرژی درونی به نوع فرایند بستگی ندارد و تابعی از حالت ابتدایی و انتهایی فرایند است.

سطح زیر نمودار P-V برابر اندازه کار انجام شده است.

مثلاً در فرایند زیر، چون فرایند، انبساطی است، کار محیط روی دستگاه W و کار دستگاه روی محیط W' به صورت زیر می‌باشند:

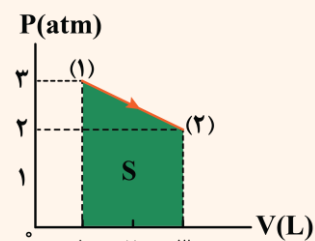


$$\Rightarrow W < 0, W' > 0 \Rightarrow \begin{cases} W = -|S| \\ W' = +|S| \end{cases}$$

فرایند انبساطی است.

یه نمونه باحال

نمودار P-V گاز کاملی مطابق شکل زیر است. در این فرایند با فرض این‌که انرژی درونی گاز در نقطه (۱) برابر ۴۵۶J و در نقطه (۲) برابر ۹۱۲J باشد، چند ژول گرما مبادله شده است؟ آیا گاز گرما گرفته یا از دست داده است؟ (۱atm = ۱۰^۵ Pa)



$$S = |W| = \frac{(3+1) \times 10^5}{2} \times 2 \times 10^{-3} = 500 \text{ J}$$

$$\Rightarrow W < 0 \Rightarrow W = -500 \text{ J}$$

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow 912 - 456 = Q - 500 \Rightarrow 456 = Q - 500 \Rightarrow Q = 956 \text{ J}$$

درنتیجه گاز گرما گرفته است.

پاسخ تشریحی:

مساحت محصور برابر با اندازه کار است.



۳۴- مقدار معینی از یک گاز کامل در یک فرایند هم‌حجم، با دریافت ۱۰۰J گرما، دمایش از ۴۷°C به ۸۷°C می‌رسد. انرژی درونی اولیه گاز چند ژول بوده است؟

۱۱۰۰ (۴)

۱۰۰۰ (۳)

۹۰۰ (۲)

۸۰۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۱۳۱ - ۱۰۰۵

پاسخ: گزینه ۱

گام اول

در فرایند هم‌حجم، تبادل انرژی صرفاً از طریق گرما انجام می‌شود، بنابراین طبق قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{Q=+100\text{J}, W=0} \Delta U = +100\text{J}$$

گام دوم

انرژی درونی گاز با دمای مطلق گاز متناسب است، بنابراین:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{87 + 273}{47 + 273} = \frac{360}{320} = \frac{9}{8} \Rightarrow U_2 = \frac{9}{8} U_1$$

گام آخر

انرژی درونی اولیه گاز برابر است با:

$$\Delta U = 100\text{J} \Rightarrow U_2 - U_1 = 100 \Rightarrow \frac{9}{8} U_1 - U_1 = 100 \Rightarrow U_1 = 800\text{J}$$

فرایند هم‌حجم

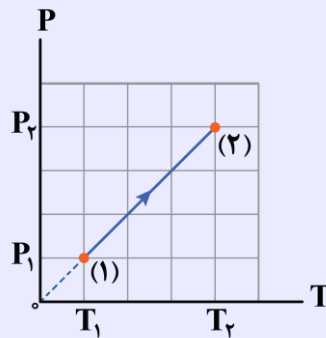
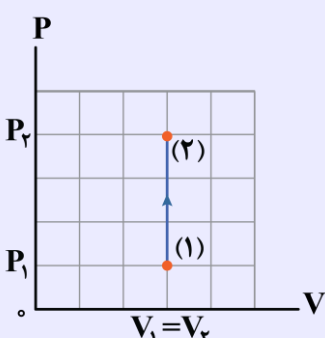
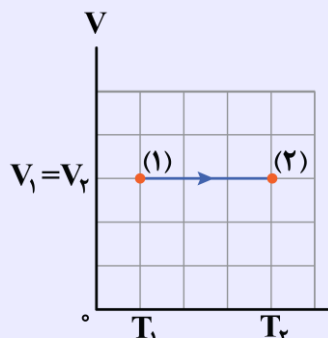
حجم گاز طی این فرایند، ثابت می‌ماند ($\Delta V = 0$)، در نتیجه کار انجام‌شده در فرایند هم‌حجم، صفر است. گرم‌کردن مخزن گاز در بسته که تغییر حجم آن ناچیز است، نمونه‌ای از فرایند هم‌حجم است. با توجه به معادله حالت گاز کامل، در فرایند هم‌حجم برای مقدار معینی گاز کامل، رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

نکته

در یک فرایند هم‌حجم بر روی مقدار مشخصی از یک گاز کامل، تغییرات دما رابطه مستقیمی با تغییرات فشار گاز دارد.

$$\Delta P \propto \Delta T$$

کار	در این فرایند چون حجم تغییر نمی‌کند؛ کار صفر است.	
تغییر انرژی درونی	$\Delta U = Q + W \xrightarrow{W=0} \Delta U = Q$	
نمودارهای زیر، برای افزایش دمای گاز در یک فرایند هم‌حجم رسم شده‌اند.		
 شیب خط $= \frac{nR}{V}$ نمودار P-T	 نمودار P-V	 نمودار V-T



۳۵- در طی یک فرایند هم‌حجم، فشار گاز کاملی افزایش یافته و انرژی درونی گاز ۵۰J تغییر می‌کند. گرمای مبادله‌شده گاز با محیط در این فرایند چند ژول است؟

(۲) گاز ۵۰J گرما از دست می‌دهد.

(۱) صفر

(۴) گاز ۲۵J گرما می‌گیرد.

(۳) گاز ۵۰J گرما می‌گیرد.

(آسان - استدلالی - استاندارد - صفحه ۱۳۱ - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول

در فرایند هم‌حجم، کار انجام‌شده روی گاز برابر صفر است، بنابراین با توجه به قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow \Delta U = Q$$

گام آخر

در فرایند هم‌حجم، فشار گاز با دمای آن متناسب است و با افزایش فشار گاز، دمای آن افزایش یافته، بنابراین انرژی درونی آن نیز افزایش یافته است، بنابراین:

$$Q = \Delta U = +50J$$

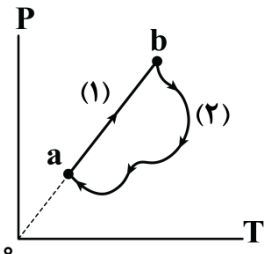
گاز ۵۰J گرما از محیط می‌گیرد.



در فرایند هم‌حجم اگر به دستگاه گرما داده شود، دما، انرژی درونی و فشار گاز افزایش می‌یابد و بالعکس.



۳۶- شکل زیر، نمودار فشار برحسب دمای مقداری گاز کامل را نشان می‌دهد که در مسیر (۱) و (۲) به ترتیب ۴۰J و ۵۰J گرما گرفته است. کار انجام‌شده روی گاز در مسیر (۲) چند ژول است؟



(۱) +۹۰

(۲) -۹۰

(۳) +۱۰

(۴) -۱۰

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۱۳۱ - ۱۰۰۵

پاسخ: گزینه ۲

گام اول

فرایند ab در مسیر (۱)، فرایند هم‌حجم است. بنابراین کار مبادله‌شده در این فرایند و در این مسیر، صفر است، بنابراین:

$$\Delta U_1 = Q_1 + W_1 \xrightarrow{W_1=0} \Delta U_1 = Q_1 = +40J$$

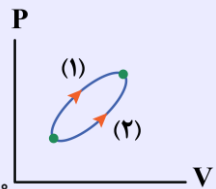
گام آخر

تغییرات انرژی درونی گاز در مسیر (۱)، قرینه تغییرات انرژی درونی گاز در مسیر (۲) است، بنابراین:

$$\Delta U_2 = -\Delta U_1 = -40J \Rightarrow Q_2 + W_2 = -40 \Rightarrow 50 + W_2 = -40 \Rightarrow W_2 = -90J$$

تغییر انرژی درونی

تغییر انرژی درونی در یک فرایند صرفاً به نقاط ابتدایی و انتهایی فرایند وابسته است و به این‌که از چه مسیری از حالت (۱) به حالت (۲) برسیم بستگی ندارد.

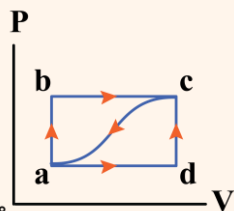


$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta T_1 = \Delta T_2 \\ \Delta T \propto \Delta U \end{cases} \Rightarrow \Delta U_1 = \Delta U_2$$

یه نمونه باحال

نمودار P-V گاز کاملی مطابق شکل زیر است. اگر از طریق مسیر abc از حالت a به c برود، گاز ۹۰J گرما گرفته و ۷۰J کار انجام می‌دهد.

الف- تغییر انرژی درونی گاز در مسیر abc چند ژول است؟



ب- اگر برای رسیدن به حالت c فرایند از مسیر adc انجام شود، کار انجام‌شده توسط گاز

در مقایسه با مسیر abc بیش‌تر است یا کم‌تر، گرمای داده‌شده به گاز بیش‌تر است یا کم‌تر؟

ج- اگر گاز از مسیر خمیده از حالت c به a برگردد چقدر باید از آن انرژی بگیریم؟

پاسخ تشریحی:

الف-

$$\Delta U_{abc} = Q_{abc} + W_{abc} = 90 + (-70) = 20J$$

ب-

W_{abc} : انبساطی است؛ بنابراین کار محیط روی دستگاه در آن منفی است.

$$\Delta U_{abc} = \Delta U_{adc}$$

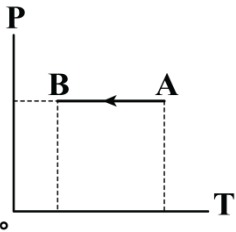
$$\Rightarrow Q_{abc} + W_{abc} = Q_{adc} + W_{adc} \xrightarrow{|W_{abc}| > |W_{adc}| \Rightarrow W_{adc} > W_{abc}} Q_{adc} < Q_{abc}$$

$$\Delta U_{ca} = -\Delta U_{abc}$$

ج- به همان اندازه $20J$ باید از آن انرژی بگیریم.



۳۷- نمودار فشار برحسب دما برای مقداری گاز کامل، مطابق شکل زیر است. کدام یک از عبارت‌های زیر درباره این فرایند درست است؟



(۲) «الف» و «ج»

(۴) فقط «ب»

(۱) «الف» و «ب»

(۳) «ب» و «ج»

الف: گاز از محیط گرما می‌گیرد.

ب: علامت کار محیط روی گاز، مثبت است.

ج: انرژی درونی گاز، ثابت می‌ماند.

(متوسط - مفهومی - سریع - صفحه ۱۳۳ - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

نمودار داده شده یک فرایند هم‌فشار را نشان می‌دهد که دمای آن کاهش می‌یابد. چون دمای گاز کاهش یافته است، پس انرژی درونی آن هم کاهش می‌یابد. در فرایند هم‌فشار، اگر دمای گاز کاهش یابد پس حجم آن نیز کاهش می‌یابد، بنابراین فرایند، تراکمی است و علامت کار محیط روی دستگاه، مثبت است، در نتیجه با توجه به مثبت بودن علامت کار و منفی بودن تغییرات انرژی درونی، نتیجه می‌گیریم که گاز گرما از دست داده است (علامت گرمای مبادله شده توسط گاز، منفی است).

فرایند هم‌فشار

فرایندی است که فشار گاز در طی آن ثابت می‌ماند.

$W = -P\Delta V$		کار
۱- در فرایند هم‌فشار، علامت گرمای مبادله شده و کار محیط بر روی دستگاه، همواره قرینه هم می‌باشند.		
۲- اندازه گرمای مبادله شده در فرایند هم‌فشار همواره بزرگ‌تر از اندازه کار محیط روی دستگاه است.		
$\Delta U = Q + W$		تغییر انرژی درونی
با توجه به این که در فرایند هم‌فشار، $ Q > W $ است، در نتیجه علامت Q و ΔU همواره یکسان است.		
نمودارهای زیر برای افزایش دما در فرایند هم‌فشار هستند.		
نمودار P-T	نمودار P-V	نمودار V-T شیب خط $= \frac{nR}{P}$

تذکر

در یک فرایند هم‌فشار همواره $|Q| > |\Delta U| > |W|$ است.



۳۸- ۲ لیتر گاز آرمانی در دمای 400K در اختیار داریم که در یک فرایند هم فشار، حجم آن 20cm^3 کاهش می یابد. در این صورت گاز است و دمای آن به درجه سلسیوس می رسد.

- (۱) گرما گرفته و ۷۷
(۲) گرما گرفته و ۸۷
(۳) گرما از دست داده و ۷۷
(۴) گرما از دست داده و ۸۷

(آسان - محاسباتی - استاندارد ۱ - صفحه ۱۳۴ - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول

در فرایند تراکمی هم فشار؛ علامت کار انجام شده روی گاز مثبت، گرمای مبادله شده توسط گاز و تغییرات انرژی درونی آن، منفی است، بنابراین گاز گرما از دست داده است.

گام آخر

در فرایند هم فشار، حجم گاز با دمای مطلق گاز متناسب است، بنابراین:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{1/8}{2} = \frac{T_2}{400} \Rightarrow T_2 = 360\text{K}$$

$$\theta_2 + 273 = 360 \Rightarrow \theta_2 = 87^\circ\text{C}$$

فرایند هم فشار

فرایندی است که فشار گاز در طی آن ثابت می ماند.

قانون ژاک شارل: اگر فشار مقدار معین از یک گاز، ثابت نگه داشته شود، حجم آن مستقیماً با افزایش دما (برحسب کلین) افزایش و با کاهش دما (برحسب کلین) کاهش می یابد.

$$\frac{V}{T} = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{\Delta V}{\Delta T}$$

• • iaz • •

۳۹- ۶ لیتر از یک گاز کامل با دمای 27°C در اختیار داریم. چند ژول کار باید روی گاز انجام دهیم تا در فشار ثابت 2atm ، دمای آن را

به 177°C برسانیم؟ ($1\text{atm} = 10^5\text{Pa}$)

- (۱) -۶۰۰ (۲) -۹۰۰ (۳) ۶۰۰ (۴) ۹۰۰

(متوسط - محاسباتی - استاندارد ۱ - صفحه ۱۳۳ - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول

در فرایند هم فشار، حجم گاز با دمای مطلق گاز متناسب است، بنابراین حجم گاز در حالت دوم برابر است با:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{V_2}{6} = \frac{273 + 177}{273 + 27} \Rightarrow \frac{V_2}{6} = \frac{450}{300} \Rightarrow V_2 = 9\text{L}$$

گام آخر

کار انجام شده روی گاز در فرایند هم فشار برابر است با:

$$W = -P\Delta V = -2 \times 10^5 \times (9 - 6) \times 10^{-3} = -600\text{J}$$

محاسبه کار در فرایند هم فشار

کار محیط روی دستگاه در فرایند هم فشار از رابطه زیر به دست می آید:

$$W = -P\Delta V = -nRT\Delta$$

طبق رابطه فوق:

۱- اگر گاز، منبسط شود $\Delta V > 0$ علامت W (کار محیط روی دستگاه)، منفی است و کار دستگاه روی محیط، مثبت است.

۲- اگر گاز، متراکم شود $\Delta V < 0$ علامت W (کار محیط روی دستگاه)، مثبت است و کار دستگاه روی محیط، منفی است.



۴۰- دمای 5 mol گاز کامل در یک فرایند هم‌فشار 25°C کاهش می‌یابد. اگر گرمایی که گاز در طی این فرایند مبادله کرده است،

250 J باشد، انرژی درونی گاز در طی این فرایند چند ژول تغییر کرده است؟ $(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}})$

- (۱) 350 (۲) -350 (۳) $+150$ (۴) -150

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۱۳۳ - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول

به کمک رابطه $W = -P\Delta V = -nR\Delta T$ کار انجام‌شده توسط محیط روی گاز را به دست می‌آوریم:

$$W = -nR\Delta T = -5 \times 8 \times (-25) = +100 \text{ J}$$

گام دوم

در فرایند تراکم هم‌فشار (چون دما کاهش یافته، حجم گاز هم کاهش یافته است)، گاز گرما به محیط می‌دهد، بنابراین:

$$Q = -250 \text{ J}$$

گام آخر

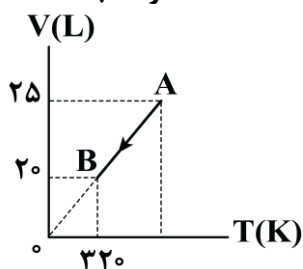
با توجه به قانون اول ترمودینامیک، تغییرات انرژی درونی گاز برابر است با:

$$\Delta U = Q + W = -250 + 100 = -150 \text{ J}$$



۴۱- $1/5$ مول گاز کاملی، فرایند ترمودینامیکی AB را مطابق شکل زیر می‌پیماید. اگر گاز در این فرایند، 2400 J گرما مبادله کند،

انرژی درونی آن چند ژول تغییر کرده است؟ $(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}})$



- (۱) -1440
(۲) 1440
(۳) -3360
(۴) 3360

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۱۳۳ - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول

با توجه به رابطه خطی بین حجم و دما، این فرایند، یک فرایند هم‌فشار است. دمای گاز را در حالت A برابر است با:

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \Rightarrow \frac{25}{T_A} = \frac{20}{320} \Rightarrow T_A = 400 \text{ K}$$

گام دوم

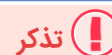
کار انجام‌شده بر روی گاز در فرایند هم‌فشار برابر است با:

$$W = -nR\Delta T = -1/5 \times 8 \times (320 - 400) = +960 \text{ J}$$

گام آخر

به کمک قانون اول ترمودینامیک، تغییرات انرژی درونی گاز را به دست می‌آوریم:

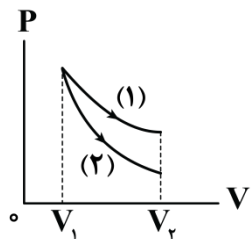
$$\Delta U = Q + W = -2400 + 960 = -1440 \text{ J}$$



با توجه به این‌که گاز در فرایند هم‌فشار، متراکم شده است، بنابراین $W > 0$ است، در نتیجه $Q < 0$ است.



۴۲- در شکل زیر، مقداری معین گاز آرمانی با دو فرایند ایستوار هم‌دمای بی‌دررو منبسط شده است. کدام یک از عبارات زیر درباره این دو فرایند درست هستند؟



الف: انرژی درونی گاز در طول فرایند (۱)، ثابت است.

ب: گرمای مبادله شده توسط گاز در فرایند (۲)، صفر است.

ج: انرژی درونی گاز در فرایند (۲) افزایش یافته است.

(۲) «ب» و «ج»

(۱) «الف» و «ب»

(۴) «الف»، «ب» و «ج»

(۳) «الف» و «ج»

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۱۳۸ - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول

به ازای یک تغییر حجم یکسان، تغییرات فشار در فرایند بی‌دررو بیشتر از فرایند هم‌دمای است، بنابراین فرایند (۱) هم‌دمای و فرایند (۲) بی‌دررو است.

گام آخر

حال به بررسی فرایندها می‌پردازیم:

$\Delta U = 0 \Rightarrow$ فرایند (۱) هم‌دمای است.

$Q = 0 \Rightarrow \Delta U = W \xrightarrow{W < 0} \Delta U < 0$ فرایند (۲) بی‌دررو است.

مقایسه کار، انرژی درونی و گرما در فرایندهای تراکم بی‌دررو و تراکم هم‌دمای

تراکم بی‌دررو ($Q = 0$)	تراکم هم‌دمای (T ثابت است)	کمیت
$W > 0$ کار انجام شده روی گاز بیشتر است زیرا برای تراکم باید فشار بیشتری اعمال شود.	$W > 0$ کار انجام شده روی گاز کمتر است (سطح زیر منحنی، کوچک‌تر است).	کار (W)
$Q = 0$ (سیستم عایق است و گرما مبادله نمی‌کند).	گرما از گاز خارج می‌شود ($Q < 0$) تا دما ثابت بماند.	گرما (Q)
افزایش می‌یابد ($\Delta U > 0$)، چون کار انجام شده باعث افزایش دمای گاز می‌شود.	صفر است (دما ثابت می‌ماند).	انرژی درونی (ΔU)



در فرایند بی‌دررو با افزایش حجم، فشار و دمای گاز کاهش می‌یابد ولی با توجه به این‌که در فرایند هم‌دمای، گاز با منبع گرما در تماس است، در نتیجه گاز با گرفتن گرما از منبع، دمایش را ثابت نگه می‌دارد. این تبادل گرما باعث کمتر شدن افت فشار نسبت به فرایند بی‌دررو می‌شود.



مقدار فشار گاز در پایان فرایند انبساط بی‌دررو کوچک‌تر از مقدار فشار گاز در پایان فرایند انبساط هم‌دمای است.



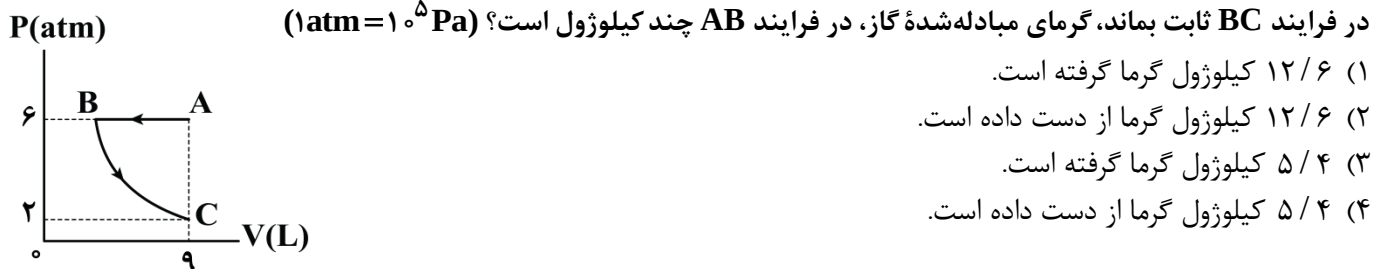
اندازه شیب نمودار $P - V$ در فرایند بی‌دررو، بیشتر از اندازه شیب نمودار $P - V$ در فرایند هم‌دمای است.



به‌ازای یک تراکم حجمی یکسان، افزایش فشار در فرایند بی‌دررو بیش‌تر از فرایند هم‌دما است.



۴۳- نمودار فشار برحسب حجم برای مقداری گاز کامل، مطابق شکل زیر است. اگر انرژی درونی گاز در فرایند AB، ۹kJ کاهش یابد و



(سخت - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۱۳۶ - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول

انرژی درونی گاز در فرایند BC ثابت است، بنابراین این فرایند، یک فرایند هم‌دما است و حاصل PV در طول فرایند، ثابت است.

$$P_B V_B = P_C V_C \Rightarrow 6 \times V_B = 2 \times 9 \Rightarrow V_B = 3 \text{ L}$$

گام دوم

کار انجام‌شده بر روی گاز در فرایند AB که یک فرایند هم‌فشار است، برابر است با:

$$W_{AB} = -P \Delta V = -P(V_B - V_A) = -6 \times 10^5 \times (3 - 9) \times 10^{-3} = 3600 \text{ J}$$

گام آخر

گرمای مبادله‌شده در فرایند AB را به کمک قانون اول ترمودینامیک به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta U_{AB} = Q_{AB} + W_{AB} \Rightarrow -9000 = Q_{AB} + 3600 \Rightarrow Q_{AB} = -12600 \text{ J} = -12/6 \text{ kJ}$$

بنابراین در فرایند AB، گاز ۱۲/۶kJ از دست داده است.

فرایند هم‌دما

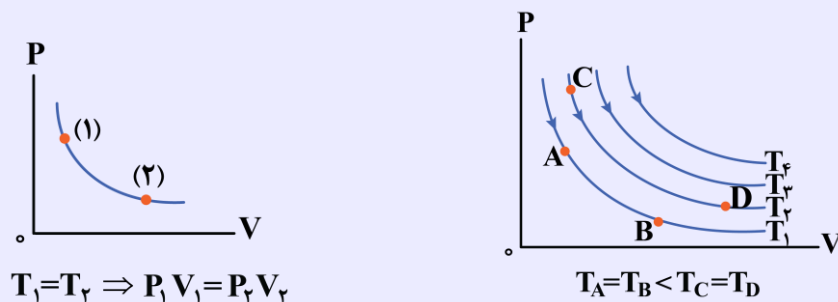
دمای گاز طی این فرایند، ثابت می‌ماند.

قانون رابرت بویل:

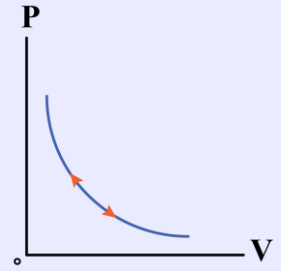
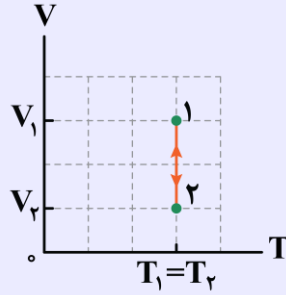
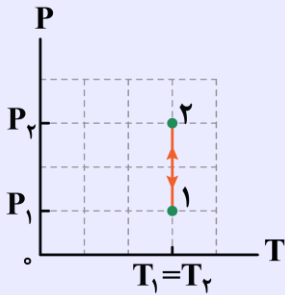
اگر دمای مقدار معینی از یک گاز، ثابت نگه داشته شود، فشار آن با حجمش رابطه وارون دارد. به عبارتی حاصل‌ضرب فشار و حجم گاز، مقداری ثابت است.

$$PV = \text{ثابت} \Rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2$$

نمودار فشار برحسب حجم (P - V) برای فرایند هم‌دمای یک گاز آرمانی مطابق شکل زیر است:



نمودارهای فرایند همدم:



تغییرات انرژی درونی گاز در فرایند همدم

انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل، تابع دمای مطلق گاز است، بنابراین **تغییرات انرژی درونی گاز در فرایند همدم، صفر است**، بنابراین:

$$\Delta U \propto \Delta T \xrightarrow{\Delta T=0} \Delta U = 0$$

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U=0} Q = -W$$

بنابراین در فرایند همدم مقدار گرمای گرفته شده توسط دستگاه، هم اندازه و قرینه کار انجام شده بر روی گاز است.



۴۴- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

الف: در یک فرایند همدم، حجم گاز با دریافت گرما، افزایش می یابد.

ب: در یک فرایند تراکم بی دررو، دمای گاز کاهش می یابد.

ج: اگر در یک فرایند ترمودینامیکی، دمای گاز افزایش پیدا کند، لزوماً گاز گرما گرفته است.

(۱) «الف» و «ج» (۲) «ب» و «ج» (۳) فقط «الف» (۴) فقط «ب»

(متوسط - مفهومی - سریع - صفحه ۱۳۷ - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

بررسی موارد:



در فرایند همدم، انرژی درونی گاز، ثابت است، بنابراین:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U=0} Q + W = 0 \xrightarrow{Q>0} W < 0 \Rightarrow \Delta V > 0$$



در فرایند بی دررو، گرمای مبادله شده توسط گاز، صفر است، بنابراین:

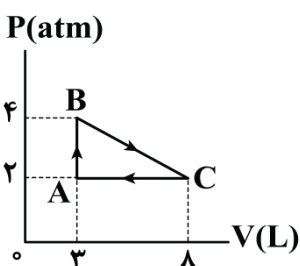
$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{Q=0} \Delta U = W \xrightarrow{W>0} \Delta U > 0 \Rightarrow \Delta T > 0$$



در گازها تغییر دما و گرمای مبادله شده همیشه با یکدیگر رابطه مستقیم ندارند، یعنی اگر دمای گاز افزایش یا کاهش یابد، لزوماً گاز گرما نمی گیرد یا از دست نمی دهد.



۴۵- نیم مول گاز کامل، یک چرخه ترمودینامیکی مطابق شکل زیر را طی می کند. گرمای مبادله شده توسط گاز در طی یک چرخه چند



ژول و چگونه است؟ ($1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$)

(۱) ۱۰۰۰ ژول گرما گرفته است.

(۲) ۱۰۰۰ ژول گرما از دست داده است.

(۳) ۵۰۰ ژول گرما گرفته است.

(۴) ۵۰۰ ژول گرما از دست داده است.

مساحت چرخه در نمودار $P-V$ بیانگر قدرمطلق کار انجام شده بر روی گاز در یک چرخه است، بنابراین:

$$|W| = S = \frac{2 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-3}}{2} = 500 \text{ J}$$

در نمودار $P-V$ اگر چرخه، ساعتگرد باشد، علامت کار انجام شده توسط محیط بر روی گاز، منفی است، از طرفی تغییرات انرژی درونی گاز در یک چرخه، صفر است، بنابراین گرمای مبادله شده توسط گاز برابر است با:

$$\Delta U_{ABC} = Q_{ABC} + W_{ABC} \Rightarrow 0 = Q_{ABC} - 500 \Rightarrow Q_{ABC} = +500 \text{ J}$$

چرخه ترمودینامیکی

در یک چرخه ترمودینامیکی، دستگاه پس از طی چند فرایند مختلف به حالت اولیه خود بازمی‌گردد. با توجه به این که در یک چرخه ترمودینامیکی، حالت نهایی با حالت ابتدایی، یکسان است؛ بنابراین **تغییر انرژی درونی دستگاه در طی یک چرخه، صفر است**؛ بنابراین با توجه به قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U=0} Q = -W$$



قدرمطلق کار انجام شده بر روی دستگاه در یک چرخه برابر با مساحت سطح داخل چرخه در صفحه $P-V$ است.



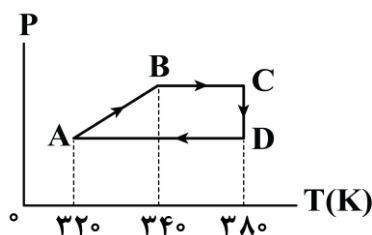
در چرخه‌های ساعتگرد در نمودار $P-V$ کار انجام شده بر روی دستگاه، منفی و در چرخه‌های پادساعتگرد، مثبت است.



کار انجام شده توسط محیط بر روی دستگاه و گرمای مبادله شده توسط دستگاه در یک چرخه برابر با مجموع جبری کار و گرمای مبادله شده در تک تک فرایندهای چرخه می‌باشد.



۴۶- شکل زیر، چرخه‌ای ترمودینامیکی را نشان می‌دهد که مربوط به $2/5 \text{ mol}$ گاز کامل است. اگر این گاز در فرایندهای BC و DA به ترتیب 2 kJ گرما بگیرد و 3 kJ گرما از دست بدهد، انرژی درونی گاز در فرایند AB چند ژول تغییر کرده است؟



$$(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}})$$

(۱) -1000

(۲) $+1000$

(۳) -600

(۴) $+600$

تغییرات انرژی درونی در طول یک چرخه صفر است، بنابراین:

$$\Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CD} + \Delta U_{DA} = 0$$

فرایند CD یک فرایند هم‌دما است، بنابراین $\Delta U_{CD} = 0$ ، در نتیجه داریم:

$$\Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{DA} = 0$$

برای محاسبه کار در فرایندهای هم‌فشار BC و DA از رابطه $W = -nR\Delta T$ استفاده می‌کنیم:

$$\Delta U_{AB} + Q_{BC} + W_{BC} + Q_{DA} + W_{DA} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta U_{AB} + 2000 - 2/5 \times 8 \times 40 - 3000 - 2/5 \times 8 \times (-60) = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} - 600 = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} = +600 \text{ J}$$



۴۷- یک ماشین گرمایی با بازده ۳۰ درصد، در هر چرخه $3/5 \text{ kJ}$ گرما به منبع دما پایین می‌دهد. این ماشین در هر چرخه چند کیلوژول گرما از منبع دما بالا می‌گیرد؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۰/۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۱۴۵ - ۱۰۰۵

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به رابطه بازده ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} \Rightarrow 0/3 = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} \Rightarrow 0/7 = \frac{|Q_L|}{Q_H} \Rightarrow Q_H = \frac{|Q_L|}{0/7} \Rightarrow Q_H = \frac{3/5}{0/7} = 5 \text{ kJ}$$

بازده ماشین گرمایی

بازده هر ماشین به صورت زیر تعریف می‌شود:

انرژی مفید خروجی = بازده
انرژی داده شده به ماشین

در ماشین‌های گرمایی، انرژی مفید خروجی همان کار $|W|$ و انرژی داده شده به ماشین، همان گرمای گرفته شده از منبع دما بالا (Q_H) است؛ بنابراین برای بازده هر ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H}$$

از طرفی در ماشین‌های گرمایی با توجه به پایستگی انرژی داریم:

$$Q_H = |Q_L| + |W|$$

بنابراین رابطه بازده برای هر ماشین گرمایی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\eta = \frac{Q_H - |Q_L|}{Q_H} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H}$$

تذکره!

بازده یک کمیت بدون یکا است.

نکته

بازده ماشین‌های درون‌سوز بنزینی در حدود ۲۰ تا ۳۰ درصد، بازده ماشین‌های درون‌سوز دیزلی در حدود ۳۰ تا ۳۵ درصد و بازده ماشین‌های برون‌سوز بخار ۳۰ تا ۴۰ درصد است.



۴۸- بازده یک ماشین گرمایی، ۴۰ درصد است. اگر توان خروجی این ماشین گرمایی برابر با ۶kW باشد، در مدت ۵ دقیقه چند گرم سوخت مصرف می‌شود؟ (گرمای حاصل از سوختن ۳۰mg سوخت برابر ۱۰kJ است.)

(۱) ۱۳/۵ (۲) ۱۵ (۳) ۱۳۵ (۴) ۱۵۰

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۱۴۵ - ۱۰۰۵)

گام اول

کار انجام شده در مدت زمان ۵ دقیقه برابر است با:

$$W = Pt = 6 \times 10^3 \times (5 \times 60) = 18 \times 10^5 \text{ J}$$

گام دوم

به کمک رابطه بازده ماشین گرمایی، گرمایی که ماشین از منبع دمابالا دریافت کرده را به دست می‌آوریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \frac{40}{100} = \frac{18 \times 10^5}{Q_H} \Rightarrow Q_H = 45 \times 10^5 \text{ J}$$

گام آخر

جرم سوخت مصرفی برابر است با:

جرم سوخت	انرژی
۰/۳g	10^4 J
x	45×10^5

$$\Rightarrow x = \frac{45 \times 10^5 \times 0.3}{10^4} = 135 \text{ g}$$



۴۹- کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست است؟

الف: اگر ماشین گرمایی در یک چرخه کامل، ۲۰۰۰J گرما از چشمه دمابالا دریافت کند و ۸۰۰J کار تولید کند، در پایان چرخه، انرژی درونی آن ۱۲۰۰J افزایش می‌یابد.

ب: اگر در یک ماشین گرمایی، تمام گرما به کار تبدیل شود، قانون اول ترمودینامیک نقض می‌شود.

ج: مطابق قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی، گرما نمی‌تواند به صورت خودبه‌خود از جسم سرد به جسم گرم منتقل شود.

(۱) «الف» و «ج» (۲) «ب» و «ج» (۳) «الف» و «ب» (۴) فقط «ب»

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - خط به خط - سریع) (صفحه ۱۴۷ - ۱۰۰۵)

عبارات‌های «الف» و «ب» نادرست هستند.

بررسی موارد نادرست:

الف

در پایان یک چرخه کامل، انرژی درونی تغییر نمی‌کند.

ب

رابطه $Q_H = |Q_L| + |W|$ برقرار است، بنابراین قانون اول ترمودینامیک نقض نمی‌شود.

تذکر

در این عبارت، قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی نقض می‌شود.

قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی

اگر در چرخه‌ای $Q_H = |W|$ باشد، یعنی $Q_L = 0$ است و قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی نقض می‌شود.

براساس قانون دوم ترمودینامیک امکان ساخت ماشین گرمایی که بازده آن ۱۰۰ درصد باشد، وجود ندارد.



اگر در چرخه یک ماشین گرمایی، تمام گرمای دریافتی از منبع دمابالا به کار تبدیل شود، قانون اول ترمودینامیک نقض نمی‌شود. اما براساس قانون دوم ترمودینامیک امکان طراحی و ساخت ماشینی که این تبدیل را انجام دهد، غیرممکن است.

قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی

طبق قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی، گرما خودبه‌خود از جسم با دمای پایین‌تر به جسم با دمای بالاتر منتقل نمی‌شود. به بیان ریاضی، قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی به صورت $W \neq 0$ بیان می‌شود.



قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی و یخچالی، معادل یکدیگر هستند، یعنی اگر یکی نقض شود، دیگری نیز نقض می‌شود.



۵- در کدام مراحل از فرایندهای ماشین درون‌سوز بنزینی، پیستون به سمت پایین حرکت می‌کند؟

- (۱) تخلیه و آتش گرفتن
- (۲) ضربه مکش و ضربه قدرت
- (۳) آتش گرفتن و ضربه قدرت
- (۴) ضربه مکش و تخلیه

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - خط به خط - سریع - صفحه ۱۴۳ - ۱۰۰۵)

به‌طور خلاصه مراحل حرکت پیستون و نحوه حرکت پیستون به‌صورت زیر است:

(۱) مرحله مکش: پیستون به سمت پایین حرکت می‌کند.

(۲) مرحله تراکم: پیستون به‌سرعت و به‌طور بی‌دررو بالا می‌آید.

(۳) مرحله آتش گرفتن: حجم، ثابت است. (پیستون حرکت نمی‌کند).

(۴) ضربه قدرت: پیستون به سمت پایین حرکت می‌کند.

(۵) مرحله تخلیه: حجم، ثابت است (پیستون حرکت نمی‌کند).

(۶) خروج گاز: پیستون بالا می‌آید.

راهنمای زرنگ‌بازی

توی سه سال اخیر، درمجموع سه بار از حفظیات ماشین گرمایی توی کنکور سؤال دادن، پس حتماً این بخش را دقیق بخون.

ویژگی‌های شش فرایند مربوط به یک چرخه ماشین بنزینی				
جهت حرکت پیستون	نوع فرایند	وضعیت سوپاپ‌ها		نام فرایند
		سوپاپ دریاچه خروجی	سوپاپ دریاچه ورودی	
↓	انبساط هم‌فشار	بسته	باز	ضربه مکش
↑	تراکم بی‌دررو	بسته	بسته	ضربه تراکم
ساکن	هم‌حجم	بسته	بسته	آتش گرفتن
↓	انبساط بی‌دررو	بسته	بسته	ضربه قدرت
ساکن	هم‌حجم	باز	بسته	تخلیه
↑	تراکم هم‌فشار	باز	بسته	ضربه خروج گاز





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید
پاسخنامه ویدئویی آزمون

بودجه‌بندی
این آزمون

آب، آهنگ زندگی
(از ابتدای محلول و مقدار حل‌شونده‌ها تا پایان فصل) صفحه‌های ۹۳ تا ۱۲۲

سهم در
کنکور

مباحث این آزمون در مجموع ۲ الی ۳ تست از ۳۰ تست کنکور را پوشش داده است.

۵۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) کاتیون موجود در اغلب سنگ‌های کلیه، یونی با بار $+2$ است.
- (۲) محلول شست‌وشوی دهان و سرم فیزیولوژی، محلول یک نمک هستند.
- (۳) خواص یک محلول، علاوه بر حل‌شونده به حلال آن محلول نیز بستگی دارد.
- (۴) از روش تبلور برای جدا کردن حلال و حل‌شونده در محلول استون و آب استفاده می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - خطبه‌خط - استاندارد) - صفحه ۹۷ - ۱۰۰۳

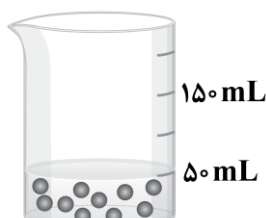
در محلول آب و استون که هر دو جزء **حلال** و **حل‌شونده مایع** هستند، نمی‌توان از روش تبلور برای جداسازی استفاده کرد. (روش مناسب تقطیر جزء به جزء است.) جداسازی حل‌شونده از محلول به شکل بلورهای جامد را **تبلور** می‌نامند. این روش برای جدا کردن محلول‌هایی که جزء **حلال** آن‌ها **مایع** و جزء **حل‌شونده** آن‌ها **جامد** باشد، کاربرد دارد. در این روش با گرما دادن به محلول، حلال تبخیر شده و حل‌شونده به‌صورت جامد باقی می‌ماند، سپس برای به‌دست آوردن حلال نیز، بخار را سرد می‌کنند تا طی عمل میعان به مایع تبدیل شود. از این روش برای استخراج نمک از آب دریا و همچنین تولید آب شیرین استفاده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) اغلب سنگ‌های کلیه از رسوب کردن برخی نمک‌های کلسیم‌دار در کلیه‌ها تشکیل می‌شوند. در افراد سالم مقدار این نمک‌ها در ادرار از انحلال‌پذیری آن‌ها کمتر بوده و این مواد رسوب نمی‌کنند. اما در افراد مبتلا به سنگ کلیه، غلظت این نمک‌ها در ادرار بیش از محلول سیرشده بوده و این نمک‌ها در مجاری ادراری رسوب کرده و سنگ کلیه تشکیل می‌شود. پس کاتیون موجود در سنگ‌های کلیه اغلب یون کلسیم بوده که یونی با بار $+2$ است.
- (۲) محلول شست‌وشوی دهان همان محلول استریل سدیم کلرید 0.9% درصد جرمی است. همچنین سرم فیزیولوژی نیز محلول رقیق نمک خوراکی یا همان سدیم کلرید در آب می‌باشد.
- (۳) محلول همان مخلوطی همگن از دو یا چند ماده است. همگن بودن یک مخلوط به معنای آن است که حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در سرتاسر مخلوط یکسان و یکنواخت است. محلول از دو قسمت **حلال** و **حل‌شونده** تشکیل شده است. حلال به قسمتی از محلول گویند که مقدار مول بیشتری داشته و یک یا چند حل‌شونده را در خود حل کرده است. خواص محلول‌ها علاوه بر خواص و ماهیت حلال، به خواص حل‌شونده و همچنین مقدار هر یک از این دو جزء بستگی دارد.



۵۲- اگر مقداری گلوکز را مطابق شکل زیر در آب حل کنیم، غلظت مولی این محلول بر حسب مول بر لیتر برابر با کدام است و در صورت تجزیه گلوکز موجود در ۱۰ میلی لیتر از این محلول طبق واکنش $C_6H_{12}O_6(aq) \rightarrow 2C_2H_5OH(aq) + 2CO_2(g)$ ، چند مول گاز کربن‌دی‌اکسید تولید می‌شود؟ (هر ذره معادل 0.02 مول است.)



- (۱) $0.08 - 4$
- (۲) $0.04 - 4$
- (۳) $0.08 - 0.04$
- (۴) $0.04 - 0.04$

با توجه به بشر، حجم این محلول برابر با ۵۰ میلی لیتر بوده و ۱۰ ذره گلوکز که معادل با ۰/۲ مول $(۱۰ \times ۰/۰۲)$ گلوکز است، در آن حل شده است. بنابراین غلظت مولی این محلول برابر است با:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مقدار مول حل شونده (mol)}}{\text{حجم محلول (L)}} = \frac{۰/۲ \text{ mol}}{\frac{۵۰ \text{ mL}}{۱۰۰۰}} = \frac{۲۰۰}{۵۰} = ۴ \text{ mol.L}^{-۱}$$

در نتیجه، غلظت مولی این محلول برابر با ۴ مول بر لیتر است.

حال مقدار گلوکز موجود در ۱۰ میلی لیتر از این محلول را محاسبه می کنیم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مقدار مول حل شونده (mol)}}{\text{حجم محلول (L)}} \Rightarrow ۴ = \frac{n}{\frac{۱۰}{۱۰۰۰}} \Rightarrow n = ۰/۰۴ \text{ mol}$$

اکنون مقدار کربن دی اکسید تولید شده به ازای تجزیه ۰/۰۴ مول گلوکز را به دست می آوریم:

$$? \text{ mol CO}_2 = ۰/۰۴ \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \times \frac{۲ \text{ mol CO}_2}{۱ \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} = ۰/۰۸ \text{ mol}$$

در نتیجه، در این واکنش ۰/۰۸ مول گاز کربن دی اکسید تولید می شود.



۵۲- اگر در دمای اتاق انحلال پذیری ماده X در ۱۰۰ گرم آب برابر با ۰/۸ گرم باشد، این ماده بوده و از این نظر مشابه ترکیب است.

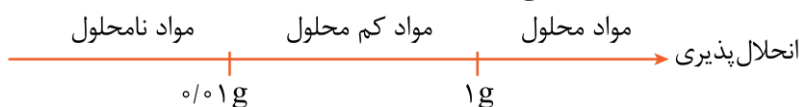
(۲) کم محلول در آب - کلسیم سولفات

(۱) محلول در آب - باریوم سولفات

(۴) کم محلول در آب - کلسیم فسفات

(۳) محلول در آب - سدیم نترات

مواد را بر اساس انحلال پذیری در آب در سه دسته قرار می دهند:



مواد محلول: انحلال پذیری این مواد در آب بیش از یک گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

مواد نامحلول: انحلال پذیری این مواد در آب کمتر از ۰/۰۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

مواد کم محلول: موادی که انحلال پذیری آنها بین این دو مقدار قرار دارد، در این دسته جای می گیرند.

انحلال پذیری این ماده در آب، در بازه ۰/۰۱ تا ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب بوده و در دسته مواد کم محلول در آب قرار می گیرد. کلسیم سولفات نیز یک نمک کم محلول در آب است.



۵۴- کدام مورد درباره آب و هیدروژن سولفید نادرست است؟

(۱) هر دو دارای مولکولی خمیده (V شکل) هستند.

(۲) در دمای -۵۰°C حالت فیزیکی این دو ترکیب از یکدیگر متفاوت است.

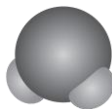
(۳) هر دو ترکیب در میدان الکتریکی جهت گیری می کنند و گشتاور دوقطبی بالاتر از ۱D دارند.

(۴) ترکیبی که دارای جرم مولی کمتری است، به علت تشکیل پیوند هیدروژنی نقطه جوش بالاتری دارد.

آب و هیدروژن سولفید، هر دو ترکیبی قطبی هستند؛ در نتیجه، در میدان الکتریکی جهت گیری می کنند. از آنجا که این دو ترکیب قطبی بوده، گشتاور دوقطبی آنها **بالاتر از صفر** بوده و مقدار آن برای آب و هیدروژن سولفید به ترتیب برابر با $۱/۸۵ \text{ D}$ و $۰/۹۷ \text{ D}$ است؛ بنابراین گشتاور دوقطبی هیدروژن سولفید کمتر از ۱D است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) مدل فضاپرکن این دو مولکول مشابه یکدیگر بوده و مطابق شکل زیر خمیده (V شکل) است.



۲) نقطه جوش آب و هیدروژن سولفید به ترتیب برابر با ۱۰۰ و ۶۰- درجه سلسیوس است. از آنجا که دمای ۵۰- درجه سلسیوس از نقطه جوش هیدروژن سولفید بیشتر است، این ماده به حالت گاز در این دما وجود خواهد داشت. این در حالی است که دمای ۵۰- درجه سلسیوس پایین‌تر از نقطه جوش آب بوده و آب به حالت غیرگازی در این دما وجود خواهد داشت.

۴) آب با وجود اینکه جرم مولی کمتری نسبت به هیدروژن سولفید دارد، به دلیل تشکیل پیوند هیدروژنی نقطه جوش بالاتری از هیدروژن سولفید دارد.



۵۵- با حل کردن چند مول پتاسیم نیترات در ۲۹۸ گرم آب، درصد جرمی آن به ۴۰/۴ درصد می‌رسد؟

($N = 14, O = 16, K = 39: g.mol^{-1}$)

۲/۵ (۴)

۲ (۳)

۱/۵ (۲)

۱ (۱)

(آسان - محاسباتی - استاندارد ۵ - صفحه ۹۶ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

مقدار جرم پتاسیم نیترات حل شده در ۲۹۸ گرم آب را x گرم فرض می‌کنیم. جرم این ترکیب طبق رابطه درصد جرمی برابر است با:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow 40/4 = \frac{x}{298 + x} \times 100 \Rightarrow \frac{x}{x + 298} = 0/404 \Rightarrow x = 202g$$

پس جرم پتاسیم نیترات حل شده برابر با ۲۰۲ گرم است. پس مقدار مول این ترکیب برابر خواهد بود با:

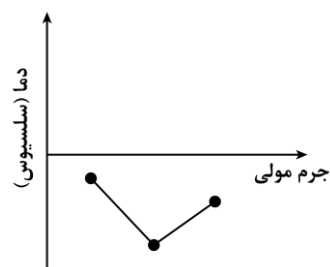
$$\text{جرم مولی} \times n = 202 \Rightarrow 101 \times n = 202 \Rightarrow n = 2$$

در نتیجه، ۲ مول پتاسیم نیترات در محلول حل شده است.



۵۶- کدام گزینه درست است؟

- ۱) نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن‌دار سه عنصر اول گروه ۱۵ جدول دوره‌ای با افزایش جرم مولی، افزایش می‌یابد.
- ۲) از میان استون و اتانول، ترکیبی که دارای پیوند دوگانه در ساختار خود بوده، آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شود.
- ۳) مقایسه نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن‌دار سه عنصر اول گروه ۱۷ مطابق شکل مقابل است.
- ۴) نیروهای بین مولکولی در ترکیب CO نسبت به این نیروها در ترکیب N_2 قوی‌تر است.



(دشوار - مفهومی - استاندارد ۵ - صفحه ۱۰۷ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

هنگامی که دو مولکول جرم مولی یکسانی دارند، ترکیبی دارای نقطه جوش بالاتری است که مولکول‌های آن قطبی باشند. حال با توجه به این که ترکیب CO و N_2 جرم مولی یکسانی دارند، ترکیب CO به علت قطبی بودن دارای نقطه جوش بالاتر و نیروهای بین مولکولی قوی‌تری است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ترکیب‌های هیدروژن‌دار سه عنصر اول گروه ۱۵ جدول دوره‌ای به ترتیب افزایش جرم مولی عبارت‌اند از PH_3 ، NH_3 و AsH_3 . مولکول NH_3 به دلیل تشکیل پیوند هیدروژنی نقطه جوش بالاتری نسبت به دو ترکیب دیگر دارد و ترکیب AsH_3 به دلیل جرم مولی بیشتر، دارای نقطه جوش بالاتری نسبت به ترکیب PH_3 است. بنابراین مقایسه نقطه جوش این سه ترکیب به صورت $NH_3 > AsH_3 > PH_3$ است. در نتیجه، لزوماً با افزایش جرم مولی در بین این ترکیبات نقطه جوش افزایش نمی‌یابد.

۲ اتانول برخلاف استون توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را دارد. در نتیجه، نقطه جوش اتانول از استون بیشتر بوده و به طور کلی هر ترکیبی که نقطه جوش بالاتری داشته باشد آسان تر به مایع تبدیل می شود. در ساختار اتانول، همه پیوندها یگانه بوده و هیچ پیوند دوگانه ای وجود ندارد.

۳ ترکیب های هیدروژن دار سه عنصر اول گروه ۱۷ جدول دوره ای به ترتیب افزایش جرم مولی عبارت اند از HF ، HCl و HBr . مولکول HF به دلیل تشکیل پیوند هیدروژنی نقطه جوش بالاتری نسبت به دو ترکیب دیگر دارد و ترکیب HBr به دلیل جرم مولی بیشتر، دارای نقطه جوش بالاتری نسبت به ترکیب HCl است؛ بنابراین مقایسه نقطه جوش این سه ترکیب به صورت « $HF > HBr > HCl$ » است که نمودار رسم شده نیز این مقایسه را به درستی نشان داده است. اما نکته قابل توجه این است که نقطه جوش ترکیب HF برابر با ۱۹ درجه سلسیوس بوده و مقدار مثبتی دارد؛ این در حالی است که در نمودار، نقطه جوش هر سه ترکیب در محدوده منفی قرار دارد.



۵۷- در یک نمونه از محلول آمونیوم سولفات، غلظت یون آمونیوم برابر با 900 ppm است. اگر حجم محلول برابر با ۱۰ لیتر باشد، پس از تبخیر کل آب موجود در محلول، جرم آمونیوم سولفات به دست آمده برابر با چند گرم خواهد بود؟ (چگالی محلول برابر با ۱ کیلوگرم بر لیتر است. $H = 1, N = 14, O = 16, S = 32; g \cdot mol^{-1}$)

۱۳۲ (۴)

۶۶ (۳)

۴۴ (۲)

۳۳ (۱)

(متوسط - محاسباتی - زمان بر - صفحه ۹۵ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا جرم یون آمونیوم حل شده در این محلول را به دست می آوریم:

$$ppm = \frac{\text{میلی گرم حل شونده}}{\text{لیتر محلول یا حلال}} \Rightarrow 900 = \frac{x}{10} \Rightarrow x = 9000 \text{ mg} = 9 \text{ g}$$

فرمول شیمیایی ترکیب آمونیوم سولفات به صورت $(NH_4)_2SO_4$ است. به ازای هر مول از این ترکیب، ۲ مول یون آمونیوم وجود دارد. با توجه به اینکه جرم یون آمونیوم در این محلول برابر با ۹ گرم است، جرم کل ترکیب برابر خواهد بود با:

$$? \text{ g } (NH_4)_2SO_4 = 9 \text{ g } NH_4^+ \times \frac{1 \text{ mol } NH_4^+}{18 \text{ g } NH_4^+} \times \frac{1 \text{ mol } (NH_4)_2SO_4}{2 \text{ mol } NH_4^+} \times \frac{132 \text{ g } (NH_4)_2SO_4}{1 \text{ mol } (NH_4)_2SO_4} = 33 \text{ g}$$

در نتیجه، مقدار آمونیوم سولفات موجود در محلول برابر با ۳۳ گرم بوده و پس از تبخیر کل آب موجود در محلول، این مقدار از ترکیب مورد نظر به دست می آید.

غلظت ppm

در محلول های بسیار رقیق مانند حالتی که چگالی محلول یک یا نزدیک یک است، می توان غلظت ppm را به صورت میلی گرم حل شونده در یک لیتر محلول حساب کرد. رابطه آن به صورت زیر خواهد شد:

$$ppm = \frac{\text{میلی گرم حل شونده}}{\text{لیتر حلال یا محلول}}$$



۵۸- در دما و فشار یکسان کدام مقایسه بین انحلال پذیری در آب گازها درست است؟

$$O_2 < N_2 < NO \quad (۲)$$

$$N_2 < O_2 < NO \quad (۱)$$

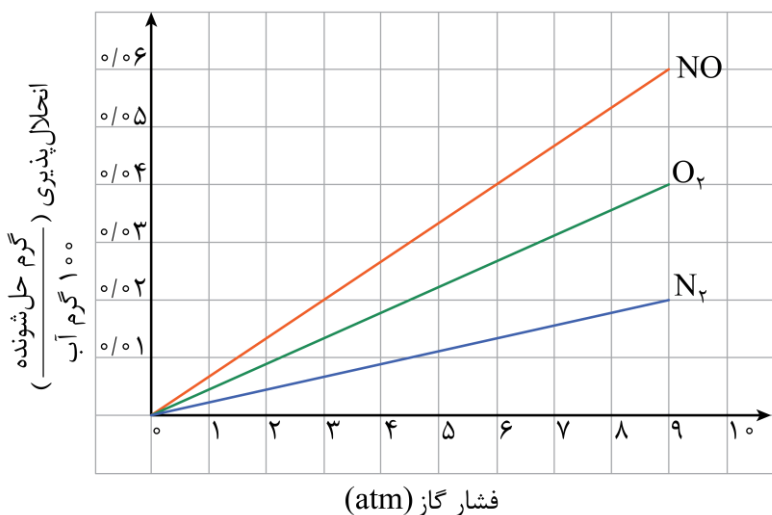
$$N_2 < NO < O_2 \quad (۴)$$

$$O_2 < NO < N_2 \quad (۳)$$

(آسان - حفظی - سریع ۵) - صفحه ۱۱۵ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

نمودار زیر از کتاب درسی را در نظر بگیرید:



بر این اساس ترتیب انحلال پذیری به صورت $NO > O_2 > N_2$ است. در واقع از میان این سه گاز، تنها گاز NO قطبی بوده و به همین علت انحلال پذیری بالاتری در آب دارد. در میان گازهای ناقطبی نیز، گازی که جرم مولی بیشتر دارد، (بین اکسیژن و نیتروژن، گاز اکسیژن جرم مولی بیشتری دارد.) انحلال پذیری بیشتری خواهد داشت.



۵۹- معادله انحلال پذیری لیتیم سولفات به صورت $S = -0.15\theta + 35$ است. اگر ۳۳ گرم محلول سیرشده این نمک را از دمای $20^\circ C$

تا دمای $100^\circ C$ گرم کنیم، چند گرم نمک رسوب می کند؟

$$1/5 \quad (۴)$$

$$3 \quad (۳)$$

$$2/5 \quad (۲)$$

$$5 \quad (۱)$$

(متوسط - محاسباتی - زمان بر ۵) - صفحه ۱۰۳ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

در ابتدا باید انحلال پذیری لیتیم سولفات را در دماهای $20^\circ C$ و $100^\circ C$ محاسبه کنیم:

$$\text{انحلال پذیری لیتیم سولفات در دمای } 20^\circ C \text{ (در } 100 \text{ گرم آب)}: -0.15 \times 20 + 35 = -3 + 35 = 32 \text{ g}$$

$$\text{انحلال پذیری لیتیم سولفات در دمای } 100^\circ C \text{ (در } 100 \text{ گرم آب)}: -0.15 \times 100 + 35 = -15 + 35 = 20 \text{ g}$$

پس انحلال پذیری لیتیم سولفات در دماهای $20^\circ C$ و $100^\circ C$ به ترتیب برابر با ۳۲ و ۲۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. حال از آنجا که دمای این محلول از $20^\circ C$ به $100^\circ C$ رسیده و انحلال پذیری این نمک کاهش یافته است، مقداری از این نمک در محلول رسوب خواهد کرد. ابتدا مقدار آب موجود در ۳۳ گرم از محلول سیرشده این ماده در دمای $20^\circ C$ را حساب می کنیم. در ۱۳۲ گرم از این محلول ۱۰۰ گرم آب وجود دارد. پس داریم:

$$? \text{ g آب} = 33 \text{ g محلول} \times \frac{100 \text{ g آب}}{132 \text{ g محلول}} = 25 \text{ g}$$

در محلول اولیه ۲۵ گرم آب و ۸ گرم نمک داریم. حال مقدار نمکی را که در دمای $100^\circ C$ در ۲۵ گرم آب حل شده است، محاسبه می کنیم:

$$? \text{ g نمک} = 25 \text{ g آب} \times \frac{20 \text{ g نمک}}{100 \text{ g آب}} = 5 \text{ g}$$

پس در محلول نهایی تنها ۵ گرم از ۸ گرم نمک باقی می ماند و ۳ گرم دیگر رسوب کرده است.

۶۰- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در دمای ثابت، با دو برابر شدن فشار یک گاز انحلال پذیری آن در آب نیز دو برابر می شود.
- (۲) در دمای یکسان، انحلال پذیری گاز اکسیژن در آب آشامیدنی نسبت به آب دریا بیشتر است.
- (۳) در هوای گرم به دلیل کاهش انحلال پذیری گاز اکسیژن در آب، ماهی ها به سطح آب می آیند.
- (۴) با افزایش دما در واکنش قرص جوشان با آب، مقدار گاز کربن دی اکسید جمع آوری شده کاهش می یابد.

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۱۱۴ - ۱۰۰۳

به طور کلی با افزایش دمای یک محلول، انحلال پذیری گازها در آن کاهش می یابد. در واکنش قرص جوشان با آب، مقداری از گاز کربن دی اکسید تولید شده در آب حل می شود. حال هر چه دمای محلول واکنش بیشتر باشد، مقدار گاز کمتری از کربن دی اکسید می تواند در آب حل شود و مقدار بیشتر آن از محلول خارج می شود. در نتیجه با افزایش دما در واکنش قرص جوشان با آب، مقدار گاز کربن دی اکسید جمع آوری شده افزایش می یابد.

بررسی سایر گزینه ها:

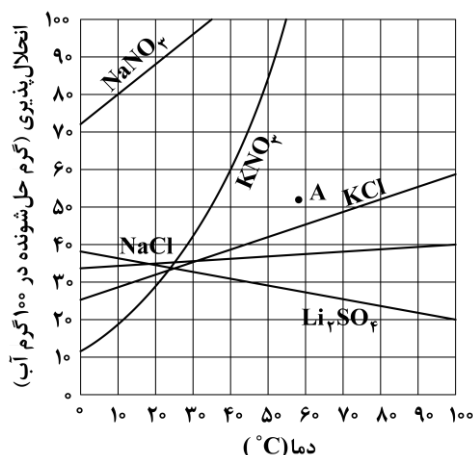
- (۱) مطابق قانون هنری، در دمای ثابت، انحلال پذیری گازها با فشار آن ها رابطه خطی دارد. در نتیجه، در دمای ثابت با دو برابر شدن فشار گازها، انحلال پذیری آن ها در آب نیز دو برابر می شود.
- (۲) به طور کلی هر چه مقدار نمک بیشتری در آب حل شده باشد، انحلال پذیری گازها در آن کاهش می یابد. حال با توجه به اینکه مقدار نمک موجود در آب دریا بسیار بیشتر از آب آشامیدنی است، در دمای یکسان انحلال پذیری گاز اکسیژن در آب آشامیدنی بیشتر است.
- (۳) همان طور که پیش تر اشاره شد، هر چه دمای آب افزایش یابد، انحلال پذیری گازها در آن کاهش می یابد. در نتیجه، در هوای گرم که دمای آب افزایش می یابد، مقدار گاز اکسیژن حل شده در آن کاهش می یابد و ماهی ها به سطح آب آمده تا اکسیژن مورد نیاز خود را دریافت کنند.



۶۱- در نمودار مقابل، اگر محلولی از در نقطه A باشد، است و با اضافه

کردن کافی، به محلول سیر شده تبدیل می شود.

- (۱) پتاسیم کلرید - فراسیر شده - آب
- (۲) پتاسیم نیترات - سیر نشده - آب
- (۳) لیتیم سولفات - سیر نشده - نمک
- (۴) سدیم نیترات - فراسیر شده - نمک



(آسان - مفهومی - سریع) - صفحه ۱۰۲ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۱

در نمودار انحلال پذیری-دما، اگر محلول یک ماده بر روی خط انحلال پذیری قرار گیرد، آن محلول سیر شده است. اگر نقطه منتسب به محلول، پایین تر از خط باشد، محلول سیر نشده و اگر بالاتر از خط باشد، یعنی محلول فراسیر شده است. پس برای پتاسیم نیترات و سدیم نیترات، نقطه A یک محلول سیر نشده است و برای سدیم کلرید، پتاسیم کلرید و لیتیم سولفات، نقطه A محلولی فراسیر شده خواهد بود. محلول سیر نشده و فراسیر شده به ترتیب نمک و آب کمتری نسبت به محلول سیر شده دارند. پس برای تبدیل محلول سیر نشده و فراسیر شده به محلول سیر شده، می توان به ترتیب به محلول اولیه نمک و آب اضافه کرد.

محلول‌ها بر اساس مقدار حل‌شونده در سه دسته قرار می‌گیرند.

- (۱) **سیرشده:** در این حالت، بیشترین میزان حل‌شونده‌ای که در حلال حل می‌شود، در محلول وجود دارد و مقدار حل‌شونده برابر مقدار انحلال‌پذیری آن ماده است. در این حالت مقدار حل‌شونده دقیقاً بر روی نمودار انحلال‌پذیری - دما قرار دارد.
- (۲) **سیرنشده:** در این حالت مقدار حل‌شونده محلول از انحلال‌پذیری کمتر بوده و این محلول همچنان می‌تواند مقدار بیشتری حل‌شونده را در خود حل نماید. این محلول در نمودار انحلال‌پذیری - دما، زیر خط نمودار قرار می‌گیرد.
- (۳) **فراسیرشده:** در این حالت مقدار حل‌شونده محلول از انحلال‌پذیری بیشتر بوده و در این حالت محلول ناپایدار است و با کوچک‌ترین تنش مانند ضربه، مقدار اضافی حل‌شونده خود را رسوب می‌دهد و به محلول سیرشده تبدیل می‌شود. محلول در این حالت، بالای خط نمودار انحلال‌پذیری - دما قرار می‌گیرد.



۶۲- کدام موارد دربارهٔ روش‌های مختلف تصفیه آب درست هستند؟

- الف - آب به‌دست آمده از روش صافی کربن را باید پیش از مصرف کلرزنی کرد.
 ب - آب به‌دست آمده از روش تقطیر، آلاینده کمتری نسبت به آب گذرنده از صافی کربن دارد.
 ج - در روش تقطیر، آب به همراه ترکیب‌های آلی فرار تبخیر شده و به سقف شیشه‌ای برخورد می‌کنند.
 د - در روش‌های اسمز معکوس و تقطیر، فلزهای سمی، آلاینده‌ها، حشره‌کش‌ها و آفت‌کش‌ها از آب جدا می‌شوند.
 (۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ج» و «د»

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - حفظی - زمان‌بر ۵ - صفحه ۱۱۹ - ۱۰۰۳)

آب تصفیه‌نشده شامل آلودگی‌هایی است که باید طی تصفیه آب از آن خارج شوند. این آلاینده‌گی‌ها شامل نافلزها، آلاینده‌ها، فلزهای سمی، حشره‌کش‌ها و آفت‌کش‌ها، ترکیب‌های آلی فرار و میکروب‌ها هستند. هر یک از روش‌های تصفیه آب چند مورد از این آلاینده‌ها را پاک می‌کنند و برخی را نمی‌توانند تغییر دهند. جدول زیر آلاینده‌های حذف‌شده و باقی‌مانده در هر یک از این روش‌ها را نشان می‌دهد:

روش تصفیه	تقطیر	اسمز معکوس	صافی کربن
آلودگی حذف‌شده	نافلزها آلاینده‌ها فلزهای سمی حشره‌کش‌ها و آفت‌کش‌ها	نافلزها آلاینده‌ها فلزهای سمی حشره‌کش‌ها و آفت‌کش‌ها ترکیب‌های آلی فرار	نافلزها آلاینده‌ها فلزهای سمی حشره‌کش‌ها و آفت‌کش‌ها ترکیب‌های آلی فرار
آلودگی باقی‌مانده	میکروب‌ها ترکیب‌های آلی فرار	میکروب‌ها	میکروب‌ها

عبارت‌های «الف» و «د» درست هستند.

بررسی موارد:

(الف) در هر سه روش صافی کربن، تقطیر و اسمز معکوس میکروب‌ها در آب باقی می‌مانند؛ بنابراین آب به‌دست آمده از این روش‌ها را باید پیش از مصرف کلرزنی کرد.

(ب) تفاوت این سه روش در نوع آلاینده‌های حذف‌شده و باقی‌مانده در این مورد است که در روش تقطیر برخلاف دو روش اسمز معکوس و صافی کربن، ترکیب‌های آلی فرار حذف نمی‌شوند و این مواد در روش تقطیر برخلاف دو روش دیگر در آب باقی خواهند ماند.

(ج) در روش تقطیر، آب به همراه ترکیب‌های آلی فرار در اثر پرتوهای خورشیدی تبخیر شده و به سقف پلاستیکی (نه شیشه‌ای) برخورد می‌کنند. سپس طی فرایند میعان دوباره به حالت مایع تبدیل شده و در مخازنی جمع‌آوری می‌شوند.

(د) به‌طور کلی در هر سه روش بیان شده، فلزهای سمی، آلاینده‌ها، حشره‌کش‌ها و آفت‌کش‌ها و نافلزها از آب جدا می‌شوند.



۶۳- کدام گزینه درست است؟

- (۱) با افزودن اندکی ید به هگزان، محلول تشکیل می‌شود، زیرا گشتاور دوقطبی هر دو ماده برابر با صفر است.
- (۲) از اتانول همانند ماده‌ای که حلال برخی چربی‌ها، رنگ‌ها و لاک‌ها است، نمی‌توان محلول آبی سیرشده‌ای تهیه کرد.
- (۳) در مخلوط ناهمگن آب و هگزان، هگزان بالاتر از آب قرار گرفته و در بخش آب مخلوط، هیچ مولکول هگزانی دیده نمی‌شود.
- (۴) نیروی جاذبه میان مولکول‌ها در محلول هیدروکربن‌ها در آب از میانگین این نیرو در آب خالص و هیدروکربن خالص بیشتر است.

پاسخ: گزینه ۲

(دشوار - مفهومی - استاندارد ۵ - صفحه ۱۰۹ - ۱۰۰۳)

استون حلال برخی چربی‌ها، رنگ‌ها و لاک‌ها است. استون و اتانول به هر نسبتی در آب حل می‌شوند. از این رو نمی‌توان محلول سیرشده‌ای از آن‌ها تهیه کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) ید و هگزان هر دو ترکیبی ناقطبی هستند. در نتیجه، با افزودن ید به هگزان، محلول تشکیل شده و ید در هگزان حل می‌شود. گشتاور دوقطبی ید برابر با صفر بوده، اما گشتاور دوقطبی هگزان در حدود صفر است.
- (۳) در مخلوط‌های ناهمگن به حالت مایع، مانند آب و هگزان، اجزای مخلوط به میزان ناچیزی در یکدیگر حل می‌شوند؛ اما قابل چشم‌پوشی است.

- (۴) گشتاور دوقطبی اغلب هیدروکربن‌ها ناچیز و در حدود صفر بوده است؛ در نتیجه، این ترکیبات ناقطبی هستند و در آب، که یک ترکیب قطبی است، حل نمی‌شوند؛ بنابراین نیروی جاذبه میان مولکول‌ها در محلول اغلب هیدروکربن‌ها در آب از میانگین نیروی جاذبه میان مولکول‌های آب خالص و هیدروکربن خالص کمتر است.

نیروهای جاذبه

به‌طور کلی برای آن که ماده A در ماده B حل شود، باید نیروی جاذبه ایجادشده بین ذرات سازنده A و B در مخلوط بیشتر از میانگین نیروی جاذبه بین ذرات A در ماده خالص آن و نیروی جاذبه بین ذرات B در ماده خالص آن، باشد. اگر جاذبه بین ذرات پیش از مخلوط کردن بیشتر از جاذبه ایجادشده بین ذرات حلال و حل‌شونده باشد، آن دو ماده در یکدیگر حل نمی‌شوند. اگر ماده حل‌شونده ترکیبی یونی و ماده حلال آب باشد، نیروی جاذبه در حل‌شونده یونی، در حلال پیوند هیدروژنی و در محلول این دو، یون-دوقطبی خواهد بود. بنابراین هرگاه ترکیبی یونی در آب قرار گیرد و نیروی جاذبه یون-دوقطبی ایجادشده بین یون‌ها و آب از میانگین نیروی پیوند یونی و پیوند هیدروژنی در آب قوی‌تر باشد انحلال صورت می‌گیرد و اگر کمتر باشد، انحلال صورت نمی‌گیرد. مثال: منیزیم سولفات در آب حل می‌شود ولی باریم سولفات در آب حل نمی‌شود. پس می‌توان نوشت:

نیروی جاذبه یون - دوقطبی < میانگین نیروی پیوند یونی در منیزیم سولفات و پیوند هیدروژنی در آب
نیروی جاذبه یون - دوقطبی > میانگین نیروی پیوند یونی در باریم سولفات و پیوند هیدروژنی در آب



۶۴- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در ساختار یخ، هر مولکول آب با چهار پیوند هیدروژنی به مولکول‌های دیگر متصل است.
- (۲) می‌توان گفت بین مولکول‌های آب در حالت بخار، به تقریب پیوند هیدروژنی وجود ندارد.
- (۳) در دمای صفر درجه سلسیوس و فشار یک اتمسفر، حجم یک نمونه آب از یخ هم‌جرم خود بیشتر است.
- (۴) در ساختار آب مایع و بخار آب برخلاف یخ که ساختاری منظم دارد، مکان مولکول‌های آب، تغییر می‌کند.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی - استاندارد ۵ - صفحه ۱۰۸ - ۱۰۰۳)

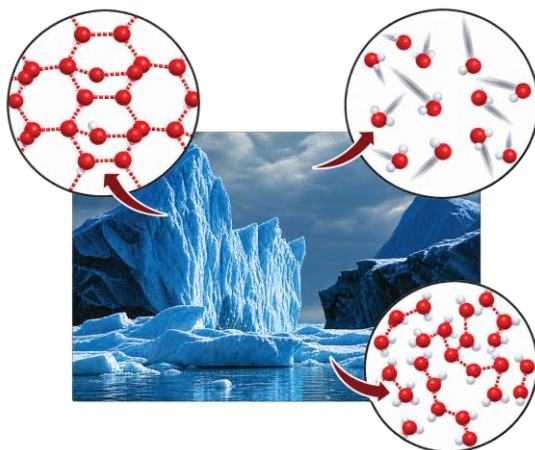
در دمای صفر درجه سلسیوس و فشار یک اتمسفر، چگالی یک نمونه یخ از چگالی یک نمونه آب کمتر است. در نتیجه، در جرم‌های برابری از یخ و آب، حجم یخ بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) در ساختار یخ، هر اتم اکسیژن به دو اتم هیدروژن با پیوند اشتراکی و به دو اتم هیدروژن دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است. در نتیجه، هر مولکول آب در ساختار یخ از طریق اتم اکسیژن خود دو پیوند هیدروژنی و از طریق هر اتم هیدروژن خود یک پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد. بنابراین در ساختار یخ، هر مولکول آب با چهار پیوند هیدروژنی به مولکول‌های دیگر متصل است.



شکل ۲ زیر نحوه قرارگیری مولکول‌های آب را در حالت‌های مختلف آن نشان می‌دهد.



مولکول‌های H_2O در حالت بخار جدا از هم هستند، گویی پیوندهای هیدروژنی میان آن‌ها وجود ندارد. در حالت گاز، پیوندهای هیدروژنی میان مولکول‌های آب را می‌توان نادیده گرفت و بر همین اساس مولکول‌ها آزادانه حرکت می‌کنند. در حالت مایع نیز با وجود پیوندهای هیدروژنی متعدد، باز هم مولکول‌های آب حرکت می‌کنند ولی نسبت به حالت گازی، جنبش کمتری دارند. اما در حالت جامد، مولکول‌های آب در جاهای به نسبت ثابتی قرار دارند.



۶۵- معادله انحلال‌پذیری نمکی در آب به صورت $S = 0.25\theta + 15$ است. محلول ۲۰ درصد جرمی آن در چه دمایی سیرشده است؟
 (۱) ۴۰ (۲) ۲۰ (۳) ۸۰ (۴) ۶۰

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۱۰۳ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا مقدار S را که محلول ۲۰ درصد جرمی نمک ایجاد می‌کند، محاسبه می‌کنیم:

$$a = \frac{S}{100 + S} \times 100 \Rightarrow 20 = \frac{S}{100 + S} \times 100 \Rightarrow 5S = 100 + S \Rightarrow S = 25$$

حال دمایی را که مقدار S برابر ۲۵ خواهد بود، مشخص می‌کنیم:

$$S = 0.25\theta + 15 \Rightarrow 25 = 0.25\theta + 15 \Rightarrow \theta = 40^\circ C$$

پس در دمای $40^\circ C$ محلول سیرشده این ماده، ۲۰ درصد جرمی است.

درصد جرمی و انحلال‌پذیری

رابطه میان درصد جرمی حل‌شونده (a) و انحلال‌پذیری (S) به صورت زیر است:

$$a = \frac{S}{100 + S} \times 100$$

اگر مقدار انحلال‌پذیری ناچیز بود (به‌طور معمول کمتر از ۲ گرم)، می‌توان از S در مخرج صرف نظر کرد و در این حالت درصد جرمی و انحلال‌پذیری برابر خواهد بود.



۶۶- کدام مطالب نادرست هستند؟

الف - نخستین عنصر دوره سوم جدول دوره‌ای در تهیه آلیاژها و شربت معده کاربرد دارد.

ب - تهیه گاز کلر، فلز سدیم، سود سوزآور و گاز هیدروژن، بیشترین کاربرد سدیم کلرید است.

ج - در محلول سدیم کلرید، مولکول‌های آب از سمت اتم‌های هیدروژن خود به یون کلرید نزدیک شده‌اند.

د - برای به‌دست آوردن مقدار مشخصی از نمک، به حجم بیشتری از یک نمونه آب دریای مرده نسبت به دریای سرخ نیاز داریم.

(۱) «الف» و «ج» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

(متوسط - مفهومی - زمان‌بر) - صفحه ۹۸ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۲

موارد «الف» و «د» نادرست هستند.

- الف) فلز منیزیم در تهیه آلیاژها و شربت معده و ... کاربرد دارد. فلز منیزیم دومین عنصر دوره سوم جدول دوره‌ای است.
- پ) حدوداً نیمی از کاربردهای سدیم کلرید مربوط به تهیه گاز کلر، فلز سدیم، سود سوزآور و گاز هیدروژن است. در نتیجه، بیشترین کاربرد آن مربوط به این موارد است.
- ج) به هنگام انحلال یک ترکیب یونی در آب، یون‌های ترکیب یونی از هم جدا شده و توسط مولکول‌های آب احاطه می‌شوند. در مولکول‌های آب سر مثبت، اتم‌های هیدروژن و سر منفی، اتم اکسیژن است. مولکول‌های آب از سر مثبت خود یعنی اتم‌های هیدروژن به آنیون‌ها نزدیک می‌شوند و از سر منفی یعنی اتم اکسیژن به کاتیون‌ها نزدیک شده و این یون‌ها را آب پوشی می‌کنند. پس در محلول سدیم کلرید مولکول‌های آب از سمت اتم‌های هیدروژن به یون‌های کلرید نزدیک می‌شوند.
- د) در هر ۱۰۰ گرم از آب دریای مرده، حدوداً ۲۷ گرم حل‌شونده (انواع نمک‌ها) وجود دارد. در هر ۱۰۰ گرم از آب دریای سرخ، حدوداً ۴/۱ گرم حل‌شونده (انواع نمک‌ها) وجود دارد. در نتیجه، در حجم‌های یکسان، مقدار نمک موجود در آب دریای مرده بیشتر است. بنابراین برای به‌دست آوردن مقدار مشخصی از نمک، به حجم کمتری از یک نمونه آب دریای مرده نسبت به دریای سرخ نیاز داریم.



۶۷- اگر حجم کل خون انسان ۵ لیتر باشد، برای آن که عدد نمایش‌داده‌شده بر گلوکومتر یک واحد افزایش یابد، باید چند گرم گلوکز (قند خون) به بیمار تزریق شود؟

- (۱) ۰/۵ (۲) ۰/۰۵ (۳) ۰/۰۰۵ (۴) ۵

(آسان - محاسباتی - سریع ۵ - صفحه ۹۹ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

دستگاه نشان‌دهنده قند خون یا همان گلوکومتر، غلظت قند خون (گلوکز) را بر حسب میلی گرم در دسی لیتر نشان می‌دهد. بر این اساس جرم گلوکز مورد نیاز برای افزایش یک واحدی این غلظت برای ۵ لیتر خون برابر خواهد بود با:

$$? \text{ گلوکز } g = 5 \text{ L خون} \times \frac{10 \text{ dL}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mg گلوکز}}{1 \text{ dL خون}} \times \frac{1 \text{ g}}{1000 \text{ mg}} = 0.5 \text{ g}$$

پس برای افزایش یک واحدی عدد دستگاه باید به بیمار ۰/۵ گرم گلوکز داده شود.



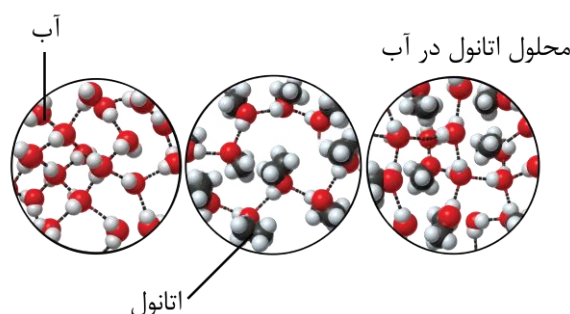
۶۸- کدام گزینه در مورد محلول اتانول و آب نادرست است؟

- (۱) انحلال اتانول در آب مولکولی بوده و در این فرایند ماهیت ذرات اتانول حفظ می‌شود.
- (۲) پیوند هیدروژنی تشکیل‌شده در محلول، از پیوند هیدروژنی اتانول خالص قوی‌تر است.
- (۳) تمام اتم‌های هیدروژن موجود در این محلول، در ایجاد پیوند هیدروژنی مشارکت دارند.
- (۴) از میان اتانول و آب، هر ماده‌ای که شمار مول‌های بیشتری در محلول داشته باشد، حلال است.

(متوسط - مفهومی - استاندارد ۵ - صفحه ۱۱۱ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

انحلال اتانول در آب انحلالی مولکولی بوده و با تولید پیوند هیدروژنی میان مولکول‌های آب و مولکول‌های اتانول همراه است. شکل زیر پیوندهای هیدروژنی را در آب و اتانول خالص و محلول این دو نشان می‌دهد:



در ساختار یک ماده، تنها اتم‌های هیدروژن متصل به یکی از سه اتم F ، O یا N در تشکیل پیوند هیدروژنی شرکت دارند. پس در ساختار اتانول تنها اتم هیدروژن متصل به اکسیژن در ایجاد پیوند هیدروژنی نقش دارد و ۵ اتم هیدروژن دیگر چنین ویژگی ندارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ اکثر ترکیبات مولکولی به هنگام انحلال در یک حلال، ساختار مولکولی خود را حفظ کرده و به صورت مولکول در سرتاسر محلول حاصل پخش می‌شوند. به این انحلال، **انحلال مولکولی** می‌گویند. مانند انحلال الکل در آب یا انحلال دو ماده ناقطبی در یکدیگر. در نقطه مقابل، انحلال مواد یونی در آب با پخش شدن یون‌ها در آب همراه است و ترکیبات یونی ماهیت خود را حفظ نمی‌کنند. در این فرایند شبکه یونی به یون‌های آب پوشیده تفکیک می‌شود. به این انحلال، **انحلال یونی** می‌گویند. برخی ترکیبات مولکولی نیز به هنگام انحلال در آب، همه یا بخشی از ذرات حل شده آن‌ها به یون تبدیل می‌شوند. مانند انحلال اسیدها و بازهای مولکولی در آب.
- ۲ در انحلال اتانول در آب می‌توان گفت، نیروی جاذبه (پیوند هیدروژنی) ایجاد شده بین ذرات سازنده آب و اتانول در محلول بیشتر از میانگین پیوند هیدروژنی میان مولکول‌های آب و اتانول در دو نمونه جداگانه و خالص از این دو ماده است. همچنین با توجه به شکل بالا، شمار پیوندهای هیدروژنی در اتانول خالص کمتر از محلول این ماده در آب بوده و پیوندهای هیدروژنی آن ضعیف‌تر از محلول هستند.
- ۴ تعریف کتاب درسی برای حلال به این صورت است که ماده‌ای حلال است که در محلول مقدار مول آن بیشتر باشد. این تعریف به خصوص در محلول‌های مایع در مایع (همانند محلول اتانول و آب) کاربرد دارد. پس از میان این دو، ماده‌ای حلال است که شمار مول‌های آن بیشتر باشد.

پیوند هیدروژنی در محلول

تعداد و قدرت پیوندهای هیدروژنی در آب، اتانول و محلول این دو:

میانگین قدرت پیوند هیدروژنی در آب خالص و اتانول خالص > قدرت پیوند هیدروژنی در محلول
 قدرت پیوند هیدروژنی در آب خالص < قدرت پیوند هیدروژنی در محلول < قدرت پیوند هیدروژنی در اتانول خالص



۶۹- معادله انحلال‌پذیری یک نمک در آب به صورت $S = a\theta + b$ است. کدام یک از مطالب زیر نا درست است؟

- ۱) برای اکثر نمک‌ها مقدار a ، یک مقدار مثبت است.
- ۲) اگر a مثبت باشد، با افزایش دما انحلال‌پذیری افزایش می‌یابد.
- ۳) اگر a منفی باشد، نمودار انحلال‌پذیری-دما برای این ماده نزولی است.
- ۴) اگر a منفی باشد، با کاهش دمای یک محلول سیر شده، رسوب تشکیل می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی - استاندارد ۱ - صفحه ۱۰۳ - ۱۰۰۳)

اگر بتوان نمودار انحلال‌پذیری-دما یک ماده را به صورت خطی در نظر گرفت، می‌توان معادله $S = a\theta + b$ را برای آن خط و در واقع انحلال‌پذیری آن ماده نوشت. در این معادله b به عنوان عرض از مبدأ، انحلال‌پذیری ماده را در $\theta = 0^\circ\text{C}$ نشان می‌دهد. همچنین شیب خط که نشان‌دهنده ارتباط دما با انحلال‌پذیری ماده است، با a مشخص شده است. اگر یک محلول سیر شده را در شرایطی قرار دهیم که انحلال‌پذیری آن افزایش یابد، آن محلول سیر نشده خواهد شد و می‌تواند حل‌شونده بیشتری در خود حل کند. این در حالی است که اگر همین محلول را در شرایطی با انحلال‌پذیری کمتر قرار دهیم، بخش اضافی حل‌شونده موجود در محلول به صورت رسوب، ته‌نشین می‌شود. می‌دانیم اگر a منفی باشد، نشان‌دهنده افزایش انحلال‌پذیری با کاهش دما است. پس اگر محلول سیر شده را در شرایطی با انحلال‌پذیری بیشتر (به واسطه کاهش دما) قرار دهیم، رسوبی تشکیل نمی‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ انحلال‌پذیری اکثر نمک‌ها با افزایش دما افزایش می‌یابد. پس برای اکثر نمک‌ها، a مقداری مثبت به خود می‌گیرد.
- ۲ اگر a مثبت باشد، یعنی با افزایش دما، انحلال‌پذیری ماده افزایش می‌یابد.
- ۳ اگر a منفی باشد، به معنای آن است که شیب نمودار انحلال‌پذیری منفی بوده و این نمودار سیر نزولی داشته و با افزایش دما، انحلال‌پذیری ماده کاهش می‌یابد.

معادله انحلال پذیری

اگر نمودار انحلال پذیری - دما یک ماده را بتوان خطی در نظر گرفت، برای آن می توان معادله ای به صورت $S = a\theta + b$ نوشت. در این معادله:

(۱) مقدار b همان عرض از مبدأ نمودار انحلال پذیری است که معادل انحلال پذیری این ماده در دمای 0°C است.

(۲) مقدار a شیب خط است و مقدار آن وابستگی انحلال پذیری ماده به دما را نشان می دهد. هر چه قدر مطلق a بزرگتر باشد، انحلال پذیری ماده بیشتر تحت تأثیر دما خواهد بود. a می تواند مثبت یا منفی باشد:

(الف) اگر a منفی باشد به معنای کاهش انحلال پذیری با افزایش دما است. مانند لیتیم سولفات و کلسیم کلرید.

(ب) اگر مقدار a مثبت باشد، به معنای افزایش انحلال پذیری با افزایش دما است. اکثر نمک ها در این دسته قرار می گیرند.



۷۰- در فرایند اسمز فرایند اسمز وارونه، ذراتی که از غشا می گذرند، مولکول های آب هستند و با انجام اسمز وارونه به مرور زمان اختلاف غلظت دو سمت غشا می یابد.

(۱) برخلاف - افزایش (۲) همانند - افزایش (۳) همانند - کاهش (۴) برخلاف - کاهش

پاسخ: گزینه ۲

(آسان - مفهومی - سریع) - صفحه ۱۱۸ - ۱۰۰۳

غشایی نیمه تراوا، غشایی است که به گونه ای طراحی شده که برخی از ذره ها، مولکول های کوچک مانند آب و یون ها را عبور می دهد و از عبور مولکول های درشت تر جلوگیری می کند. هم اسمز و هم اسمز وارونه به تبادل مولکول های آب بین دو سمت غشای نیمه تراوا گفته می شود و در هر دو فرایند، مولکول های آب هستند که از غشا می گذرند.

اگر دو محلول با غلظت های متفاوت در دو سمت یک غشای نیمه تراوا قرار گیرند، به صورت طبیعی و خود به خودی طی فرایند اسمز یا گذرندگی، مولکول های آب از محلول رقیق به سمت محلول غلیظ می روند. فرایند اسمز، انتقال مولکول های آب از محلول رقیق تر به محلول غلیظ تر است. این امر موجب رقیق شدن محلول غلیظ و غلیظ شدن محلول رقیق خواهد شد. پس طی این فرایند، تفاوت غلظت دو محلول کم می شود و غلظت دو محلول به تقریب مشابه می شود.

عکس فرایند اسمز، اسمز وارونه نام دارد و برای انجام آن باید به محلول غلیظ فشار خارجی وارد کرد تا آب از محلول غلیظ به سمت محلول رقیق برود. در اسمز وارونه برخلاف اسمز، مولکول های آب از محلول غلیظ به محلول رقیق منتقل می شوند. پس با انجام این فرایند محلول غلیظ، غلیظ تر و محلول رقیق رقیق تر خواهد شد و اختلاف غلظت این دو محلول افزایش می یابد.



میخواهی خواندن پاسخنامه رو راحت‌تر کنی!
پس بیا پاسخ ویدیویی‌اش رو ببین!



● پس از پایان آزمون، می‌تونین
پاسخنامه ویدیویی و تشریحی این
آزمون رو با کلیک یا اسکن کردن این
QRcode، از صفحه آپارات آزمون ماز
مشاهده کنید.

