



ردیف	سؤال	بارم
۱	درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را مشخص کنید. (الف) اگر هر یک از مجموعه‌های A، B و $A \cap B$ به ترتیب ۹، ۵ و ۳ عضو داشته باشد، آنگاه $(A - B) \times (B - A)$ تعداد ۱۲ زوج مرتب خواهد داشت. (ب) گزاره $p \Rightarrow p \vee q$ یک گزاره درست است. (ج) اگر داده‌های آماری را در عدد ۴ ضرب کنیم، ضریب تغییرات ۴ برابر می‌شود. (د) مجموع تفاضل داده‌ها از میانگین صفر است.	۱
۲	گزینه صحیح را انتخاب کنید. (الف) با فرض درست بودن $p \wedge \sim q$، $\sim(p \wedge \sim r)$ و $(r \wedge s) \sim$ کدام گزینه قطعاً درست است؟ $p \wedge r$ (۱) $p \wedge s$ (۲) $q \wedge s$ (۳) $\sim r \wedge q$ (۴) (ب) اگر ۲ عضو به اعضای مجموعه A اضافه کنیم تعداد زیرمجموعه‌های آن ۴۸ واحد افزایش می‌یابد. A چند زیرمجموعه دوعضوی دارد؟ 3 (۱) 6 (۲) 10 (۳) 15 (۴)	۱
۳	بدون استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها و با استفاده از روابط هم‌ارزی ثابت کنید. $[(p \vee q) \wedge \sim p] \Rightarrow q \equiv T$	۱/۵
۴	(الف) با استفاده از جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$ (ب) با استفاده از روش عضوگیری دلخواه ثابت کنید اگر $A \subseteq B$ باشد آنگاه $B' \subseteq A'$ است.	۲
۵	اگر $A = \{3, 4\}$ و $B = [-2, 4]$ باشد، نمودار حاصل ضرب دکارتی $A \times B$ را رسم کنید.	۰/۵
۶	عددی به تصادف از مجموعه $\{1, 2, \dots, 1000\}$ انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه عدد انتخابی: (الف) بر ۲ یا ۵ بخش‌پذیر باشد. (ب) بر ۲ بخش‌پذیر باشد ولی بر ۵ بخش‌پذیر نباشد.	۱/۵
۷	در پرتاب یک تاس احتمال مشاهده هر عدد زوج سه برابر احتمال مشاهده هر عدد غیرزوج است. اگر این تاس به هوا پرتاب شود احتمال اینکه عدد رو شده اول باشد چقدر است؟	۱
۸	۵۰٪ واجدین شرایط در شهر A و ۸۰٪ واجدین شرایط در شهر B در انتخابات شورای شهر شرکت می‌کنند. اگر تعداد واجدین شرایط شهر A سه برابر تعداد واجدین شرایط شهر B باشد و فردی به تصادف از بین رأی‌دهندگان انتخاب شوند با چه احتمالی از شهر A خواهد بود؟	۱/۵





باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ خردادماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

کلاس:

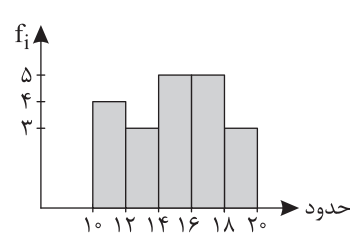
مدرسه:

تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۳/۱۸

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: آمار و احتمال

صفحه ۲ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۹	در ۲ ظرف همانند B_1 و B_2 مهره‌هایی به صورت زیر وجود دارند. اگر از ظرف B_1 یک مهره خارج کنیم و در ظرف B_2 بیاندازیم و سپس از ظرف B_2 مهره‌ای خارج کنیم با چه احتمالی این مهره قرمز است؟ ۴ قرمز ۴ آبی B_1 ۳ قرمز ۵ آبی B_2	۱
۱۰	احتمال اینکه نیکا در درس ریاضی قبول شود دو برابر احتمال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر احتمال اینکه حداقل یکی از آنها در درس ریاضی قبول شوند ۰/۶۲۵ باشد، نیکا با چه احتمالی در این درس قبول می‌شود.	۱/۵
۱۱	با توجه به نمودار مستطیلی زیر ضریب تغییرات را محاسبه کنید. 	۱/۵
۱۲	اگر ۲۰ داده آماری را دو برابر کرده و سپس ۵ واحد از هر کدام کم کنیم ضریب تغییرات داده‌های جدید ۱/۵ برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی می‌شود. مجموع داده‌های قبلی را بیابید؟	۱
۱۳	در داده‌های ۱۱، ۱۵، ۱۷، ۱۶، ۱۴، ۹، ۱۱، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ۱۴ انحراف معیار داده‌های بین چارک اول و چارک سوم را به دست آورید.	۲
۱۴	روش‌های نمونه‌گیری احتمالی را نام ببرید.	۱
۱۵	می‌خواهیم براساس نمونه‌ای به اندازه ۲ میانگین جامعه ۶ عضوی $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ را برآورد کنیم. اگر میانگین جامعه را ۴/۵ برآورد کنیم احتمال مقدار برآورد میانگین برابر نمونه‌های دوتایی چقدر است؟	۱
۱۶	اگر یک نمونه به اندازه ۹ داشته باشیم و میانگین آنها $\bar{x} = 2$ و انحراف معیار جامعه $\sigma = 1/5$ باشد در این صورت بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه را محاسبه کنید.	۱
	جمع بارم	۲۰

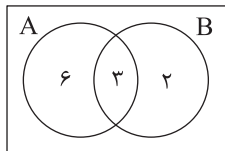


SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) درست



$$\left. \begin{array}{l} n(A) = 6 \\ n(B) = 2 \\ n(A \cap B) = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} n(A - B) = 3 \\ n(B - A) = 0 \end{array} \Rightarrow n((A - B) \times (B - A)) = 0$$

ب) درست

$$p \Rightarrow (p \vee q) \equiv \sim p \vee (p \vee q) \equiv \underbrace{(\sim p \vee p)}_T \vee q \equiv T$$

ج) نادرست

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \xrightarrow{f \times x_i} \frac{f\sigma}{f\bar{x}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \quad \text{تغییر نمی کند}$$

د) درست

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۷، ۳۰، ۸۱ و ۹۰)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف) گزینه ۱

$$\left. \begin{array}{l} p \wedge \sim q \equiv T \Rightarrow p \equiv T, \sim q \equiv T, q \equiv F \\ \sim(p \wedge \sim r) \equiv T \Rightarrow p \wedge \sim r \equiv F \Rightarrow \sim r \equiv F, r \equiv T \\ \sim(r \wedge s) \equiv T \Rightarrow r \wedge s \equiv F \Rightarrow s \equiv F \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} p \wedge r \equiv T \\ p \wedge s \equiv F \\ q \wedge s \equiv F \\ \sim r \wedge q \equiv F \end{array}$$

ب) گزینه ۲

$$\begin{array}{l} n \Rightarrow n+2 \\ \downarrow \\ 2^n \quad 2^{n+2} \end{array} \Rightarrow 2^{n+2} - 2^n = 48 \Rightarrow 2^n \times 2^2 - 2^n = 48 \Rightarrow 2^n(4-1) = 48 \Rightarrow 2^n = 16 = 2^4 \Rightarrow n = 4$$

$$\binom{4}{2} = 6 \quad \text{تعداد زیرمجموعه های ۲ عضوی}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۴، ۵ و ۱۷)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

$$\begin{array}{l} (p \vee q) \wedge \sim p \Rightarrow q \equiv [(p \vee q) \wedge \sim p] \vee q \equiv [\sim(p \vee q) \vee (p \vee q)] \vee q \equiv [(\sim p \wedge \sim q) \vee p] \vee q \\ \equiv [\underbrace{(p \vee \sim p)}_T] \wedge (p \vee \sim q) \vee q \equiv (p \vee \sim q) \vee q \equiv p \vee \underbrace{(\sim q \vee q)}_T \equiv p \vee T \equiv T \end{array}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۴ تا ۱۱)

پاسخ سؤال ۴: (۲ نمره)

الف) (۱/۵ نمره)

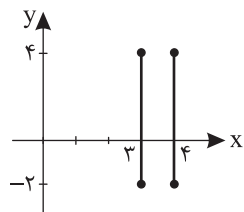
$$\begin{array}{l} (A - B) \cup (B - A) = \overbrace{(A \cap B') \cup (B \cap A')}^{(25/0 \text{ نمره})} = \overbrace{(A \cap B') \cup B}^{(25/0 \text{ نمره})} \cap \overbrace{[(A \cap B') \cup A']}^{(25/0 \text{ نمره})} = \overbrace{(B \cup A) \cap (B \cup B')}^{(25/0 \text{ نمره})} \cap \overbrace{[(A \cup A) \cap (A' \cup B')]}^{(25/0 \text{ نمره})} \\ = (A \cup B) \cap (A' \cup B') = (A \cup B) - (A \cap B) \end{array}$$

ب) (۵/۰ نمره)

$$\begin{array}{l} x \in B' \Rightarrow x \notin B \xrightarrow{A \subseteq B} x \notin A \Rightarrow x \in A' \Rightarrow B' \subseteq A' \end{array}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۱۸ و ۳۴)

پاسخ سؤال ۵: (۵/۵ نمره)



$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\}$$

$$\{(x, y) \mid \begin{matrix} x=3 \\ x=4 \end{matrix} \wedge -2 \leq y \leq 4\}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۰)

پاسخ سؤال ۶: (۵/۱ نمره)

(الف)

بخش پذیر بر ۵: B بخش پذیر بر ۲: A

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{\left[\begin{smallmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & & & \end{smallmatrix} \right]}{1000} + \frac{\left[\begin{smallmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & & & \end{smallmatrix} \right]}{1000} - \frac{\left[\begin{smallmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & & & \end{smallmatrix} \right]}{1000} = \frac{500}{1000} + \frac{200}{1000} - \frac{100}{1000} = \frac{600}{1000} = \frac{6}{10} \text{ (نمره ۱)}$$

(ب)

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{500}{1000} - \frac{100}{1000} = \frac{400}{1000} = \frac{4}{10} \text{ (نمره ۵/۵)}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

$$P(\text{مشاهده عدد زوج}) = 3P(\text{مشاهده عدد فرد})$$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow P(\{1\}) + P(\{2\}) + P(\{3\}) + P(\{4\}) + P(\{5\}) + P(\{6\}) = 1$$

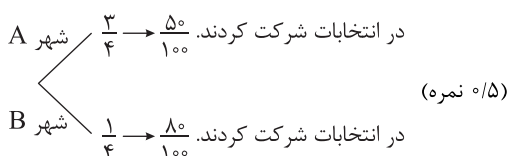
$$x + 3x + x + 3x + x + 3x = 1 \Rightarrow 12x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{12} \text{ (نمره ۵/۵)}$$

$$P(\text{مشاهده عدد اول}) = P(\{2, 3, 5\}) = P(\{2\}) + P(\{3\}) + P(\{5\})$$

$$3x + x + x = 5x = \frac{5}{12} \text{ (نمره ۵/۵)}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

پاسخ سؤال ۸: (۵/۱ نمره)



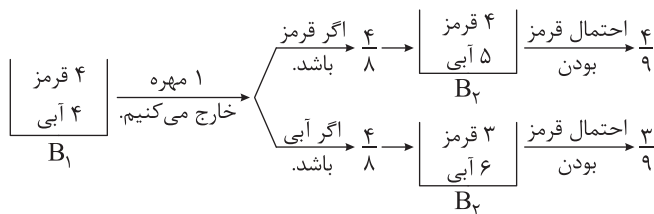
انتخاب از شهر A

$$P(A \mid R) = \frac{P(A \cap R)}{P(R)} = \frac{P(A) \times P(R \mid A)}{P(R)} = \frac{\frac{3}{4} \times \frac{5}{100}}{\frac{3}{4} \times \frac{5}{100} + \frac{1}{4} \times \frac{8}{100}} = \frac{15}{23} \text{ (نمره ۱)}$$

رأی داده باشد

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۶۲)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)



$$P(R) = \frac{4}{8} \times \frac{4}{9} + \frac{4}{8} \times \frac{3}{9} = \frac{16}{72} + \frac{12}{72} = \frac{28}{72} = \frac{7}{18} \quad (\text{نمره } 1)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۶۲)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)

قبولی دوستش: $P(M)$ قبولی نیکا: $P(N)$
این ۲ احتمال مستقل از هم هستند.

$$P(N \cup M) = P(N) + P(M) - P(N \cap M)$$

$$0.625 = 2P(M) + P(M) - \frac{P(N) \times P(M)}{2P(M)} \Rightarrow 3P(M) - 2(P(M))^2 - 0.625 = 0 \quad (\text{نمره } 0.5/5)$$

$$\Delta = 9 - 4(-2)(0.625) = 9 - 5 = 4 \Rightarrow \begin{cases} \frac{-3+2}{-4} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4} \checkmark \\ \frac{-3-2}{-4} = \frac{-5}{-4} = \frac{5}{4} \text{ غقی} \end{cases} \quad (\text{نمره } 0.5/5)$$

$$P(M) = \frac{1}{4} \Rightarrow P(N) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad (\text{نمره } 0.5/2.5)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۶۸)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

حدود	f_i	x_i
۱۰-۱۲	۴	۱۱
۱۲-۱۴	۳	۱۳
۱۴-۱۶	۵	۱۵
۱۶-۱۸	۵	۱۷
۱۸-۲۰	۳	۱۹
	۲۰	

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{11(4) + 13(3) + 15(5) + 17(5) + 19(3)}{20} = 15 \quad (\text{نمره } 0.5/2.5)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{4(11-15)^2 + 3(13-15)^2 + 5(15-15)^2 + 5(17-15)^2 + 3(19-15)^2}{20} \quad (\text{نمره } 0.5/5)$$

$$\sigma^2 = 7/2 \Rightarrow \sigma = \sqrt{7/2} \quad (\text{نمره } 0.5/2.5)$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{7/2}}{15} \quad (\text{نمره } 0.5/5)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

$$2x_1 - 5$$

$$CV_{\text{جدید}} = 1/5 CV_{\text{قدیم}}$$

$$\frac{2\sigma}{2\bar{x} - 5} = 1/5 \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow \frac{2}{2\bar{x} - 5} = \frac{1/5}{\bar{x}} \Rightarrow 2\bar{x} = 3\bar{x} - 7/5 \quad (\text{نمره } 0.5/5) \Rightarrow -\bar{x} = -7/5 \Rightarrow \bar{x} = 7/5$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow 7/5 = \frac{\sum x_i}{20} \Rightarrow \sum x_i = 140 \quad (\text{نمره } 0.5/5)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۹۰)

پاسخ سؤال ۱۳: (۲ نمره)

$$9, 11, \boxed{11}, 12, 14, \boxed{14}, 15, 15, \boxed{16}, 17, 18$$

$$\downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow$$

چارک اول چارک دوم چارک سوم

(۲۵٪ نمره) $\Rightarrow 12, 14, 14, 15, 15$ داده‌های داخل جعبه

$$\bar{x} = \frac{12+14+14+15+15}{5} = 14 \text{ (۲۵٪ نمره)}$$

$$\sigma^2 = \frac{(12-14)^2 + 2(14-14)^2 + 2(15-14)^2}{5} = \frac{4+0+2}{5} = \frac{6}{5} \text{ (۵٪ نمره)}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{6}{5}} \text{ (۲۵٪ نمره)} \rightarrow \text{انحراف معیار}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۹۲)

پاسخ سؤال ۱۴: (هر مورد ۲۵٪ نمره)

۱- نمونه‌گیری تصادفی ساده ۲- خوشه‌ای ۳- طبقه‌ای ۴- سیستماتیک

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

پاسخ سؤال ۱۵: (۱ نمره)

$$\left. \begin{array}{l} \{4, 5\} \\ \{3, 6\} \Rightarrow n(A) = 3 \\ \{2, 7\} \end{array} \right\} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} \text{ (۵٪ نمره)}$$

تعداد کل نمونه‌های ۲ عضوی $\binom{6}{2} = 15$ (۵٪ نمره)

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۱۳)

پاسخ سؤال ۱۶: (۱ نمره)

$n = 9, \bar{x} = 2, \sigma = 1/5$

$$\left[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right] \text{ (۲۵٪ نمره)}$$

$$\left[2 - \frac{2 \times 1/5}{\sqrt{9}}, 2 + \frac{2 \times 1/5}{\sqrt{9}} \right] = \left[2 - \frac{2}{9}, 2 + \frac{2}{9} \right] = \left[2 - 1, 2 + 1 \right] = [1, 3] \text{ (۷۵٪ نمره)}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۱۶)

سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا)
زهره مبینی		سینا پرهیزکار - ابوالفضل فروغی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)
زهره احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی