



پایه یازدهم ریاضی

آزمون های شبیه ساز امتحانات نهایی ماز



مرور و تسلط بر نیم سال دوم



دفترچه سؤال

دوره زودبست

چهارشنبه ۱۳ خرداد ماه ۱۴۰۵

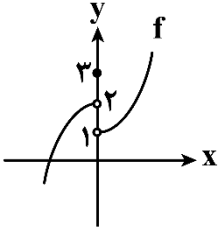
فصل ۳ تا ۵ (صفحه های ۷۱ تا ۱۵۱)

بودجه آزمون

ردیف	درس	تعداد صفحه	زمان پاسخگویی
۱	حسابان (۱)	۲	۱۱۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه آرایی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می شود.

سؤالات آزمون شبیه ساز نهایی درس: حسابان ۱		پایه: یازدهم		رشته: ریاضی و فیزیک		تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۳/۱۳			
تعداد صفحه: ۲		مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه		ساعت شروع:		نام و نام خانوادگی:			
آزمون شبیه ساز امتحان نهایی				گروه آموزشی ماز					
ردیف		سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.						نمره	
۱		درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) دو تابع $f(x) = (\frac{1}{3})^x$ و $g(x) = -\log_3 x$ وارون یکدیگرند. ب) مقدار عددی عبارت $A = \sin \frac{25\pi}{3} - \cos \frac{5\pi}{6}$ برابر صفر است. پ) تابع $f(x) = \frac{1}{[x]-1}$ در همسایگی راست ۱ تعریف شده است. ت) اگر تابع $f(x) + g(x)$ در $x = a$ حد داشته باشد، آن گاه هر دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ در $x = a$ حد دارند.						۱	
۲		در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف) حاصل عبارت $A = 3 \log \sqrt[3]{4} + \log 250$ برابر است. ب) زاویه $\frac{7\pi}{3}$ بر حسب درجه برابر است. پ) حاصل عبارت $A = 4 \sin x \cos x \cos 2x$ به ازای $x = 7/5^\circ$ برابر است. ت) اگر بازه $(2x-5, 4x+1)$ یک همسایگی عدد ۱ باشد، مجموعه مقادیر x برابر است.						۲	
۳		نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 3^{1-x} + 2$ را رسم کنید.						۰/۵	
۴		نامعادله نمایی $(\frac{9}{4})^{2x} \leq (\frac{8}{27})^{3x-2}$ را حل کنید.						۱	
۵		نیمه عمر یک ماده ۴۸ ساعت است. اگر ۲۵۶ گرم از این ماده را در اختیار داشته باشیم، جرمی که پس از ۹۶ ساعت باقی می ماند، چقدر است؟						۰/۷۵	
۶		نمودار تابع $f(x) = 1 + \log_{\frac{1}{2}}(x+\alpha)$ از نقطه $(2, -1)$ عبور می کند. مقدار α چقدر است؟						۰/۷۵	
۷		هرگاه داشته باشیم $\log 7 \approx 0/8$ و $\log 2 \approx 0/3$ و $\log 3 \approx 0/4$ ، مقدار تقریبی عبارت $A = \log \frac{49}{3\sqrt[3]{12}}$ را به دست آورید.						۱	
۸		معادله لگاریتمی مقابل را حل کنید. $\log(x-1) + \log(x+1) = \log 8 + \log(x-2)$						۱/۲۵	
۹		دو قرقره به شعاع های $2/5$ و ۲۰ سانتی متر توسط یک تسمه به هم وصل شده اند. اگر قرقره بزرگ زاویه $\frac{3\pi}{4}$ rad را طی کند، قرقره کوچک چه زاویه ای را بر حسب رادیان طی می کند؟						۱	
۱۰		مقدار عددی $\sin 75^\circ$ را به دست آورید.						۱	
۱۱		اگر $\cot 34^\circ = \frac{3}{4}$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{2 \sin 326^\circ + 3 \sin 56^\circ}{\cos 304^\circ}$ را به دست آورید.						۱/۲۵	
۱۲		نمودار تابع $y = 2 \sin(\pi - x) - 1$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.						۰/۵	
		صفحه ۱ از ۲							

سؤالات آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: حسابان ۱		پایه: یازدهم		رشته: ریاضی و فیزیک		تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۳/۱۳			
تعداد صفحه: ۲		مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه		ساعت شروع:		نام و نام خانوادگی:			
آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی				گروه آموزشی ماز					
ردیف		سؤالات (پاسخ‌برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.						نمره	
۱۳		درستی رابطه زیر را نشان دهید.						۰/۵	
		$\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sin x + \cos x$							
۱۴		اگر α زاویه حاده، β زاویه منفرجه، $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ و $\sin \beta = \frac{4}{5}$ باشد، مقدار عددی عبارت‌های زیر را به دست آورید.						۱/۵	
		الف) $\cos(\alpha + \beta)$ ب) $\sin(2\beta)$							
۱۵		با توجه به نمودار تابع f در شکل زیر، حدهای خواسته شده را بیابید. ([] ، علامت جزء صحیح است.)						۰/۵	
									
۱۶		اگر تابع f در نقطه $x = -1$ حد داشته باشد و $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2f(x) - 1}{f(x) + 1} = 5$ ، آن‌گاه مقدار $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ را بیابید.						۱	
۱۷		اگر تابع $f(x) = (2x - a)[x]$ در $x = 3$ حد داشته باشد، مقدار a را بیابید.						۱	
۱۸		حاصل حدهای زیر را بیابید. ([] ، علامت جزء صحیح است.)						۳	
		الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2[x] - 8}{ x - 2 }$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x^2 + x}$ پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{4})}{\cos x - \sin x}$							
۱۹		مقدار a و b را چنان تعیین کنید که تابع زیر در نقطه $x = 2$ پیوسته باشد.						۱/۵	
		$f(x) = \begin{cases} a[x] + b[-x] & x > 2 \\ 2a + 3 & x = 2 \\ [\frac{x}{2}] - 2b & x < 2 \end{cases}$							
۲۰		موفق باشید.							
		صفحه ۲ از ۲							



پایه یازدهم ریاضی

آزمون های شبیه ساز امتحانات نهایی ماز



مرور و تسلط بر نیم سال دوم



چهارشنبه ۱۳ خرداد ماه ۱۴۰۵

پاسخبرگ حسابان (۱)

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می شود.

آزمون شبهه ساز نهایی درس: حسابان ۱	تعداد صفحه: ۵	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
نام و نام خانوادگی:	پایه یازدهم	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۳/۱۳
آزمون شبهه ساز امتحان نهایی		گروه آموزشی ماز	

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۱	الف) ب) پ) ت)	۱
۲	الف) ب) پ) ت)	۱
۳		۰/۵
۴		۱
۵		۰/۷۵

ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۵	آزمون شبیه ساز نهایی درس: حسابان ۱
تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۳/۱۳	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبیه ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۶		۰/۷۵
۷		۱
۸		۱/۲۵
۹		۱

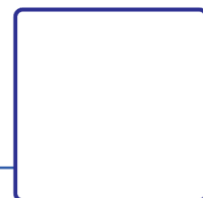
آزمون شبیه ساز نهایی درس: حسابان ۱	تعداد صفحه: ۵	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
نام و نام خانوادگی:	پایه یازدهم	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۳/۱۳
آزمون شبیه ساز امتحان نهایی		گروه آموزشی ماز	

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۱۰		۱
۱۱		۱/۲۵
۱۲		۰/۵
۱۳		۰/۵

آزمون شبیه ساز نهایی درس: حسابان ۱	تعداد صفحه: ۵	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
نام و نام خانوادگی:	پایه یازدهم	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۳/۱۳
آزمون شبیه ساز امتحان نهایی		گروه آموزشی ماز	

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۱۴	(الف) (ب)	۱/۵
۱۵	(الف) (ب)	۰/۵
۱۶		۱
۱۷		۱

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۱۸	(الف) (ب) (پ)	۳
۱۹		۱/۵
	موفق باشید.	۲۰





پایه یازدهم ریاضی

آزمون‌های شبیه‌ساز امتحانات نهایی ماز



مرور و تسلط بر نیم سال دوم



دفترچه پاسخ

دوره زودبست

چهارشنبه ۱۳ خرداد ماه ۱۴۰۵

فصل ۳ تا ۵ (صفحه‌های ۷۱ تا ۱۵۱)

بودجه آزمون

ویراستاران

طراحان

درس

ارسلان حسنونند - نرجس تیمناک
حمیدرضا ولی‌پور

محدثه شیخعلی - سید جواد نظری

حسابان (۱)

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

مصَحَّح شو:



پاسخ دقیق سؤال این جا میاد و اسمش روشه: «مصَحَّح شو»، می خواد شما رو به یه مصحح حرفه‌ای و دقیق تبدیل کنه که بدونین موقع ارزیابی جواب‌هاتون باید حواستون به چی باشه تا توی آزمون‌های بعدی دقیق‌تر عمل کنین. اگه جواب یه سؤال رو بشه به شکل‌های مختلف بیان کرد، اون هم، این جا بهتون گفتیم.

بررسی دقیق‌تر:



اگه پاسخ کوتاه به سؤال کافی نباشه تا ببینین چطوری باید به جواب برسین، توی این بخش با بررسی دقیق‌تر جواب، سؤال رو براتون توضیح دادیم.

نقشه نهایی:



امتحان نهایی قوانین و قواعد خاص خودش رو داره؛ شما باید بدونین تیپ‌های رایج سؤال‌های امتحان نهایی چیه و باید چطوری بهش جواب بدین. این کادر، مشاوره حرفه‌ای ماست به شما تا فوت و فن‌های امتحان نهایی رو یاد بگیرین.

۲۰ شو:



توی «۲۰ شو»، مبحث هر سؤال رو براتون مرور یا جمع‌بندی کردیم؛ «۲۰ شو» و درسنامه‌هاش دقیقاً فاصله بین نمره خوب و نمره ۲۰ رو براتون پر می‌کنه.

نکته طلایی:



با وجود «۲۰ شو»، که کلی درسنامه مفصل داره، باز هم اگه نکته مهم و مفیدی بود، توی این کادر براتون آوردیم.

تیم اجرایی و تولید آزمون

محدثه عربگری

زهره صفری

محدثه شیخ علی

یگانه پوراابراهیم

مرضیه بنیانی

ساره محمدعلی نسب

سرپرست آزمون: ارمغان قریب

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

دکتر رسول خنجری

برای دیدن پاسخ نامه ویدئویی آزمون شبیه ساز نهایی QR Code
را اسکن کنید یا روی لینک زیر ضربه بزنید.

پاسخنامه ویدئویی آزمون شبیه ساز نهایی



راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۱		رشته: ریاضی و فیزیک
دوره دوم متوسطه - یازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۳/۱۳	ساعت شروع:
آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی	گروه آموزشی ماز	مدت زمان: ۱۱۰ دقیقه
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	مصحح شو الف) درست (۰/۲۵) (صفحه ۸۱) پ) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۱۲۲) ب) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۱۰۴) ت) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۱۳۵) سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه بررسی دقیق‌تر: الف) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x = 3^{-x} \Rightarrow \log_3 y = -x \Rightarrow f^{-1}(x) = -\log_3 x$ ب) $\left. \begin{aligned} \sin\left(\frac{25\pi}{3}\right) &= \sin\left(8\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) &= -\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = \frac{\sqrt{3}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{3}$ پ) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{[x]-1} = \frac{1}{1-1} = \frac{1}{0}$ تعریف نشده مطلقاً. ت) مثال نقض: نمودار $f(x)$ نمودار $g(x)$ $f(x)$ و $g(x)$ هر دو در $x=0$ حد ندارند، ولی $f(x)+g(x)$ در $x=0$ حد دارد.	۱
۲	مصحح شو الف) ۳ (۰/۲۵) (صفحه ۹۰) پ) $\frac{1}{2}$ (۰/۲۵) (صفحه ۱۱۲) ب) ۴۲۰ (۰/۲۵) (صفحه ۹۶) ت) (۰, ۳) (۰/۲۵) (صفحه ۱۲۲) سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه بررسی دقیق‌تر: الف) $3 \log \sqrt[3]{4} = \log(\sqrt[3]{4})^3 = \log 4$ $\Rightarrow A = \log 4 + \log 250 = \log 10^3 = 3$	۱

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{7\pi}{\pi} \Rightarrow D = \frac{7}{\cancel{\pi}} \times \frac{180^\circ}{\cancel{\pi}} = 420^\circ$$

(ب)

$$A = 4 \sin x \cos x \cos 2x = 2(\underbrace{\sin x \cos x}_{\sin 2x}) \cos 2x = 2 \sin 2x \cos 2x = \sin 4x$$

(پ)

$$A = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \quad \text{حال به ازای } x = 7/5^\circ \text{ داریم:}$$

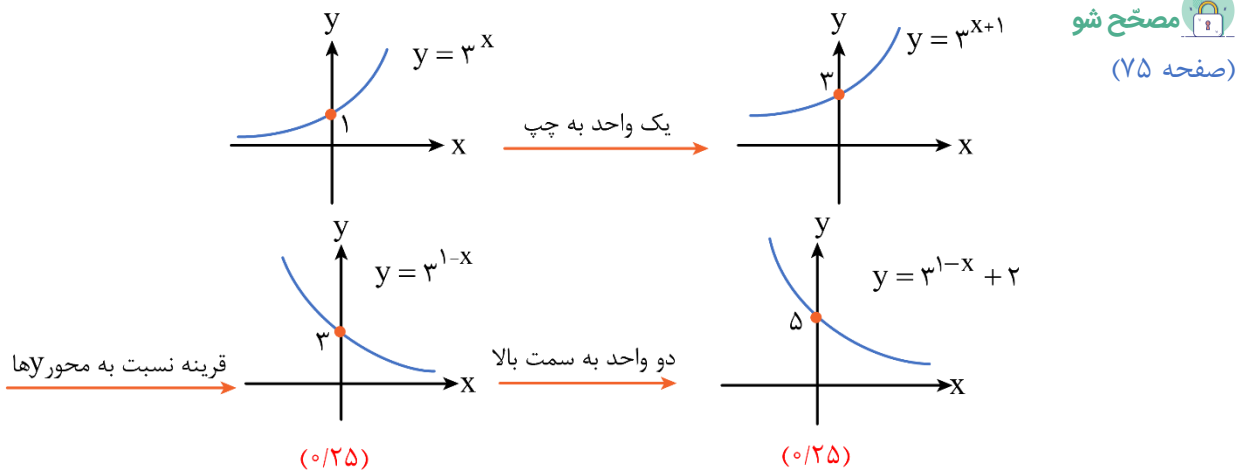
(ت) برای آن که بازه $(2x-5, 4x+1)$ یک همسایگی ۱ باشد، باید ۱ در این بازه قرار داشته باشد که یعنی:

$$\begin{cases} 2x-5 < 1 \Rightarrow x < 3 \\ 1 < 4x+1 \Rightarrow 0 < x \end{cases} \quad \cap \quad 0 < x < 3 \Rightarrow x \in (0, 3)$$

تبدیل رادیان به درجه و بالعکس

اگر D اندازه زاویه‌ای برحسب درجه و R اندازه آن برحسب رادیان باشد، آن‌گاه:

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$



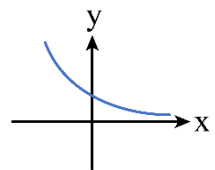
۰/۵

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه

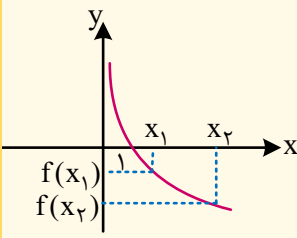
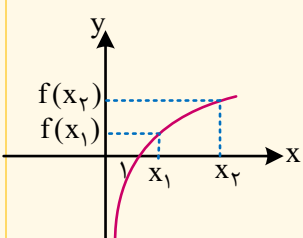
نمودار توابع نمایی

$0 < a < 1$	$a > 1$	وضعیت نمودار
$\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$	$\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$	دامنه
$(0, +\infty)$	$(0, +\infty)$	برد

۳

۱	مصحح شو (صفحه ۷۸) ابتدا پایه طرفین را یکی می‌کنیم: $\left(\frac{1}{27}\right)^{3x-2} = \left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^{3x-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{9x-6} \quad (۰/۲۵)$ $\left(\frac{9}{4}\right)^{2x} = \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right)^{2x} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-4x} \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{9x-6} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{-4x}$ طبق نمودار چون در تابع $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ بین صفر تا یک است، هر چه مقادیر ورودی بیشتر باشند، خروجی آنها کمتر می‌شود.  پس باید: $9x - 6 \geq -4x \Rightarrow 13x \geq 6 \Rightarrow x \geq \frac{6}{13} \quad (۰/۲۵)$ سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه	۴
۰/۷۵	مصحح شو (صفحه ۷۶) با توجه به فرمول $A(t) = A_0 \times K^{\frac{t}{T}}$ که جرم باقی‌مانده را می‌دهد، داریم: (چون نیمه عمر داریم، $K = \frac{1}{2}$ و T که دوره تناوب است هم طبق فرض ۴۸ ساعت است.) $A(96) = 256 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{96}{48}} = 256 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 64 \quad (۰/۲۵)$ سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه فرمول محاسبه نیمه‌عمر اگر مقدار اولیه از یک ماده برابر m_0 و نیمه‌عمر آن n باشد، آن‌گاه بعد از گذشتن t واحد زمان، مقدار ماده باقی‌مانده برابر است با: $m(t) = m_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{n}}$ مقدار ماده باقی‌مانده مسیر تمرینی: مشابه این سوال در سوال ۱۰ امتحان نهایی خردادماه ۱۴۰۳ مطرح شده بود.	۵
۰/۷۵	مصحح شو (صفحه ۸۷) نمودار تابع $f(x)$ از نقطه $(-1, 2)$ عبور می‌کند، پس: $f(2) = -1 \Rightarrow 1 + \log_{\frac{1}{2}}^{2+\alpha} = -1 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{2+\alpha} = -2 \Rightarrow 2 + \alpha = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4 \Rightarrow \alpha = 2 \quad (۰/۲۵)$ سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه	۶

تابع لگاریتمی $\log_a x$

$0 < a < 1$	$a > 1$	وضعیت
		نمودار
$(0, +\infty)$	$(0, +\infty)$	دامنه
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	برد

مصنوع شو

$$\begin{aligned}
 A &= \log \frac{49}{3\sqrt[3]{12}} = \log 49 - (\log 3 + \log \sqrt[3]{12}) \quad (0/25) \\
 &= 2 \log 7 - \log 3 - \frac{1}{3} \log 12 = 2 \log 7 - \log 3 - \frac{1}{3} (2 \log 2 + \log 3) \quad (صفحه 90) \\
 &= 2(0/8) - 0/4 - \frac{1}{3} (2(0/3) + 0/4) = 1/6 - 0/4 - \frac{1}{3} (1) = 1/6 - 0/3 = 0/9 \quad (0/25)
 \end{aligned}$$

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: 5 دقیقه

ویژگی‌های لگاریتم

ویژگی	مثال
$\log_a 1 = 0$	$\log_3 1 = 0$
$\log_a a = 1$	$\log_3 3 = 1$
$\log_a b^n = n \log_a b$	$\log_{12} 12^3 = \log_{12} 12^3 = 3 \log_{12} 12 = 3$
$\log_a b^m = \frac{m}{n} \log_a b$	$\log_{\sqrt{1/2}} (1/2) = \log_{1/2} (1/2)^{-2} = -2 \log_{1/2} (1/2) = -2(-1) = 2$
$\log_a^{bc} = \log_a^b + \log_a^c$	$\log_{\sqrt{2}}^4 + \log_{\sqrt{2}}^6 = \log_{\sqrt{2}}^{10} = \log_{\sqrt{2}}^2 = 12$
$\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a^b - \log_a^c$	$\log_3^{12} - \log_3^6 = \log_3^6 = \log_3^2 = 2$
$\log_a^b = \frac{\log_c^b}{\log_c^a}$ (تغییر مبنا)	$\log_3^2 = \frac{\log_3^2}{\log_3^3} = \frac{1}{2}$ (تغییر مبنا به 10)
$c^{\log_a^b} = b^{\log_a^c}$	$(1/2)^{\log_3^2} = (2)^{\log_3^{1/2}} = (2)^{1/2} = \sqrt{2}$
$\log_a^b \times \log_b^c \times \dots \times \log_n^m = \log_a^m$	$\log_3^2 \times \log_2^3 \times \log_3^1 = \log_3^1 = 1$
$\log_a^b = \frac{1}{\log_b^a}$	$\log_3^2 = \frac{1}{\log_2^3}$

مصّحّح شو
(صفحه ۹۰)

$$\left. \begin{array}{l} \log(x-1) + \log(x+1) = \log(x^2-1) \quad (0/25) \\ \log 8 + \log(x-2) = \log(8x-16) \quad (0/25) \end{array} \right\} \Rightarrow x^2 - 1 = 8x - 16 \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \quad (0/25) \\ x = 5 \quad (0/25) \end{cases}$$

۱/۲۵

که هر دو جواب قق هستند. (در دامنه لگاریتم‌ها قرار دارن!)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه

معادلات لگاریتمی

منظور از حل معادله لگاریتمی، پیدا کردن مقدار (مقادیری) برای مجهول معادله است که در معادله اصلی صدق کند. برای این کار:

- ۱- اول با استفاده از ویژگی‌های لگاریتم، معادله داده شده رو تا حد امکان ساده می‌کنیم.
- ۲- بعدش معادله به دست آمده رو حل می‌کنیم و جواب (جواب‌های) معادله رو پیدا می‌کنیم.
- ۳- آخرش جواب (جواب‌های) به دست آمده رو در معادله اصلی قرار می‌دیم و اونارو آزمایش می‌کنیم، اگر جواب‌ها توی دامنه لگاریتم قرار نداشته باشن، میندازیمشون دور.

مسیر تمرینی:

مشابه این سوال در سوال ۱۲ امتحان نهایی خردادماه ۱۴۰۳ مطرح شده بود.

مصّحّح شو

هر دو قرقره یک مسافت را طی می‌کنند، یعنی $r_1\theta_1 = \ell_1 = \ell_2 = r_2\theta_2$ (صفحه ۹۴) $(0/25)$

$$\ell_1 = \cancel{5} \times \left(\frac{3\pi}{\cancel{5}} \right) = 15\pi \quad (0/25)$$

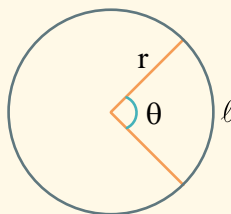
پس:

$$\Rightarrow \ell_2 = 15\pi = 2/5 \times \theta_2 \Rightarrow \theta_2 = 6\pi \text{ rad} \quad (0/25)$$

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه

طول کمان

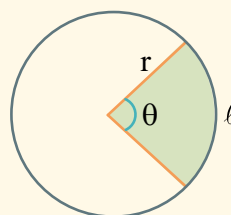
همواره بین اندازه یک زاویه مانند θ برحسب رادیان و طول کمان ℓ روبه‌رو به آن در یک دایره به شعاع r رابطه زیر برقرار است.



$$\ell = r\theta$$

مساحت قطاع

در یک دایره به شعاع r ، زاویه مرکزی θ (برحسب رادیان) قطاعی به مساحت S پدید می‌آورد:



$$\begin{cases} S = \frac{1}{2} r^2 \theta & (\text{برحسب شعاع و زاویه مرکزی}) \\ S = \frac{1}{2} r \ell & (\text{برحسب شعاع و طول کمان}) \end{cases}$$

	مسیر تمرینی:  مشابه این سوال در سوال ۱۳ امتحان نهایی خردادماه ۱۴۰۳ مطرح شده بود.	
۱	مصحح شو  (صفحه ۱۱۲) از آن جا که $۱۵۰^{\circ} = ۲(۷۵^{\circ})$، از روابط ۲α استفاده می کنیم: روش اول: $\sin(۷۵^{\circ}) = \cos(۱۵^{\circ}) \quad (۰/۲۵)$ $\cos ۳۰^{\circ} = ۲ \cos^2(۱۵^{\circ}) - 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = 2 \cos^2(۱۵^{\circ}) \Rightarrow \frac{\sqrt{3} + 2}{2} = \cos^2(۱۵^{\circ}) \Rightarrow \frac{\sqrt{3} + 2}{2} = \cos ۱۵^{\circ} = \sin ۷۵^{\circ} \quad (۰/۲۵)$ روش دوم: $\cos(۱۵۰^{\circ}) = 1 - 2 \sin^2(۷۵^{\circ}) \xrightarrow{\cos(۱۵۰^{\circ}) = -\cos(۳۰^{\circ})} -\frac{\sqrt{3}}{2} = 1 - 2 \sin^2(۷۵^{\circ}) \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow \sin(۷۵^{\circ}) = \frac{\sqrt{3} + 2}{2} \quad (۰/۲۵)$ روش سوم: $\sin(۷۵^{\circ}) = \cos(۱۵^{\circ}) = \cos(۴۵^{\circ} - ۳۰^{\circ}) \quad (۰/۵)$ $\Rightarrow \cos ۱۵^{\circ} = \cos ۴۵^{\circ} \cos ۳۰^{\circ} + \sin ۴۵^{\circ} \sin ۳۰^{\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \quad (۰/۲۵)$ روش چهارم: $\sin(۷۵^{\circ}) = \sin(۳۰^{\circ} + ۴۵^{\circ}) \quad (۰/۵)$ $= \sin ۳۰^{\circ} \cos ۴۵^{\circ} + \sin ۴۵^{\circ} \cos ۳۰^{\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \quad (۰/۲۵)$ سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه 	۱۰
۱/۲۵	مصحح شو  (صفحه ۱۰۹) $\sin(۳۲۶^{\circ}) = \sin(۳۶۰^{\circ} - ۳۴^{\circ}) = \sin(-۳۴^{\circ}) = -\sin(۳۴^{\circ}) \quad (۰/۲۵)$ $\sin(۵۶^{\circ}) = \sin(۹۰^{\circ} - ۳۴^{\circ}) = \cos(۳۴^{\circ}) \quad (۰/۲۵)$ $\cos(۳۰۴^{\circ}) = \cos(۲۷۰^{\circ} + ۳۴^{\circ}) = \sin(۳۴^{\circ}) \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow A = \frac{2(-\sin(۳۴^{\circ})) + 3 \cos(۳۴^{\circ})}{\sin(۳۴^{\circ})}$ صورت و مخرج کسر را بر $\sin ۳۴^{\circ}$ تقسیم می کنیم: $\Rightarrow A = \frac{-2 + 3 \cot(۳۴^{\circ})}{1} = -2 + 3 \left(\frac{3}{4} \right) = -2 + 4/5 = 2/5 \quad (۰/۲۵)$	۱۱

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه

نسبت های مثلثاتی مجموع و تفاضل

۱) $\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$

۲) $\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$

نسبت های مثلثاتی مرکب

۱) $(2\pi + \theta) \Rightarrow \begin{cases} \sin(2\pi + \theta) = \sin \theta \\ \cos(2\pi + \theta) = \cos \theta \\ \tan(2\pi + \theta) = \tan \theta \\ \cot(2\pi + \theta) = \cot \theta \end{cases}$

۲) $(\pi + \theta) \Rightarrow \begin{cases} \sin(\pi + \theta) = -\sin \theta \\ \cos(\pi + \theta) = -\cos \theta \\ \tan(\pi + \theta) = \tan \theta \\ \cot(\pi + \theta) = \cot \theta \end{cases}$

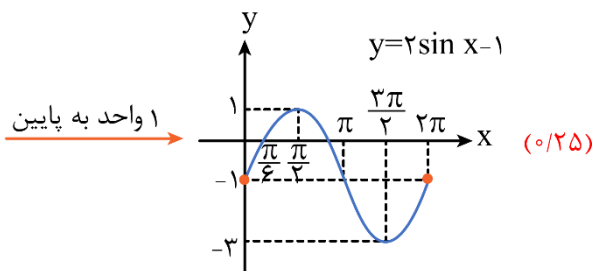
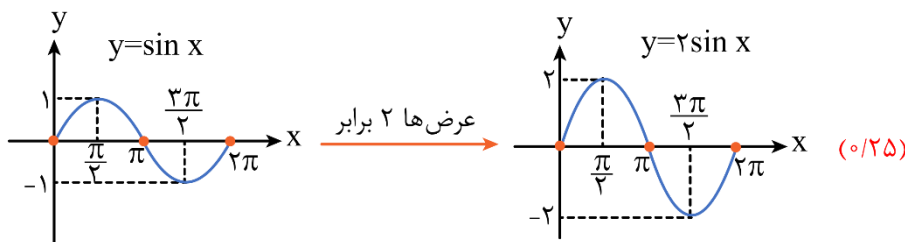
۳) $(\pi - \theta) \Rightarrow \begin{cases} \sin(\pi - \theta) = \sin \theta \\ \cos(\pi - \theta) = -\cos \theta \\ \tan(\pi - \theta) = -\tan \theta \\ \cot(\pi - \theta) = -\cot \theta \end{cases}$

۴) $(\frac{\pi}{2} + \theta) \Rightarrow \begin{cases} \sin(\frac{\pi}{2} + \theta) = \cos \theta \\ \cos(\frac{\pi}{2} + \theta) = -\sin \theta \\ \tan(\frac{\pi}{2} + \theta) = -\cot \theta \\ \cot(\frac{\pi}{2} + \theta) = -\tan \theta \end{cases}$

مصحح شو

(صفحه ۱۰۹)

$y = 2\sin(\pi - x) - 1 = 2\sin x - 1$



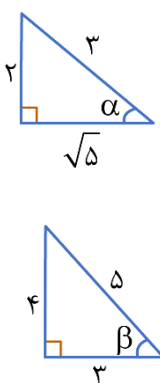
سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه

مسیر تمرینی:

مشابه این سوال در سوال ۱۵ امتحان نهایی خردادماه ۱۴۰۳ مطرح شده بود.

۰/۵

۱۲

۰/۵	مصطح شو (صفحه ۱۱۲) $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin x + \cos x)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) (\sin x + \cos x) = \sin x + \cos x \quad (۰/۲۵)$ سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه	۱۳
۱/۵	مصطح شو (صفحه ۱۱۲)  چون $\sin \alpha, \cos \alpha > 0$ است، پس: $\sin \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ (۰/۲۵) در نتیجه، چون (به کمک مثلث یا رابطه $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$) همچنین چون $\sin \beta = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos \beta = -\frac{3}{5}$ (۰/۲۵) (به کمک مثلث یا رابطه $\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$) (الف) $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)\left(-\frac{3}{5}\right) - \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{-3\sqrt{5} - 8}{15}$ (۰/۲۵) (ب) $\sin(2\beta) = 2 \sin \beta \cos \beta = 2\left(\frac{4}{5}\right)\left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{24}{25}$ (۰/۲۵) سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه	۱۴
۰/۵	مصطح شو (صفحه ۱۲۹) (الف) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = [2] = 2$ (۰/۲۵) (ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} [f(x)] = 1$ (۰/۲۵) توجه توجه! برای محاسبه حدهای به فرم $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]$، اگر $f(a)$ عددی غیر صحیح شد، کفایت از آن براکت بگیریم ولی اگر $f(x)$ عددی صحیح شد، ابتدا تعیین می کنیم از کدام سمت به آن عدد میل می کنیم و بعد براکت می گیریم. (مثلاً 2^+ همیشه یا 2^-؟) برای محاسبه $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$، ابتدا $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]$ را محاسبه می کنیم (حاصل عدد همیشه!) بعد از اون عدد براکت می گیریم. سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه	۱۵

۱	مصطح شو (صفحه ۱۴۰) فرض کنیم $\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) = L$، بنابراین: $\lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{2f(x) - 1}{f(x) + 1} = \frac{2L - 1}{L + 1} = 5 \Rightarrow 5L + 5 = 2L - 1 \Rightarrow 3L = -6 \Rightarrow L = -2 \quad (0/25)$ سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه	۱۶
۱	مصطح شو (صفحه ۱۴۰) برای آن که $f(x)$ در $x = 3$ حد داشته باشد، باید: $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (2x - a)[x] = \lim_{x \rightarrow 3^-} 2(2x - a) = 12 - 2a \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (2x - a)[x] = \lim_{x \rightarrow 3^+} 3(2x - a) = 18 - 3a \quad (0/25)$ $18 - 3a = 12 - 2a \Rightarrow 6 = a \quad (0/25)$ در نتیجه: سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه	۱۷
۳	مصطح شو (صفحه ۱۴۴) الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2[x] - 8}{ x - 2 } = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x^2 - 8}{(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2(x - 2)(x + 2)}{(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} 2(x + 2) = 8 \quad (0/5)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x) - (1-x)}{x(x+1)(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{2x} = 1 \quad (0/5)$ پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{4})}{\cos x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x - \sin x)}{\cos x - \sin x} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (0/5)$ رفع ابهام حد صفر صفر ۳ راه کلی برای رفع ابهام وجود دارد: A: استفاده از اتحادهای جبری: معمولاً از یکی از ۳ اتحاد زیر استفاده می‌شود. ۱) $a^x - b^x = (a - b)(a^x + ab + b^x)$ ۲) $a^x - b^x = (a - b)(a^x + ab + b^x)$ ۳) $a^x + b^x = (a + b)(a^x - ab + b^x)$	۱۸

	B: استفاده از اتحادهای مثلثاتی: معمولاً از یکی از اتحادهای زیر استفاده می‌شود. (و هر اتحاد دیگری) ۱) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ۲) $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ ۳) $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x$ ۴) $\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \sin y$ ۵) $\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$ C: استفاده از تغییر متغیر: معمولاً هنگامی استفاده می‌شود که در حد $x \rightarrow a$ میل می‌کند و $a \neq 0$. در اینجا معمولاً از تغییر متغیر $t = x - a$ استفاده می‌کنیم تا $t \rightarrow 0$ میل کند. مسیر تمرینی: مشابه این سوال در سوال ۱۷ امتحان نهایی خردادماه ۱۴۰۳ مطرح شده بود.	
۱/۵	مصّحّح شو (صفحه ۱۵۱) برای آن که $f(x)$ در $x = 2$ پیوسته باشد، باید: $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$ (I) (۰/۲۵) $\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= 2a - 3b \quad (۰/۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= 0 - 2b \quad (۰/۲۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2a - 3b = -2b \Rightarrow 2a = b$ (II) (۰/۲۵) بنابراین: $f(2) = 2a + 3$ با توجه به (I) و (II) داریم: $2a + 3 = -2b \xrightarrow{(II)} b + 3 = -2b \Rightarrow b = -1$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{(II)} a = \frac{b}{2} = -\frac{1}{2}$ (۰/۲۵) سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه شرط پیوستگی تابع $f(x)$ تابع $f(x)$ در $x = a$ پیوسته است، اگر: $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ به عبارتی، یعنی هم پیوسته راست و هم پیوسته چپ باشد. مسیر تمرینی: مشابه این سوال در سوال ۱۸ امتحان نهایی خردادماه ۱۴۰۳ مطرح شده بود.	۱۹
۲۰	موفق باشید.	