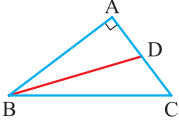
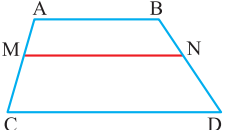
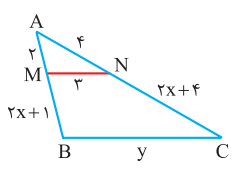
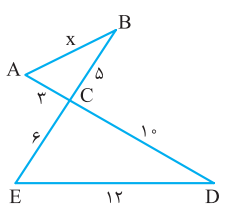
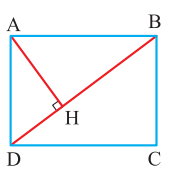
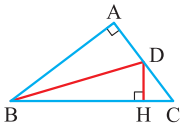


	پایه یازدهم - رشته: علوم تجربی	ریاضی (۲)	۴
	مدت آزمون: ۵۰ دقیقه	فصل ۳ (تابع): جامع ۲	

نمره	ردیف
۰/۷۵	۱ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (الف) تنها یک نقطه وجود دارد که هم از دو سر پاره خط دلخواه AB به یک فاصله است و هم از دو سر پاره خط دلخواه CD. (ب) قضیه تالس یک قضیه دوسطی است. (ج) نتایج حاصل از استدلال استنتاجی همواره درست است.
۱	۲ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. (الف) دقیقاً نقطه وجود دارد که از خط I به فاصله ۳ و از خط I' غیرموازی با I به فاصله ۲ باشد. (ب) دو نقطه A و B به فاصله K از یکدیگرند، دایره‌ای به شعاع ۴ از A و دایره‌ای به شعاع ۵ از B رسم می‌کنیم. حداقل مقدار طبیعی برای K باید باشد تا دو دایره برخورد نداشته باشند. (ج) در استدلال از جزء به کل می‌رسیم. (د) اگر نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه K باشد، نسبت مساحت‌های همین دو مثلث است.
۰/۷۵	۳ گزینه صحیح را انتخاب کنید. (الف) مرکز دایره‌هایی که از دو نقطه ثابت M و N می‌گذرند، روی قرار دارد. (۱) خطی به موازات MN (۲) خطی عمود بر MN (۳) عمودمنصف MN (۴) پاره‌خطی به اندازه طول MN (ب) با استفاده از ثابت می‌کنیم «از یک نقطه خارج از یک خط تنها یک عمود بر آن می‌توان رسم نمود». (۱) استدلال استقرایی (۲) برهان خلف (۳) استدلال استنتاجی (۴) مثال نقض (ج) پاره‌خطی که وسط دو ضلع یک مثلث را به هم وصل می‌کند، ضلع سوم است. (۱) موازی (۲) مساوی (۳) موازی و نصف (۴) موازی و مساوی
۰/۷۵	۴ در شکل مقابل BD نیمساز زاویه B و $AD = ۱$ و $BC = ۸$ مساحت مثلث BCD را بیابید. 
۱	۵ مراحل رسم مربعی با قطر معلوم را با خط کش و پرگار شرح دهید. (بدون محاسبه ضلع)
۰/۷۵	۶ اگر $\frac{۳۶-a}{۹-b} = \frac{a}{b}$، آن گاه حاصل $\frac{a+b}{a-b}$ را بیابید.
۱	۷ در مورد حکم کلی «اگر دو عدد گویا باشند، مجموع آن دو نیز گویاست.» به سوالات زیر پاسخ دهید: (الف) عکس آن را بنویسید. (ب) برای عکس آن مثال نقض بنویسید.
۱	۸ در دوزنقه مقابل MN موازی دو قاعده است. ثابت کنید:  $\frac{AM}{MC} = \frac{BN}{ND}$

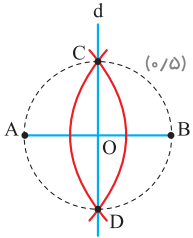
۹	در شکل مقابل اگر $MN \parallel BC$ باشد، مقدار x و y را بیابید.	
۱۰	با توجه به شکل مقابل اندازه x چه قدر است؟ (با ذکر دلیل)	
۱۱	در مستطیل مقابل AH ارتفاع وارد بر قطر BD و $BD = 10$ است. اگر $AB = 8$ باشد، اندازه AH و ضلع دیگر مستطیل را به دست آورید.	
۱۰	موفق باشید	جمع نمرات



۴ وقتی کلمه «نیمساز» می‌آید، باید حواسمان به ویژگی نیمساز باشد! D روی نیمساز زاویه B است، پس فاصله آن از ضلع AB (۵/۲۵) و ضلع BC یکسان است؛ یعنی: $AD = DH$ (۵/۲۵).

$$S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} \times DH \times BC = \frac{1}{2} \times 1 \times 8 = 4 \quad (۵/۲۵)$$

۵ پاره‌خط دلخواه AB را به عنوان قطر در نظر می‌گیریم. عمودمنصف آن را رسم نموده و آن را d می‌نامیم.



(مراحل رسم عمودمنصف: به شعاع دلخواه بیش از نصف AB یک بار از A و بار دیگر از B کمان می‌زنیم، محل برخورد این دو کمان را به هم وصل می‌کنیم تا عمودمنصف پاره‌خط AB ایجاد شود.) محل برخورد d و AB را O می‌نامیم حال از O به شعاع AO کمان می‌زنیم (۵/۲۵) تا d را در نقاط C و D قطع کند. ACBD مربع مورد نظر ماست.

$$\frac{36-a}{9-b} = \frac{a}{b} \Rightarrow 36b - ab = 9a - ab \quad (۵/۲۵) \Rightarrow 4b = a \quad (۵/۲۵)$$

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{4b+b}{4b-b} = \frac{5b}{3b} = \frac{5}{3} \quad (۵/۲۵)$$

۷ الف) «اگر مجموع دو عدد گویا باشد، آن دو عدد گویا هستند.» (۵/۲۵)
ب) $\begin{cases} a = \sqrt{2} \notin \mathbb{Q} \quad (۵/۲۵) \\ b = -\sqrt{2} \notin \mathbb{Q} \quad (۵/۲۵) \end{cases} \quad (a+b=0 \in \mathbb{Q})$

۸ ابتدا قطر AD را رسم می‌کنیم. (۵/۲۵)

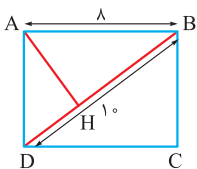
$$\begin{aligned} \text{MO} \parallel \text{DC} &\xrightarrow{\text{تالی}} \frac{AM}{MC} = \frac{AO}{OD} \quad (۵/۲۵) \\ \text{NO} \parallel \text{AB} &\xrightarrow{\text{تالی}} \frac{BN}{ND} = \frac{AO}{OD} \quad (۵/۲۵) \\ \text{MN} \parallel \text{BC} &\xrightarrow{\text{تالی}} \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{2}{2x+1} = \frac{4}{2x+4} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 4x+8=8x+4 \Rightarrow 4=4x \Rightarrow x=1 \quad (۵/۲۵)$$

طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{y}{5} \Rightarrow y = \frac{15}{2} = 7 \frac{1}{2} \quad (۵/۲۵)$$

$$\begin{cases} \frac{AC}{EC} = \frac{BC}{CD} \quad (۵/۲۵) \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \quad (۵/۲۵) \end{cases} \Rightarrow \frac{\triangle ABC}{\triangle EDC} = \frac{x}{12} = \frac{3}{6} \Rightarrow x=6 \quad (۵/۲۵)$$



$$\triangle ABD \text{ فیثاغورث: } AD^2 = BD^2 - AB^2 \quad (۵/۲۵) \Rightarrow AD^2 = 100 - 64 = 36$$

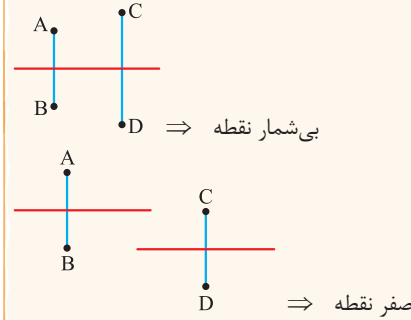
$$\Rightarrow AD = 6 \quad (۵/۲۵)$$

$$\frac{AH \times BD}{\triangle} = \frac{AD \times AB}{\triangle} \Rightarrow AH \times 10 = 6 \times 8 \Rightarrow AH = \frac{4}{1} \quad (۵/۲۵)$$

آزمون ۴ (فصل دوم: جامع ۲)

۱ الف) نادرست (۵/۲۵)

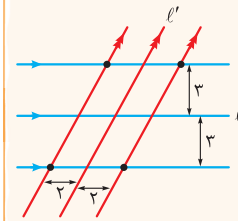
نقطه مورد نظر محل برخورد عمودمنصف AB و عمودمنصف DC است و ممکن است حالات زیر نیز رخ دهند.



ب) درست (۵/۲۵)

ج) درست؛ (۵/۲۵) نتایج حاصل از استدلال استقرایی ممکن است درست نباشند! اما استدلال استنتاجی به کمک اصول و احکامی که درستی آن‌ها پذیرفته شده‌اند، می‌تواند درستی احکام را ثابت نماید.

۲ الف) ۴ (۵/۲۵)



مجموع نقاطی که از خط l به فاصله ۳ هستند، روی دو خط موازی با آن قرار دارند. به شکل دقت کنید، ۲ خط موازی نیز در طرفین l وجود دارند که از l' به فاصله ۲ هستند. تقاطع این چهار خط جواب مسئله ماست.

ب) ۱۰ (۵/۲۵)

برای K سه حالت وجود دارد:

$$\begin{cases} 0 < K < 9 \quad (۱) \Rightarrow \text{در این صورت ۲ دایره در ۲ نقطه متقاطع‌اند.} \\ K = 9 \quad (۲) \Rightarrow \text{در این صورت ۲ دایره در ۱ نقطه متقاطع‌اند.} \\ K > 9 \quad (۳) \Rightarrow \text{در این صورت ۲ دایره با هم برخوردی ندارند.} \end{cases}$$

و چون K را عدد طبیعی معرفی کرده و $K > 9$ (عدم برخورد)، حداقل مقدار K باید ۱۰ باشد!

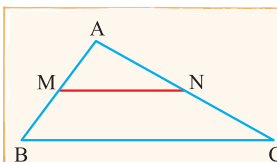
ج) استقرایی (۵/۲۵)

د) K^2 (۵/۲۵) در دو مثلث متشابه نسبت تمام اجزای متناظر تشابه برابر با K است، به جز مساحت که برابر با K^2 است.

۳ الف) گزینه ۳؛ (۵/۲۵) مرکز دایره‌های گذرنده از M و N از دو نقطه M و N به یک فاصله است (طبق تعریف دایره)؛ پس این مراکز باید روی عمودمنصف MN باشند. (ویژگی عمودمنصف)

ب) گزینه ۲ (۵/۲۵)

ج) گزینه ۳ (۵/۲۵)



$$\begin{aligned} \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} &\xrightarrow{\text{عکس تالی}} MN \parallel BC \\ \xrightarrow{\text{تعمیم تالی}} \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{2} &\Rightarrow MN = \frac{1}{2} BC \end{aligned}$$