



پایه یازدهم ریاضی

آزمون های شبیه ساز امتحانات نهایی ماز



شبیه ساز امتحان نهایی



دفترچه سؤال

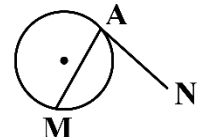
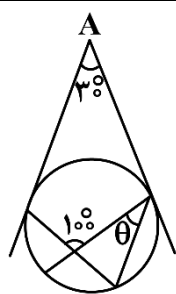
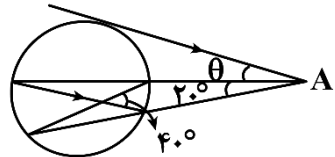
جمعه ۲۶ تیرماه ۱۴۰۵

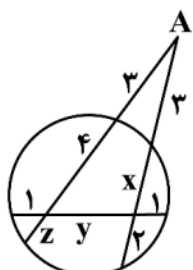
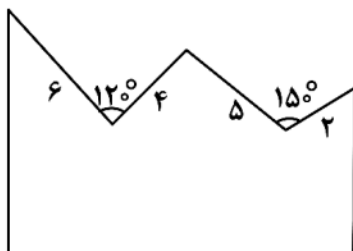
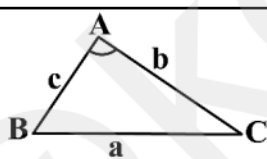
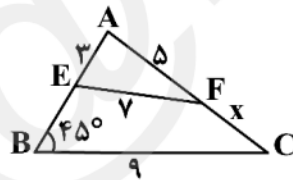
جامع کل کتاب

بودجه آزمون

ردیف	درس	تعداد صفحه	زمان پاسخگویی
۱	هندسه ۲	۳	۱۲۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می شود.

سؤالات آزمون شبهه ساز نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم		رشته: ریاضی و فیزیک		تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۴/۲۶	
تعداد صفحه: ۳		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع:		نام و نام خانوادگی:	
آزمون شبهه ساز امتحان نهایی				گروه آموزشی ماز			
ردیف		سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.					
۱		درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید. الف) اگر کمان های نظیر دو وتر از یک دایره با هم برابر باشند، آن گاه دو وتر موازی اند. ب) اگر دو دایره تنها در یک نقطه مشترک باشند، آن گاه فاصله بین مرکزها برابر با مجموع شعاع ها است. ج) ترکیب دو بازتاب نسبت به دو خط موازی، یک انتقال است. د) در هر مثلث قائم الزاویه طول ارتفاع وارد بر وتر، واسطه هندسی بین قطعات ایجاد شده روی وتر توسط ارتفاع است.					
۲		در هر قسمت، پاسخ مناسب را بنویسید. الف) اگر فاصله بین مراکز دو دایره با شعاع های $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ برابر با ۳ باشد، آن دو دایره هستند. ب) اگر شعاع دایره محاطی داخلی یک مثلث برابر با ۲ باشد، مجموع معکوس های شعاع های سه دایره محاطی خارجی برابر با است. ج) هر دو پاره خط مساوی در صفحه، تصویر یکدیگر تحت تبدیل هستند. (انتقال / دوران) د) در مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائمه ۳ و ۶، طول نیمساز زاویه قائمه است.					
۳		در هر مورد گزینه درست را انتخاب کنید. الف) در مثلث با اضلاع ۴، ۵ و ۷، طول بلندترین ارتفاع چقدر است؟ (۱) $4\sqrt{6}$ (۲) $2\sqrt{6}$ (۳) $\frac{8}{\sqrt{6}}$ (۴) $\sqrt{6}$ ب) دو دایره مماس خارج با نسبت تجانس $\frac{1}{4}$، مجانس یکدیگرند، اگر شعاع دایره کوچک تر ۳ باشد، طول مماس وارد بر دایره بزرگ تر از مرکز تجانس چقدر است؟ (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶					
۴		نشان دهید اندازه زاویه ظلی $\widehat{MAN}$ نصف کمان روبه روی آن است. 					
۵		در هر یک از موارد زیر اندازه زاویه θ را مشخص کنید. الف)  ب) 					
		صفحه ۱ از ۳					

سؤالات آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم		رشته: ریاضی و فیزیک		تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۴/۲۶		
تعداد صفحه: ۳		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع:		نام و نام خانوادگی:		
آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی				گروه آموزشی ماز				
ردیف		سؤالات (پاسخ‌برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.						نمره
۶	مقادیر x ، y و z را در شکل زیر بیابید.							
۱/۵								
۷	در n ضلعی که هم محاطی و هم محیطی است، نسبت شعاع دایره محاطی به شعاع دایره محیطی برابر با $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است. الف) n را بیابید. ب) اگر نسبت مساحت به محیط این n ضلعی $\sqrt{3}$ باشد، شعاع دایره محیطی چقدر است؟							
۱/۵	اگر بخواهیم بدون تغییر محیط مساحت شکل زیر را افزایش دهیم، میزان افزایش مساحت چقدر است؟ 							
۹	نقطه $A'(-2, m)$ بازتاب نقطه $A(2, -1)$ نسبت به خط d است. اگر $O(1, 2)$ یکی از نقاط ثابت بازتاب باشد، مقدار m را بیابید.							
۱۰	مثلث ABC را توسط بردار $\overrightarrow{AM}$ که در جهت ارتفاع $\overrightarrow{AH}$ قرار دارد و طول آن برابر با ۲ است، انتقال می‌دهیم. اگر مساحت ناحیه بین مثلث ABC و انتقال یافته آن $\frac{1}{6}$ مساحت مثلث ABC باشد، طول ارتفاع AH چقدر است؟							
۱۱	در مثلث ABC با زاویه حاده A نشان دهید: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$ 							
۱۲	الف) مقدار x را در مثلث زیر بیابید. ب) شعاع دایره محیطی مثلث ABC چقدر است؟ ج) شعاع دایره محاطی مثلث AEF را بیابید. 							
۱۳	الف) به کمک قضیه استوارت در مثلث ABC طول میانه AM را به دست آورید. ب) به کمک رابطه قسمت «الف» طول میانه AM را در مثلثی به طول اضلاع $AB = 2$ ، $AC = 3$ و $BC = 4$ به دست آورید.							
صفحه ۲ از ۳								

سؤالات آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم		رشته: ریاضی و فیزیک		تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۴/۲۶	
تعداد صفحه: ۳		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع:		نام و نام خانوادگی:	
آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی				گروه آموزشی ماز			
ردیف		سؤالات (پاسخ‌برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.					
۱۴		برای هر یک از موارد سمت راست جدول دقیقاً یکی از تبدیل‌های سمت چپ را نظیر کنید.					
		ویژگی		تبدیل هندسی			
		(۱) طول ضلع را حفظ نمی‌کند.		انتقال			
		(۲) جهت شکل را حفظ می‌کند.		بازتاب			
		(۳) ترکیب دو تا از آن یک انتقال است.		دوران			
		(۴) طول و شیب خط را حفظ می‌کند.		تجانس			
۲۰		موفق باشید.					
		صفحه ۳ از ۳					

برنامه آزمون های تابستون کنکوری های ۱۴۰۶ منتشر شد!

ماز تکلیف تابستونت رو مشخص کرده!

آزمون های **زوج درس** (انتخاب بین

دهم یا یازدهم)

پیش خوانی **اختیاری** دوازدهم

شرکت در آزمون: به صورت **حضوری**

یا **آنلاین**? انتخاب با خودته!



از دهم شروع کنم یا یازدهم؟
دوازدهم رو از تابستون بخونم یا نه؟

آزمون های ماز حضوری شد!

۶ مرحله آزمون استاندارد:

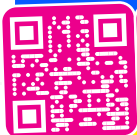
هر دو هفته یک بار تا ۱۰ مهر



اگه می خوای تابستون رو
جدی و با برنامه شروع کنی،
این برنامه برای توئه.

شروع از

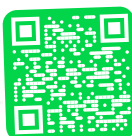
۱۶ مرداد



اسکن کن!

راهنمای شرکت در آزمون حضوری و انتخاب حوزه

✎ برای دریافت کلیک کن!



اسکن کن!

دانلود برنامه آزمون های تابستان ماز

✎ برای دریافت کلیک کن!



پایه یازدهم ریاضی

آزمون‌های شبیه‌ساز امتحانات نهایی ماز



شبیه‌ساز امتحان نهایی



جمعه ۲۶ تیرماه ۱۴۰۵

پاسخبرگ هندسه (۲)

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون‌های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می‌شود.

مازی‌های عزیز

برای شرکت در آزمون تشریحی به این نکات دقت کنید:

از ساعت ۸ تا ۱۱

توی آزمون شرکت کنید و پاسخ برگرتون رو داخل پنل بارگذاری کنید تا تیم مصححان ماز برگه‌تون رو بررسی کنن.

▶ با توجه به استقبال خیلی زیاد دانش آموزها، برگه‌های شما به ترتیب الویت بارگذاری؛ توسط مصححان انسانی (و نه هوش مصنوعی) تصحیح می‌شن. به همین خاطر، با اینکه تیم ما با تمام توان مشغول تصحیح برگه‌هاست، ممکنه به خاطر محدودیت ظرفیت، نتونیم همه برگه‌ها رو بررسی کنیم. اگر تصحیح برگه‌تون کمی طول کشید یا برگه‌تون در اولویت تصحیح قرار نگرفت، نگران نباشید؛ راهنمای کامل مصحح داخل پاسخنامه قرار گرفته و می‌تونید دقیقاً مثل معیارهای امتحان نهایی، برگه‌تون رو خودتون بررسی و تصحیح کنید.

اولویت تصحیح با دانش آموزهایی هست که زودتر پاسخ برگشون رو بارگذاری کنن.

رأس ساعت ۱۱ این موارد داخل پنل براتون فعال می‌شه:

- ▶ پاسخنامه کامل آزمون + راهنمای مصحح
- ▶ جزوه آموزش تشریحی نویسی (قلق‌های نمره‌گرفتن)
- ▶ جزوه دوپینگ فوری شب امتحان
- ▶ پاسخ ویدیویی و تحلیل آزمون توسط اساتید ماز (لینک تحلیل داخل پاسخنامه)



برنامه آزمون های تابستون کنکوری های ۱۴۰۶ منتشر شد!

ماز تکلیف تابستونت رو مشخص کرده!

آزمون های **زوج درس** (انتخاب بین

دهم یا یازدهم)

پیش خوانی **اختیاری** دوازدهم

شرکت در آزمون: به صورت **حضوری**

یا **آنلاین**? انتخاب با خودته!



از دهم شروع کنم یا یازدهم؟
دوازدهم رو از تابستون بخونم یا نه؟

آزمون های ماز حضوری شد!

۶ مرحله آزمون استاندارد:

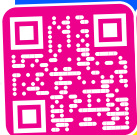
هر دو هفته یک بار تا ۱۰ مهر



اگه می خوای تابستون رو
جدی و با برنامه شروع کنی،
این برنامه برای توئه.

شروع از

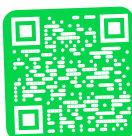
۱۶ مرداد



اسکن کن!

راهنمای شرکت در آزمون حضوری و انتخاب حوزه

✎ برای دریافت کلیک کن!



اسکن کن!

دانلود برنامه آزمون های تابستان ماز

✎ برای دریافت کلیک کن!

آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: هندسه (۲)	تعداد صفحه: ۴	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
نام و نام خانوادگی:	پایه یازدهم	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۴/۲۶
آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی		گروه آموزشی ماز	

ردیف	پاسخ‌برگ	نمره
۱	الف) ب) ج) د)	۱
۲	الف) ب) ج) د)	۱
۳	الف) ب)	۱
۴		۱
۵	الف) ب)	۲/۵

آزمون شبیه ساز نهایی درس: هندسه (۲)	تعداد صفحه: ۴	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:
نام و نام خانوادگی:	پایه یازدهم	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۴/۲۶
آزمون شبیه ساز امتحان نهایی		گروه آموزشی ماز	

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۶		۱/۵
۷	الف) ب)	۱/۵

ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۴	آزمون شبیه ساز نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۴/۲۶	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبیه ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۸		۱/۵
۹		۱/۵
۱۰		۱/۵

ردیف	پاسخ برگ	نمره
------	----------	------

١/٥		١١
٢	(الف) (ب) (ج)	١٢

ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحه: ۴	آزمون شبیه ساز نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۴/۲۶	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبیه ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۱۳	الف) ب)	۱/۵
۱۴	۱) ۲) ۳) ۴)	۱
	موفق باشید.	۲۰



پایه یازدهم ریاضی

آزمون های شبیه ساز امتحانات نهایی ماز



شبیه ساز امتحان نهایی



دفترچه پاسخ

جمعه ۲۶ تیرماه ۱۴۰۵

جامع کل کتاب

بودجه آزمون

ویراستاران

طراحان

درس

ارسلان حسنوند - حمیدرضا ولی پور

ندا فرهختی

هندسه ۲

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

مصَحَّح شو:



پاسخ دقیق سؤال این جا میاد و اسمش روشه: «مصَحَّح شو»، می خواد شما رو به یه مصحح حرفه‌ای و دقیق تبدیل کنه که بدونین موقع ارزیابی جواب‌هاتون باید حواستون به چی باشه تا توی آزمون‌های بعدی دقیق‌تر عمل کنین. اگه جواب یه سؤال رو بشه به شکل‌های مختلف بیان کرد، اون هم، این جا بهتون گفتیم.

بررسی دقیق‌تر:



اگه پاسخ کوتاه به سؤال کافی نباشه تا بینین چطوری باید به جواب برسین، توی این بخش با بررسی دقیق‌تر جواب، سؤال رو براتون توضیح دادیم.

نقشه نهایی:



امتحان نهایی قوانین و قواعد خاص خودش رو داره؛ شما باید بدونین تیپ‌های رایج سؤال‌های امتحان نهایی چیه و باید چطوری بهش جواب بدین. این کادر، مشاوره حرفه‌ای ماست به شما تا فوت و فن‌های امتحان نهایی رو یاد بگیرین.

۲۰ شو:



توی «۲۰ شو»، مبحث هر سؤال رو براتون مرور یا جمع‌بندی کردیم؛ «۲۰ شو» و درسنامه‌هاش دقیقاً فاصله بین نمره خوب و نمره ۲۰ رو براتون پر می‌کنه.

نکته طلایی:



با وجود «۲۰ شو»، که کلی درسنامه مفصل داره، باز هم اگه نکته مهم و مفیدی بود، توی این کادر براتون آوردیم.

تیم اجرایی و تولید آزمون

محدثه عربگری

زهره صفری

محدثه شیخ‌علی

یگانه پوراابراهیم

مرضیه بنیانی

ساره محمدعلی‌نسب

سرپرست آزمون: ارمغان قریب

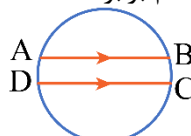
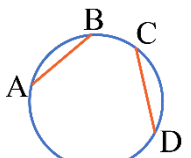
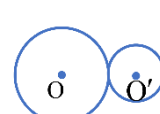
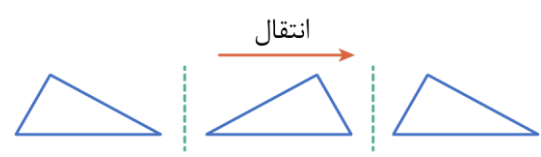
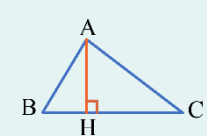
یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

دکتر رسول خنجری

برای دیدن پاسخ نامه ویدئویی آزمون شبیه ساز نهایی QR Code
را اسکن کنید یا روی لینک زیر ضربه بزنید.

پاسخنامه ویدئویی آزمون شبیه ساز نهایی



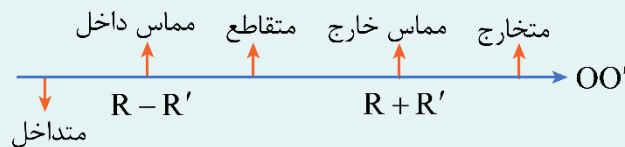
راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۲)		رشته: ریاضی و فیزیک
دوره دوم متوسطه - یازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۴/۲۶	ساعت شروع:
آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی		گروه آموزشی ماز
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	مصحح شو الف) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۱۵) ب) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۲۰) ج) درست (۰/۲۵) (صفحه ۴۲) د) درست (۰/۲۵) (صفحه ۶۰) بررسی دقیق‌تر: الف) این قضیه به این شکل درست است که اگر دو وتر موازی باشند کمان‌های بین آن‌ها با هم برابر است.  $AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BC}$ اما گزاره داده شده درست نیست.  $\widehat{AB} = \widehat{CD}, AB \nparallel CD$ ب) دو دایره با یک نقطه مشترک مماس داخل یا مماس خارج‌اند:  $OO' = R + R'$  $OO' = R - R' $ ج) ترکیب دو بازتاب با محورهای موازی یک انتقال است.  انتقال د) نکته:  $AB^2 = BH \times BC$ $AC^2 = CH \times BC$ $AH^2 = BH \times CH$	۱
۲	مصحح شو الف) متقاطع (۰/۲۵) (صفحه ۲۰) ب) $\frac{1}{r}$ (۰/۲۵) (صفحه ۲۹) ج) دوران (۰/۲۵) (صفحه ۴۱) د) $2\sqrt{2}$ (۰/۲۵) (صفحه ۷۰) بررسی دقیق‌تر:	۱

بررسی دقیق‌تر:

$$\begin{cases} R + R' = \sqrt{2} + \sqrt{3} \approx 1/4 + 1/7 = 3/1 \\ R - R' = \sqrt{3} - \sqrt{2} \approx 0/3 \\ OO' = 3 \end{cases} \Rightarrow R - R' < OO' < R + R' \Rightarrow \text{مقاطع} \quad (\text{الف})$$

نکته:

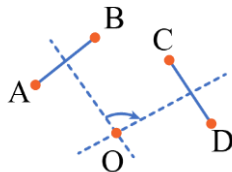
طبق نمودار زیر می‌توان وضعیت دو دایره به شعاع‌های R و R' و فاصله کانونی OO' را مشخص کرد:



ب) اگر r_c, r_b, r_a شعاع دایره‌های محاطی خارجی مثلث باشند و r شعاع دایره محاطی داخلی آن باشد، همواره:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$$

ج) تحت تبدیل دوران هر دو پاره خط مساوی تبدیل یافته یکدیگرند و مرکز دوران محل تلاقی عمودمنصف‌های آن‌ها است.



د) طول نیمساز AD از مثلث ABC برابر است با:

$$AD = \frac{2bc \cos \frac{\hat{A}}{2}}{b+c}$$

در مثلث قائم‌الزاویه $\hat{A} = 90^\circ$ است، پس داریم:

$$AD = \frac{2 \times 3 \times 6 \times \cos 45^\circ}{3+6} = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

مصّحح شو

ب) گزینه «۴» (۰/۵) (صفحه ۴۸)

الف) گزینه «۲» (۰/۵) (صفحه ۷۴)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه

بررسی دقیق‌تر:

الف) طبق رابطه هرون داریم:

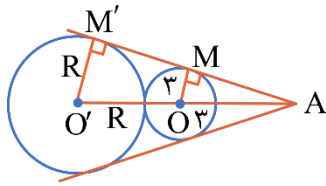
$$P = \frac{a+b+c}{2} = \frac{7+5+4}{2} = 8 \Rightarrow P = 8$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{8(8-7)(8-5)(8-4)} = \sqrt{8 \times 1 \times 3 \times 4} = 4\sqrt{6}$$

بلندترین ارتفاع بر کوتاه‌ترین ضلع وارد می‌شود:

$$S = \frac{h \times 4}{2} = 4\sqrt{6} \Rightarrow h = 2\sqrt{6}$$

ب) محل تلاقی مماس‌های خارجی مرکز تجانس است، پس داریم:



$$k = \frac{AM}{AM'} = \frac{OM}{O'M'} \Rightarrow \frac{AM' - MM'}{AM'} = \frac{3}{R} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R = 12 \\ MM' = \sqrt{(R + R')^2 - (R - R')^2} = \sqrt{(12 + 3)^2 - (12 - 3)^2} = \sqrt{144} = 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{AM' - MM'}{AM'} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{AM' - 12}{AM'} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4AM' = 4AM' - 48 \Rightarrow AM' = 16$$

نکته:

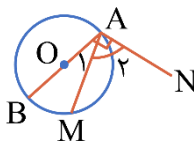
طول مماس مشترک خارجی دو مثلث برابر است با:

$$MM' = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} \xrightarrow{\text{مماس خارج}} MM' = \sqrt{(R + R')^2 - (R - R')^2}$$

مصطحق شو

قطر گذرا از A را رسم می‌کنیم، پس: $\widehat{AMB} = 180^\circ$ (۰/۲۵)

$$\widehat{A}_1 = \frac{\widehat{BM}}{2} \text{ (۰/۲۵)}$$



شعاع OA بر خط مماس AN عمود است، در نتیجه:

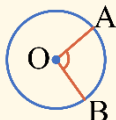
$$\widehat{A}_2 = 90^\circ - \widehat{A}_1 = 90^\circ - \frac{\widehat{BM}}{2} = \frac{180^\circ - \widehat{BM}}{2} = \frac{\widehat{AM}}{2} \text{ (۰/۲۵)}$$

(صفحه ۱۵)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه

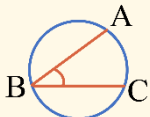
انواع زاویه در دایره:

۱) مرکزی: رأس آن روی مرکز و اضلاع آن شعاع‌های دایره‌اند و اندازه آن برابر با کمان روبه‌روی آن است.



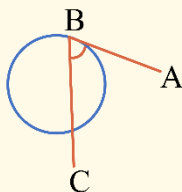
$$\widehat{AOB} = \widehat{AB}$$

۲) محاطی: رأس آن روی محیط دایره است و اضلاع آن وترهای دایره‌اند و اندازه آن برابر با نصف کمان روبه‌رو است:



$$\widehat{ABC} = \frac{\widehat{AC}}{2}$$

۳) ظلی: رأس آن روی محیط دایره است و یک ضلع آن مماس بر دایره و ضلع دیگر وتر دایره است. اندازه‌اش نصف کمان محصور در آن است:



$$\widehat{ABC} = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

$$\hat{A} = \frac{\widehat{CEB} - \widehat{BC}}{2} = \frac{36^\circ - \widehat{BC} - \widehat{BC}}{2}$$

(۰/۲۵)

$$\Rightarrow \frac{36^\circ - 2\widehat{BC}}{2} = 30^\circ \Rightarrow 2\widehat{BC} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 15^\circ \quad (۱)$$

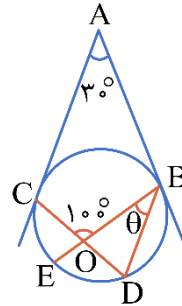
(۰/۲۵)

$$\hat{O} = \frac{\widehat{BC} + \widehat{ED}}{2} = 100^\circ \Rightarrow \widehat{BC} + \widehat{ED} = 200^\circ \quad (۲)$$

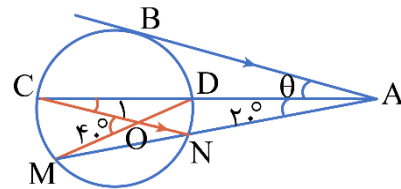
(۰/۲۵)

$$(۱), (۲) \Rightarrow \widehat{ED} = 5^\circ \Rightarrow \widehat{B} = \frac{\widehat{ED}}{2} = 25^\circ \Rightarrow \theta = 25^\circ$$

(۰/۲۵)



(ب)



۲/۵

۵

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{C}AM = \frac{\widehat{CM} - \widehat{DN}}{2} = 20^\circ \Rightarrow \widehat{CM} - \widehat{DN} = 40^\circ \\ \hat{C}OM = \frac{\widehat{CM} + \widehat{DN}}{2} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{CM} + \widehat{DN} = 80^\circ \end{array} \right.$$

(۰/۲۵)

$$\Rightarrow 2\widehat{CM} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{CM} = 60^\circ, \widehat{DN} = 20^\circ$$

(۰/۲۵)

$$\Rightarrow \hat{C}_1 = \frac{\widehat{DN}}{2} = 10^\circ \xrightarrow{\text{خطوط موازی و ممرب}} \theta = 10^\circ \quad (۰/۲۵)$$

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه

زوايا و وترهای دایره:

$$\alpha = \frac{\widehat{AD} + \widehat{BC}}{2}$$

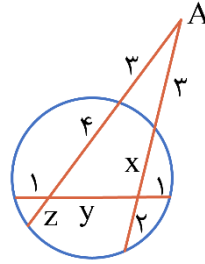
$$\alpha = \frac{\widehat{CD} - \widehat{MN}}{2}$$

$$\alpha = \frac{\widehat{BC} - \widehat{BD}}{2}$$

$$\alpha = \frac{\widehat{BMC} - \widehat{BC}}{2}$$

مصحح شو

با توجه به روابط طولی در دایره می‌توان نوشت:



$$3(3+x+2) = 3 \times (3+4+z) \quad (0/25)$$

$$\div 3 \rightarrow x+5 = 7+z \Rightarrow x = z+2 \quad (1)$$

$$x \times 2 = 1 \times (y+1) \Rightarrow y+1 = 2x \quad (2)$$

(0/25)

$$4 \times z = 1 \times (y+1) \Rightarrow y+1 = 4z \quad (3)$$

(0/25)

$$(2), (3) \Rightarrow 2x = 4z \Rightarrow x = 2z \xrightarrow{(1)} 2z = z+2 \Rightarrow z = 2 \quad (0/25)$$

$$x = z+2 = 4, \quad y = 2x-1 = 7$$

(0/25)

(0/25)

۱/۵

۶

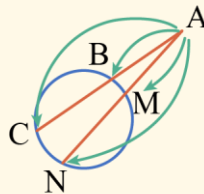
(صفحه ۲۳)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه

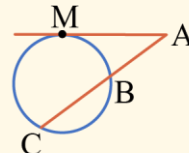
روابط طولی در دایره:



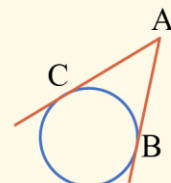
$$AM \times MB = CM \times MD$$



$$AB \times AC = AM \times AN$$



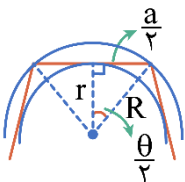
$$AM^2 = AB \times AC$$



$$AB = AC$$

مصحح شو

الف) n ضلعی که هم محاطی و هم محیطی باشد، منتظم است، پس داریم:



$$\frac{\text{شعاع دایره محاطی}}{\text{شعاع دایره محیطی}} = \frac{r}{R} = \cos \frac{\theta}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{\theta}{2} \Rightarrow \frac{\theta}{2} = 30^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ \quad (0/25)$$

(0/25)

$$\frac{360^\circ}{n} = 60^\circ \Rightarrow n = 6 \quad (0/25)$$

(0/25)

بنابراین تعداد اضلاع n ضلعی برابر است با:

$$r = \frac{S}{P} = 2 \frac{S}{2P} = 2 \times \frac{\text{مساحت}}{\text{محیط}} = 2 \times \sqrt{3} \quad (0/25)$$

(0/25)

$$\frac{r}{R} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{R} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = 4 \quad (0/25)$$

(0/25)

(صفحه ۳۰)

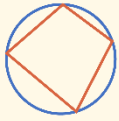
۱/۵

۷

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه

دایره‌های محاطی و محیطی:

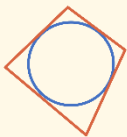
۱) دایره‌ای که از همه رئوس یک چندضلعی بگذرد دایره محیطی نام دارد و چندضلعی را چندضلعی محاطی می‌گویند.



نکته:

- در چهارضلعی‌های محاطی مجموع زوایای روبه‌رو 180° است. (زوایای روبه‌رو مکمل‌اند).
- در چندضلعی‌های محاطی عمودمنصف همه اضلاع در مرکز دایره محیطی آن هم‌رس‌اند.

۲) دایره‌ای که به همه اضلاع چندضلعی مماس باشد دایره محاطی نام دارد و چندضلعی را چندضلعی محیطی می‌گویند.



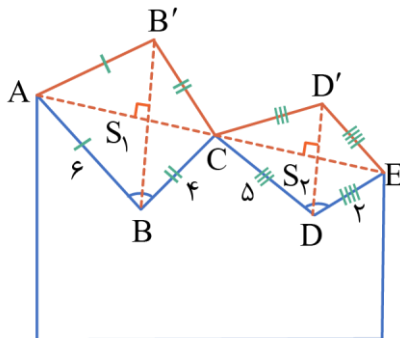
نکته:

- در چهارضلعی‌های محیطی مجموع اضلاع مقابل با هم برابر است.

در چندضلعی‌های محیطی با مساحت S و محیط $(2P)$ رابطه مقابل برقرار است: $r = \frac{S}{P}$ (r شعاع دایره محاطی)

مصحح شو

باید بازتاب نقاط فرو رفته را به‌دست آوریم:



۸ یعنی بازتاب B نسبت به AC و بازتاب D نسبت به CE را بیابیم. (۰/۲۵)

$S_1 + S_2 =$ مساحت اضافه شده

$$S_1 = 2S_{\triangle ABC} = 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \sin 120^\circ = 24 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3} \quad (0/25)$$

$$S_2 = 2S_{\triangle CDE} = 2 \times \frac{1}{2} \times 5 \times 2 \times \sin 150^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5 \quad (0/25)$$

$$S_1 + S_2 = 12\sqrt{3} + 5 = \text{تغییرات مساحت} \quad (0/25)$$

(صفحه ۵۴)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه

مصحح شو

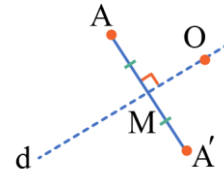
$$A'(-2, m), A(2, -1)$$

$$m_{AA'} = \frac{m+1}{-2-2} = \frac{m+1}{-4} \quad (0/25)$$

$$\begin{cases} m_d = \frac{4}{m+1} \quad (0/25) \\ AA' \text{ وسط } M = (0, \frac{m-1}{2}) \quad (0/25) \end{cases} \Rightarrow y-0 = \frac{4}{m+1} (x - \frac{m-1}{2}) \quad (0/25)$$

$$\frac{O(1,2)}{m+1} \rightarrow 2 = \frac{4}{m+1} (1 - \frac{m-1}{2}) \Rightarrow 2 = \frac{4}{m+1} \times \frac{3-m}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3-m}{m+1} = 1 \Rightarrow 3-m = m+1 \Rightarrow 2m = 2 \Rightarrow m = 1 \quad (0/25)$$



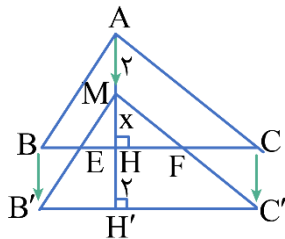
(صفحه ۴۳)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه

مصحح شو

$$MH = x \Rightarrow AH = MH' = 2 + x \quad (0/25)$$

چون انتقال شیب خطوط را حفظ می کند، پس:



$$\begin{cases} \triangle MEF \sim \triangle ABC \quad (0/25) \\ \frac{S_{\triangle MEF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{16} = (\frac{1}{4})^2 \quad (0/25) \end{cases}$$

پس دو مثلث با نسبت $\frac{1}{4}$ متشابه اند، در نتیجه:

$$\frac{MH}{AH} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{x}{2+x} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4x = 2+x \Rightarrow x = \frac{2}{3} \Rightarrow AH = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3} \quad (0/25)$$

(صفحه ۴۹)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه

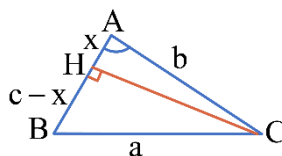
مصحح شو

ارتفاع CH را رسم می کنیم، پس داریم: (0/25)

$$\cos \hat{A} = \frac{x}{b} \Rightarrow x = b \cos \hat{A} \quad (0/25)$$

$$a^2 = BH^2 + CH^2 \quad (0/25)$$

$$CH^2 = b^2 - AH^2 \quad (0/25)$$



۱۱

$$\Rightarrow a^2 = BH^2 + b^2 - AH^2 = (c-x)^2 + b^2 - x^2 = c^2 + x^2 - 2cx + b^2 - x^2$$

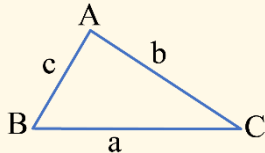
$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2cx = b^2 + c^2 - 2c(b \cos \hat{A})$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

(صفحه ۶۴)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه

قضیه کسینوس‌ها:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

مصّحّح شو

الف) ابتدا به کمک رابطه کسینوس‌ها $\hat{A}$ را می‌یابیم:

$$\triangle AEF: EF^2 = AE^2 + AF^2 - 2AE \times AF \times \cos \hat{A} \Rightarrow 7^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \times 3 \times 5 \times \cos \hat{A} \quad (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow 30 \cos \hat{A} = 9 + 25 - 49 = -15 \Rightarrow \cos \hat{A} = -\frac{15}{30} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ \quad (۰/۲۵)$$

حال به کمک رابطه سینوس‌ها x را می‌یابیم:

$$\triangle ABC: \frac{\sin \hat{B}}{AC} = \frac{\sin \hat{A}}{BC} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{5+x} = \frac{\sin 120^\circ}{9} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{5+x} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{9}$$

(۰/۲۵)

$$\Rightarrow 5+x = \frac{9\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{6}}{3} = 3\sqrt{6} \Rightarrow x = 3\sqrt{6} - 5 \quad (۰/۲۵)$$

ب) می‌دانیم اگر شعاع دایره محیطی مثلث برابر R باشد، آن‌گاه:

$$\frac{BC}{\sin \hat{A}} = 2R \Rightarrow \frac{9}{\sin 120^\circ} = 2R \Rightarrow R = \frac{9}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3} \quad (۰/۲۵)$$

(۰/۲۵)

ج)

$$r = \frac{S}{P} \quad (۰/۲۵)$$

$$S = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin \hat{A} = \frac{15}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15}{4} \sqrt{3} \Rightarrow r = \frac{\frac{15\sqrt{3}}{4}}{\frac{15}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۰/۲۵)$$

$$P = \frac{1}{2} (3 + 5 + 7) = \frac{15}{2}$$

(صفحه ۶۲، ۲۵ و ۶۵)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۶ دقیقه

	قضیه سینوس‌ها: در هر مثلث ABC داریم: $\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$ شعاع دایره محیطی	
۱/۵	مصحح شو الف) اگر D نقطه‌ای دلخواه روی ضلع BC از $\triangle ABC$ باشد، آن‌گاه بنا به قضیه استوارت داریم: $AB^2 \times CD + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times CD \times BC \quad (۰/۵)$ حال اگر M وسط BC باشد، آن‌گاه داریم: $\begin{aligned} \frac{BC=a}{BM=MC=\frac{a}{2}} \rightarrow AB^2 \times \frac{a}{2} + AC^2 \times \frac{a}{2} &= AM^2 \times a + \frac{a}{2} \times \frac{a}{2} \times a \\ &\quad (۰/۲۵) \end{aligned}$ $\begin{aligned} \xrightarrow{\div \frac{a}{2}} AB^2 + AC^2 &= 2AM^2 + \frac{1}{2}a^2 \Rightarrow 2AM^2 = b^2 + c^2 - \frac{1}{2}a^2 \\ &\quad (۰/۲۵) \end{aligned}$ $a=4, b=3, c=2$ (ب) $2AM^2 = b^2 + c^2 - \frac{1}{2}a^2 = 3^2 + 2^2 - \frac{1}{2}(4)^2 = 9 + 4 - 8 = 5 \Rightarrow AM = \sqrt{\frac{5}{2}} \quad (۰/۲۵)$ (صفحه ۶۷) سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۶ دقیقه	۱۳
۱	مصحح شو (۱) تجانس (۰/۲۵) (۲) دوران (۰/۲۵) (۳) بازتاب (۰/۲۵) (۴) انتقال (۰/۲۵) (صفحه ۴۸) سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه	۱۴

تبدیل‌های هندسی و ویژگی‌ها:

انتقال	بازتاب	دوران	تجانس	
✓	✓	✓	x	طول پا (ایزومتری)
✓	✓	✓	✓	اندازه زاویه حفظ می‌شود
✓	x	x	✓	شیب خط حفظ می‌شود
✓	x	✓	✓	جهت شکل حفظ می‌شود
✓	✓	✓	x	مساحت حفظ می‌شود

موفق باشید.

۲۰



دوپیند فوری شب امتحان



هندسه یازدهم ریاضی

برنامه آزمون های شبیه ساز نهایی **ماز**

یازدهم

شب امتحانت با ماز

تاریخ آزمون	ریاضی - فیزیک	علوم تجربی	ادبیات و علوم انسانی
یکشنبه ۱۴۰۵/۰۴/۲۱	فارسی ۲	فارسی ۲	فارسی ۲
جمعه ۱۴۰۵/۰۴/۲۶	هندسه ۲	زیست شناسی ۲	تاریخ ۲
یکشنبه ۱۴۰۵/۰۴/۲۸	عربی، زبان قرآن ۲	عربی، زبان قرآن ۲	عربی ۲ (زبان تخصصی)
سه شنبه ۱۴۰۵/۰۴/۳۰	زبان خارجی ۲	زبان خارجی ۲	زبان خارجی ۲
جمعه ۱۴۰۵/۰۵/۰۲	فیزیک ۲	شیمی ۲	جامعه شناسی ۲
یکشنبه ۱۴۰۵/۰۵/۰۴	دین و زندگی ۲	دین و زندگی ۲	دین و زندگی ۲

راهنمای دسترسی به آزمون

بخش پنل کاربری ماز ◀ زودبایست ▶ آزمون های پیش رو

● **آزمون شبیه ساز نهایی ماز** ▶ از ساعت ۸ تا ۱۱ در روز قبل از هر امتحان نهایی؛ فرصت داری توی آزمون شبیه ساز نهایی ماز شرکت کنی و از پاسخ برگت عکس بگیری و داخل سایت آپلود کنی و مصححان ماز هم برگهات رو تصحیح میکنند.

بعد از شرکت در آزمون چی به دست میاری؟

- **پاسخنامه فوق تشریحی ماز + راهنمای مصحح و بارم بندی** ▶ پاسخ کاملاً تشریحی به همراه ریز بارم پاسخ نویسی و نکات کلیدی هر سوال
- **جزوه دوپینگ فوری شب امتحان** ▶ جمع بندی فشرده از پرتکرارترین نکات هر درس، برای اینکه بتونی یک جمع بندی سریع و حرفه ای بکنی.
- **جزوه راهنمای تشریحی نویسی** ▶ کل فوت و فن های حساسی که باید توی تشریحی نوشتن هر درس رعایت کنی رو برات حاضر کردیم.
- **دو دوره نهایی اخیر (واقعی)** ▶ برای اینکه بدونی دقیقاً با چه سطحی طرفی، دو امتحان مهم سال های اخیر رو بدون تغییر برات گذاشتیم.

فهرست

فصل ۱: دایره ۱

فصل ۲: تبدیل‌های هندسی و کاربردها ۹

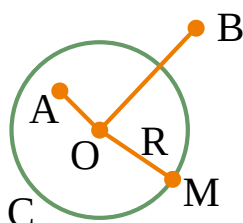
فصل ۳: روابط طولی در مثلث ۱۳



فصل اول: دایره

وضعیت یک نقطه نسبت به دایره:

(الف) نقطه A درون دایره $C(O, R)$ قرار دارد، اگر و تنها اگر $OA < R$ باشد.



(ب) نقطه M روی دایره $C(O, R)$ قرار دارد، اگر و تنها اگر $OM = R$ باشد.

(پ) نقطه B بیرون دایره $C(O, R)$ قرار دارد، اگر و تنها اگر $OB > R$ باشد.

وضعیت یک خط نسبت به دایره:

اوضاع خط و دایره		
متقاطع	مماس	متخارج
$OH < r$	$OH = r$	$OH > r$
تعداد نقاط اشتراک = ۲	تعداد نقاط اشتراک = ۱	تعداد نقاط اشتراک = ۰

وتر در دایره:

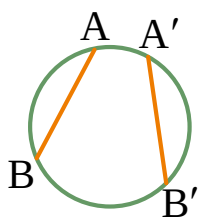
(الف) در هر دایره، قطر عمود بر هر وتر، آن وتر و کمان‌های نظیر آن وتر را نصف می‌کند.

(ب) در هر دایره، اگر یک قطر، وتری از آن دایره را نصف کند، آنگاه بر آن وتر عمود است و کمان نظیر آن وتر را نیز نصف می‌کند.

(پ) در هر دایره، اگر یک قطر، کمانی از آن دایره را نصف کند، آنگاه بر وتر نظیر آن کمان عمود بوده و آن را نصف می‌کند.

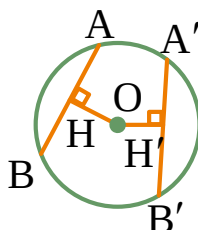
ویژگی‌های وتر:

(الف) در یک دایره، دو وتر برابر یکدیگرند، اگر و تنها اگر کمان‌های آن‌ها برابر باشند.



$$AB = A'B' \Leftrightarrow \widehat{AB} = \widehat{A'B'}$$

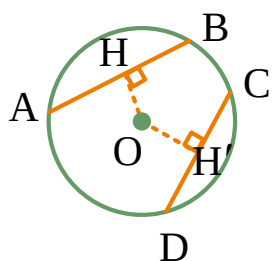
(ب) در یک دایره، دو وتر برابر یکدیگرند، اگر و تنها اگر فاصله مرکز دایره از آن‌ها برابر باشد.



$$AB = A'B' \Leftrightarrow OH = OH'$$



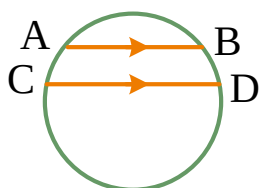
از دو وتر نامساوی در دایره، آن که بزرگتر است، کمان بزرگتر دارد و به مرکز دایره نزدیکتر است و برعکس. در شکل زیر اگر $AB > CD$ ، آنگاه:



$$AB > CD \Leftrightarrow \widehat{AB} > \widehat{CD} \Leftrightarrow OH < OH'$$

◀ کمانهای محصور بین دو وتر موازی:

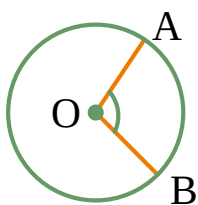
دو وتر از یک دایره موازیاند، اگر و تنها اگر کمانهای محدود بین آنها مساوی باشد.



$$AB \parallel CD \Leftrightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD}$$

◀ زاویه مرکزی:

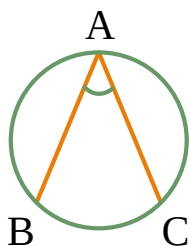
زاویه مرکزی، زاویه‌ای است که رأس آن بر مرکز دایره واقع است و دو ضلع آن شعاعهای دایره هستند و اندازه این زاویه برابر با کمان روبه‌روی آن است.



$$\text{مرکزی } \angle AOB = \widehat{AB}$$

◀ زاویه محاطی:

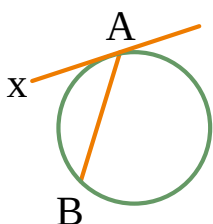
زاویه‌ای است که رأس آن روی دایره و اضلاع آن شامل دو وتر از دایره باشند. اندازه هر زاویه محاطی برابر نصف اندازه کمان روبه‌روی آن است.



$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

◀ زاویه ظلی:

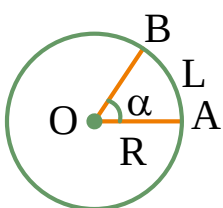
زاویه‌ای است که رأس آن روی دایره قرار دارد و یکی از اضلاع آن شامل وتری از دایره و ضلع دیگر آن مماس بر دایره است. اندازه هر زاویه ظلی برابر نصف اندازه کمان روبه‌روی آن است.



$$\hat{BAX} = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

◀ طول کمانی از دایره:

طول یک کمان با اندازه زاویه مرکزی مقابل به آن کمان، رابطه مستقیم دارد. در شکل مقابل، اگر L اندازه کمان $\widehat{AB}$ باشد، داریم: (α بر حسب درجه است).

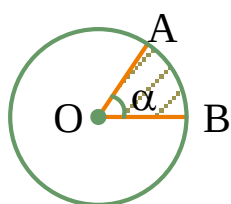


$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{L}{2\pi R} \Rightarrow L = \frac{\pi R \alpha}{180^\circ}$$



◀ مساحت قطاعی از دایره:

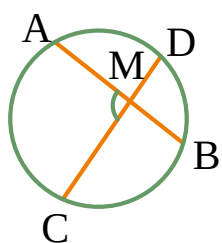
مساحت یک قطاع با اندازه زاویه مرکزی آن قطاع، رابطه مستقیم دارد. در شکل زیر، اگر S مساحت قطاع هاشور خورده باشد، داریم: (α بر حسب درجه است).



$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{S}{\pi R^2} \Rightarrow S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}$$

◀ زاویه بین دو وتر:

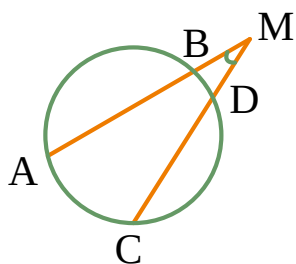
اگر دو وتر AB و CD در نقطه M درون دایره متقاطع باشند، آنگاه داریم:



$$\hat{M} = \frac{\widehat{AC} + \widehat{BD}}{2}$$

◀ زاویه بین امتداد دو وتر:

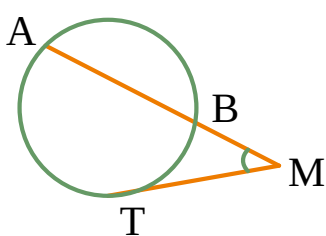
اگر دو وتر AB و CD یکدیگر را در نقطه M خارج دایره قطع کنند، آنگاه داریم:



$$\hat{M} = \frac{\widehat{AC} - \widehat{BD}}{2}$$

◀ زاویه بین مماس و امتداد یک وتر:

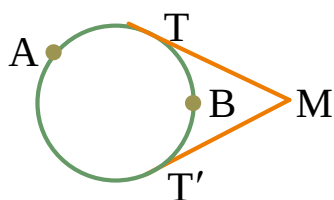
اگر امتداد وتر AB ، خط مماس بر دایره را در نقطه M قطع کند، آنگاه داریم:



$$\hat{M} = \frac{\widehat{AT} - \widehat{BT}}{2}$$

◀ زاویه بین دو مماس:

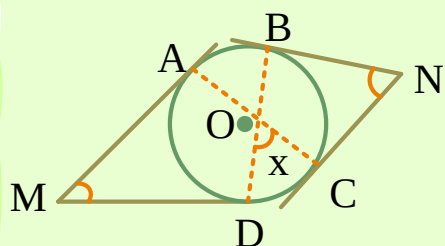
اگر از نقطه M ، دو مماس MT و MT' را بر دایره رسم کنیم، آنگاه داریم:



$$\hat{M} = \frac{\widehat{TAT'} - \widehat{TBT'}}{2}$$



در شکل مقابل، زاویه x میانگین زاویه $\hat{M}$ و $\hat{N}$ است.

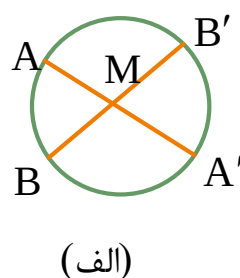
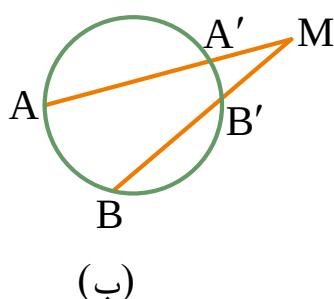


$$x = \frac{\hat{M} + \hat{N}}{2}$$



◀ وترهای متقاطع:

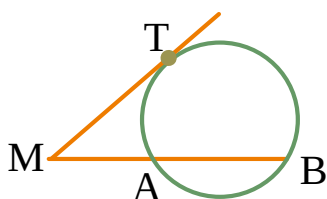
اگر دو وتر درون دایره یا امتداد دو وتر در بیرون دایره، متقاطع باشند، آنگاه حاصل ضرب دو قطعه یک وتر با حاصل ضرب دو قطعه وتر دیگر برابر است.



$$MA \times MA' = MB \times MB'$$

◀ قاطع و مماس:

اگر از یک نقطه خارج دایره‌ای، مماس و قاطعی بر دایره رسم شود، آنگاه مربع طول مماس با حاصل ضرب دو قطعه قاطع برابر است.



$$MT^2 = MA \times MB$$

◀ حالت‌های دو دایره نسبت به هم:

دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ را با فرض $OO' = d$ در نظر می‌گیریم. حالت‌های مختلفی که این دو دایره می‌توانند نسبت به هم داشته باشند، به صورت زیر است:

	$d > R + R'$	دو دایره بیرون هم (متخارج)
	$d = R + R'$	دو دایره مماس بیرون
	$ R - R' < d < R + R'$	دو دایره متقاطع
	$d = R - R' $	دو دایره مماس درون
	$d < R - R' $	دو دایره متداخل
	$d = 0$	دو دایره هم‌مرکز



◀ مماس مشترک دو دایره:

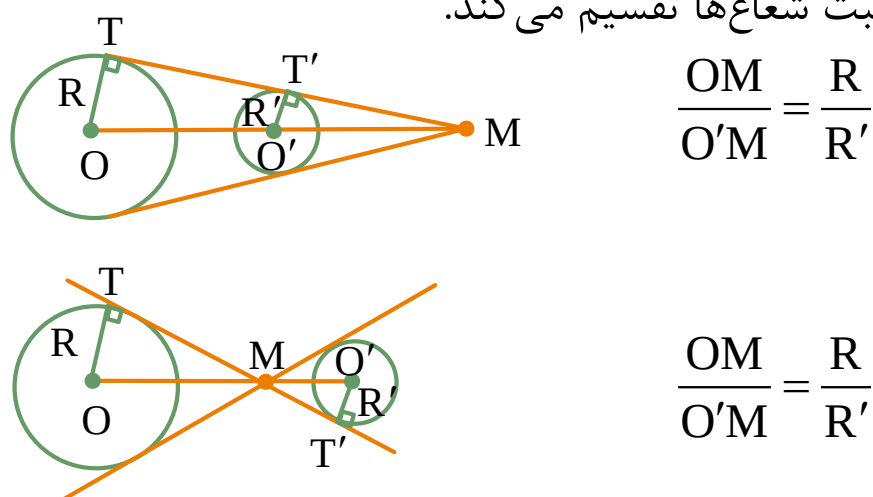
وضعیت	متخارج	مماس خارج
شکل		
تعداد مماس مشترک‌های داخلی	۲	۱
تعداد مماس مشترک‌های خارجی	۲	۲

وضعیت	مقاطع	مماس داخل	متداخل
شکل			
تعداد مماس مشترک‌های داخلی	۰	۰	۰
تعداد مماس مشترک‌های خارجی	۲	۱	۰

مماس مشترک داخلی	مماس مشترک خارجی
$L' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$	$L = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$

◀ هم‌رسی مماس مشترک‌های دو دایره و خط‌المركزین:

اگر شعاع‌های دو دایره نابرابر باشند، آنگاه مماس مشترک‌های خارجی و خط‌المركزین دو دایره هم‌رس‌اند. همچنین مماس مشترک‌های داخلی و خط‌المركزین دو دایره هم‌رس‌اند. نقطه هم‌رسی مماس مشترک‌های خارجی یا داخلی و خط‌المركزین، خط‌المركزین دو دایره را به نسبت شعاع‌ها تقسیم می‌کند.

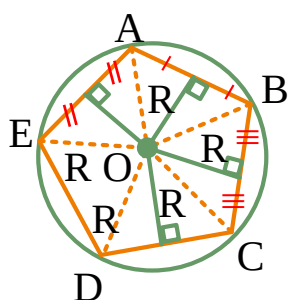


◀ چندضلعی محاطی:

چندضلعی را محاطی می‌گوییم اگر و فقط اگر دایره‌ای باشد که از همه رئوس آن بگذرد، در این صورت دایره را دایره محیطی آن چندضلعی می‌نامیم.



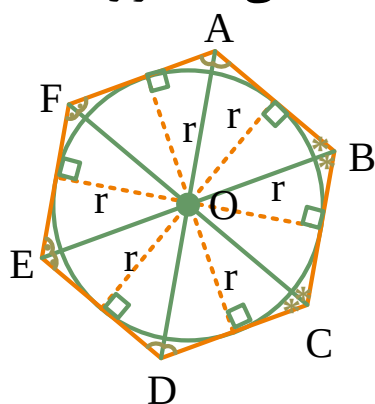
نتیجه: یک چندضلعی محاطی است، اگر و تنها اگر عمودمنصف‌های همه ضلع‌های آن در یک نقطه، هم‌رس باشند.



◀ چندضلعی محیطی:

چندضلعی را محیطی می‌گوییم اگر و فقط اگر دایره‌ای باشد که بر همه اضلاع آن مماس باشد، در این صورت دایره را دایره محاطی آن چندضلعی می‌نامیم.

نتیجه: یک چندضلعی محیطی است، اگر و تنها اگر نیمسازهای داخلی همه زاویه‌های آن در یک نقطه هم‌رس باشند.

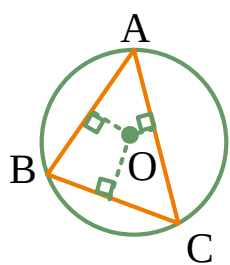


جمع‌بندی سریع

اگر مساحت یک چندضلعی محیطی برابر S ، محیط آن $2P$ و شعاع دایره محاطی آن r باشد،
آنگاه $r = \frac{S}{P}$.

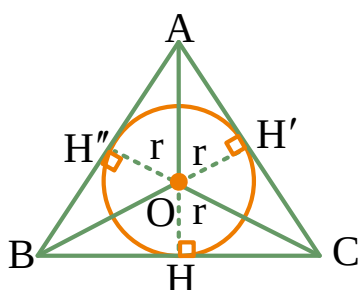
◀ دایره‌های محیطی و محاطی مثلث:

(الف) عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث هم‌رس‌اند و نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها تنها نقطه‌ای است که از سه رأس یک مثلث به یک فاصله است، پس اگر دایره‌ای به مرکز نقطه تلاقی سه عمودمنصف به شعاع فاصله این نقطه تا یک رأس رسم کنیم، این دایره از هر سه رأس مثلث می‌گذرد، یعنی دایره محیطی مثلث است.



(ب) نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث هم‌رس‌اند و نقطه هم‌رسی نیمسازها از هر سه ضلع مثلث به یک فاصله است. مرکز دایره محاطی داخلی مثلث، نقطه هم‌رسی سه نیمساز است و شعاع دایره که با r نمایش داده می‌شود، فاصله این نقطه از هر یک از سه ضلع مثلث است. اگر S مساحت و P نصف محیط مثلث باشد، شعاع دایره محاطی

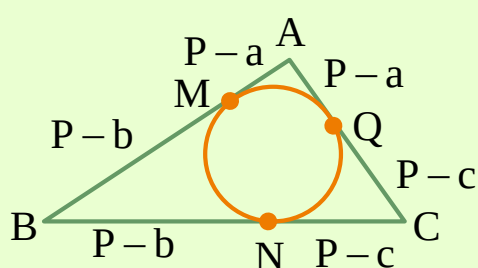
داخلی مثلث از رابطه $r = \frac{S}{P}$ محاسبه می‌شود.





نکته طلایی

طول قطعاتی که دایره محاطی روی اضلاع مثلث می‌سازد، از روابط زیر به دست می‌آیند:



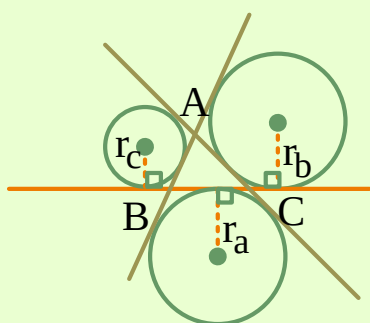
$$AM = AQ = P - a$$

$$BM = BN = P - b$$

$$CN = CQ = P - c$$

نکته طلایی

هر مثلث مطابق شکل، سه دایره محاطی خارجی دارد، اگر P نصف محیط مثلث باشد، شعاع این دایره‌ها به صورت‌های زیر به دست می‌آید:



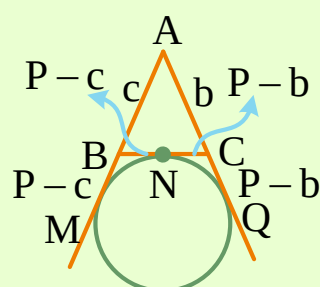
$$r_a = \frac{S}{P - a}$$

$$r_b = \frac{S}{P - b}$$

$$r_c = \frac{S}{P - c}$$

نکته طلایی

در مثلث ABC ، طول قطعاتی که دایره محاطی خارجی نظیر ضلع BC روی این ضلع و امتداد دو ضلع دیگر می‌سازد، از روابط زیر به دست می‌آیند:



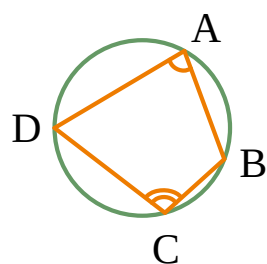
$$BM = BN = P - c$$

$$CQ = CN = P - b$$

$$AM = AQ = P$$

چهارضلعی محاطی:

یک چهارضلعی محاطی است اگر و فقط اگر هر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند.



$$\hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \Leftrightarrow \text{چهارضلعی } ABCD \text{ محاطی است.}$$

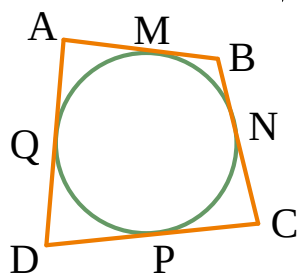
جمع‌بندی سریع

بین چهارضلعی‌های معروف، مربع، مستطیل و دوزنقه متساوی‌الساقین همواره محاطی‌اند.



◀ چهارضلعی محیطی:

یک چهارضلعی محیطی است اگر و فقط اگر مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل برابر با مجموع اندازه‌های دو ضلع دیگر باشد، بنابراین، در شکل روبه‌رو داریم:



$AB + DC = AD + BC \Leftrightarrow$ چهارضلعی ABCD محیطی است.

جمع‌بندی سریع



بین چهارضلعی‌های معروف، مربع، لوزی و کایت همواره محیطی‌اند.

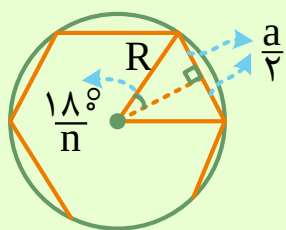
◀ چندضلعی‌های منتظم:

یک چندضلعی محدب را منتظم می‌نامند، هرگاه تمام ضلع‌های آن هم‌اندازه و تمام زاویه‌های آن نیز هم‌اندازه باشند. به‌عنوان مثال مثلث متساوی‌الاضلاع سه ضلعی منتظم و مربع چهارضلعی منتظم است.

نکته طلایی



اگر n ضلعی منتظمی به ضلع a و مساحت S درون دایره به شعاع R محاط شده باشد، آنگاه:



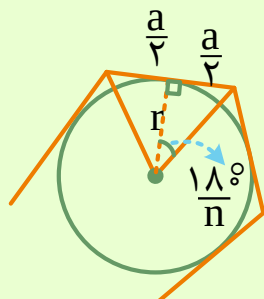
$$a = 2R \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

$$S = n\left(\frac{1}{2} \times R \times R \times \sin \frac{360^\circ}{n}\right)$$

نکته طلایی



اگر n ضلعی منتظمی به ضلع a و مساحت S بر دایره‌ای به شعاع r محیط شده باشد، آنگاه:



$$a = 2r \cdot \tan\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

$$S = n\left(\frac{r \cdot a}{2}\right)$$



فصل دوم: تبدیل‌های هندسی و کاربردها

◀ تبدیل و ویژگی‌های آن‌ها:

تبدیل‌ها می‌توانند موقعیت (جایگاه شکل در صفحه) یا اندازه شکل را تغییر دهند.

به تبدیل‌های بازتاب، دوران و تجانس تبدیل‌های هندسی می‌گوییم.

تبدیل: تبدیل T در صفحه P ، تابعی است که به هر نقطه A از صفحه P ، دقیقاً یک نقطه مانند A' را از صفحه P نظیر می‌کند و برعکس.

هر نقطه A' از صفحه P ، تصویر دقیقاً یک نقطه A از صفحه P است.

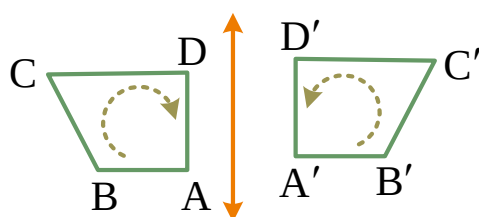
طولپایی (ایزومتري): تبدیل‌هایی که طول پاره‌خط را حفظ می‌کنند، تبدیلات طولپا (ایزومتري) می‌نامند. به عبارتی اگر داشته باشیم $T(A) = A'$ و $T(B) = B'$ ، آنگاه داریم: $AB = A'B'$

نقطه ثابت تبدیل: در هر تبدیل، نقطه‌ای را که تبدیل یافته آن بر خود آن نقطه منطبق می‌شود، نقطه ثابت تبدیل می‌نامند.

تبدیل همانی: تبدیل T را تبدیل همانی گوئیم، هرگاه به ازای هر نقطه A از صفحه P داشته باشیم: $T(A) = A$

◀ ویژگی‌های بازتاب نسبت به خط:

ویژگی‌های بازتاب نسبت به خط



($ABCD$ ساعتگرد و $A'B'C'D'$ پادساعتگرد)

۱- بازتاب نسبت به خط، ایزومتري است، یعنی پاره‌خط و تبدیل یافته‌اش، هم‌اندازه‌اند.

۲- بازتاب شیب‌پا نیست یعنی شیب خط را لزوماً حفظ نمی‌کند، بازتاب تنها در صورتی شیب خط را حفظ می‌کند که خط موازی با محور بازتاب یا عمود بر آن باشد.

۳- بازتاب نسبت به خط، جهت‌پا نیست.

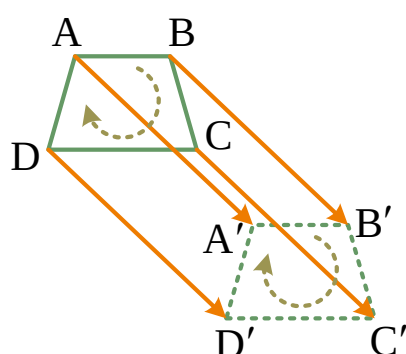
۴- در بازتاب محوری، اندازه زاویه‌ها ثابت می‌ماند.

۵- در بازتاب نسبت به یک خط، شکل و تصویرش با هم همنهشت هستند.

۶- اگر نقطه A' تصویر نقطه A تحت بازتاب نسبت به خط d باشد، نقطه A نیز تصویر نقطه A' تحت بازتاب نسبت به خط d محسوب می‌شود، یعنی اگر S یک تبدیل بازتاب باشد و داشته باشیم $S(A) = A'$ ، آنگاه $S(A') = A$ خواهد بود.

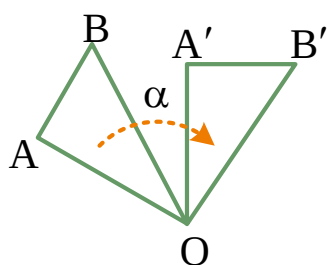


ویژگی‌های انتقال



- ۱- انتقال، طول پا (ایزومتری) است.
- ۲- انتقال، شیب پا است.
- ۳- انتقال، جهت پا است.
- ۴- در انتقال، اندازه زاویه ثابت می‌ماند.
- ۵- یک شکل و انتقال یافته‌اش همواره همنهشت هستند.

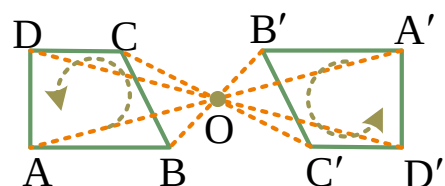
ویژگی‌های دوران



- ۱- دوران ایزومتری است، یعنی طول پاره‌خط را ثابت نگه می‌دارد.
- ۲- دوران شیب پا نیست، یعنی شیب خط را الزاماً حفظ نمی‌کند مگر آن که α مضرب صحیحی از 180° باشد.
- ۳- در دوران، شکل و تصویرش همنهشت و هم‌جهت هستند و اندازه زاویه‌ها نیز حفظ می‌شود.

۴- مرکز دوران روی عمودمنصف پاره‌خطی قرار دارد که نقطه و تصویرش را به هم وصل می‌کند.

ویژگی‌های تجانس



- ۱- تجانس ایزومتری (طول پا) نیست به جز حالتی که $k = \pm 1$ باشد.
- ۲- تجانس شیب پا و جهت پا است و اندازه زاویه را ثابت نگه می‌دارد.

۳- شکل و مجانس آن با هم متشابه‌اند و نسبت تشابه در دو شکل برابر $|k|$ است.

۴- نسبت مساحت‌های شکل و مجانس آن برابر k^2 است.

۵- در تجانس، خط‌هایی که هر نقطه را به مجانس آن وصل می‌کنند، در مرکز تجانس هم‌رسند (همگی از مرکز تجانس می‌گذرند).

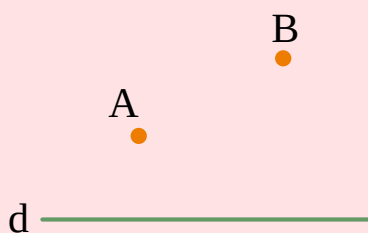
جمع‌بندی سریع

- ۱- در حالتی که $k > 0$ باشد، تجانس مستقیم و در حالتی که $k < 0$ باشد، تجانس معکوس است.
- ۲- در حالتی که $|k| > 1$ باشد، تجانس انبساط و در حالتی که $|k| < 1$ باشد، تجانس انقباض است.
- ۳- ترکیب دو تبدیل بازتاب نسبت به دو خط متقاطع d_1 و d_2 معادل با تبدیل دوران به مرکز محل برخورد دو خط با زاویه دوران دو برابر زاویه بین خطوط است.
- ۴- ترکیب دو تبدیل بازتاب نسبت به دو خط موازی d_1 و d_2 ، معادل با تبدیل انتقال به اندازه دو برابر فاصله عمود بر راستای این دو خط است.



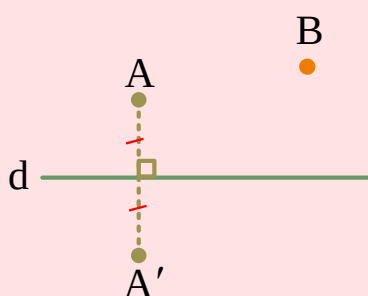
مسائل پيدا كردن کوتاه‌ترین مسیر:

مثال

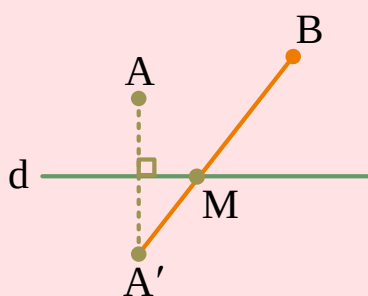


در شکل مقابل، نقطه M را روی خط d طوری پیدا کنید که طول $AM + MB$ کمترین مقدار ممکن را داشته باشد. (مسئله هرون)

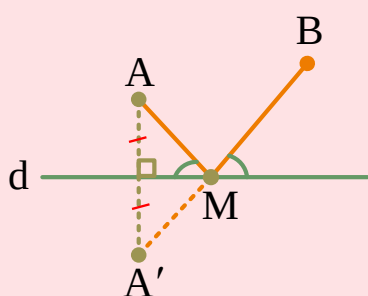
پاسخ:



مرحله ۱: بازتاب یکی از نقطه‌ها را نسبت به خط d می‌یابیم. (نقطه A' بازتاب نقطه A نسبت به خط d است.)

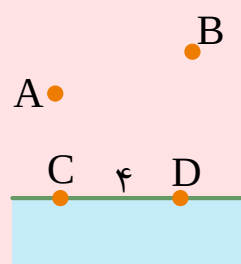


مرحله ۲: از نقطه A' به نقطه B وصل می‌کنیم تا خط d را در نقطه M قطع کند.



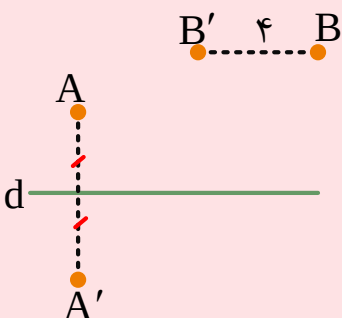
مرحله ۳: مسیر AMB کوتاه‌ترین مسیر ممکن است.

مثال

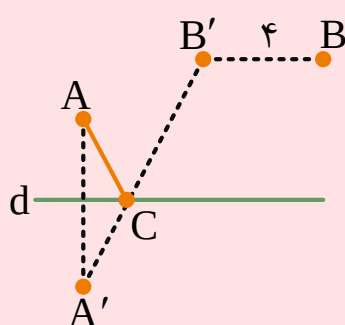


دو شهر A و B مطابق شکل در یک طرف رودخانه‌ای واقع‌اند. می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم به طوری که ۴ کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه ساخته شود. این ۴ کیلومتر را در چه قسمتی از رودخانه بسازیم تا مسیر $ACDB$ کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد؟

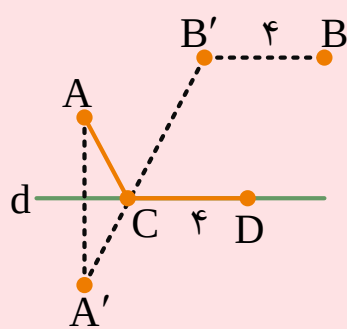
پاسخ:



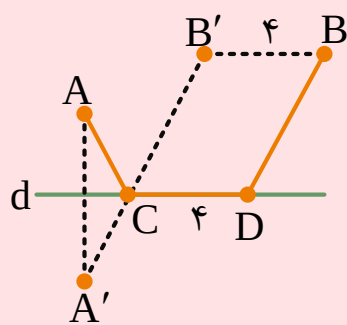
مرحله ۱: بازتاب نقطه A نسبت به رودخانه را A' می‌نامیم. از نقطه B به اندازه ۴ کیلومتر، موازی با رودخانه، به طرف A حرکت می‌کنیم تا به نقطه B' برسیم. (انتقال)



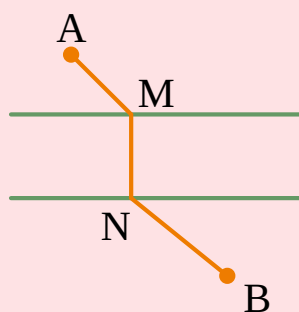
مرحله ۲: از نقطه A' به نقطه B' وصل می‌کنیم تا ساحل بالایی رودخانه را در نقطه C قطع کند.



مرحله ۳: از نقطه C به اندازه ۴ کیلومتر در ساحل رودخانه و به سمت B، حرکت می‌کنیم، تا نقطه D به دست آید.



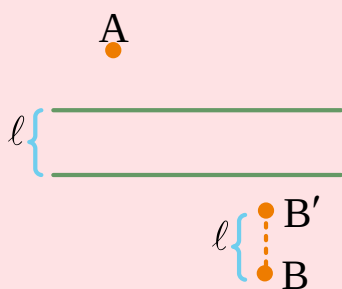
مرحله ۴: مسیر موردنظر، همان مسیر ACDB است.



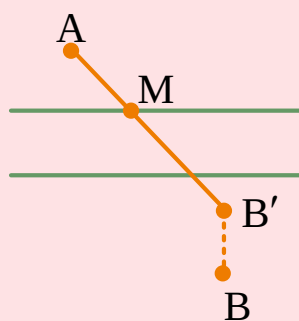
دو شهر A و B دو طرف رودخانه‌ای قرار دارند. چگونه می‌توان جاده‌ای از A به B ساخت، به‌طوری‌که پل MN بر راستای رودخانه عمود گردد و مسیر AMNB کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد؟

پاسخ:

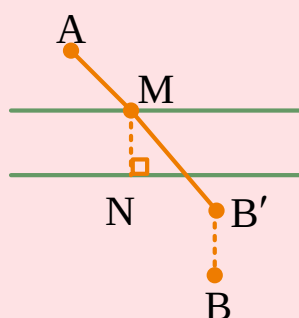
مرحله ۱: نقطه B را به اندازه عرض رودخانه، در راستای عمود بر رودخانه، انتقال می‌دهیم تا نقطه B' به دست آید.



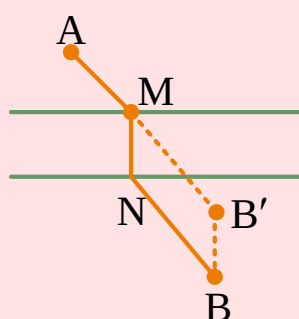
مرحله ۲: از نقطه B' به نقطه A وصل می‌کنیم تا کناره بالایی رودخانه را در نقطه M قطع کند.



مرحله ۳: از نقطه M عمودی بر کناره دیگر رودخانه رسم می‌کنیم تا نقطه N مشخص شود.



مرحله ۴: مسیر AMNB، مسیر موردنظر است.



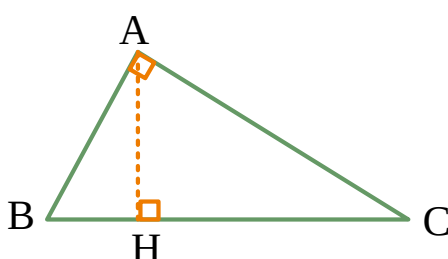


فصل سوم: روابط طولی در مثلث

◀ روابط طولی در مثلث قائم الزاویه:

$$AH^2 = BH \times HC$$

$$AH \times BC = AB \times AC$$



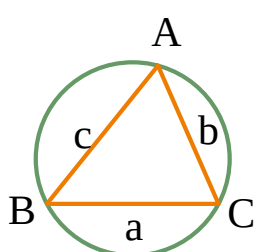
$$AB^2 = BC \times BH$$

$$AC^2 = BC \times CH$$

◀ قضیه سینوس‌ها:

در هر مثلث دلخواه، نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه روبه‌روی آن برابر است با قطر دایره محیطی مثلث.

به عبارت دیگر در مثلث ABC، همواره:



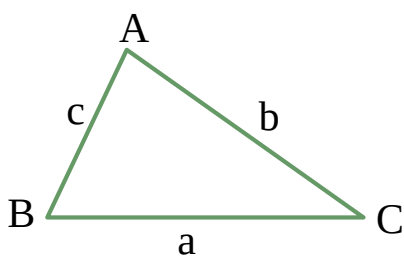
$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$$\Rightarrow a = 2R \sin \hat{A} \quad , \quad b = 2R \sin \hat{B} \quad , \quad c = 2R \sin \hat{C}$$

(R شعاع دایره محیطی مثلث است.)

◀ قضیه کسینوس‌ها:

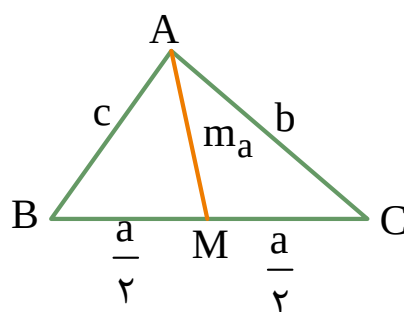
در هر مثلث، مربع اندازه هر ضلع برابر است با مجموع مربع‌های اندازه‌های دو ضلع دیگر، منهای دو برابر حاصل ضرب اندازه آن دو ضلع در کسینوس زاویه بین آن‌ها.



$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2b.c.\cos \hat{A} \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2a.c.\cos \hat{B} \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2a.b.\cos \hat{C} \end{cases}$$

◀ قضیه میانه‌ها:

در هر مثلث، مجموع مربعات هر دو ضلع برابر است با دو برابر مربع میانه نظیر ضلع سوم به علاوه نصف مربع ضلع سوم. به عنوان مثال در مثلث ABC داریم:

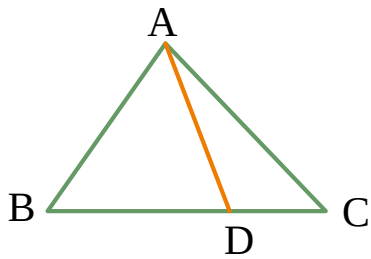


$$\begin{cases} b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \\ a^2 + c^2 = 2m_b^2 + \frac{b^2}{2} \\ a^2 + b^2 = 2m_c^2 + \frac{c^2}{2} \end{cases}$$



◀ قضیه استوارت:

در مثلث ABC، اگر نقطه دلخواه D روی ضلع BC قرار داشته باشد، آنگاه داریم:

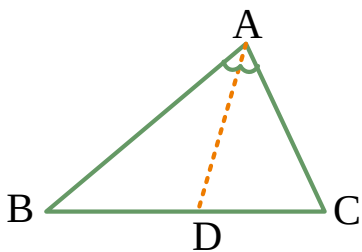


$$AB^2 \times CD + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times CD \times BC$$

$$= BC(AD^2 + BD \times CD)$$

◀ قضیه نیمسازهای زوایای داخلی:

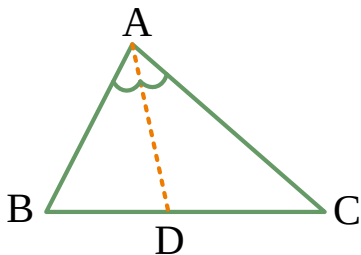
در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبه‌رو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های دو ضلع دیگر مثلث تقسیم می‌کند.



$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

◀ محاسبه طول نیمسازهای زاویه‌های داخلی مثلث:

در هر مثلث، مربع اندازه هر نیمساز داخلی برابر است با حاصل ضرب اندازه‌های دو ضلع آن زاویه منهای حاصل ضرب اندازه دو قطعه‌ای که نیمساز روی ضلع مقابل ایجاد می‌کند.



$$AD^2 = AB \cdot AC - DB \cdot DC$$

◀ محاسبه طول نیمساز یک زاویه برحسب اندازه اضلاع آن زاویه:

اگر d_a ، d_b و d_c به ترتیب طول نیمسازهای نظیر زوایای A، B و C باشند، آنگاه داریم:

$$d_a = \frac{2bc \cos \frac{\hat{A}}{2}}{b+c}, \quad d_b = \frac{2ac \cos \frac{\hat{B}}{2}}{a+c}, \quad d_c = \frac{2ab \cos \frac{\hat{C}}{2}}{a+b}$$

قضیه هرون:

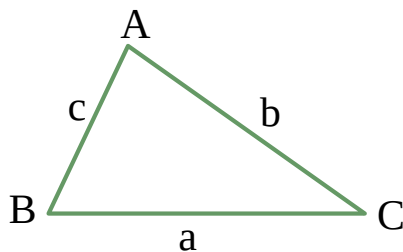
اگر a، b و c طول اضلاع مثلث و $P = \frac{a+b+c}{2}$ نصف محیط مثلث باشد، مساحت مثلث از رابطه زیر که رابطه هرون نامیده می‌شود، به دست می‌آید:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$



◀ مساحت مثلث به کمک نسبت‌های مثلثاتی:

مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب اندازه‌های دو ضلع در سینوس زاویه بین آن دو ضلع:



$$S = \frac{1}{2} b \cdot c \sin \hat{A} = \frac{1}{2} a \cdot c \sin \hat{B} = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \hat{C}$$

برنامه آزمون های تابستون کنکوری های ۱۴۰۶ منتشر شد!

ماز تکلیف تابستونت رو مشخص کرده!

آزمون های **زوج درس** (انتخاب بین

دهم یا یازدهم)

پیش خوانی **اختیاری** دوازدهم

شرکت در آزمون: به صورت **حضوری**

یا **آنلاین**? انتخاب با خودته!



از دهم شروع کنم یا یازدهم؟
دوازدهم رو از تابستون بخونم یا نه؟

آزمون های ماز حضوری شد!

۶ مرحله آزمون استاندارد:

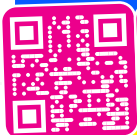
هر دو هفته یک بار تا ۱۰ مهر



اگه می خوای تابستون رو
جدی و با برنامه شروع کنی،
این برنامه برای توئه.

شروع از

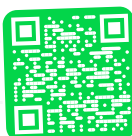
۱۶ مرداد



اسکن کن!

راهنمای شرکت در آزمون حضوری و انتخاب حوزه

✎ برای دریافت کلیک کن!



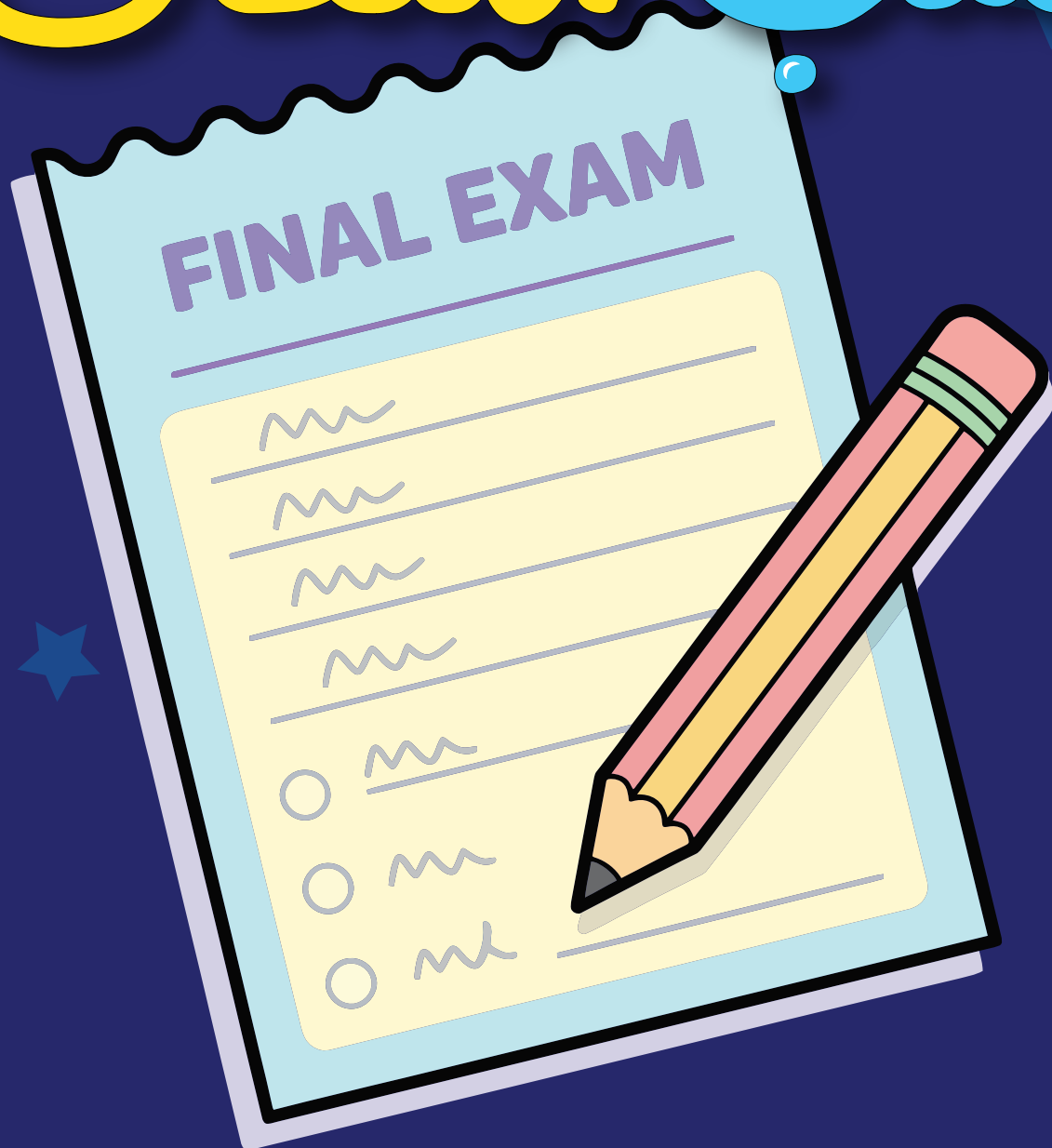
اسکن کن!

دانلود برنامه آزمون های تابستان ماز

✎ برای دریافت کلیک کن!



تشریحی نویسی شب امتحان



هندسه یازدهم ریاضی



تشریحی نویسی

نکات مهم امتحانات تشریحی درس هندسه یازدهم

درس هندسه برای بسیاری از دانش‌آموزان، درسی چالشی و گاهی دلهره‌آور به نظر می‌رسد؛ اما حقیقت این است که هندسه، برخلاف تصور رایج، درسی قابل‌پیش‌بینی، قانون‌مند و قابل‌اعتماد است.

اگر مسیر مطالعه آن را درست انتخاب کنید، می‌تواند یکی از نمره‌سازترین و مطمئن‌ترین درس‌های امتحان نهایی و کنکور باشد.

دانش‌آموزانی که یاد می‌گیرند ریاضی را گام‌به‌گام و با منطق درست بخوانند، معمولاً نه تنها در امتحان نهایی به نمره ۲۰ می‌رسند، بلکه در کنکور نیز به راحتی از صدها داوطلب جلو می‌افتند؛ چراکه اکثر دانش‌آموزان این درس را با ترس و عجله مطالعه می‌کنند، نه با برنامه و فهم اصولی.

هدف از راهنمای تشریحی نویسی، ارائه یک مسیر روشن، عملی و استاندارد برای رسیدن به نمره کامل در امتحان نهایی است.

بخش اول: سبک و ساختار امتحان

اولین قدم برای گرفتن نمره کامل، آشنایی دقیق با ساختار آزمون است.

امتحان نهایی معمولاً در یک برگه پشت و رو برگزار می‌شود و شامل ۱۶ الی ۱۷ سؤال به ترتیب شامل موارد زیر است:

سوالات درست - نادرست

درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.
الف) دوران همواره شیب خط را حفظ می‌کند.

سوالات کامل کردنی (جای خالی)

در هر قسمت، پاسخ مناسب را بنویسید.
الف) تبدیل T را تبدیل گوئیم هرگاه به ازای هر نقطه A از صفحه P داشته باشیم: $T(A) = A$.

سوالات تشریحی

یک مربع را در تجانسی با نسبت تجانس $\frac{3}{4}$ و به مرکز محل تلاقی قطرهای تصویر کرده‌ایم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش ۱۴ باشد، محیط مربع اولیه را محاسبه کنید.

میانگین زمان پاسخ‌گویی برای هر سؤال حدود ۵ تا ۶ دقیقه است، بنابراین شناخت الگوی سؤال‌ها کمک می‌کند بتوانی مدیریت زمان را دقیق‌تر انجام دهی.

بارم‌بندی هندسه (۲)، پایه یازدهم سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵

فصل	نوبت دوم خرداد، شهریور و دی‌ماه
فصل ۱	۸
فصل ۲	۶
فصل ۳	۶





بخش دوم: آموزش پاسخ‌نویسی درست و اصولی در امتحان نهایی

در امتحان نهایی، فقط دانستن و حل سوال کافی نیست؛ بلکه نحوه نوشتن پاسخ‌ها، نظم ذهنی، و دقت در انتقال دانسته‌ها به پاسخبرگ امتحانی به همان اندازه اهمیت دارد.

گاهی دانش‌آموز مفهوم سوال را درک می‌کند و پاسخ صحیح را نیز می‌داند ولی به دلیل خط ناخوانا، حذف مراحل حل یا ننوشتن فرمول‌ها، بخشی از نمره را از دست می‌دهد.

در این بخش، اصول طلایی پاسخ‌نویسی را مرور می‌کنیم تا برگه امتحانت مثل پاسخبرگ یک دانش‌آموز حرفه‌ای بدرخشد.

۱-۲ صورت سؤال را دقیق بخوان.

همیشه قبل از نوشتن، یک‌بار با دقت صورت سؤال را بخوان. در ریاضی، هر کلمه در سؤال معنا دارد؛ گاهی یک واژه کوچک مثل «حداقل»، «بیشترین»، یا «در نقطه خاص» مسیر حل را تغییر می‌دهد. برای سؤالات چندبخشی، دور شماره هر قسمت خط بکش و مطمئن شو هیچ بخش را جا نمی‌اندازی. خواندن دقیق صورت سوال، اولین قدم برای درست نوشتن است.

۲-۲ از روش‌های تستی در پاسخ تشریحی استفاده نکن.

یکی از اشتباهات رایج این است که دانش‌آموز سعی می‌کند سؤال تشریحی را با روش تستی حل کند. در امتحان نهایی، مصحح به دنبال دیدن مراحل و منطق توست، نه فقط جواب نهایی. روش‌های تستی معمولاً کوتاه و بدون توضیح‌اند و در تصحیح تشریحی نمره‌ای به این روش‌ها تعلق نمی‌گیرد.

۳-۲ در سؤالاتی که نیاز به نوشتن فرمول یا رابطه خاصی دارند، حتماً آنها را در پاسخبرگ بنویس.

در بسیاری از سؤالات، بخشی از نمره مخصوص نوشتن فرمول یا رابطه خاصی است. در تصحیح رسمی، به این مرحله گاهی تا نیم نمره تعلق می‌گیرد.

۴-۲ از بدخطی و ریزنویسی پرهیز کن.

مرتب‌نویسی یعنی احترام به تلاش خودت. ریزنویسی یا اعداد فشرده باعث می‌شود مصحح نتواند مراحل را به درستی دنبال کند.

۵-۲ پاسخ را ابتدا در برگه چرک‌نویس حل کن.

نوشتن مستقیم روی برگه اصلی خطرناک است، چون ممکن است در پایان متوجه اشتباه شوی که باعث کثیفی و خط خوردگی بیش از حد پاسخبرگ می‌شود. بنابراین بهترین راهکار این است که ابتدا پاسخ احتمالی را در چرک‌نویس بنویسی و وقتی مطمئن شدی مسیر حل درست است، پاسخ را با خط خوش در پاسخبرگ بنویس. در انتهای حل هر سوال، پاسخ نهایی را در یک کادر قرار بده یا با خودکار پررنگ‌تر مشخص کن تا بهتر دیده شود.

۶-۲ مدیریت زمان را جدی بگیر.

سؤال‌ها را یک‌بار سریع مرور کن و تشخیص بده کدام راحت‌تر است. از سؤال‌های ساده‌تر شروع کن تا اعتمادبه‌نفس پیدا کنی و کنار سؤال‌های دشوار علامت‌گذاری کن و بعد از اینکه همه سؤال‌های ساده را حل کردی به آنها برگرد.



توجه داشته باشید که در ریاضی، اگر ۱۵ دقیقه را روی یک سؤال سخت وقت بگذاری، ممکن است دو سؤال ساده‌تر را از دست بدهی.

یاد بگیر زمان را بین سوالات تقسیم کنی، نه اینکه با اضطراب دنبال سؤال‌ها بدوی.

۷-۲ خوش‌خط و استاندارد بنویس.

لزومی ندارد خط زیبا باشد، فقط باید خوانا و منظم باشد. به عنوان مثال اعداد منفی را واضح بنویس، توان‌ها را بالاتر قرار بده، و از نمادهای درست استفاده کن.

بخش سوم: جمع‌بندی اشتباهات رایج که باید از آن‌ها پرهیز کنیم.

۱. مراحل حل را به صورت کامل بنویسید و هیچ مرحله‌ای را جا نیندازید (جامپ نکنید) چرا که در اکثر مواقع، به مسیر حل نمره تعلق می‌گیرد و نه جواب نهایی!
۲. اگر سوالی نیاز به نوشتن فرمول دارد، حتماً فرمول را در پاسخنامه وارد کنید.
۳. سعی کنید که با تمرین زیاد، اشتباهات محاسباتی خود را کاهش دهید. جابه‌جایی یک علامت منفی با مثبت، کل مسیر حل و حتی جواب نهایی را تغییر می‌دهد.
۴. اگر سوالی نیاز به رسم شکل، جدول و یا نمودار داشته باشد، حتماً آن را با دقت و وسواس کامل در پاسخبرگ وارد کنید.
۵. جواب نهایی را داخل کادر قرار دهید و یا زیر آن خط بکشید.

در نهایت یادتان باشد که در امتحانات تشریحی (برخلاف آزمون تستی)، فقط پاسخ درست ملاک نیست بلکه به مسیر حل و نحوه رسیدن به جواب، نمره تعلق می‌گیرد. امتحان تشریحی یعنی شما باید استدلال، فرمول، مراحل حل و نتیجه‌گیری را به روشنی بنویسید.

با آرزوی موفقیت

گروه ریاضی ماز



امتحانات نهایی آموزش و پرورش

فرورداد ماه ۱۴۰۳

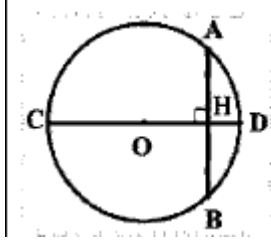
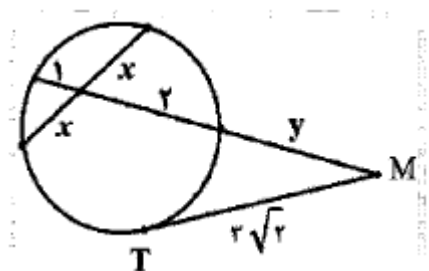
فرورداد ماه ۱۴۰۴



خرداد ماه ۱۴۰۳



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۶
تعداد صفحه: ۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران		نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
ردیف	سوالات (پاسخ برگ دارد)			
نمره				
۱	سوالات فصل ۱ الف) هر چندضلعی منتظم، هم محاطی و هم محیطی است. (درست - نادرست) ب) طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس برون به شعاع‌های R و R' برابر $2\sqrt{R+R'}$ است. (درست - نادرست) پ) اندازه هر زاویه ظلی برابر است با اندازه کمان روبه‌رو آن زاویه. ت) اگر شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی یک مثلث و شعاع دایره محاطی داخلی آن برابر ۴ باشد، حاصل $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$ برابر است.			
۲	ثابت کنید هرگاه خط‌های شامل دو وتر دلخواه AB و CD در نقطه‌ای مانند M (بیرون دایره) یکدیگر را قطع کنند، آن‌گاه: $MA \cdot MB = MC \cdot MD$			
۳	ثابت کنید اگر یک چهارضلعی محاطی باشد، آن‌گاه دو زاویه مقابل آن مکمل هستند.			
۴	در شکل مقابل وتر AB بر قطر CD عمود است. ثابت کنید قطر CD وتر AB و کمان AB را نصف می‌کند. 			
۵	در مثلث قائم‌الزاویه‌ای با اضلاع زاویه قائمه ۳ و ۴، شعاع دایره محاطی داخلی را محاسبه کنید.			
۶	در شکل زیر MT به طول $3\sqrt{2}$ مماس بر دایره است. مقادیر عددی x و y را به دست آورید. 			

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم		رشته: ریاضی و فیزیک		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۶	
تعداد صفحه: ۳		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران		نام و نام خانوادگی:	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی							
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش							
۱۴۰۳ (داخل و خارج از کشور) - خرداد							
ردیف		سوالات (پاسخ برگ دارد)					
نمره							

سوالات فصل ۲

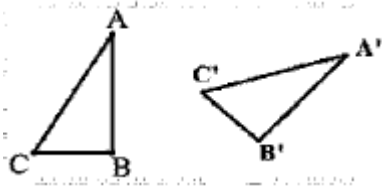
برای هر کدام از عبارات گروه A، تبدیل مناسب را از گروه B انتخاب کنید. (یک مورد از گروه B اضافی است.)

۰.۷۵	گروه B	گروه A	۷
	دوران	الف) تبدیلی که جهت شکل را حفظ نمی‌کند.	
	همانی	ب) تبدیلی که نتیجهٔ دو بازتاب متوالی با محورهای متقاطع است.	
	بازتاب	پ) تبدیلی که هر نقطهٔ صفحه را به خود آن نقطه نظیر می‌کند.	
	انتقال		

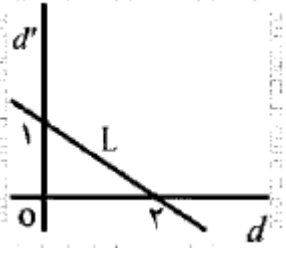
با توجه به شکل زیر نشان دهید در تبدیل انتقال، اندازه هر پاره‌خط و اندازه تصویر آن باهم برابرند.
($|\vec{V}|AB$ و اندازه $\vec{V}$ از اندازه پاره‌خط AB کوچک‌تر است.)

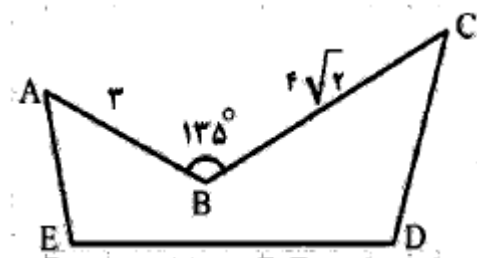
۱		۸
---	--	---

نقاط A' ، B' و C' به ترتیب دوران یافته نقاط A، B و C هستند. روش یافتن مرکز دوران را شرح دهید.

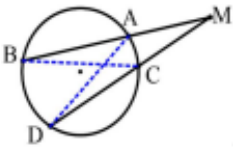
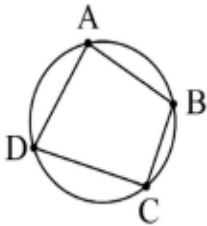
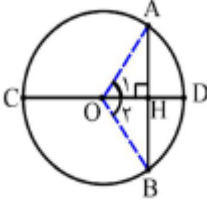
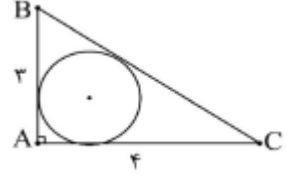
۰.۵		۹
-----	---	---

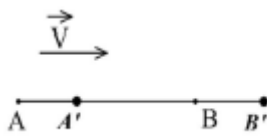
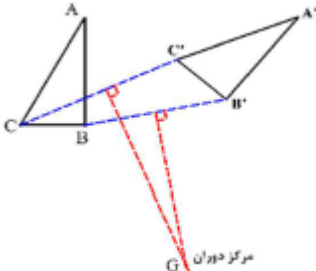
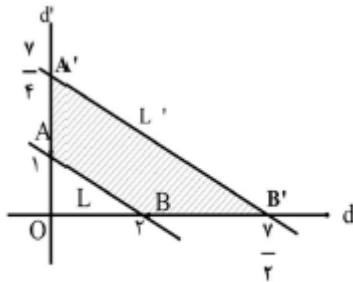
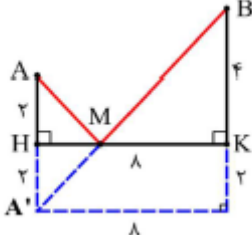
در شکل روبه‌رو اگر خط L را در تنجانش به مرکز O و نسبت تنجانش $\frac{7}{4}$ تصویر کنیم و آن را L' و خطوط d و d' چقدر است؟

۱.۵		۱۰
-----	---	----

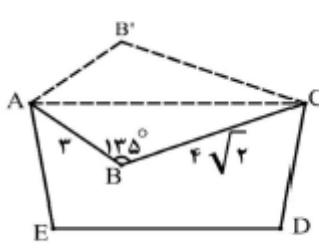
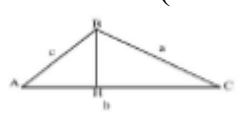
سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۶
تعداد صفحه: ۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
ردیف	سوالات (پاسخ‌برگ دارد)			نمره
۱۱	با توجه به شکل، نقطه M روی پاره خط $HK=8$ را به گونه‌ای بیابید که: الف) مسیر AMB کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد. ب) کم‌ترین مقدار عددی $AM+MB$ را محاسبه کنید.			۱.۲۵
۱۲	در شکل زیر، می‌خواهیم بدون آن که محیط تغییر کند، مساحت را افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت را حساب کنید. 			۱
۱۳	سوالات فصل ۳ در مثلث ABC، $BC=10\text{cm}$، $A=30^\circ$، مقدار شعاع دایره محیطی کدام است؟ الف) ۱۰ ب) ۱۵ پ) ۲۰ ت) ۲۵			۰.۵
۱۴	در مثلث ABC که $(A < 90^\circ)$، ثابت کنید. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$			۱.۵
۱۵	مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a را به کمک دستور هرون بیابید.			۱
۱۶	در مثلث ABC، $AB=7$، $AC=4$ و $BC=10$ است. طول نیمساز داخلی زاویه C را محاسبه کنید.			۱.۵
۱۷	در مثلث ABC که $AB=4$، $AC=6$ و $BC=8$، نقطه M وسط ضلع BC است. محیط مثلث AMC را به دست آورید.			۱.۵

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۶
تعداد صفحه: ۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
(داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۳			

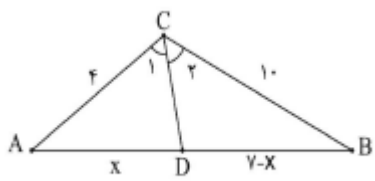
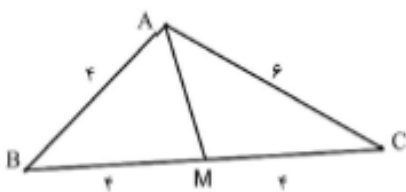
ردیف	راهنمای تصحیح (صفحه ۱ از ۴)	نمره
۱	الف) درست ۰/۲۵ (ص ۲۹) ب) نادرست ۰/۲۵ (ص ۲۲) پ) نصف ۰/۲۵ (ص ۱۵) ت) $\frac{1}{4}$ ۰/۲۵ (ص ۲۹)	۱
۲	مثلث های MBC و MAD مشابه هستند. ۰/۲۵  $\begin{cases} B = D = \frac{AC}{2} \cdot \frac{0}{25} \\ M = M \cdot \frac{0}{25} \end{cases} \xrightarrow{pp} \frac{MB}{MD} = \frac{MC}{MA} \rightarrow MA \times MB = MC \times MD \cdot \frac{0}{25}$ (ص ۱۸)	۱/۵
۳	طبق فرض می دانیم نقاط A, B, C و D روی دایره هستند. ۰/۲۵ (اشاره به محاطی بودن چهارضلعی، از طریق شکل نیز قابل قبول است).  $\begin{cases} A = \frac{DCB}{2} \cdot \frac{0}{25} \\ C = \frac{DAB}{2} \cdot \frac{0}{25} \end{cases} \rightarrow A + C = \frac{DCB + DAB}{2} \cdot \frac{0}{25} = \frac{36^\circ}{2} = 18^\circ \cdot \frac{0}{25}$ به طور مشابه $B + D = 18^\circ \cdot \frac{0}{25}$ (ص ۲۷)	۱/۵
۴	 $\begin{cases} OA = OB \cdot \frac{0}{25} \\ OH = OH \cdot \frac{0}{25} \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر ضلع } \frac{0}{25}} \triangle AOH \cong \triangle BOH \rightarrow AH = BH \cdot \frac{0}{25}$ $\rightarrow O_1 = O_2 \cdot \frac{0}{25} \rightarrow AD = BD \cdot \frac{0}{25}$ (ص ۱۳)	۱/۵
۵	 $BC = 5 \cdot \frac{0}{25}$ $3 + 4 + 5 = 2P \rightarrow p = 6 \cdot \frac{0}{25} \rightarrow S = \frac{3 \times 4}{2} = 6 \cdot \frac{0}{25}$ $r = \frac{S}{P} = \frac{6}{6} = 1 \cdot \frac{0}{25}$ (ص ۲۵)	۱/۲۵

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۶		رشته: ریاضی و فیزیک		پایه: یازدهم		راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	
ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران				مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		تعداد صفحه: ۴	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۳					
نمره	راهنمای تصحیح (صفحه ۲ از ۴)						ردیف
۱/۲۵	$x \times x = 2 \times 1 \rightarrow x^2 = 20/25 \rightarrow x = \sqrt{20}/25$ $(3\sqrt{2})^2 = y(y+3)0/25 \rightarrow y^2 + 3y - 18 = 00/25 \rightarrow y = 30/25$ (ص ۱۸)						۶
۰/۷۵	الف) بازتاب ۰/۲۵ (ص ۴۹) ب) دوران ۰/۲۵ (ص ۴۳) پ) همانی ۰/۲۵ (ص ۴۷)						۷
۱	 $\begin{cases} AB = AA' + A'B \cdot 0/25 \\ A'B' = BB' + A'B \cdot 0/25 \end{cases} \xrightarrow{(0/25) \quad AA'=BB'} AB = A'B' \cdot 0/25$ (ص ۳۹)						۸
۰/۵	روش اول: محل هم‌رسی عمود منصف‌های پاره‌خط‌های واصل بین هر نقطه و تصویرش، مرکز دوران است. (۰/۵)						۹
 روش دوم: برای رسم شکل دقیق، نمره کامل منظور شود. (ص ۴۲)							
۱/۵	 $\frac{OA'}{OA} = \frac{v}{4} \rightarrow OA' = \frac{v}{4} \cdot 0/25$ $\frac{OB'}{OB} = \frac{v}{4} \rightarrow OA' = \frac{v}{2} \cdot 0/25$ $S = S_{\triangle OA'B'} - S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \left(\frac{v}{4} \times \frac{v}{2} \right) - \frac{1}{2} (1 \times 2) = \frac{33}{16} \cdot 0/25$ رسم شکل ۰/۲۵ (ص ۴۹)						۱۰
۰/۷۵	الف) بازتاب نقطه A را نسبت به محور HK نقطه A' می‌نامیم.						۱۱
محل تلاقی A'B با HK را M می‌نامیم. مسیر AMB پاسخ مسأله است. (۰/۵)							
۰/۵	 $\underbrace{AM + MB}_{0/25} = \underbrace{A'B}_{0/25} \rightarrow A'B = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ (ص ۵۲)						

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۶
تعداد صفحه: ۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
(داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۳			

ردیف	راهنمای تصحیح (صفحه ۲ از ۴)	نمره
۱۲	 رسم بازتاب ۰/۲۵ $S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4\sqrt{2} \sin 135^\circ = 6\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6$ $S_{ABCB'} = 2S_{ABC} = 12$ (ص ۵۴)	۱
۱۳	گزینه درست: ۱۰ یا الف (۰/۵)	(ص ۶۲) (۰/۵)
۱۴	روش اول: (ص ۶۴) $\cos A = \frac{AH}{c} \rightarrow AH = c \cos A \quad ۰/۲۵$ $\sin A = \frac{BH}{c} \rightarrow BH = c \sin A \quad ۰/۲۵$ $CH = b - AH = b - c \cos A \quad ۰/۲۵$ $\Delta HBC: a^2 = BH^2 + CH^2 = (c \sin A)^2 + (b - c \cos A)^2 \quad ۰/۲۵$ $a^2 = c^2 \sin^2 A + b^2 + c^2 \cos^2 A - 2bc \cos A \quad ۰/۲۵$ $a^2 = b^2 + c^2 (\sin^2 A + \cos^2 A) - 2bc \cos A \rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \quad ۰/۲۵$  روش دوم: $\Delta HBC: a^2 = BH^2 + CH^2 = (c^2 - AH^2) + (b - AH)^2$ $\rightarrow a^2 = c^2 - AH^2 + b^2 + AH^2 - 2bAH \quad ۰/۲۵$ $\rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bAH \xrightarrow{AH=c \cdot \cos A} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \quad ۰/۲۵$ (ص ۶۴)	۱/۵
۱۵	۱ $a + a + a = 2P \rightarrow P = \frac{3}{2}a \quad ۰/۲۵$ $S = \sqrt{\frac{3}{2}a(\frac{3}{2}a - a)(\frac{3}{2}a - a)} = \sqrt{\frac{3}{2}a(\frac{1}{2}a)(\frac{1}{2}a)} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ (ص ۷۳)	۱

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۶
تعداد صفحه: ۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران		
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
(داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۳				

ردیف	راهنمای تصحیح (صفحه ۴ از ۴)	نمره
۱۶	 $\frac{4}{10} = \frac{x}{7-x} \rightarrow 28 - 4x = 10x \rightarrow x = 2 = AD \rightarrow BD = 5$ $DC^2 = 4 \times 10 - 5 \times 2 = 30 \rightarrow DC = \sqrt{30}$ (ص ۷۰)	۱/۵
۱۷	 $6^2 + 4^2 = 2AM^2 + \frac{4^2}{2} \rightarrow 36 + 16 = 2AM^2 + 32$ $\rightarrow AM^2 = 10 \rightarrow AM = \sqrt{10}$ $\rightarrow 2P_{AMC} = 6 + 4 + \sqrt{10} = 10 + \sqrt{10}$ (ص ۶۷)	۱/۵
۲۰	جمع نمرات	۲۰

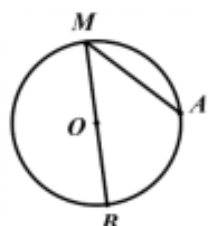
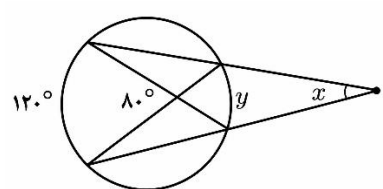
سپاس فراوان از همکاران گرامی

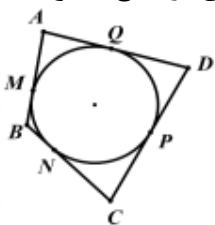
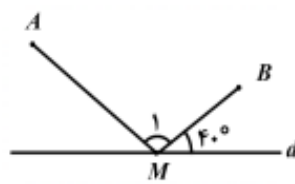
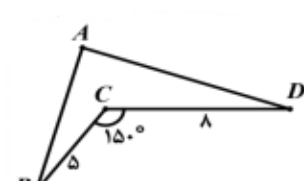


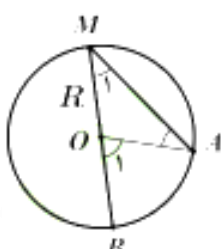
فردا د ماه ۱۴۰۱



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم		رشته: ریاضی و فیزیک		تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷		
تعداد صفحه: ۲		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران		نام و نام خانوادگی:		
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴				مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش				
ردیف		سوالات (پاسخ برگ دارد)						نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید. الف) در هر دایره، طول یک کمان، برابر با اندازه زاویه مرکزی مقابل به آن کمان است. ب) دو دایره به طول شعاع‌های ۳ و ۵ سانتی‌متر و طول خط‌المركزین ۲ سانتی‌متر، مماس برون هستند. ج) تبدیل انتقال، جهت شکل را حفظ می‌کند. د) تبدیل بازتاب نسبت به خط، بی‌شمار نقطه ثابت دارد.							۱
۲	در هر قسمت، پاسخ مناسب را بنویسید. الف) فاصله مرکز دایره‌ای از یک خط، کمتر از شعاع آن دایره است. این خط و دایره نقطه اشتراک دارند. (یک، دو) ب) در هر مثلث، نقطه هم‌رسمی نیم‌سازها، مرکز دایره مثلث است. (محیطی، محاطی) ج) شیب خط، همواره حفظ می‌شود. (انتقال، دوران) د) دورانی به مرکز O و زاویه، تبدیلی همانی است. (۱۸۰°، ۳۶۰°)							۱
۳	در شکل زیر O مرکز دایره است. ثابت کنید؛ اندازه زاویه محاطی $\hat{M}$ ، برابر با نصف اندازه کمان مقابل به آن زاویه است.							۱.۲۵
								
۴	با توجه به شکل، مقدار x را محاسبه کنید.							۱
								
۵	از نقطه P خارج دایره، مماس PT و خط قاطعی نسبت به دایره رسم خط قاطع دایره را در نقاط A و B قطع می‌کند. ثابت کنید: $PT^2 = PA \times PB$							۱.۲۵
۶	دو دایره متخارج داریم که طول مماس مشترک داخلی و خارجی آن‌ها به ترتیب برابر ۴۰ و ۲۱ سانتی‌متر و طول خط‌المركزین آن‌ها مساوی ۲۶ سانتی‌متر است. طول شعاع‌های دو دایره را به دست آورید.							۱.۵
۷	مثلی به طول اضلاع a، b و c با شعاع دایره محاطی داخلی به اندازه r و سه ارتفاع به طول‌های h_a ، h_b و h_c را در نظر بگیرید. نشان دهید:							۱
$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$								
صفحه ۱ از ۲								

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۲)		پایه: یازدهم		رشته: ریاضی و فیزیک		تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷		
تعداد صفحه: ۲		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران		نام و نام خانوادگی:		
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴				مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش				
ردیف		سوالات (پاسخ برگ دارد)						نمره
۸	در چهارضلعی محیطی زیر ثابت کنید؛ مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل، برابر با مجموع اندازه‌های دو ضلع دیگر است.							
								
۹	مطابق شکل، نقطه M را روی خط d چنان در نظر می‌گیریم که AM + MB کمترین مقدار ممکن شود. اندازه زاویه M۱ را به دست آورید.							
								
۱۰	مطابق شکل زیر، نقطه O روی پاره خط AB است. ثابت کنید؛ تحت دورانی به مرکز O و هر زاویه حاده a، اندازه پاره خط AB با تصویر آن با هم برابرند.							
								
۱۱	در شکل زیر، می‌خواهیم بدون تغییر طول ضلع‌ها، مساحت شکل را افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت را به دست آورید. (BCD=۱۵۰° , BC=۵ , CD=۸)							
								
۱۲	ثابت کنید، در هر تبدیل طولیا، تبدیل یافته یک زاویه، زاویه‌ای هم‌اندازه آن است.							
۱۳	محل برخورد قطرهای مستطیلی را O می‌نامیم. در تجانسی به مرکز O و نسبت ۲/۳، مساحت بین آن مستطیل و تصویرش برابر ۴۰ است. مساحت مستطیل اولیه را محاسبه کنید.							
۱۴	در مثلث ABC با شعاع دایره محیطی R می‌دانیم؛ BC=۱۰، B=۱۳۵° و R=۱۰. اندازه زاویه A و طول ضلع AC را حساب کنید.							
۱۵	در مثلث ABC با فرض AC=b، AB=c و BC=a، ثابت کنید؛ اگر A>۹۰° و تنها اگر a²>b²+c²							
۱۶	مثلثی به طول اضلاع ۶، ۱۰ و ۱۴ را در نظر بگیرید.							
۱	الف) با استفاده از قضیه کسینوس‌ها، اندازه زاویه مقابل به بزرگ‌ترین ضلع مثلث را محاسبه کنید.							
۱.۲۵	ب) به کمک دستور هرون، طول ارتفاع وارد بر کوچک‌ترین ضلع مثلث را به دست آورید.							
۱۷	در مثلث ABC داریم؛ AB=۵، BC=۱۲ و AC=۱۵۰ طول نیمساز زاویه داخلی A را محاسبه کنید.							
۲۰	موفق باشید							
صفحه ۲ از ۲								

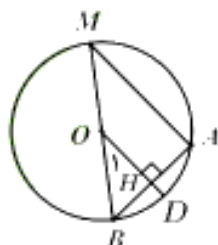
راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحات: ۱۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	(داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴	
ردیف	راهنمای نمره گذاری	نمره	
	همکار محترم، از زحمات شما سپاسگزاریم. لطفاً به موارد زیر دقت فرمایید: ۱. تأکید می‌شود که ملاک نمره گذاری، راهنمای نمره گذاری است و از اعمال سلیقه خودداری شود. اما برای پاسخ‌های صحیح دیگر هر سؤال به تناسب، نمره منظور شود تا حقی از دانش آموز ضایع نشود. ۲. در این راهنمای نمره گذاری، برخی سؤالات از چندین روش حل شده است (برخی از روش‌ها فقط فرم نگارش آن متفاوت با روش‌های دیگر است). اما در کتاب درسی، اکثر این سؤالات به روش نخست حل شده‌اند. ارائه این روش‌ها فقط به جهت در نظر گرفتن روش‌های احتمالی دانش آموزان و اختصاص نمره به ایشان است و پرداختن به این روش‌ها در کلاس درس توصیه نمی‌شود. ۳. معمولاً، رسیدن به جواب نهایی سؤال، در چند مرحله انجام می‌شود. در صورتی که دانش آموز در مراحل ابتدایی اشتباه کرده باشد، اما با توجه به آن اشتباه بقیه موارد را درست انجام داده باشد، فقط نمره آن اشتباه کسر شود و به بقیه مراحل درست، نمره داده شود. ۴. این راهنمای نمره گذاری، در ساعات اولیه بعد از برگزاری امتحان به صورت غیرقابل استناد منتشر می‌شود و پس از بررسی نهایی، به صورت رسمی و قابل استناد منتشر می‌شود. لطفاً دقت فرمایید که نمره گذاری شما بر طبق راهنمای نهایی و قابل استناد باشد.		
۱	الف) نادرست صفحه ۱۲ ب) نادرست صفحه ۲۰ ج) درست مشابه تمرین ۲ صفحه ۴۲ د) درست بازم هر قسمت (۰/۲۵) صفحه ۳۶	۱	
۲	الف) دو صفحه ۱۱ ب) محاطی صفحه ۲۵ ج) انتقال صفحه ۳۹ د) ۳۶۰° بازم هر قسمت (۰/۲۵) صفحه ۴۸	۱	
۳	روش اول: مرکز دایره را به نقطه A وصل می‌کنیم. $OM = OA = R \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{A} \quad (۱) \quad (۰/۲۵)$ زاویه $\hat{O}_1$ در مثلث OAM خارجی است لذا: $\hat{O}_1 = \hat{M}_1 + \hat{A} \quad (۲) \quad (۰/۲۵)$ $(۱), (۲) \Rightarrow \hat{O}_1 = 2\hat{M}_1 \Rightarrow BA = 2\hat{M}_1 \Rightarrow \hat{M}_1 = \frac{BA}{2} \quad (۱), (۲) \quad (۰/۲۵)$	۱.۲۵	

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: ۱۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴			
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
نمره			

روش دوم:

وتر AB و شعاع عمود بر آن را رسم می کنیم. در نتیجه

$$\underbrace{OH \perp AB \Rightarrow BH = AH, BD = DA}_{(۰/۲۵)}$$



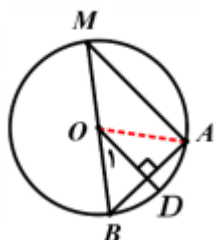
رسم شکل (۰/۲۵)

$$\underbrace{\left\{ \begin{array}{l} \frac{BO}{BM} = \frac{BH}{BA} = \frac{1}{2} \\ \hat{B} = \hat{B} \end{array} \right\}}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\triangle OBH \sim \triangle MAB}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\hat{M} = \hat{O}_1 = BD = \frac{AB}{2}}_{(۰/۲۵)}$$

روش سوم:

وتر AB و شعاع عمود بر آن را رسم می کنیم. در نتیجه

$$OD \perp AB \Rightarrow BD = DA \Rightarrow \hat{O}_1 = \frac{BA}{2} \quad (۱) \quad (۰/۲۵)$$



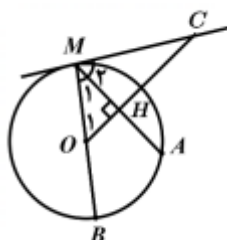
رسم شکل (۰/۲۵)

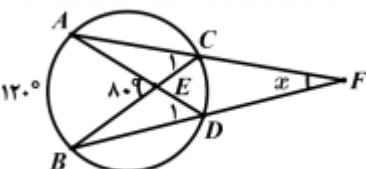
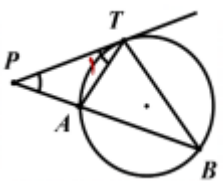
از طرفی چون در مثلث AMB میانه وارد بر یک ضلع، نصف آن ضلع است، لذا مثلث قائم الزاویه است (۰/۲۵) پس

$$\underbrace{\left\{ \begin{array}{l} MA \perp AB \\ OD \perp AB \end{array} \right\}}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow MA \parallel OD \Rightarrow \underbrace{\hat{M} = \hat{O}_1}_{(۰/۲۵)} \xrightarrow{(۱)} \hat{M} = \frac{BA}{2}$$

روش چهارم:

از نقطه M خطی بر دایره، مماس می کنیم. همچنین، از نقطه O به وتر AM عمود می کنیم و امتداد می دهیم تا خط مماس را در نقطه C قطع کند. در نتیجه (رسم شکل (۰/۲۵))



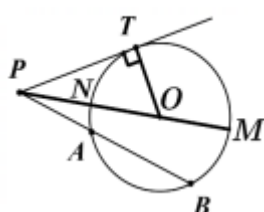
راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: ۱۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
ردیف	راهنمای نمره گذاری	نمره	
	$\left. \begin{aligned} OH \perp AM &\Rightarrow O_1 = \frac{AM}{2} \\ O_1 + M_1 &= M_r + M_1 = 90^\circ \Rightarrow M_r = O_1 \\ M_1 + M_r &= 90^\circ = \frac{180^\circ}{2} = \frac{BA + AM}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow M_1 + \frac{AM}{2} = \frac{BA + AM}{2} \Rightarrow M_1 = \frac{BA}{2}$		قضیه صفحه ۱۴
۴	روش اول: $\frac{120^\circ + y}{2} = 80^\circ, \frac{120^\circ - y}{2} = x \Rightarrow \frac{y}{2} = 40^\circ, \frac{x}{2} = 40^\circ$ روش دوم: با استفاده از ویژگی های زاویه محاطی و زاویه خارجی داریم: $80^\circ = \hat{C}_1 + \hat{A} = \frac{120^\circ}{2} + \hat{A} \Rightarrow \hat{A} = 20^\circ (*)$  $\left. \begin{aligned} \hat{D}_1 &= \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ \\ \hat{D}_1 &= \hat{A} + x = 20^\circ + x \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = 40^\circ$ روش سوم: $y = \frac{z+t}{2}, x = \frac{z-t}{2} \Rightarrow x+y = z \Rightarrow x+80^\circ = 120^\circ \Rightarrow x = 40^\circ$ تذکر: در صورت به دست آوردن جواب به کمک رابطه $x+y=z$ بدون اثبات، فقط (۵/۰) نمره تعلق گیرد. مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۶		
۵	روش اول: از نقطه T به A و B وصل می کنیم.  (رسم شکل (۲۵/۰))	۱.۲۵	

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: ۱۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	(داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴	
ردیف	راهنمای نمره گذاری	نمره	

$$\begin{cases} \hat{P} = \hat{P} \quad (0/25) \\ \hat{T}_1 = \hat{B} = \frac{TA}{2} \quad (0/25) \end{cases} \Rightarrow \underbrace{PAT \sim PBT}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{\frac{PT}{PA} = \frac{PB}{PT}}_{(0/25)} \Rightarrow PT^2 = PA \times PB$$

روش دوم:

نقطه P را به مرکز دایره وصل می کنیم و امتداد می دهیم. سپس نقاط برخورد با دایره را M و N می نامیم. قرار می دهیم OP = d پس



(رسم شکل (۰/۲۵))

$$\begin{aligned} PN \times PM &= PA \times PB \Rightarrow (d - R)(d + R) = PA \times PB \quad (0/25) \\ \Rightarrow PA \times PB &= d^2 - R^2 \quad (1) \quad (0/25) \end{aligned}$$

از طرفی در مثلث قائم الزاویه OPT داریم:

$$\underbrace{OT^2 = PT^2 = OP^2}_{(0/25)} \Rightarrow PT^2 = d^2 - R^2 \quad (2)$$

بنابر روابط (۱) و (۲) داریم: $PT^2 = PA \times PB$ (۰/۲۵)

(در صورتی که PA از مرکز بگذرد، اثبات به روش مشابه برقرار است)

قضیه صفحه ۱۹

۶ فرض کنیم طول خط المרכזین دو دایره برابر d و طول شعاع های آنها R و R' باشد. ($R > R'$)

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \quad (0/25) \quad \text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{d^2 - (R + R')^2} \quad (0/25)$$

در نتیجه

$$\begin{aligned} 10^2 &= 26^2 - (R + R')^2 \quad , \quad 24^2 = 26^2 - (R - R')^2 \quad (0/25) \\ \Rightarrow R + R' &= 24 \quad , \quad R - R' = 10 \Rightarrow R = 17 \quad , \quad R' = 7 \quad (0/5) \end{aligned}$$

تذکر: اگر دانش آموز به جای نوشتن فرمول مستقیماً اعداد را در فرمول جایگذاری کند، نمره کامل منظور گردد.

مشابه تمرین ۵ صفحه ۲۳

۷ روش اول:

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} ah_a \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{2S} \quad (1) \quad \text{به طور مشابه} \quad \frac{1}{h_c} = \frac{c}{2S} \quad , \quad \frac{1}{h_b} = \frac{b}{2S} \quad (2) \quad (0/25) \\ \xrightarrow{(1), (2)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} &= \frac{a}{2S} + \frac{b}{2S} + \frac{c}{2S} = \frac{2P}{2S} = \frac{1}{r} \quad (0/25) \end{aligned}$$

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: ۱۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
ردیف	راهنمای نمره گذاری	نمره	

روش دوم: با توجه به شکل داریم

$$h_a = c \sin B \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{1}{c \sin B} \quad (۱)$$

(۰/۲۵)

به طور مشابه $\frac{1}{h_c} = \frac{1}{b \sin A}$, $\frac{1}{h_b} = \frac{1}{a \sin C} \quad (۲)$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{c \sin B} + \frac{1}{a \sin C} + \frac{1}{b \sin A}$$

(۰/۲۵)

$$= \frac{a}{ca \sin B} + \frac{b}{ab \sin C} + \frac{c}{bc \sin A}$$

(۰/۲۵)

$$= \frac{a}{rS} + \frac{b}{rS} + \frac{c}{rS} = \frac{2P}{rS} = \frac{P}{S} = \frac{1}{r}$$

(۰/۲۵)

روش سوم: ابتدا دایره محاطی داخلی مثلث را رسم می کنیم. حال با توجه به شکل داریم:

$$S_{OBC} + S_{OAC} + S_{OAB} = S_{ABC}$$

(۰/۲۵)

$$\Rightarrow \frac{1}{2} ar + \frac{1}{2} br + \frac{1}{2} cr = S = \frac{1}{2} ah_a$$

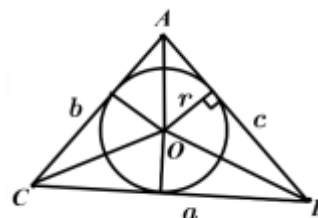
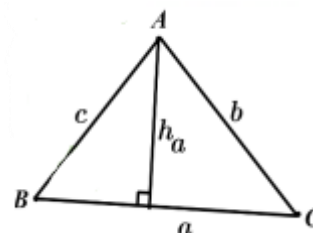
$$\Rightarrow h_a = \frac{ar + br + cr}{a} = \frac{rP}{a} \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{rP} \quad (۱)$$

(۰/۲۵)

به طور مشابه $\frac{1}{h_c} = \frac{c}{rP}$, $\frac{1}{h_b} = \frac{b}{rP} \quad (۲)$

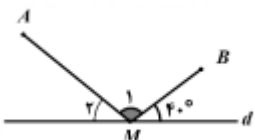
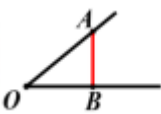
$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{rP} + \frac{b}{rP} + \frac{c}{rP} = \frac{2P}{rP} = \frac{1}{r}$$

(۰/۲۵)



راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: ۱۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
ردیف	راهنمای نمره گذاری	نمره	

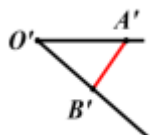
روش چهارم:	$S = \frac{1}{2} ah_a \Rightarrow rP = \frac{1}{2} ah_a \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{2rP} \quad (۱)$ $\text{به طور مشابه} \quad \frac{1}{h_c} = \frac{c}{2rP}, \quad \frac{1}{h_b} = \frac{b}{2rP} \quad (۲)$ $\xrightarrow{(۱), (۲)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{2rP} + \frac{b}{2rP} + \frac{c}{2rP} = \frac{2rP}{2rP} = \frac{1}{r}$ روش پنجم: فرض کنیم R شعاع دایره محیطی مثلث باشد. پس $S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ab \left(\frac{c}{2R} \right) = \frac{abc}{4R} \quad (۱)$ $S = \frac{1}{2} ah_a \quad (۲)$ $\text{به طور مشابه} \quad \frac{1}{h_c} = \frac{2R}{ab}, \quad \frac{1}{h_b} = \frac{2R}{ac}$ $\xrightarrow{(۱), (۲)} \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{2R}{bc} + \frac{2R}{ac} + \frac{2R}{ba} = \frac{2R(a+b+c)}{abc} = \frac{4RP}{4RS} = \frac{1}{r}$	تمرین ۵ صفحه ۳۰
۸	روش اول: $\underbrace{AB + CD}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{(AM + BM) + (DP + CP)}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{(AQ + BN) + (DQ + CN)}_{(۰/۲۵)}$ $= \underbrace{(AQ + DQ) + (BN + CN)}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{AD + BC}_{(۰/۲۵)}$ روش دوم: $AM = AQ = x, \quad QD = DP = y \Rightarrow \begin{cases} MB = BN = AB - x \\ PC = NC = DC - y \end{cases} \quad (۰/۵)$ $\Rightarrow \underbrace{AD + CB}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{(x + y) + (AB - x + CD - y)}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{AB + CD}_{(۰/۲۵)}$	قضیه صفحه ۲۷

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: ۱۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
ردیف	راهنمای نمره گذاری	نمره	
۹	نتیجه سؤال صفحه ۵۲  $\hat{M}_2 = 40^\circ \Rightarrow \hat{M}_1 = 100^\circ$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۰.۵	
۱۰	اگر T یک دوران به مرکز O و زاویه α باشد، با توجه به شکل تحت T داریم: $\underbrace{T(A) = A'}_{(۰/۲۵)}, \underbrace{T(B) = B'}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{OA = OA', OB = OB'}_{(۰/۲۵)}$ $\Rightarrow \underbrace{AB = OA + OB = OA' + OB' = A'B'}_{(۰/۲۵)}$ رسم شکل (۰/۲۵) تذکر: جواب مسأله، با رسم شکل و به صورت نوشتار فارسی به طور کامل، نیز نمره کامل داده شود. قضیه صفحه ۴۱	۱	
۱۱	روش اول: ابتدا بازتاب نقطه C را تحت BD به دست می آوریم و آن را C' می نامیم. بنابراین میزان افزایش مساحت برابر است با: $\underbrace{S_{BC'DC}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{2S_{BDC}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{2\left(\frac{1}{2} CB \times CD \sin C\right)}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{5 \times 8 \times \frac{1}{2}}_{(۰/۲۵)} = 20$ رسم شکل (۰/۲۵) روش دوم: ارتفاع BH را رسم می کنیم. $\hat{C}_1 = 30^\circ$ لذا $BH = \frac{1}{2} BC = \frac{5}{2}$ (۰/۲۵) بنابراین میزان افزایش مساحت برابر است با: $\underbrace{2S_{BDC}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{2\left(\frac{1}{2} BH \times CD\right)}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{2\left(\frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 8\right)}_{(۰/۲۵)} = 20$ مشابه تمرین ۵ صفحه ۵۴ رسم شکل (۰/۲۵)	۱	
۱۲	فرض کنیم T یک تبدیل طولپا باشد. در این صورت با توجه به شکل تحت T داریم: $\underbrace{T(O) = O', T(A) = A', T(B) = B'}_{(۰/۲۵)}$ 	۱.۲۵	

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: ۱۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
ردیف	راهنمای نمره گذاری	نمره	

در نتیجه پاره‌خط‌های OA، OB و AB به ترتیب به پاره‌خط‌های O'A'، O'B' و A'B' تصویر می‌شود. (۰/۲۵)

چون تبدیل طولی‌است داریم:



$$\underbrace{OA = OA', OB = OB', AB = A'B'}_{(۰/۲۵)}$$

رسم تصویر زاویه (۰/۲۵)

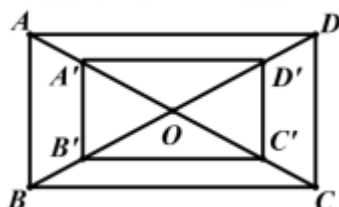
$$\Rightarrow \triangle AOB \cong \triangle A'O'B' \Rightarrow \hat{O} = \hat{O}'$$

(۰/۲۵)

قضیه صفحه ۳۵

تذکر: به جواب مسأله، با رسم شکل و به صورت نوشتار فارسی به‌طور کامل، نیز نمره کامل داده شود.

۱.۲۵



روش اول: اگر S و S' به ترتیب مساحت مستطیل و تصویرش باشد داریم:

$$\underbrace{S - S' = 10}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{S - \frac{4}{9}S = 10}_{(۰/۵)} \Rightarrow \underbrace{S = 18}_{(۰/۲۵)}$$

(رسم شکل (۰/۲۵))

روش دوم: اگر S و S' به ترتیب مساحت مستطیل و تصویرش باشد داریم:

$$\underbrace{S - S' = 10}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{AB \times AD - A'B' \times A'D' = AB \times AD - \frac{2}{3}AB \times \frac{2}{3}AD = 10}_{(۰/۵)} \Rightarrow \underbrace{S = AB \times AD = 18}_{(۰/۲۵)}$$

رسم شکل (۰/۲۵)

روش سوم: اگر S و S' به ترتیب مساحت مستطیل و تصویرش باشد داریم:

$$\underbrace{\frac{S'}{S} = k^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}}_{(۰/۵)} \Rightarrow \underbrace{\frac{S - S'}{S} = \frac{5}{9}}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\frac{10}{S} = \frac{5}{9}}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow S = 18$$

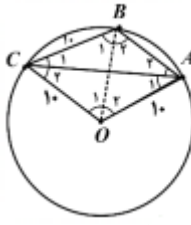
رسم شکل (۰/۲۵)

روش چهارم: فرض کنیم S و S' به ترتیب مساحت مستطیل و تصویرش باشند و α یکی از زاویه‌های بین دو قطر مستطیل باشد. می‌دانیم در هر مثلث میانه، مثلث را به دو مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کند بنابراین:

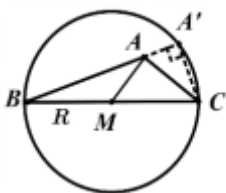
راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: ۱۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
ردیف	راهنمای نمره گذاری	نمره	

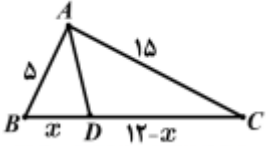
$$\begin{aligned}
 S - S' &= 10 \Rightarrow 4S_{OAB} - 4S_{OA'B'} = 10 \\
 &\quad (0/25) \\
 \Rightarrow 4\left(\frac{1}{2} OA \times OB \times \sin \alpha\right) - 4\left(\frac{1}{2} OA' \times OB' \times \sin \alpha\right) &= 10 \\
 &\quad (0/25) \\
 \Rightarrow OA \times OB \times \sin \alpha - \frac{4}{9} OA \times OB \times \sin \alpha &= 5 \Rightarrow OA \times OB \times \sin \alpha = 9 \\
 &\quad (0/25) \\
 \Rightarrow S &= 4\left(\frac{1}{2} \times OA \times OB \times \sin \alpha\right) = 18 \quad (0/25)
 \end{aligned}$$

رسم شکل (۰/۲۵)
مشابه تمرین ۳ صفحه ۴۹

۱۴	روش اول:	۱.۵
	$ \begin{aligned} \frac{BC}{\sin A} &= \frac{AC}{\sin B} = 2R \Rightarrow \frac{10}{\sin A} = \frac{AC}{\sin 135} = 2 \times 10 \\ &\quad (0/25) \\ \Rightarrow \sin A &= \frac{1}{2} \Rightarrow A = 150^\circ \vee A = 30^\circ \quad \text{قق} \\ &\quad (0/25) \\ AC &= 20 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \\ &\quad (0/25) \end{aligned} $	
	روش دوم:	
	دایره محیطی مثلث را رسم می کنیم. مطابق شکل داریم: $OA = OC = OB = CB = 10$ $ \begin{aligned} \Rightarrow \triangle COB : O_1 = B_1 = 60^\circ \quad (1) &\Rightarrow B_2 = 75^\circ \quad (0/25) \\ B_1 + B_2 &= 135^\circ \end{aligned} $ $ \triangle AOB : A_1 + A_2 = B_2 = 75^\circ \Rightarrow O_2 = 30^\circ \quad (2) \quad (0/25) $ $ \xrightarrow{(1),(2)} \angle AOC = 90^\circ \Rightarrow CA^2 = 10^2 + 10^2 \Rightarrow CA = 10\sqrt{2} \quad (0/5) $ $ \angle AOC = 90^\circ \Rightarrow \triangle COA : C_2 = A_1 = 45^\circ \Rightarrow A_2 = 30^\circ \quad (0/5) $	

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: ۱۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
ردیف	راهنمای نمره گذاری	نمره	

	روش سوم: در مثلث ABC، اگر $AB = c$، $AC = b$، $BC = a = 10$ و با فرض این که S مساحت مثلث باشد داریم: $S = \frac{1}{2} ac \sin B \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 10 \times c \times \sin 135^\circ = \frac{5\sqrt{2}}{2} c \quad (۱)$ $S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ab \left(\frac{c}{2R} \right) = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} \xrightarrow{(۱)} 10 = \frac{10bc}{4 \times \frac{5\sqrt{2}}{2} c} \Rightarrow AC = b = 10\sqrt{2}$ $S = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A} = \frac{5\sqrt{2}}{2} c \Rightarrow \sin A = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 15^\circ \vee \hat{A} = 3^\circ \quad \text{ق ق} \quad (۰/۲۵)$ مشابه مثال ۱ صفحه ۶۲	
۱۵	تذکر: در تمامی روش های زیر اگر به جای نماد دوشرطی از نماد نتیجه گیری استفاده شده بود، نمره کامل منظور گردد. روش اول: $a^2 > b^2 + c^2 \Leftrightarrow b^2 + c^2 - 2bc \cos A > b^2 + c^2 \Leftrightarrow -2bc \cos A > 0 \Leftrightarrow \cos A < 0 \Leftrightarrow A > 90^\circ \quad (۰/۲۵)$ نگارش دیگری از روش اول: $a^2 > b^2 + c^2 \Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 < 0 \Leftrightarrow \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} < 0 \Leftrightarrow \cos A < 0 \Leftrightarrow A > 90^\circ \quad (۰/۲۵)$ روش دوم: فرض کنیم R شعاع دایره محیطی مثلث باشد. در نتیجه:  $a^2 > b^2 + c^2 \Leftrightarrow 4R^2 \sin^2 A > 4R^2 \sin^2 B + 4R^2 \sin^2 C \quad (۰/۲۵)$ $\Leftrightarrow \sin^2 A > \sin^2 B + \sin^2 C \Leftrightarrow \sin^2 (B+C) > \sin^2 B + \sin^2 C$ $\Leftrightarrow \sin^2 B \cos^2 C + \cos^2 B \sin^2 C + 2 \sin B \cos B \sin C \cos C > \sin^2 B + \sin^2 C$ $\Leftrightarrow \sin^2 B (\cos^2 C - 1) + \sin^2 C (\cos^2 B - 1) + 2 \sin B \cos B \sin C \cos C > 0 \quad (۰/۲۵)$ $\Leftrightarrow \sin^2 B (-\sin^2 C) + \sin^2 C (-\sin^2 B) + 2 \sin B \cos B \sin C \cos C > 0$ $\cos B \cos C > \sin B \sin C \Leftrightarrow \cos B \cos C - \sin B \sin C > 0$ $\Leftrightarrow \cos (B+C) > 0 \Leftrightarrow B+C < 90^\circ \Leftrightarrow A > 90^\circ \quad (۰/۲۵)$	

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: ۱۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴			
ردیف	راهنمای نمره گذاری	نمره	
	روش سوم: با توجه به شکل اگر $AM = m_a$ و $BC = a$ ابتدا ثابت می کنیم: $\hat{A} > 90^\circ \Leftrightarrow m_a < \frac{a}{2}$ دایره های به قطر BC و به مرکز M وسط ضلع BC می زنیم. با توجه به شکل و ویژگی های زاویه خارجی داریم: $\hat{A} > 90^\circ \Leftrightarrow (A \text{ نقطه درون دایره باشد}) \Leftrightarrow m_a < R \Leftrightarrow 2m_a < a \Leftrightarrow m_a < \frac{a}{2}$ (۰/۲۵) بنابراین: $\hat{A} > 90^\circ \Leftrightarrow m_a < \frac{a}{2} \Leftrightarrow m_a^2 < \frac{a^2}{4} \Leftrightarrow 4m_a^2 + \frac{a^2}{4} < a^2 \Leftrightarrow b^2 + c^2 < a^2$ (۰/۵) تمرین ۹ قسمت ب صفحه ۷۴		
۱۶	الف) فرض کنیم $a = 6, b = 10, c = 14$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \Rightarrow 14^2 = 6^2 + 10^2 - 2(6)(10) \cos C \Rightarrow \cos C = -\frac{1}{2} \Rightarrow C = 120^\circ$ (۰/۲۵) مشابه کار در کلاس ۲ صفحه ۶۵ ب) مشابه مثال صفحه ۷۱	۱	
۱۷	روش اول: با فرض $BD = x$ داریم $DC = 12 - x$ در نتیجه $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{15}{12-x} \Rightarrow x = 3 \Rightarrow BD = 3, DC = 9$ (۰/۲۵) $AD^2 = AB \times AC - BD \times DC = 5 \times 15 - 3 \times 9 = 48 \Rightarrow AD = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ (۰/۲۵)	۱.۵	

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: ۱۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴			
ردیف	راهنمای نمره گذاری	نمره	

توجه: برای به دست آوردن DC و BD روش های زیر قابل قبول است:

$$BD = \frac{12 \times 5}{15 + 5} = 3 \Rightarrow CD = 9$$

یا

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{AB}{AC + AB} = \frac{BD}{DC + BD} \Rightarrow \frac{5}{20} = \frac{BD}{12} \Rightarrow BD = 3, DC = 9$$

روش دوم:

$$12^2 = 15^2 + 5^2 - 2 \times 15 \times 5 \times \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{53}{75} \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow \cos^2\left(\frac{A}{2}\right) = \frac{1 + \cos A}{2} = \frac{1 + \frac{53}{75}}{2} \Rightarrow \cos\left(\frac{A}{2}\right) = \frac{8}{5\sqrt{3}} \quad (0/25)$$

$$AD = d_a = \frac{2bc \cos\left(\frac{A}{2}\right)}{b+c} = \frac{2 \times 5 \times 15 \times \frac{8}{5\sqrt{3}}}{15+5} = 4\sqrt{3} \quad (1)$$

روش سوم:

$$12^2 = 15^2 + 5^2 - 2 \times 15 \times 5 \times \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{53}{75} \quad (0/25)$$

$$\sin^2 \hat{A}_1 = \frac{1 - \cos \hat{A}}{2} = \frac{11}{75} \Rightarrow \sin \hat{A}_1 = \frac{\sqrt{33}}{15} \Rightarrow CH = \sqrt{33} \quad (0/5)$$

$$S_{ABC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = 8\sqrt{11} \quad (0/25)$$

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = \frac{5}{15} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ADC}} = \frac{20}{15} \Rightarrow S_{ADC} = 6\sqrt{11} \quad (0/25)$$

$$S_{ADC} = 6\sqrt{11} = \frac{1}{2} AD \times CH \Rightarrow AD = 4\sqrt{3} \quad (0/25)$$

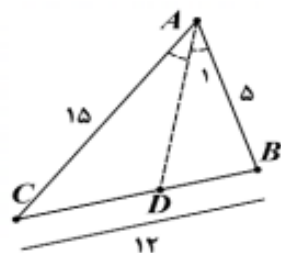
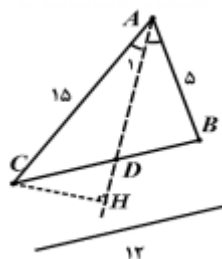
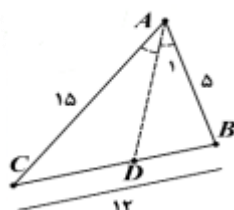
روش چهارم:

$$12^2 = 15^2 + 5^2 - 2 \times 15 \times 5 \times \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{53}{75} \quad (0/25)$$

$$\sin^2 \hat{A}_1 = \frac{1 - \cos \hat{A}}{2} = \frac{11}{75} \Rightarrow \sin \hat{A}_1 = \frac{\sqrt{33}}{15} \quad (0/25)$$

$$\cos B = \frac{20 + 144 - 225}{12 \times 15} = \frac{-7}{15} \Rightarrow \sin B = \frac{4\sqrt{11}}{15} \quad (0/5)$$

$$\frac{AD}{\sin B} = \frac{BD}{\sin \hat{A}_1} \Rightarrow \frac{AD}{\frac{4\sqrt{11}}{15}} = \frac{3}{\frac{\sqrt{33}}{15}} \Rightarrow AD = 4\sqrt{3} \quad (0/5)$$



راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه (۲)	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۰۷
تعداد صفحه: ۱۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
(داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		نمره	
ردیف		راهنمای نمره گذاری	

روش پنجم:	در مثلث ABC، اگر $AB = c$، $AC = b$، $BC = a$ و با فرض این که S مساحت و ΔP محیط مثلث باشد داریم: $AD^2 = AB \times AC - BD \times DC = bc - \frac{ac}{b+c} \times \frac{ab}{b+c} = \frac{bc((b+c)^2 - a^2)}{(b+c)^2} =$ $\frac{bc(\Delta P - a)(\Delta P)}{(b+c)^2} = \frac{4bcP(P-a)}{(b+c)^2} \Rightarrow AD = \frac{2}{b+c} \sqrt{bcP(P-a)}$ $AD = \frac{2}{b+c} \sqrt{bcP(P-a)} = \frac{2}{20} \sqrt{16 \times 5 \times 15 \times 4} = 4\sqrt{3}$ تذکر: در صورت عدم اثبات فرمول فوق، فقط نمره خط آخر یعنی (۰/۷۵) منظور گردد. مشابه تمرین ۲ صفحه ۷۰	نمره
-----------	--	------

برنامه آزمون های تابستون کنکوری های ۱۴۰۶ منتشر شد!

ماز تکلیف تابستونت رو مشخص کرده!

آزمون های **زوج درس** (انتخاب بین

دهم یا یازدهم)

پیش خوانی **اختیاری** دوازدهم

شرکت در آزمون: به صورت **حضوری**

یا **آنلاین**? انتخاب با خودته!



از دهم شروع کنم یا یازدهم؟
دوازدهم رو از تابستون بخونم یا نه؟

آزمون های ماز حضوری شد!

۶ مرحله آزمون استاندارد:

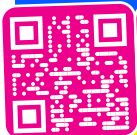
هر دو هفته یک بار تا ۱۰ مهر



اگه می خوای تابستون رو
جدی و با برنامه شروع کنی،
این برنامه برای توئه.

شروع از

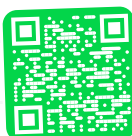
۱۶ مرداد



اسکن کن!

راهنمای شرکت در آزمون حضوری و انتخاب حوزه

✎ برای دریافت کلیک کن!



اسکن کن!

دانلود برنامه آزمون های تابستان ماز

✎ برای دریافت کلیک کن!