



باسمه تعالی

# آزمون تشریحی هماهنگ خردادماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

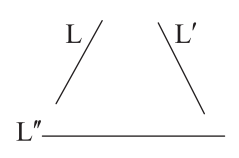
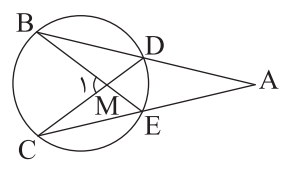
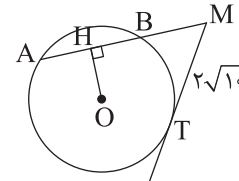
مدرسه:

تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۳/۱۳

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

صفحه ۱ از ۳

| ردیف | سؤال                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | بارم |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱    | <p>درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) دو دایره متقاطع دارای ۲ مماس مشترک خارجی و یک مماس مشترک داخلی هستند.</p> <p>(ب) انتقال طولپاست، شیب خط را حفظ می‌کند ولی نمی‌تواند همانی باشد.</p> <p>(ج) در تجانس به مرکز O و نسبت k نقطه M' مجانس نقطه M است. با همین مرکز و نسبت <math>\frac{1}{k}</math> نقطه M' مجانس نقطه M خواهد بود.</p> <p>(د) در مثلث ABC اگر <math>\hat{A} &gt; 90^\circ</math> باشد، آنگاه <math>a^2 &gt; b^2 + c^2</math>.</p>                                                                   | ۱    |
| ۲    | <p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>(الف) نقطه A بیرون دایره (O, ۵) می‌باشد. اگر بیشترین فاصله A از دایره C برابر ۱۷ باشد، کمترین فاصله A از دایره ..... است.</p> <p>(ب) یک دوزنقه محاطی است اگر و تنها اگر ..... باشد.</p> <p>(ج) در هر تبدیل نقطه‌ای را که تبدیل یافته آن بر خودش منطبق شود ..... تبدیل می‌نامند.</p> <p>(د) برای رسم پاره‌خطی به طول ۵ cm که دو سر آن روی L و L' و موازی L'' باشد از تبدیل ..... استفاده می‌شود.</p>  | ۲    |
| ۳    | <p>در شکل زیر اگر <math>\hat{A} = 27^\circ</math> و <math>\hat{M}_1 = 71^\circ</math> باشد، اندازه زاویه CDA را به دست آورید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | ۱    |
| ۴    | <p>در دایره زیر به مرکز O اگر <math>AH = 3</math>، طول BM را بیابید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | ۰/۷۵ |
| ۵    | <p>ثابت کنید در دو دایره مماس خارج، طول مماس مشترک خارجی را می‌توان از رابطه <math>TT' = 2\sqrt{RR'}</math> به دست آورد که R و R' شعاع‌های دو دایره هستند.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | ۱    |



SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir



باسمه تعالی

## آزمون تشریحی هماهنگ خردادماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۳/۱۳

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

صفحه ۲ از ۳

| ردیف | سؤال                                                                                                                                                                                                                                       | بارم |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۶    | ثابت کنید اگر در یک چهارضلعی زوایای مقابل مکمل باشند آن چهارضلعی محاطی است.                                                                                                                                                                | ۱/۵  |
| ۷    | در مثلثی به طول اضلاع ۸، ۱۵ و ۱۷ شعاع دایره محاطی خارجی نظیر ضلع به طول ۱۵ را بیابید.                                                                                                                                                      | ۰/۷۵ |
| ۸    | در حالتی که یک سر پاره خط $AB$ بر روی محور بازتاب قرار داشته باشد، ثابت کنید بازتاب طولپاست.                                                                                                                                               | ۱/۲۵ |
| ۹    | تصویر نقطه $B$ در دوران به مرکز $A$ و زاویه $90^\circ$ را نقطه $D$ می نامیم. همچنین تصویر نقطه $A$ را تحت بازتاب با محور $BD$ نقطه $C$ می نامیم. با رسم شکل مشخص کنید چهارضلعی $ABCD$ کدام یک می باشد؟ (مربع، مستطیل، لوزی)                | ۰/۷۵ |
| ۱۰   | یک مربع را در تجانسی با نسبت تجانس $\frac{5}{3}$ و به مرکز محل تلاقی قطرها تصویر کرده ایم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش ۱۶ باشد، محیط مربع اولیه را بیابید.                                                                                 | ۰/۷۵ |
| ۱۱   | میزان افزایش مساحت شکل زیر را بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع به دست آورید.                                                                                                                                                               | ۱    |
| ۱۲   | مطابق شکل دو شهر $A$ و $B$ به ترتیب به فاصله ۱ و ۲ کیلومتر از یک رودخانه قرار دارند. می خواهیم جاده ای بین دو شهر بسازیم به طوری که ۳ کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه باشد. اندازه کوتاه ترین مسیر ممکن برای این جاده چند کیلومتر است؟ | ۱/۲۵ |
| ۱۳   | در مثلث $ABC$ ( $\hat{A} > 90^\circ$ ) ثابت کنید: $\frac{a}{\sin \hat{A}} = 2R$ که $R$ شعاع دایره محیطی مثلث می باشد.                                                                                                                      | ۱/۵  |



SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir



باسمه تعالی

## آزمون تشریحی هماهنگ خردادماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۳/۱۳

صفحه ۳ از ۳

| ردیف | سؤال                                                                                             | بارم |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱۴   | در شکل زیر:<br>الف) اندازه زاویه $\hat{A}$ را به دست آورید.<br>ب) مساحت چهارضلعی ABCD را بیابید. | ۲/۷۵ |
| ۱۵   | در مثلث $\Delta ABC$ زیر طول نیمساز AD را تعیین کنید.                                            | ۱/۵  |
| ۱۶   | طول کوتاه‌ترین ارتفاع مثلث به اضلاع ۱۱، ۱۳ و ۲۰ را بیابید.                                       | ۱/۲۵ |
|      | جمع بarm                                                                                         | ۲۰   |



SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir



## پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(د) درست

(ج) درست

(ب) نادرست

(الف) نادرست

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۲۲، ۴۴، ۴۸ و ۷۴)

## پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۰ نمره)

(د) انتقال

(ج) نقطه ثابت

(ب) متساوی الساقین

(الف) ۷

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۱۰، ۲۹، ۳۶ و ۵۴)

## پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{DE}}{2} = 27^\circ \Rightarrow \widehat{BC} - \widehat{DE} = 54^\circ \quad (\text{نمره } 25/0)$$

$$\hat{M}_1 = \frac{\widehat{BC} + \widehat{DE}}{2} = 71^\circ \Rightarrow \widehat{BC} + \widehat{DE} = 142^\circ \quad (\text{نمره } 25/0)$$

$$\Rightarrow \widehat{BC} = 98^\circ \Rightarrow \widehat{BDC} = \frac{\widehat{BC}}{2} = 49^\circ \quad (\text{نمره } 25/0)$$

$$\widehat{CDA} = 180^\circ - 49^\circ = 131^\circ \quad (\text{نمره } 25/0)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۶)

## پاسخ سؤال ۴: (۷۵/۰ نمره)

$$AH = 3 \Rightarrow AB = 6 \quad (\text{نمره } 25/0)$$

$$BM = x \Rightarrow x(x+6) = (2\sqrt{10})^2 \quad (\text{نمره } 25/0)$$

$$x^2 + 6x - 40 = 0 \Rightarrow x = 4 \quad (\text{نمره } 25/0)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۹)

## پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \quad (\text{نمره } 25/0) \Rightarrow TT' = \sqrt{(R + R')^2 - (R - R')^2} \quad (\text{نمره } 25/0)$$

$$d = R + R' \quad (\text{مماس خارج} \quad \text{نمره } 25/0)$$

$$TT' = \sqrt{4RR'} = 2\sqrt{RR'} \quad (\text{نمره } 25/0)$$

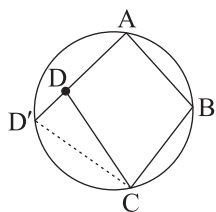
(هندسه یازدهم، صفحه ۲۲)

## پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)

برهان خلف: فرض می‌کنیم ABCD محاطی نباشد. از ۳ نقطه A، B و C یک دایره می‌گذرد. (نمره ۲۵/۰)

در نتیجه D روی این دایره قرار ندارد. AD را امتداد می‌دهیم تا در D' دایره را قطع کند. (نمره ۲۵/۰)

$$\left. \begin{aligned} \text{محاطی } ABCD' &\Rightarrow \hat{B} + \hat{D}' = 180^\circ \\ \text{فرض مسئله: } \hat{B} + \hat{D} &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{D} = \hat{D}' \quad (\text{نمره } 25/0)$$



رسم شکل (۲۵/۰ نمره)

که این تناقض است زیرا  $\hat{D}$  در مثلث  $\triangle CDD'$  زاویه خارجی است پس فرض خلف باطل و حکم ثابت است. (نمره ۲۵/۰)

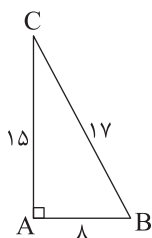
(اگر نقطه D خارج دایره هم باشد، راه حل به صورت مشابه بالا می‌باشد.)

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۷)

## پاسخ سؤال ۷: (۷۵/۰ نمره)

$$17^2 = 15^2 + 8^2 \Rightarrow \text{مثلث قائم الزاویه} \quad (\text{نمره } 25/0)$$

$$r_b = \frac{S}{P-b} = \frac{\frac{1}{2} \times 15 \times 8}{\left(\frac{17+15+8}{2}\right) - 15} = 12 \quad (\text{نمره } 5/0)$$

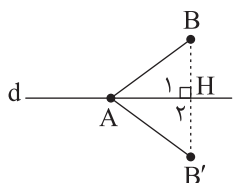


(هندسه یازدهم، صفحه ۲۶)





## پاسخ سؤال ۸: (۱/۲۵ نمره)



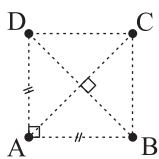
$$\left. \begin{array}{l} \text{خاصیت بازتاب: } BH = B'H \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ AH = AH: \text{مشترک} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABH \cong \triangle AB'H \Rightarrow AB = AB' \quad (\text{نمره } 0/25) \quad (\text{نمره } 0/75)$$

رسم شکل (۰/۲۵ نمره)

(هندسه یازدهم، صفحه ۳۶)

## پاسخ سؤال ۹: (۰/۷۵ نمره)

مربع (۰/۲۵ نمره)



رسم شکل (۰/۵ نمره)

(هندسه یازدهم، صفحه ۳۳)

## پاسخ سؤال ۱۰: (۰/۷۵ نمره)

اگر ضلع مربع اولیه را  $a$  فرض کنیم ضلع مربع تصویر  $\frac{5}{3}a$  خواهد بود:

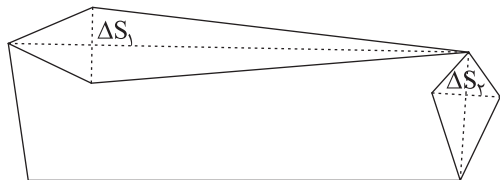
$$\left(\frac{5}{3}a\right)^2 - a^2 = 16 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\frac{16}{9}a^2 = 16 \Rightarrow a = 3 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$4a = 12 \quad (\text{نمره } 0/25) \quad \text{محیط مربع اولیه}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۴۹)

## پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)



رسم شکل (۰/۲۵ نمره)

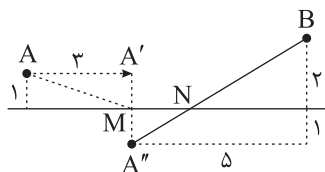
(هندسه یازدهم، صفحه ۵۴)

$$\Delta S_1 = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 4 \times \sqrt{3} \times \sin 150^\circ\right) = 6 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\Delta S_2 = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} \times \sin 120^\circ\right) = \frac{3}{2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\Delta S_{\text{کل}} = 6 + \frac{3}{2} = \frac{15}{2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

## پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۲۵ نمره)



رسم شکل (۰/۵ نمره)

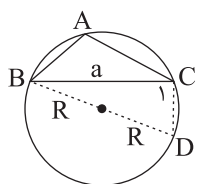
(هندسه یازدهم، صفحه ۵۳)

نقطه  $A$  را با برداری به طول ۳ به  $A'$  منتقل می‌کنیم. سپس  $A'$  را نسبت به لب رودخانه بازتاب داده و از  $A''$  به  $B$  وصل می‌کنیم. کوتاه‌ترین مسیر ممکن  $AMNB$  است که برابر  $A''B + 3$  می‌باشد. (۰/۲۵ نمره)

$$A''B = 3^2 + 5^2 = 34 \Rightarrow A''B = \sqrt{34} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\text{کوتاه‌ترین مسیر} = \sqrt{34} + 3 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

## پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

در حالت  $\hat{A} > 90^\circ$  مرکز دایره محیطی خارج مثلث خواهد بود.

رسم شکل (۰/۲۵ نمره)

$$\hat{A} + \hat{D} = \frac{\widehat{BDC}}{2} + \frac{\widehat{BAC}}{2} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\Rightarrow \sin \hat{A} = \sin \hat{D} \quad (*) \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\hat{C}_1 = \frac{\widehat{BD}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\sin \hat{D} = \frac{BC}{BD} = \frac{a}{2R} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\frac{a}{\sin \hat{D}} = 2R \xrightarrow{(*)} \frac{a}{\sin \hat{A}} = 2R \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۶۱)



## پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ خردادماه

دوره دوم متوسطه

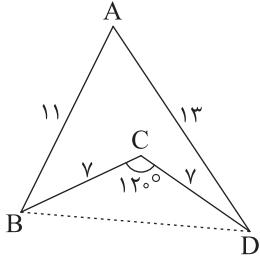
تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۳/۱۳

پاسخنامه درس: هندسه

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

## پاسخ سؤال ۱۴: (۲/۷۵) (نمره)

(الف) (۱/۵) (نمره)



$$\Delta BCD: BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2BC \cdot CD \cdot \cos 120^\circ \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$BD^2 = 49 + 49 - 2(7)(7)(-\frac{1}{2}) \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$BD = 7\sqrt{3} \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$\Delta ABD: BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos \hat{A} \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$49 \times 3 = 121 + 169 - 2(11)(13) \cos \hat{A} \quad (\text{نمره } 0.25) \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ \quad (\text{نمره } 0.25)$$

(ب) (۱/۲۵) (نمره)

$$S_{ABCD} = S_{\Delta ABD} - S_{\Delta BCD} \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AB \cdot AD \cdot \sin 60^\circ - \frac{1}{2} BC \cdot CD \cdot \sin 120^\circ \quad (\text{نمره } 0.5)$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} (11)(13) \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \times 7 \times 7 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{47\sqrt{3}}{2} \quad (\text{نمره } 0.5)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۷۴)

## پاسخ سؤال ۱۵: (۱/۵) (نمره)

$$AD \text{ نیمساز} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} = \frac{2x}{3x-1} \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$2x^2 + 2x = 6x^2 - 9x - 2x + 3 \Rightarrow 4x^2 - 13x + 3 = 0 \quad (\text{نمره } 0.25) \Rightarrow x = 3 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC \quad (\text{نمره } 0.25) \quad \text{طول نیمساز داخلی}$$

$$AD^2 = 6 \times 8 - 3 \times 4 = 36 \quad (\text{نمره } 0.25) \Rightarrow AD = 6 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۷۰)

## پاسخ سؤال ۱۶: (۱/۲۵) (نمره)

کوتاه‌ترین ارتفاع در مثلث نظیر بزرگ‌ترین ضلع است. پس باید ارتفاع نظیر ضلع ۲۰ را به دست آوریم:

$$P = \frac{20+13+11}{2} = 22 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{22 \times 2 \times 9 \times 11} = 66 \quad (\text{نمره } 0.5)$$

$$S = \frac{1}{2} h \times 20 = 66 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$\Rightarrow h = 6.6 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۷۲)

| سرگروه | گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا) | ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا) |
|--------|--------------------------------------------|----------------------------------|
|        | مهدی حسینی                                 | سینا پرهیزکار - مهدیار شریف      |

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان



SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir